

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE ES SCIENCES (PHYSIQUE)

PAR  
CLAUDE CHAMPAGNE

ÉTUDE ET RÉALISATION D'UN PROCÉDÉ ULTRASONORE  
DE DÉTECTION DE PARTICULES DANS LES LIQUIDES

DÉCEMBRE 1984

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

À Liliane, pour son appui et sa présence  
lors de ce travail...

À ma famille,

Robert

Suzanne

Michel

Pierre

Lucie

Gilles

## RÉSUMÉ

Cet exposé décrit le fonctionnement d'un nouvel instrument ultrasonore fonctionnant en mode continu capable de mesurer de très faibles variations d'atténuation et de vitesse de phase acoustiques: l'oscillateur ultrasonore spectrométrique par transmission (OUST); dans le cadre de cette recherche, cet appareil fut adapté à la détection de particules solides de diamètre variant entre 75 et 350  $\mu\text{m}$  environ dans l'eau et le lait. Le liquide circule dans une cavité où un champ ultrasonore stationnaire est générée par deux transducteurs assemblés en mode de transmission; cet ensemble forme ainsi une cavité résonante à facteur de qualité élevé lorsqu'elle respecte certains critères de parallélisme et d'adaptation électrique. En reliant le résonateur acoustique en boucle fermée avec un amplificateur, le système oscille spontanément si le circuit obéit à certaines conditions de gain et de phase; le liquide est donc constamment traversé par le champ acoustique et constitue idéalement le seul élément dissipatif de l'oscillateur. L'OUST possède une sensibilité accrue à l'atténuation acoustique par l'emploi d'une cavité résonante ultrasonore; de plus, puisque l'oscillation dépend fortement du gain dans la boucle le système réagira d'une façon marquée aux moindres variations de perte dans le circuit. Lorsqu'une particule

se trouve dans le liquide circulant dans la cavité du résonateur, elle diffusera une fraction de l'énergie incidente dans toutes les directions, causant ainsi une légère variation de l'atténuation totale dans la boucle du circuit résonant: sa "signature" consistera en une diminution de l'amplitude de l'oscillation. Il en résultera une impulsion de tension à la sortie de l'oscillateur dont la largeur correspond au temps de passage de la particule devant les transducteurs et la hauteur, de ses dimensions. Les premiers chapitres de ce mémoire passent en revue les principes théoriques régissant le comportement de l'OUST. Nous y exposons la provenance de la sensibilité de l'appareil à l'atténuation et la possibilité de réduire les influences externes (variations de température, écoulement turbulent, etc.) au minimum. Une approche modifiée de la théorie de la diffusion évalue l'atténuation théorique produite par les particules sphériques et rigides; la réponse du système peut ainsi être calculée. Par la suite, le dispositif expérimental réalisé est utilisé à la détection de grains de sable préalablement tamisés suspendus dans l'eau et le lait. Finalement, les résultats obtenus sont confrontés à la théorie afin d'évaluer la capacité de l'OUST à contrôler la présence de particules dans ces deux liquides. Il en ressort que l'OUST détecte facilement les grains de sable de diamètre de 100  $\mu\text{m}$  et plus dans l'eau et le lait, et que la hauteur des impulsions obtenues correspond à celle prédicta par la théorie, dans la limite des incertitudes sur les mesures de gain et de l'atténuation du résonateur. On remarque de plus que lorsque l'eau circule dans le résonateur, ce liquide permet une meilleure synchronisation de l'oscillateur sur une résonance mécanique du résonateur.

## AVANT-PROPOS

Ce projet a été conçu à la suite d'un souhait formulé par le Dr Réal Paquin du Ministère de l'Agriculture, des Pêcheries et de l'Alimentation du Québec désirant la mise au point d'un appareil permettant la détection d'impuretés de faibles dimensions dans le lait.

Je désire exprimer ma plus vive gratitude au Dr Jean-Luc Dion pour le dévouement et la patience dont il a fait montre en dirigeant cette recherche. Ses conseils et son appui furent déterminants lors de la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier sincèrement MM. René Désilets et Normand Turcotte pour leur aide lors de la conception des divers circuits électroniques, ainsi qu'à M. Pierre Brassard de l'Atelier de Mécanique de l'université.

Toutes mes reconnaissances vont aux professeurs du département de physique qui par leurs enseignements, ont affermi ma motivation envers l'étude de la physique.

Je remercie le Ministère de l'Agriculture, des Pêcheries et de l'Alimentation du Québec pour le soutien financier dont j'ai bénéficié.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
RÉSUMÉ. . . . .	ii
AVANT-PROPOS. . . . .	iv
TABLE DES MATIÈRES. . . . .	v
LISTE DES TABLEAUX. . . . .	viii
LISTE DES FIGURES . . . . .	ix
LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS. . . . .	xix
INTRODUCTION. . . . .	1
CHAPITRES	
I. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE L'OUST. . . . .	4
A. Description générale de l'OUST . . . . .	4
B. Les conditions d'oscillation . . . . .	5
B-1. Condition d'amplitude. . . . .	6
B-2. Sensibilité de l'amplificateur à l'atténuation. . . .	7
B-3. Condition de phase . . . . .	8
II. LE RÉSONATEUR ACOUSTIQUE. . . . .	10
A. Généralités. . . . .	10
B. Le résonateur acoustique isolé unidimensionnel . . . . .	11
B-1. La réponse à la sortie du résonateur . . . . .	12
B-2. Facteurs de sensibilité. . . . .	15

CHAPITRES	Page
C. Le résonateur composé employé comme spectromètre par transmission. . . . .	18
D. Facteurs affectant la sensibilité du résonateur . . . . .	20
D-1. Le résonateur à faces non-parallèles. . . . .	21
D-2. Modes harmoniques de propagation longitudinaux et transversaux. . . . .	22
D-3. Interférence entre les modes longitudinaux et transversaux . . . . .	25
D-4. Les adaptations électriques des transducteurs . . . . .	25
III. LA PARTICULE DANS LE CHAMP ACOUSTIQUE DU RÉSONATEUR. . . . .	28
A. Hypothèses. . . . .	28
B. Phénomène de diffusion. . . . .	29
B-1. Le potentiel de vitesse de l'onde diffusée. . . . .	29
B-2. La section efficace totale de diffusion . . . . .	33
C. La réponse du système au passage d'une particule dans le résonateur. . . . .	36
IV. LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL . . . . .	39
A. L'amplificateur . . . . .	39
B. Le résonateur acoustique. . . . .	41
C. L'atténuateur commandé par tension. . . . .	42
C-1. Fonctionnement. . . . .	42
C-2. Étalonnage. . . . .	43
V. LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX. . . . .	45
A. Étalonnage de l'atténuateur commandé par tension. . . . .	45
B. Étalonnage de l'oscillateur . . . . .	46

CHAPITRES	Page
C. La réponse du résonateur acoustique en fonction de la fréquence. . . . .	49
C-1. Courbes de transmission du résonateur contenant de l'eau. . . . .	50
C-2. Courbes de transmission du résonateur contenant du lait . . . . .	53
D. Détection de particules dans l'eau et le lait. . . . .	55
CONCLUSION. . . . .	130
RÉFÉRENCES. . . . .	134
ANNEXE	
A. Le circuit de ligne de transmission équivalent du résonateur composé . . . . .	137
B. Le mouvement d'une sphère dans un champ acoustique alternatif .	142
C. Quelques propriétés des fonctions de Bessel sphériques. . . . .	146
A. Introduction . . . . .	146
B. Expressions explicites . . . . .	147
C. Relations de récurrence. . . . .	149
D. Expressions en termes de module et d'angle de phase. . . . .	149

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Page
1 Différence d'atténuation fournie par l'atténuateur commandé par tension selon la tension d'impulsion qu'il reçoit . . . . .	62
2 Valeurs de $\delta'_n(b)$ . . . . .	63

## LISTE DES FIGURES

Figure	Page	
1	Schéma bloc de l'OUST . . . . .	64
2	Système de circulation du liquide . . . . .	65
3	Courbes d'un amplificateur. . . . .	66
4	Schéma électrique de l'oscillateur ultrasonore spectro-métrique marginal . . . . .	67
5a	L'addition idéale de plusieurs ondes partielles au récepteur à $x=0$ produisant l'amplitude $A=\text{Re}(\tilde{A})$ dans un résonateur ultrasonore isolé unidimensionnel. . . . .	68
5b	Le résonateur ultrasonore isolé unidimensionnel dont les faces sont légèrement non-parallèles. . . . .	68
6	Tracés de $A_1$ , $A_2$ et $ A ^2$ en fonction de $ka$ au voisinage d'une résonance mécanique . . . . .	69

Figure	Page
7a Spectre d'un résonateur typique . . . . .	70
7b Résonance mécanique, élargie en réduisant le domaine de balayage en fréquence . . . . .	70
8 Sensibilités d'un résonateur à l'absorption ( $S_A$ ) et à la dispersion ( $S_D$ ) au voisinage d'une résonance mécanique ( $A_1$ ) . . . . .	71
9 Valeurs normalisées de $A_1$ , $A_2$ et $A$ pour différentes valeurs de $\Delta\omega/\omega_\alpha$ au voisinage d'une résonance mécanique	72
10 Réponse en fréquence d'un cristal de quartz servant de résonateur, révélant les modes harmoniques longitudinaux à 8,000, 8,022 et 8,047 MHz. Le mode harmonique transversal est situé à 8,034 MHz . . . . .	73
11a Circuit électrique équivalent d'un résonateur composé incorporé dans un spectromètre par transmission en mode continu . . . . .	74
11b Circuit électrique équivalent du spectromètre de la figure 11a, au voisinage d'une résonance mécanique. . . . .	74
12a L'effet de l'adaptation électrique des transducteurs sur la réponse en fréquence d'un résonateur consistant en un cristal de InSb résonant à 10,2 MHz avec un couplage électrique faible . . . . .	75

Figure	Page
12b L'effet de l'adaptation électrique des transducteurs sur la réponse en fréquence d'un résonateur consistant en un cristal de InSb résonant à 10,2 MHz avec un couplage électrique fort . . . . .	75
13 Sphère rigide dans un champ acoustique quasi-stationnaire . . . . .	76
14 Distribution angulaire de l'intensité acoustique diffusée autour d'une sphère rigide de rayon $R$ dans un champ acoustique progressif. La quantité $I_{dr}^{\frac{1}{2}}$ est représentée en fonction de l'angle polaire, l'onde incidente provient de la direction $\theta = 180^0$ . . . . .	77
15 Valeur de la section efficace de diffusion d'une sphère rigide dans un champ acoustique progressif en fonction du paramètre $b$ . . . . .	78
16 Variation de la section efficace de diffusion d'une sphère rigide dans un champ acoustique quasi-stationnaire, lorsque $b=2$ . . . . .	79
17 Variation de la section efficace de diffusion d'une sphère rigide dans un champ acoustique quasi-stationnaire, lorsque $b=4$ . . . . .	80

Figure	Page	
18	Variation de la section efficace de diffusion d'une sphère rigide dans un champ acoustique quasi-stationnaire lorsque: (a) $b=6$ , (b) $b=8$ , (c) $b=10$ , et pour $B/A = 0,7$ . . . . .	81
19	Forme d'une impulsion électrique à la sortie de l'oscillateur causée par le passage d'une particule dans le résonateur acoustique . . . . .	82
20	Schéma électrique du circuit amplificateur (partie du haut) et du circuit de contrôle automatique du gain (partie du bas) . . . . .	83
21	Valeur du signal $V_{detection}$ en fonction de l'amplitude du signal de sortie de l'amplificateur $V_{sortie}$ dans une impédance de $50 \Omega$ . . . . .	84
22	Vue explosée de la cellule d'analyse. Chaque trou contient une vis, tel qu'illustré par le trou d'en haut. .	85
23	Section de la cellule d'analyse au niveau des transducteurs. Le liquide circule dans la cavité au centre de la cellule . . . . .	86
24	Schéma électrique de l'atténuateur commandé par tension	87
25	Méthode d'étalonnement de l'atténuateur commandé par tension . . . . .	88



Figure	Page
34 Courbe de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau . . . . .	97
35 Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau en circulation . . . . .	98
36 Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau en circulation . . . . .	99
37 Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau en circulation . . . . .	100
38 Courbe de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant du lait . . . . .	101
39 Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant du lait en circulation . . . . .	102
40 Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant du lait en circulation . . . . .	103
41 Dispositif permettant la syntonisation de l'amplificateur sur le centre d'une résonance mécanique du résonateur acoustique . . . . .	104
42 Enregistrements d'impulsions du signal Vdetection lors du passage d'échantillons de particules de divers diamètres dans l'eau, lorsque Vdetection = 670 mV. . . . .	105



Figure	Page
50 Enregistrements d'impulsions du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans l'eau où Vdetection = 170 mV . . . . .	113
51 Comparaison entre la hauteur théorique des impulsions (ligne pleine) et celles mesurées (ligne pointillée) dans l'eau . . . . .	114
52 Comparaison entre la hauteur théorique (ligne pleine) des impulsions et celles mesurées (ligne pointillée) dans l'eau . . . . .	115
53 Comparaison entre la hauteur théorique (ligne pleine) des impulsions et celles mesurées (ligne pointillée) dans l'eau . . . . .	116
54 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 670 mV . . . . .	117
55 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 670 mV . . . . .	118
56 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de diamètres compris entre 75 et 90 $\mu\text{m}$ dans le lait, lorsque Vdetection = 670 mV . . . . .	119

Figure	Page
57 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 470 mV . . . . .	120
58 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 470 mV . . . . .	121
59 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 470 mV . . . . .	122
60 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 270 mV . . . . .	123
61 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 270 mV . . . . .	124
62 Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 270 mV . . . . .	125
63 Hauteur des impulsions du signal Vdetection mesurées selon le diamètre des particules de divers échantillons dans le lait . . . . .	126

Figure	Page
64 Hauteur des impulsions du signal Vdetection mesurées selon le diamètre des particules de divers échantillons dans le lait . . . . .	127
65 Hauteur des impulsions du signal Vdetection mesurées selon le diamètre des particules de divers échantillons dans le lait . . . . .	128
66 Le résonateur acoustique composé représenté par trois segments de ligne de transmission simulant respectivement le transducteur émetteur, le spécimen et le transducteur récepteur . . . . .	129

## LISTE DES SYMBOLES ET DES ABRÉVIATIONS

- a -Double longueur d'un spécimen dans le résonateur.
- A -Partie réelle de la vitesse de vibration des particules.  
-Amplitude d'une onde acoustique voyageant dans la direction x.
- $A_1$  -Terme composant A et de même phase.
- $A_2$  -Terme composant A et en quadrature.
- $\tilde{A}(t)$  -Vitesse de vibration complexe.
- $\tilde{A}(x,y,z,t)$  -Solution tri-dimensionnelle de l'équation d'onde acoustique dans le résonateur.
- b -  $= 2\pi R/\lambda$
- $b_j$  -Coefficient de développement de  $\tilde{A}(x,y,z,t)$ .
- B -Amplitude de l'onde acoustique voyageant dans la direction -x.
- c -Vitesse de phase acoustique.  
-Indice désignant les paramètres d'un résonateur composé.
- C -Capacitance.
- $C_n$  -Coefficient de développement du potentiel de vitesse de l'onde diffusée.
- $C_0$  -Capacitance représentant les pertes diélectriques dans un transducteur.
- d -Symbole de dérivation totale.  
-Indice désignant les paramètres de l'onde diffusée.
- $D_n$  -Module des fonctions de Bessel sphériques.

- f -Fréquence.  
 -Fonction de Bessel d'espèce quelconque.
- F,G -Facteurs apparaissant dans les expressions de  $\left| \frac{U_{po}}{U_0} \right|$  et  $\psi$ .
- G -Gain de l'amplificateur.
- h -Distance entre le centre de la particule et un antinoeud de pression.
- $h_n(z)$ -Fonction de Bessel sphérique de troisième espèce.
- H -Facteur apparaissant dans les expressions de  $\left| \frac{U_{po}}{U_0} \right|$  et  $\psi$ .
- i - $=\sqrt{-1}$  , nombre imaginaire.
- I -Facteur apparaissant dans les expressions de  $\left| \frac{U_{po}}{U_0} \right|$  et  $\psi$ .
- $I_{dr}$  -Intensité radiale de l'onde diffusée.
- $I_{inc}$  -Intensité de l'onde acoustique incidente sur une particule.
- j -Indice désignant les paramètres du  $j^{\text{ième}}$  mode de propagation non-harmonique dans le résonateur.
- $j_n(z)$ -Fonction de Bessel sphérique de première espèce.
- k -Nombre d'onde acoustique.  
 -Facteur de conversion électromécanique d'un transducteur.
- $K_j$  -Valeur propre de la fonction propre  $u_j(y, z)$ .
- l -Longueur.
- L -Inductance.
- m -Indice désignant les paramètres de la  $m^{\text{ième}}$  résonance mécanique.
- M -Indice désignant les paramètres du circuit d'adaptation d'un résonateur.
- n -Ordre des fonctions de Bessel sphériques et des polynômes de Legendre.
- o -Indice désignant les paramètres du fluide entourant la particule.

- p -Pertes électriques dans la boucle de l'oscillateur.  
-Indice désignant les paramètres électriques du primaire d'un circuit de couplage.  
Indice désignant les paramètres de la particule.
- p' -Pression de l'onde acoustique.
- P -Puissance électrique au récepteur d'un résonateur par transmission.
- $P_n(\cos \theta)$  -Polynôme de Legendre.
- r -Distance entre le centre d'une particule et le point d'observation.
- R -Rayon d'une particule sphérique.  
-Résistance électrique.
- $R_G$  -Résistance électrique interne d'un générateur.
- $R_R$  -Résistance électrique du circuit récepteur d'un résonateur.
- s -Indice désignant les paramètres mécaniques du spécimen.
- S -Section du champ acoustique dans le résonateur.  
-Indice désignant les paramètres du secondaire d'un circuit de couplage.
- $S_A$  -Sensibilité du résonateur à l'absorption.
- $S_D$  -Sensibilité du résonateur à la dispersion.
- t -Temps.  
-Indice désignant les paramètres des transducteurs libres.
- $t_1, t_2$  -Indices désignant respectivement les paramètres des transducteurs émetteur et récepteur d'un résonateur par transmission.
- $u_{dr}$  -Vitesse radiale de l'onde acoustique diffusée.
- $u_j(y, z)$  -Fonction propre de la solution tridimensionnelle de l'équation d'onde acoustique dans le résonateur.
- U -Amplitude de la vitesse de vibration.
- V -Tension fournie par le générateur.

$V_{\text{entrée}}$ ,  $V_{\text{sortie}}$  -Respectivement les tensions à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur.

$W$  -Wronskien.

$x, y, z$  -Coordonnées cartésiennes d'espace.

$$y = \sqrt{\frac{\rho \omega k^2}{2 \mu_0}}$$

$y_n(z)$ -Fonction de Bessel sphérique de deuxième espèce.

$z$  -Argument des fonctions de Bessel sphériques.

$Z$  -Impédance mécanique.

$\alpha$  -Atténuation acoustique par unité de longueur.

$\alpha_e$  -Atténuation par unité de longueur additionnelle apparente causée par les pertes d'énergie dans le circuit d'adaptation du résonateur.

$\beta$  -Constante de propagation acoustique.

$\Gamma$  -Fonction gamma.

$$\delta = \rho_0 / \rho_p$$

$\delta_n(b)$ -Angle de phase des fonctions de Bessel sphériques.

$\Delta$  -Différence, variation.

$\Delta_n$  -Facteur de modulation du champ acoustique quasi-stationnaire.

$\Delta(t)$ -Fonction d'amplitude d'un générateur d'impulsions.

$$\eta = \rho_{tt} / \rho_{ss}$$

$\theta$  -Angle d'élévation polaire.

$\kappa$  -Indice de sommation dans l'expression des fonctions de Bessel sphériques.

$\lambda$  -Longueur d'onde acoustique.

$\mu$  -Viscosité.

$\Pi$  -Puissance acoustique.

$\rho$  -Masse volumique.

$\sigma$  -Section efficace totale de diffusion.

$T$  -Temps d'aller et retour d'une onde acoustique dans un résonateur acoustique par réflexion.

$\varphi$  -Potentiel de vitesse de l'onde acoustique.

$\psi$  -Angle de phase de l'oscillation de la particule selon l'onde dans le fluide ambiant.

$\omega$  -Pulsation,  $2\pi f$ .

$\omega_m$  -Pulsation de la  $m^{\text{ième}}$  résonance mécanique du résonateur.

$\omega_\alpha$  -Mi-largeur de bande d'une résonance mécanique.

$\omega_\alpha^e$  -Mi-largeur de bande apparente additionnelle d'une résonance mécanique causée par les pertes d'énergie dans le circuit d'adaptation du résonateur.

ACT -Atténuateur commandé par tension.

CAG -Contrôle automatique de gain.

OUSR-Oscillateur ultrasonore spectrométrique par réflexion.

OUST-Oscillateur ultrasonore spectrométrique par transmission.

## INTRODUCTION

Le but de cette recherche est l'étude théorique et la réalisation d'un oscillateur ultrasonore spectrométrique permettant la détection d'impuretés solides dans les liquides, notamment le lait, par la méthode de transmission acoustique. Le système utilisé est l'oscillateur ultrasonore spectrométrique par transmission (OUST).

L'OUST appartient à la classe d'appareils servant à la mesure de vitesse et d'atténuation acoustiques qui fonctionnent en mode continu. Parmi cette classe, les oscillateurs marginaux (dont l'OUST fait partie) montrent les plus grandes sensibilités aux variations d'atténuation et de dispersion acoustiques. Ce type d'oscillateur ne peut fonctionner que sous certaines conditions de gain et de phase devant être maintenues sinon l'amplitude de l'oscillation décroît rapidement: c'est la marginalité. Les premières applications des oscillateurs marginaux furent dans le domaine de la résonance acoustique nucléaire<sup>1</sup>, puis dans la mesure de petites variations de vitesse de phase et d'atténuation de phénomènes non-résonants<sup>2</sup>. Cependant la complexité des oscillateurs marginaux conventionnels limite leurs applications.

Puisque l'OUST fonctionne aussi en mode marginal, il montre la même sensibilité aux minimes variations d'atténuation acoustique que les oscillateurs conventionnels. Il a cependant le grand avantage d'être simple, com-

pact et peu dispendieux. Mis sous forme de circuit imprimé comprenant ses accessoires principaux, il peut facilement être transporté sur les lieux d'expérimentation. Il fut rapidement utilisé à la détection de particules solides dans les liquides et les huiles à moteur usées<sup>3</sup>. Puisqu'il est peu encombrant, il sert aussi à la détection de microembolies lors d'opérations cardiopulmonaires nécessitant la circulation extracorporelle du sang<sup>4</sup>. Finalement, une version modifiée de cet appareil fonctionnant par réflexion<sup>5</sup> (l'oscillateur ultrasonore spectrométrique par réflexion: l'OUSR) fut employé avec succès à la détection de particules dans l'eau et pour la mesure de faibles contraintes mécaniques subies par des boulons métalliques.

Les premiers chapitres de l'exposé passent en revue les principes théoriques régissant le comportement de l'appareil. On y verra que l'origine de la grande sensibilité à l'atténuation provient de deux sources. En premier, puisque l'oscillation ne peut se réaliser que sous certaines conditions précises de gain et de phase, l'amplitude de l'onde dépendra fortement des pertes dans le circuit. De plus, l'emploi d'un résonateur acoustique permet d'introduire un élément à facteur de qualité élevé dans l'appareil; donc toute déviation en amplitude ou en fréquence est fortement amplifiée. L'oscillateur peut ainsi détecter les variations transitoires d'atténuation causées par les impuretés du liquide dans le résonateur; elles proviennent de la diffusion du champ acoustique dans le résonateur par les particules utilisées comme impuretés. En considérant une approche simplifiée du phénomène de diffusion, on peut évaluer l'atténuation acoustique et ainsi prédire le comportement de

l'OUST au passage de particules.

L'eau et le lait sont deux produits dont la consommation est abondante et la pureté, cruciale. Cette recherche vérifie la capacité de l'OUST de détecter des impuretés solides de diamètre de 100 microns et plus dans ces liquides. Le sable commun simulera la plupart des impuretés solides pouvant se trouver dans ces liquides, et la réponse de l'appareil à la présence de ces corps sera analysée puis comparée au modèle théorique développé.

## CHAPITRE I

### PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE L'OUST

#### A. Description générale de l'OUST

La figure 1 montre le schéma de principe de l'OUST<sup>6</sup>. La cellule dans laquelle circule le liquide constitue le cœur de l'appareil; elle forme le résonateur acoustique avec le liquide et les deux transducteurs montés en mode de transmission. Le tout forme une boucle avec les adaptations d'impédances électriques et un amplificateur haute fréquence dont le gain permet une oscillation spontanée. Il s'établit ainsi des ondes stationnaires dans le liquide entre les transducteurs. La réponse en fonction de la fréquence du résonateur consiste en une série de résonances mécaniques régulièrement espacées. En réglant le spectromètre au centre d'une de ces résonances, l'appareil devient très sensible aux minimes variations d'atténuation dans la boucle et montre très peu de sensibilité aux changements de température, à l'écoulement, etc. L'amplificateur fournit un signal de sortie proportionnel à l'amplitude de l'oscillation (Vdé-

tection) que l'on observe à l'aide du voltmètre, de l'enregistreur et de l'oscilloscope. La cellule est reliée à un système de circulation permettant une répartition uniforme de la concentration de particules dans le liquide ainsi qu'un contrôle du débit (voir à la figure 2).

Quand une particule traverse le champ acoustique quasi-stationnaire du résonateur, elle diffuse une partie de l'énergie incidente dans toutes les directions. Cette diminution du signal acoustique aux transducteurs sera plus ou moins importante selon la fréquence et le diamètre de la particule. Elle causera une augmentation de la perte dans la boucle de l'oscillateur et diminuera l'amplitude du signal électrique. La détection de ce signal produit une impulsion qui est caractéristique des propriétés acoustiques de la particule. En utilisant l'oscillateur à une fréquence d'environ 14 MHz, la longueur d'onde dans l'eau est d'environ 100 microns, ce qui correspond à la dimension des particules à détecter.

## B. Les conditions d'oscillation

Le rôle de l'amplificateur est de fournir une oscillation stable en fréquence et en amplitude. Cette double stabilité sera possible si les deux conditions suivantes sont respectées :

1. Le déphasage total dans le circuit est un multiple entier de  $360^\circ$ .
2. Le produit du gain de l'amplificateur  $G$  et de la perte  $p$  dans la boucle donne 1.

### B-1. Condition d'amplitude

Premièrement supposons que la condition de phase est satisfaite, et négligeons le fait que les gains et les pertes sont distribués dans la boucle. Un amplificateur typique possède les courbes de gain telles que montrées aux figures 3a et 3b. On remarque que:

1. Le gain est indépendant de la tension d'entrée, lorsqu'elle est suffisamment faible.
2. Si l'on augmente Ventrée, le gain n'est plus linéaire. L'amplificateur approche de la saturation.

Au début Ventrée est nul et le gain  $G$  est maximal. Le bruit thermique de fréquence appropriée augmentera en amplitude, et le signal de sortie  $V_{sortie}$  excède les pertes dans la boucle. Cependant lorsque Ventrée augmente,  $G$  diminue jusqu'à ce que la condition  $G \times p = 1$  se réalise. Le circuit atteint la stabilité dans la région non-linéaire de l'amplificateur. Le but principal de l'OUST est la détection de petites variations d'atténuation. Une faible augmentation de l'atténuation acoustique augmentera la perte totale dans la boucle, ce qui réduira la tension d'entrée Ventrée, augmentant ainsi le gain  $G$ . Le système rétablit donc la condition de stabilité car l'augmentation de gain compense l'atténuation supplémentaire.

### B-2. Sensibilité de l'amplificateur à l'atténuation

Une mesure de la sensibilité du système détermine le changement de la tension de sortie  $\Delta V_{\text{sortie}}$  causée par un changement d'atténuation  $\Delta p$ . Puisque la condition

$$G p = 1$$

est toujours satisfaite, une variation relative de l'atténuation dans la boucle produira un changement  $\Delta G$  du gain de l'amplificateur

$$\Delta G = -G \left( \Delta p / p \right)$$

La variation de la tension de sortie correspondante est donnée par

$$\Delta V_{\text{sortie}} = \left( \frac{d V_{\text{sortie}}}{d \text{Ventrée}} \right) \Delta \text{Ventrée} = \left( \frac{d V_{\text{sortie}}}{d \text{Ventrée}} \right) \left( \frac{d \text{Ventrée}}{d G} \right) \Delta G$$

Se servant de l'approximation suivante

$$\frac{d V_{\text{sortie}}}{d \text{Ventrée}} \approx G$$

on obtient

$$\Delta V_{\text{sortie}} = -G^2 \frac{\Delta p}{p} \left( \frac{d \text{Ventrée}}{d G} \right)$$

ou bien

$$\Delta V_{\text{sortie}} = - \left( \frac{dG}{dV_{\text{entrée}}} \right)^{-1} G^3 \Delta P \quad (1.1)$$

Une inspection de la figure 3c montre que pour un amplificateur typique  $-(dG/dV_{\text{entrée}})^{-1}$  augmente brusquement dans la région linéaire de l'amplificateur. Ce dernier terme est donc responsable de la haute sensibilité fournie par l'amplificateur. Le facteur  $G^3$  sera aussi maximal dans la région linéaire; et puisque c'est dans cette région que le signal  $V_{\text{entrée}}$  est le plus faible possible l'oscillation sera toujours près du seuil d'extinction, d'où l'appellation d'oscillateur "marginal".

### B-3. Condition de phase

Une autre propriété importante de l'OUST est d'osciller à une fréquence particulière et de s'y accrocher.

La réponse en fréquence du résonateur acoustique résulte en une série de pics de résonance mécanique régulièrement espacés. Au voisinage d'une résonance mécanique particulière le résonateur acoustique se comporte comme un circuit RLC en série<sup>5</sup>. Une vue schématisée du comportement d'un oscillateur marginal, du système de couplage et du résonateur est représentée à la figure 4. La condition d'oscillation est que le résonateur ainsi que le circuit de couplage présentent à l'oscillateur une grande impédance et une réactance nulle. Dans ce dispositif le système de couplage

sert à convertir le minimum d'impédance au centre d'une résonance mécanique en un maximum d'impédance. En mode conventionnel d'utilisation d'un spectromètre ultrasonore de ce type, la capacité  $C_p$  est ajustée pour résonner avec la réactance inductive du primaire  $L_p$  à une fréquence voisine (habituellement au centre) d'une résonance mécanique particulière. Supposons maintenant que la perte soit constante tandis que la fréquence de résonance mécanique se déplace, soit à cause d'effets thermiques ou de l'écoulement du liquide, etc. La réactance non-nulle produit une variation correspondante de la phase du signal et la fréquence d'oscillation de l'appareil devra se déplacer afin de se replacer au même point sur la résonance mécanique pour maintenir la phase initiale.

Dans le cas de l'OUST une variation de la fréquence de résonance du spécimen dans le résonateur produit un changement de phase dans la boucle de rétroaction ce qui amène une variation de la fréquence d'oscillation. Cette variation de fréquence peut s'ajuster sur chaque seconde résonance mécanique du résonateur car il y a un changement de phase de  $180^\circ$  entre deux résonances mécaniques successives.

## CHAPITRE II

### LE RÉSONATEUR ACOUSTIQUE

#### A. Généralités

Le résonateur acoustique par transmission est essentiellement une cavité contenant l'échantillon à analyser, auquel deux transducteurs émetteur et récepteur sont accolés. En utilisant le mode de génération acoustique approprié (continu ou pulsé) et le type d'onde requis, on peut mesurer les propriétés acoustiques du spécimen, principalement la vitesse de phase et l'absorption.

Puisque le résonateur consiste en un guide d'onde il possède des modes de vibration propres plus ou moins accentués dépendant de la géométrie de la cavité, de l'onde utilisée et de l'atténuation en cause. Toute variation minime de ces caractéristiques se répercute de façon prononcée sur la réponse à la sortie, d'où la grande sensibilité du résonateur aux variations d'atténuation et de vitesse de phase de l'échantillon.

Dans les pages suivantes nous allons d'abord étudier le modèle idéal

du résonateur: c'est le résonateur isolé unidimensionnel; nous pourrons en déduire les propriétés de la réponse acoustique à la sortie du résonateur ainsi que les facteurs de sensibilité. Ensuite nous considérerons l'effet des transducteurs sur les résonances du spécimen. Finalement nous nous attarderons sur les phénomènes qui dégradent les performances d'un résonateur réel.

## 6. Le résonateur acoustique isolé unidimensionnel

Dans cette section nous considérons le cas d'un résonateur ultrasonore consistant en l'échantillon à analyser dans lequel les ondes acoustiques se propagent en un sens seulement<sup>7</sup>. Le résonateur peut être excité en mode pulsé ou continu, selon le cas, et la vitesse de vibration des particules de l'échantillon s'exprime comme une onde plane atténuée mesurée sur la face de gauche, à l'emplacement de l'émetteur. La méthode consiste en l'addition des multiples réflexions se produisant sur la face de droite, à  $x=a/2$  la longueur de l'échantillon (voir la figure 5a). Normalement, lorsqu'une onde acoustique rencontre l'interface séparant deux milieux de propagation différents, il en résulte quatre ondes: deux longitudinales et deux transversales. Mais puisqu'on ne considère ici que le cas des ondes longitudinales incidentes normalement à l'interface, et que le résonateur est isolé, il ne subsistera qu'une onde longitudinale réfléchie seulement.

### B-1. La réponse à la sortie du résonateur

Soit un oscillateur acoustique<sup>7,8</sup> de pulsation  $\omega$  et d'amplitude constante fonctionnant en mode pulsé; il est activé au temps  $t=0$  puis arrêté au temps  $t=t_d$ . On choisit la vitesse des particules à  $x=0$  comme unitaire et de phase nulle selon  $\cos \omega t$ . La fonction d'amplitude  $\Delta(t)$  décrit l'action de l'oscillateur:

$$\Delta(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & 0 < t < t_d \\ 0 & t \geq t_d \end{cases}$$

Soit  $c$  la vitesse de phase de l'onde acoustique dans le spécimen,  $\tau = a/c$  représente le temps d'un aller et retour complet de l'onde. On obtient la vitesse complexe des particules à  $x=0$  par

$$\tilde{A}(t) = e^{i\omega t} [\Delta(t) + e^{-(\alpha a + i k a)} \Delta(t-\tau) + e^{-2(\alpha a + i k a)} \Delta(t-2\tau) + \dots + e^{-N(\alpha a + i k a)} \Delta(t-N\tau) + \dots] \quad (2.1)$$

où  $\alpha$  représente l'atténuation par unité de longueur et  $k=2\pi/\lambda$  le nombre d'onde. Lorsque le résonateur est utilisé en mode écho l'impulsion d'énergie électromagnétique produit une impulsion acoustique se réfléchissant dans l'échantillon chaque fois que l'onde frappe l'interface, ce qui correspond au cas où  $t_d \ll \tau$ . La réponse mesurée consiste alors en une série d'échos également séparés d'un temps  $\tau$ , de pulsation  $\omega$ , modulée en une

enveloppe d'amplitude  $\exp(-N\alpha a)$  pour le  $N^{\text{ième}}$  écho. Le mode continu est à l'autre opposé,  $t_d \gg \tau$ ; l'observation débute une fois terminés les effets transitoires, et les facteurs  $\Delta(t-N\tau) = 1$  partout. Pour  $\alpha > 0$ , la somme de la série géométrique donne

$$\tilde{A} = \frac{e^{i\omega t}}{1 + e^{-(\alpha + i\kappa) a}} \quad (2.2)$$

On peut exprimer la partie réelle de la vitesse de vibration des particules comme

$$A = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$$

avec

$$A_1 = \frac{e^{\alpha a} - \cos \kappa a}{2[\cosh \alpha a - \cos \kappa a]} \quad (2.3)$$

$$A_2 = \frac{\sin \kappa a}{2[\cosh \alpha a - \cos \kappa a]} \quad (2.4)$$

$$A = (A_1^2 + A_2^2)^{1/2} = \frac{e^{\alpha a/2}}{\sqrt{2} [\cosh \alpha a - \cos \kappa a]^{1/2}} \quad (2.5)$$

Le terme  $A_1$  oscille en phase avec le générateur tandis que  $A_2$  est en quadrature (voir la figure 6), et le graphique de ces fonctions selon la fréquence montre une série de résonances mécaniques également espacées,

correspondant à la condition que la longueur de l'échantillon contienne un nombre entier de demi-longueurs d'onde (voir la figure 7). Dans la région d'une résonance mécanique particulière centrée sur l'origine, en supposant une atténuation négligeable ( $\alpha a \ll 1$ ), on obtient une forme particulière de la réponse:

$$A_1 = \frac{\alpha a}{[\alpha a]^2 + [ka]^2} \quad (2.6)$$

$$A_2 = \frac{ka}{[\alpha a]^2 + [ka]^2} \quad (2.7)$$

$$|A|^2 = \frac{1}{[\alpha a]^2 + [ka]^2} \quad (2.8)$$

Dans le cas limite d'un spécimen possédant une forte atténuation,  $\alpha a \gg 1$ ; alors  $A_1 = 1$ ,  $A_2 = 0$  et il n'y a aucune résonance mécanique. Les équations précédentes peuvent s'écrire sous une forme équivalente. Lorsque  $\omega \approx \omega_m$ , on obtient

$$A_1 = \frac{\omega_m}{\tau [\omega_m^2 + (\omega_m - \omega)^2]} \quad (2.9)$$

$$A_2 = \left( \frac{\omega_m - \omega}{\tau} \right) \frac{1}{[\omega_m^2 + (\omega_m - \omega)^2]}$$

$$|A|^2 = \frac{1}{\tau [\omega_m^2 + (\omega_m - \omega)^2]}$$

On voit que

$$\omega_\alpha \equiv \alpha c \quad (2.9)$$

représente la mi-largeur de bande  $\Delta\omega$  de la résonance mécanique considérée.

### B-2. Facteurs de sensibilité du résonateur

Le type de spectromètre employé<sup>7,9</sup> détermine laquelle des réponses du résonateur qui est mesurée, et la plupart des spectromètres en mode continu et les spectromètres par transmission mesurent  $|A|$ . Cependant on a vu que cette quantité atteint une valeur maximale au centre d'une résonance mécanique, où dans ce cas  $|A|=A_1$ . Supposons maintenant qu'un facteur externe (par exemple une turbulence, une variation de température) vienne changer l'amplitude de la réponse; puisque  $A_1$  dépend de l'atténuation  $\alpha$  et

de la phase  $\alpha$ , la variation d'amplitude  $\Delta A_1$  dépendra des variations d'absorption et de vitesse de phase (dispersion). Quantitativement,

$$\Delta A_1 = \left( \frac{\partial A_1}{\partial \alpha} \right) \Delta \alpha + \left( \frac{\partial A_1}{\partial k} \right) \Delta k$$

où

$$S_A = \frac{\partial A_1}{\partial \alpha} = \left( \frac{a}{2} \right) \frac{1 - \cosh \alpha a \cos \alpha a}{(\cosh \alpha a - \cos \alpha a)^2} \quad (2.10)$$

$$S_D = \frac{\partial A_1}{\partial k} = - \left[ \frac{a}{2} \right] \frac{\sinh \alpha a \sin \alpha a}{(\cosh \alpha a - \cos \alpha a)^2} \quad (2.11)$$

Ces deux fonctions sont périodiques en  $\alpha a$ . Les sensibilités à l'absorption  $S_A$  et à la dispersion  $S_D$  ne diffèrent de zéro que près d'une résonance mécanique, où  $\cos \alpha a = 1$ ; la figure 8 montre que  $S_A$  est symétrique selon le centre de la résonance tandis que  $S_D$  est antisymétrique.  $S_D$  passe par zéro au centre d'une résonance mécanique; à ce point de réglage un petit changement d'amplitude du signal correspond à une pure absorption. Lorsque  $\cos \alpha a = \operatorname{sech} \alpha a$  pour des valeurs de  $\alpha a$  suffisamment petites,  $S_A$  passe par zéro en une valeur de  $A_1$  approximativement égale à la moitié de sa valeur maximale; à ce point, on obtient un signal purement dispersif même si à cette fréquence  $S_D$  atteint 75% de sa valeur maximale.

L'amplification des variations d'absorption et de dispersion justifie l'emploi d'un résonateur acoustique. Pour fins de comparaison, simulons l'absence du résonateur en supposant que l'onde émise à la face  $x=0$  puis réfléchie à  $x=a/2$  du spécimen est totalement absorbée à son retour sur la face  $x=0$ . Lors de cet aller et retour une atténuation minime supplémentaire produira un changement relatif d'amplitude

$$\frac{e^{-(\alpha + \Delta\alpha) a} - e^{-\alpha a}}{e^{-\alpha a}} \simeq -[\Delta\alpha] a \quad (2.12)$$

Reprendons la même expérience, cette fois-ci avec un résonateur (la face  $x=0$  est maintenant totalement réfléchissante) en prenant soin de nous régler sur le centre d'une résonance mécanique. En ce point,

$$A_1 \simeq \frac{1}{\alpha a} \quad (2.13)$$

$$S_A \simeq -\frac{1}{\alpha^2 a} \quad (2.14)$$

$$S_D = 0 \quad (2.15)$$

Le changement relatif du signal donne maintenant

$$\frac{\Delta A_1}{A_1} = \frac{S_A \Delta \alpha}{A_1} = - \frac{[\Delta \alpha] a}{\alpha a}$$

Un résonateur ultrasonore typique possède des valeurs de  $\alpha a$  entre 0,1 et 0,001; donc  $\Delta A_1/A_1$  varie entre  $-10(\Delta \alpha)a$  et  $-1000(\Delta \alpha)a$ . Le résonateur acoustique amplifie les variations d'amplitude selon plusieurs ordres de grandeur, dépendant de l'atténuation en cause. A remarquer que cette amplification se produit indépendamment du mode d'utilisation (pulsé ou continu) du résonateur.

### C. Le résonateur composé employé comme spectromètre par transmission

Le système employé lors de la recherche consiste en un volume de liquide (l'échantillon) auquel deux transducteurs sont accolés en mode de transmission; ces derniers sont donc en contact direct avec le liquide dans le résonateur. On veut évaluer l'effet des transducteurs sur les résonances mécaniques du résonateur composite. Pour ce faire, on peut évaluer les fréquences de résonance du système en représentant chacune des parties par un segment de ligne de transmission électrique (voir l'annexe A); l'application directe de la théorie des lignes de transmission donne des expressions pour la fréquence de la  $m^{\text{ième}}$  résonance mécanique du

spécimen  $\omega_m^s$ , et de la séparation en fréquence entre deux résonances successives en fonction des résonances mécaniques du système composé  $\omega_m^c$ .

Respectivement,

$$\omega_m^s = \omega_m^c + 2\eta (\omega_m^c - \omega^t) \quad (2.16)$$

et

$$\omega_{m+1}^s - \omega_m^s = (\omega_{m+1}^c - \omega_m^c)(1 + 2\eta) \quad (2.17)$$

où  $\eta = \rho_{t1t} / \rho_{s1s}$  est le quotient des quantités des transducteurs sur celles de l'échantillon isolé, et  $\omega^t$  représente la pulsation de la résonance du transducteur isolé. Puisque la vitesse de phase acoustique dans le spécimen isolé  $c_s$  est donnée par

$$c_s = \frac{(\omega_{m+1}^s - \omega_m^s) l_s}{\pi}$$

on peut exprimer cette dernière comme

$$c_s = \frac{(\omega_{m+1}^c - \omega_m^c)(1 + 2\eta) l_s}{\pi}$$

L'effet des transducteurs dans un résonateur composé est de déplacer les fréquences de résonance telles que calculées pour un échantillon isolé et de rendre leur séparation non-régulière. Selon les équations 2.16 et 2.17 on obtient

$$\omega_m^c = \omega_m^s - 2\gamma (\omega_m^s - \omega^t) \quad (2.18)$$

$$\omega_{m+1}^c - \omega_m^c = (\omega_{m+1}^s - \omega_m^s) (1 - 2\gamma) \quad (2.19)$$

De ces résultats on remarque que cet effet devient d'autant plus fort selon que l'écart de fréquence entre la résonance mécanique du spécimen libre et celle du transducteur libre augmente. Finalement, l'intensité des résonances (leur hauteur) sera d'autant plus grande que le résonateur sera excité près de la résonance propre du transducteur, ce qui occasionne l'enveloppe en forme de cloche des pics individuels du résonateur composé (figure 7a).

#### D. Facteurs affectant la sensibilité du résonateur

Dans cette section nous considérons les facteurs possibles qui viennent dégrader les performances idéales évaluées précédemment. En pratique,

ces défauts diminuent la sensibilité théorique d'un résonateur, ce qui se traduit par un élargissement "non-homogène" des pics de résonance mécanique, comparé à la largeur de bande "homogène" provenant de l'atténuation intrinsèque de l'échantillon.

#### D-1. Le résonateur à faces non-parallèles

Considérons un échantillon isolé unidimensionnel dont les faces sont planes mais légèrement non-parallèles, de longueur moyenne  $a/2$  et d'écart de parallélisme  $(\Delta a)/2$  selon le centre du spécimen (figure 5b). Il y aura une distribution continue de parcours aller et retour de longueurs variant entre  $(a-\Delta a)$  et  $(a+\Delta a)$ , où  $\Delta a \ll a$ ; on peut alors approximer chaque terme de l'équation 2.1 par une série de termes en  $\Delta(t-N\tau)$  dont chacun sera multiplié par une exponentielle de la forme

$$\frac{1}{2\Delta a} \int_{a-\Delta a}^{a+\Delta a} e^{-N(\alpha + iR)a'} da'$$

Supposons une atténuation constante sur tous les parcours possibles; la réponse en fréquence pour le mode continu sera

$$A_1 = -\frac{i}{2\pi\Delta\omega} \tau_g^{-1} \left\{ \frac{-2\omega_\alpha \Delta\omega}{[\omega_\alpha^2 - \Delta\omega^2] + (\omega_m - \omega)^2} \right\}$$

$$A_2 = \frac{1}{4\tau \Delta \omega} \log \left\{ \frac{\omega_0^2 + [\omega_m - \Delta \omega - \omega]^2}{\omega_0^2 + [\omega_m + \Delta \omega - \omega]^2} \right\}$$

avec

$$\Delta \omega = \frac{\Delta (R \cdot d)}{\tau}$$

La figure 9 illustre quelques tracés de  $|A|$ ,  $A_1$  et  $A_2$  pour différentes valeurs de  $\Delta\omega$ . En comparant avec les valeurs homogènes, on voit que  $\Delta\omega$  représente un élargissement supplémentaire des pics de résonance mécanique.

#### D-2. Modes harmoniques de propagation longitudinaux et transversaux

La cavité contenant l'échantillon agit comme un guide d'onde et permet donc l'existence de plusieurs modes de propagation: en plus de l'onde longitudinale plane se propageant selon l'axe reliant les deux transducteurs, ces derniers peuvent générer certains modes harmoniques transversaux qui se propageront si la géométrie de la cavité le permet.

Considérons en premier les parois du résonateur comme parfaitement réfléchissantes. L'onde se propageant dans la direction x peut s'exprimer comme un ensemble complet de fonctions propres  $\{u_j(y, z)\}$  provenant de la

solution tridimensionnelle de l'équation d'onde sur les parois transversales du résonateur

$$\tilde{A}(x, y, z, t) = \sum_{j=0}^{\infty} b_j u_j(y, z) e^{-\alpha_{xj} x} e^{i(\omega t - k_{xj} x)}$$

Le nombre d'onde  $k_{xj} = (\omega^2/c^2 - k_j^2)^{\frac{1}{2}}$  pour le  $j^{\text{ième}}$  mode est lié à la valeur propre  $k_j$  provenant de la fonction propre  $u_j(y, z)$ ; la vitesse de phase associée à ce mode est  $c_j = \omega/k_{xj}$ , et les  $b_j$  sont des coefficients de développement. Finalement  $\alpha_{xj} = (c_j/c)\alpha$  représente l'atténuation correspondante à ce mode.

La solution  $k_j=0$  représente le premier mode fondamental, ou bien l'onde unidimensionnelle dans la direction  $x$ ; les modes supérieurs génèrent, en plus de la composante  $x$ , des ondes se propageant selon  $y$  ou  $z$ . Il en résulte une onde avançant dans la direction  $x$  tout en zigzaguant sur les parois du résonateur. En pratique, ces modes existeront si:

1. Ils sont générés par le transducteur émetteur.

2. Si les dimensions de la cavité le permettent.

La fréquence de coupure du  $j^{\text{ième}}$  mode répond à la condition de pulsation  $(\omega/c) \geq k_j$ . On peut écrire la réponse d'un résonateur tridimensionnel comme

$$\tilde{A}(t) = e^{i\omega t} \left\{ \Delta(t) (\gamma_0 + \gamma_1 + \dots + \gamma_n) \right.$$

$$+ \Delta(t-\tau) (\gamma_0 e^{[-\alpha_{x0} + i k_{x0}]a} + \gamma_1 e^{[-\alpha_{x1} + i k_{x1}]a} + \dots + \gamma_n e^{[-\alpha_{xn} + i k_{xn}]a})$$

+ ....

$$+ \Delta(t-N\tau) (\gamma_0 e^{-N[\alpha_{x0} + i k_{x0}]a} + \gamma_1 e^{-N[\alpha_{x1} + i k_{x1}]a} + \dots + \gamma_n e^{-N[\alpha_{xn} + i k_{xn}]a})$$

$$+ \dots \quad \}$$

où

$$\gamma_n = b_n \int_{\text{face } x=0} u_n(y, z) dy dz$$

Dans l'ensemble des fréquences répondant à la condition  $k_{x0}a = 2\pi m$ , où  $m=1, 2, 3, \dots$ , les termes contenant le coefficient  $\gamma_0$  s'additionnent constructivement pour produire les résonances harmoniques décrites précédemment. Cependant, la présence simultanée des termes  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  résulte en des effets d'interférence décrits ci-bas.

### D-3. Interférence entre les modes longitudinaux et transversaux

Lorsqu'on augmente la fréquence à partir de  $\omega_{m0}$  jusqu'à  $\omega_{mn}$  correspondant à  $k_{xn}a = 2\pi m$ , l'ensemble de termes contenant  $\gamma_n$  s'additionnent constructivement; la réponse en fréquence d'un résonateur tridimensionnel contient donc les résonances longitudinales  $\omega_{m0}$  prédites par le modèle unidimensionnel entourées de résonances secondaires (causées par les modes transversaux). Ces modes se propagent en zigzag et seront soumis à une plus grande atténuation à cause de la longueur accrue de leur parcours; leur largeur de bande augmentera donc lorsqu'on augmente l'ordre  $n$ .

Les termes correspondant à une résonance mécanique longitudinale particulière et ceux correspondant aux résonances transversales adjacentes peuvent interférer entre eux; à la fréquence  $\omega_{m0}$  de la  $m^{\text{ième}}$  résonance longitudinale, le degré d'interférence entre celle-ci et les résonances transversales adjacentes  $\omega_{mn}$  est déterminé par le quotient  $|\gamma_n|/|\gamma_0|$  et la séparation ( $\omega_{mn} - \omega_{m0}$ ). Ces effets d'interférence produisent de l'élargissement non-homogène des deux modes considérés (voir à la figure 10).

### D-4. Les adaptations électriques des transducteurs

L'emploi de transducteurs dans l'évaluation des propriétés mécaniques d'un corps est valide si les propriétés mécaniques du résonateur acoustique sont approximativement isolées du circuit électrique externe.

Si l'on représente l'échantillon par un segment de ligne de transmission, on peut simuler le comportement du spectromètre par transmission par le circuit équivalent illustré à la figure 11a. Le circuit d'adaptation (indice  $M$ ) est représenté par l'inductance variable  $L_M$  et la résistance  $R_M$ , cette dernière simulant les pertes. La source de tension  $V$ , d'impédance interne  $R_G$ , représente le transmetteur et  $R_R$  le récepteur. On peut simplifier ce circuit en syntonisant  $L_M$  pour annuler  $C_0$ , et supposant les transducteurs à la résonance et l'échantillon remplacé par un circuit résonant RLC série (figure 11b)

La puissance au récepteur s'exprime comme

$$P = \frac{\left(V^2/R_R\right)^2 \left[R_M R_R / (R_M + R_R)\right]^4}{\left[R + \frac{2 R_M R_R}{R_M + R_R}\right]^2 + \frac{L}{\omega^2} (\omega^2 - \omega_m^2)^2}$$

De façon générale les pertes dans l'échantillon  $R$  sont plus grandes que celles provenant des transducteurs  $R_M R_R / (R_M + R_R)$ . Au voisinage d'une résonance mécanique

$$\frac{[\omega^2 - \omega_m^2]^2}{\omega^2} \simeq 4 [\omega - \omega_m]^2$$

et

$$P = \frac{k}{\omega_{pertes}^2 + [\omega - \omega_m]^2}$$

où  $K$  est une constante du système. À la résonance mécanique  $\omega_m$  la demi-largeur de bande est donnée par  $\omega_{pertes}$ , qui comprend les pertes électroniques et acoustiques

$$\omega_{pertes} = \frac{1}{4} \left[ R + \frac{2 R_M R_R}{R_M + R_R} \right]$$

L'effet des pertes est de remplacer  $\alpha$  et  $\omega_\alpha$  dans les équations théoriques par  $\alpha^* = \alpha + \alpha^e$  et  $\omega_\alpha^* = \omega_\alpha + \omega_\alpha^e$ , où  $\alpha^e = \omega_\alpha^e/c$  représente l'atténuation additionnelle apparente causée par les pertes d'énergie dans le circuit électrique externe (voir l'exemple à la figure 12). Si les transducteurs et le circuit électrique sont bien adaptés, les pertes dans ces deux parties prédominent sur celles de l'échantillon. Il faut donc mesurer les transducteurs d'avec le reste du circuit de l'oscillateur de façon à minimiser les pertes du signal électrique dans les circuits d'adaptation et les transducteurs.

## CHAPITRE III

### LA PARTICULE DANS LE CHAMP ACOUSTIQUE DU RÉSONATEUR

#### A. Hypothèses

Lorsqu'une onde acoustique rencontre un corps dont les propriétés acoustiques diffèrent du milieu de propagation, l'interaction qui en résulte produit deux effets. En premier, l'onde incidente force le corps étranger à osciller sous l'effet du transfert de l'énergie acoustique. En second lieu, le corps étranger va réfléchir l'onde; cependant cette onde réfléchie ressemblera peu à la géométrie de l'objet. Il en résulte une répartition complexe de l'énergie réfléchie, appelée figure de diffusion. La diffusion produit une perte d'énergie de l'onde incidente.

Le développement mathématique de la diffusion qui suit utilisera les hypothèses suivantes.

1. Le front d'onde est plan et quasi-stationnaire.
2. Le liquide s'écoule très lentement dans le résonateur comparé à la

vitesse du son. Il est homogène et libre de toute autre cause de diffusion: bulles d'air, tourbillons dus à l'écoulement, etc.

### 3. Les particules sont considérées rigides et de forme sphérique.

En réalité les particules utilisées pour les expériences de détection dans les liquides sont de forme irrégulière; cependant les modes de propagation acoustiques sont imprévisibles à l'intérieur d'un corps à géométrie aléatoire. Une première approximation simplifie le traitement de la diffusion en imposant une forme régulière (une sphère) à la surface de la particule; si de plus l'onde acoustique incidente ne peut pénétrer la sphère (rigidité) le traitement néglige les résonances internes pouvant modifier la diffusion à l'extérieur de la sphère. Finalement, l'intensité du faisceau acoustique entre les transducteurs ainsi que le fait que la particule se trouve dans un champ quasi-stationnaire font que cette dernière n'oscillera pratiquement pas sous l'influence des ondes incidentes (voir l'anneau B).

## B. Phénomène de diffusion

### B-1. Le potentiel de vitesse de l'onde diffusée

Soit une sphère rigide et immobile de rayon  $R$  dans le champ acoustique quasi-stationnaire (voir la figure 13). La diffusion étant maximale

lorsque le centre de la sphère coïncide avec un antinoeud de potentiel de vitesse (noeud de vitesse) de vibration dans le liquide,  $h$  sera l'écart entre le centre de la particule et l'antinoeud de potentiel de vitesse. Soit  $\varphi_i$  le potentiel de vitesse de l'onde incidente plane quasi-stationnaire<sup>10</sup>

$$\varphi_i = A e^{i [k(x+h) - \omega t]} + B e^{-i [k(x+h) + \omega t]} \quad (3.1)$$

Les premier et deuxième termes représentent les ondes progressives planes se propageant dans les directions  $+x$  et  $-x$  respectivement, d'amplitudes  $A$  et  $B$ , de pulsation  $\omega$  et de nombre d'onde  $k=2\pi/\lambda$  dans le fluide; nous supposons ici que  $A>B$  et que ce sont des quantités réelles. Il est plus pratique d'exprimer le terme spatial de l'onde en termes de fonctions radiales et angulaires: c'est la méthode des ondes partielles. Le développement requis donne<sup>11</sup>

$$\begin{aligned} e^{ikx} &= e^{ikr \cos \theta} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n J_n(r) P_n(\cos \theta) \end{aligned}$$

De plus, en posant

$$\Delta_n = e^{i k h} + (-1)^n (B/A) e^{-i k h}$$

l'équation 3.1 devient

$$\varphi_i = A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n \Delta_n J_n(kr) P_n(\cos \theta) e^{-i \omega t} \quad (3.2)$$

Le fluide entourant la sphère est limité par la cavité du résonateur; mais de par sa géométrie ce dernier ne réfléchira qu'une fraction négligeable de l'onde diffusée vers la sphère. Pour cette raison, l'onde incidente ne provient que des transducteurs. On peut aussi écrire le potentiel de vitesse de l'onde diffusée comme

$$\varphi_d = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (2n+1) i^n \Delta_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta) e^{-i \omega t} \quad (3.3)$$

Le potentiel de vitesse total dans le fluide est donc la somme de deux contributions<sup>12</sup>

$$\varphi = \varphi_i + \varphi_d \quad (3.4)$$

Puisque la sphère est immobile et rigide, la vitesse du fluide sera nulle à la surface de la particule. Selon les équations 3.2, 3.3 et 3.4, cette condition s'exprime comme

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) k \cdot i^n \Delta_n [A J_n'(kR) + C_n h_n^{(1)}(kR)] P_n(\cos \theta) e^{-i\omega t} = 0$$

Donc

$$C_n = - \frac{A J_n'(kR)}{h_n'(kR)} , \forall n \quad (3.5)$$

où pour des raisons pratiques on n'écrira plus le suffixe <sup>(1)</sup> pour  $h_n^{(1)}(b)$  et posé

$$b = kR = \frac{2\pi R}{\lambda}$$

En terme des angles de phase (voir l'annexe C) on peut écrire

$$|C_n|^2 = |A|^2 \sin^2 \delta_n'(b) \quad (3.6)$$

### B-2. La section efficace totale de diffusion

Selon l'équation 3.3 la pression de l'onde diffusée s'écrit comme

$$p_d' = i\omega \rho_0 \sum_{n=0}^{\infty} C_n i^n (2n+1) \Delta_n h_n(kr) P_n(\cos \theta) e^{-i\omega t} \quad (3.7)$$

La vitesse radiale de vibration s'obtient par

$$u_{dr} = \frac{\partial \varphi_d}{\partial r} = k \sum_{n=0}^{\infty} C_n i^n (2n+1) \Delta_n h'_n(kr) P_n(\cos \theta) e^{-i\omega t} \quad (3.8)$$

Puisque l'onde diffusée est monochromatique, son intensité radiale s'exprime comme

$$I_{dr} = \langle u_{dr} p_d' \rangle = 1/2 \operatorname{Re} (u_{dr} p_d'^*) \quad (3.9)$$

A l'aide des équations 3.7 et 3.8, cette dernière équation devient

$$\begin{aligned} I_{dr} = & \frac{1}{2} \rho_0 \omega k \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (2n+1) (2m+1) i^{m-n} \\ & \times P_n(\cos \theta) P_m(\cos \theta) C_m C_n^* \left[ -i h'_m(kr) h_n^*(kr) \right] \\ & \times \Delta_m \Delta_n^* \end{aligned} \quad (3.10)$$

La figure 14 illustre l'intensité de l'onde diffusée pour quelques grosseurs de particules. De petites sphères ( $b \ll 1$ ) causeront une faible diffusion; cependant, au fur et à mesure que le diamètre augmente, la figure de diffusion se complique. À la limite  $b \rightarrow \infty$  l'intensité totale diffusée est contenue dans une section du faisceau incident valant le double de la section géométrique de la sphère,  $\pi R^2$ : la moitié est réfléchie également dans toutes les directions et l'autre moitié est concentrée en un faisceau étroit qui interférera destructivement (phase de  $180^\circ$ ) avec le faisceau incident, causant ainsi "l'ombrage" derrière la particule.

La puissance totale diffusée s'obtient en intégrant  $I_{dr}$  sur une surface sphérique de rayon  $r$ . En utilisant la propriété d'orthogonalité des polynômes de Legendre, on obtient

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_d &= 2\pi r^2 \rho_0 \omega k \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) |\zeta_n|^2 |\Delta_n|^2 \\ &\quad \times \operatorname{Re} \left[ -i h_n'(kr) h_n^*(kr) \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

Utilisant la formule de récurrence pour  $h_n'(kr)$  et sachant que les fonctions  $j_n$  et  $y_n$  sont réelles si leurs arguments sont réels, la quantité entre crochets de l'équation 3.11 donne  $1/k^2 r^2$ . Donc

$$\mathcal{P}_d = 2\pi \rho_0 c_0 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) |\zeta_n|^2 |\Delta_n|^2 \quad (3.12)$$

La section efficace totale de diffusion se définit comme la surface du faisceau incident transmettant une puissance égale à la puissance diffusée:

$$\sigma_d = \pi I_{inc} / I_{inc} \quad (3.13)$$

Pour l'onde progressive plane incidente

$$I_{inc} = 1/2 \rho_0 \omega R |A|^2$$

et à l'aide de l'équation 3.6, l'équation 3.13 devient

$$\sigma_d = \frac{4\pi R^2}{b^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) |\Delta_n|^2 \sin^2 \delta_n'(b)$$

Selon la définition de  $\Delta_n$

$$\frac{\sigma_d}{\pi R^2} = \frac{4}{b^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \left\{ 1 + \left[ \frac{B}{A} \right]^2 + (-1)^n 2 \left[ \frac{B}{A} \right] \cos 4\pi \left[ \frac{h}{\lambda} \right] \right\} \quad (3.14)$$

Les angles  $\delta_n'(b)$  se calculent à l'aide des informations trouvées dans l'annexe C. Lorsque  $B=0$  (onde progressive), la figure 15 montre que la section efficace de diffusion est de l'ordre de grandeur de la section géométrique de la sphère ( $10,6 \geq b \geq 2,2$ ). Cependant, à cause du champ quasi-stationnaire cette même valeur dépendra aussi de la position du centre de la particule selon un antinode de pression. Selon l'équation 3.14, le facteur  $(-1)^n \cos 4\pi (h/\lambda)$  peut être positif ou négatif, selon  $n$  et la valeur

de  $h/\lambda$  ; il pourra donc s'additionner ou se soustraire au facteur  $1+(B/A)^2$ . Dans le cas de petites particules,  $b=2$ , le rayon de la particule est plus petit que la mi-longueur d'onde et sa section efficace de diffusion dépend donc fortement de sa position. Lorsque le rayon de la particule augmente pour devenir comparable à la longueur d'onde, cet effet dépend moins de la position, tel qu'illustré aux figures 16, 17 et 18.

### C. La réponse du système au passage d'une particule dans le résonateur

Lorsqu'une particule traverse le champ acoustique du résonateur elle diffuse une fraction de l'énergie y étant emmagasinée; la phase et la direction de l'onde diffusée sont telles que la perte d'énergie dans le résonateur correspond à la section efficace de diffusion de la particule.

Si de plus l'oscillateur est syntonisé sur un pic de résonance mécanique du résonateur, ce dernier possèdera une sensibilité maximale à l'atténuation. Pour évaluer la chute de tension produite par diffusion à la sortie de l'oscillateur, supposons une tension d'amplitude initiale de

$$V_{\text{sortie}} = k |A_1| = \frac{k}{\alpha d} \quad (3.15)$$

où  $k$  est une constante de proportionnalité entre la pression acoustique et la tension qu'elle induit sur les transducteurs. La différence d'atté-

nuation due à une particule dans le champ acoustique de section S se formule comme

$$e^{-\Delta \alpha a} = e^{-\sigma_d/s}$$

ce qui donne

$$\Delta \alpha = \frac{1}{a} \ln \left[ 1 - \frac{\sigma_d}{s} \right] \quad (3.16)$$

La variation du signal ultrasonore correspondante sera, selon 2.14,

$$\Delta A_1 = \left[ \frac{k}{\alpha^2 a} \right] \frac{1}{a} \ln \left[ 1 - \frac{\sigma_d}{s} \right] \quad (3.17)$$

Finalement, la baisse du signal à la sortie de l'oscillateur accompagnant la particule est obtenue en combinant les équations 1.1, 3.15 et 3.16

$$\Delta V_{\text{sortie}} = \left( -\frac{dG}{dV_{\text{entrée}}} \right)^{-1} \frac{G^3 V_{\text{sortie}}}{\alpha a} \ln \left[ 1 - \frac{\sigma_d}{s} \right] \quad (3.18)$$

Le tout prend la forme d'une impulsion de tension dans le temps dont la largeur dépend du temps de passage de la particule dans le champ acoustique

tique et la profondeur du pic de tension dépend des propriétés du résonateur (via  $\alpha$ ,  $a$  et  $S$ ), de l'oscillateur (par  $G$  et  $G(\text{Ventrée})$ ) et de la particule (selon  $\sigma_d$ ); c'est ce qu'illustre la figure 19.

L'OUST possède donc un double avantage: en plus d'amplifier de faibles variations d'atténuation acoustique via le résonateur, il les multiplie par la sensibilité de l'oscillateur aux pertes électriques dans la boucle de rétroaction. A titre d'exemple, considérons une particule de 100 microns de diamètre traversant le champ acoustique du résonateur; en utilisant le système à 14 MHz, on peut approximer la section efficace totale de diffusion de la sphère par sa section géométrique, en plus d'employer les paramètres suivants:

$$\left| \begin{array}{l} S = 1,44 \text{ cm}^2 \\ a/2 = 0,9 \text{ cm} \\ \alpha = 0,15 \text{ cm}^{-1} \\ \left[ \frac{dG}{d\text{Ventrée}} \right]^{-1} \quad G^3 \simeq 50 \end{array} \right.$$

Initialement la tension à la sortie de l'oscillateur est de 1 volt; alors selon l'équation 3.15 et les paramètres énumérés ci-haut,  $k = \alpha a = 0,27$ . Selon l'équation 3.18 la particule produit une variation de signal de 10 millivolt. Si maintenant on emploie un système non-oscillant et non-résonant, la variation relative du signal au transducteur récepteur est donnée par l'équation 2.12, soit 55 microvolts ou bien 200 fois moins!

## CHAPITRE IV

### LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

#### A. L'amplificateur

L'amplificateur fournit le gain nécessaire pour l'oscillation spontanée de l'OUST; tel qu'illustré à la figure 20, le circuit amplifie un signal sinusoïdal de 40 décibels en tension sur une plage de fréquence allant de 11,9 à 14,4 MHz.

En pénétrant à l'entrée RF le signal électrique rencontre le premier étage, qui consiste en un amplificateur universel à gain variable; on peut le syntoniser à la sortie entre 8,2 et 14,4 MHz. Normalement, il fournit un gain unitaire, et son rôle est de présenter une impédance d'entrée élevée ( $215\Omega$ ). Le deuxième étage est le cœur de l'amplificateur; en plus de fournir le gain nécessaire il possède un circuit permettant le contrôle automatique de son gain (CAG). Il est monté en sortie non-différentielle, et sa réponse peut être syntonisée entre 11,9 et 16,8 MHz. Il est suivi du troisième étage qui consiste en un circuit tampon: il permet d'isoler le

circuit syntonisé à l'entrée du reste de l'amplificateur et d'abaisser l'impédance de sortie. Ensuite vient un autre circuit tampon qui ajuste l'impédance de sortie à 8 ohms environ. Finalement la sortie RF renvoie le signal amplifié au résonateur acoustique.

Le rôle du CAG est de fournir une tension de commande au deuxième étage d'amplification pour le forcer à rétablir, avec un certain délai, la tension initiale lorsque la tension d'entrée de cet étage varie. Il débute juste avant la sortie RF avec un circuit redresseur à simple alternance fournissant la tension continue nécessaire. Cette tension se divise ensuite en deux branches. Vers la droite, un amplificateur donne un gain de 2,2 et fournit une tension continue proportionnelle au niveau d'oscillation RF dans l'amplificateur: c'est le signal  $V_{detection}$ , montré à la figure 21. Vers la gauche le signal rencontre trois circuits analogiques. Le premier consiste en un amplificateur avec un gain ajustable entre un et onze et ajuste la tension lorsque l'entrée RF est nulle. Le second amplificateur, avec un gain de 2, ajuste le point d'opération du MC1590G. Ensuite le troisième simule un condensateur de grande capacité pour fournir une constante de temps de réaction de l'ordre de 20 secondes environ. Allant à la broche 2 du circuit MC1590G la résistance de  $47 \text{ k}\Omega$  détermine les caractéristiques de variation de gain de cet étage amplificateur.

### B. Le résonateur acoustique

La cellule d'analyse remplit deux fonctions. En premier, elle permet au liquide de circuler devant les transducteurs avec le minimum de turbulences. Tel qu'illustré à la figure 22, elle consiste en quatre pièces d'aluminium anodisé d'une longueur de 40 cm assemblées pour former le canal d'écoulement. Une vue en section à la figure 23 montre les deux parois minces contenant les transducteurs ainsi que leurs raccords électriques; deux autres pièces identiques de section rectangulaire assurent le parallélisme de l'ensemble. Finalement un embout à chaque extrémité de la cellule la relie au reste du système de circulation du liquide; le canal dans chacun d'eux est machiné tel que sa section passe graduellement de ronde à rectangulaire tout en conservant la même section ( $110 \text{ mm}^2$ ) que le canal d'écoulement de la cellule.

Les transducteurs et le liquide forment le résonateur acoustique, qui est la principale fonction de la cellule. Les transducteurs sont des céramiques piézo-électriques de titanate et zirconate de plomb qui sont utilisées dans les fréquences avoisinant leur troisième mode fondamental de résonance mécanique, soit à 13,7 MHz. Ils sont installés pour être directement en contact avec le liquide et le plus parallèles entre eux; leurs dimensions ( $12 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$ ) correspondent à la largeur du canal d'écoulement. Une telle géométrie permet donc au champ acoustique généré par les transducteurs de balayer toute la section de la cavité contenant le liquide. Si ce dernier atténue faiblement les ondes acoustiques, le résonateur constitue un élément ayant un facteur de qualité élevé dans la boucle de l'oscillateur.

### C. L'atténuateur commandé par tension

L'étalonnage de l'oscillateur requiert l'insertion d'un atténuateur dans le système pouvant électriquement produire une atténuation connue: selon l'équation 1.1, l'atténuateur produit une variation de l'atténuation du système  $\Delta p$  qui provoque une variation de l'amplitude du signal de sortie  $\Delta V_{\text{sortie}}$ .

#### C-1. Fonctionnement

L'atténuateur commandé par tension (ACT) utilisé produit une atténuation électrique commandée par une impulsion de tension positive dans un circuit comprenant un transistor à effet de champ. Une tension de commande  $V_{gs}$  à l'entrée du transistor régit le comportement du courant de sortie  $I_{ds}$  tout dépendant de la tension qui le draine  $V_{ds}$ . Le transistor se comporte donc comme une résistance dont la valeur dépend de la tension de commande: une augmentation de  $V_{gs}$  diminue la résistance effective du transistor, et vice-versa.

tel qu'illusttré à la figure 24, l'impulsion de tension positive de commande traverse en premier un circuit amplificateur fournissant la tension  $V_{gs}$  au transistor à effet de champ. Cette impulsion modifie la résistance du transistor, lui-même incorporé dans un circuit diviseur de tension. Le tout est inséré entre des circuits tampon qui présentent des im-

pédances constantes, peu importe celle du diviseur de tension. Ce dernier, dont l'impédance augmente selon la tension d'impulsion, vient atténuer le signal RF provenant de l'oscillateur.

### C-2. Étalonnage

On peut étalonner cet atténuateur en comparant l'atténuation produite par une tension d'impulsion donnée avec un atténuateur à décade préalablement étalonné. La figure 25 illustre la méthode de cet étalonnage. Un générateur de signaux envoie un signal de fréquence appropriée et de même amplitude dans chacun des deux atténuateurs; au début chacun d'eux est réglé pour produire la même atténuation du signal qu'il reçoit sans le déphaser. Chaque signal ainsi atténué en sort avec la même amplitude et une phase relative nulle pour ensuite pénétrer dans un circuit qui amplifie leur différence. La réponse de cet appareil doit être nulle dans les conditions d'équilibre des deux atténuateurs, et de fréquence identique à celle du générateur de signaux lorsqu'on varie l'un des deux atténuateurs (état de déséquilibre).

À chacune des entrées de ce circuit comparateur (figure 26) un étage d'amplification relève le signal reçu et le filtre à l'aide d'un circuit accordé à la sortie. À chaque étage, on peut varier le gain et la phase du signal à la sortie de sorte que l'on est en mesure d'ajuster chacun des signaux pénétrant dans l'amplificateur qui les compare avec la même ampli-

tude et un déphasage relatif de  $180^0$ .

## CHAPITRE V

### LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

#### A. Étalonnage de l'atténuateur commandé par tension

L'ACT fut étalonné à l'aide du dispositif expérimental décrit à la figure 25. L'atténuateur à décade déjà étalonné est initialement réglé pour produire la même atténuation que la perte d'insertion de l'ACT (environ -10 dB). On procède ensuite à de mineures corrections de gain et de phase à chaque entrée du circuit comparateur afin d'obtenir une réponse nulle à la sortie de ce dernier. On enregistre en premier la réponse produite par une variation d'atténuation de 0,1 dB de l'atténuateur à décade. Finalement, ayant rétabli l'équilibre initial, on mesure la réponse produite par une tension d'impulsion envoyée à l'ACT; cette dernière, variée entre 500 mV et 1100 mV, couvre le domaine de variation d'atténuation requis.

La manipulation fut répétée treize fois; chaque courbe ainsi obtenue fut traitée à l'aide d'un programme informatisé employant le calcul des moindres carrés. La figure 27 illustre la courbe s'ajustant le mieux aux résultats expérimentaux. L'équation de cette courbe nous renseigne sur la variation d'atténuation produite par la tension d'impulsion envoyée à l'ACT. Ces valeurs sont énumérées au tableau 1.

### B. Étalonnage de l'oscillateur

Pour étalonner l'oscillateur, il faut connaître la réponse de l'OUST (sa variation de l'amplitude de l'oscillation) à une variation d'atténuation connue. Selon l'équation 1.1 une différence de perte  $\Delta p$  dans la boucle de l'oscillateur causera une variation du niveau de l'oscillation à la sortie  $\Delta V_{sortie}$  qui dépend à la fois du gain de l'amplificateur, de ses caractéristiques de saturation et de la différence de perte électrique dans la boucle.

En insérant l'ACT dans l'oscillateur, tel qu'illustré à la figure 28, on peut produire à volonté de faibles variations de perte électrique continues. Le tout oscillera à la même fréquence qu'avant; cependant l'ACT réduira le niveau initial d'oscillation par sa perte d'insertion, ce qui aura pour conséquence d'augmenter le gain nécessaire pour l'oscillation. Le gain du système est déterminé en mesurant les tensions d'entrée et de sortie de l'amplificateur. Finalement les changements de niveau d'oscillation

sont enregistrés à l'aide de la sortie redressée de l'amplificateur ( $V_{detection}$ ). En variant le niveau de l'oscillation lorsque l'ACT produit une atténuation déterminée, on peut ainsi évaluer le facteur de sensibilité à la perte dans le système  $(-dG/dV_{entrée})^{-1}$ .

Puisque la tension  $V_{detection}$  à la sortie de l'amplificateur s'enregistre plus facilement que les tensions alternatives  $V_{entrée}$  et  $V_{sortie}$ , elle servira à l'étalonnage des paramètres de sensibilité de l'oscillateur.  $V_{detection}$  est proportionnel à  $V_{sortie}$ , selon la figure 21; de plus  $V_{sortie}$  est proportionnel à  $V_{entrée}$  dans la plage des tensions utilisées pour les mesures d'étalonnage (dans le domaine de plus grande linéarité de l'amplificateur, selon la figure 3a). On peut donc employer une forme modifiée de l'équation 1.1 qui rendra compte du comportement de l'oscillateur lors d'une variation d'atténuation. C'est à dire,

$$\Delta V_{detection} = \left( \frac{-dG}{dV_{detection}} \right)^{-1} G^3 \Delta p \quad (5.1)$$

La figure 29 illustre les résultats obtenus; l'on note une similitude entre l'allure de ces courbes et celle de la figure 3c. Pour une tension d'impulsion à l'ACT donnée ( $\Delta p$  fixe) l'oscillateur répond par une diminution de l'amplitude à la sortie de l'amplificateur ( $\Delta V_{detection}$ ). On remarque que cette dernière valeur augmente d'autant plus que la hauteur du signal dans l'oscillateur diminue: la sensibilité du système à la perte dans la boucle augmente significativement dans la région de plus grande linéarité de l'amplificateur. Dans cette région cependant, à cause

de la sensibilité accrue, l'impulsion d'atténuation parvient à complètement écraser le signal dans l'oscillateur:  $\Delta V_{detection}$  diminuera jusqu'à devenir pratiquement nul si l'on réduit le niveau de l'oscillation. Lors de l'acquisition de ces mesures, à une amplitude d'oscillation fixe, une dizaine d'impulsions d'atténuation et de réponses sont enregistrées à l'aide du polygraphe (figure 30); à cause du bruit inhérent on calcule la valeur moyenne et l'écart-type des valeurs  $\Delta V_{detection}$  ainsi obtenues.

Des courbes de la figure 29, on peut facilement déduire le facteur de sensibilité  $(-dG/dV_{detection})^{-1}$  en divisant chaque mesure de  $\Delta V_{detection}$  par  $G^3 \Delta p$ , qui sont tous deux connus. La figure 31 montre les quatre courbes ainsi obtenues. Les résultats de la courbe où la tension  $V_{impulsion}$  à l'ACT était de 500 mV ne furent pas utilisés car les impulsions de réponse ne ressortent pas assez du bruit dans le signal  $V_{detection}$ . De plus les courbes obtenues à l'aide d'impulsions supérieures à 850 mV furent mises à l'écart car les impulsions atténuent complètement le signal  $V_{detection}$  à des niveaux d'oscillation de plus en plus élevés; dans ce cas, l'extrapolation nécessaire de la courbe de sensibilité serait trop difficile à effectuer.

Idéalement les quatre courbes de la figure 31 devraient se confondre mais en pratique elles sont espacées les unes des autres d'une distance presque constante, en exceptant la courbe pour laquelle  $V_{impulsion} = 700$  mV. Puisqu'elles ont la même allure, le facteur  $G^3$  utilisé pour le calcul de chaque valeur de sensibilité ne semble pas être la cause de cette différence; cela dépend plutôt d'un facteur linéaire tel  $\Delta p$ . Cependant chaque valeur  $(-dG/dV_{detection})^{-1}$  fut calculée selon le quotient  $\Delta V_{detection}/(G^3 \Delta p)$ ; en conséquence les principales incertitudes relatives de ce rap-

port peuvent atteindre 40% (5 à 10% pour  $\Delta p$ , 30% pour  $G^3$ ) peuvent justifier l'emploi d'une courbe moyenne décrivant la sensibilité de l'oscillateur à l'atténuation. Celle-ci doit cependant être entachée d'une incertitude relative de 35% environ, tel qu'illustré à la figure 32. Ici on a dû recourir à l'extrapolation dans la région de plus grande sensibilité car l'impulsion d'atténuation était trop forte en quelques cas.

### C. La réponse du résonateur acoustique en fonction de la fréquence

La courbe de transmission de la cellule d'analyse en fonction de la fréquence fournit plusieurs informations sur l'emploi de celle-ci. La plus importante est de pouvoir évaluer la sensibilité du résonateur à l'atténuation acoustique en déterminant la largeur des pics de résonance à mi-puissance (formules 2.9 et 2.14). De plus, on peut ainsi localiser la plage de fréquence où l'atténuation électrique est la plus faible. Finalement la forme des pics de résonance nous renseigne sur les défauts limitant les performances de l'appareil.

La figure 33 illustre le dispositif d'acquisition de la courbe de transmission. Un générateur de signaux sinusoïdaux excite le résonateur acoustique à une fréquence variant linéairement au cours du temps. La réponse à la sortie est mesurée à l'aide du voltmètre et de l'enregistreuse.

### C-1. Courbes de transmission du résonateur contenant de l'eau

L'eau est un des deux liquides employés ici pour la détection de particules car il atténue relativement peu les ondes acoustiques; il peut donc être utile à la mise en évidence des défauts de transmission du résonateur. De plus l'eau sert de solvant à une foule de liquides susceptibles d'être testés avec l'OUST.

La figure 34 illustre la transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau déminéralisée et partiellement dégazée; la courbe possède quelques similitudes avec la figure 7a. En premier on remarque que la hauteur des pics de résonance culmine autour de 13,9 MHz, soit près de la résonance propre des transducteurs à 13,75 MHz. De plus chaque pic de résonance est régulièrement espacé de ses voisins d'environ 75 kHz, ce qui est justifié par la condition que la séparation des transducteurs (9 mm) contienne un nombre entier de demi-longueurs d'onde. En supposant des transducteurs parfaitement rigides, on obtient ainsi la différence en fréquence entre deux résonances voisines:

$$\Delta f = \frac{c_0}{2(a/2)} = 75 \text{ kHz}$$

On note cependant de fortes différences d'avec la réponse d'un résonateur idéal. On remarque en premier qu'entre deux résonances mécaniques consécutives la transmission est non-nulle. Une première cause de l'élargissement des résonances serait que l'eau employée ne soit pas assez puri-

fiée: elle atténuerait suffisamment les ondes acoustiques de façon à causer de l'interférence entre les modes harmoniques longitudinaux adjacents. Il faut cependant se rappeler les précautions prises à cet effet. En contrepartie, il est certain que les transducteurs et l'époxy derrière eux ne peuvent être considérés comme rigides; les ondes acoustiques les pénètrent et le spécimen (l'eau) ne peut être considéré comme isolé. Finalement les adaptations électriques entre l'amplificateur et les transducteurs représentent une cause supplémentaire d'élargissement non-homogène des résonances mécaniques. Tel que mentionné au chapitre II les pertes électriques dans les circuits d'adaptation sont inévitables; elles représentent une cause d'atténuation supplémentaire du signal électrique et ne peuvent être minimisées qu'en mésadaptant les transducteurs au circuit de l'amplificateur. On réalise un compromis en syntonisant les circuits d'adaptation pour qu'ils présentent des impédances résistives de  $50 \Omega$  environ à la fréquence de résonance des transducteurs, à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur.

Une autre caractéristique de cette courbe de transmission concerne la forme des résonances, spécialement celles situées entre 14 et 15 MHz, soit celles situées hors de la région avoisinant la résonance des transducteurs. L'allure des pics devient de moins en moins régulière, si on les compare avec celui de la figure 7b: ils présentent une structure multiple s'apparentant à la forme illustrée à la figure 9c. Le non-parallélisme des transducteurs peut démultiplier chaque pic, autrement unique, de deux façons. En premier, supposons un non-parallélisme vertical seulement: les ondes acoustiques rebondissent sur les transducteurs et finissent par se

perdre dans le reste du liquide dans le canal d'écoulement sans retour possible vers les transducteurs et sans heurter les parois latérales du résonateur. Il en résultera un dédoublement ainsi qu'un élargissement de chaque pic de résonance tel que montré à la figure 9c. Toutefois si le non-parallélisme, en plus d'être vertical, possède une composante horizontale, l'onde ultrasonore en plus de posséder une propagation nette horizontale frappera aussi les parois latérales. Les transducteurs peuvent ainsi générer des modes de propagation acoustiques transversaux car les dimensions latérales du résonateur (1,2 cm) et la fréquence employée permettent des résonances transversales espacées de 63 kHz environ.

Le débit de l'eau dans la cavité du résonateur ne modifie pas beaucoup l'allure de la courbe de transmission, comme le montrent les figures 35, 36 et 37; c'est que les vitesses d'écoulement en jeu sont très faibles en comparaison de la vitesse du son dans l'eau.

Lors des essais de détection de particules le débit est environ de 2 ml/s et la fréquence d'oscillation de l'OUST réglée autour de 14,2 MHz; il faut donc utiliser la figure 35b pour déterminer l'atténuation effective du résonateur et sa sensibilité à l'atténuation acoustique.

Selon la formule 2.9 la largeur de bande à mi-puissance (0,707 de la hauteur maximale du pic de résonance) est de

$$\Delta \omega = 2 \omega_\alpha = 2 \alpha c_0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\Delta \omega}{2 c_0} = \frac{\pi \Delta f}{c_0}$$

De la figure 35b, au pic situé à 14,2 MHz on mesure  $\Delta f=60$  kHz, et puisque  $c_0=1,5 \times 10^3$  m/s on obtient  $\alpha=1,25 \text{ cm}^{-1}$ .

Le facteur de sensibilité à l'atténuation est donné par la formule 2.14, et avec  $a/2=0,9$  cm

$$S_A = \frac{1}{\alpha^2 a} = 0,356 \text{ cm}$$

La valeur acceptée<sup>13</sup> de l'atténuation acoustique dans l'eau est de

$$\alpha = 25 \times 10^{-15} f^2 \text{ m}^{-1} = 5,04 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$$

ce qui donne  $S_A=219$  cm pour ce résonateur. L'élargissement non-homogène des résonances mécaniques prend ici toute son importance car elle rend l'atténuation effective du résonateur 25 fois plus grande que la valeur mesurée à l'aide d'un résonateur idéal.

#### C-2. Courbes de transmission du résonateur contenant du lait

Lorsque le résonateur contient du lait l'allure de la courbe de transmission s'en trouve fortement modifiée (figure 38). Le lait employé pour ces mesures contient environ 1% de matières grasses en suspension et il est maintenu à une température d'environ 12 °C par de la glace entourant

le bassin contenant la pompe (voir la figure 2) qui le refroidit et son parcours abaisse la température du système de circulation en entier.

On remarque en premier que les résonances mécaniques sont distantes les unes des autres de 75 kHz environ: c'est la même séparation en fréquence observée précédemment lorsque le résonateur contenait de l'eau; en fait l'eau est le principal constituant du lait (99% ici) servant à propager le son. Toutefois les pics y sont moins prononcés à cause des matières grasses présentes qui atténuent fortement le son. De plus les pics ne possèdent plus la structure complexe qu'ils affichaient dans le cas de l'eau; les modes de propagation transversaux sont eux aussi fortement atténués, affectant ainsi moins la forme des résonances que dans le cas de l'eau. La principale conséquence du non-parallélisme des transducteurs semble être l'élargissement non-homogène des résonances mécaniques.

La circulation du lait dans le résonateur acoustique modifie de façon profonde la courbe de transmission (figures 39 et 40). L'augmentation du débit du lait entraîne l'apparition de résonances mécaniques plus prononcées, en plus de causer un léger décalage en fréquence des pics de résonance d'une courbe à l'autre. Ces deux phénomènes illustrent le comportement de la vitesse de propagation du son dans le liquide selon la température et l'homogénéité. Premièrement, la circulation du lait à faible débit le rend plus homogène et favorise un équilibre thermique plus stable entre le système de circulation et le lait. La vitesse de phase acoustique devient ainsi plus uniforme le long du parcours de l'onde entre les transducteurs et favorise des résonances mécaniques mieux définies. De plus une variation de la température moyenne du lait d'une mesure de trans-

mission à une autre change la valeur de la vitesse de phase; puisque l'ordre des modes harmoniques longitudinaux dans la plage de fréquences couverte est élevée (de 175 à 200 environ), une variation minime de la vitesse de phase entraînera un décalage marqué de la courbe de transmission.

Selon la figure 40a, l'atténuation acoustique du résonateur contenant du lait ne peut être évaluée car les résonances mécaniques s'étalent trop: on ne peut déterminer leur largeur de bande à mi-puissance et procéder au même calcul que précédemment pour l'eau.

#### D. Détection de particules dans l'eau et le lait

Tel que décrit à la figure 1, l'OUST est en mesure d'être utilisé à la détection de particules en suspension dans le liquide circulant dans le résonateur; à l'aide de ce dispositif, on peut déterminer le gain de l'amplificateur, la fréquence de l'oscillation ainsi que le niveau du signal dans le système en tout temps.

Afin que l'OUST puisse détecter le plus efficacement possible la faible variation d'atténuation produite par une particule dans le champ acoustique de la cellule d'analyse, il faut que l'oscillateur soit correctement syntonisé au centre d'une résonance mécanique du résonateur acoustique. Selon la figure 8, à ce point d'opération, la sensibilité à l'absorption (atténuation) atteint un maximum tandis que la sensibilité

à la dispersion devient nulle. En excitant l'amplificateur et le résonateur acoustique disposés en mode de transmission avec un générateur de signaux effectuant un balayage en fréquence (figure 41), il devient facile d'ajuster la fréquence où le gain de l'amplificateur est maximal au centre d'une résonance mécanique de la cellule d'analyse; en syntonisant les circuits accordés des deux étages d'amplification à la même fréquence, la réponse de l'amplificateur en fonction de la fréquence prend l'allure d'une courbe de résonance typique (une cloche) dont le centre est situé à la fréquence de réglage désirée. Ce signal pénètre ensuite dans le résonateur acoustique pour y être multiplié par la courbe de réponse propre de ce dernier. La réponse totale du système se compose presque uniquement de la résonance mécanique choisie, les autres pics adjacents étant d'amplitude modeste. Finalement, en raccordant l'amplificateur au résonateur acoustique en boucle fermée, l'OUST oscille spontanément à une fréquence remplissant les conditions de gain et de phase énoncées précédemment, habituellement très près de la fréquence de réglage de l'amplificateur. Les retouches éventuelles de gain et de syntonisation sont possibles au moyen des contrôles disponibles sur l'amplificateur.

Le débit du liquide dans le système de circulation est contrôlé au moyen d'un étranglement à la sortie de la cellule (figure 2). Une fois la stabilité du débit atteinte et que la température du système est stabilisée (dans le cas du lait), les particules sont introduites en concentration désirée dans le bassin au bas de la cellule. La pompe et les agitateurs assurent une redistribution quasi-uniforme dans tout le système de circulation.

Lors des expériences de détection de particules, l'OUST fut réglé pour osciller sur des pics de résonance mécanique situés entre 14,0 et 14,5 MHz lorsque le débit de l'eau ou du lait atteint environ 2 ml/s. On évite ainsi les turbulences éventuelles dans le résonateur acoustique ainsi que les modifications d'amplitude et de fréquence des résonances mécaniques. Les particules de sable utilisées furent tamisées et leur répartition en diamètre varie entre 75 et 350  $\mu$  m au total. Pour chaque échantillon de particules employé, l'amplitude de l'onde dans l'oscillateur fut graduellement diminuée pour que le signal Vdéttection varie entre 700 mV et 100 mV par sauts de 200 mV.

Les figures 42 à 50 illustrent des échantillons d'enregistrements de détection de particules dans l'eau et les figures 54 à 62 sont pour des particules dans le lait. La forme de la plupart des impulsions est similaire à la forme d'une impulsion du signal Vdéttection causée par une particule (figure 19); cependant on remarque plusieurs impulsions présentant une structure complexe comprenant deux ou plusieurs pics secondaires. De fait, plusieurs situations peuvent survenir dans le faisceau ultraso- nore du résonateur acoustique.

En premier le cas le plus simple comprend l'impulsion unique provenant d'une seule particule diffusant le faisceau acoustique: celle-ci cause une impulsion d'atténuation dont la hauteur correspond à l'amplitude de la perte par diffusion, et la largeur à la base dépend de son temps de passage devant les transducteurs. La plupart des enregistrements impliquant les échantillons de particules comprenant les diamètres les plus importants montrent des impulsions individuelles aisément discernables.

Le cas où deux ou plusieurs particules sont simultanément présentes dans le faisceau ultrasonore explique les impulsions composées de deux ou plusieurs pics secondaires (exemple aux figures 42a et 45a). La première particule pénétrant le champ acoustique amorce une première impulsion de tension et qu'une autre surgisse sans que la première ait complété la traversée du faisceau, la première impulsion ne se terminera pas mais devra indiquer l'atténuation causée par la deuxième particule. Presque tous les enregistrements contiennent des impulsions de ce type, aisément identifiables à leur largeur plus importante qu'une impulsion unique. Un des cas limite de cette situation est celui où les particules défilent devant les transducteurs à une cadence telle qu'une particule quitte le faisceau acoustique et qu'une autre y pénètre presque immédiatement. Il s'en suit alors une série d'impulsions adjacentes correspondant au nombre de particules qui se succèdent; la tension Vdéttection présente une allure en dents de scie jusqu'à ce que la file de particules soit interrompue (exemples aux figures 42a, 43a, 55c et 57a). À l'autre opposé, plusieurs particules peuvent entrer et sortir du faisceau acoustique tandis que d'autre s'y trouvent déjà. Ce cas survient surtout avec des échantillons contenant les particules ayant les plus petits diamètres; elles furent injectées dans le liquide en concentration élevée et de ce fait plusieurs se retrouvent devant les transducteurs à la fois. Elles peuvent provoquer une baisse de l'intensité du faisceau acoustique s'étendant sur une longue période de temps (durée de plusieurs impulsions individuelles). La tension Vdéttection monte et baisse en des vagues périodiques suivant la concentration ambiante des particules devant les transducteurs (exemples aux figures 50a, 56a et b, 59, 61 et 62).

Finalement, la tension  $V_{detection}$  demeure stable au cours du temps lorsqu'aucune particule ne défile devant les transducteurs.

Les figures 51, 52 et 53 illustrent la grandeur des impulsions mesurées en fonction de la répartition des diamètres des particules de chaque échantillon dans l'eau; surimposées sur chacun de ces graphiques, on retrouve les impulsions théoriques susceptibles d'être obtenues selon la valeur connue de chacun des paramètres des équations 3.18 et 5.1. Puisqu'à chaque mesure on détermine le gain de l'amplificateur et sa tension de sortie, les termes  $G^3$ ,  $V_{detection}$  et  $(-dG/dV_{detection})^{-1}$  peuvent être aisément évalués. Les résonances mécaniques sur lesquelles l'OUST fut syntonisé se trouvent entre 14 et 14,4 MHz où l'atténuation effective du résonateur est d'environ  $1,25 \text{ cm}^{-1}$ , la séparation entre les transducteurs  $a/2 = 0,9 \text{ cm}$  et leur section  $S = 1,44 \text{ cm}^2$ . Finalement, la section efficace de diffusion des particules varie entre deux extrêmes, selon la position du centre de celles-ci relativement à un antinode de pression acoustique du champ entre les transducteurs (figures 16, 17 et 18). Comme chaque échantillon contient des particules de divers diamètres la section efficace de diffusion des particules d'un échantillon donné varie entre les deux extrêmes suivants: la plus petite particule produisant une diffusion minimale et la plus grosse diffusant au maximum, chacune selon leur position (facteur  $h/\lambda$ ).

On remarque que pour la plupart des échantillons le domaine de tension des impulsions théoriques est compris dans celui des impulsions mesurées. Plusieurs facteurs peuvent expliquer les écarts remarqués. Notons en premier que l'incertitude sur chaque valeur  $\Delta V_{detection}$  calculée ne

fut pas évaluée, mais qu'elle atteint 40%: 30% pour le facteur  $G^3$ , 10% environ pour  $(-dG/dV_{detection})^{-1}$ . De plus, lors de l'emploi de la formule 3.14 pour évaluer la section efficace de diffusion, le coefficient de réflexion  $B/A$  fut arbitrairement fixé à 0,7; des résultats obtenus à l'aide de ce coefficient cette valeur semble près de la valeur réelle. Aussi, il n'y a que les cinq graphiques des figures 16, 17 et 18 dans l'évaluation de la variation de la section efficace selon la position de la particule dans le champ acoustique; cependant quelques échantillons comprennent des particules dont le paramètre  $b$  est situé entre ces valeurs de  $b = 2, 4, 6, 8$  et 10. Finalement, la sensibilité de l'oscillateur à l'absorption est en tout temps supposée maximale, ce qui implique une syntonisation constamment maintenue au centre d'une résonance mécanique du résonateur. En s'écartant de ce cas idéal la sensibilité à l'absorption diminue et celle à la dispersion devient non-nulle: l'oscillateur devient sensible aux deux phénomènes à la fois.

Les figures 63, 64 et 65 montrent la hauteur des impulsions provoquées par la présence de particules dans le lait, selon les échantillons utilisés. On note qu'elles sont plus hautes que les impulsions provenant des mêmes échantillons de particules dans l'eau mesurées à un même niveau de tension  $V_{detection}$ . Malgré que l'atténuation du son dans le lait soit beaucoup plus grande que dans l'eau, le gain de l'amplificateur devra être plus élevé (environ 10 fois plus que pour l'eau) afin de permettre l'oscillation; le facteur  $G^3$  prédominera sur  $1/\alpha$  dans la formule 3.18 et permettra donc des valeurs de  $\Delta V_{detection}$  plus importantes que pour l'eau. Tel que mentionné plus haut, la largeur des résonances mécaniques du résonateur contenant du lait ne permet pas une évaluation de l'atté-

nuation effective du résonateur; on ne peut donc calculer les impulsions provenant des particules dans le lait. Un tel calcul serait cependant entaché des mêmes incertitudes et sujet aux mêmes limites que pour le calcul des impulsions causées par les particules dans l'eau. En plus, vue la forte atténuation du résonateur dans ce dernier cas, l'approximation théorique où  $S_A = 1/\alpha^2$  devient de moins en moins valide car ce modèle suppose une atténuation négligeable, ce qui n'est plus le cas ici.

Tableau 1

Différence d'atténuation fournie par  
 l'atténuateur commandé par tension  
 selon la tension d'impulsion qu'il reçoit

Tension	Atténuation	$\Delta$ perte
500*	$-1,375 \times 10^{-2}**$	$1,58 \times 10^{-3}***$
600	$-1,503 \times 10^{-2}$	$1,73 \times 10^{-3}$
700	$-1,75 \times 10^{-2}$	$2,01 \times 10^{-3}$
800	$-2,024 \times 10^{-2}$	$2,33 \times 10^{-3}$
850	$-2,429 \times 10^{-2}$	$2,79 \times 10^{-3}$
900	$-3,674 \times 10^{-2}$	$4,22 \times 10^{-3}$
930	$-5,088 \times 10^{-2}$	$5,84 \times 10^{-3}$
970	$-8,098 \times 10^{-2}$	$9,28 \times 10^{-3}$

\* Les valeurs sont exprimées en mV.

\*\* Les valeurs sont exprimées en dB, et sont précises  
 à  $\pm 10\%$ .

\*\*\* Les valeurs sont exprimées sans unités, et sont  
 précises à  $\pm 10\%$ .

Tableau 2

Valeurs de  $\delta'_n(b)$ 

	b=2	b=4	b=6	b=8	b=10
n=0	51,16	153,22	83,24	15,49	51,33
n=1	1,97	78,92	3,21	67,16	44,49
n=2	10,4	22,2	66,42	37,67	33,79
n=3	1,97	11,67	55,34	29,67	73,97
n=4	0,015	15,1	10,66	88,59	8,01
n=5	0,01	4,48	15,76	41,97	51,27
n=6	0,00	0,66	17,7	4,09	76,74
n=7		0,06	6,59	18,11	33,11
n=8		0,00	1,33	19,38	0,26
n=9			0,19	8,33	19,69
n=10			0,02	2,05	20,55
n=11			0,00	0,37	9,79
n=12				0,54	2,76
n=13				0,00	0,59
n=14					0,10
n=15					0,02
n=16					0,00

Les angles sont exprimés en degrés.

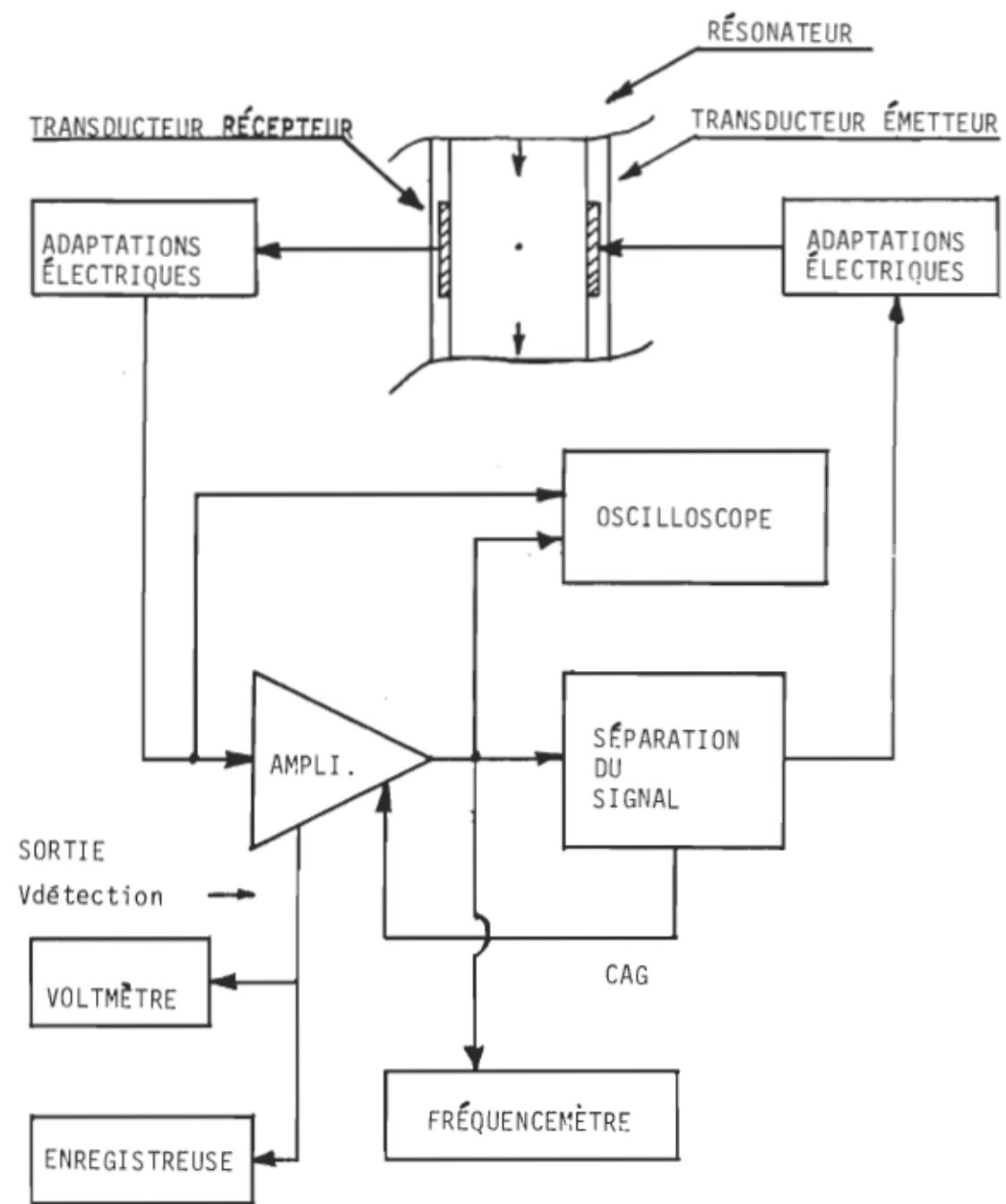


Figure 1. Schéma bloc de l'OUST.

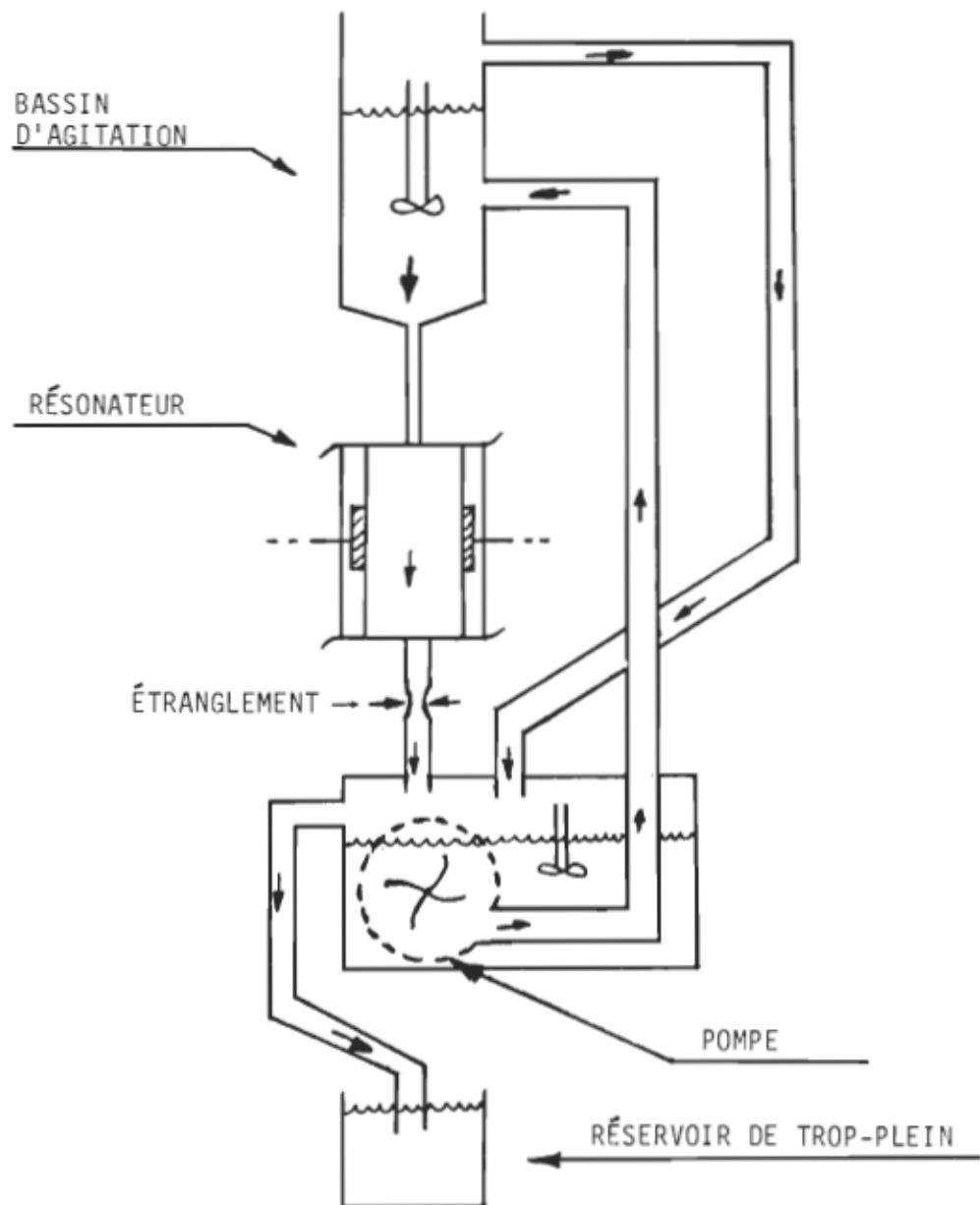


Figure 2. Système de circulation du liquide.

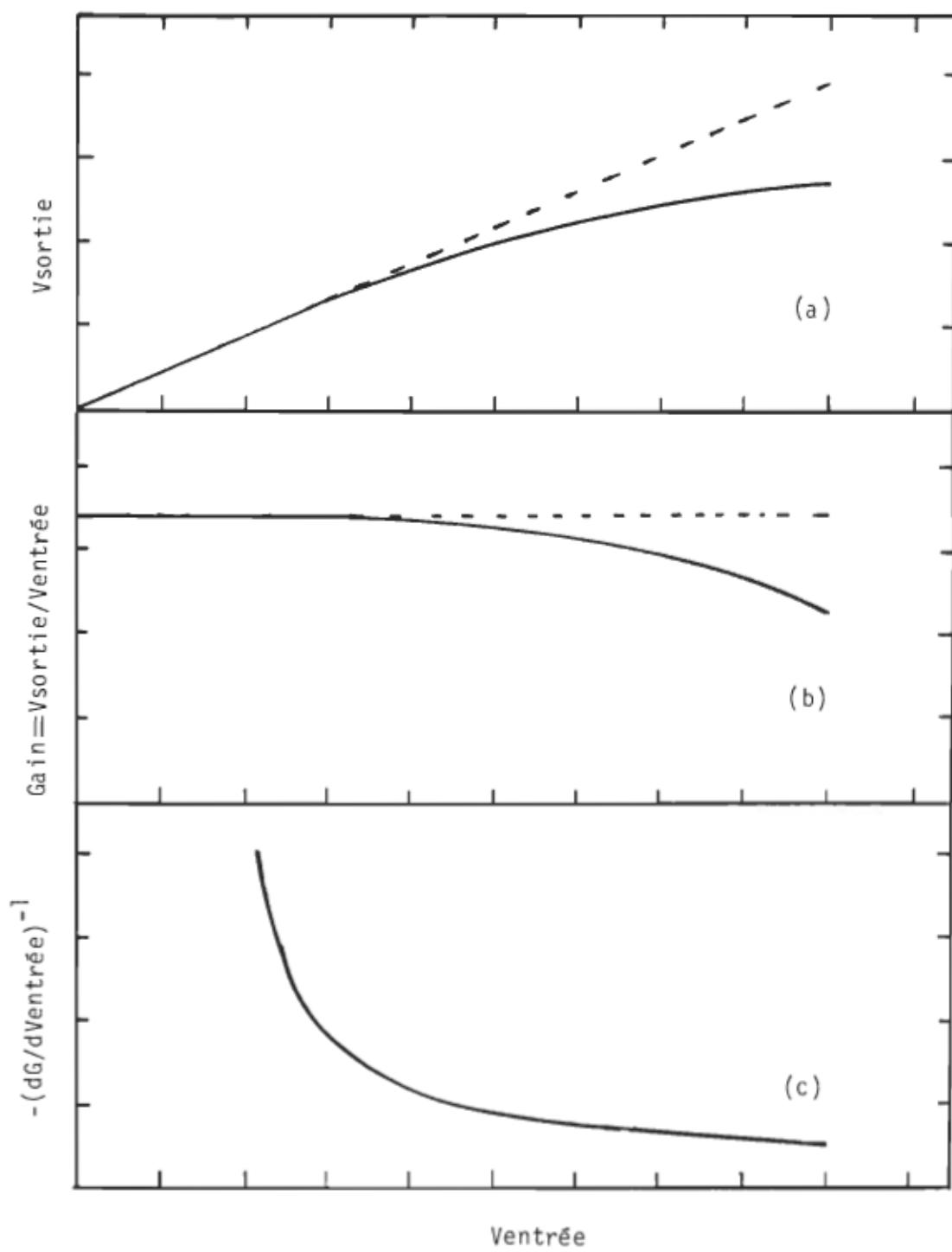


Figure 3. Courbes d'un amplificateur (les unités sont arbitraires).

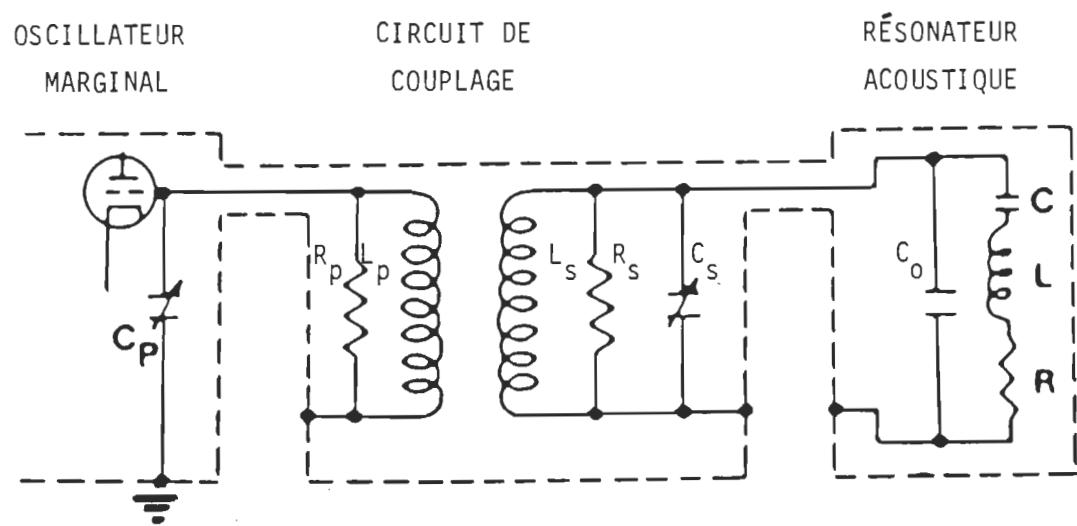


Figure 4. Schéma électrique de l'oscillateur ultrasonore spectrométrique marginal (référence 2, p.4968).

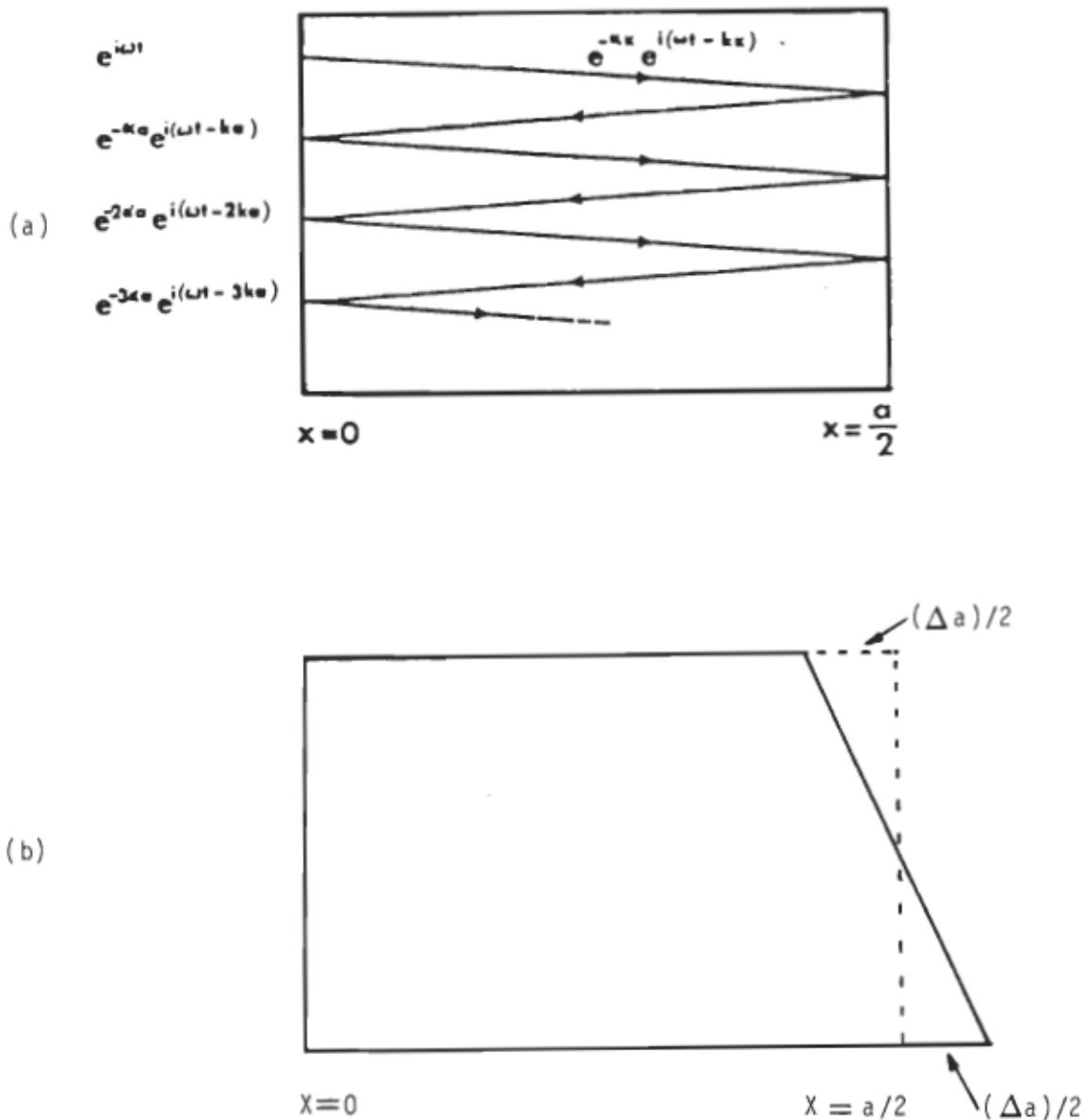


Figure 5a. L'addition idéale de plusieurs ondes partielles au récepteur à  $x=0$  produisant l'amplitude  $A=\text{Re}(\tilde{A})$  dans un résonateur ultrasonore isolé unidimensionnel (référence 7, p.4590).

Figure 5 b. Le résonateur ultrasonore isolé unidimensionnel dont les faces sont légèrement non-parallèles.

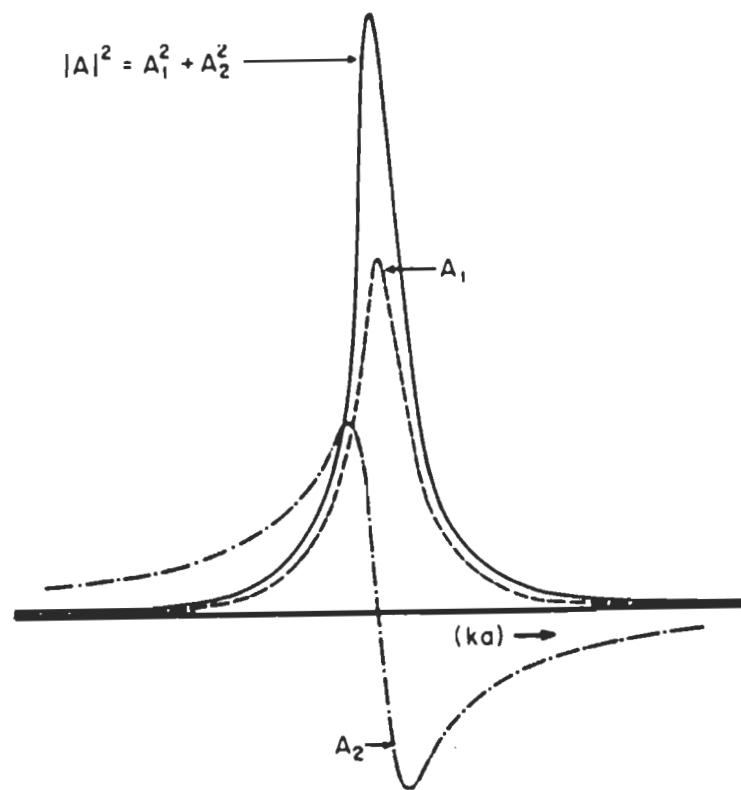


Figure 6. Tracés de  $A_1$ ,  $A_2$  et  $|A|^2$  en fonction de  $ka$  au voisinage d'une résonance mécanique (référence 9, p.107). Les échelles sont arbitraires.

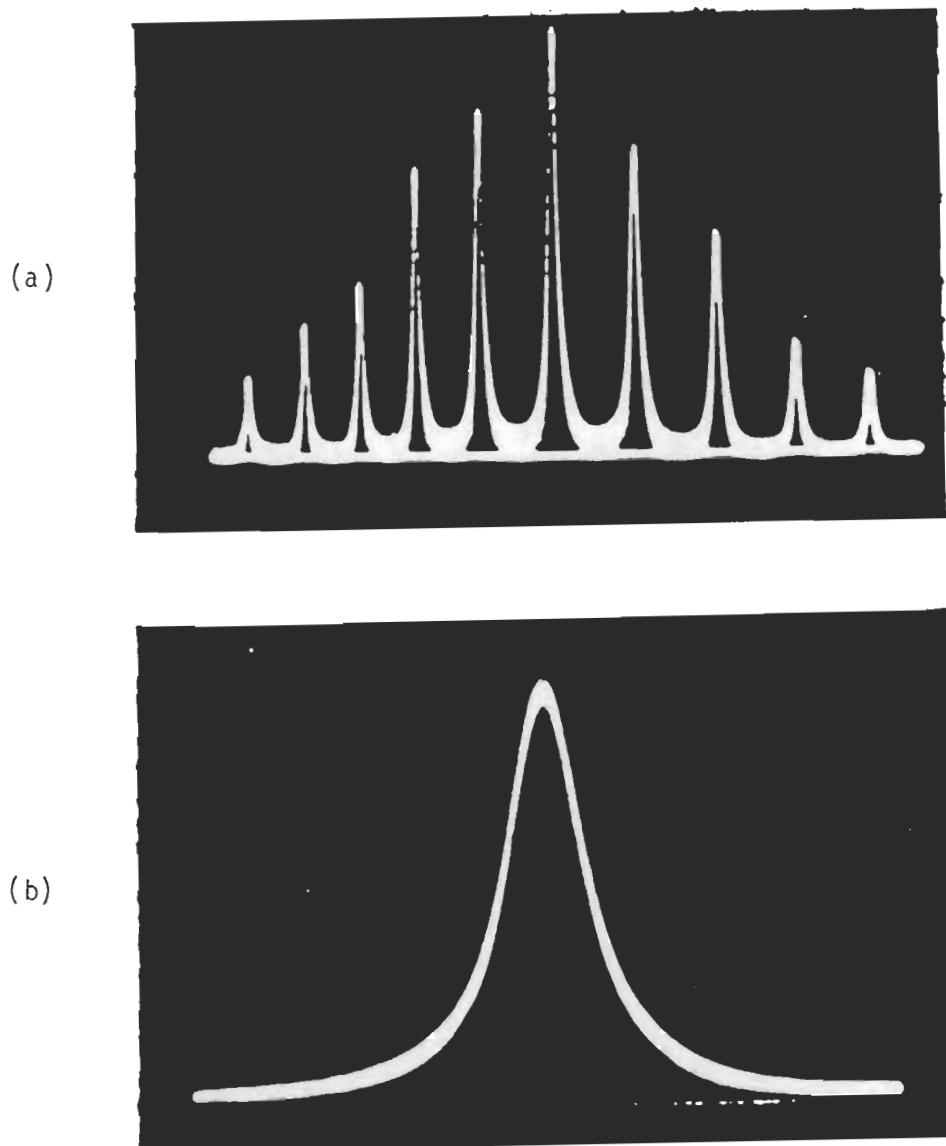


Figure 7a. Spectre d'un résonateur typique. L'enveloppe des différents pics dépend de la résonance des transducteurs (référence 9, p.99).

Figure 7b. Résonance mécanique, élargie en réduisant le domaine de balayage en fréquence (référence 9, p.99).

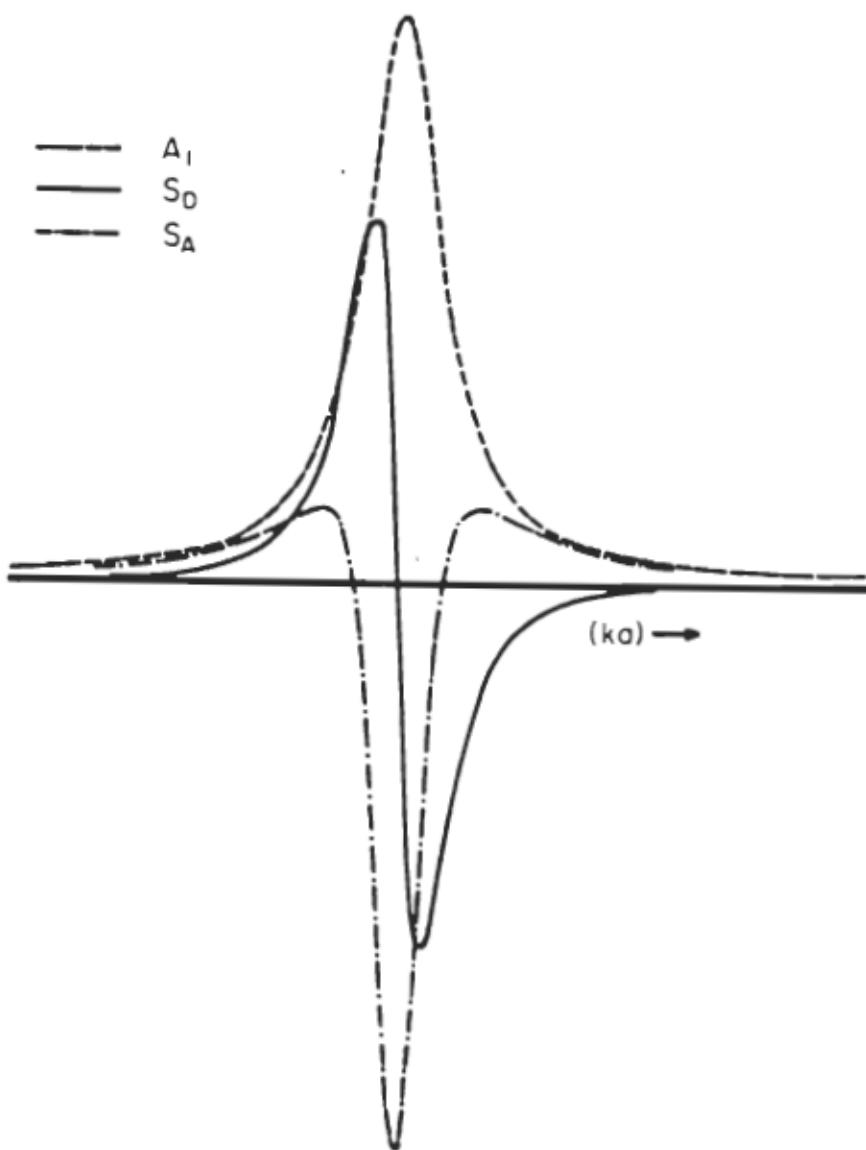


Figure 8. Sensibilités d'un résonateur à l'absorption ( $S_A$ ) et à la dispersion ( $S_D$ ) au voisinage d'une résonance mécanique ( $A_1$ ) (référence 9, p.131). Les échelles sont arbitraires.

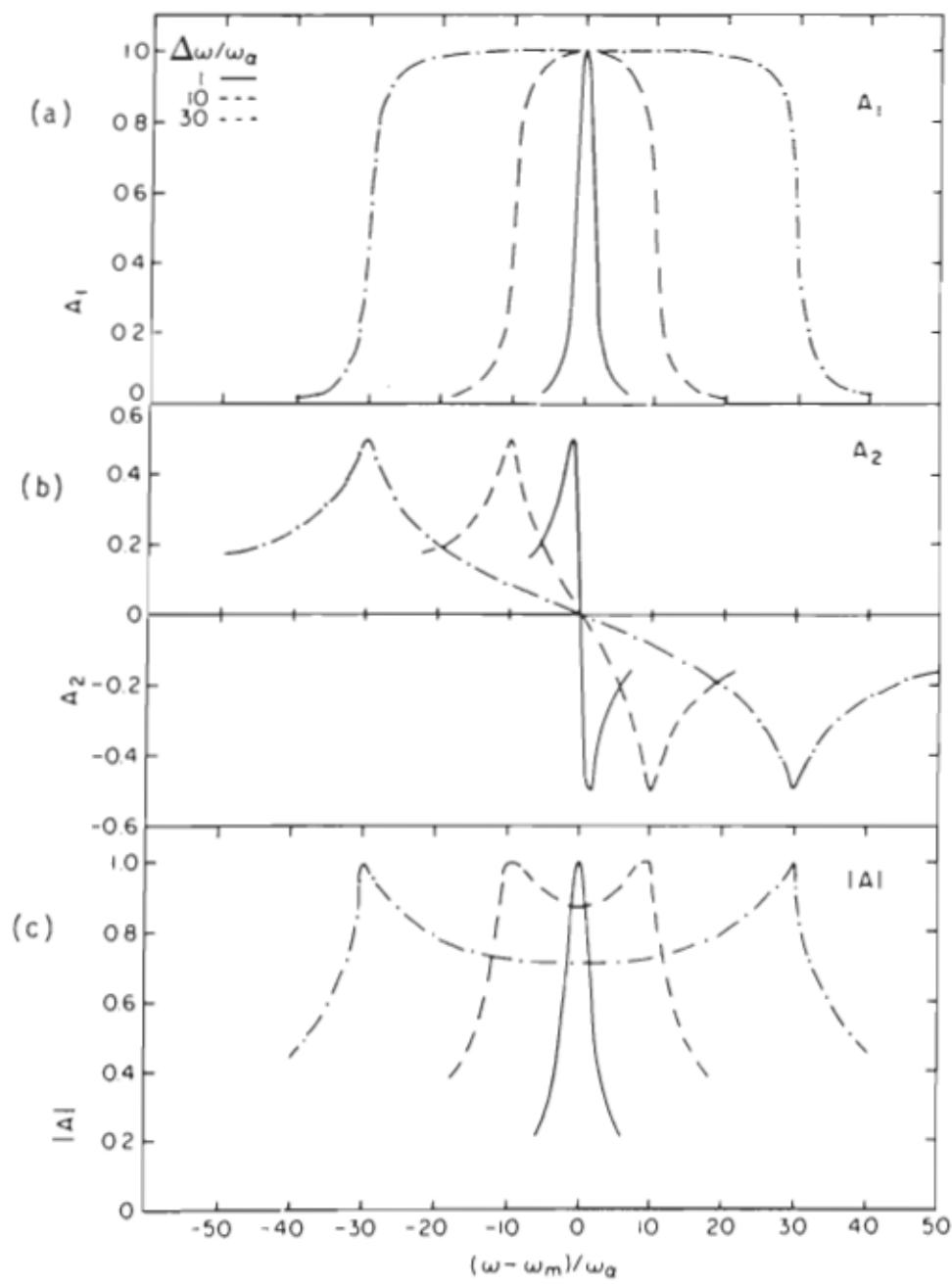


Figure 9. Valeurs normalisées de  $A_1$ ,  $A_2$  et  $|A|$  pour différentes valeurs de  $\Delta\omega/\omega_a$  au voisinage d'une résonance mécanique (référence 9, p.117).

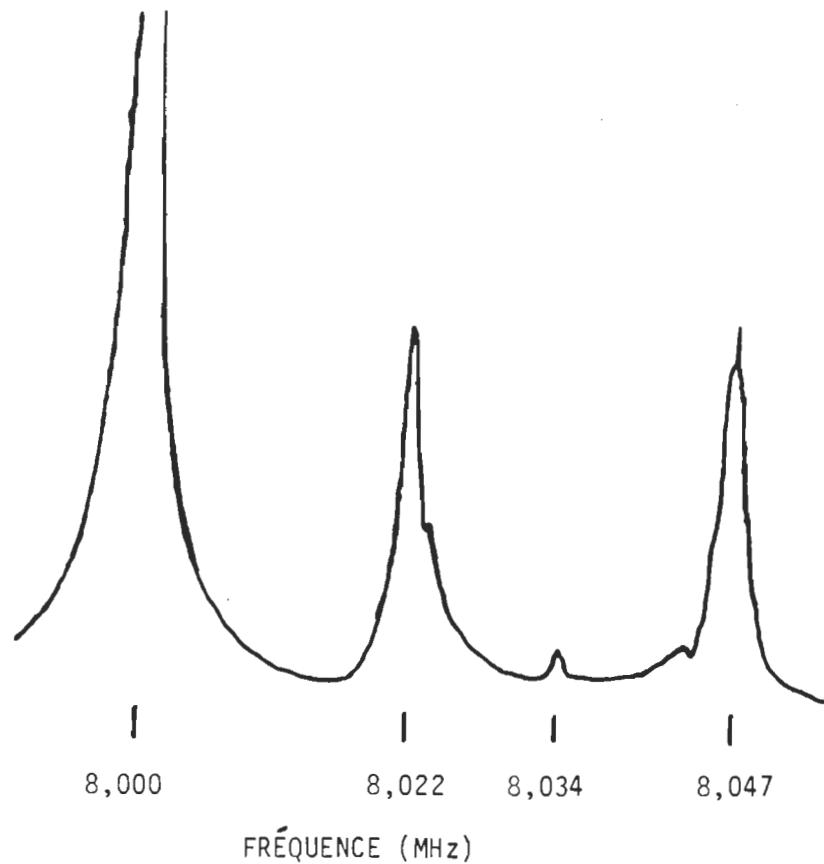


Figure 10. Réponse en fréquence d'un cristal de quartz servant de résonateur, révélant les modes harmoniques longitudinaux à 8,000, 8,022 et 8,047 MHz. Le mode harmonique transversal est situé à 8,034 MHz (référence 8, p. 2289).

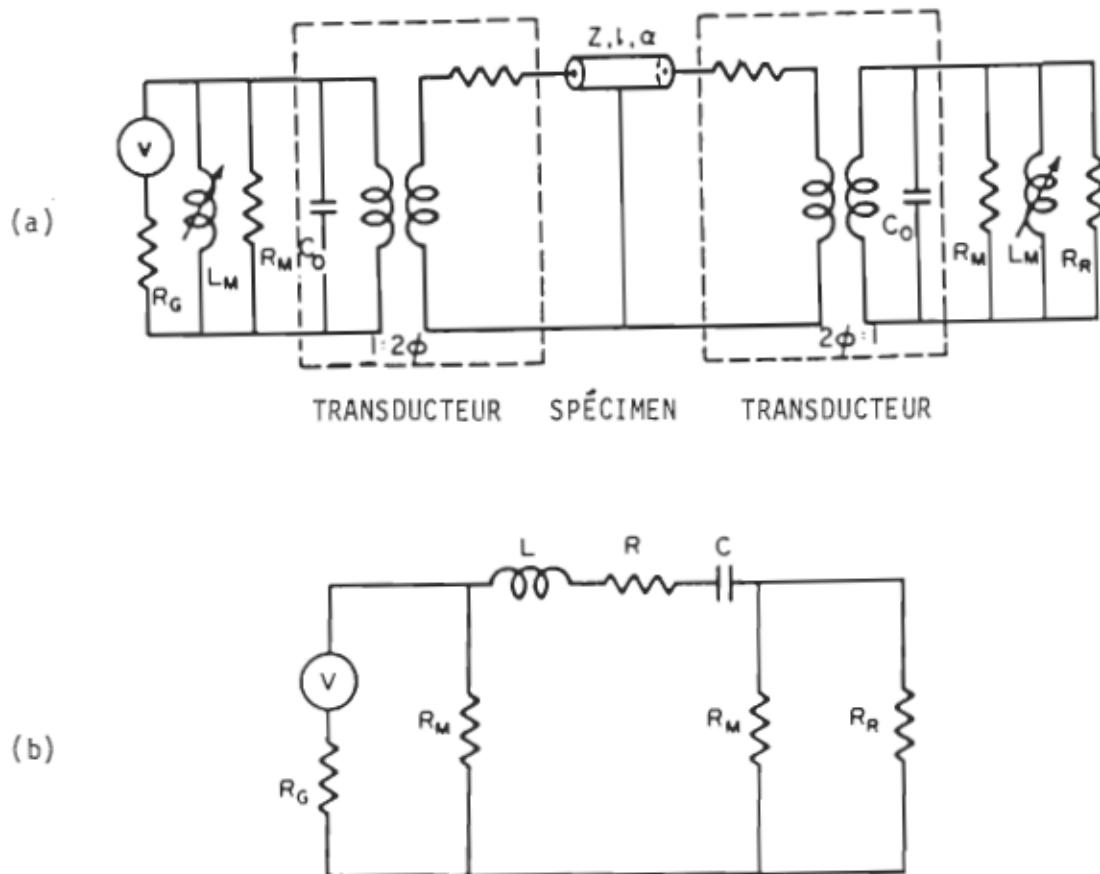


Figure 11a. Circuit électrique équivalent d'un résonateur composé incorporé dans un spectromètre par transmission en mode continu (référence 9, p. 102).

Figure 11b. Circuit électrique équivalent du spectromètre de la figure 11a, au voisinage d'une résonance mécanique (référence 9, p. 102).

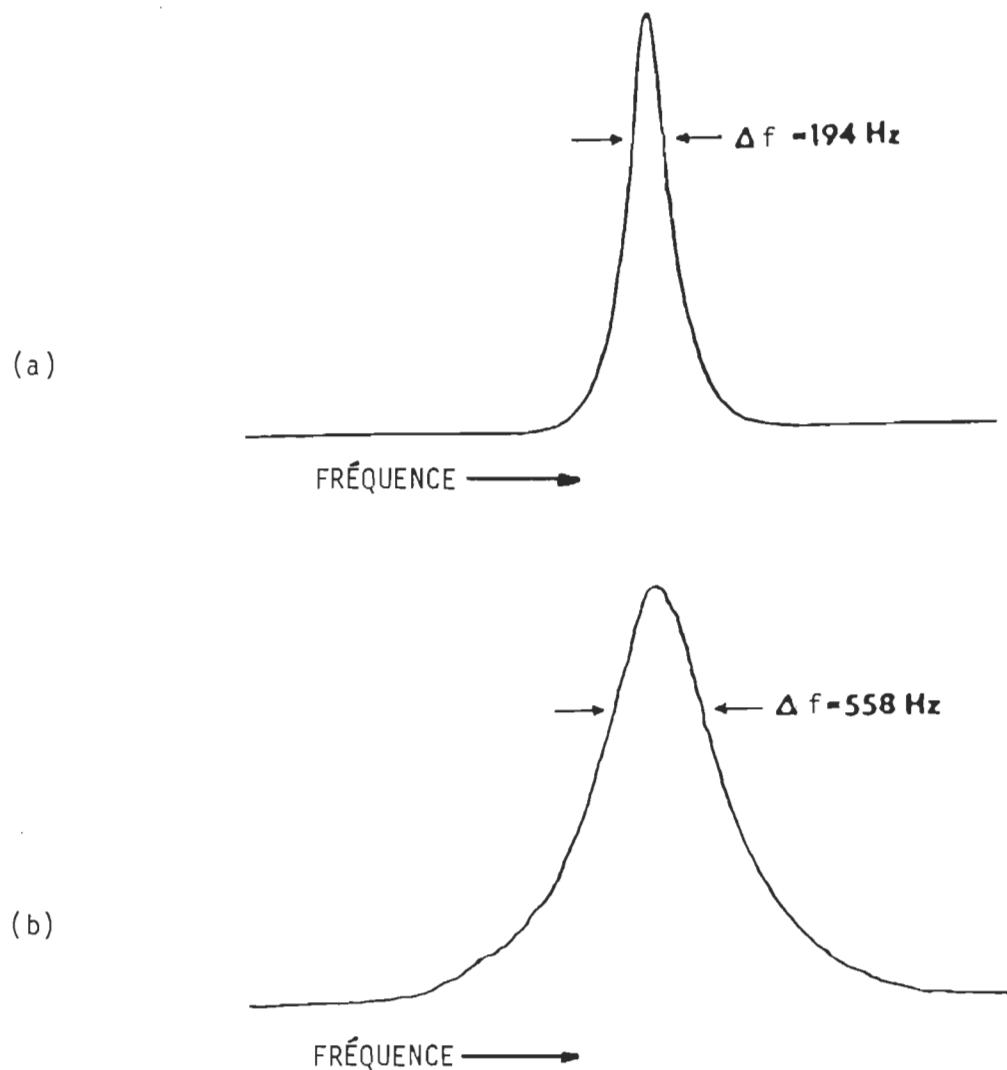


Figure 12. L'effet de l'adaptation électrique des transducteurs sur la réponse en fréquence d'un résonateur consistant en un cristal de InSb résonant à 10,2 MHz avec

- (a) Un couplage électrique faible
  - (b) Un couplage électrique fort
- (référence 8, p. 2291).

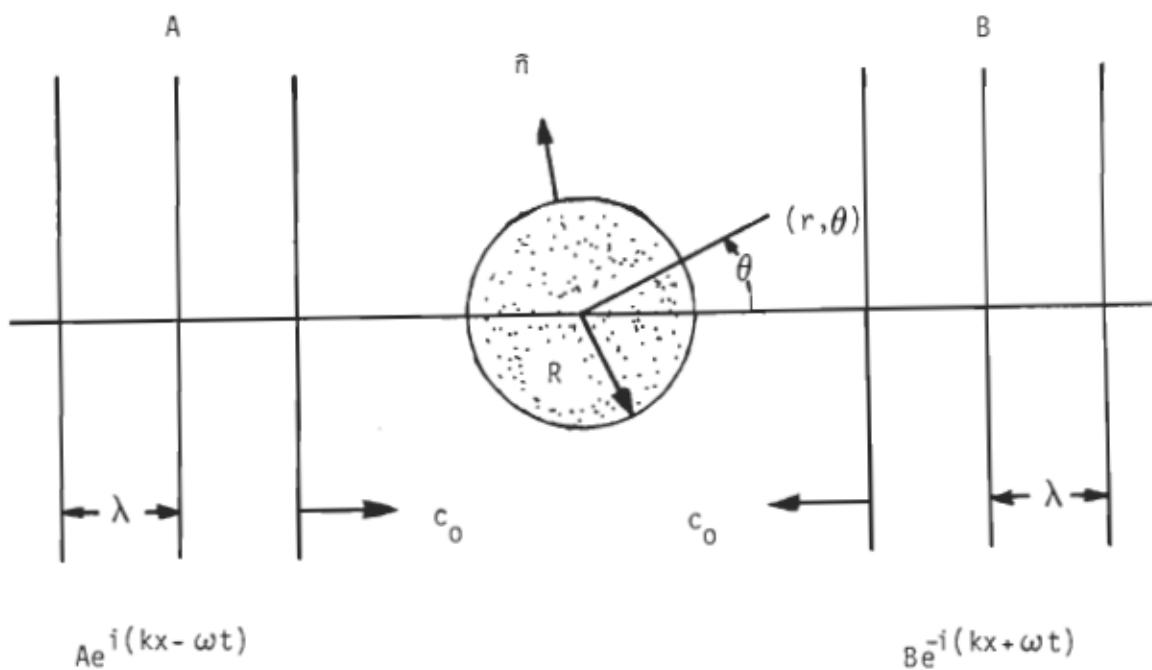


Figure 13. Sphère rigide dans un champ acoustique quasi-stationnaire.

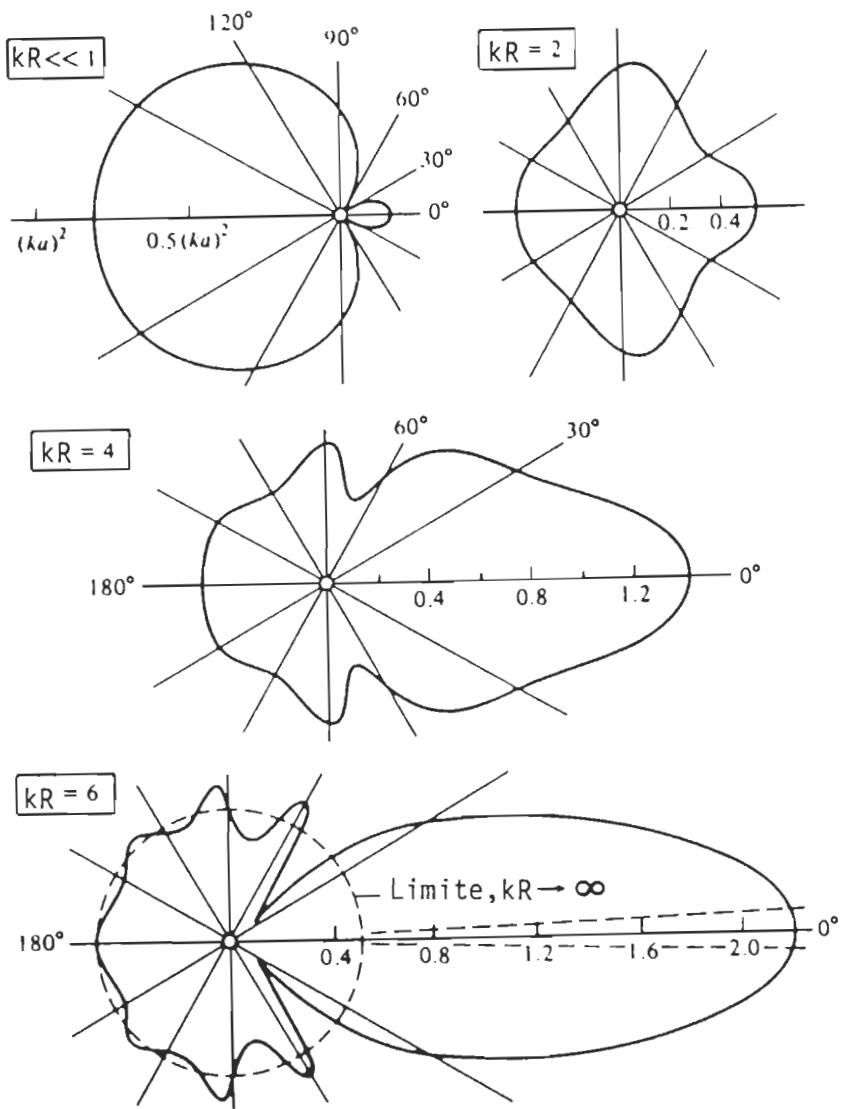


Figure 14. Distribution angulaire de l'intensité acoustique diffusée autour d'une sphère rigide de rayon  $R$  dans un champ acoustique progressif. La quantité  $I_{dr}^{1/2}$  est représentée en fonction de l'angle polaire, l'onde incidente provient de la direction  $\theta = 180^\circ$  (référence 17, p. 431).

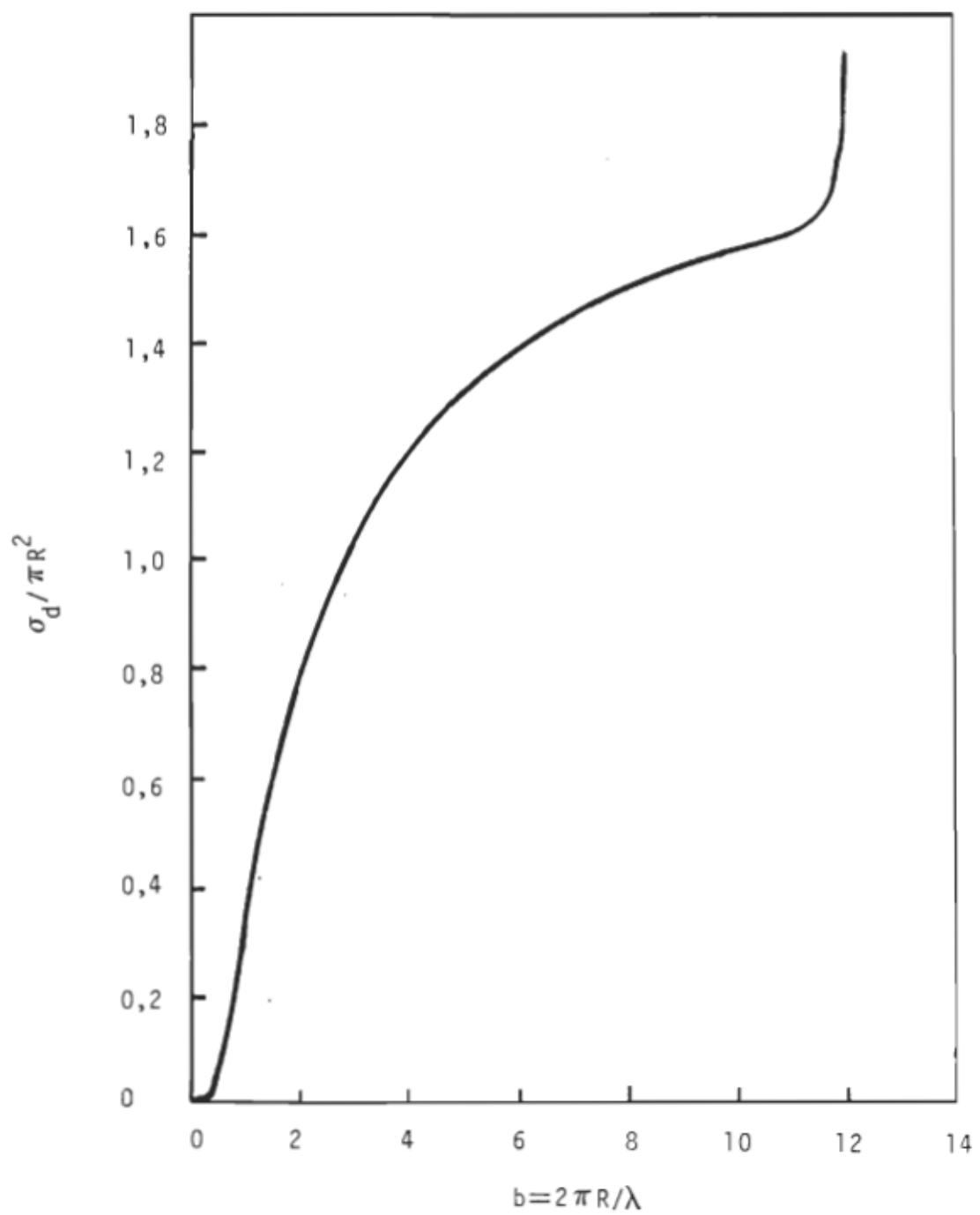


Figure 15. Valeur de la section efficace de diffusion d'une sphère rigide dans un champ acoustique progressif en fonction du paramètre  $b$ .

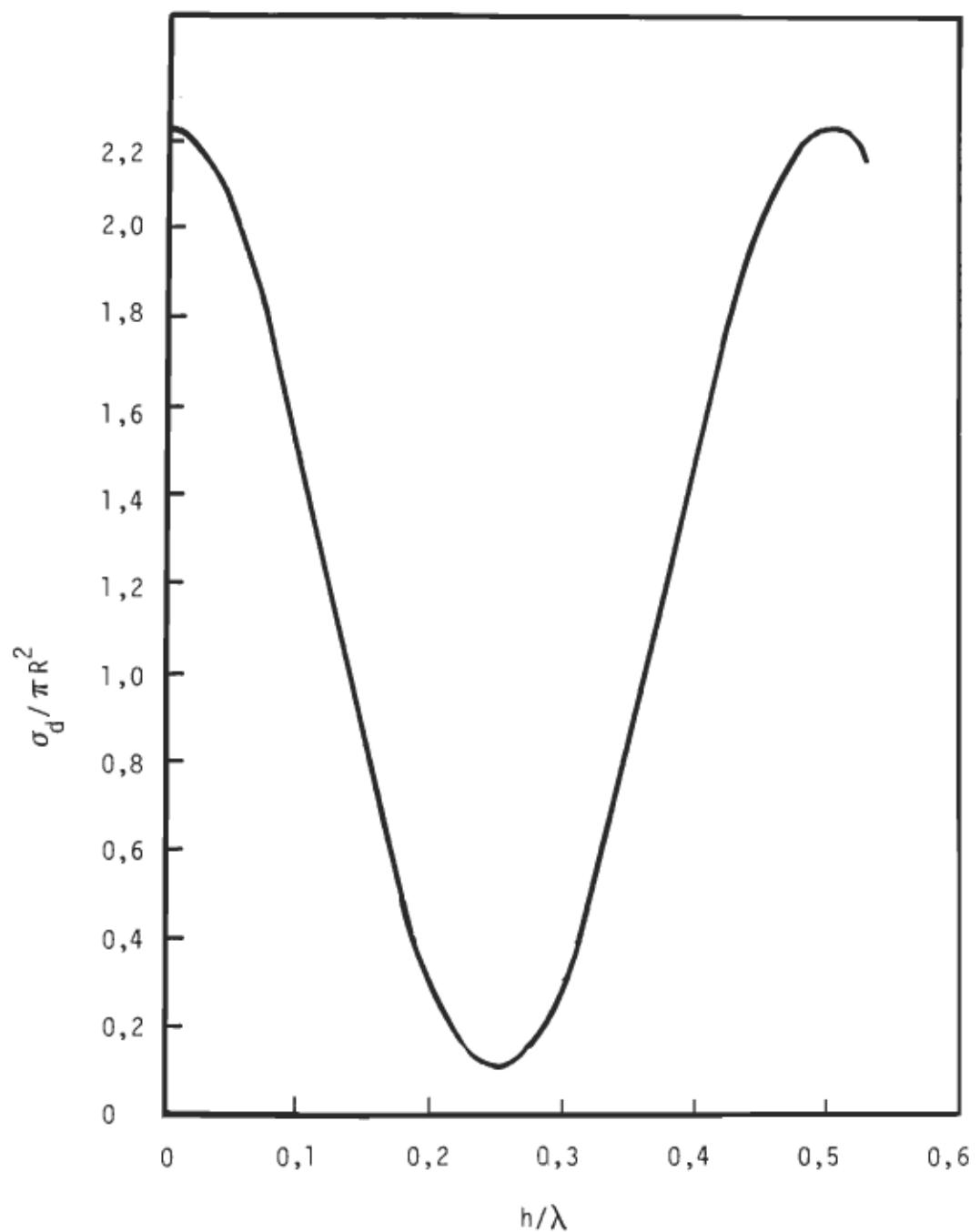


Figure 16. Variation de la section efficace de diffusion d'une sphère rigide dans un champ acoustique quasi-stationnaire, lorsque  $b=2$ . Ici  $B/A=0,7$ .

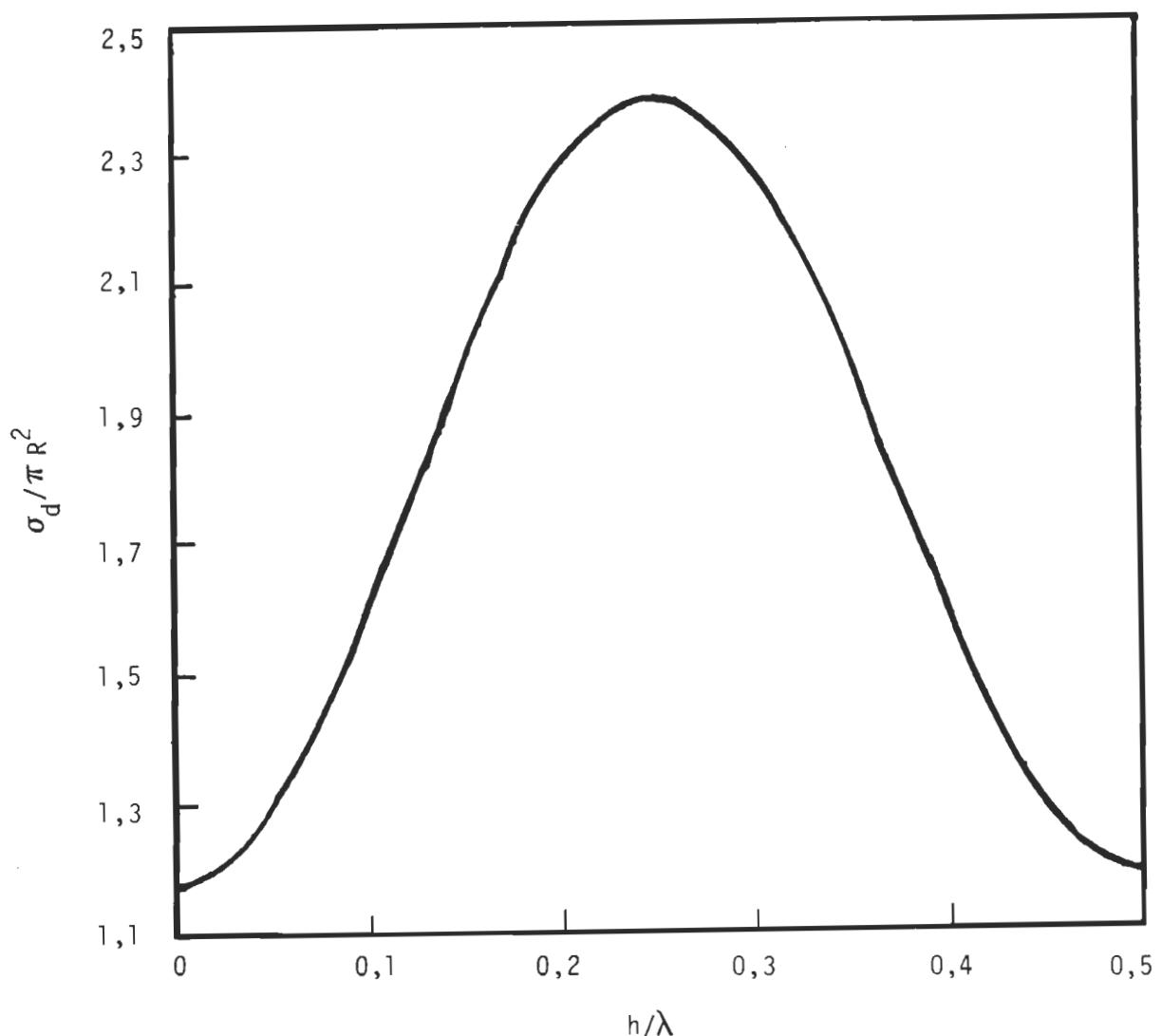


Figure 17. Variation de la section efficace de diffusion d'une sphère rigide dans un champ acoustique quasi-stationnaire, lorsque  $b=4$ , et pour  $B/A=0,7$ .

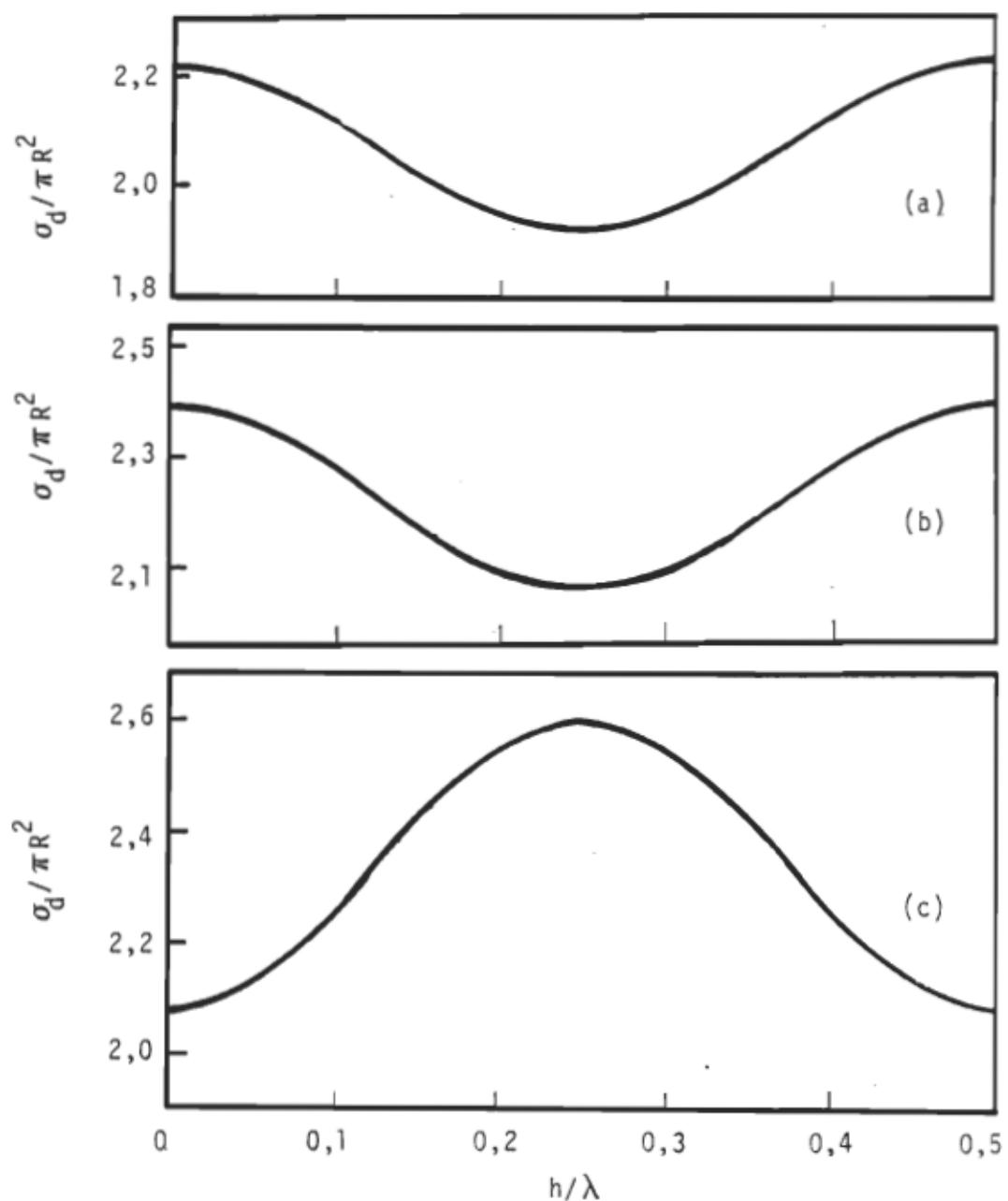


Figure 18. Variation de la section efficace de diffusion d'une sphère rigide dans un champ acoustique quasi-stationnaire lorsque: (a)  $b=6$ , (b)  $b=8$ , (c)  $b=10$ , et pour  $B/A=0,7$ .

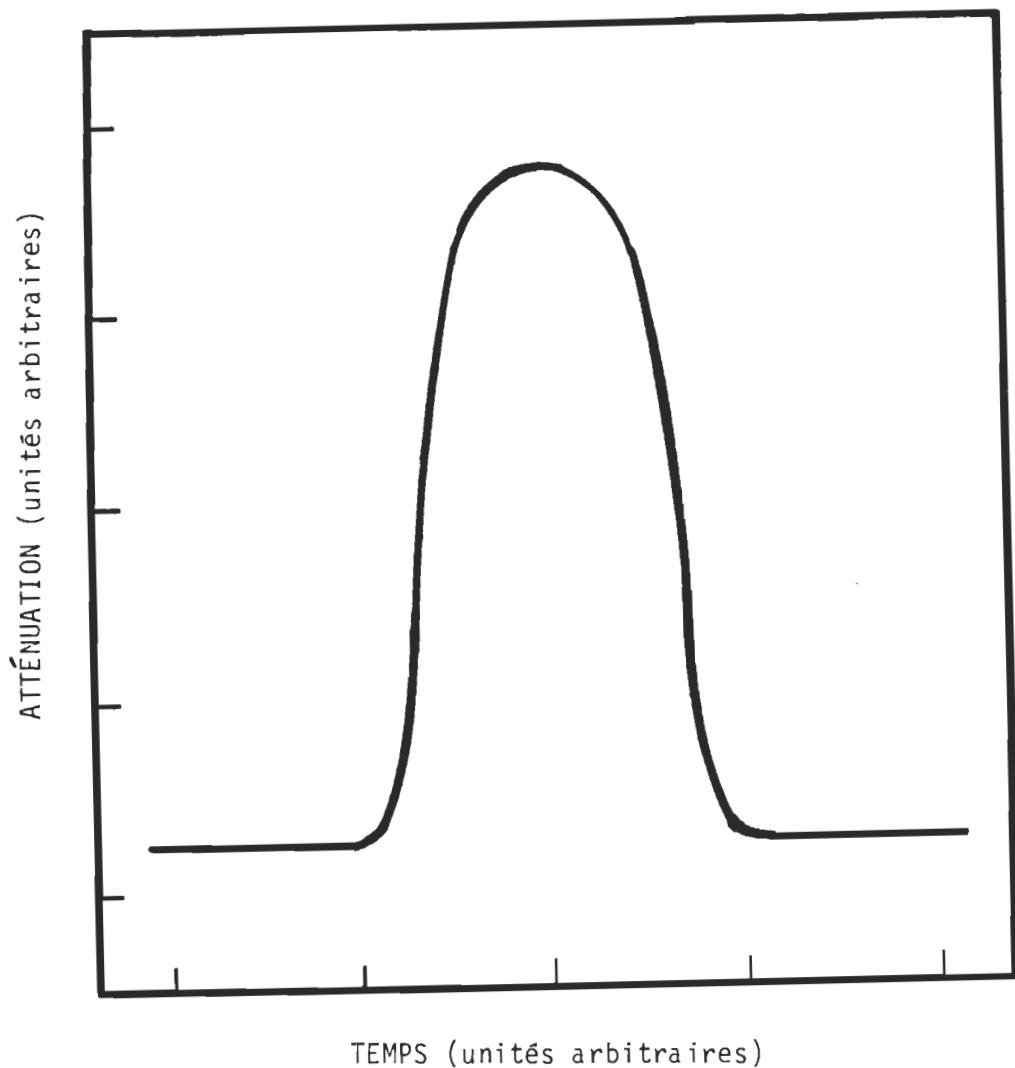


Figure 19. Forme d'une impulsion électrique à la sortie de l'oscillateur causée par le passage d'une particule dans le résonateur acoustique.

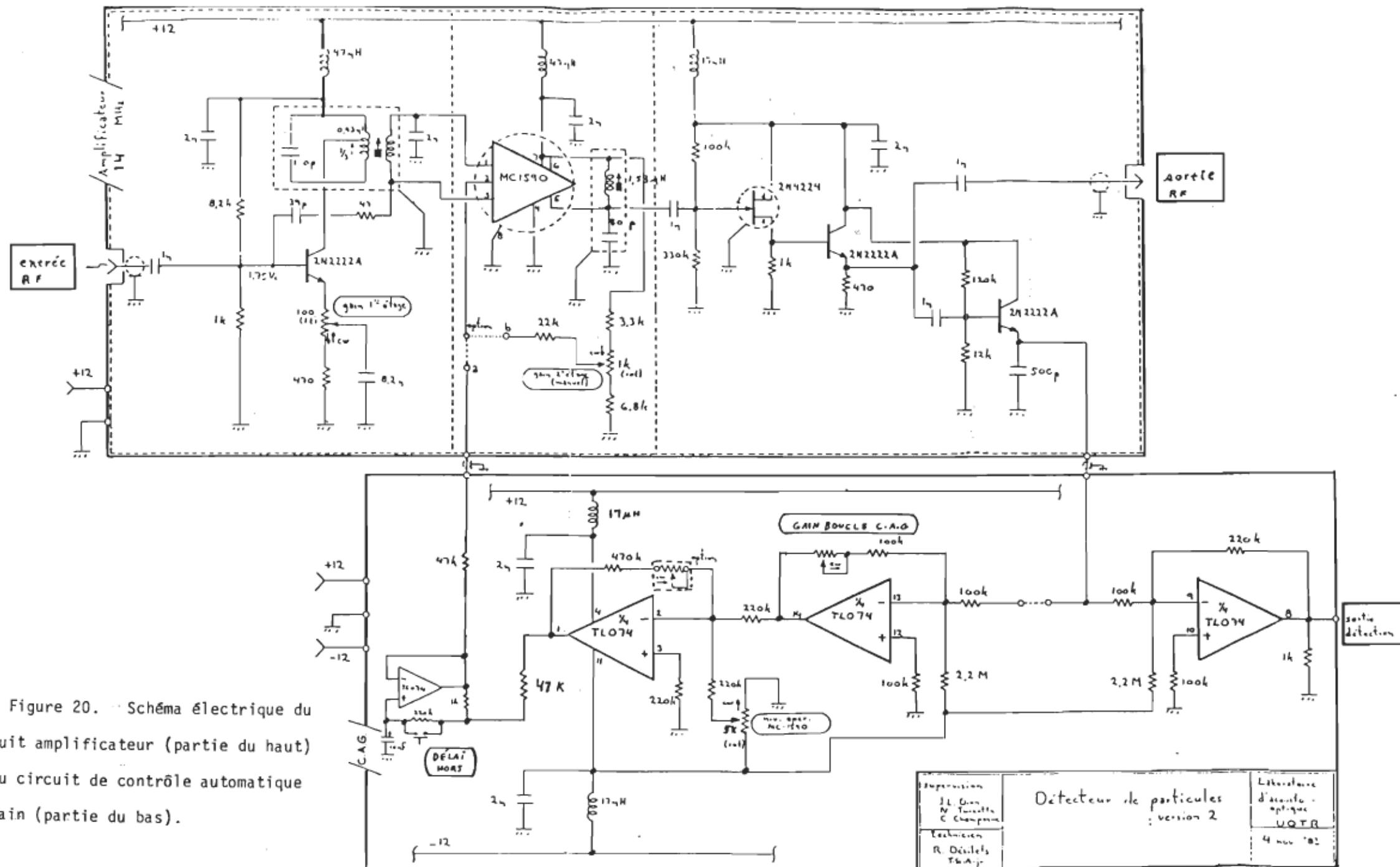


Figure 20. - Schéma électrique du circuit amplificateur (partie du haut) et du circuit de contrôle automatique du gain (partie du bas).

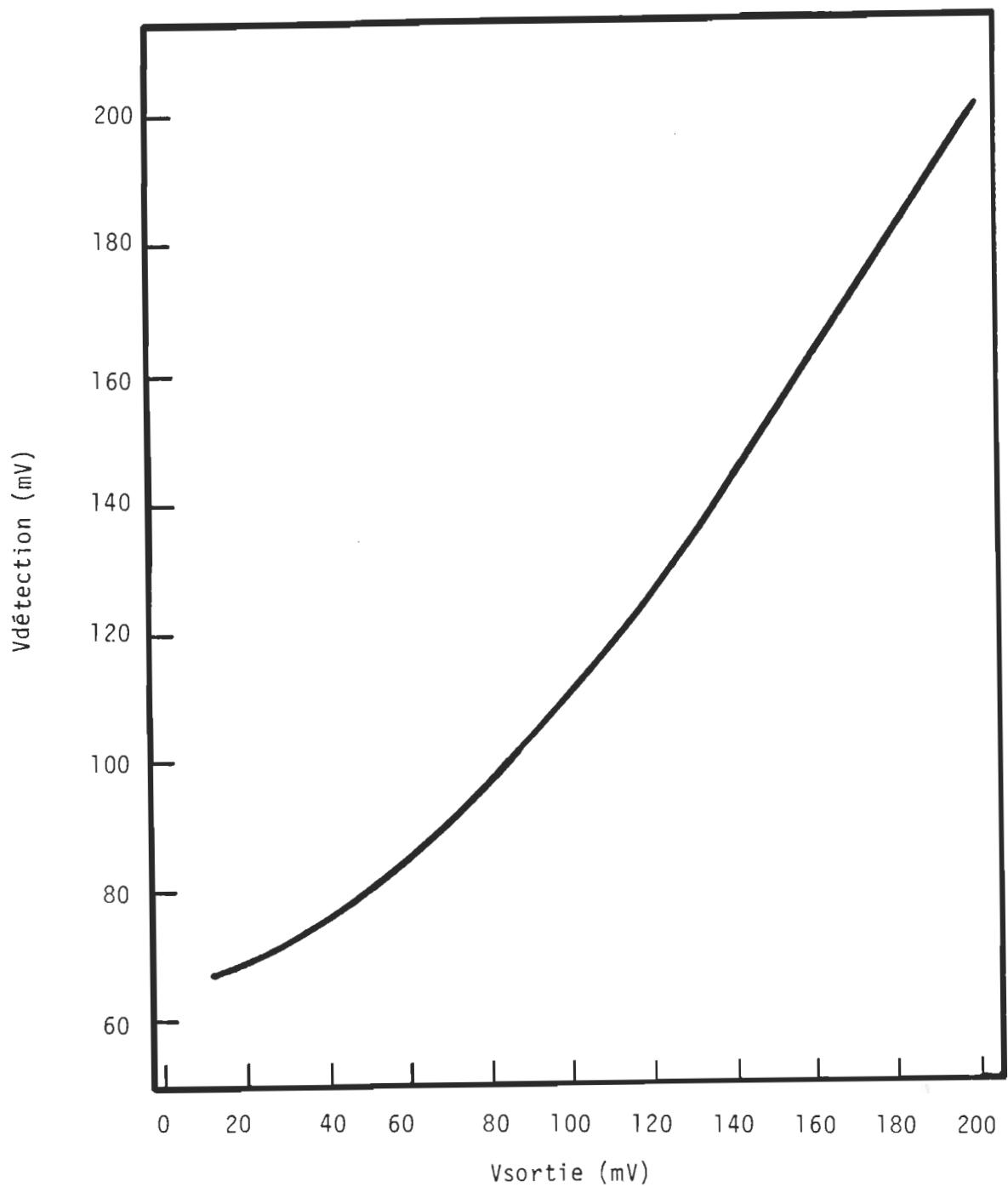


Figure 21. Valeur du signal  $V_{detection}$  en fonction de l'amplitude du signal de sortie de l'amplificateur  $V_{sortie}$  dans une impédance de  $50\Omega$ .

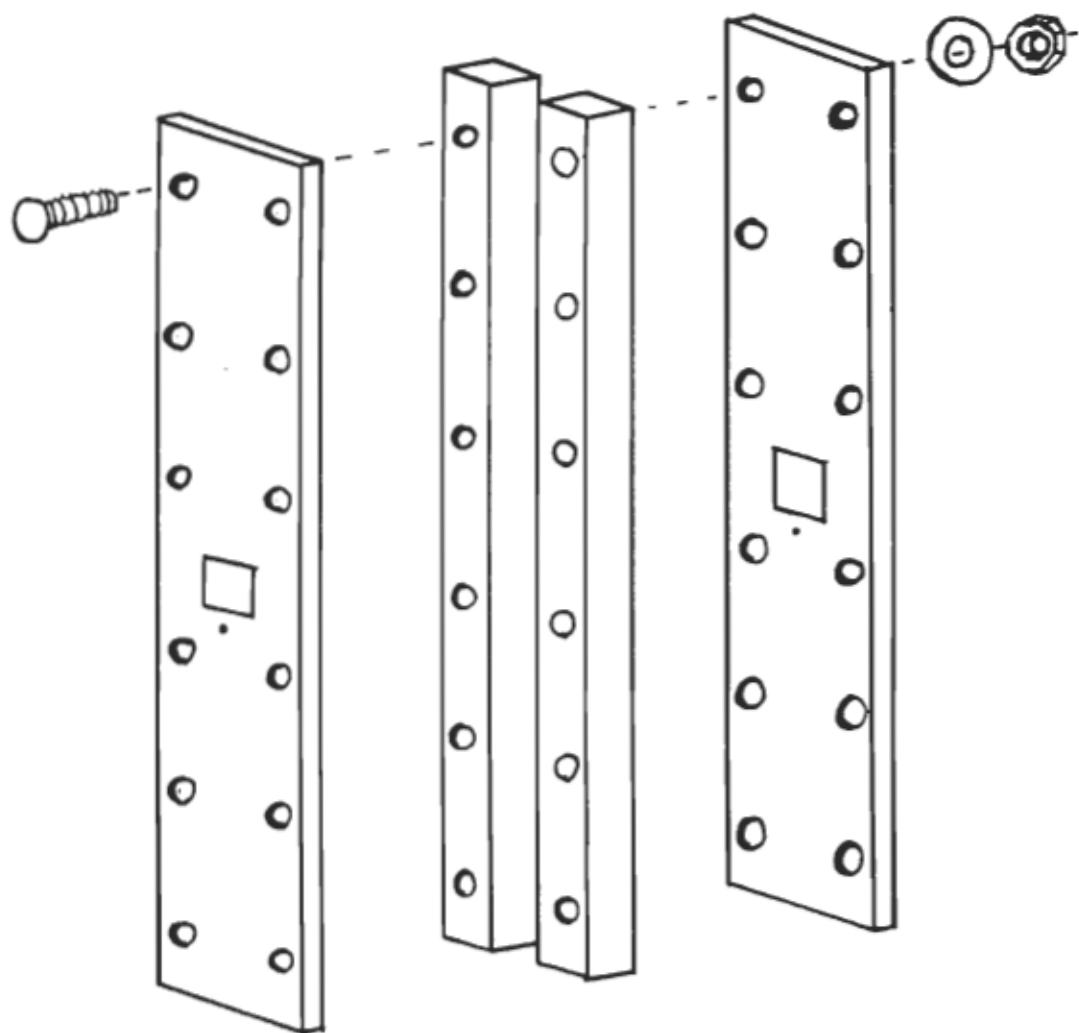


Figure 22. Vue explosive de la cellule d'analyse. Chaque trou contient une vis, tel qu'illustre pour le trou d'en haut.

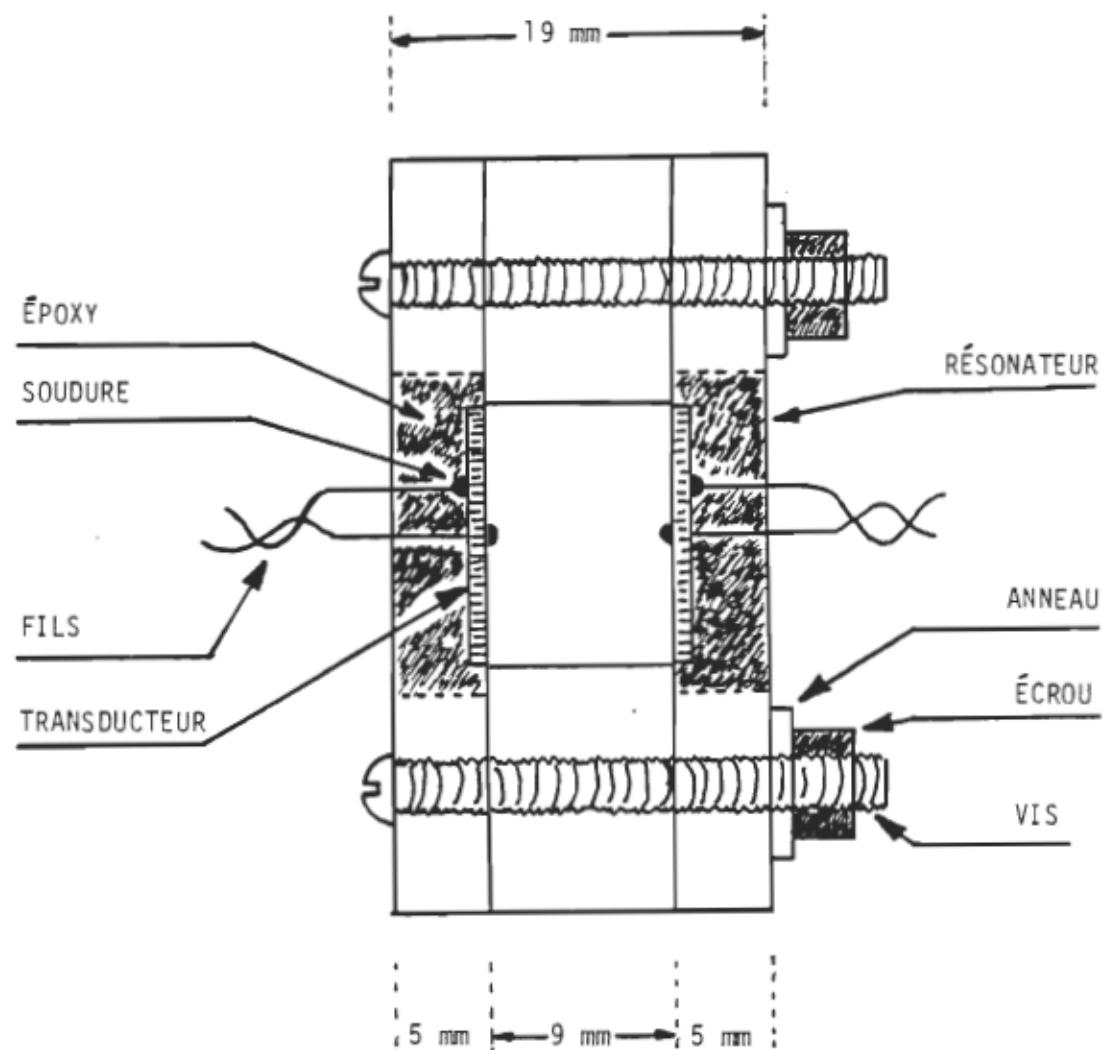


Figure 23. Section de la cellule d'analyse au niveau des transducteurs. Le liquide circule dans la cavité au centre de la cellule.

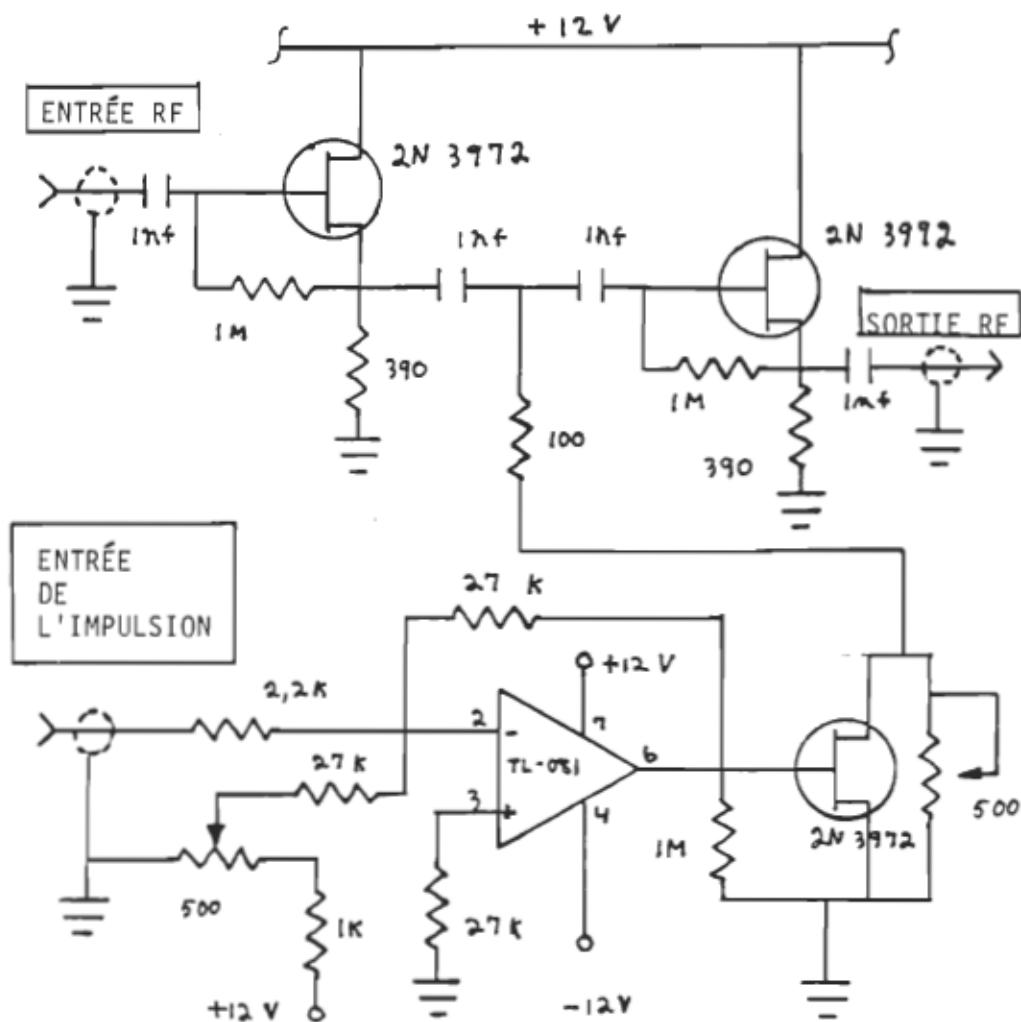


Figure 24. Schéma électrique de l'atténuateur commandé par tension.

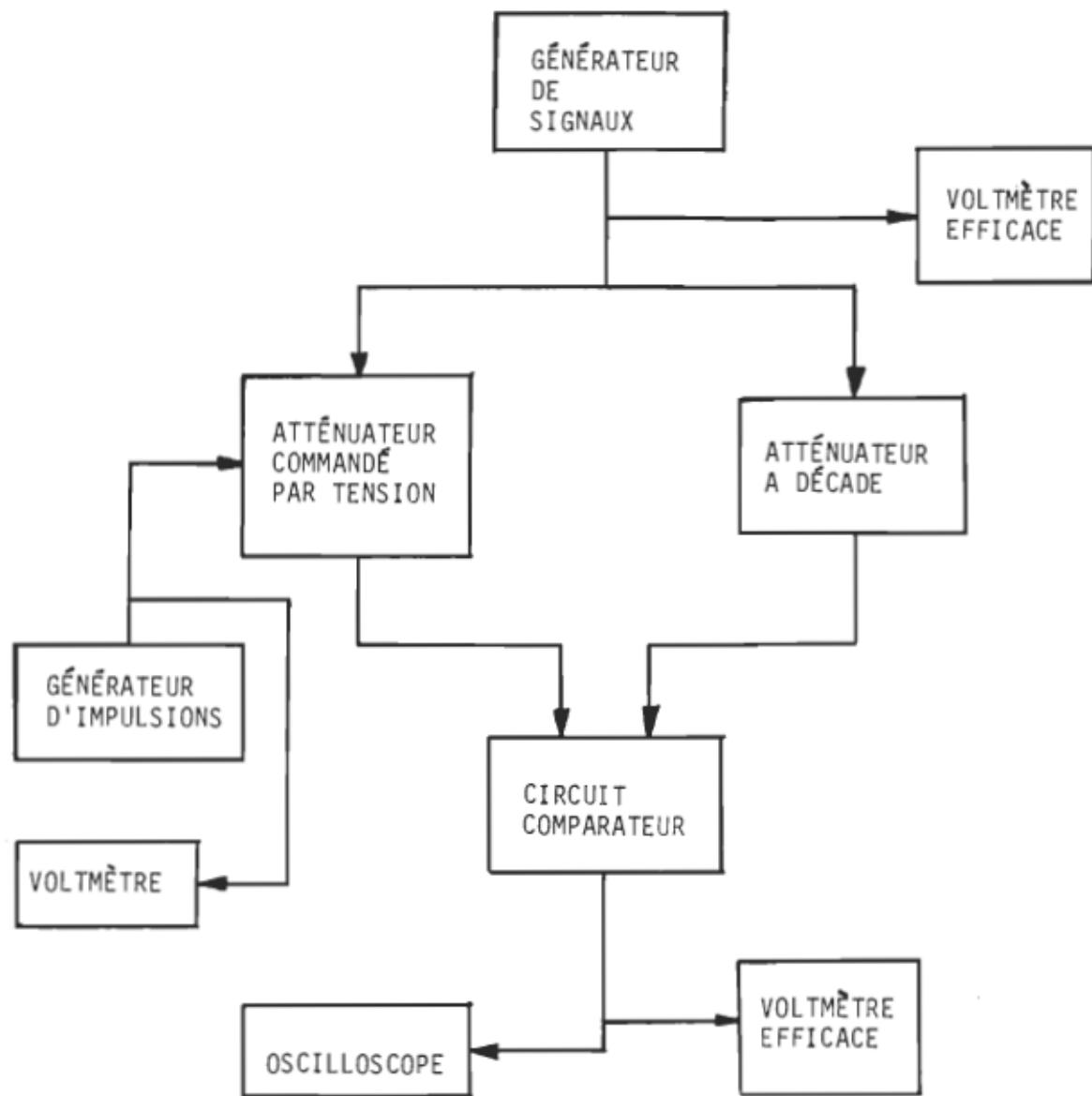


Figure 25. Méthode d'étalement de l'atténuateur commandé par tension.

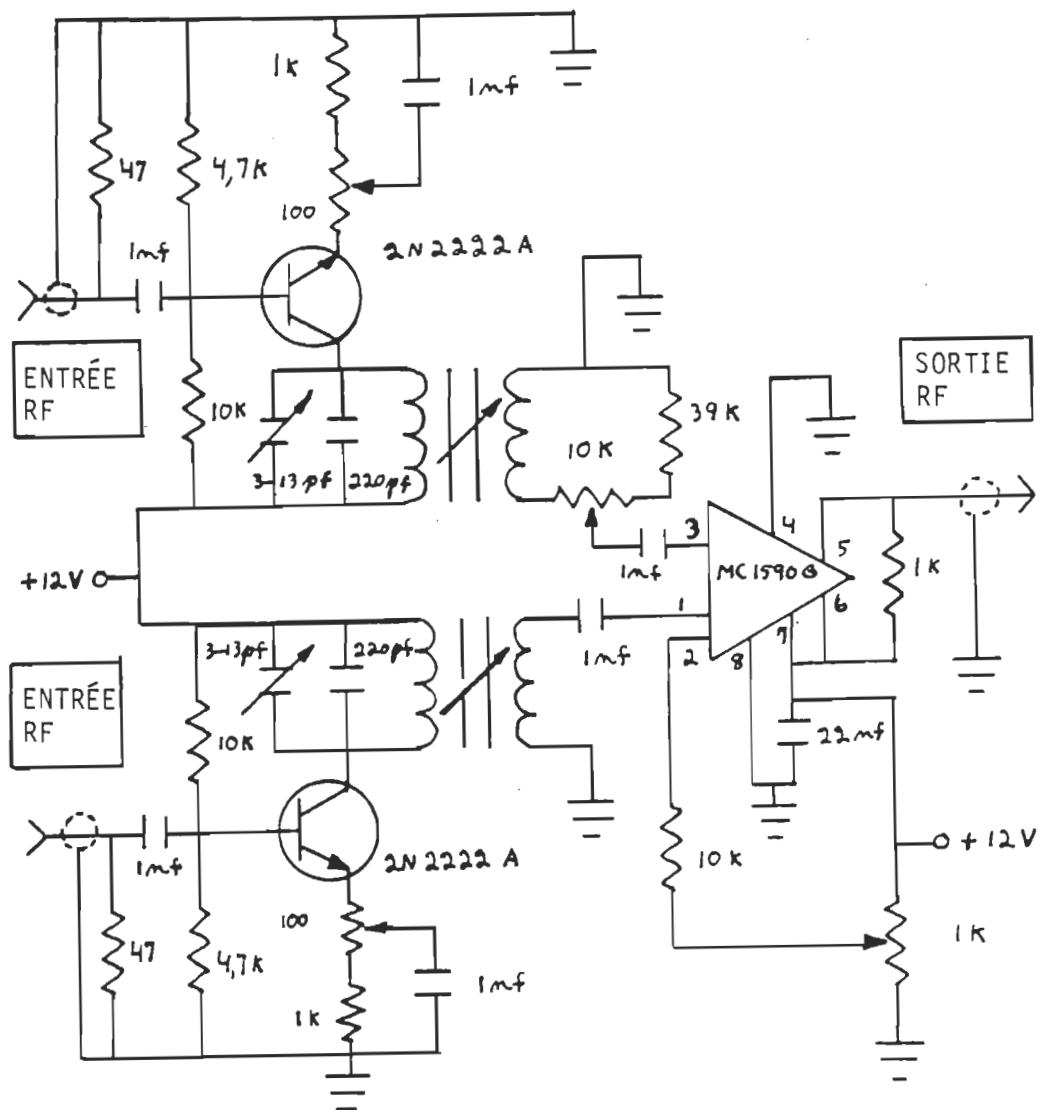


Figure 26. Schéma électrique du circuit comparateur servant à l'étalement de l'atténuateur commandé par tension.

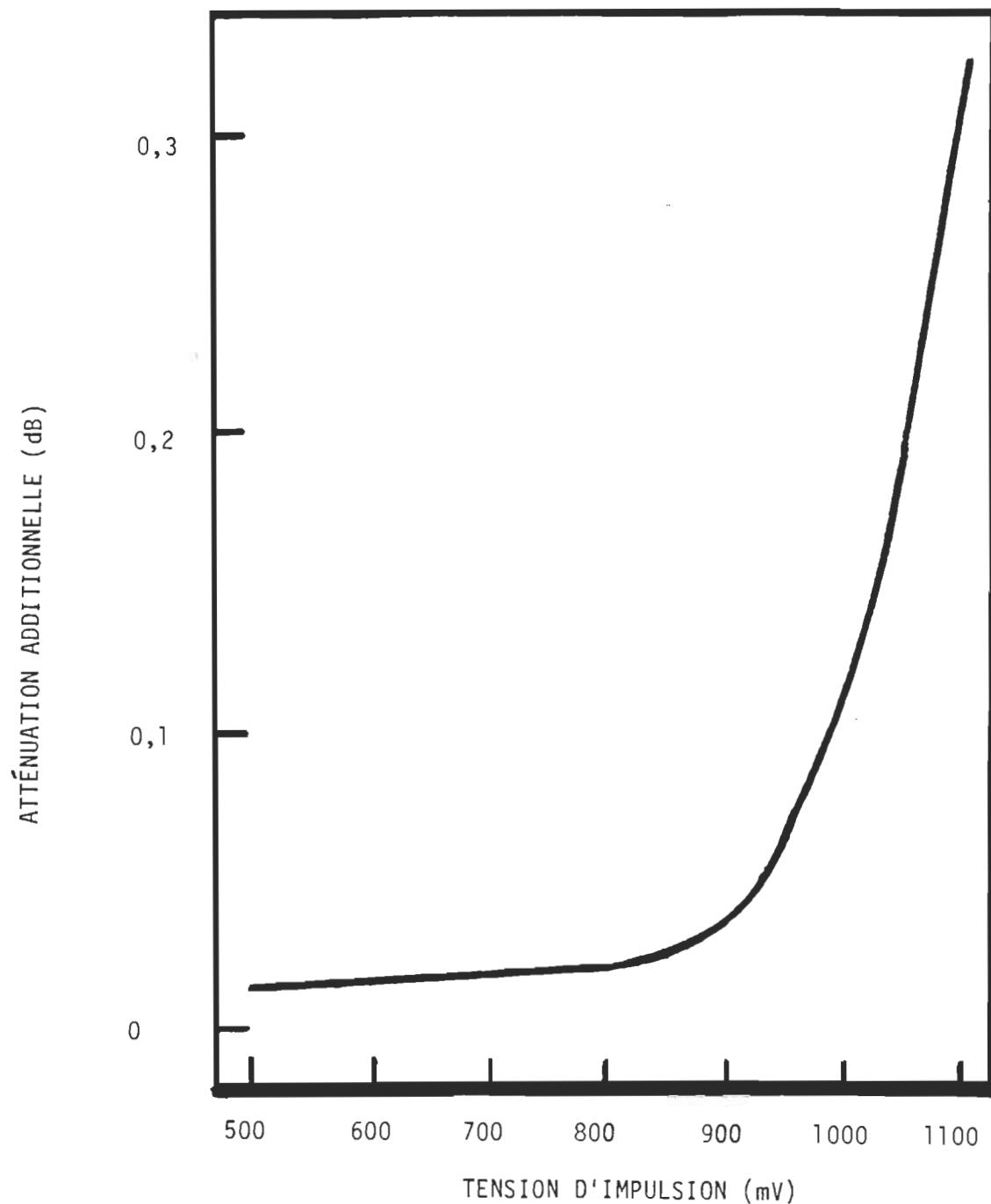


Figure 27. Atténuation additionnelle de l'atténuateur commandé par tension en fonction de la tension d'impulsion qu'il reçoit.

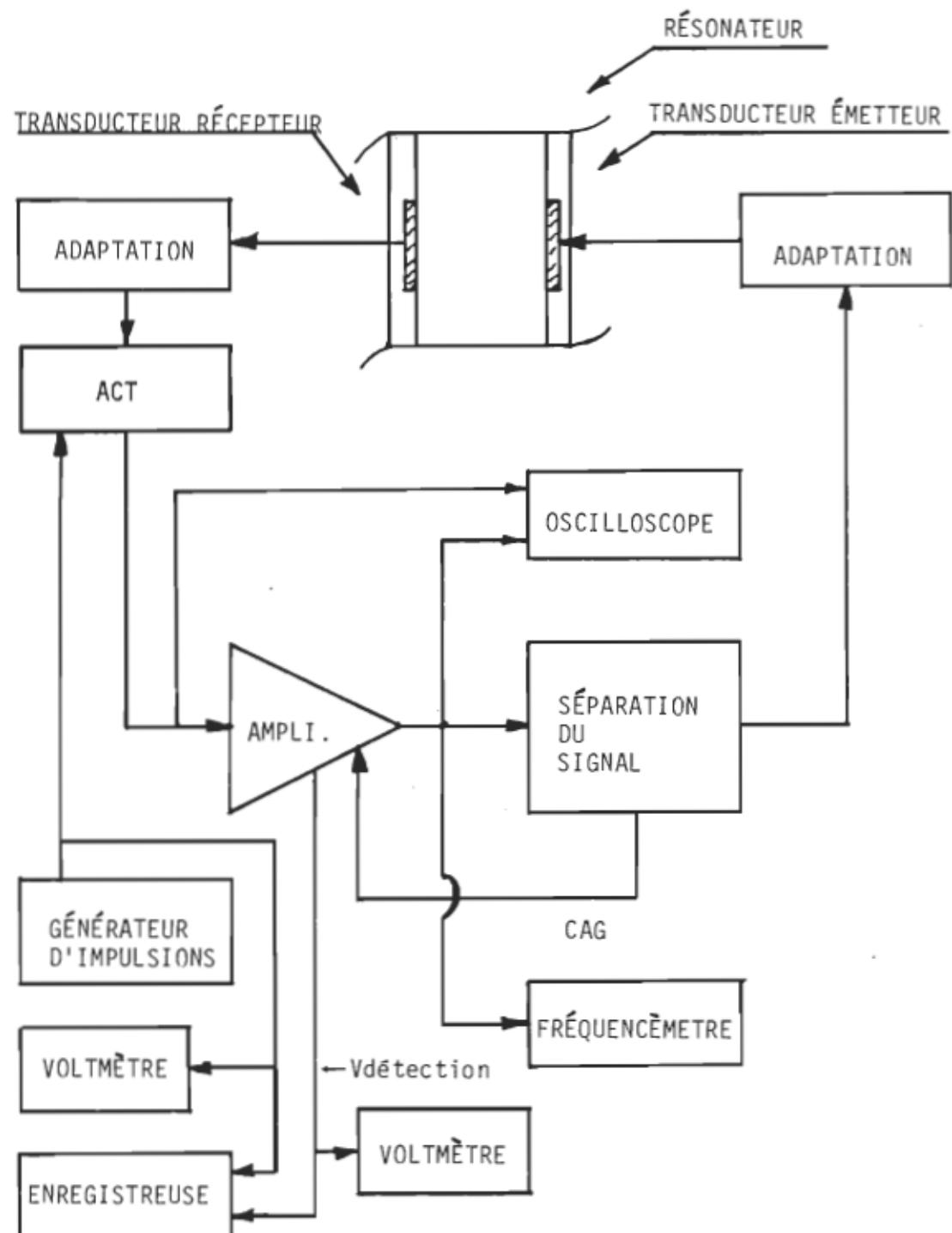


Figure 28. Système employé pour l'étalonnage de l'oscillateur à l'aide de l'atténuateur commandé par tension.

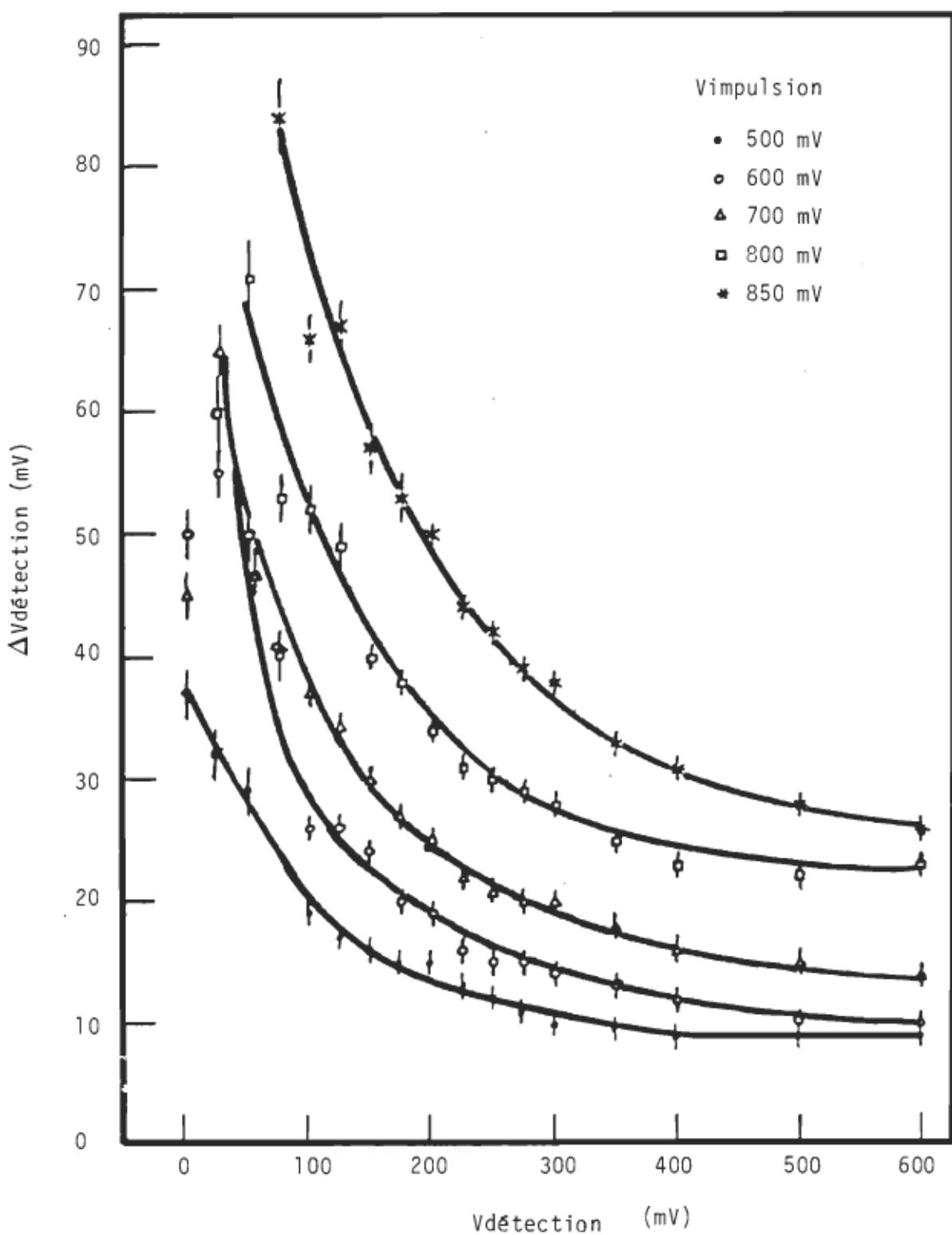


Figure 29. Réponse de l'OUST en fonction de son niveau d'oscillation, pour certaines valeurs de tension d'impulsion.

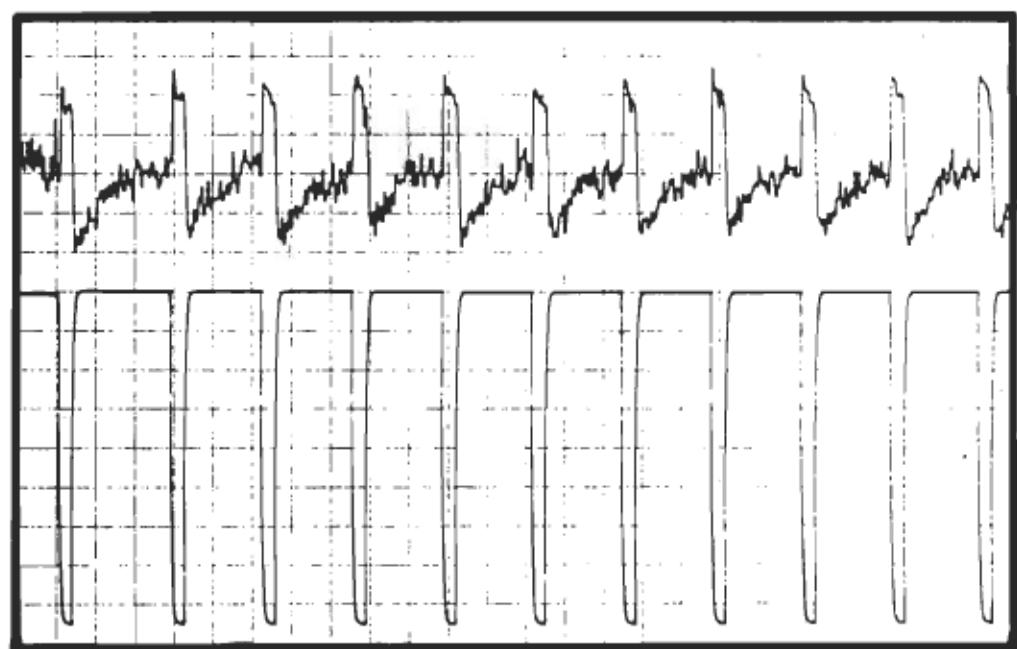


Figure 30. Enregistrements de la tension envoyée à l'ACT (trace du bas) et de la réponse de l'oscillateur  $\Delta V$ détection (trace du haut).

Échelle horizontale: 2 cm/s

Échelle verticale:  $V$ détection, 50 mV/div.

$V$ impulsion, 100 mV/div.

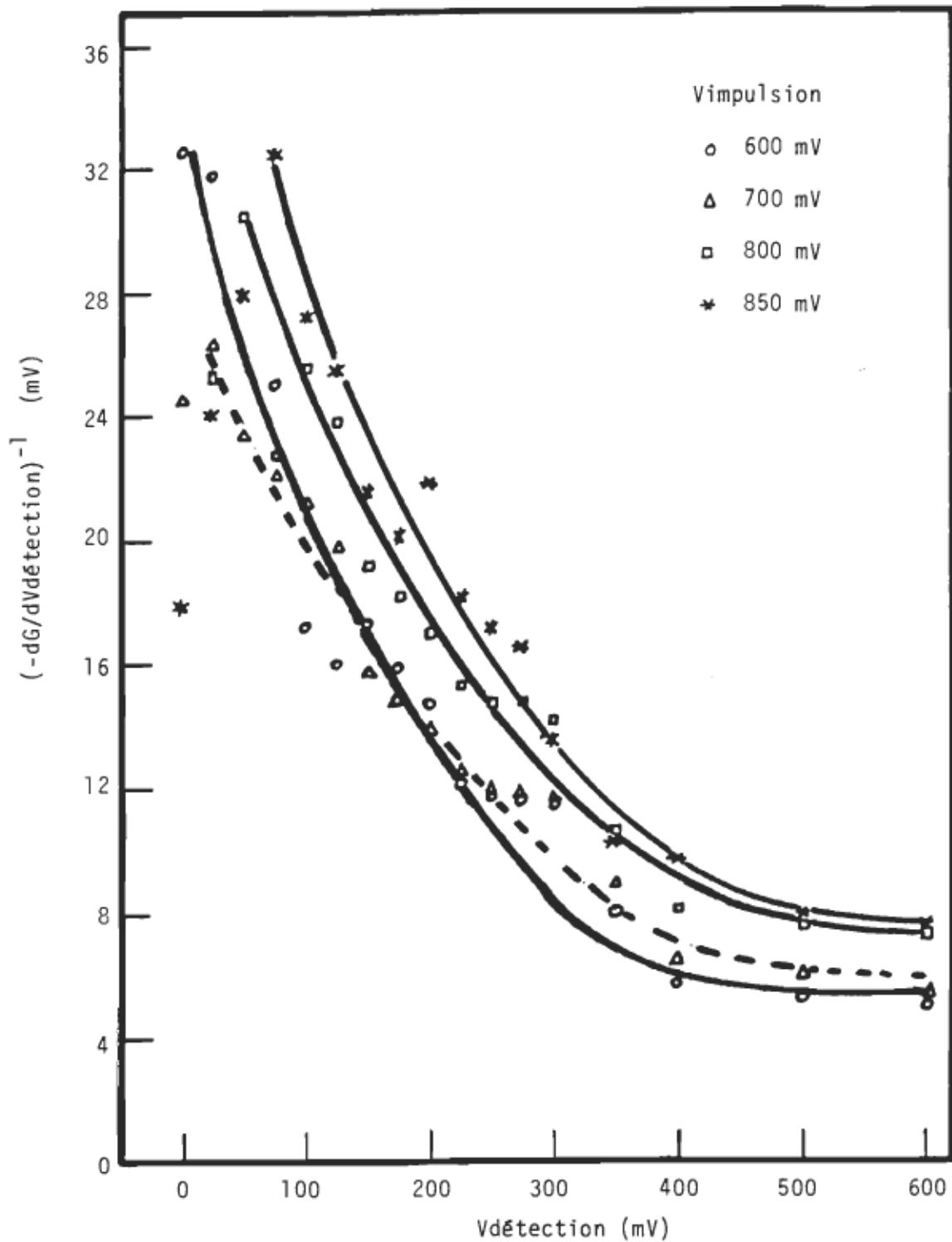


Figure 31. Sensibilité à l'atténuation électrique de l'OUST en fonction de la tension de sortie de l'oscillateur  $V_{detection}$ .

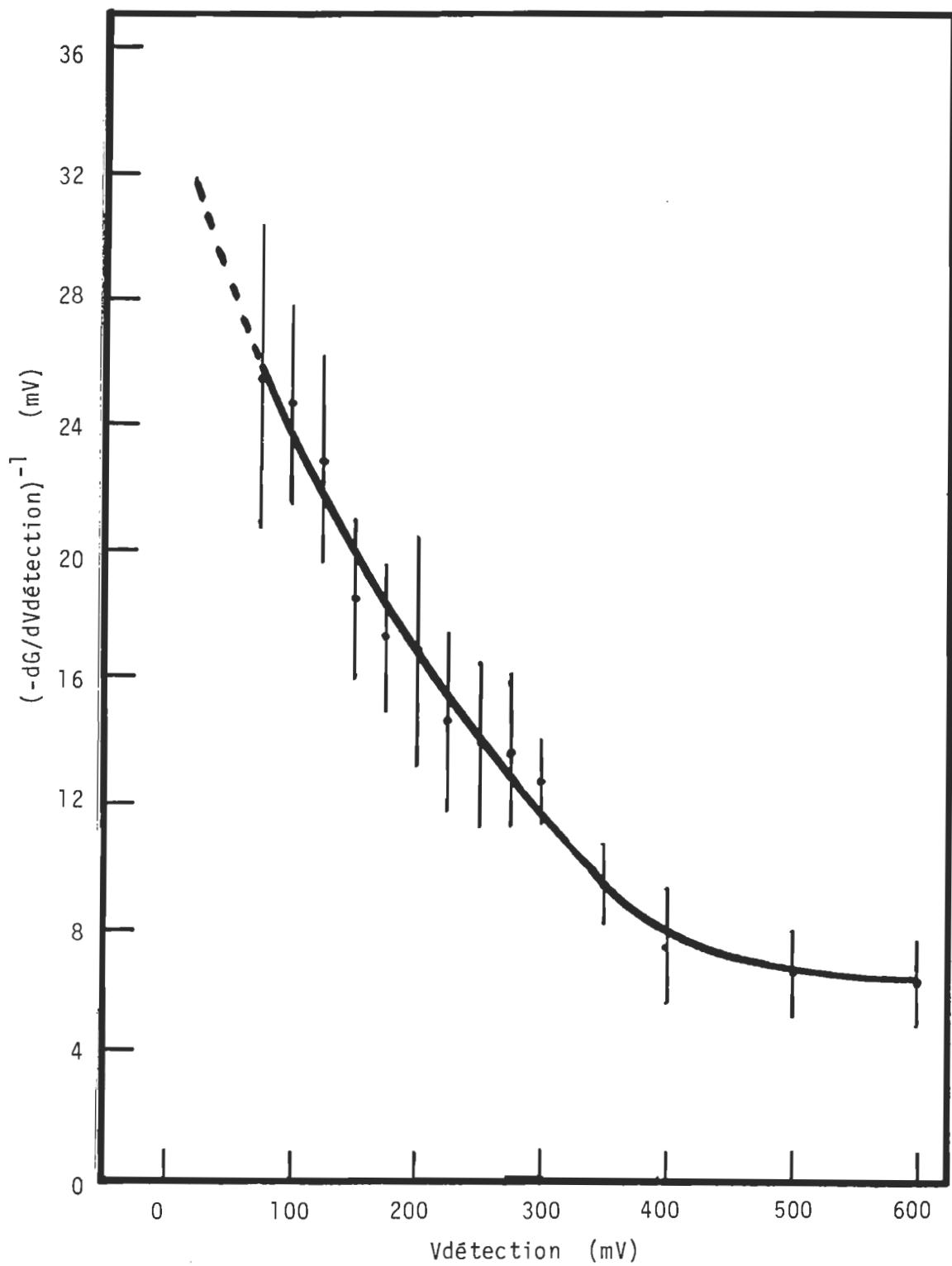


Figure 32. Sensibilité moyenne de l'OUST à l'atténuation électrique en fonction de la tension de sortie  $V_{\text{detection}}$  de l'oscillateur.

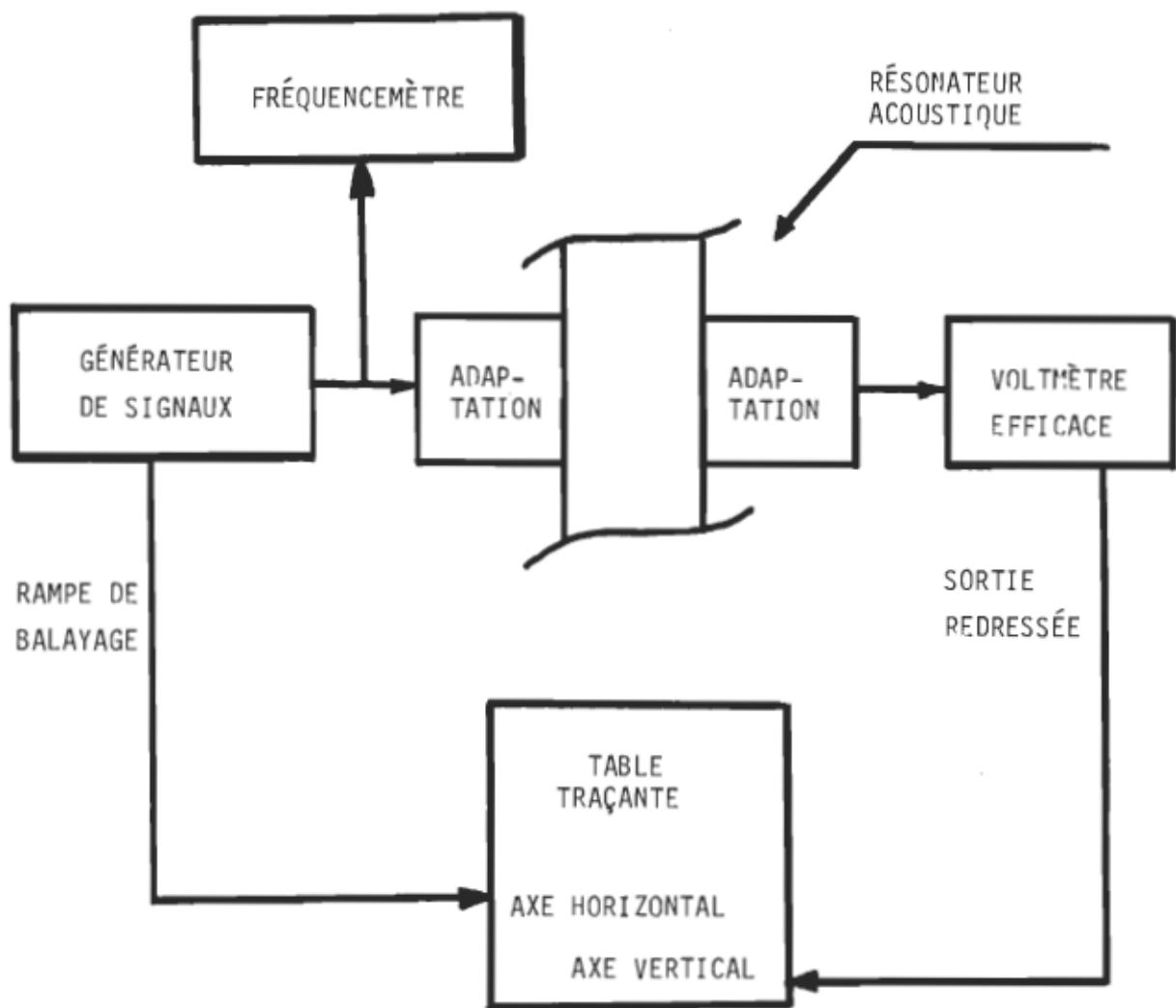


Figure 33. Dispositif pour mesurer la transmission en fonction de la fréquence du résonateur acoustique.

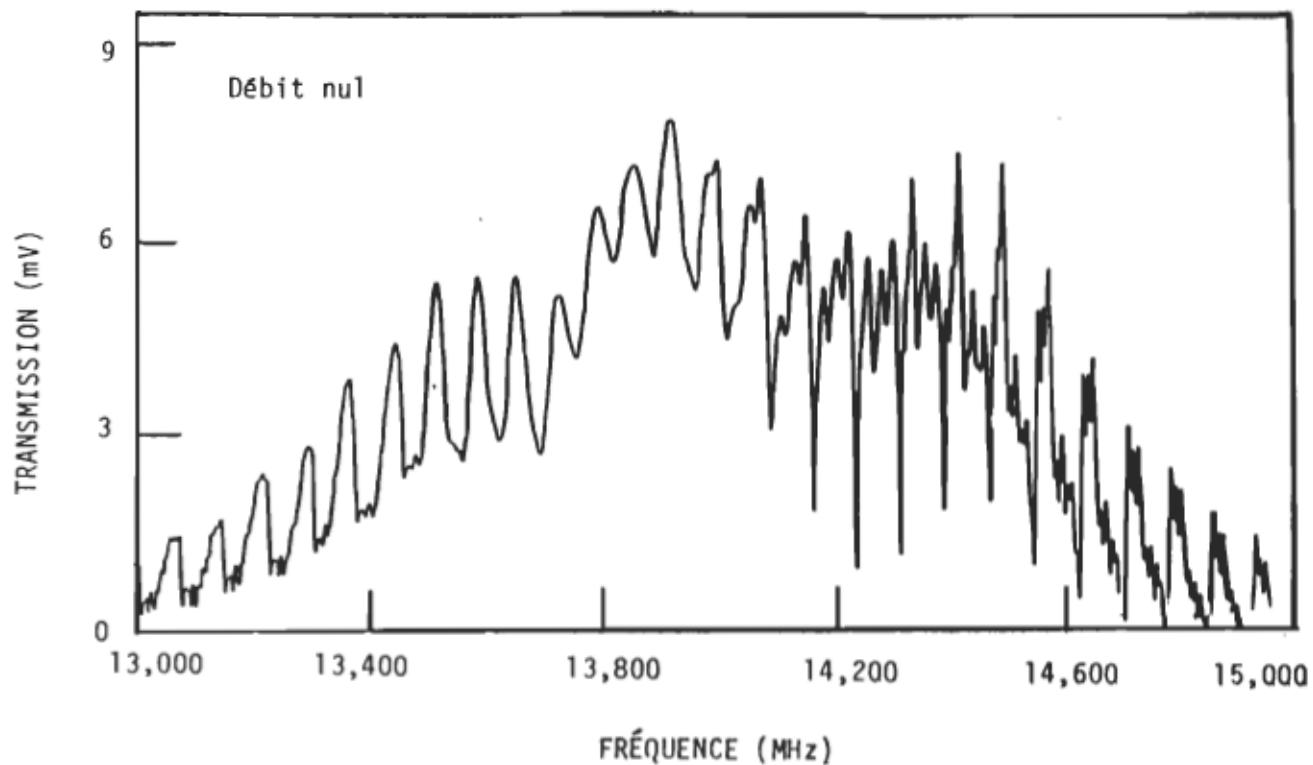


Figure 34. Courbe de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau.

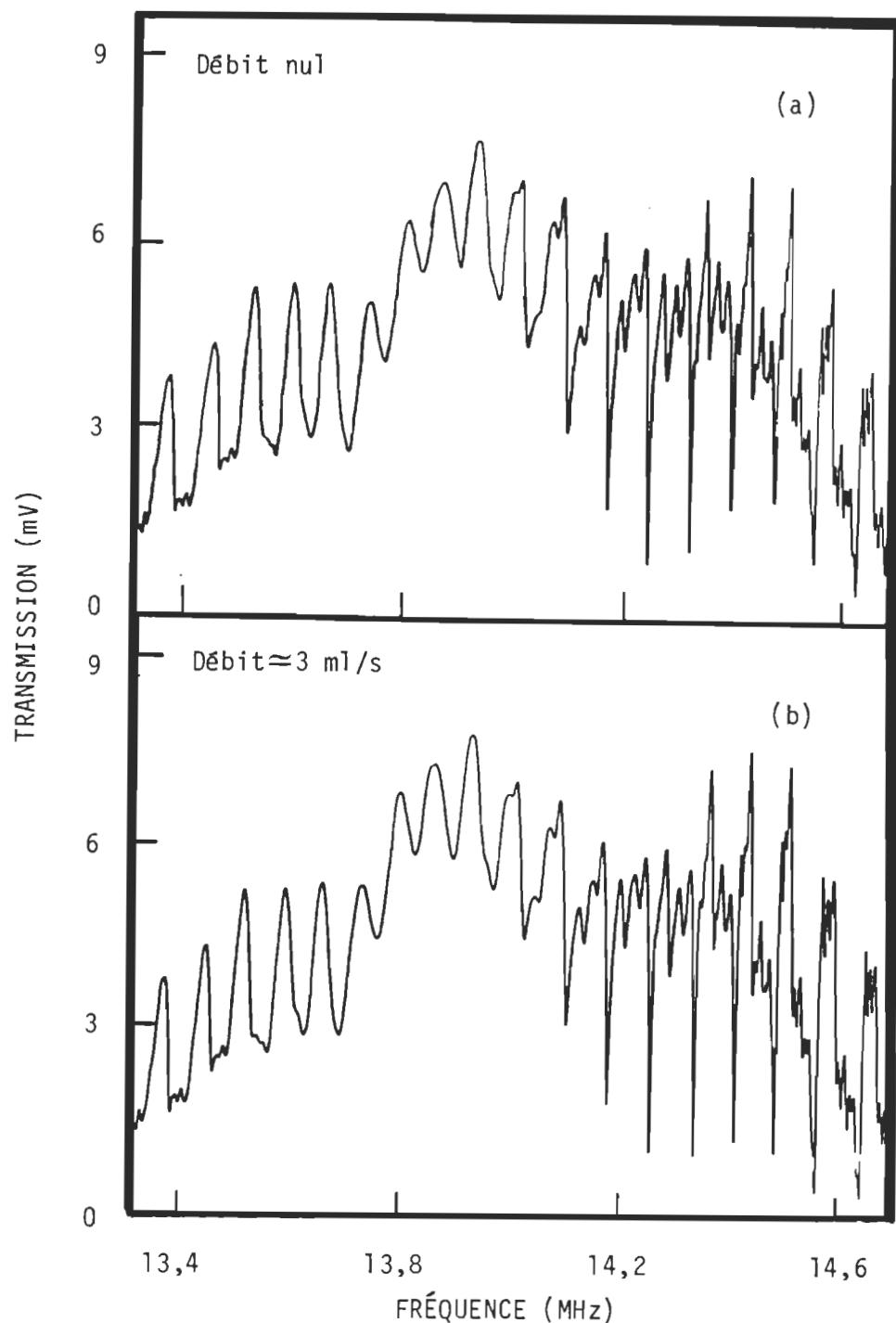


Figure 35. Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau en circulation.

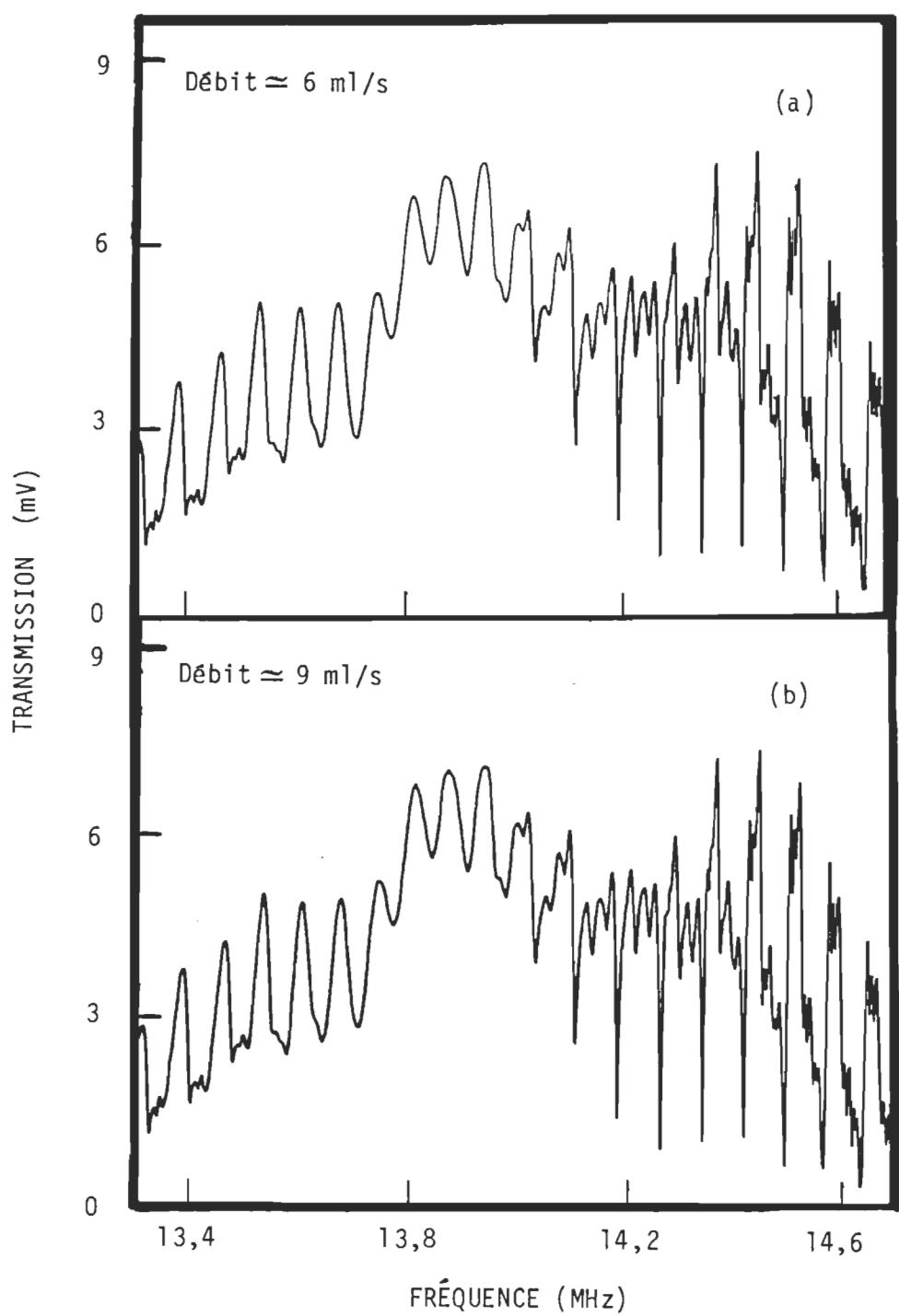


Figure 36. Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau en circulation.

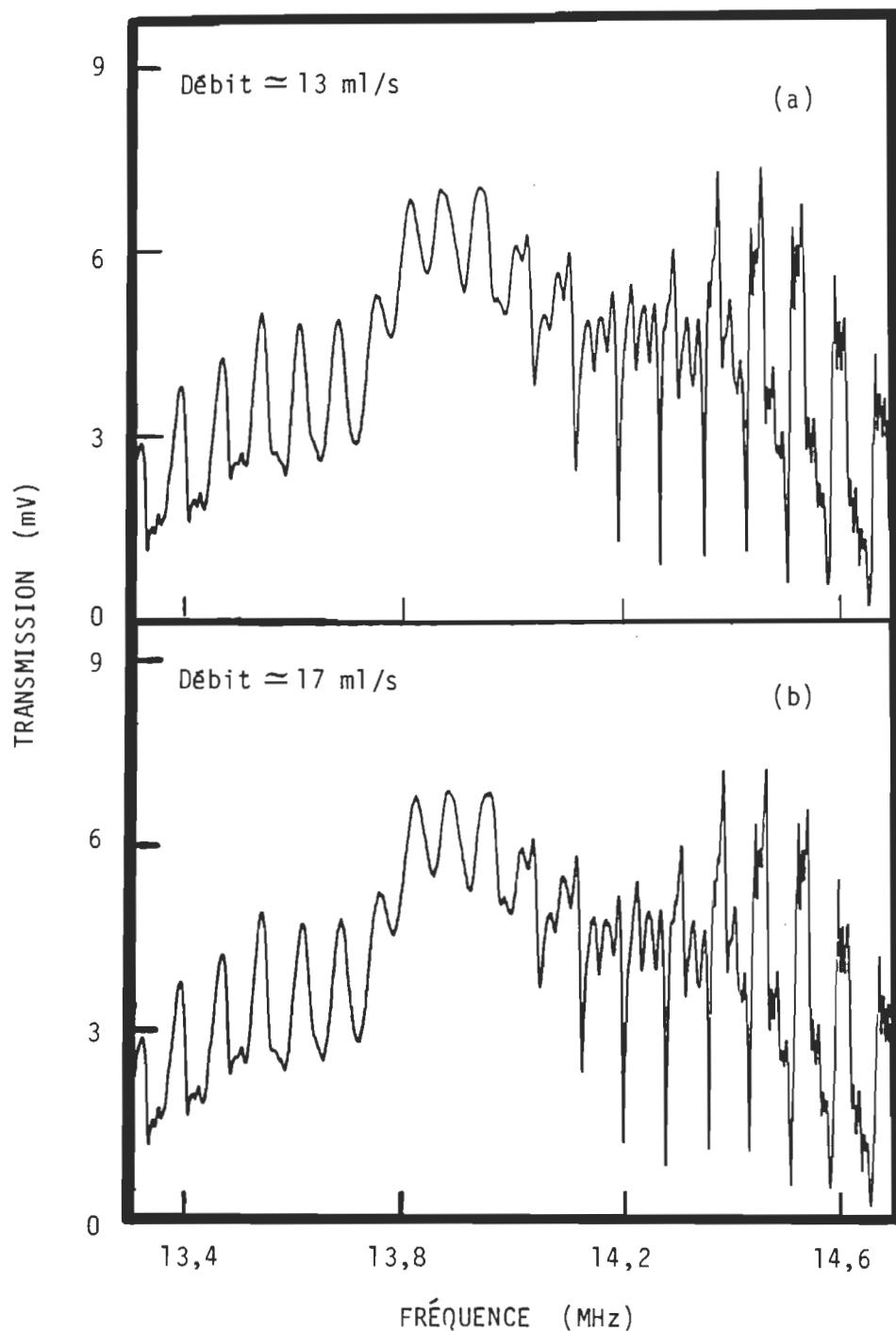


Figure 37. Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant de l'eau en circulation.

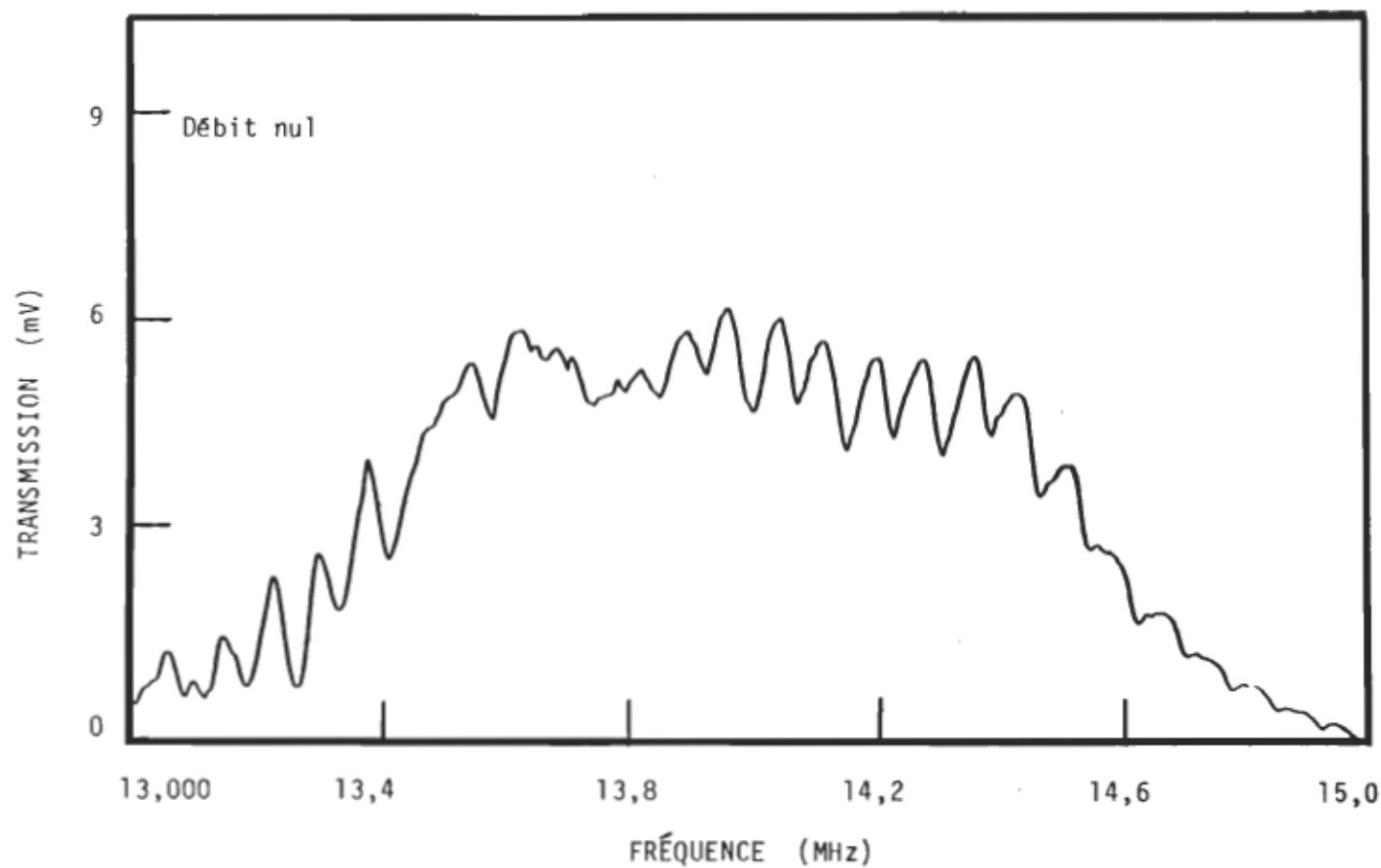


Figure 38. Courbe de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant du lait.

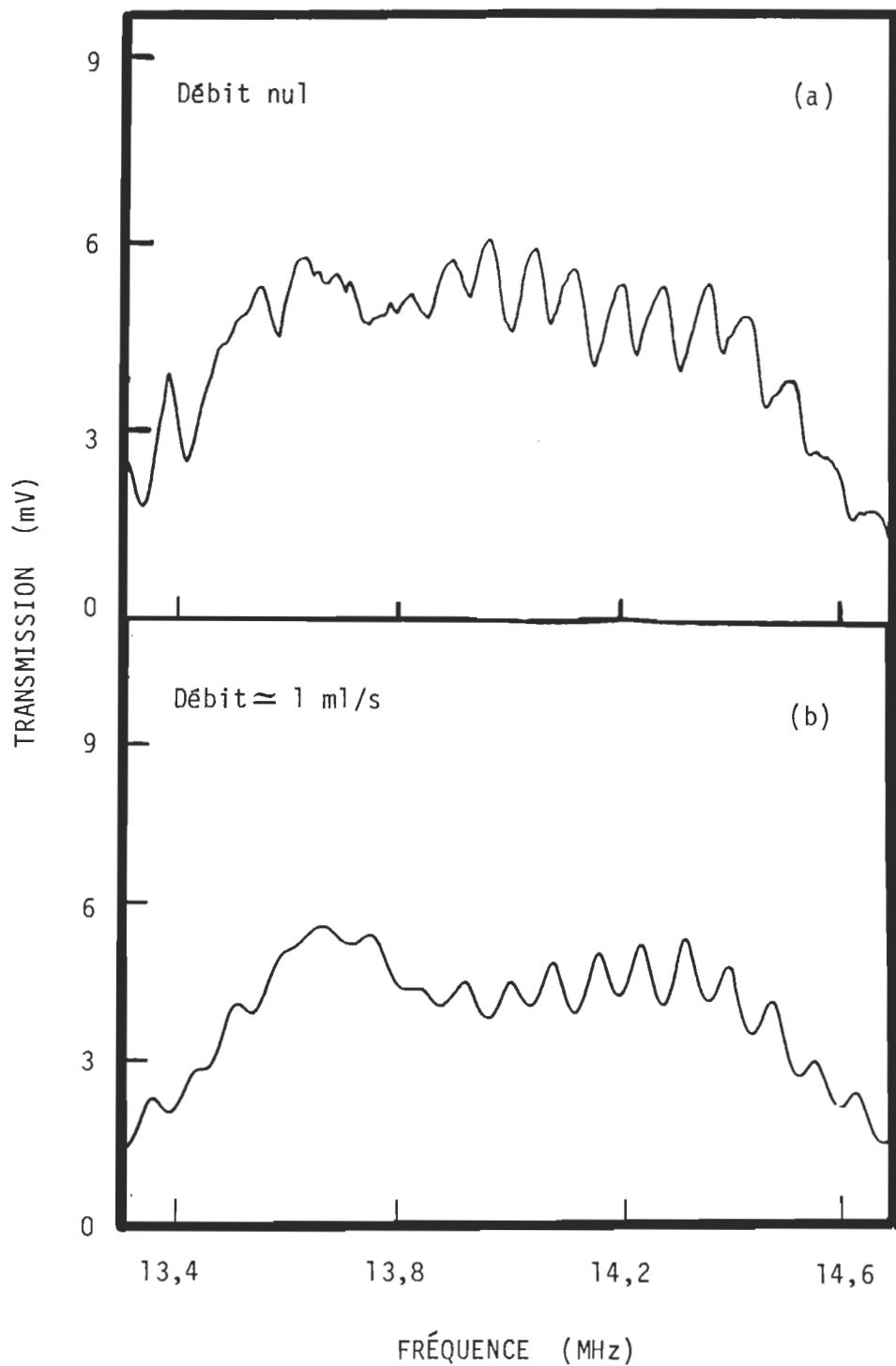


Figure 39. Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant du lait en circulation.

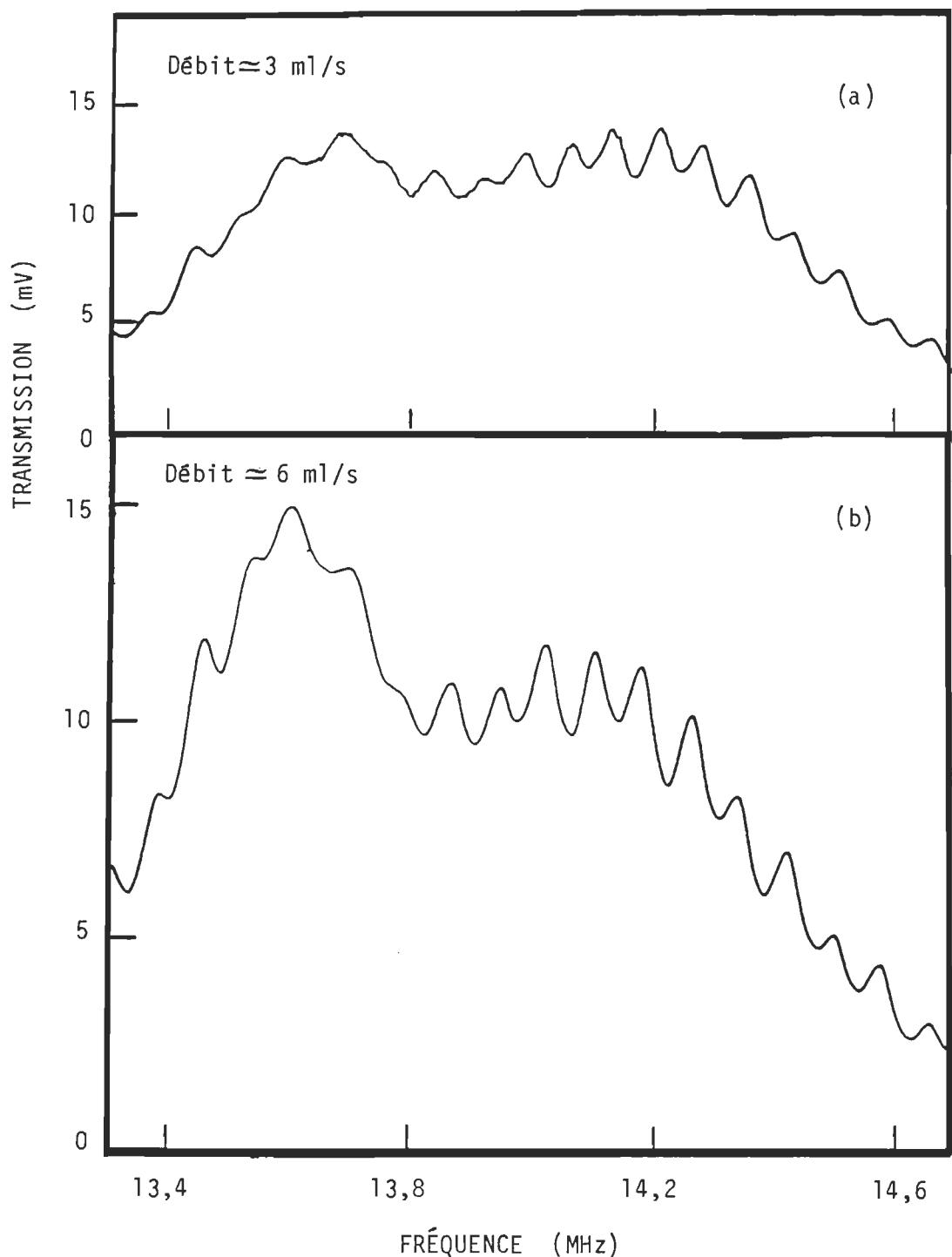


Figure 40. Courbes de transmission en fonction de la fréquence du résonateur contenant du lait en circulation.

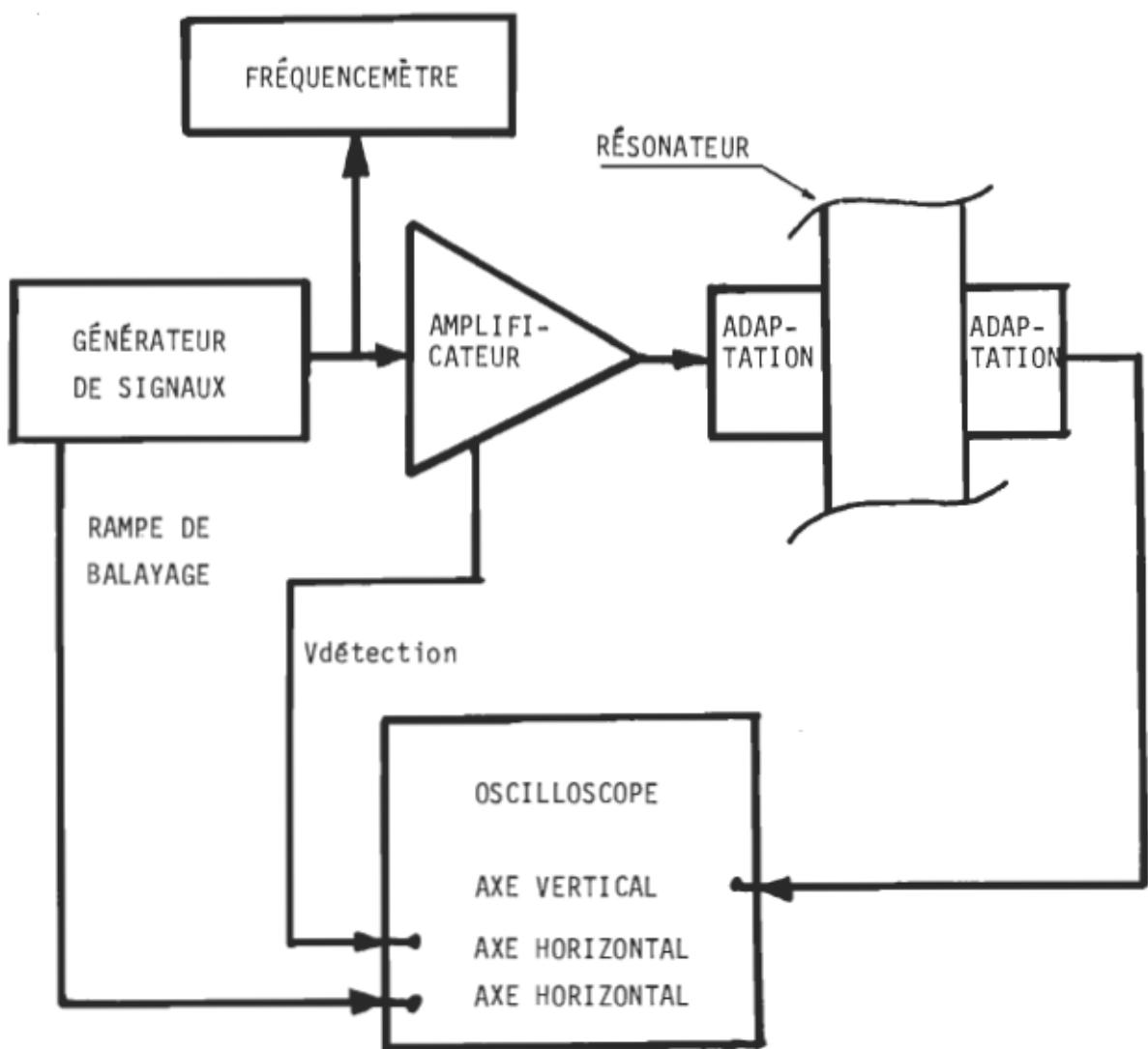


Figure 41. Dispositif permettant la syntonisation de l'amplificateur sur le centre d'une résonance mécanique du résonateur acoustique.

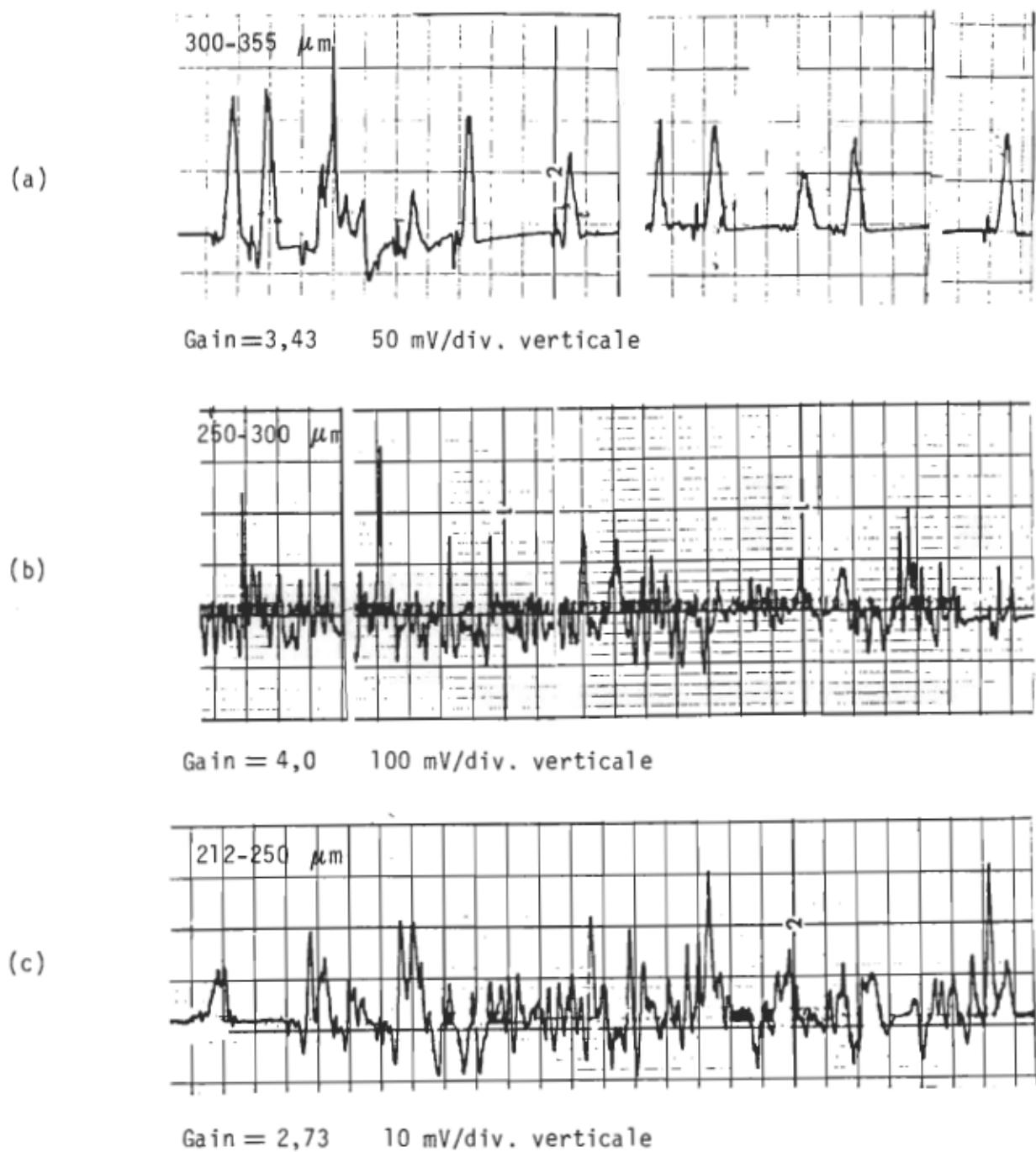


Figure 42. Enregistrements d'impulsions du signal  $V_{\text{detection}}$  lors du passage d'échantillons de particules de divers diamètres dans l'eau, lorsque  $V_{\text{detection}} = 670$  mV.

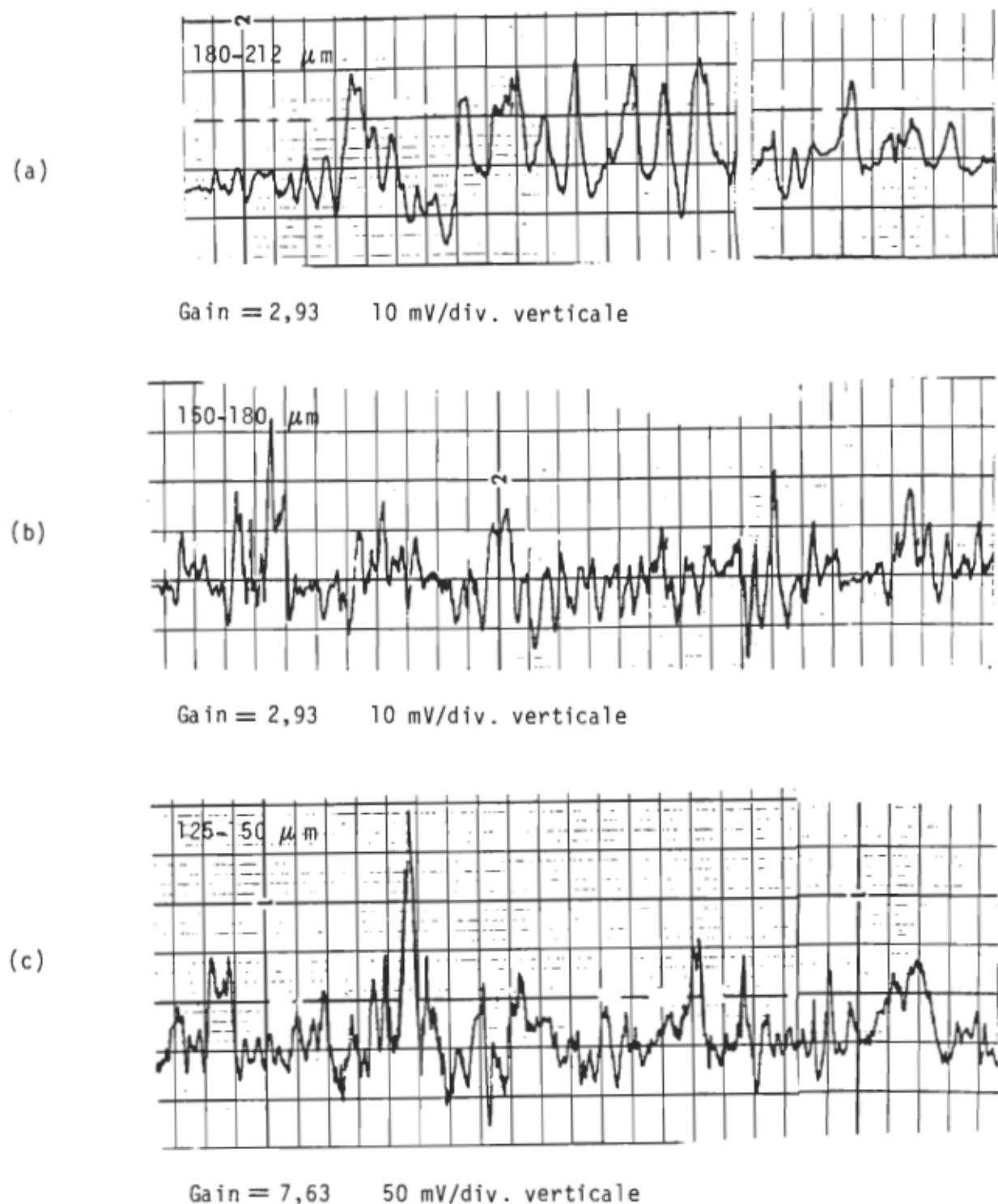


Figure 43. Enregistrements d'impulsions du signal Vdetection lors du passage d'échantillons de particules de divers diamètres dans l'eau, lorsque Vdetection = 670 mV.

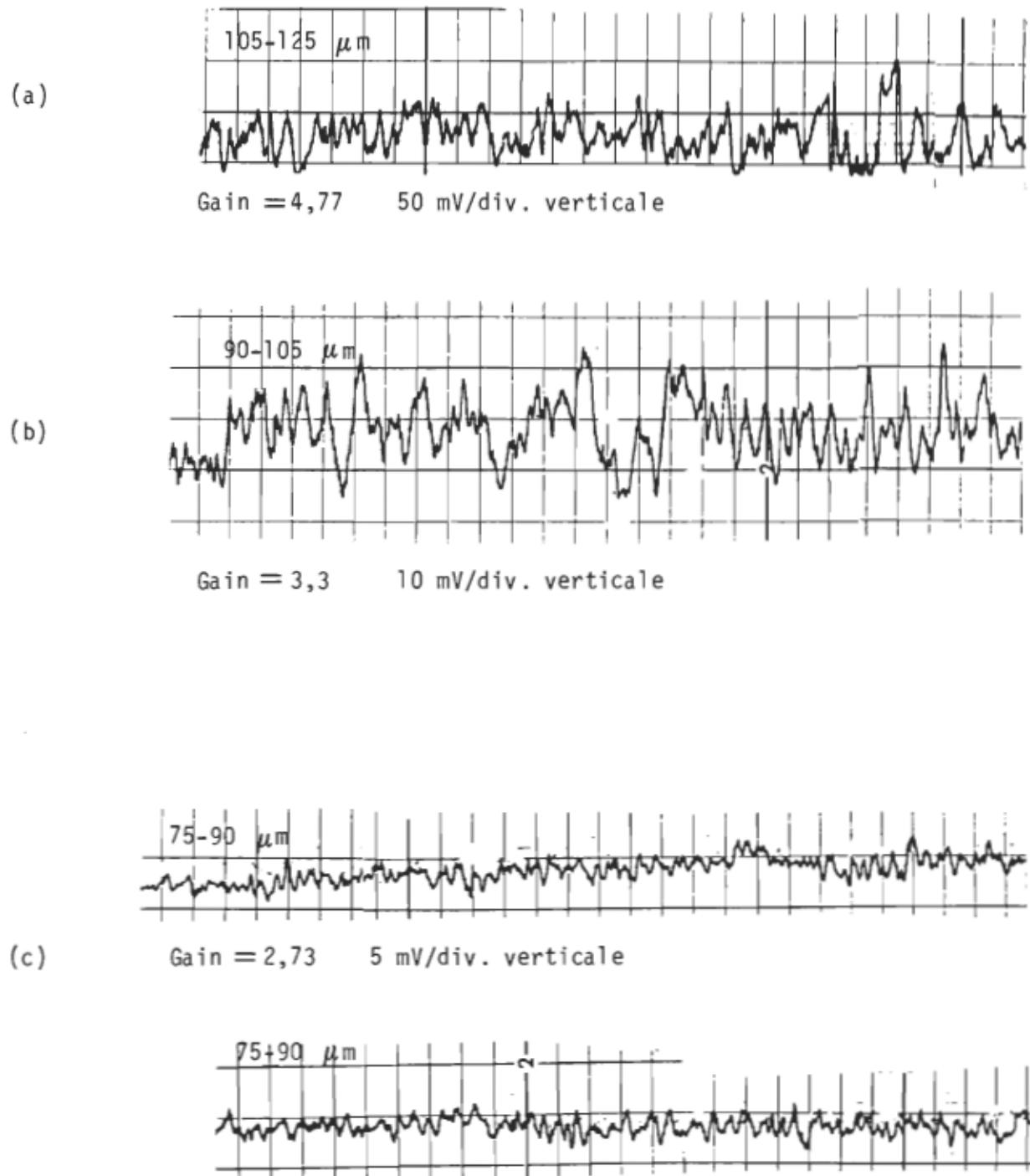


Figure 44. Enregistrements d'impulsions du signal Vdetection lors du passage d'échantillons de particules de divers diamètres dans l'eau, lorsque Vdetection = 670 mV.

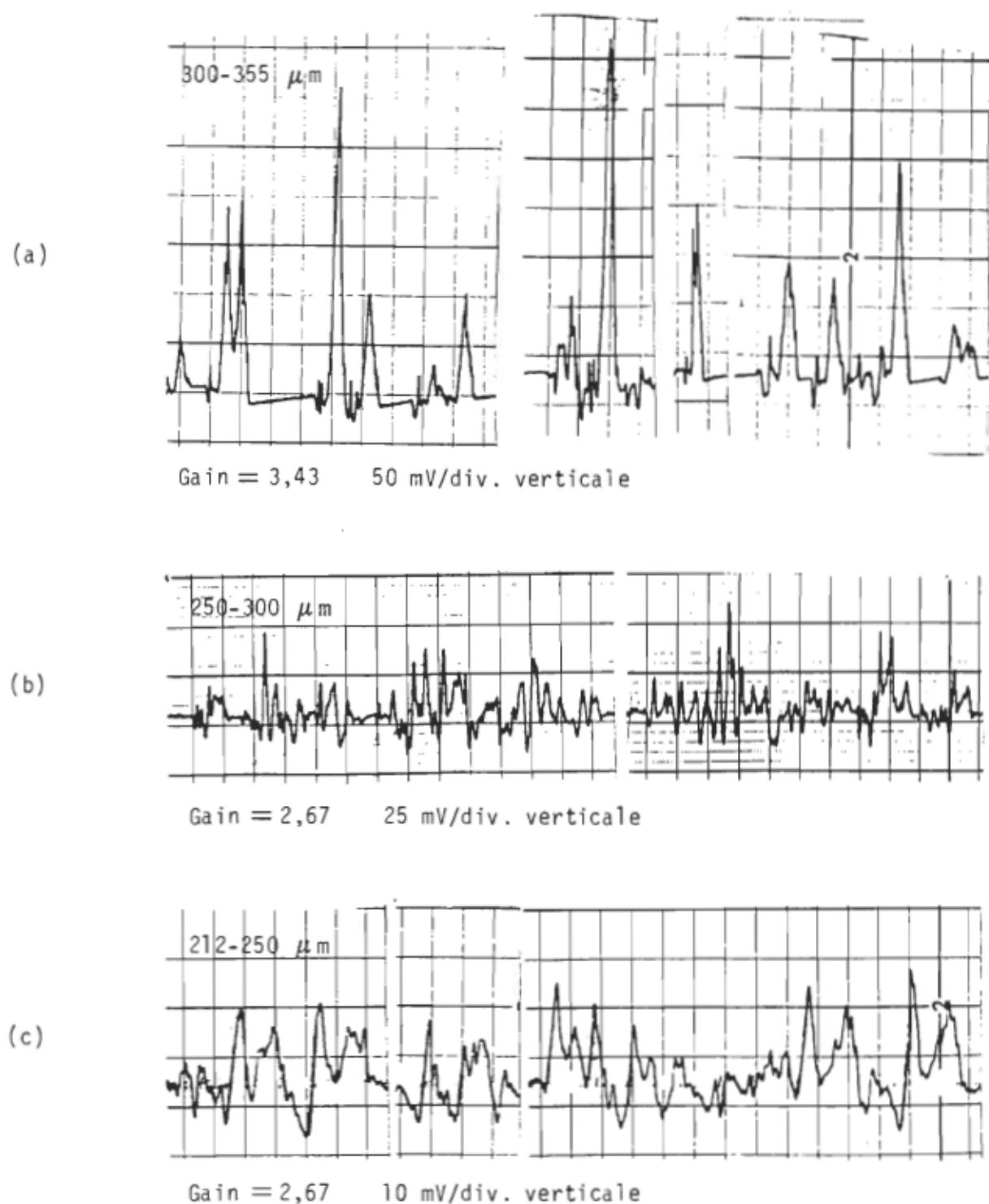


Figure 45. Enregistrements d'impulsions du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans l'eau, où Vdetection = 470 mV.

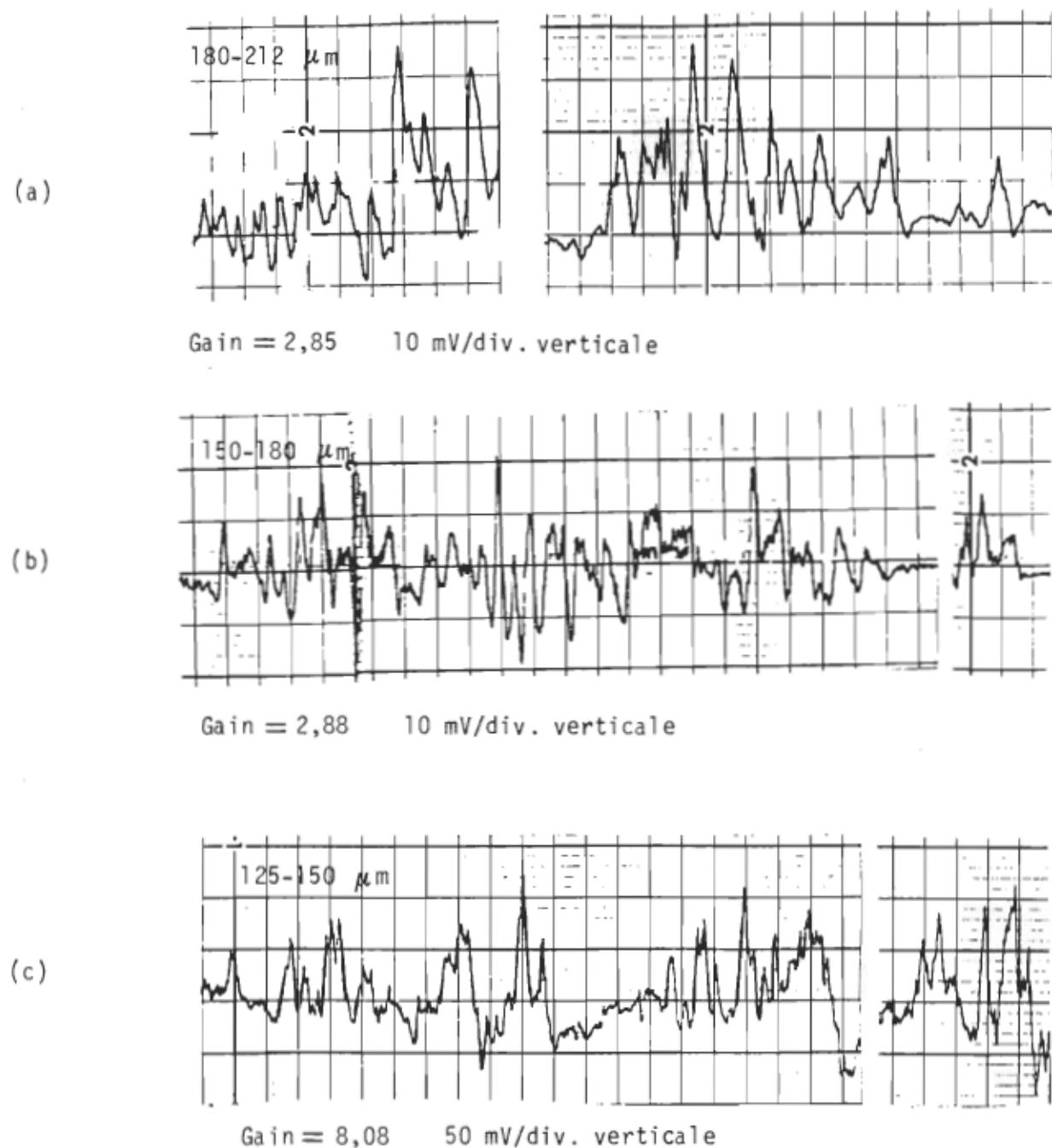


Figure 46. Enregistrements d'impulsions du signal  $V_{\text{detection}}$  lors du passage de particules de divers diamètres dans l'eau, où  $V_{\text{detection}} = 470 \text{ mV}$ .

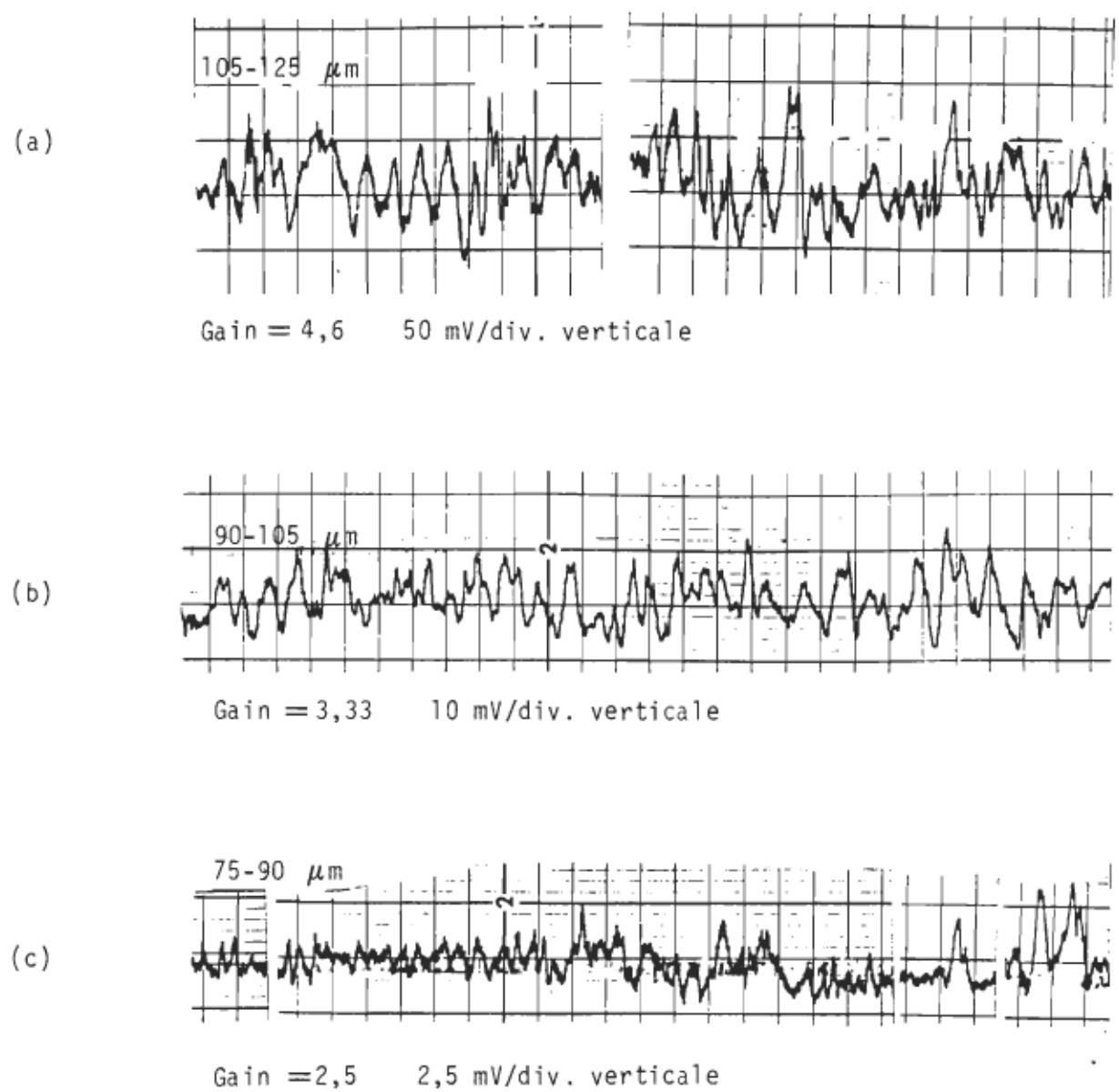


Figure 47. Enregistrements d'impulsions du signal Vdetection lors du passage d'échantillons de particules de divers diamètres dans l'eau, lorsque Vdetection = 470 mV.

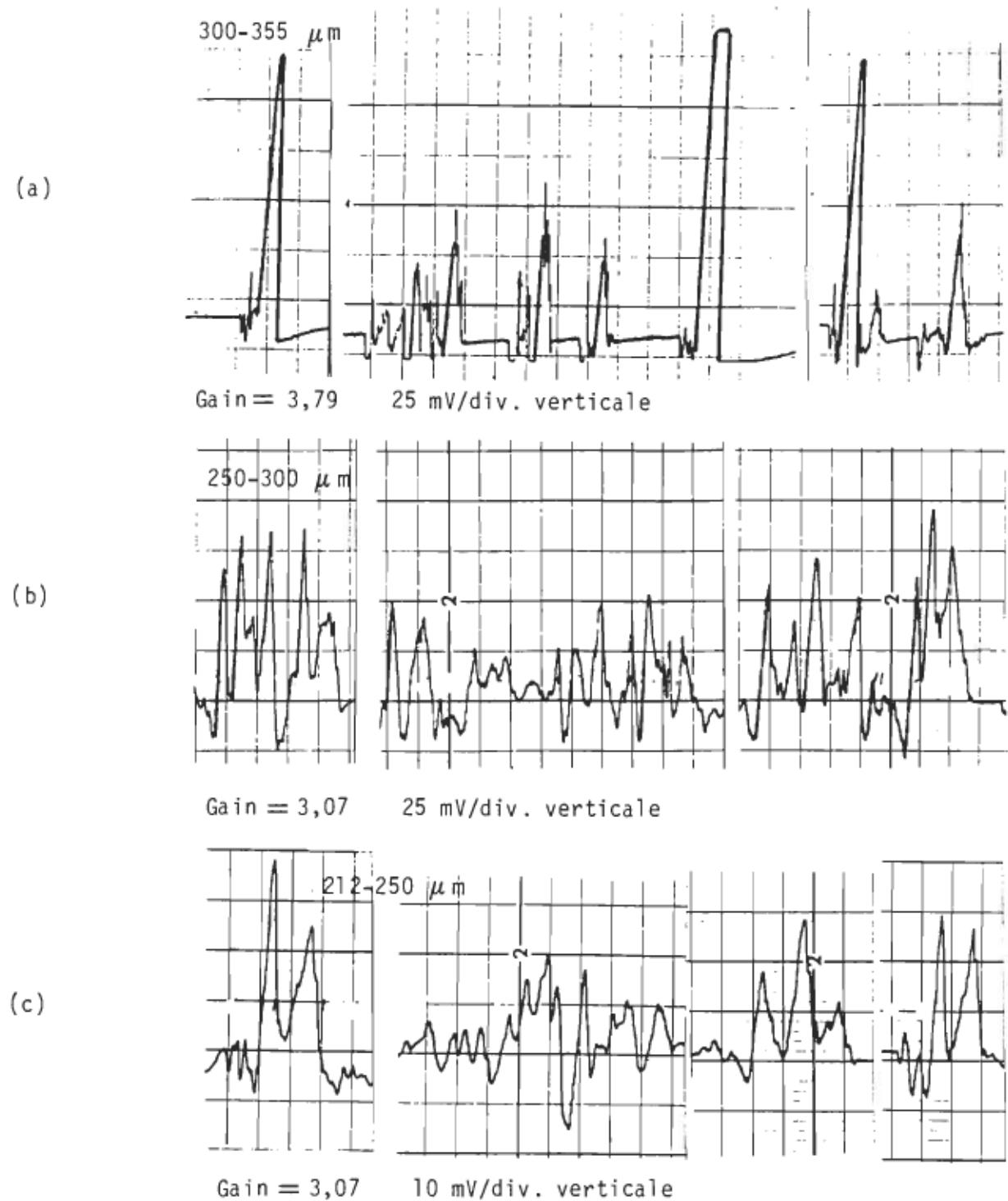


Figure 48. Enregistrements d'impulsions du signal Vdéttection lors du passage de particules de divers diamètres dans l'eau, où Vdéttection = 170 mV.

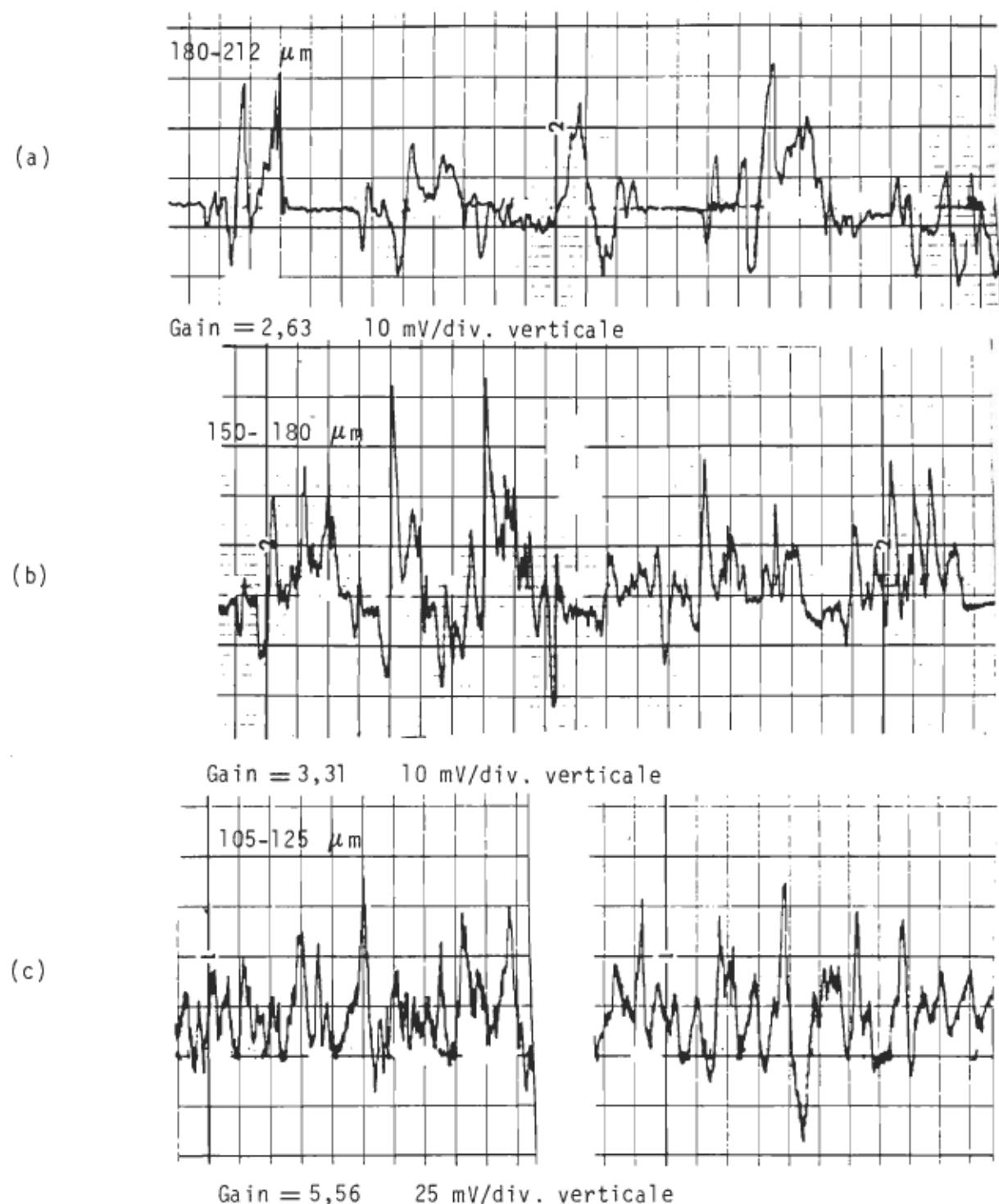


Figure 49. Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans l'eau, lorsque Vdetection = 170 mV.

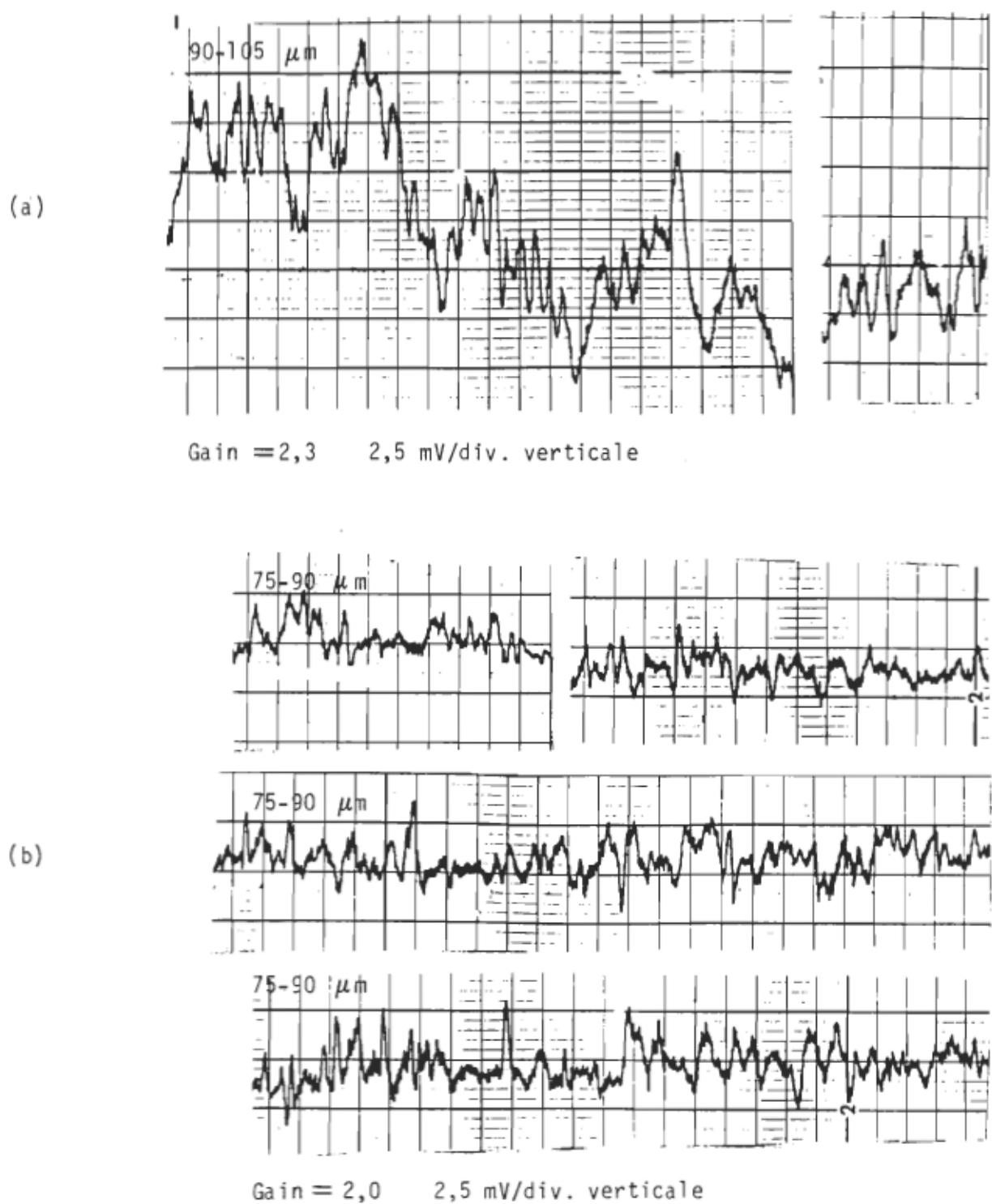


Figure 50. Enregistrements d'impulsions du signal Vdéttection lors du passage de particules de divers diamètres dans l'eau, où Vdéttection = 170 mV.

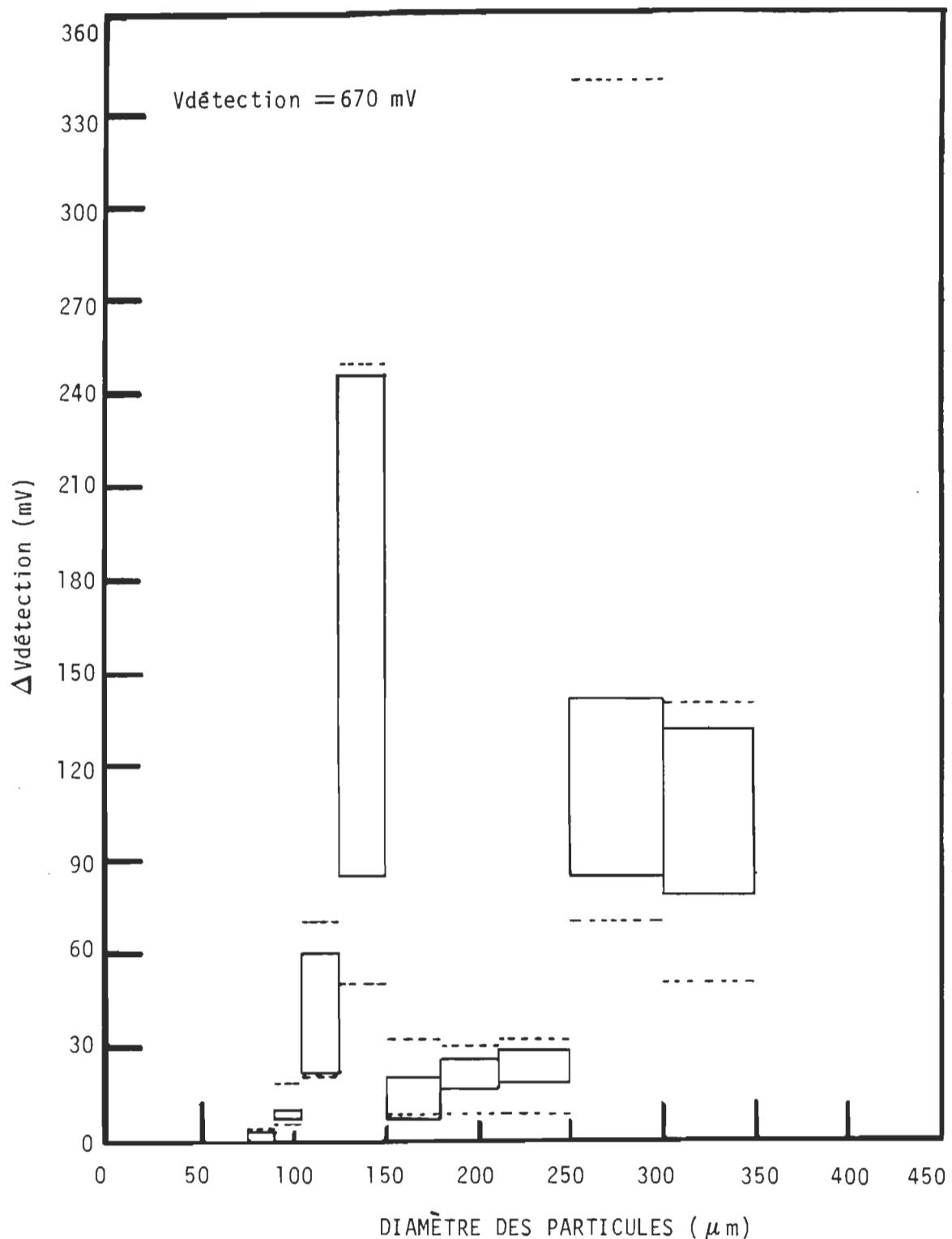


Figure 51. Comparaison entre la hauteur théorique des impulsions (ligne pleine) et celles mesurées (ligne pointillée) dans l'eau.

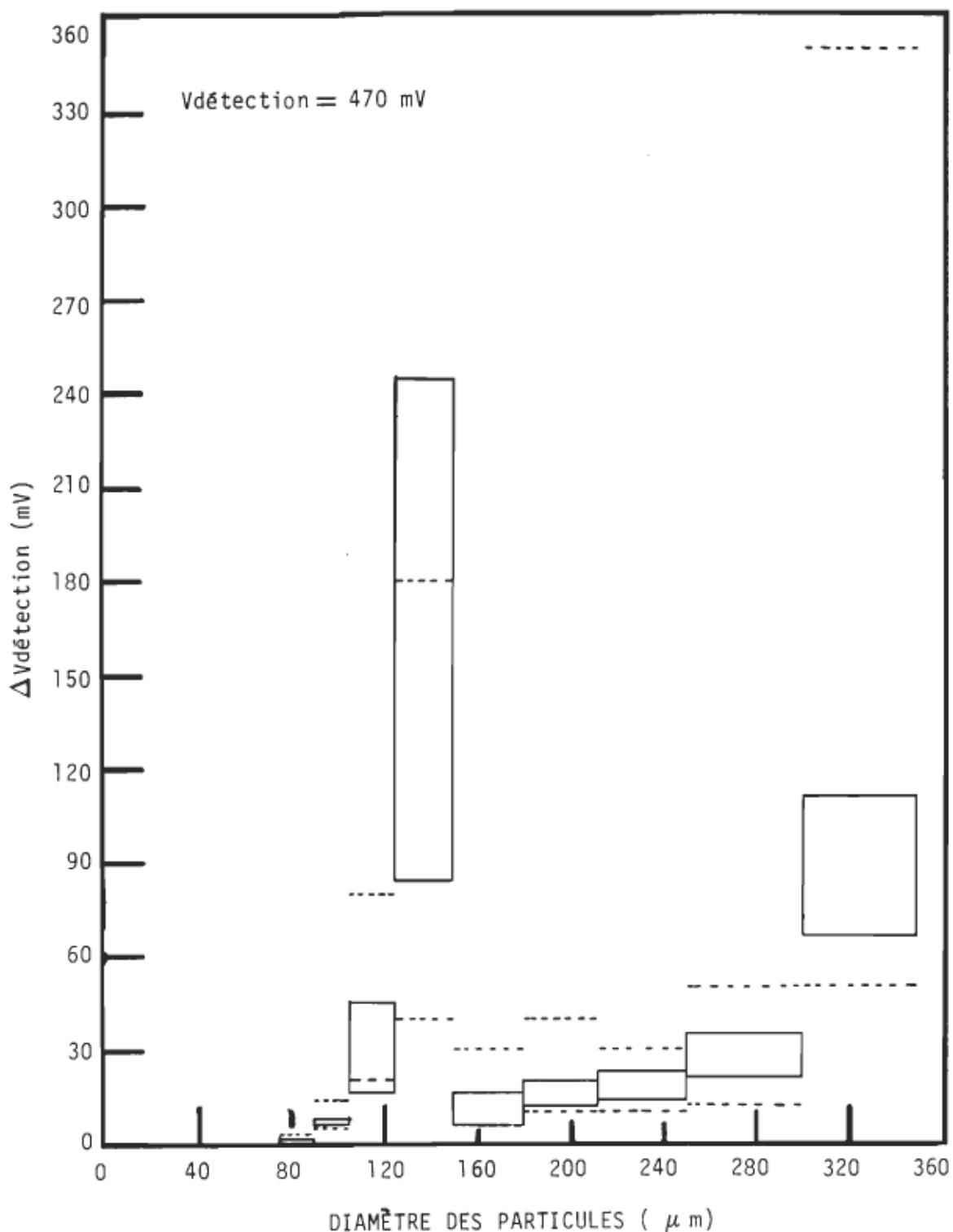


Figure 52. Comparaison entre la hauteur théorique (ligne pleine) des impulsions et celles mesurées (ligne pointillée) dans l'eau.

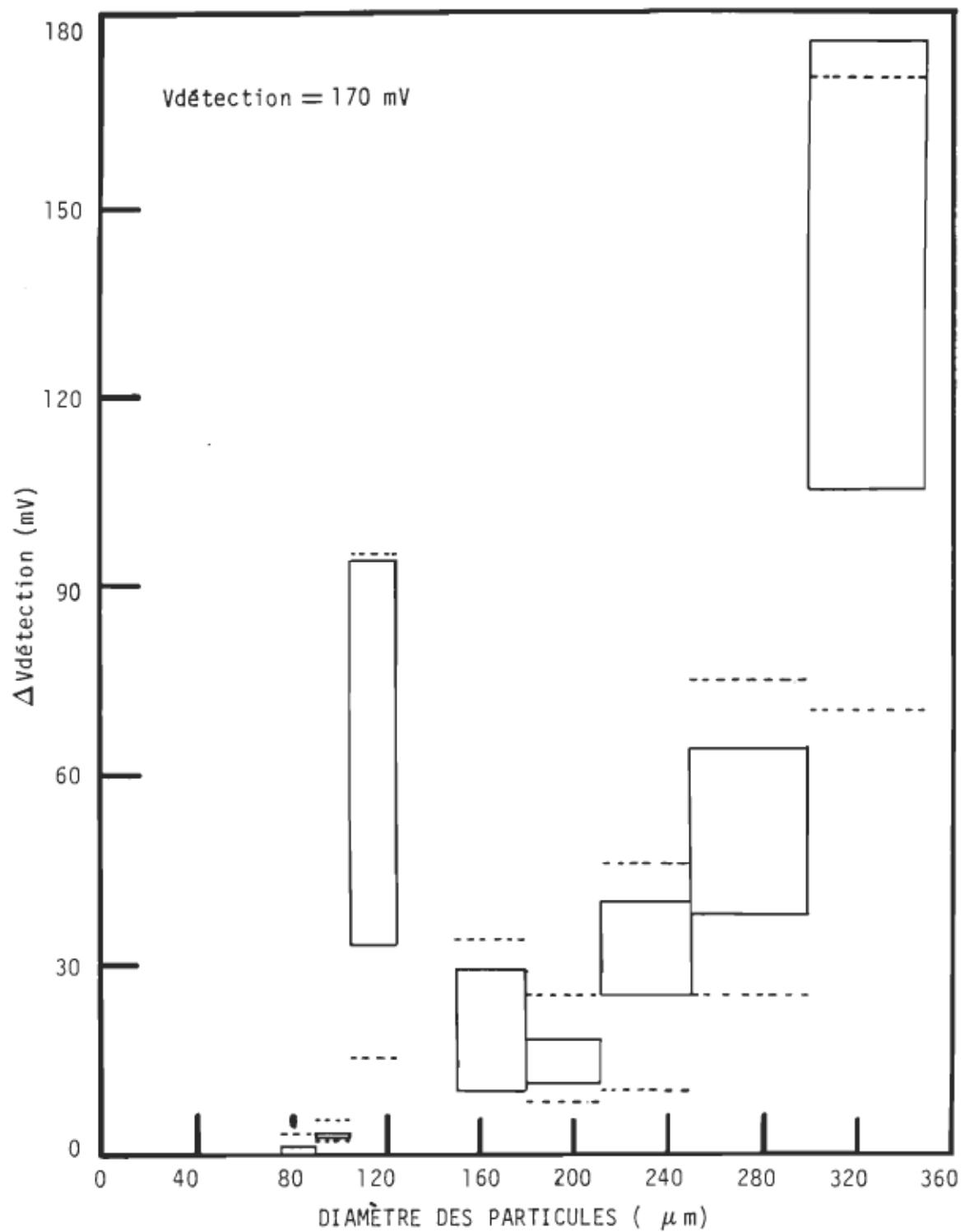


Figure 53. Comparaison entre la hauteur théorique (ligne pleine) des impulsions et celles mesurées (ligne pointillée) dans l'eau.

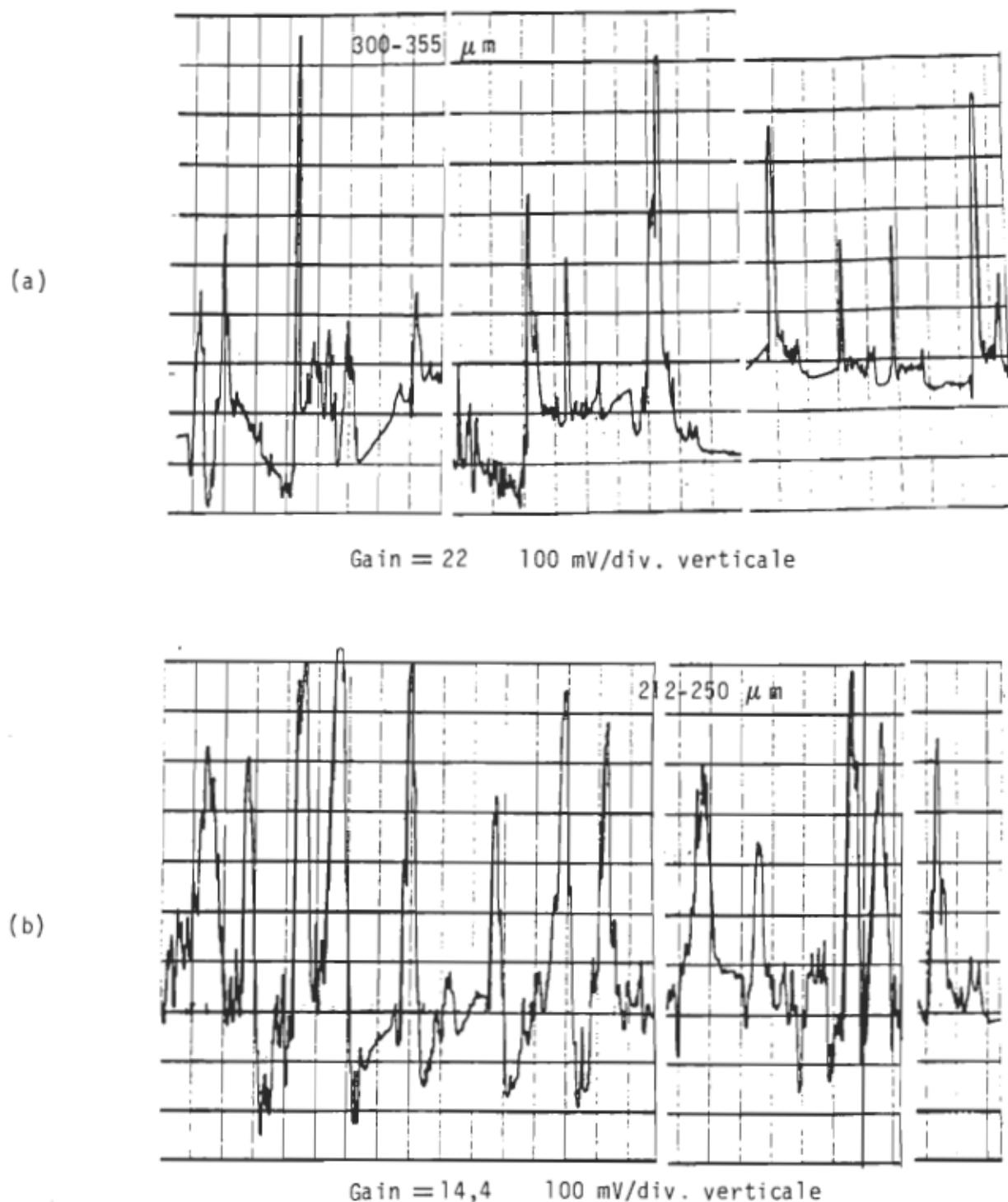


Figure 54. Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 670 mV.

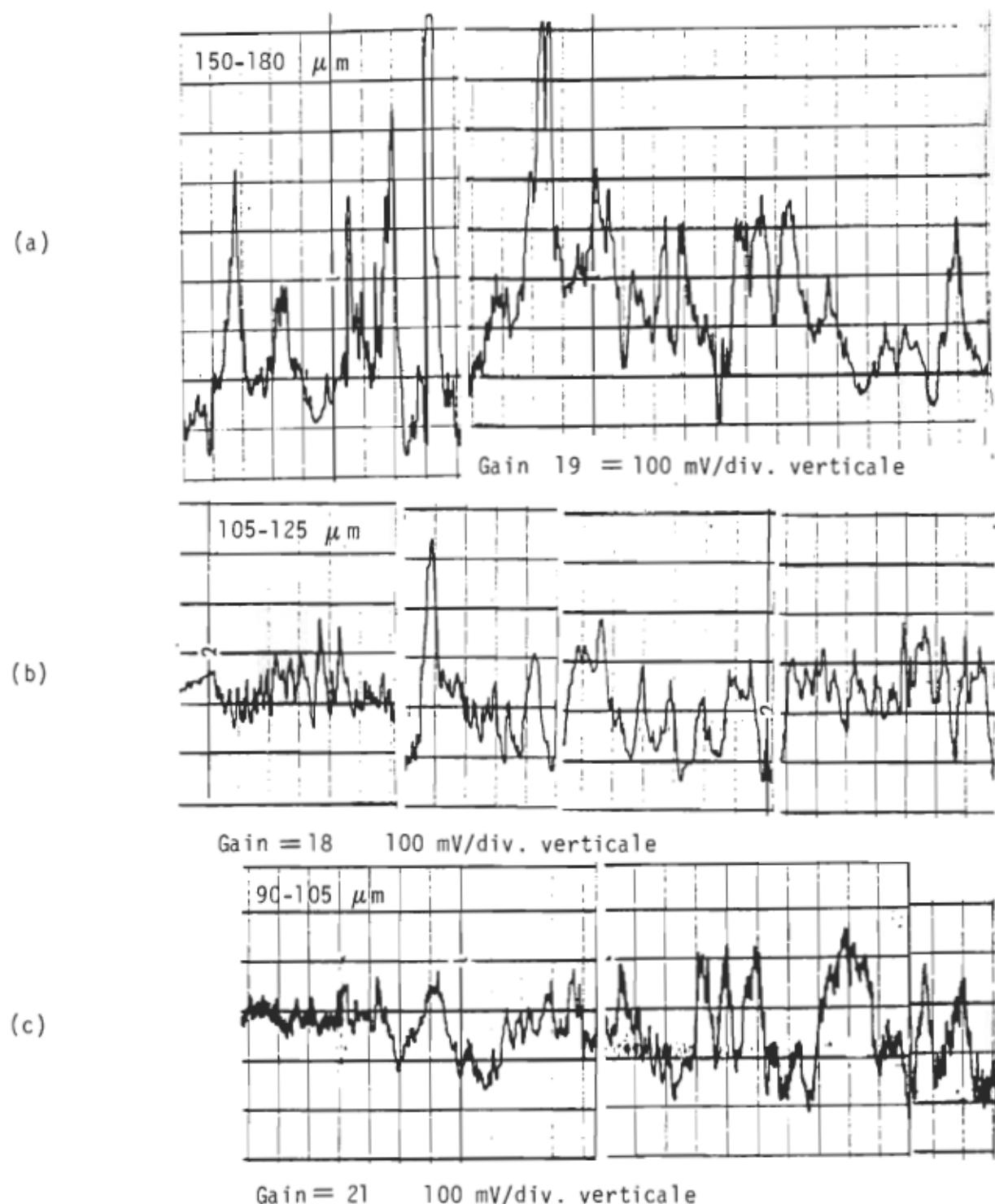


Figure 55. Enregistrements du signal  $V_{\text{detection}}$  lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque  $V_{\text{detection}} = 670$  mV.

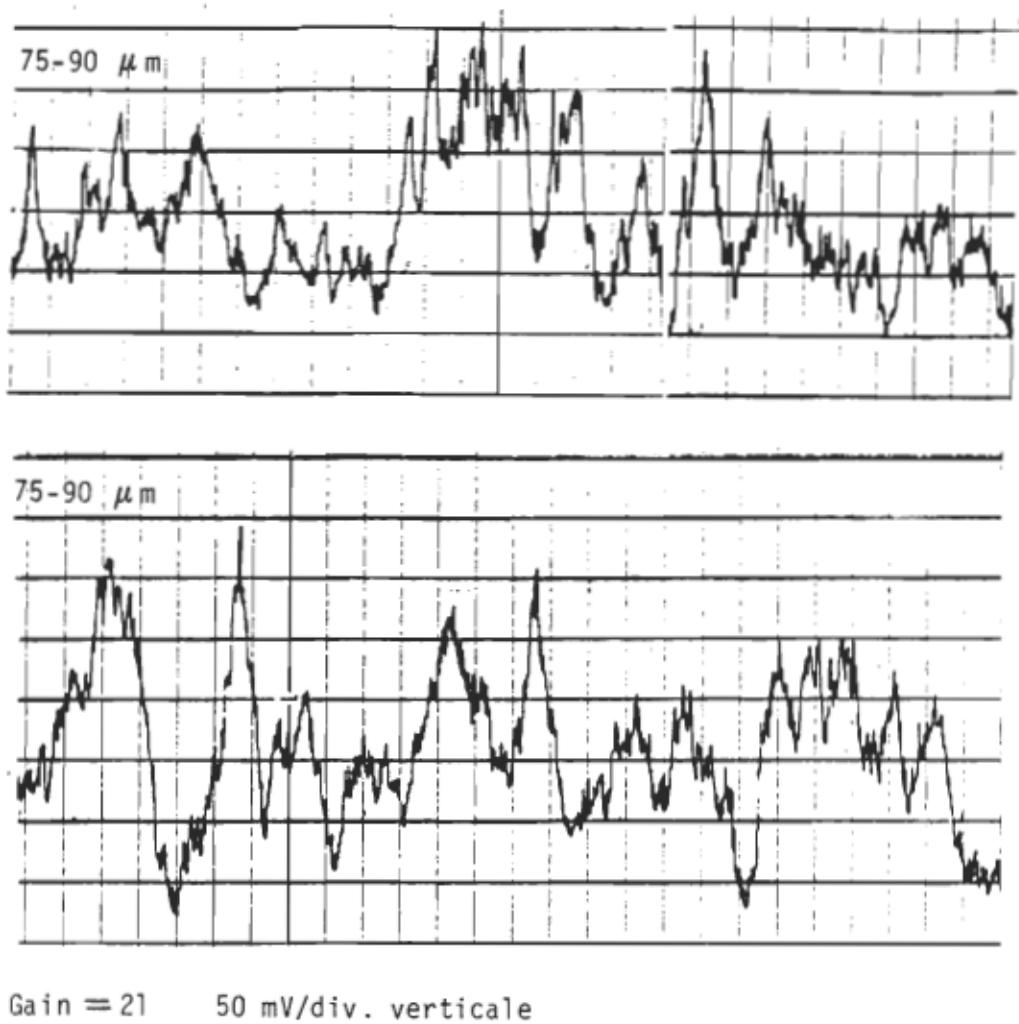


Figure 56. Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de diamètres compris entre 75 et 90  $\mu\text{m}$  dans le lait, lorsque Vdetection = 670 mV

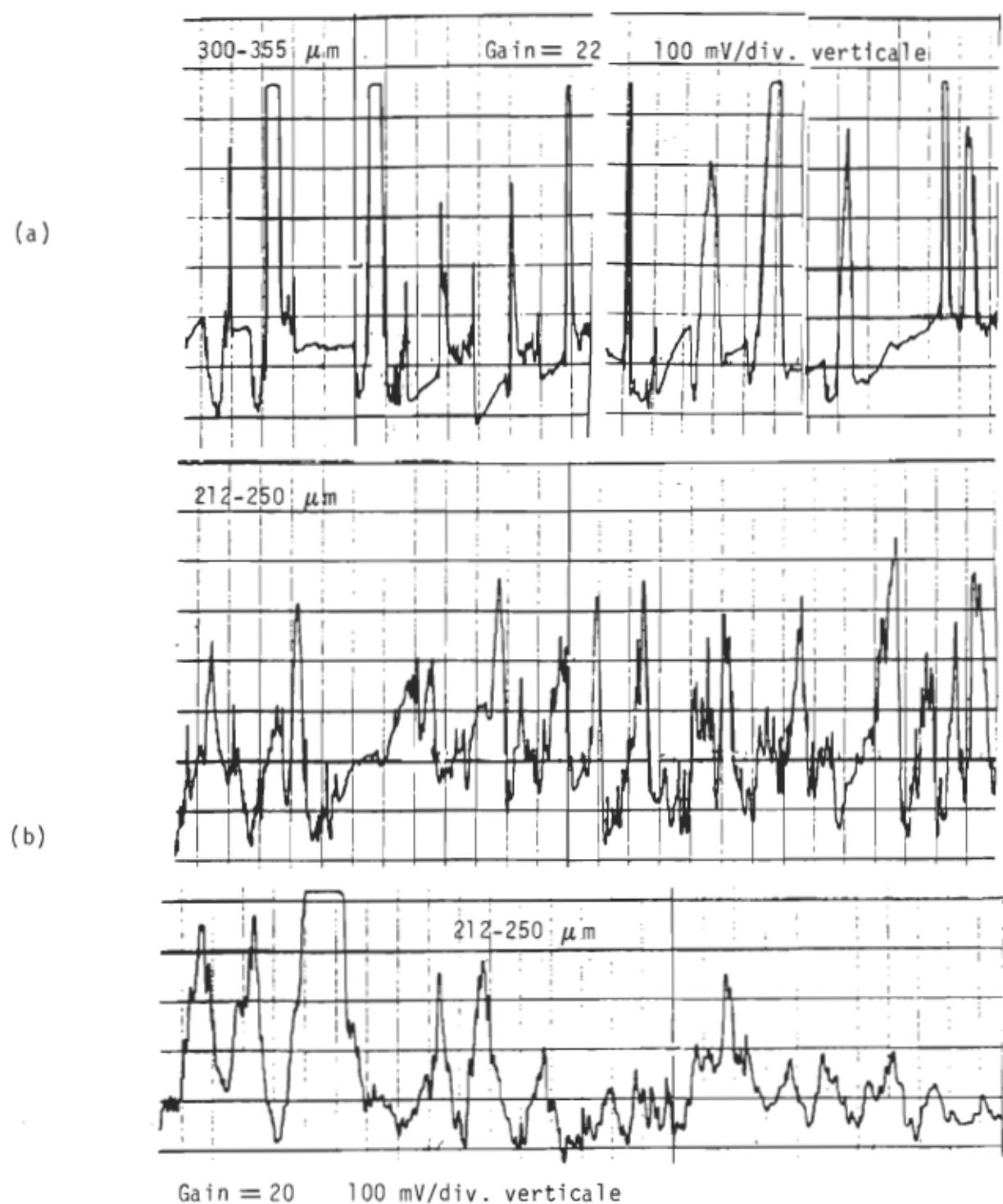


Figure 57. Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 470 mV.

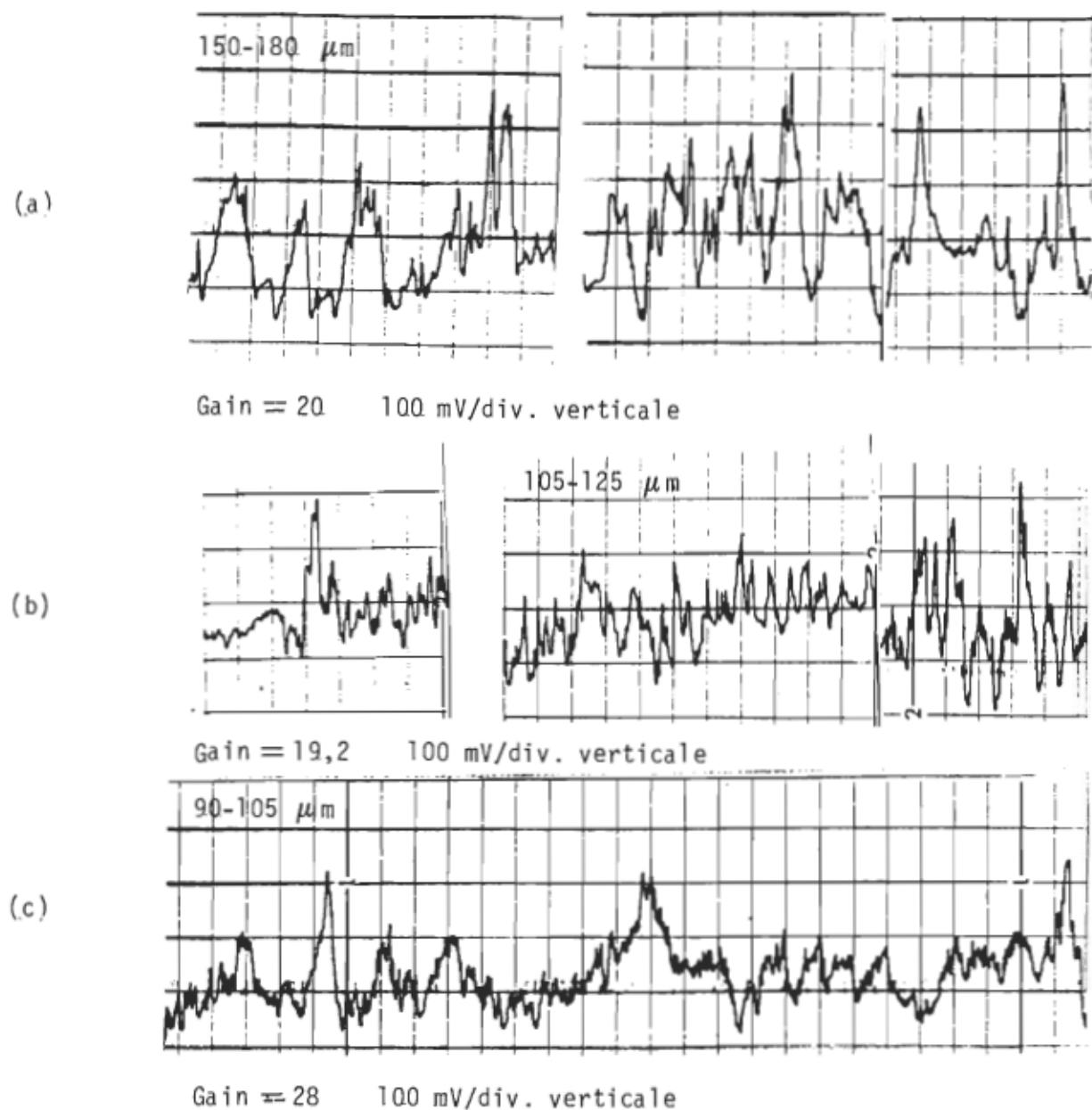


Figure 58. Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 470 mV.

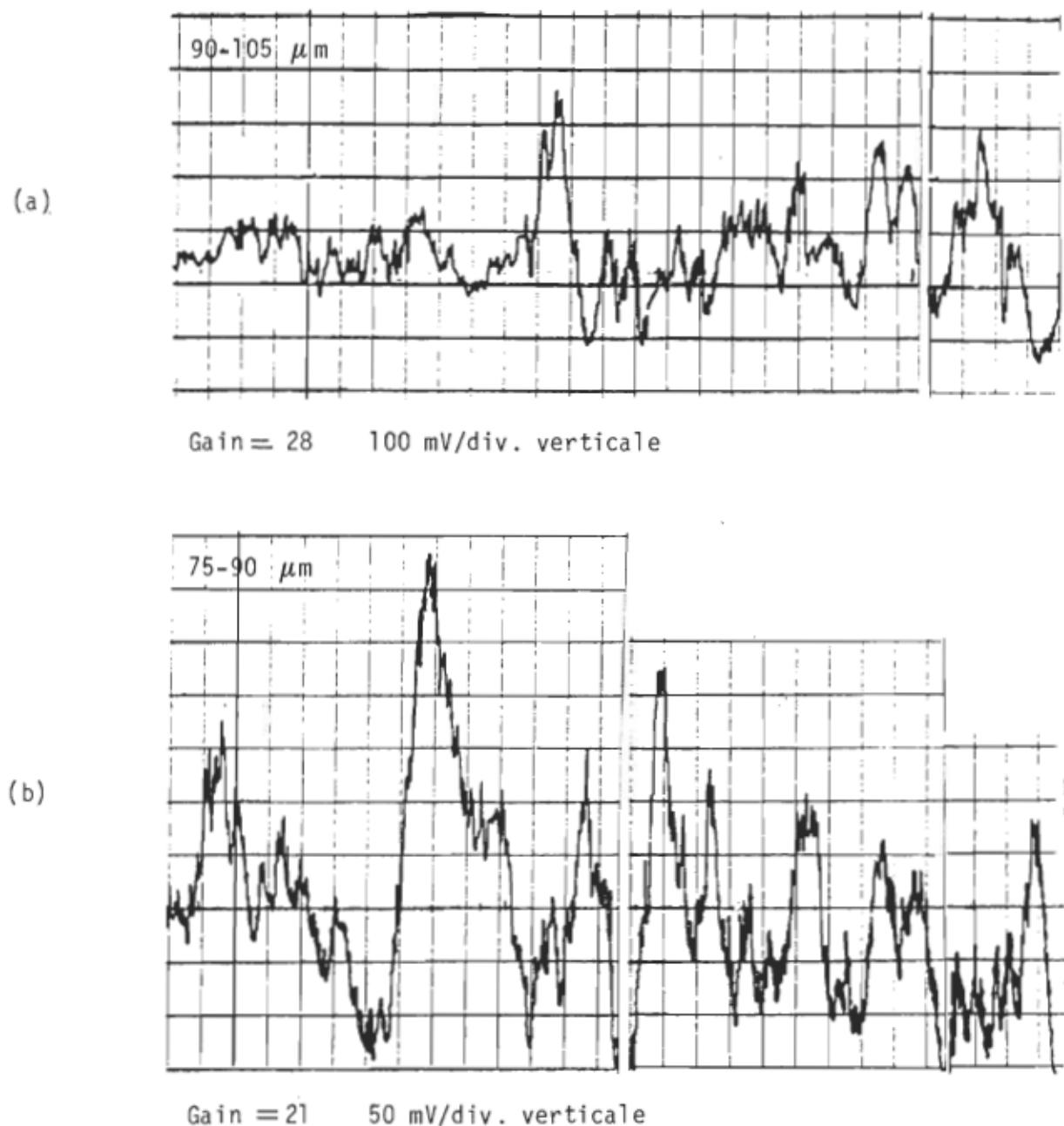


Figure 59. Enregistrements du signal Vdéttection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdéttection = 470 mV.

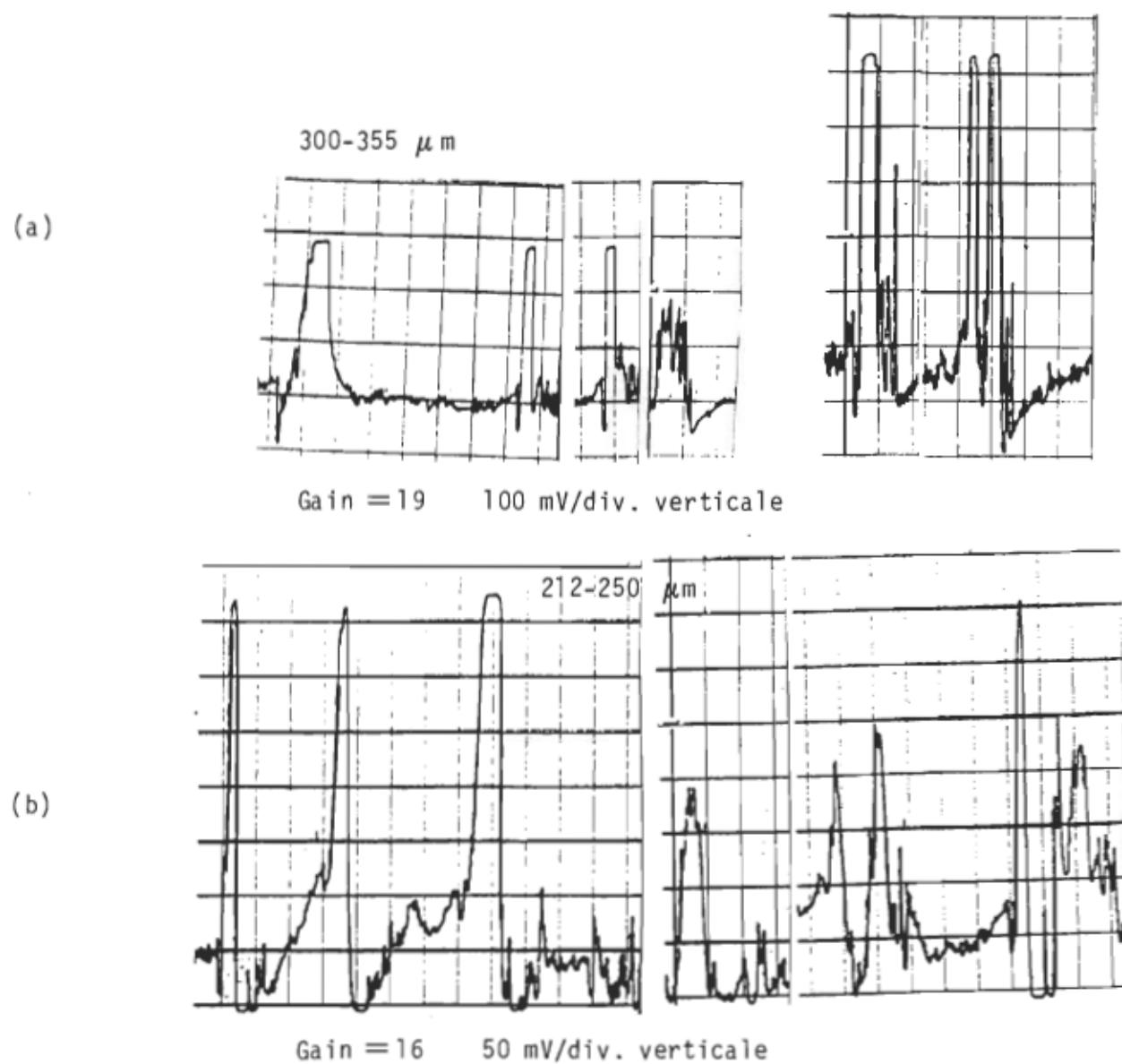


Figure 60. Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 270 mV.

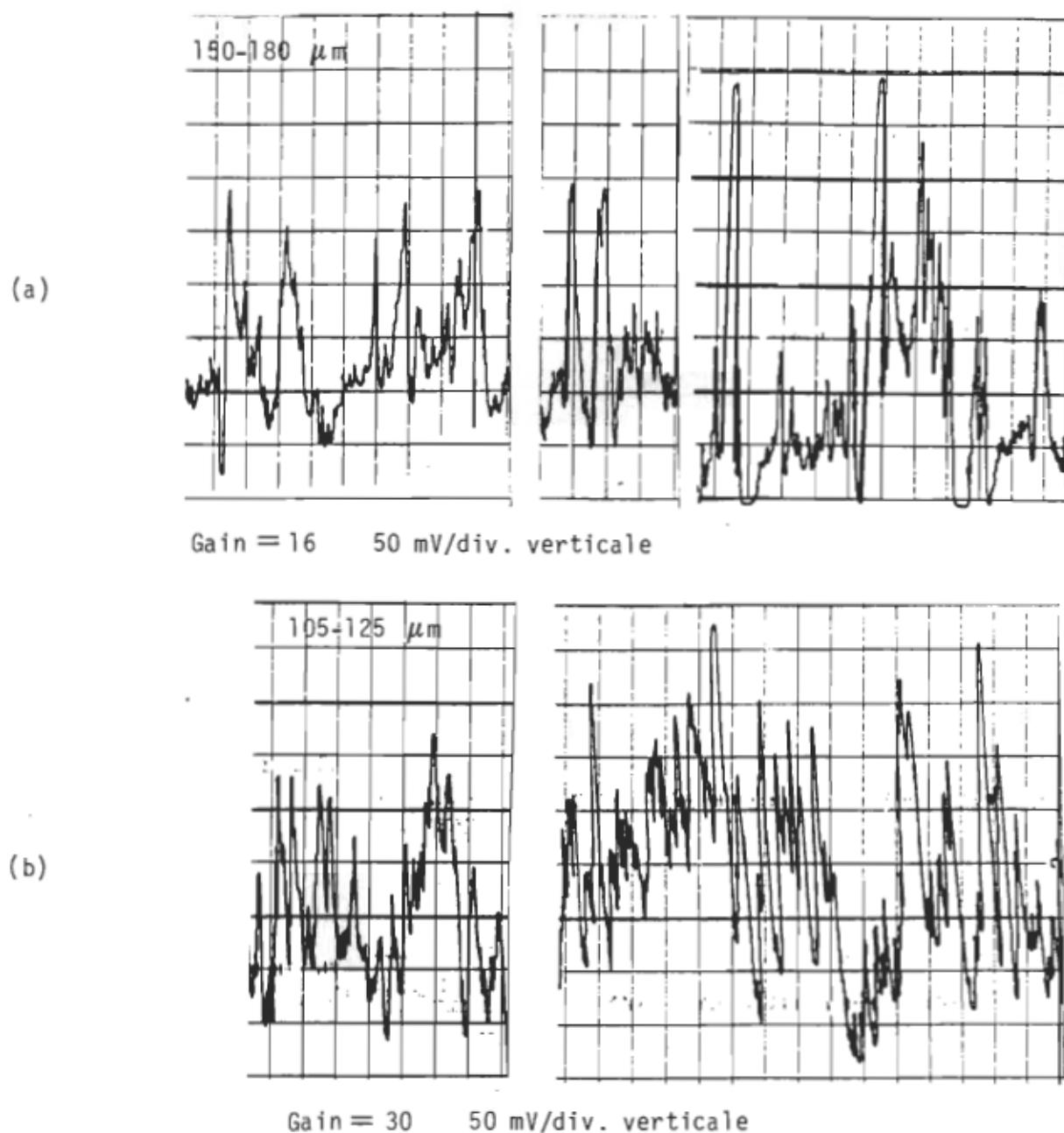


Figure 61. Enregistrements du signal  $V_{\text{detection}}$  lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque  $V_{\text{detection}} = 270$  mV.

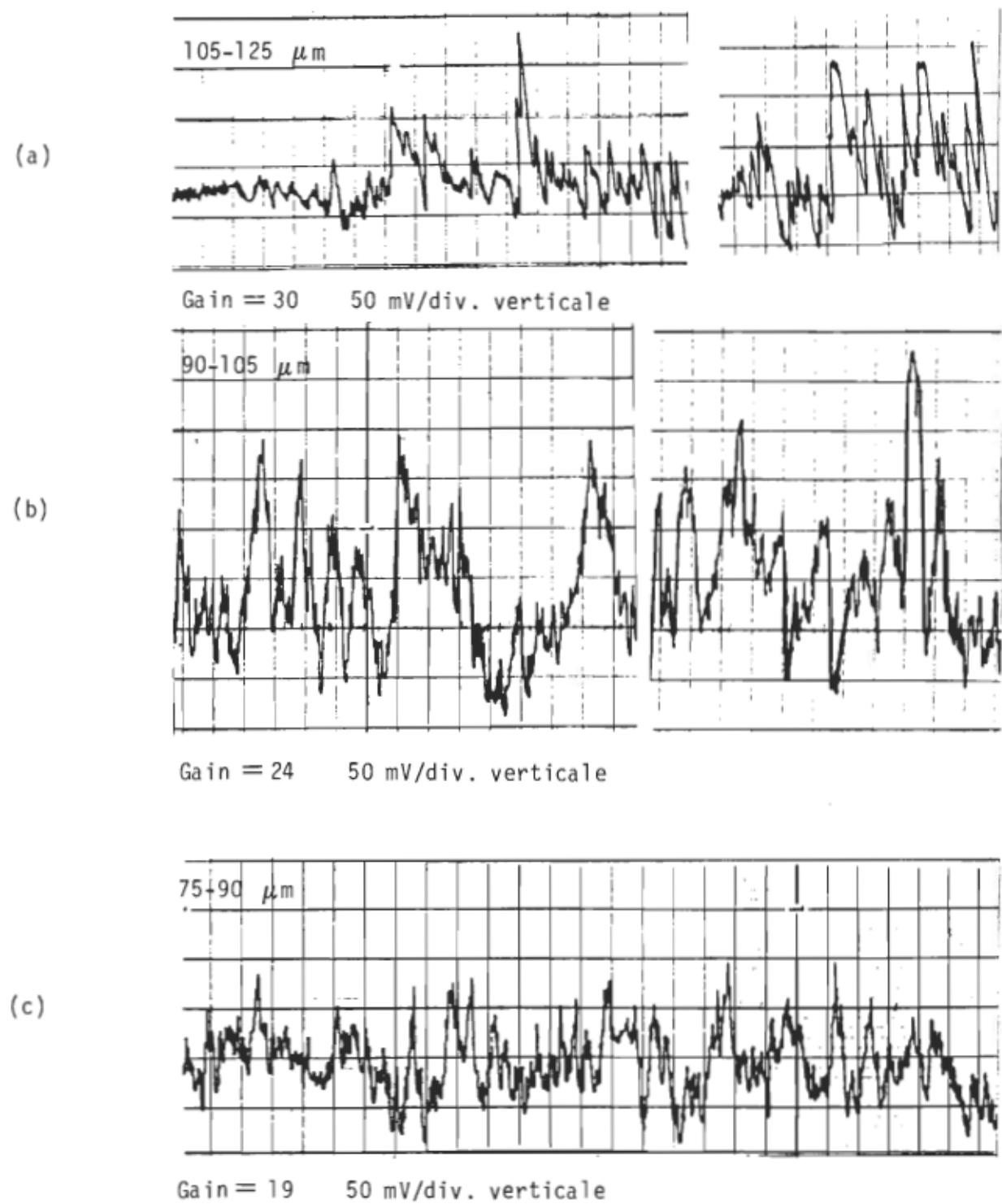


Figure 62. Enregistrements du signal Vdetection lors du passage de particules de divers diamètres dans le lait, lorsque Vdetection = 270 mV.

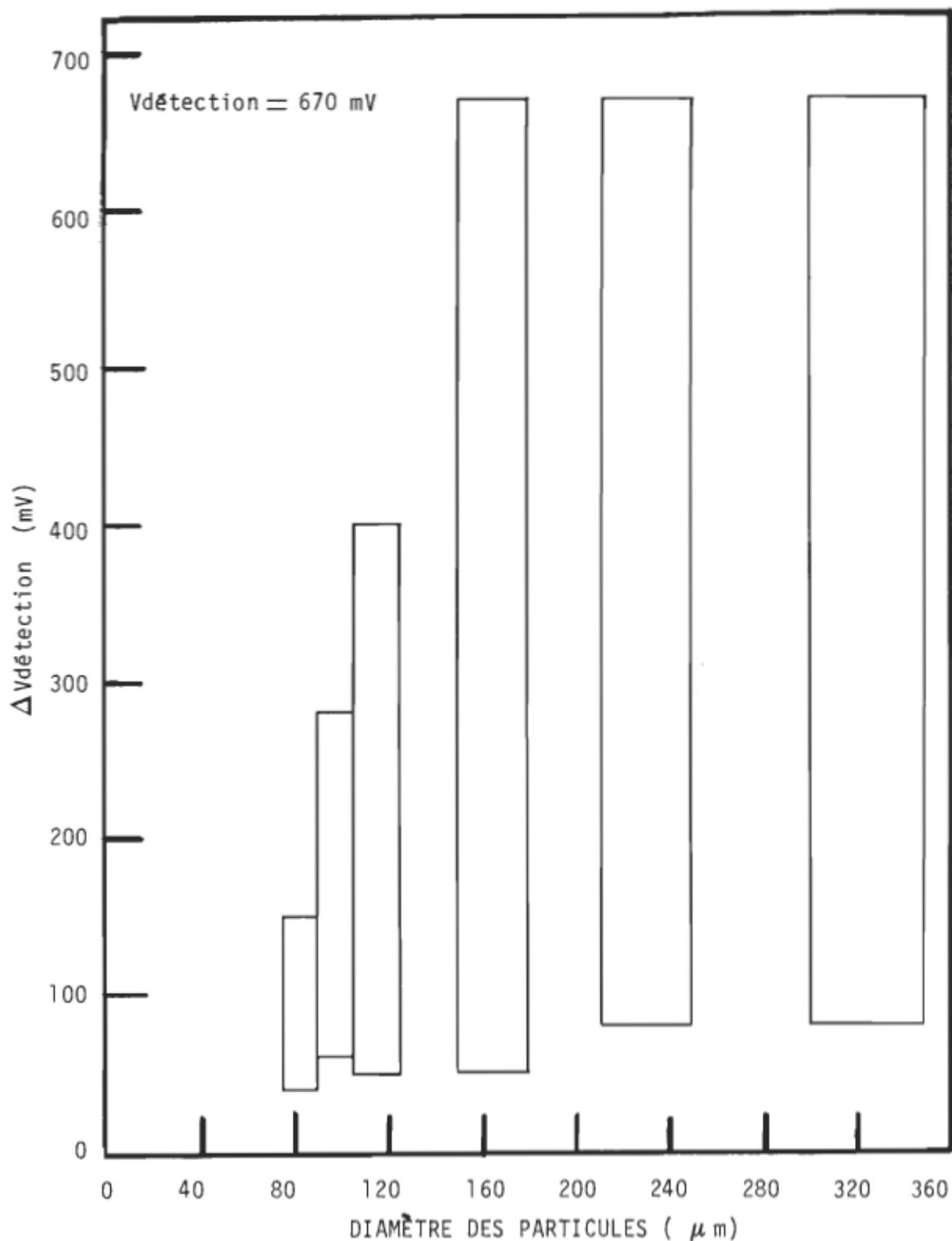


Figure 63. Hauteur des impulsions du signal Vdetection mesurées selon le diamètre des particules de divers échantillons dans le lait.

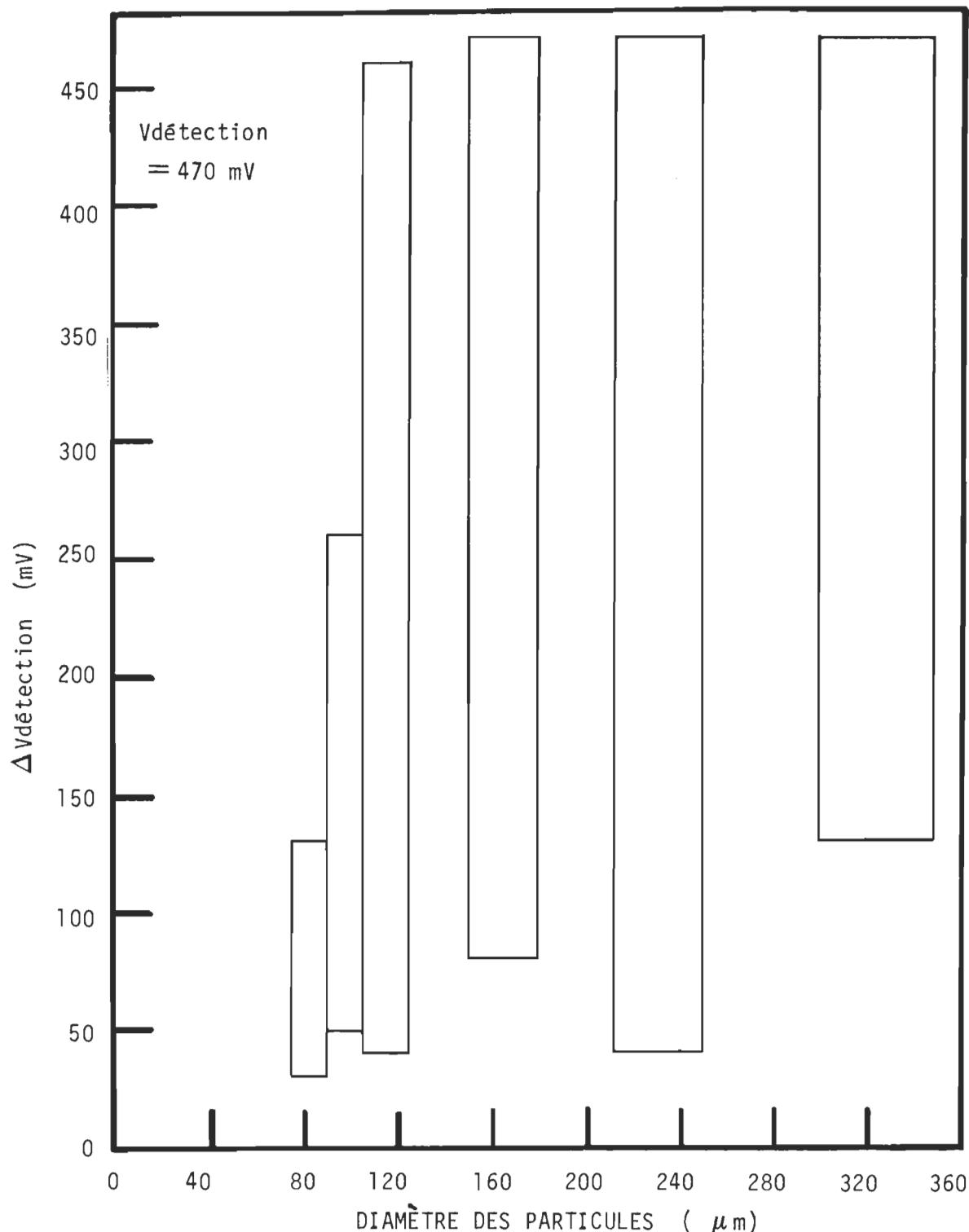


Figure 64. Hauteur des impulsions du signal  $V_{\text{detection}}$  mesurées selon le diamètre des particules de divers échantillons dans le lait.

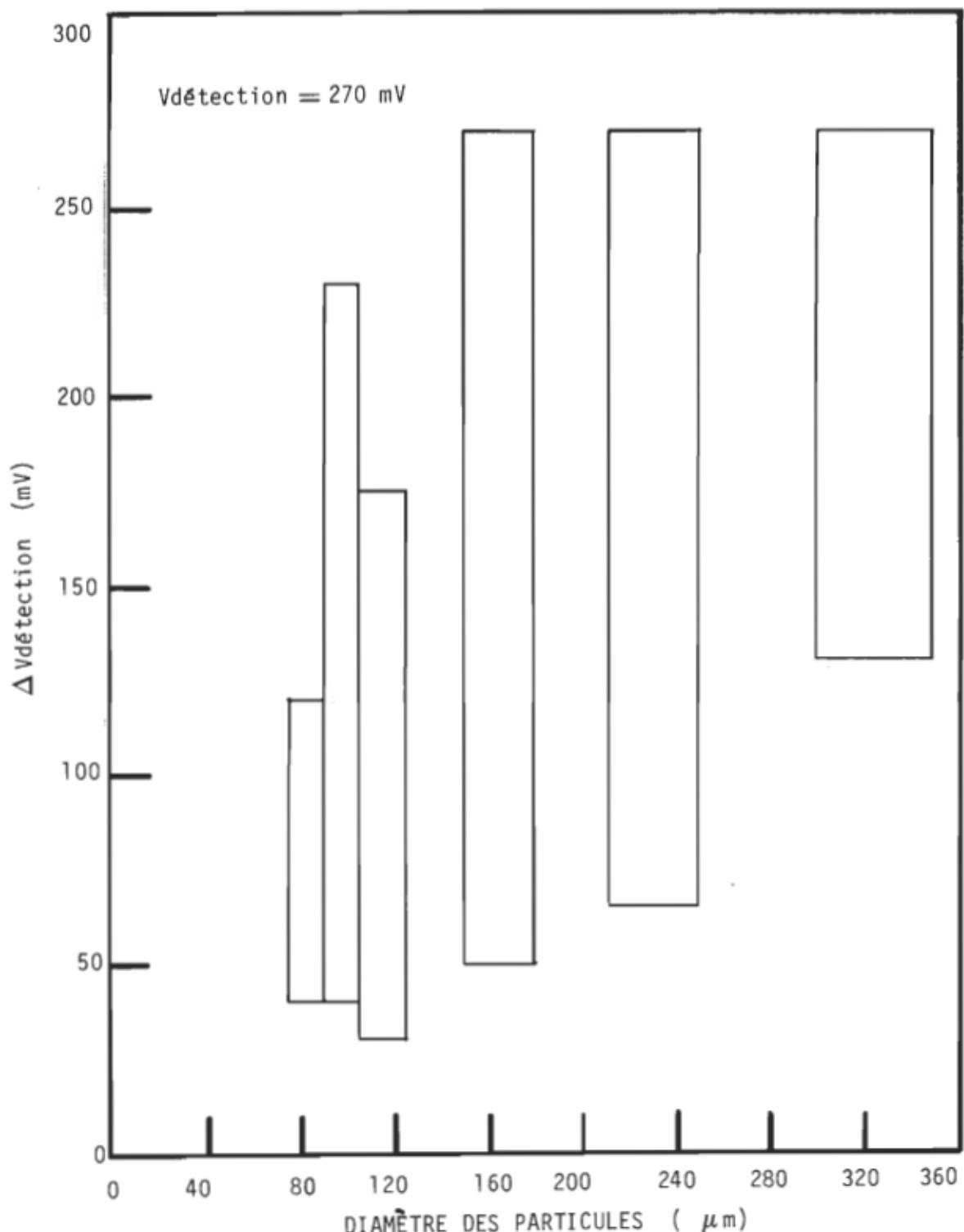


Figure 65. Hauteur des impulsions du signal  $V_{\text{detection}}$  mesurées selon le diamètre des particules de divers échantillons dans le lait.

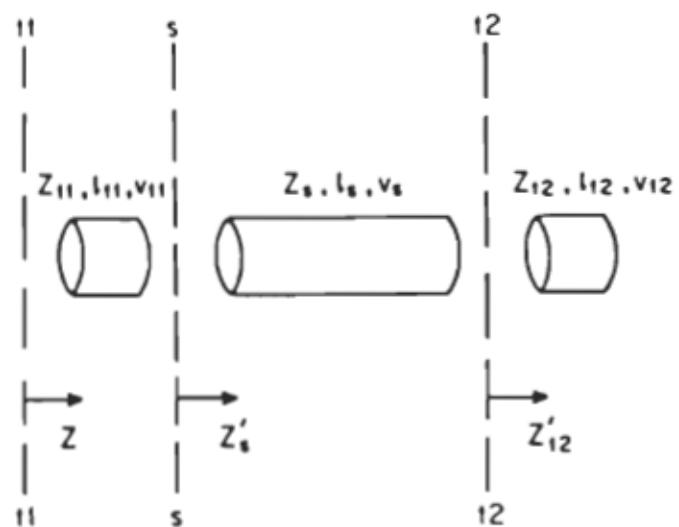


Figure 66. Le résonateur acoustique composé représenté par trois segments de ligne de transmission simulant respectivement le transducteur émetteur, le spécimen et le transducteur récepteur (référence 9, p.197)

## CONCLUSION

L'importance des résultats obtenus lors des essais de détection de particules dans l'eau et le lait montre que l'OUST est en mesure de bien détecter celles-ci dans les liquides mentionnés: tel que conçu pour ces expériences, l'appareil donne des résultats fiables lorsque le diamètre des particules est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde dans le liquide ( $\sim 100 \mu\text{m}$ ). Tel que mentionné dans les sections précédentes, l'évaluation de la réponse de l'OUST au passage de particules dans l'eau est en accord avec l'importance des impulsions mesurées, ceci dans la limite des incertitudes accordées (35% environ). Pour le cas des particules dans le lait, le principal problème semble être la forte atténuation de ce liquide aux ondes acoustiques; malgré que le gain de l'amplificateur nécessaire à une oscillation stable doit être élevé, l'appareil est sujet à plusieurs facteurs diminuant son comportement idéal: vitesse de phase variant avec la température, déplacement des fréquences de résonance mécanique, et une difficulté accrue à syntoniser l'appareil sur une de ces résonances, etc.

Puisque la sensibilité acoustique de l'OUST provient du résonateur, ce dernier doit être assemblé de la façon la plus idéale possible: les

transducteurs doivent être très parallèles entre eux, et leur adaptation au reste du circuit doit les isoler afin de minimiser les pertes dans les circuits d'adaptation et les céramiques (couplage faible). Tel que montés sur le résonateur expérimental (figure 23) les transducteurs sont en contact direct avec le liquide circulant dans la cavité; cependant, en les accolant à l'extérieur du résonateur, leur alignement et leur parallélisme se contrôleraient un peu mieux. La précision de ces atouts ne serait limitée que par la tolérance du machinage des pièces métalliques du résonateur, soit  $25 \mu\text{m}$  environ. En outre, puisque leur séparation affecte la sensibilité du résonateur à l'atténuation (formule 2.14), l'analyse d'un liquide tel que le lait fournirait de meilleurs résultats en réduisant les dimensions de la cavité résonante de moitié; on réaliserait ainsi un compromis entre l'uniformité du débit dans la section de la cavité et une sensibilité accrue. Ces améliorations favoriseraient des résonances mécaniques mieux définies et la mesure de l'atténuation acoustique du lait deviendrait possible; du même coup, l'élargissement non-homogène indésirable provenant du non-parallélisme des transducteurs et de l'existence des modes de propagation transversaux diminuerait d'autant. Enfin, puisque l'atténuation acoustique dans les liquides augmente avec la fréquence, celle-ci gagnerait à être réduite; l'équation  $S_A = 1/\alpha^2 a$  favoriserait une réponse plus forte de l'oscillateur.

Malgré les limitations imposées par le résonateur, l'OUST détecte facilement les particules dans l'eau. Le traitement du phénomène de la diffusion doit idéaliser les particules à des sphères rigides et immobiles, sans quoi la formulation deviendrait inutilement complexe. Puisque c'est la géométrie et la nature des particules utilisées qui rend cette hypothèse obligatoire,

un traitement où l'onde acoustique pénètre la particule suppose celle-ci sphérique (de façon à prédire les résonances internes) et d'impédance acoustique comparable à celle du liquide ambiant: c'est le cas des bactéries et des particules organiques, ce qui dépasse le cadre de cette recherche. De plus, les enregistrements faits montrent la nécessité de tenir compte de la position de la particule dans le champ acoustique quasi-stationnaire entre les transducteurs. Finalement, le coefficient de réflexion B/A employé dans le calcul de la section efficace de diffusion (formule 3.14) semble être de l'ordre de grandeur proposé (0,7); cependant cette valeur devrait être modifiée en assemblant les transducteurs hors de la cavité résonante puisque l'onde acoustique rencontrerait une interface métallique d'impédance acoustique différente de celle des céramiques: le champ acoustique deviendrait ainsi plus stationnaire puisque la transmission serait réduite.

En second lieu, la sensibilité électronique de l'OUST à la perte dans la boucle provient des caractéristiques de saturation de l'amplificateur. Le circuit réalisé donne un facteur  $(-\frac{dG}{dV_{detection}})^{-1} G^3 \approx 800$  lorsque l'amplitude de l'oscillation est d'environ 100 mV eff. pour le résonateur contenant de l'eau, et d'environ  $3 \times 10^4$  mV lors des mesures de détection de particules dans le lait. Ce facteur pourrait encore être amélioré en augmentant le gain de l'amplificateur au moyen de composantes plus opérationnelles à haute fréquence: la linéarité accrue qui en résulterait accroîtrait le facteur  $(-\frac{dG}{dV_{detection}})^{-1}$ . De plus le circuit employé montre l'avantage de posséder deux étages d'amplification à sortie accordée: le bruit passant dans un étage est limité par la bande passante de l'autre étage; le niveau du bruit dans l'oscillateur demeure ainsi faible comparé à la hauteur des impulsions causées par les particules. Cependant la bande passante

de l'appareil doit pouvoir se déplacer de façon à s'ajuster facilement au centre d'une résonance mécanique. De plus, sa largeur à mi-puissance doit être moindre que la séparation entre deux résonances mécaniques consécutives; on limite ainsi la tendance de l'oscillateur à pouvoir alternativement fonctionner à deux fréquences différentes permises par les conditions d'oscillation, ce qui cause un battement indésirable du niveau de l'onde.

Les améliorations suggérées ci-dessus rendraient l'OUST encore plus sensible à la présence de particules dans l'eau et le lait sans compliquer inutilement le circuit dans son ensemble; tel que réalisé, l'appareil est en mesure de contrôler en laboratoire la qualité physique de ces liquides. L'addition d'accessoires tel un compteur d'impulsions favorise l'acquisition des données sans modifier en rien les performances de l'oscillateur. Finalement, une adaptation de cet appareil à l'utilisation *in situ* n'exigerait qu'une mise en place des circuits principaux et annexes dans un boîtier solide.

## RÉFÉRENCES

1. Bolef D.I., Menes M. Nuclear magnetic resonance acoustic absorption in KI and KBr. Physical review, 1959, 114, n°. 6, 1441-1451.
2. Smith W.D., Miller J.G., Bolef D.I. et Sundfors R.K. Self-modulated mode of operation of a marginal oscillator ultrasonic spectrometer. Journal of Applied Physics, 1969, 40, no. 12, 4967-4971.
3. Heyman J.S. Dietz D. et Miller J.G. A non-Doppler ultrasonic monitor for particulates in flowing liquids. IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings, 1975, 561-564.
4. Clark R.E , Dietz D.R. et Miller J.G. Continuous detection of micro-emboli during cardiopulmonary bypass in animals and man. Cardiovascular surgery, 1976, 54, no. 6, III-74 à III-77.
5. Heyman J.S. A self-exciting ultrasonic reflection cw instrument. IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings, 1976 , 113-116.
6. Conradi M.S., Miller J.G. et Heyman J.S. A transmission oscillator ultrasonic spectrometer. Review of Scientific Instruments, 1974, 45, no. 3, 358-360.

7. Miller J.G. et Bolef D.I. Sensitivity enhancement by the use of acoustic resonators in cw ultrasonic spectroscopy. Journal of Applied Physics, 1968, 39, no. 10, 4589-4593.
8. Miller J.G. et Bolef D.I. Sampled-cw study of "inhomogeneous" ultrasonic responses in solids. Journal of Applied Physics, 1970, 41, no. 6, 2282-2293.
9. Bolef D.I. et Miller J.G. High-frequency continuous waves. Dans Mason W.P. et Thurston R.N. (Eds.), Physical acoustics (vol. VIII). New York: Academic Press, 1971, pp. 95-201.
10. Hasegawa T. Acoustic radiation force on a sphere in a quasi-stationary field-theory. Journal of the Acoustical Society of America, 1979, 65, no. 10, 32-40.
11. Ayant Y. et Borg M. Fonctions spéciales à l'usage des étudiants en physique. Paris, Dunod, 1971.
12. Temkin S. Elements of acoustics. John Wiley & Sons, 1981, pp. 199-268.
13. Kinsler L.E., Frey A.R., Coppens A.B. et Sanders J.V. Fundamentals of Acoustics (3<sup>rd</sup> ed.). John Wiley & Sons, 1982, ch. 7, p 148.
14. Weast R.C. The Chemical Rubber Co. Handbook of Chemistry and Physics (50<sup>th</sup> ed.). Ohio, 1969-1970.
15. Bell W.W. Fonctions spéciales à l'usage des chercheurs et ingénieurs. Paris: Dunod, 1971.

16. Morse et Feshbach. Methods of Theoretical Physics (part II).  
McGraw-Hill Book Co., 1953.

#### OUVRAGES GÉNÉRAUX CONSULTÉS

17. Pierce A.D. Acoustics: An introduction to its physical principles and applications. McGraw-Hill Book Co., 1981.
18. Edmonds P.D. Methods of experimental physics- Ultrasonics (vol. 19) Academic Press, 1981.
19. Morse P.M. et Ingard K.V. Theoretical Acoustics. McGraw-Hill Book Co., 1968.

## ANNEXE A

### Le circuit de ligne de transmission équivalent du résonateur composé

En omettant les transformateurs électromécaniques d'impédance, on peut représenter chaque élément du résonateur composé par un segment de ligne de transmission<sup>9</sup>, tel que représenté à la figure 66. Les symboles  $Z_0$ ,  $l$ ,  $c$  et  $\rho$  désignent respectivement l'impédance caractéristique, la longueur, la vitesse de phase acoustique et la masse volumique de chaque section; les indices  $s$ ,  $t_1$  et  $t_2$  les paramètres relatifs au spécimen, transducteurs émetteur et récepteur.

Un élément de ligne de transmission de longueur  $l$ , terminé à  $x=1$  par une impédance quelconque  $Z(l)$  possède une impédance d'entrée à  $x=0$  s'exprimant comme

$$Z_{\text{entrée}} = Z_0 \left[ \frac{Z(l) + Z_0 \operatorname{tgh} \beta l}{Z_0 + Z(l) \operatorname{tgh} \beta l} \right]$$

où

$k = \omega/c$ , le nombre d'onde
$\alpha = \text{le coefficient d'atténuation}$
$\beta = \alpha + ik$

Vu selon les plans t1t1,ss et t2t2 de la figure 66, on obtient

$$Z = Z_{t1} \left[ \frac{Z_{s'} + Z_{t1} \operatorname{tg} h i [k_{t1} - i \alpha_{t1}] Z_{t1}}{Z_{t1} + Z_{s'} \operatorname{tg} h i [k_{t1} - i \alpha_{t1}] Z_{t1}} \right]$$

$$Z_{s'} = Z_s \left[ \frac{Z_{t2'} + Z_s \operatorname{tg} h i [k_s - i \alpha_s] Z_s}{Z_s + Z_{t2'} \operatorname{tg} h i [k_s - i \alpha_s] Z_s} \right]$$

$$Z_{t2'} = Z_{t2} \operatorname{tg} h i [k_{t2} - i \alpha_{t2}] Z_{t2}$$

Supposant des atténuations négligeables ( $\alpha_{t1}$ ,  $\alpha_{t2}$  et  $\alpha_s = 0$ ), ces équations se réduisent à

$$Z = Z_{t1} \left[ \frac{Z_{s'} + i Z_{t1} \operatorname{tg} k_{t1} Z_{t1}}{Z_{t1} + i Z_{s'} \operatorname{tg} k_{t1} Z_{t1}} \right]$$

$$Z_{s'} = Z_s \left[ \frac{Z_{t2'} + i Z_s \operatorname{tg} k_s Z_s}{Z_s + i Z_{t2'} \operatorname{tg} k_s Z_s} \right]$$

$$Z_{t2'} = i Z_{t2} \operatorname{tg} k_{t2} Z_{t2}$$

Combinant ces trois dernières équations, et vu que l'impédance totale  $Z$  s'annule lors de la résonance mécanique du résonateur composé à  $\omega_m^c$ , on obtient

$$1 + \left[ \frac{Z_s}{Z_{t2}} \right] \left[ \frac{\operatorname{tg} k_s Z_s}{\operatorname{tg} k_{t2} Z_{t2}} \right] + \left[ \frac{Z_{t1}}{Z_{t2}} \right] \left[ \frac{\operatorname{tg} k_{t1} Z_{t1}}{\operatorname{tg} k_{t2} Z_{t2}} \right] - \left[ \frac{Z_{t1}}{Z_s} \right] \operatorname{tg} k_{t1} Z_{t1} \operatorname{tg} k_s Z_s = 0$$

Posant les conditions de résonance mécanique

$$\omega = \omega_m^c$$

$$Z_s = m \lambda_s / 2$$

$$Z_{t1} = \lambda_{t1} / 2$$

$$Z_{t2} = \lambda_{t2} / 2$$

on peut écrire les identités trigonométriques suivantes

$$\operatorname{tg} k_s Z_s = \operatorname{tg} \left[ m \left\{ \frac{\omega_m^c - \omega_s}{\omega_m^c} \right\} \right]$$

$$\operatorname{tg} R_{t1} \angle_{t1} = \operatorname{tg} \left[ \frac{\omega_m^c - \omega_{t1}}{\omega_{t1}} \right]$$

$$\operatorname{tg} R_{t2} \angle_{t2} = \operatorname{tg} \left[ \frac{\omega_m^c - \omega_{t2}}{\omega_{t2}} \right]$$

où  $\omega_{t1}$  et  $\omega_{t2}$  sont les résonances des transducteurs libres,  $\omega_m^s$  la résonance d'ordre  $m$  du spécimen libre. Lorsque  $\omega_m^c$  du résonateur composé est très près de  $\omega_m^s$ ,  $\omega_{t1}$  et  $\omega_{t2}$ , on peut approximer les tangentes par leurs arguments. De plus, en supposant les deux transducteurs identiques, on obtient

$$\omega_m^c - \omega_m^s + 2\gamma (\omega_m^c - \omega_t) - \left[ \frac{m \gamma}{\omega_m^s} \right]^2 (\omega_m^c - \omega_m^s) (\omega_m^c - \omega_t)^2 = 0$$

où

$$\gamma = \beta_t \angle_t / \beta_s \angle_s$$

Une solution d'ordre  $\gamma^2$  donne

$$\omega_m^c = \omega_m^s + 2\gamma (\omega_m^s - \omega_t) + 4\gamma^2 (\omega_m^s - \omega_t)$$

En solutionnant au premier ordre de  $\eta$  , on obtient

$$\omega_m^s = \omega_m^c + 2 \eta (\omega_m^s - \omega_c)$$

$$(\omega_{m+1}^s - \omega_m^s) = (\omega_{m+1}^c - \omega_m^c) (1 + 2 \eta)$$

## ANNEXE B

### Le mouvement d'une sphère dans un champ acoustique alternatif

La sphère dans un champ acoustique progressif cherchera à osciller sous l'effet de l'onde incidente sinusoïdale; l'amplitude du mouvement relatif et la phase de l'oscillation de la sphère dépendront des dimensions de la particule selon la longueur d'onde du champ et de la viscosité du fluide de propagation. Soit

$$b = 2\pi R/\lambda$$

$c_0$  — la vitesse de phase de l'onde acoustique

$f$  — la fréquence de l'onde acoustique

$R$  — le rayon de la sphère

$\lambda$  — la longueur d'onde dans le fluide

$\mu_0$  — la viscosité du fluide

$\rho_0$  — la masse volumique du fluide de propagation

$\rho_p$  — la masse volumique de la particule

$\omega = 2\pi f$ , la pulsation de l'onde incidente.

Lorsque la sphère est de dimension comparable à la longueur d'onde du champ, il faut tenir compte des effets de compressibilité du fluide agissant sur la particule. L'amplitude du mouvement et l'angle de phase relatifs de la sphère s'expriment respectivement comme<sup>12</sup>:

$$\left| \frac{U_{po}}{U_o} \right| = 3 \delta \sqrt{\frac{F^2 + G^2}{H^2 + I^2}}$$

et

$$\gamma = t_9^{-1} \left[ \frac{GH - IF}{FH + IG} \right]$$

avec

$$F = 2y^2 + 3y + [b/y]^2 [1+y]$$

$$G = 3 [1+y] - 2b^2 - [b^2/y]$$

$$H = 2y^2 [b^2 - 2 - \delta] + y \{ b^2 [1 + 2\delta] - 9\delta [b+1] \} \\ + 9\delta b \{ [2/9] b^2 - 1 \} + 3\delta [b^2/y] [b-1] \\ - 3\delta [b/y]^2$$

$$\begin{aligned}
 I = & 2 y^2 b [2+\delta] + y \{ 9\delta [b-1] + [1+2\delta] b^2 \} \\
 & + [1+4\delta] b^2 - 9\delta + 3\delta [b^2/y][b+1] \\
 & + 3\delta b [b/y]^2
 \end{aligned}$$

où

$$y = \sqrt{\frac{\rho_0 \omega R^2}{2 \mu_0}}$$

$$\delta = \rho_0 / \rho_p$$

Les fréquences employées rendent les liquides pratiquement inviscides, alors  $y \gg 1$ . Dans ce cas,

$$\left| \frac{U_b}{U_0} \right| = 3\delta \sqrt{\frac{1}{b^2 [2+\delta]^2 + [2+\delta - b^2]^2}}$$

$$\gamma = \frac{b}{1 - b^2 / [2+\delta]}$$

Supposons dans l'eau,

$$c_0 = 1,5 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$f = 14 \text{ MHz}$$

$$\mu_0 = 1,002 \times 10^{-2} \text{ g/(cm-s)}^{14}$$

$$\rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_p \simeq 3 \text{ g/cm}^3$$

A l'aide de ces paramètres, lorsque  $R$  varie entre 50 et 150  $\mu\text{m}$ ,  $|U_{po}/U_0|$  varie entre  $1,3 \times 10^{-2}$  et  $1,1 \times 10^{-1}$ . Cependant le champ acoustique étant quasi-stationnaire dans le résonateur, la particule sera soumise à deux ondes voyageant dans des directions opposées et pratiquement de même intensité. L'effet pratique sera à toutes fins d'immobiliser la particule; on peut donc la considérer immobile dans le champ acoustique.

## ANNEXE C

### Quelques propriétés des fonctions de Bessel sphériques

#### A. Introduction

La partie radiale de l'équation d'onde exprimée dans le système de coordonnées sphériques peut s'écrire comme<sup>12</sup>

$$f''(z) + \left(\frac{2}{z}\right)f'(z) + \left[1 - \frac{n(n+1)}{z^2}\right] f(z) = 0$$

C'est l'équation de Bessel sphérique d'ordre  $n$ . Lorsque  $n$  est entier, les solutions linéairement indépendantes sont les fonctions de Bessel sphériques de première espèce

$$J_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{2k+n+1/2}}{k! \Gamma(k+n+1+1/2)}$$

de deuxième espèce,

$$y_n(z) = (-1)^{n+1} J_{-(n+1)}(z)$$

et de troisième espèce

$$h_n^{(1)}(z) = J_n(z) + i y_n(z)$$

$$h_n^{(2)}(z) = J_n(z) - i y_n(z)$$

$Y_n(z)$  est parfois appelée la fonction de Neumann sphérique d'ordre  $n$  et notée  $n_n(z)$ , tandis que les  $h_n(z)$  s'appellent aussi les fonctions de Hankel sphériques.

### B. Expressions explicites

Lorsque l'ordre  $n$  est petit, les fonctions de Bessel sphériques peuvent s'exprimer en termes de fonctions élémentaires.

$$n=0 \quad J_0(z) = \frac{\sin z}{z}, \quad Y_0(z) = -\frac{\cos z}{z}$$

$$\eta = 0 \quad h_o^{(1)}(z) = -\frac{i}{z} e^{iz} \quad , \quad h_o^{(2)}(z) = \frac{i}{z} e^{-iz}$$

$$\eta = 1 \quad J_1(z) = \frac{\sin z}{z^2} - \frac{\cos z}{z}$$

$$y_1(z) = -\frac{\cos z}{z^2} - \frac{\sin z}{z^2}$$

$$h_1^{(1)}(z) = -\frac{1}{z} \left[ 1 + \frac{i}{z} \right] e^{iz}$$

$$h_1^{(2)}(z) = -\frac{1}{z} \left[ 1 - \frac{i}{z} \right] e^{-iz}$$

Il est à noter que pour  $z=0$ ,  $j_n(z)$  est finie tandis que  $y_n(z)$  est infinie. Aussi, de par leurs expressions,  $h_n^{(1)}(z)$  et  $h_n^{(2)}(z)$  caractérisent respectivement des ondes divergentes et convergentes.

### C. Relation de récurrence

Si  $f_n(z)$  est une fonction de Bessel sphérique d'espèce quelconque, alors<sup>15</sup>

$$f'_n(z) = f_{n-1}(z) - \left[ \frac{n+1}{z} \right] f_n(z)$$

$$f'_n(z) = \left[ \frac{n}{z} \right] f_n(z) - f_{n+1}(z)$$

$$(2n+1) f'_n(z) = n f_{n-1}(z) - (n+1) f_{n+1}(z)$$

et le wronskien

$$W[J_n(z), y_n(z)] = J_{n+1}(z) y_n(z) - J_n(z) y_{n+1}(z) = 1/z^2$$

### D. Expressions en termes de module et d'angle de phase

Les modules et les angles de phase des fonctions de Bessel sphériques sont définis comme<sup>16</sup>

$$J_n(z) = D_n \sin \delta_n(z)$$

$$y_n(z) = -D_n \cos \delta_n(z)$$

$$h_n^1(z) = -i D_n(z) e^{i \delta_n(z)}$$

$$J_n'(z) = -D_n' \sin \delta_n'(z)$$

$$y_n'(z) = D_n' \cos \delta_n'(z)$$

$$h_n^{1'}(z) = i D_n'(z) e^{i \delta_n'(z)}$$

$$\delta_n'(z) = \operatorname{tg}^{-1} \left[ -\frac{J_n'(z)}{y_n'(z)} \right]$$

Quelques valeurs de  $\delta_n'(z)$  sont compilées à la référence 16. Finalement, pour les valeurs intermédiaires de  $z$ , ces angles de phase se calculent à l'aide de la dernière formule ci-haut. Une liste utile de ces angles se trouve au tableau 2.