UNIVERSITE DU QUEBEC

MEMOIRE

PRESENTE A

L'UNIVERSITE DU QUEBEC A TROIS-RIVIERES

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAITRISE ES ARTS (PSYCHOLOGIE)

PAR

FRANCINE HUDON-TRUDEL

B. Sp. PSYCHOLOGIE

EFFETS D'UN ENTRAINEMENT DE TYPE <u>READINESS</u> SUR LA MATURITE POUR L'ARITHMETIQUE ELEMENTAIRE CHEZ DES ENFANTS D'AGE PRESCOLAIRE

SEPTEMBRE 1978

EFFETS D'UN ENTRAINEMENT DE TYPE <u>READINESS</u>

SUR LA MATURITE POUR L'ARITHMETIQUE

ELEMENTAIRE CHEZ DES ENFANTS D'AGE PRESCOLAIRE

par Francine Hudon-Trudel

Directeur de thèse: Madame Ercilia Quintin

Sommaire

Cette recherche avait pour but de vérifier les effets d'un entraînement de type *readiness* sur la maturité pour l'arithmétique élémentaire des enfants d'âge préscolaire. Dix-huit enfants d'une classe maternelle constituant le groupe expérimental participèrent à un entraînement élaboré à partir des renseignements recueillis sur la séquence de développement des notions mathématiques chez l'enfant, des principes pédagogiques de l'apprentissage mathématique et des éléments d'efficacité d'entraînements expérimentés par différents auteurs. Dix-huit enfants fréquentant la même école et étant sous la responsabilité de la même jardinière ne participèrent à aucun entraînement et constituèrent le groupe contrôle. Les sujets des deux groupes furent testés avec le test M.A.E. (Maturité pour l'Arithmétique Elémentaire) avant et après la période d'entraînement de 15 semaines.

Les données recueillies permirent de retrouver des différences significatives au post-test entre le groupe expé-

rimental et le groupe contrôle pour ce qui est de la maturité pour l'arithmétique élémentaire, telle que mesurée par le M.A.E. Il semblerait donc qu'un entraînement de type <u>readiness</u> échelonné sur une période de 15 semaines facilite l'acquisition de certaines notions mathématiques préopératoires et augmente de ce fait la maturité pour l'arithmétique élémentaire.

Francine Hudon-Trudel

Cécilia Quintin

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier Madame Ercilia Quintin, qui fut notre directeur de thèse, pour son aide et son support tout au long de notre recherche. Nos remerciements vont également à la Commission Scolaire du Cap-de-la-Madeleine et au personnel de l'école Ste-Madeleine, dont le concours a permis l'application de notre entraînement.

Table des matières

Introduction

Nous sommes tous conscients du rôle important joué par les mathématiques dans le cheminement intellectuel de l'individu. Cependant, l'apprentissage des mathématiques pose souvent de sérieux problèmes et ce, même au tout début de la scolarisation.

La nécessité d'établir des bases solides à tout apprentissage mathématique nous semble évidente. Si les notions de base ne sont pas maîtrisées, les apprentissages subséquents ne pourront être totalement efficaces.

Dans notre système scolaire, l'enfant commence à recevoir une éducation systématique en mathématique vers six ans, c'est-à-dire à son entrée à l'école primaire. Mais les expériences vécues par les enfants entrant à l'école, du point de vue de l'arithmétique, ne sont pas les mêmes pour tous les enfants. On peut donc se demander si tous les enfants qui abordent l'apprentissage systématique des mathématiques ont acquis la base nécessaire pour le faire.

Pour assurer un apprentissage efficace des notions liées au nombre, il faudrait que l'enfant entrant à l'école ait acquis les notions dites préopératoires, c'est-à-dire les notions précédant la construction du nombre. Une façon d'assurer cette acquisition des notions préopératoires serait de l'appuyer et de la compléter par une pédagogie appropriée pendant la période où les enfants fréquentent la maternelle.

Le but de notre recherche sera de vérifier les effets d'un entraînement portant sur les notions mathématiques préopératoires sur la maturité pour l'arithmétique élémentaire d'enfants fréquentant la maternelle.

Dans les trois premiers chapitres de ce mémoire, nous tenterons d'établir les bases théoriques nécessaires à l'élaboration d'un programme d'entraînement mathématique. Dans le premier chapitre, nous tenterons d'évaluer l'influence respective de la maturité et de l'expérience sur l'apprentissage mathématique. Nous aborderons également le concept de <u>readiness</u>. Le deuxième chapitre résumera les différentes étapes de la construction du nombre chez l'enfant. Le troisième chapitre sera consacré à la revue des différentes recherches comportant des programmes d'entraînement en arithmétique.

Le quatrième chapitre expliquera de façon plus spécifique à partir de quelles bases fut construit l'entraînement. Le cinquième chapitre sera consacré à la description de la méthodologie employée lors de notre expérimentation: population choisie, instrument de mesure, échéancier de l'entraînement.

Dans le dernier chapitre, nous présenterons les résultats obtenus et, dans un deuxième temps, nous discuterons et analyserons ces résultats pour cerner quelles sont les conclusions de notre recherche.

Chapitre premier

Maturité, expérience, readiness

L'ensemble de notre recherche se rapporte directement à l'acquisition des notions mathématiques de base par l'enfant. Quand on aborde le développement de ces concepts, on se demande comment ils sont acquis par l'enfant et quelles sont les variables qui influencent cette acquisition. La plupart des études effectuées sur le sujet nous montrent qu'il est nécessaire que l'enfant soit prêt pour qu'une notion mathématique donnée soit acquise, ce qui signifierait qu'il doit posséder les préalables nécessaires à l'acquisition de cette notion. Cet aspect "à être prêt à" est appelé <u>readiness</u> par les chercheurs américains. Le concept de <u>readiness</u> fait intervenir deux facteurs principaux: la maturité et l'expérience. Certaines controverses existent chez les auteurs quant à l'influence respective de ces deux facteurs dans l'acquisition de concepts (mathématiques ou autres) ou, dans l'optique éducative, dans la possibilité d'aborder l'apprentissage d'une manière donnée. Nous allons donc tenter de définir ces deux facteurs et d'évaluer leur influence respective dans l'apprentissage.

La maturité est définie par Piéron comme l'état résultant d'une maturation, celle-ci étant considérée par cet auteur comme un processus interne fixant les différentes étapes du développement de l'enfant. Sa définition ne considère que des facteurs internes et ne laisse que peu de place à l'influence du milieu ou de l'expérience.

Munn, dans sa définition de maturation, fait intervenir l'influence du milieu. Il considère la maturation comme le résultat d'un processus de développement impliquant un lien étroit entre les facteurs héréditaires et le milieu.

Selon Morgan:

> Les processus physiologiques à travers lesquels l'hérédité se manifeste après la naissance ont été globalement désignés sous le terme de maturation. Pendant la maturation, les structures du corps se modifient, qu'il s'agisse des glandes endocrines ou du système nerveux. Mais depuis qu'on sait qu'il existe des liens entre le comportement et ces processus, on parle d'une maturation du comportement qui dépend de la maturation physiologique tout en la reflétant. [1]

La définition de Sillamy rejoint celle de Piéron en ce qu'il accorde une influence majeure au développement physiologique et aux conditions héréditaires.

Ces différentes définitions soulignent surtout l'aspect physiologique de la maturation. Cet aspect est en liaison directe avec la maturation du comportement. Selon Sillamy, la maturation impliquerait des changements dans le comportement en fonction de l'âge, changements dus à des facteurs organiques plutôt qu'à l'expérience ou au milieu.

Les stades du développement dégagés par Piaget sou-

---

1. Morgan, C.T., Introduction à psychologie, p. 37

lignent le rôle du milieu et de l'expérience. Même si on définit la maturation comme un processus organique, on ne peut nier l'influence du milieu sur le comportement humain.

Les stades de Piaget ne sont pas définis en terme d'âge absolu et des variations plus ou moins grandes dans l'âge d'atteinte d'un stade peuvent dépendre du milieu et de l'expérience. "D'après Piaget, la maturation cérébrale fournit un certain nombre de potentialités qui se réalisent tôt ou tard (ou jamais) en fonction des expériences et du milieu social". [2]

Parlant du rôle du milieu, Sillamy souligne:

> Depuis la fécondation jusqu'à la mort, le milieu agit constamment sur les êtres humains. Son action est particulièrement importante dans l'enfance, car il complète les structures organiques de base, en fournissant aux fonctions arrivées à maturité les excitants appropriés, sans lesquels elles demeureraient virtuelles ou atrophiées. [3]

Munn essaie d'établir l'influence respective de l'hérédité et du milieu sur la maturation. Bien qu'il ne nie pas l'influence du milieu, il considère les facteurs héréditaires comme plus importants dans la maturation. Ce qui est déterminé dans l'oeuf fécondé continue à se réaliser après la naissance. Le milieu environnant ne ferait qu'accélérer ou retarder ce plan de développement.

En fait, il semble difficile d'évaluer précisément l'influence de la maturation et de l'expérience sur l'appren-

---

2. Lovell, Kenneth, Psycho-pédagogie des enfants, p. 125
3. Sillamy, Norbert, Dictionnaires de la psychologie, p. 180-181

tissage. Il semble évident que certains apprentissages ne peuvent être effectués sans qu'un certain niveau de maturité n'ait été atteint: on ne peut apprendre à un bébé de deux mois à marcher. La maturité est importante, car elle nous indique les limites de l'apprentissage possible. "La maturation parait limiter, dans une large mesure, la qualité de l'apprentissage d'un individu et déterminer ses ultimes niveaux de réalisation." [4]

Le rôle important de la maturation dans l'apprentissage a été établi par plusieurs recherches. Son influence semble la plus grande pour ce qui concerne les activités motrices.

Avec des animaux, on a effectué des expériences de privation d'exercice. Munn (1970) cite celle-ci où l'on a empêché des têtards de se mouvoir (en les plongeant dans une solution de chloretone). Le groupe contrôle était plongé dans l'eau, et avait donc la possibilité de se mouvoir. Quand le groupe contrôle a acquis la capacité de nager, on place le groupe expérimental dans l'eau. Les têtards passent alors immédiatement du premier mouvement à la nage, bien qu'il ait fallu plusieurs jours au groupe contrôle pour effectuer le même apprentissage. Ce qui tendrait à prouver que l'action de nager chez les têtards dépend de la maturation.

---

4. Lovell, Kenneth, <u>Psycho-pédagogie des enfants</u>, p. 126

Les expériences de privation d'expérience chez les enfants ne sont évidemment pas possibles à long terme. On se sert souvent des jumeaux univitelins pour comparer les effets de la maturation et de l'expérience sur l'apparition d'un comportement.

Munn cite l'expérience où un jumeau était privé de s'asseoir et de tendre les mains jusqu'à l'âge où cette activité se produit normalement. L'autre jumeau ne subissait aucune restriction d'activité. Les actions de s'asseoir et de tendre les mains n'interviennent pas immédiatement chez le jumeau privé d'expérience, mais les progrès s'effectuent beaucoup plus rapidement que chez son jumeau une fois la restriction d'activité éliminée. Ce qui s'explique par le fait que les mécanismes organiques en jeu dans cette activité étaient arrivés à maturité. Une quantité limitée d'excitants fut suffisante pour que ces mécanismes entrent en fonction.

Lovel cite les cas suivant:

> Dennis nous a fourni des documents sur une situation donnée, dans laquelle les enfants sont assujettis à des restrictions contre nature. A l'époque de ses études, la plupart des enfants (mais non tous) des villages des Indiens Hopi de l'Arizona étaient, le premier jour de leur vie, attachés sur des planches berceaux. La restriction des mouvements de ces enfants était telle qu'ils ne pouvaient bouger que la tête et étaient tenus dans cette situation presque tout le temps, au cours des trois premiers mois de leur vie... Bien que les Hopi marchent un ou deux mois plus tard que les enfants blancs, ceux qui avaient été fixés aux planches-berceaux ne marchaient pas plus tard que ceux qui n'avaient pas subi une telle entrave. Ceci nous montre également

> que lorsqu'il s'agit de la marche, la maturation compte plus que l'expérience. [5]

Toutes ces expériences mettent en évidence le fait que la maturation est plus importante que l'exercice ou l'expérience pour ce qui est des activités motrices communes au genre humain. Nous tenons cependant à souligner que les auteurs parlent d'apparition du comportement moteur sans exercice préalable quand on présente l'excitation appropriée. Nous tenons ce point comme capital: même quand la maturité nécessaire à un comportement est atteinte, il faut qu'il y ait une stimulation appropriée pour que le comportement apparaisse. Lovell nous dit:

> ... nous devons cependant insister sur le fait que l'expérience et l'apprentissage sont de quelque utilité même dans une activité aussi fondamentale que la marche. En vérité, la stimulation externe, les occasions d'apprentissage et d'acquisition de l'expérience sont essentielles pour le développement de toutes les activités motrices ou intellectuelles; [6]

Les influences respectives de la maturité et de l'expérience sont plus difficiles à établir pour ce qui est des activités plus complexes, ou non communes à tous les membres de l'espèce. Les auteurs s'entendent pour accorder plus d'influence à l'exercice ou à l'apprentissage pour ce type d'activités. Munn souligne que les activités motrices plus spécialisées ne subissent pas autant l'influence de la matu-

---

5. Lovell, Kenneth, op. cit., p. 128

6. Lovell, Kenneth, op. cit., p. 128

ration. Certes, elles sont acquises plus rapidement quand la maturation organique liée au type d'apprentissage est plus grande, mais elles nécessitent de la pratique.

Lovell souligne que ces activités non communes à l'espèce sont considérablement influencées par un entraînement qui serait effectué à certaines périodes du développement.

Lovell cite aussi l'expérience de Mattson pour montrer le rôle plus important de l'exercice sur des activités complexes:

> Ainsi, au cours des expériences effectuées par Mattson où des enfants âgés de 4 ans 10 mois à 6 ans 0 mois avaient à faire rouler des balles le long de labyrinthes de complexité croissante, le groupe exercé faisait du meilleur travail que celui qui ne l'était pas et les différences entre les performances des deux groupes s'accentuaient à mesure que la tâche devenait plus complexe. Dans des travaux de ce genre, la pratique et l'entraînement jouent un rôle plus important et les enfants chez qui on laisse agir la seule maturation pour le développement de leurs talents risquent d'être désavantagés. [7]

Quand on parle d'entraînement, il semble que le moment choisi pour ce faire soit très important. Un entraînement trop hâtif (avant qu'un certain niveau de maturité indispensable ne soit atteint) n'apportera aucun résultat positif et pourra même décourager l'enfant. Avant de penser à entraîner un enfant à un exercice moteur donné, il faut être sûr qu'il a atteint la maturité nécessaire.

---

7. Lovell, Kenneth, op. cit., p. 128

Nous avons vu que la maturation et l'expérience ont des rôles importants à jouer dans l'acquisition de comportements moteurs. Leur influence sur le rendement intellectuel n'est pas aussi facile à déterminer.

La maturation conditionne le moment où un enfant est prêt à accéder à un concept. Par exemple, on sait qu'un enfant de deux ou trois ans n'a pas la maturité suffisante pour apprendre à lire. Il est difficile cependant de préciser quand un enfant est prêt pour un apprentissage. Les différences individuelles font qu'on ne peut dire, par exemple, qu'un enfant de six ans est nécessairement prêt à aborder l'apprentissage des mathématiques. De nombreuses recherches s'effectuent dans ce domaine, mais les conclusions sont difficilement généralisables d'un milieu à l'autre. Lovell souligne ce problème en attirant l'attention sur le fait que les conclusions des recherches effectuées dans certains pays ne sont pas généralisables à d'autres pays. La culture et le mode d'éducation peuvent peut-être empêcher cette généralisation.

En fait, quand on se demande si un enfant est prêt à aborder l'apprentissage d'un sujet donné, s'il a acquis la maturité nécessaire, il y a plusieurs facteurs à considérer: expériences préalables de l'enfant, motivation, âge mental, méthode d'apprentissage envisagée. Ceci nous amène au concept de <u>readiness</u> (être prêt à). En fait, un enfant "est prêt à" aborder un apprentissage quand il possède les préalables nécessaires. En ce sens, la maturité et l'expérience sont étroitement liées, l'une influençant l'autre. Selon E. Quintin: "la maturité selon l'âge n'est toutefois pas un facteur indépendant de toute influence provenant de l'expérience". [8]

Citant l'étude de M. Karikunzira, l'auteur souligne des différences significatives dans la réussite des item du P.M.A. de Thurstone appliqués à des enfants de 5 à 7 ans en fonction de l'âge des enfants, mais aussi en fonction de leur degré de scolarité. En effet, les enfants de 6 ans réussissent mieux que ceux qui sont à la maternelle. Le rôle de l'expérience est mis en évidence par le fait qu'il existe des différences dans la réussite des item selon l'origine sociale des enfants: les enfants de milieu ouvrier obtiennent des résultats inférieurs à ceux de milieu aisé. Les enfants de milieu aisé étant plus stimulés, bénéficiant d'une expérience générale plus complète, on peut donc penser que l'expérience a un rôle important à jouer dans la réussite à ce test.

Des résultats analogues furent obtenus lors de la validation du test M.A.E. (Maturité pour l'Arithmétique Elémentaire) [9] pour la population québécoise par E. Quintin et

---

8. Quintin Ercilia, La maturité pour l'apprentissage de l'arithmétique au niveau élémentaire, dans L'orientation Professionnelle, vol. 8, no 1, Printemps '72.

9. Quintin Ercilia, Un test de maturité pour l'arithmétique, dans L'orientation Professionnelle, vol. 8, no 3, Automne '72, p. 226-243.

R. Asselin*. On a en effet des différences de moyenne significatives entre les enfants provenant de milieux différents.

Les résultats moyens augmentent quand on passe d'un niveau socio-économique faible à un niveau plus élevé. Ce qui nous amène à penser que le plus grand nombre de stimulations dont jouissent les enfants de milieu aisé leur permet d'acquérir plus facilement la maturité nécessaire pour l'apprentissage de l'arithmétique élémentaire.

D'autres auteurs se sont intéressés aux facteurs pouvant influencer certaines acquisitions en mathématique. Anderson (1971) tente de trouver les facteurs qui pourraient être liés à l'acquisition du concept du nombre par des enfants d'âge pré-scolaire, plus particulièrement à l'habileté à conserver. D'après les résultats de cette recherche, il y aurait corrélation entre l'habileté à conserver et le quotient intellectuel de l'enfant, son âge chronologique, sa place dans la famille, son expérience pré-scolaire.

White (1969) essaie de voir le rôle de l'environnement et de l'expérience de la maternelle sur l'acquisition de la notion de conservation de la matière pour des enfants de milieux aisés et pauvres. Ses résultats nous indiquent que l'expérience de la maternelle n'est pas une variable significative dans l'acquisition du concept de conservation par des enfants de milieu aisé. Cependant, l'expérience de la maternelle fut reconnue comme une variable significative dans l'ac-

* Rapport des auteurs.

quisition du concept de conservation par des enfants de milieu pauvre. Ceux-ci, en fréquentant la maternelle, développeraient le concept de conservation à peu près au même âge que des enfants de milieu aisé.

Ces deux recherches, bien que ne portant que sur la conservation, mettent en évidence le rôle de l'expérience dans l'apprentissage mathématique. La recherche de White souligne le rôle compensatoire de l'expérience, ou des stimulations d'un milieu riche, dans cet apprentissage. Les enfants ne bénéficiant pas de suffisamment de stimulations dans leur milieu de vie peuvent "compenser" en vivant une expérience comme celle de la maternelle.

Les auteurs qui orientent leurs travaux vers la pédagogie des mathématiques soulignent le rôle prépondérant de l'expérience dans l'apprentissage mathématique. Dienes, dans son volume "Construction des mathématiques" nous dit: "Les mathématiques sont basées sur l'expérience; c'est la cristallisation des relations en une belle structure régulière à partir de notre contact immédiat avec le monde réel" [10]. Et il ajoute plus tard:

> Il devra y avoir une grande variété d'expériences mathématiques à partir desquelles les concepts mathématiques puissent être construits par les enfants eux-mêmes et individuellement. Plusieurs expériences seront nécessaires pour chaque concept; autrement, il n'y aura qu'association et non généralisation. [11]

---

10. Dienes, Z.P., <u>Construction des mathématiques</u>, p. 7

11. Dienes, Z.P., op. cit., p. 28

Mialaret, comme nous le verrons plus en détail au chapitre troisième, considère également l'expérience concrète comme fondamentale dans la démarche vers l'acquisition d'une notion mathématique.

Ces auteurs soulignent également l'interaction maturation-expérience dans l'apprentissage des mathématiques. Mialaret nous dit: "... la prise en considération des facteurs de maturation et des facteurs du milieu est indispensable pour comprendre comment l'enfant arrive à la notion du nombre." [12]

La maturation est importante pour fixer l'apprentissage amorcé par l'expérience. Parlant de l'apprentissage effectué par l'enfant en fonction de son milieu de vie, Bandet précise: "en même temps se produit chez l'enfant, un développement interne de mécanismes considérés comme innés, ce que l'on appelle la maturation qui favorise cet apprentissage et le transforme petit à petit en connaissances" [13].

Dans l'apprentissage mathématique, on se doit donc de considérer les facteurs de maturité et d'expérience comme étant en interrelation constante.

Le concept de <u>readiness</u> inclue ces deux facteurs. Quand on dit qu'un enfant "est prêt à" aborder une notion ma-

---

12. Mialaret, Gaston, Psychologie des débuts du calcul, dans <u>Les Débuts du calcul</u>, p. 41

13. Bandet, Jeanne, <u>Les débuts du calcul</u>, p. 21

thématique donnée, c'est qu'il a à la fois acquis la maturité nécessaire au développement de cette notion et effectué les expériences indispensables à la consolidation des bases préalables à cet apprentissage.

Amener l'enfant à "être prêt à" aborder l'apprentissage d'une notion, c'est s'assurer qu'il maîtrise les notions préalables et sinon de lui fournir les expériences et le temps nécessaires à la construction de ces notions. C'est aussi de vérifier s'il possède la maturité nécessaire.

Il faut également fournir à l'enfant un milieu suffisamment riche, qui lui permettra de trouver la stimulation appropriée au moment où il en sent le besoin. C'est dans ce sens qu'il est possible d'assurer ou d'accélérer l'acquisition d'une notion mathématique. Le fait que l'enfant soit stimulé aussitôt qu'il a acquis la maturité nécessaire à l'acquisition d'une notion évite les "temps morts" dans l'apprentissage et aide l'enfant à passer d'une étape à l'autre dans le développement d'une notion mathématique.

Dans ce chapitre, nous avons vu que la maturité est un facteur indispensable pour l'acquisition d'un concept (mathématique ou autre), mais que l'expérience a un rôle important à jouer. Même si un enfant possède la maturité nécessaire pour accéder à un concept, il ne pourra le faire que s'il reçoit la stimulation appropriée.

La façon la plus logique d'aider un enfant à acquérir un concept est de lui fournir la stimulation appropriée au moment opportun.

Pour établir quel est le moment approprié pour l'introduction de stimulations liées à un concept mathématique donné, il devient donc indispensable de connaître les étapes du développement des notions mathématiques chez l'enfant. Dans le second chapitre, nous tenterons donc de donner un aperçu du développement des notions mathématiques pré-opératoires chez l'enfant.

Chapitre deuxième

Le développement de la pensée mathématique: les mécanismes donnant accès à l'opération

Il est important, quand on envisage d'étudier les possibilités d'entraînement en arithmétique chez des enfants de niveau maternelle (5-6 ans) d'établir les étapes de la pensée mathématique franchies par les enfants de ce groupe d'âge.

Nous allons d'abord étudier comment se développe la pensée mathématique chez l'enfant et surtout les mécanismes donnant accès à l'opération. Dans la seconde partie de ce chapitre, nous tenterons d'isoler les principales notions importantes dans le développement du concept du nombre chez l'enfant, notions sur lesquelles portera notre entraînement.

I. Le développement de la pensée mathématique

Piaget, dans la Psychologie de l'Intelligence, distingue cinq étapes dans le développement de la pensée, à savoir:

1ère étape (naissance à 1 an 6 mois): Intelligence sensori-motrice;

2ème étape (1 an 6 mois à 2 - 4 ans): Développement de la pensée symbolique et pré-conceptuelle;

3ème étape (4 à 7 - 8 ans): La pensée intuitive;

4ème étape (7 - 8 à 11 - 12 ans): Les opérations concrètes;

5ème étape (11 - 12 ans à la fin de l'adolescence): Le développement de la pensée formelle.

Dans l'optique où nous travaillons, il est évident que l'étape de construction et d'achèvement de la pensée intuitive est celle qui nous concerne plus particulièrement. Il est important cependant de faire un survol des étapes qui la précèdent et la suivent, afin de mieux saisir les mécanismes en jeu dans la construction de la notion de nombre par l'enfant.

Dans la période de $1\frac{1}{2}$ à 4 ans, l'enfant reste loin d'atteindre les concepts. Son intelligence est préconceptuelle. Cette période est selon Piaget:

> caractérisée par les préconcepts ou participations, et sur le plan du raisonnement naissant, par la "transduction" ou raisonnement préconceptuel. Les préconcepts sont les notions attachées par l'enfant aux premiers signes verbaux dont il acquiert l'usage. Le caractère propre de ces schèmes est de demeurer à mi-chemin entre la généralité du concept et l'individualité des éléments qui le composent, sans atteindre ni l'un ni l'autre. [14]

Pendant cette période, on ne peut donc parler de concept logique. Cependant, on peut parler de schème représentatif. L'enfant, par exemple, sera capable d'évoquer une collection comprenant un grand nombre d'objets par un exemplaire-type de cette collection (le chien devient le représentant de la classe des chiens).

Cette période préconceptuelle est également une période pré-numérique. Le nombre n'est pas encore constitué.

---

14. Piaget, Jean, La Psychologie de l'intelligence, p. 152

L'enfant commence à se servir du nom des nombres (1 et 2), mais il le fait machinalement. Le nombre est plus une figure perceptive: l'enfant pourra remarquer la disparition d'un objet parmi 2 ou 3, parce que cela modifie la figure perceptuelle. Il sera incapable de s'apercevoir de la disparition d'un objet parmi 5 ou 6, le changement perceptuel étant alors moins évident. La conception que se fait l'enfant du nombre est reliée si l'on veut à une figure géométrique.

L'étape de la constitution de la pensée intuitive est intimement liée à celle de la pensée préconceptuelle: elle la prolonge et surtout la raffine. Piaget nous dit:

> ... de 4 à 7 ans environ, on assiste à une coordination graduelle des rapports représentatifs, donc à une conceptualisation croissante qui, de la phase symbolique ou préconceptuelle, conduira l'enfant au seuil des opérations. Mais, chose très remarquable, cette intelligence dont on peut suivre les progrès souvent rapides demeure constamment prélogique, et cela sur des terrains où elle parvient à son maximum d'adaptation: jusqu'au moment où le "groupement" marque l'aboutissement de cette suite d'équilibrations successives, elle supplée encore aux opérations inachevées par une forme semi-symbolique de la pensée, qui est le raisonnement intuitif, et elle ne contrôle les jugements que par le moyen de "régulations" intuitives... [15]

Il y a progrès sur la pensée préconceptuelle, car l'intuition permet une régulation des schèmes représentatifs et ne porte plus uniquement sur des figures simples (les exemplaires-types), mais sur des configurations d'ensemble.

---

15. Piaget, Jean, La Psychologie de l'intelligence, p. 154-155

L'enfant deviendra capable, par exemple, de considérer deux aspects (la largeur et la hauteur) dans son jugement, mais de façon successive.

Illustrons ce progrès d'un exemple concret: dans les épreuves de Piaget, on demande à l'enfant de juger si les liquides contenus dans deux verres identiques sont équivalents. Une fois l'équivalence admise, on transvase le liquide contenu dans un des verres dans un récipient de forme différente, par exemple plus large et moins haut. L'enfant de la période préconceptuelle ne fera appel qu'à un aspect en portant son jugement. Il nous dira par exemple qu'il y a moins de liquide parce que c'est moins haut. Son attention est alors centrée sur un seul aspect: la hauteur. A la période intuitive, l'enfant pourra passer d'une centration (hauteur) à l'autre (largeur), son jugement variant selon l'aspect considéré. Il est cependant incapable de coordonner les deux aspects. Plus tard dans cette période, si la différence perceptive n'est pas trop grande, l'enfant admettra l'équivalence. Mais les trop grandes différences perceptuelles annuleront l'équivalence précédemment admise par l'enfant.

Piaget souligne l'intérêt de cette étape intermédiaire:

> Or, cette réaction intermédiaire est pleine d'intérêt. Le schème intuitif est devenu assez souple pour permettre l'anticipation et la construction d'une configuration exacte de correspondances, ce qui, pour un observateur non-averti, pré-

> sente tous les aspects d'une opération. Et cependant, une fois le schème intuitif modifié, la relation logique d'équivalence, qui serait le produit nécessaire d'une opération, s'avère inexistante. On se trouve ainsi en présence d'une forme d'intuition supérieure à celle du niveau précédent, et que l'on peut appeler "intuition articulée", par opposition aux intuitions simples. Mais cette intuition articulée, tout en se rapprochant de l'opération (et en la rejoignant dans la suite par étapes souvent insensibles) demeure rigide et irréversible comme la pensée intuitive toute entière: elle n'est donc que le produit des régulations successives, qui ont fini par articuler les rapports globaux et inanalysables du début et non pas encore là d'un "groupement" proprement dit. [16]

La pensée intuitive de l'enfant est encore directement liée à l'action. L'enfant est capable de représentations mentales, mais ce sont toujours des actions concrètes qu'il se représente. C'est une pensée imagée, qui comporte des limites.

> Rapport immédiat entre un schème d'action intériorisé et la perception d'objets, l'intuition n'aboutit qu'à des configurations "centrées" sur ce rapport. Faute de pouvoir dépasser ce domaine des configurations imagées, les relations qu'elle construit sont donc incomposables entre elles. Le sujet ne parvient pas à la réversibilité, parce qu'une action traduite en simple expérience imaginée demeure à sens unique, et qu'une assimilation centrée sur une configuration perceptive l'est nécessairement aussi. D'où l'absence de transitivité parce que chaque centration déforme ou abolit les autres, et d'associativité, puisque les rapports dépendent du chemin parcouru par la pensée pour les élaborer. Il n'y a donc, au total, faute de composition transitive, réversible et associative, ni identité assurée des éléments, ni conservation du tout. [17]

---

16. Piaget, Jean, op. cit., p. 158

17. Piaget, Jean, op. cit., p. 164-165

L'enfant se représente mentalement une action concrète et, par intuition, essaie de prévoir le résultat de cette action. Au fur et à mesure qu'il expérimente concrètement les actions représentées mentalement, l'enfant parvient à une forme de régulation, il devient capable de décentration. Quand les rapports objet-action sont poussés à l'extrême, il est obligé de considérer des aspects jusque là négligés. Les transvasements successifs d'un liquide dans des récipients de formes différentes l'amèneront à tenir compte des différentes caractéristiques des récipients (hauteur et largeur). Il deviendra capable d'imaginer peu à peu des retours possibles à l'action initiale. Il progressera vers la réversibilité et la conservation, ces deux conditions étant considérées comme primordiales pour l'accès à l'opération.

Les étapes menant à la conservation correspondent aux étapes du développement de la pensée chez l'enfant. Si l'on considère la conservation d'une quantité continue, il faut distinguer trois stades. Dans un premier temps, l'enfant n'admet pas la conservation d'une quantité de liquide quand on le transvase dans un récipient de forme différente. L'enfant ne considère que l'aspect perceptuel: si cet aspect est modifié, c'est donc qu'il y a modification de la quantité présente. Dans un deuxième temps, l'enfant admettra qu'il y a conservation quand les différences perceptives ne sont pas trop grandes. Dès que les différences augmentent, l'équivalence est niée. L'enfant est encore incapable d'imaginer le retour possible à l'état initial. Dans un troisième temps, la conservation est évidente pour l'enfant, quelles que soient les différences perceptives.

Une progression similaire est observée pour ce qui est des quantités discontinues. Si on demande à l'enfant de faire correspondre à une quantité X de jetons rouges les jetons bleus nécessaires, on distinguera trois stades le menant à la correspondance terme à terme.

1er stade

L'enfant mettra un nombre incorrect de jetons bleus, mais qui formeront une rangée à peu près égale à celle des jetons rouges. C'est l'aspect perceptuel qui domine pour l'enfant.

2ème stade

L'enfant établit une correspondance: il placera un jeton bleu pour chaque jeton rouge. On pourrait croire alors que la conservation est acquise. Il sera facile de s'apercevoir qu'il n'en est rien en modifiant l'aspect perceptuel d'une des rangées. L'enfant niera l'équivalence, voulant ajouter ou enlever des éléments à l'une des rangées. La perception détermine encore là le jugement de l'enfant.

3ème stade

La conservation est acquise, l'enfant confirmant son jugement quelles que soient les modifications perceptuelles apportées.

Nous avons vu que la pensée intuitive, en se développant et en progressant, amène l'enfant au seuil de l'opération. Nous pouvons nous demander quand s'effectue le passage de l'intuition "raffinée" à l'opération. Piaget nous dit:

> Ce n'est pas, ..., par une simple convention, reposant sur des définitions choisies au préalable, qu'il faut délimiter le moment où les intuitions articulées se transforment en systèmes opératoires... dans le cas du début des opérations, le tournant décisif se manifeste par une sorte d'équilibration, toujours rapide et parfois soudaine, qui affecte l'ensemble des notions d'un même système... les opérations naissent... d'une sorte de dégel des structures intuitives et de la mobilité soudaine qui anime et coordonne les configurations jusque là rigides à des degrés divers, malgré leurs articulations progressives. [18]

C'est comme s'il se produisait un dégel dans la pensée de l'enfant: il devient capable de coordonner des aspects qu'il considérait comme dissociés. Ce dégel est évidemment préparé par les tâtonnements successifs présents pendant la période de la pensée intuitive, mais les différentes expérimentations de l'enfant ne sont pas suffisantes, il faut qu'il y ait restructuration, considération des divers aspects présents dans l'expérimentation, qui se fondent alors en un tout.

Comment s'effectue le dégel, le groupement spontané des divers aspects pourtant toujours présents, mais jusque là non considérés par l'enfant? Il semble que le principal indice de ce groupement soit l'affirmation par l'enfant de la conservation, qui devient évidente pour lui. Piaget nous dit qu'il n'y a qu'une réponse légitime à la question posée: "les diverses transformations évoquées - réversitilité, composition des relations composées, identité - s'appuient en

---

18. Piaget, Jean, op. cit., p. 166

fait les unes sur les autres, et c'est parce qu'elle se fondent en un tout organisé que chacune est réellement nouvelle malgré sa parenté avec le rapport intuitif correspondant..."[19]

Le passage de la pensée intuitive à l'opération serait donc lié à une restructuration de l'expérience de l'enfant, restructuration donnant à chacune de ces composantes un caractère nouveau. On pourrait parler ici de Gestalt, les composantes d'un tout prenant un caractère différent, acquérant une nouvelle entité en ce qu'elle sont perçues comme appartenant à un ensemble, à une Gestalt.

Mais comment cette restructuration, cet équilibre est-il atteint?

> L'équilibre mobile est atteint quand les transformations suivantes se produisent simultanément: 1) deux actions successives peuvent se coordonner en une seule; 2) le schème d'action, déjà à l'oeuvre dans la pensée intuitive, devient réversible; 3) un même point peut être atteint, sans être altéré, par deux voies différentes; 4) le retour au point de départ permet de retrouver celui-ci identique à lui-même; 5) la même action, en se répétant, ou bien n'ajoute rien à elle-même, ou bien est une nouvelle action, avec effet cumulatif. On reconnait là la composition transitive, la réversibilité, l'associativité et l'identité avec (en 5) soit la tautologie logique, soit l'itération numérique, qui caractérise les "groupements" logiques ou les "groupes" arithmétiques." [20]

Ces conditions sont donc nécessaires à l'accès à l'opération. Elles étaient peu à peu présentes dans la pen-

---

19. Piaget, Jean, op. cit., p. 168

20. Piaget, Jean, op. cit., p. 169

sée intuitive, à mesure que celle-ci progressait, mais elles ne possédaient pas encore la caractéristique de pouvoir se coordonner entre elles. C'est cette coordination même qui marque l'accès à l'opération.

L'accès au nombre entier va de pairs avec l'accès à l'opération: quand l'enfant a acquis les préalables nécessaires à l'opération, il est également prêt à accéder à la notion de nombre. C'est au moment où l'enfant est capable de conservation, d'équivalence durable et de réversibilité qu'il y a nombre.

> C'est à ce moment seulement, dirons-nous, qu'il y a nombre; jusque-là, il n'y a pas nombre: il y a des figures prénumériques, des figures perceptives qui annoncent le nombre, mais le nombre ne commence qu'avec la conservation de l'ensemble numérique, avec la conservation des équivalences. [21]

Piaget souligne deux conditions nécessaires à la construction d'équivalences durables: il faut que l'enfant ait atteint la conservation du tout, et qu'il puisse ordonner les objets.

La conservation du tout, toujours selon Piaget, conduit au nombre. Elle suppose que l'enfant a la notion que le tout est un assemblage de parties, qu'on peut distribuer de différentes façons. On peut vérifier si l'enfant a atteint la conservation du tout par une expérience très sim-

---

21. Piaget, Jean, La génèse du nombre chez l'enfant, dans Initiation au calcul, p. 10

ple: on place devant l'enfant un ensemble B de perles en bois. Ces perles sont soit blanches (A) soit brunes (A'), A' étant plus grand que A. On demande à l'enfant si le collier fait de perles brunes (A') serait plus grand que le collier de perles en bois (B). L'enfant n'ayant pas atteint la conservation du tout est incapable de répondre correctement à cette question, parce qu'il ne peut en pensée construire en même temps deux colliers avec les mêmes perles. Il répondra donc que le collier de perles brunes serait plus grand, car il ne resterait que les perles blanches pour construire le collier de perles en bois. La pensée de l'enfant n'est pas réversible, il ne peut revenir en arrière (en imagination) pour construire un nouveau collier avec les mêmes perles. Sa capacité de représentation mentale lui permet de se représenter mentalement l'action concrète de construire un collier, mais il est encore incapable de jouer avec l'hypothèse de construction de deux colliers avec les mêmes perles. Vers $6\frac{1}{2}$ - 7 ans, l'enfant devient capable de résoudre ce problème très facilement. Il est devenu capable de penser au tout et à la partie simultanément.

Quant à la capacité d'ordonner des objets:

> Il faut pouvoir ordonner les éléments. Dans le fini... le nombre ordinal correspond toujours au nombre cardinal; ... et psychologiquement il faut procéder par ordre de manière à ne pas faire correspondre un élément à un de ceux déjà comptés, ou de manière à n'en oublier aucun. Il faut par conséquent étudier également la sériation, la manière dont l'enfant doit ordonner une série d'éléments, et voir comment cette sériation se construit. [22]

---

22. Piaget, Jean, op. cit., p. 12

Piaget distingue trois stades dans la construction d'une série. Ces stades correspondent à ceux observés pour ce qui est de la conservation.

Si on demande à l'enfant de construire un escalier avec des bâtons de différentes grandeurs, l'enfant fera d'abord simplement des couples qu'il n'arrivera pas à coordonner entre eux. Ce premier stade correspond à la non-conservation. Dans un deuxième stade, l'enfant procède empiriquement par couples de petits ensembles et arrive à bâtir sa série. Il aura beaucoup de difficultés à inclure de nouveaux éléments dans sa série. Ce stade correspond au stade intermédiaire de la conservation. La pensée intuitive domine encore le jugement de l'enfant. Dans le troisième stade l'enfant trouve une méthode et bâtit systématiquement sa série.

Il peut inclure facilement de nouveaux éléments. Ce stade correspond à l'acquisition de la conservation. Le fait que l'enfant utilise une méthode pour sérier les éléments implique qu'il est capable de réversibilité, tout comme la conservation implique aussi la réversibilité.

Ces deux conditions permettraient donc à l'enfant d'atteindre la notion de nombre.

> Je prétends qu'il faut que ces deux conditions préalables (emboîtement des parties dans un tout qui se conserve et sériation des éléments) soient remplies pour que le nombre se construise, et qu'une fois qu'elles sont remplies immédiatement le nombre entier devient accessible à l'enfant. Pourquoi devient-il accessible? Nous croyons en effet que l'enfant doit com-

> prendre l'itération de l'unité dès qu'il en arrive à ces conditions logiques préalables. [23]

En effet, pour que l'enfant ordonne sa série, il faut qu'il soit conscient que l'élément posé est plus petit (ou plus grand) que tous ceux qui restent et en même temps qu'il sache que le plus petit (ou plus grand) de tous ceux qui restent est plus grand (ou plus petit) que tous ceux qui précèdent. Et c'est là le fondement même de l'itération de l'unité.

II. Les notions préalables au concept du nombre

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons tenté d'établir les différentes étapes qui mènent à l'acquisition de la notion de nombre par l'enfant. En précisant ces étapes, nous avons pu constater que l'acquisition du concept de nombre est étroitement reliée et/ou dépend souvent de l'acquisition de certaines autres notions mathématiques. En effet, le nombre se constitue dans un développement d'ensemble avec l'inclusion des classes et la sériation. Il semble évident également que l'acquisition de la notion de conservation par l'enfant est une condition fondamentale du raisonnement mathématique. Cela peut signifier, et c'est fondamental dans l'optique où nous conduisons notre recherche, que l'acquisition de la notion de nombre pourrait dépendre de l'acquisition de certaines autres notions elles-mêmes impliquées dans la conservation, la sériation ou l'inclusion des classes.

---

23. Piaget, Jean, op. cit., p. 13

Partant de là, nous pouvons dire que l'acquisition de la notion de nombre, qui est la base de tout apprentissage mathématique, est étroitement liée à l'acquisition de certaines notions que l'on pourrait qualifier d'élémentaires ou préopératoires.

Puisque nous envisageons d'élaborer un plan d'entraînement ayant pour but de faciliter l'acquisition de l'arithmétique élémentaire par l'enfant (donc l'acquisition de la notion de nombre), il semble évident que notre entraînement devrait porter sur les notions préalables à l'accession au nombre, afin d'assurer à l'enfant les bases élémentaires indispensables à la construction du nombre.

Il importe donc pour nous de définir quelles sont ces notions élémentaires ou préopératoires sur lesquelles devra porter notre entraînement. Pour ce faire, nous nous inspirons du test M.A.E. (Maturité pour l'Arithmétique Elémentaire) conçu par Ercilia Quintin et validé au Québec par Ercilia Quintin et Roger Asselin.

Le test M.A.E., comme son nom l'indique, a pour but de mesurer la maturité pour l'arithmétique des enfants à la fin de la maternelle. Les enfants de cet âge sont à la fin de la période préopératoire. Ils n'ont pas, en moyenne, acquis la notion de conservation, mais devraient quand même posséder la majorité des préalables nécessaires à son acquisition. Les différents item du test portent sur des notions qui doivent être antérieures à la conservation (donc à la notion de nombre) puisque les enfants de cet âge ne l'ont généralement pas acquise.

Nous allons donc énumérer les différentes notions impliquées dans le M.A.E. et que nous avons retenues pour le plan d'entraînement.

1. Notion de grandeur

La notion de grandeur est acquise vers 3-4 ans. Un enfant de cet âge est capable d'identifier le plus grand ou le plus petit objet dans une série. Cependant, la comparaison de plus de deux objets augmente le niveau de difficulté. La difficulté devient encore plus grande si on utilise une comparaison à deux niveaux: "quel objet est plus grand que celui-ci, mais le plus petit de ceux qui restent?". Le cheminement de pensée impliqué dans une telle question suppose que l'on tienne compte de deux "qualités" de l'objet, ce qui n'est pas accessible à un enfant de trois ans. De telles comparaisons peuvent donc être incluses dans un entraînement sur les notions préopératoires.

2. Notions de "le plus, le moins, manque"

Les notions de "le plus, le moins" servent à exprimer la pluralité. Elles sont présentes chez les enfants de 6 ans. Elles sont donc antérieures à l'acquisition de la notion de nombre. La notion de "manque" pourrait être considérée comme un préalable à la soustraction.

3. Notion de moitié

La notion de moitié serait un préalable à l'opération de division.

4. Notion d'ordre

Nous avons déjà vu dans la première partie de ce chapitre que la notion d'ordre est considérée comme une condition nécessaire à la construction d'équivalences durables. La notion d'ordre serait donc préalable au nombre et à l'opération.

5. Notion de classement

Nous avons vu que le classement et la sériation sont nécessaires à la construction du nombre. Tel que Piaget l'a démontré, le nombre est une synthèse opératoire de la classification et de la sériation.

6. Connexité propre à la série des nombres, structure itérative, raisonnement récurrentiel

Ces notions sont importantes pour l'accès à l'opération. Elles peuvent en marquer l'apparition. D'après les travaux de Greco (1960):

> La connexité propre à la série des nombres ne se construit que peu à peu. L'itération constitue le moment décisif de la construction du nombre ... Le raisonnement par récurrence n'est pas réductible à une inférence sériable quelconque. Ces raisonnements récurrentiels ne sont pas constitués dès le départ. Ils se construisent progressivement et n'arrivent pas à leur forme achevée au niveau des opérations concrètes. [24]

---

24. D'après E. Quintin, La maturité pour l'apprentissage de l'arithmétique élémentaire, construction d'un test, thèse de doctorat, Université catholique de Louvain, 1972, p. 5

7. Composition additive

Au niveau concret et élémentaire, telle qu'employée dans le test, la composition additive permet de voir si l'enfant comprend qu'un même nombre peut être le résultat de diverses additions.

8. L'ensemble-unité

> Une autre condition fondamentale pour la maîtrise et la maniement des nombres, c'est précisément la capacité de pouvoir considérer un groupe d'unités comme un ensemble qui constitue une "unité" à l'intérieur d'un autre ensemble.[25]

9. Le passage du concret à l'abstrait

Les enfants peuvent effectuer certaines abstractions, à des niveaux élémentaires, quand ils entrent à l'école. Il semblerait donc que l'abstraction commence à se développer avec les notions préopératoires. Il est donc indispensable que, dans notre entraînement, nous aidions l'enfant à commencer à jeter les bases d'abstractions élémentaires.

10. L'opération avec des symboles

Les enfants de 5 - 6 ans ne maîtrisent pas l'utilisation des symboles. Cependant, nous devons tenir compte du fait que le développement peut varier d'un enfant à l'autre. Certains enfants de notre groupe expérimental peuvent être prêts à utiliser certains symboles. Il est donc nécessaire d'inclure dans notre entraînement certains jeux permet-

25. Quintin, E., op. cit., p. 8

tant l'utilisation réduite de symboles, sans les lier directement à une opération arithmétique.

Dans ce chapitre, nous avons vu quelles sont les étapes du développement de la notion de nombre chez l'enfant. Nous avons identifié les notions préalables à ce développement, notions sur lesquelles portera notre entraînement.

Il est nécessaire maintenant de faire une revue des différents types d'entraînement ayant déjà été expérimentés, afin de définir quelle forme prendra notre entraînement. Nous verrons également quels sont les principes pédagogiques qui sont liés à l'apprentissage mathématique.

Chapitre troisième

L'entraînement

I REVUE DE LA DOCUMENTATION

Nous avons vu préalablement que l'expérience peut avoir une influence sur l'acquisition de concepts mathématiques fondamentaux. Partant de là, on peut se demander si un entraînement pourrait assurer l'acquisition de ces concepts c'est-à-dire, dans le cas qui nous occupe, aider l'enfant d'âge pré-scolaire à acquérir la maturité nécessaire à la construction du nombre.

Si on fait une revue de la documentation existant sur le sujet, on s'aperçoit que de nombreuses recherches ont tenté de vérifier les possibilités d'entraînement pour les concepts mathématiques fondamentaux. La plupart de ces recherches sont directement reliées aux travaux de l'école de Genève et tentent d'infirmer ou de confirmer les thèses de Piaget.

On y reproduit parfois les épreuves de Piaget en les faisant répéter à l'enfant sous forme d'exercices, pour vérifier s'il est possible d'induire le comportement désiré. D'autres travaux font effectuer des exercices différents à l'enfant, mais en se servant des épreuves de Piaget comme critère de réussite de l'entraînement. Le principal point commun de ces recherches est de viser directement l'acquisition par l'enfant d'un comportement précis ou la réussite d'une tâche en particulier. Piaget affirmant (avec raison sans doute) que la notion de conservation est un préalable à l'accession à la notion de nombre, les tentatives d'entraînement portent, dans la grande majorité des recherches, sur la notion de conservation. Par des méthodes diverses, on vise à faire atteindre à l'enfant un type de conservation (de la quantité, du poids, de la longueur).

Quelques recherches portent sur des notions directement impliquées dans la conservation: correspondance terme à terme, réversibilité. Encore là, le critère de réussite est l'acquisition de la notion de conservation telle que mesurée par les épreuves de Piaget.

Peu de recherches se sont intéressées à l'acquisition par l'enfant, par le biais d'un entraînement, des notions préalables à la notion de conservation. Quelques-unes utilisent une approche différente en ce qu'elles ne visent pas à faire acquérir un comportement précis par l'enfant, mais plutôt à lui faire vivre des expériences qui vont l'aider à atteindre une plus grande maturité, maturité qui est nécessaire, comme nous le savons, à l'accession à la notion de nombre.

D'autres utilisent une approche qu'on pourrait qualifier de plus traditionnelle (conditionnement, exercices précis sur une notion, etc...) qui visent surtout l'apprentissage d'une notion particulière.

Nous allons tenter de faire le tour des diverses recherches portant sur l'entraînement à des notions mathématiques fondamentales chez des enfants d'âge préscolaire en les classant sous deux rubriques: d'abord les entraînements qui ont échoué, puis ceux qui ont réussi. Cette classification nous permettra de faire ressortir par la suite les facteurs importants dans la réussite d'un entraînement.

A. <u>Les entraînements qui n'ont pas atteint l'objectif visé</u>

Schenck (1973) tente de vérifier si deux sessions d'entraînement, de quinze minutes chacune, portant sur des notions préalables à la conservation (comptage, correspondance terme à terme, addition, soustraction) peuvent amener des jeunes enfants (3, 4, 5 ans) à atteindre la notion de conservation. Ses résultats démontrent qu'un tel entraînement est inefficace.

Biskin et Rice (1974) ont repris dans leur étude l'affirmation de Inhelder (1969) selon laquelle les périodes de transition seraient les périodes optimales pour l'accélération de l'acquisition d'une notion. Ils classent les enfants de leur échantillonnage selon deux groupes: un groupe pré-opératoire et un groupe de transition. La période de transition est définie de la façon suivante: "En réponse à Inhelder (1969) les enfants furent considérés comme étant dans la période de transition si leur performance révélaient une connaissance de la conservation du nombre, mais aucune des autres conservations du premier ordre testées." [26]

Plus loin, les auteurs précisent:

> ... les sujets qui pouvaient conserver le nombre mais non les quantités continues ou la substance furent désignés pour le groupe de transition tandis que les 24 sujets restants, qui ne pouvaient conserver le nombre, les quantités continues ou la substance furent désignés pour le groupe complètement pré-opérationnel. [27]

Les deux groupes sont divisés en deux pour former un groupe expérimental et un groupe contrôle. Les sujets du groupe expérimental reçoivent trois sessions d'entraînement individuel sur la conservation de la substance (réversibilité).

Les auteurs considèrent que les résultats obtenus sont en contradiction avec l'affirmation de Inhelder. Cependant, les auteurs soulignent que les résultats peuvent dépendre de la définition opérationnelle de la période de transi-

---

26. Biskin, D.S. et D. Rice, Are transition periods the optimal time for acceleration? The training of a first order conservation in young children.

    Responding to Inhelder (1969) children were considered to be in the transition period if their performance revealed a grasp of conservation of number, but none of the other tested first order conservation.

27. Biskin, D.S. et D. Rice, Are transition periods the optimal time for acceleration? The training of a first order conservation in young children.

    "... subjects who could conserve number but not continuous quantity or substance were assigned to the Transition group while the remaining 24 subjects who could not conserve number, continuous quantity or substance were assigned to the totally Preoperational group."

tion. Elkind (1967), dans une recherche similaire, mais avec une définition différente de période de transition, obtient des résultats allant dans le même sens que ceux de Inhelder.

Biskin et Rice se sont basés sur deux considérations principales pour établir leur définition de période de transition:

> Premièrement que la capacité de conservation apparait comme un tout intégré. Et deuxièmement qu'il y a une probalilité élevée d'entraînement d'accélération réussi quand le sujet possède au moins un début d'invariance élémentaire. [28]

Les auteurs considèrent donc que la capacité de conserver apparait comme un tout. Cependant, on peut se demander si certaines habiletés ne sont pas préalables à la conservation. Les auteurs eux-mêmes soulignent cette omission:

> Les auteurs n'avaient pas considéré la possibilité que l'acquisition de la conservation pouvait être subdivisée en une séquence de séries de pré-habiletés et que le succès d'un entraînement d'accélération pouvait dépendre des acquisitions préalables de ces habiletés par les sujets. Cette approche est directement liée au concept de <u>readiness</u> d'un sujet pour une matière, concept utilisé par les spécialistes de programme de dé-

---

28. Biskin, D.S. et D. Rice, op. cit., p. 6-7

"One that the ability to conserve appears as an integrated whole. And two that there is a higher probability for successfull acceleration training when the subject possesses at least a vestige of elementary invariant."

> veloppement. Un enfant est condidéré comme prêt pour un enseignement dirigé vers l'atteinte d'un objectif particulier seulement après qu'il a acquis les habiletés et les informations préalables. [29]

Une hypothèse intéressante peut être développée à partir de ces diverses considérations. Elle est directement liée à celle de notre recherche: l'accession à la notion de nombre, étroitement dépendante de la notion de conservation, serait prédite par l'acquisition d'autres notions disons préalables, qui seraient potentiellement entraînables.

Si on faisait participer l'enfant à un entraînement portant sur ces notions, on peut penser que cela l'aiderait à acquérir la maturité nécessaire à l'acquisition de la notion du nombre.

Bucher et Schneider (1973) tentent de faire apprendre la notion de conservation à des enfants ne la possédant pas au moyen d'un entraînement de type opérant. Les auteurs arrivent à la conclusion que ce type d'entraînement est potentiellement

---

29. Biskin, D.S. et D. Rice, op. cit., p. 7

"The authors did not consider the possibility that the acquisition of conservation could be subdivided into a sequential series of sub-skills and that the success of acceleration training might be contingent on the subjects previous acquisition of these skills. This approach is directly analogous to the concept of subject matter readiness popularly used by curriculum development specialists. A child is considered ready for instruction directed at the achievement of a particular objective only after he has acquired the necessary prerequisite skills and information."

capable d'induire la conservation. Cependant, ils soulignent un problème important dans ce type de recherches, soit la production par l'enfant de fausses réponses positives.

Beilin (1971) dans "The training and acquisition of logical operations" fait le tour des divers types d'entraînement existants. Il cite les travaux de Smedslund (1959, 1961) qui partait avec une hypothèse particulière sur les aspects cognitifs impliqués dans la conservation. Il parle en effet de conflit entre un schème déjà existant et un schème nouvellement développé comme origine des changements cognitifs. Il se servira donc de la déformation de l'objet et d'une procédure d'addition-soustraction d'objet pour créer le conflit. Les résultats de son étude tendent à démontrer qu'un tel type d'entraînement est infefficace pour induire la conservation. Beilin (1965), Smith (1968), Mermelstein et Meyer (1969) obtiennent le même type de résultats avec des procédures similaires.

D'autres recherches du même type (Smedslund (1963), Murray (1968), Wohlwill et Lowe (1962)) obtiennent des meilleurs résultats et augmentent la performance de conservation. Il n'y a cependant aucune possibilité de transfert, la conservation entraînée étant la seule à se transformer.

La recherche de Kingsley et Hall (1967), citée dans Beilin (1971), s'oriente dans l'optique behaviorale. L'entraînement utilise a learning set procedure pour induire la conservation du poids et de la longueur. Il y a augmentation de conservation, mais cette augmentation ne résiste pas à l'extinction.

B. <u>Les entraînements ayant atteint l'objectif visé</u>

Runnels et Runnels (1973) ont mis sur pied un programme d'entraînement de type formel au niveau de la maternelle. Le programme comprend un entraînement mathématique, mais aussi en lecture, sciences, arts, etc...

Le programme mathématique comprenait trois parties:

1) Instruction de groupe (8 ou 9 enfants) en mathématique plus traditionnelle: compter, reconnaître des nombres, additionner, soustraire.

2) Instruction individuelle sur les mêmes aspects.

3) Instruction de groupe en mathématiques modernes. On utilisait dans cette partie de l'entraînement le <u>Macmillan Developping Mathematics Series</u> (exercices de maternelle et de la première moitié de la première année).

On nota les progrès des enfants tout au long de l'entraînement et on effectua un <u>follow-up</u> en première année. Selon les résultats obtenus, les auteurs concluent à l'efficacité d'un tel type d'entraînement, les enfants y ayant participé obtenant un rendement supérieur en première année. Les auteurs ne précisent pas cependant quel type d'enseignement était offert en première année. Il eût été intéressant de savoir si on utilisait le même volume (Macmillan) en première année. Si oui, la valeur des résultats pourrait en être affectée.

Lazarus (1974) mit sur pied un programme d'entraînement très complet. Ce programme comprenait un entraînement mathématique portant sur 13 échelles différentes (identification de monnaie, vocabulaire, fractions, temps, etc...), les activités étant effectuées soit en groupe, soit en sessions individuelles. Les résultats de l'étude tendent à démontrer que ce type de programme est efficace.

Biancoviso (1971) se donne comme objectif dans sa recherche d'étudier l'efficacité du fait de montrer aux enfants la notion de conservation du nombre avec une combinaison de variables d'entraînement. Il désire vérifier également si l'entraînement sera plus efficace avec du matériel relié aux besoins de base de l'individu.

Les sujets furent soumis à cinq différentes procédures d'entraînement: discrimination perceptive, réversibilité, correspondance, comptage et règle verbale. On classa les sujets selon les réponses de justification apportées aux jugements de conservation du nombre dans le pré et le post-test. Pour le pré-test, on classa les sujets comme répondant de façon consistante ou non consistante.

Les résultats amènent l'auteur à conclure qu'il existe une différence significative entre les sujets des groupes expérimentaux (un groupe entraîné avec des boutons et un groupe avec des bonbons) et le groupe contrôle (aucun entraînement). Il n'y a cependant aucune différence significative entre le groupe entraîné avec des boutons et celui entraîné avec des bonbons. Il n'y a pas de transfert de la conservation du nombre à la conservation des quantités discontinues. Une différence significative fut trouvée dans la proportion des enfants fournissant des réponses de justification consistantes ou inconsistantes qui acquièrent la conservation du nombre. L'auteur conclue que son approche d'entraînement fut plus efficace avec les enfants employant une grande variété d'arguments pour justifier leur jugement de conservation.

D'autres types de recherches ne visent pas à faire apprendre à l'enfant une tâche précise, mais plutôt à lui faire atteindre plus de maturité, ce qui peut faciliter l'accession à un nouveau stade de développement d'un concept.

On qualifie ces formes d'entraînement de readiness. L'entraînement readiness offre à l'enfant un vaste éventail de stimulations et d'expériences, ce qui fait que, quand l'enfant est prêt à accéder à une nouvelle étape de développement d'une notion mathématique, il trouve la stimulation nécessaire pour franchir cette étape. L'entraînement de type readiness pourrait accélérer l'acquisition d'une notion en évitant les "temps morts" ou les périodes d'attente d'une stimulation adéquate. Il assurerait avant tout l'acquisition même d'une notion en augmentant la maturité de l'enfant par des expériences variées et pouvant être répétées.

Anderson (1971) part de l'hypothèse qu'une addition d'instruction mathématique <u>readiness</u> permettra à l'enfant d'atteindre un plus haut niveau de maturité et augmentera le rendement en arithmétique. Les résultats obtenus amènent l'auteur à conclure à l'efficacité d'un entraînement <u>readiness</u> en mathématique parce qu'il y a une différence significative entre le groupe contrôle et le groupe expérimental dans le niveau de compréhension du concept de conservation, de même que dans la réussite en arithmétique. L'auteur trouve également des corrélations significatives entre l'habileté à conserver et le quotient intellectuel d'un enfant, son âge chronologique, sa place dans la famille et son expérience pré-scolaire.

Koenker (1948) essaie de découvrir la valeur d'un programme <u>readiness</u> en arithmétique au niveau de la maternelle. Le programme comprenait le type d'expériences suivant: participation à des jeux de nombres, activité de mesures utilisation de monnaie, utilisation du vocabulaire arithmétique, etc... Ces activités étaient intégrées dans la vie de tous les jours, c'est-à-dire qu'on se servait de situations courantes (poster des lettres, acheter dans un restaurant, prendre les présences dans la classe) ou d'objets courants (mesurer les chaises, les tables, comparer les objets dans la classe). Le groupe expérimental participait à cet entraînement alors que le groupe contrôle ne participait à aucun entraînement. Le programme d'entraînement s'étendait sur une longue période de temps (de l'automne à mai).

L'auteur conclue, à partir des résultats obtenus, que les enfants de maternelle peuvent profiter d'un riche programme d'entraînement <u>readiness</u> en arithmétique. L'auteur constate également que les enfants manifestèrent beaucoup d'intérêt pour les activités reliées à leurs beoins et à leurs expériences.

C. Facteurs qui influencent la réussite ou la non réussite d'un entraînement

Il nous semble nécessaire maintenant d'essayer de dégager les facteurs importants dans la réussite ou la non réussite d'un entraînement.

Ces facteurs sont nombreux et variés et, selon les recherches, on peut insister plus sur l'un ou l'autre. Cependant, nous pouvons dégager, dans les recherches citées plus haut, des facteurs dominants.

1. Le facteur temps

Il est important pour la réussite d'un entraînement que celui-ci soit suffisamment étendu dans le temps. Les entraînements en deux ou trois sessions limitées dans le temps débouchent en général sur des résultats négatifs (Schenck (1973)). On observe de meilleurs résultats avec des entraînements s'étendant sur des périodes assez longues (Koenker (1948)).

2. La variété des variables d'entraînement

Les diverses recherches que nous avons consultées nous paraissent mettre en évidence l'avantage de l'utilisation d'une approche d'entraînement utilisant une grande variété de variables. Les entraînements portant sur une tâche particulière obtiennent des résultats relatifs: même si la tâche entraînée est parfois acquise, il n'y a aucune généralisation possible, les bénéfices de tels entraînements pouvant être mis en doute (Schenck (1973), Biskin et Rice (1974), Smedslund (1963), Beilin (1965)).

Les approches d'entraînement multiples semblent donner de meilleurs résultats. Il semble donc qu'un entraînement portant sur plusieurs types d'activités aide les enfants à fournir un meilleur rendement. L'objectif visé diffère d'une recherche à l'autre: Biancoviso (1971) essaie d'induire la conservation du nombre avec une entraînement sur plusieurs variables. Les résultats obtenus l'amènent à conclure à l'efficacité de cette méthode.

Les recherches de Lazarus (1974), Runnels et Runnels (1973), Anderson (1971) et Koenker (1948) ont des buts plus généraux, soit d'augmenter le rendement des enfants en arithmétique. Elles utilisent des formes d'entraînement différentes, mais ayant comme point commun de se servir d'une grande variété de variables d'entraînement. L'efficacité de ces diverses recherches tendraient à démontrer l'importance de ce facteur.

D. Les approches d'entraînement

Dans les différentes recherches que nous avons étudiées, nous avons constaté qu'il existe différentes approches d'entraînement que nous pourrions classer sous deux rubriques: l'entraînement de type disons "traditionnel" et l'entraînement de type *readiness*. Ces deux approches diffèrent tant par l'objectif visé que par la méthode employée.

L'entraînement traditionnel vise en général à apprendre quelque chose de précis à l'enfant: une tâche, une notion mathématique déterminée. La méthode employée sera habituellement la pratique répétée d'une tâche. Cette forme d'entraînement semble obtenir des résultats limités (Schenck (1973), Bucher et Schneider (1973), Beilin (1965)).

L'entraînement *readiness* a un objectif différent: faire vivre à l'enfant des expériences variées qui lui permettront d'atteindre la maturité nécessaire à l'acquisition d'une notion. La méthode employée comprend des exercices sur différentes notions, utilisant un matériel varié et ce, dans des situations familières à l'enfant. Ce type d'entraînement semble apporter de meilleurs résultats (Koenker (1948), Anderson

(1971)).

Il nous semble important de tenir compte de ces facteurs dans la mise sur pied d'un entraînement. Nous utiliserons donc une approche _readiness_ portant sur un grand nombre de notions mathématiques, avec plusieurs variables d'entraînement. L'entraînement devra être suffisamment étendu dans le temps pour être efficace.

II LA PEDAGOGIE DES MATHEMATIQUES

Nous avons étudié, dans un chapitre précédent, les notions de maturité, de _readiness_ et d'expérience. Nous avons vu l'importance respective de chacun par rapport à l'apprentissage mathématique. Nous avons également vu comment se développe la pensée mathématique, et quels sont les mécanismes donnant accès à l'opération.

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons tenté d'établir quelles formes d'entraînement sont possibles en mathématique, et bien qu'il existe peu de documentation sur le sujet, nous sommes portés à croire qu'un entraînement de type _readiness_ est celui qui a le plus de chances de succès avec des enfants de maternelle.

Nous allons donc bâtir un entraînement de type _readiness_, qui visera à faire vivre à l'enfant des expériences variées, à lui offrir des stimulations qui lui permettront, si notre hypothèse se voit confirmée, d'acquérir la maturité nécessaire à la construction du nombre, et peut-être d'accélérer cette acquisition.

Avant de planifier cet entraînement, il nous apparait nécessaire d'établir maintenant certains principes de la pédagogie et de l'apprentissage mathématique, ainsi que les étapes à suivre dans ces processus.

A. Principes généraux de la pédagogie et de l'apprentissage mathématique

1. L'apprentissage en général

Ce mémoire étant relié plus spécifiquement à l'apprentissage mathématique, il ne nous apparait pas nécessaire de nous attarder sur des principes reliés à l'apprentissage en général. Cependant, nous nous devons de souligner ici certains principes s'appliquant à l'apprentissage mathématique comme à toute autre forme d'apprentissage. Les affirmations de Bruner, citées dans Logan (1976) nous paraissent pertinentes pour dégager ces principes:

> Bruner affirme que cinq conditions sont nécessaires à l'apprentissage efficace et efficient. Il faut, en premier lieu, que l'enfant acquiert les concepts-clés avec lesquels il pourra travailler; en second lieu, il doit acquérir et maîtriser les outils nécessaires pour déloger de nouvelles expériences et ouvrir de nouvelles portes; en troisième lieu, il s'agit de lui conférer le sentiment qu'il a la puissance d'esprit pour accomplir avec succès les tâches auxquelles il est confronté; il doit, en quatrième lieu, éprouver la satisfaction que le succès peut apporter; enfin, il doit acquérir le sentiment que le pouvoir d'apprendre est

cumulatif.[30]

Les deux premières conditions dégagées par Bruner sont fondamentales, mais nous semblent reliées davantage au type même d'apprentissage à effectuer, et pourraient constituer davantage un point d'arrivée qu'un point de départ à l'apprentissage. Nous nous intéresserons ici plus spécifiquement aux troisième et quatrième conditions, qui sont importantes quand on envisage de bâtir un programme d'entraînement. Elles sont étroitement liées et nous amènent à dégager trois principes de base à considérer dans notre entraînement.

1. L'enfant doit se sentir capable d'accomplir les tâches que nous lui imposons. Il est indispensable que l'enfant se sente en confiance. Si un apprentissage met en péril toute la confiance que l'enfant possède, il pourra avoir des conséquences néfastes. Il ne faut pas que l'enfant se sente dépassé par ce qu'il a à apprendre, il faut au contraire qu'il sente que l'apprentissage est à sa mesure.

2. L'enfant doit connaître ce qu'on ressent quand on accomplit quelque chose, quand on réussit. Pour avoir le goût d'apprendre, il faut ressentir la satisfaction apportée par la réussite d'un apprentissage. Il nous semble évident qu'un enfant qui est constamment confronté à l'échec ne peut éprouver le goût d'apprendre, puisque l'apprentissage ne lui

---

30. Logan, Bayne, L'apprentissage des mathématiques chez l'enfant, p. 77-78.

apporte que des frustrations.

3. Pour que l'enfant soit confiant vis-à-vis de l'apprentissage et connaisse la satisfaction apportée par la réussite, il faut que l'apprentissage effectué soit à sa mesure. Donc, il importe avant tout de considérer le rythme propre de chaque enfant. Nous avons vu dans les chapitres précédents qu'il existe certains stades dans le développement de la notion de nombre chez l'enfant. Cependant, il est ressorti clairement que même si les enfants doivent franchir ces stades dans l'ordre, et que la maîtrise d'une étape est nécessaire à l'accession à la suivante, il n'existe pas de chronologie précise quant à l'âge où ces différents stades doivent être atteints.

Cela met en évidence le fait que chaque enfant a une approche individuelle de l'apprentissage. Il faut savoir respecter l'enfant dans son approche: tel enfant aura besoin de plus de manipulations pour accéder à la compréhension d'une notion mathématique, mais cette compréhension même sera peut-être plus profonde ou l'amènera à découvrir plus rapidement les éléments de base d'une notion subséquente.

Nous sentons le besoin de souligner ici à quel point un enseignement disons "traditionnel" des mathématiques ne tient pas compte de cet aspect des besoins individuels. Nous entendons par enseignement traditionnel celui où le professeur est seul actif, et où l'enfant n'a pas à intervenir activement. On pourrait également parler ici d'enseignement magistral. Le fait que les enfants doivent progresser tous au même rythme et selon une méthode qui ne convient pas nécessairement à tous les individus nous apparait aller à l'encontre des principes émis ci-haut.

Il y a de nombreux dangers à ne pas respecter le rythme de l'enfant: si l'apprentissage à effectuer n'est pas accessible à l'enfant parce qu'arrivant trop tôt dans son développement, il est évident que la base mathématique acquise par l'enfant sera déficiente. Si la base est déficiente, on peut presque affirmer que l'enfant éprouvera des difficultés tout au long de sa progression scolaire.

Il est évident également, et nous rejoignons ici les principes un et deux, que le non respect du rythme de l'enfant le conduit à l'échec et mine la confiance qu'il avait dans sa capacité d'apprendre.

Il semble que l'importance à accorder au rythme d'apprentissage d'un enfant soit clairement ressortie. Nous sommes conscients, cependant, de la difficulté d'établir un apprentissage plus individualisé. Mais nous croyons que l'énergie investie en ce sens au début de la scolarisation pourrait éviter bien des échecs par la suite, et donner à l'enfant le goût d'apprendre en ne l'acculant pas à des échecs constants.

2. L'apprentissage des mathématiques

L'apprentissage des mathématiques est soumis, comme tout autre apprentissage, aux principes pédagogiques généraux. Cependant, certains aspects distinguent les mathématiques des autres matières, et il importe d'en tenir compte.

a. Situation des mathématiques dans la réalité

Tout d'abord, il faut être conscient du fait que les mathématiques font partie de la vie quotidienne de chaque individu. On est en contact avec les mathématiques quand on mesure, quand on fait un budget, quand on cuisine. Le nombre est présent partout dans la vie de l'individu.

Nous avons trop souvent tendance à considérer les mathématiques comme une science abstraite, détachée de la réalité, et qui se doit d'être apprise de façon douloureuse, dans un contexte précis (l'école). L'arithmétique est présente de façon naturelle dans notre vie dès le plus jeune âge. Freinet, cité dans Bandet (1962), nous dit:

> Il est faux de croire que le calcul soit pour l'enfant une spécialité scolaire dont il n'aura aucune notion si on ne le lui enseigne pas méthodiquement. Dès le plus jeune âge, l'enfant calcule: il calcule lorsqu'il compare intuitivement ou méthodiquement des objets, des poids, des grandeurs, il calcule lorsqu'il jette une pierre plus ou moins loin, lorsqu'il cueille des fruits ou remplit un seau d'eau. On pourrait même dire que dans notre monde contemporain, le calcul sous toutes ses formes est l'activité la plus familière aux enfants, celle dans laquelle ils devraient réussir aussi totalement que dans l'apprentissage de la langue...[31]

---

31. Bandet, Jeanne, <u>Les débuts du calcul</u>, p. 10

Un apprentissage adapté ou équilibré des mathématiques se doit donc de se situer dans la réalité concrète, dans la vie de tous les jours, qui constituent en fait les laboratoires d'arithmétique les plus pertinents. Cela permettrait, en plus de faciliter l'apprentissage en le rendant plus concret, de créer une motivation, un goût pour l'arithmétique. Si on perçoit une matière comme pouvant être utile quotidiennement, il est plus facile de l'apprendre. En détachant l'arithmétique du concret, en essayant d'en faire une science aux principes abstraits, on commet une erreur monumentale, puisque la motivation de l'enfant se trouve grandement diminuée.

Nous verrons dans la suite de ce chapitre comment, en pédagogie, on peut aborder l'apprentissage des mathématiques en se servant de la vie de tous les jours, des situations courantes.

b. Primat de l'expérience

Nous tenons à rappeler ici le rôle que l'expérience doit jouer dans l'apprentissage des mathématiques. Freinet, cité dans Bandet (1962), nous dit: "... il faut se persuader que nul n'apprendra pour l'enfant à compter, à peser et à mesurer. C'est lui-même qui doit se rendre maître de ses acquisitions, et il ne peut le faire que par l'expérience et l'exercice".[32]

---

32. Bandet, Jeanne, op, cit., p. 10

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, l'expérience est la base indispensable à l'acquisition d'une notion mathématique. L'action doit précéder la réflexion. Comme nous le dit Mialaret: "Il faut qu'il (l'enfant) éprouve toutes ces notions d'abord sur le plan de l'action avant des les intérioriser et de les penser." [33] Il importe donc que l'enfant ait éprouvé la notion à apprendre sur le plan concret avant de l'intérioriser. Nous reviendrons plus loin sur les composantes mêmes de cette expérience.

c. Principes de l'apprentissage mathématique

"Le principe capital d'un apprentissage dynamique et pénétrant veut que concepts et techniques qui en résultent apparaissent comme des conséquences naturelles des expériences réalisées par les enfants". [34]

Cette affirmation de Dienes (1966) rejoint ce que nous avons déjà dit sur l'importance de l'expérience et de la situation des mathématiques dans la réalité. Partant de là, Dienes dégage quatre principes dans l'apprentissage mathématique:

---

33. Mialaret, Gaston, Psychologie des débuts du calcul, dans Bandet, Jeanne, Les débuts du calcul, p. 30

34. Dienes, Z.P., Construction des mathématiques, p. 75

1) Principe dynamique: le jeu, comme expérience, est indispensable à la construction des concepts mathématiques. Il est important, cependant, de choisir le moment où l'enfant est prêt à commencer à "jouer" avec un concept.

2) Principe de constructivité: la construction précède l'analyse. Il faut que l'enfant construise une notion, par des expériences concrètes, avant de les analyser sur le plan mental.

3) Principe de variabilité mathématique: "Les concepts comportant des variables devraient être étudiés à l'aide d'expériences comportant le plus grand nombre possible de variables." [35]

4) Principe de variabilité perceptuelle: "... la même structure conceptuelle devrait être présentée sous forme d'autant d'équivalents perceptuels que possible." [36]

Ces principes nous montrent en partie quelle voie il faut suivre dans la construction de notre entraînement. Nous nous devons de tenir compte de ces principes, c'est-à-dire qu'il nous faudra utiliser le jeu comme moyen d'expérimentation d'un concept, mais au moment opportun. Il sera nécessaire également de laisser à la notion en cause le temps

---

35. Dienes, Z.P., op. cit., p. 45

36. Dienes, Z.P., op. cit., p. 46

nécessaire à sa construction. Il faudra également essayer de présenter la notion ou le concept avec des expériences comportant un grand nombre de variables.

3. Synthèse

Nous avons tenté de faire le tour des principes pédagogiques généraux impliqués dans l'apprentissage mathématique. En résumé, nous pouvons dire que:

a. Il est important que l'enfant possède suffisamment de confiance en ses moyens pour aborder positivement une tâche à effectuer.

b. Il faut qu'un enfant ait ressenti la satisfaction reliée au succès dans l'apprentissage pour avoir le goût d'apprendre.

c. Pour que la confiance et le succès soient possibles, il faut que les moyens utilisés dans l'apprentissage tiennent compte du rythme propre de chaque enfant et respecte l'approche personnelle de l'apprentissage de chacun.

d. Il importe, quand on touche à l'apprentissage mathématique, de bien situer cette matière dans la réalité de tous les jours, afin de ne pas en faire une science abstraite, éloignée des préoccupations quotidiennes et des possibilités de l'enfant.

e. Le principe que nous croyons fondamental en apprentissage mathématique est le primat de l'expérience sur la réflexion. Pour qu'un enfant puisse accéder à la représentation mentale indispensable aux opérations mathématiques, il faut qu'il ait effectué concrètement l'action symbolisée dans l'opération.

f. Les quatre principes dégagés par Dienes nous donnent une idée des éléments dont il faut tenir compte dans la constitution d'un programme d'entraînement: jeux, moment propice, variables mathématiques et variables perceptuelles.

Après avoir cerné ces principes généraux, il importe maintenant de voir quelles étapes l'enfant doit franchir avant de maîtriser une notion mathématique.

B. Les étapes du processus d'apprentissage en mathématique

Plusieurs auteurs ont tenté d'établir des étapes dans le processus d'apprentissage en arithmétique. Nous allons nous intéresser plus particulièrement aux étapes suggérées par deux auteurs: Dienes et Mialaret.

Dienes, dans son volume "Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématique" définit, cela va de soi, six étapes dans ce processus. Ces étapes sont les suivantes:

Première étape: création d'un environnement correspondant aux apprentissages souhaités.

La notion d'environnement nous parait capitale car, dans un sens, tout apprentissage équivaut à un processus d'adaptation de l'organisme à son environnement.

Si on veut faire effectuer un apprentissage à l'enfant, il est nécessaire de la placer dans un environnement "riche" par rapport à cet apprentissage. Dans une phase d'adaptation à l'environnement, phase informelle, l'enfant pourra s'acclimater à des situations pertinentes au type d'apprentissage souhaité.

Deuxième étape: les règles du jeu. On établit certaines règles, certaines contraintes venant de l'extérieur: les règles du jeu. L'enfant a déjà découvert les contraintes liées à l'environnement même dans la phase de jeu libre. Il est maintenant prêt à jouer selon des règles établies. Dienes nous dit: "Les enfants eux-mêmes pourront, par la suite, inventer d'autres règles, changer les règles, et jouer les jeux correspondants". [37]

Troisième étape: dégager les structures. Début de l'abstraction. L'enfant doit pouvoir dégager des jeux mathématiques les structures importantes qui mènent à une abstraction.

Le moyen à utiliser est de faire jouer l'enfant à des jeux différents, mais ayant une structure mathématique

---

37. Dienes, Z.P., <u>Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématique</u>, p. 9

semblable.. L'enfant, en jouant, en viendra à découvrir ce qui est pareil, ce qui correspond à une abstration.

Quatrième étape: représentation. Pour intégrer la nouvelle abstraction, il faut mettre en jeu un processus de représentation (dessins, diagrammes, sons).

Cinquième étape: description de la représentation à partir du langage. Pour comprendre les propriétés de l'abstraction réalisée, il faut être capable d'en décrire la représentation. Pour ce faire, il faut inventer ou choisir un langage apte à faire cette description.

Sixième étape: les règles du jeu de démonstration. Les structures mathématiques sont complexes. Il faut "une méthode pour arriver à certaines parties de la description, étant donné une première partie que nous prenons comme point de départ" [38]

Mialaret, pour sa part, dégage six aspects dans le processus d'apprentissage mathématique. Il parle des "... étapes par lesquelles l'enfant doit passer pour assurer la construction solide des bases mathématiques". [39] Ces aspects sont:

Aspect 1: l'action effectuée concrètement. Il est nécessaire que l'enfant puisse manipuler. Avant de pouvoir se repré-

38. Dienes, Z.P., op. cit., p. 12

39. Mialaret, Gaston, L'apprentissage des mathématiques, p. 31

senter mentalement une action, il faut l'avoir expérimenté dans le concret.

Aspect 2: l'action accompagnée du langage. Il est important que l'enfant acquiert le vocabulaire mathématique, mais il faut surtout que ce vocabulaire soit directement lié à l'action qu'il représente. La meilleure façon d'assurer cette liaison est que l'enfant effectue l'action en l'accompagnant du langage approprié.

Aspect 3: la conduite du récit. Après avoir accompagné son action d'un langage approprié, l'enfant doit maintenant raconter cette action, mais après coup. Cette étape est nécessaire, car elle représente un palier important entre l'action et la représentation mentale.

Aspect 4: l'action avec des objets dépouillés. "Déjà, au niveau précédent, le langage et le geste qui pouvait l'accompagner constituaient une certaine abstraction... Ici on peut introduire une schématisation de la réalité en utilisant un matériel non figuratif... Le geste, devient encore plus clair parce qu'il se fait dans des conditions dépouillées et avec un matériel identique pour toutes les situations". [40]

Par l'action avec des objets dépouillés, on progresse vers une plus grande abstraction.

Aspect 5: la traduction graphique. L'enfant a appris à tra-

---

40. Mialaret, Gaston, op. cit., p. 33-34

duire d'une autre façon, par le dessin par exemple. Il est très important cependant qu'il y ait un retour toujours possible à l'action effectuée dans le concret.

Aspect 6: la traduction symbolique. A ce niveau, on peut amener l'enfant à traduire l'action effectuée ou dessinée au moyen de symboles. Encore là, il est nécessaire de revenir à l'action concrète ou dessinée, afin d'assurer la liaison entre le symbole et l'objet même pour que l'enfant comprenne le sens même de l'opération posée.

Il existe, comme on peut le constater, plusieurs points communs entre les différentes étapes définies par ces deux auteurs: la nécessité d'une période de jeu ou d'action comme préalable à tout apprentissage mathématique, le fait de se servir du langage comme palier vers la représentation mentale, la représentation graphique.

Dienes souligne plus les notions d'environnement et de jeu, qui sont quand même présentes chez Mialaret. Celui-ci insiste plus sur la nécessité de l'action et sur le besoin constant d'y revenir.

Les étapes dégagées par Dienes et Mialaret nous paraissent très pertinentes. Pour une question de facilité d'application, nous allons nous servir surtout des étapes de Mialaret, qui nous semblent s'y prêter mieux, pour la planification de l'entraînement. Nous considérerons cependant les aspects importants dégagés par Dienes: l'environnement et le jeu libre.

Dans le prochain chapitre, nous allons voir de quelle façon fut constitué l'entraînement _readiness_.

Chapitre quatrième

Le plan de readiness

Il est important, à cette étape-ci de notre recherche, d'établir de quelle nature sera notre entraînement, et comment il sera constitué.

Dans le premier chapitre, nous avons vu que la maturation a un rôle prépondérant à jouer dans les possibilités d'apprentissage de l'enfant. Si les préalables tant physiologiques que psychologiques ne sont pas solidement établis, les tentatives d'apprentissage (entraînement, enseignement systématique, exercices) n'auront pas ou peu d'influence. Ceci est vrai surtout pour les activités motrices élémentaires comme la marche, la station debout et la préhension. Nous avons vu que l'expérience a peu d'influence sur ces activités qui apparaissent quand la maturation est suffisante, à condition cependant qu'il y ait stimulation.

Pour ce qui est des activités plus spécialisées telles l'action d'aller à bicyclette, le sport, etc..., il semble que l'importance de l'expérience soit plus grande. On possède peu de renseignements sur l'influence respective de la maturation et de l'expérience sur les activités intellectuelles, mais ces activités étant de nature complexe, on peut penser que l'expérience aurait un rôle à jouer dans leur acquisition.

Les américains ont mis en évidence la facteur <u>readiness</u> (être prêt à) dans l'apprentissage. L'enfant est prêt, par exemple, à accéder au nombre quand il possède les préalables nécessaires. L'importance du facteur <u>readiness</u> a surtout été mise en évidence pour ce qui est de l'entrée à l'école. Cependant, le facteur <u>readiness</u> peut jouer dans l'acquisition des notions mathématiques telle la conservation.

Nous avons vu au deuxième chapitre que la conservation marque une étape décisive dans l'accession à l'opération. L'acquisition des notions préopératoires est indispensable à la conservation, donc à l'opération. Nous pouvons donc dire que pour que l'enfant soit prêt à accéder à l'opération, il faut qu'il maîtrise d'abord les notions préalables. Il serait donc important, au niveau de la maternelle, d'aider l'enfant à acquérir ces notions préalables afin qu'il soit prêt à accéder à l'opération.

Au troisième chapitre, nous avons vu que les différentes tentatives visant à apprendre à l'enfant une notion spécifique n'ont pas apporté des résultats satisfaisants. Cependant, des entraînements de type <u>readiness</u> où des stimulations adéquates sont apportées à l'enfant au moment où il est prêt à les recevoir, semblent donner de meilleurs résultats.

Partant de ces différentes conclusions, et à partir des principes généraux de la pédagogie des mathématiques mis en évidence au chapitre précédent, nous allons tenter d'élaborer un entraînement de type readiness ayant pour objectif d'aider l'enfant à atteindre la maturité nécessaire à l'apprentissage de l'arithmétique élémentaire.

Sur le plan psychologique, il était important que le choix des notions mathématiques impliquées dans l'entraînement se fonde sur une analyse des processus d'acquisition des notions mathématiques élémentaires. Les notions sur lesquelles nous intervenons dans l'entraînement doivent être pertinentes pour des enfants d'âge préscolaire (5 ans 3 mois à 6 ans 3 mois). Nous avons donc choisi les notions à partir de celles étudiées dans le test M.A.E., puisque ce test s'applique à des enfants de ce groupe d'àge et que le choix des item de ce test s'appuie, comme nous l'avons vu, sur une analyse approfondie de l'évolution des notions mathématiques chez l'enfant.

Les notions sur lesquelles portera notre entraînement sont donc les suivantes:

- la notion de grandeur, de "le plus, le moins, manque", de moitié, de classement
- la connexité propre à la série des nombres, la structure itérative et le raisonnement récurrentiel
- la composition additive et l'ensemble-unité.

Les étapes dans le processus d'apprentissage en arithmétique dégagées par Mialaret (1967) et Dienes (1970) serviront de canevas à l'entraînement, c'est-à-dire que pour chaque notion, nous essaierons d'aider l'enfant à franchir ces étapes.

Notre méthode générale d'entraînement tiendra compte des facteurs suivants:

1. L'importance du jeu et de l'environnement

La nécessité d'une période de jeu ressort clairement dans les affirmations de Piaget, citées dans Dienes:

> Piaget fut le premier à voir que le processus de formation d'un concept est beaucoup plus long qu'on ne le croyait et qu'un important travail, apparamment sans relation avec le concept, doit être fait avant qu'on ait le moindre indice sur la direction que la pensée est en train de prendre. C'est le stade largement inconscient, le stade du jeu, où l'on joue avec des éléments du concept bien avant d'avoir la moindre idée que ces éléments pourront un jour nous aider à classer de façon commode les éléments du monde... L'enfant joue avec des briques ou d'autres objet, les groupant en collection de différentes formes ou de différentes tailles bien avant de savoir qu'il est, en réalité, en train de se familiariser avec les éléments qui lui permettront de former plus tard les concepts de nombre et d'espace. [41]

Nous avons déjà souligné l'importance qu'il faut accorder à lapériode de jeu dans le développement d'un concept mathématique. En fait, il faudrait distinguer deux phases de jeu: une première phase où l'enfant apprivoise son environnement en le découvrant par le jeu, et une

---

41. Dienes, Z.P., Construction des mathématiques, p. 35

deuxième phase où le jeu devient plus lié à une fonction en particulier, le jeu étant à ce moment plus dirigé, plus orienté.

Dans un premier temps, il serait donc nécessaire de laisser à l'enfant une période de jeu libre, informelle. L'enfant découvrirait alors les différentes propriétés des objets qui l'entourent. Cette phase permettrait à l'enfant de découvrir par lui-même certains éléments d'un concept, et de pouvoir rattacher par la suite les notions acquises à des actions concrètes. Nous avons déjà parlé de l'importance du rôle que peut jouer l'élément "découverte" dans l'apprentissage, tant du point de vue profondeur de l'apprentissage que du point de vue motivation et assises dans la réalité concrète. Le jeu libre, dans un environnement riche permettra deux types d'apprentissage par la découverte: la découverte par hasard (Improptu discovery) et la découverte par exploration (Free exploratory discovery) (Hartung et Biggs, 1971).

Le jeu plus orienté est indispensable, dans un deuxième temps, pour permettre à l'enfant d'être guidé dans ses découvertes. Comme le souligne Biggs (1971), l'éducateur attire alors l'attention de l'enfant sur un point important, lui fournit du matériel pertinent à un apprentissage en particulier, en fait permet à l'enfant d'éviter de trop longues périodes de tâtonnement. La découverte dirigée est contrôlée encore plus par le professeur. Elle peut se faire sous forme d'exercices préparés à l'avance et visant la découverte par l'enfant d'un aspect en particulier.

Il est évident également que le fait de laisser l'enfant jouer rendra l'apprentissage beaucoup plus agréable pour lui. Le jeu fait partie de son monde, il peut passer des heures à jouer sans se lasser. Si l'enfant aime le jeu qu'on lui présente, il aura le goût d'y revenir, ce qui ne peut qu'aider à consolider les notions acquises ou en voie d'acquisition.

Les différentes notions impliquées dans l'entraînement seront présentées dans la majorité des cas sous forme de jeux simples, auxquels les enfants pourront revenir quand ils en sentiront le besoin, le matériel demeurant toujours à leur disposition. Par exemple, la notion de classement sera présentée à l'enfant à l'aide du jeu du magasin général: en montant le magasin, les enfants auront à effectuer des classements. Par la suite, le magasin reste en place et les enfants peuvent s'en servir quand ils le veulent. Il nous faudra également présenter les jeux sous les formes les plus diverses possibles. Pour que l'enfant arrive à dégager le concept sous-jacent aux exercices, il faut que y ait une grande variété d'exercices qui permettront une abstraction. Si on ne présente qu'une forme de jeu à l'enfant, il pourra en dégager une partie du concept, mais seule la variété d'exercices permettra l'abstraction. Il faut essayer de présenter la notion sous le plus d'équivalents possibles. Par exemple, pour la notion de grandeur, on fera effectuer à l'enfant des comparaisons entre des objets de différentes grandeurs; les enfants pourront également comparer leurs grandeurs, etc...

Nous avons déjà souligné l'importance de créer un environnement riche (Dienes, lère étape du processus d'apprentissage en mathématique: création d'un environnement correspondant aux apprentissages souhaités). Cette notion d'environnement riche prend une importance capitale quand on pense à élaborer un entraînement de type readiness. Ce genre d'entraînement vise à fournir une stimulation adéquate à un enfant, au moment où il en a besoin. Le principal moyen d'arriver à ce synchronisme besoin-stimulation est de faire évoluer l'enfant dans un milieu riche, où il pourra trouver par lui-même la stimulation adéquate. Même si l'entraînement comprendra des exercices visant à faire effectuer à l'enfant certains types de découvertes par rapport à des concepts mathématiques précis, il sera donc important que le matériel utilisé pour un exercice donné soit par la suite constamment disponible pour l'enfant, afin qu'il puisse revenir de lui-même (ou avec l'aide de l'éducateur) à un exercice, quand le besoin s'en fera sentir.

2. L'action avec des objets naturels

Mialaret définit comme première étape du processus d'apprentissage "l'action elle-même". Cette phase comprendrait alors la période de jeu libre et une période de jeu dirigé. Une distinction importante s'impose ici. Mialaret précise comme 4ème étape du processus d'apprentissage "l'action avec des objets dépouillés". On peut donc penser que, dans la première étape, on se doit de faire jouer l'enfant avec des objets naturels, qui sont proches de lui. Bandet, dans Les débuts du calcul, nous dit d'ailleurs: "... Il y a lieu d'utiliser la vie même de la classe et les besoins de l'enfant comme leviers de son activité." [42] Mialaret, également dans Les débuts du calcul, précise: "L'abstraction même de la notion d'objet, de quantité, de regroupement ou de division peut et doit se faire à partir des objets naturels que l'enfant rencontre dans son entourage." [43]

Notre entraînement se déroulera donc dans une classe maternelle normale, en nous servant de ce qui y existe comme matériel de travail. Quand cela s'avèrera nécessaire, du matériel supplémentaire pourra être inclus. Notre objectif sera de nous servir le plus possible du matériel utilisé par les enfants dans leurs activités quotidiennes, tant à l'école qu'à la maison.

Les activités que nous suggèrent divers programmes de mathématiques sont nombreuses et variées: mettre le couvert, prendre les présences, bâtir une maison, faire la cuisine, jouer au magasin. Les objets utilisés dans ce type

---

42. Bandet, Jeanne, Les débuts du calcul, p. 9

43. Mialaret, Gaston, Psychologie des débuts du calcul, dans Bandet, Jeanne, op. cit., p. 41

d'activités sont familiers aux enfants. Ils les connaissent et ont découvert certaines de leurs propriétés. Il s'agira dans l'entraînement de choisir des activités pertinentes au type d'apprentissage désiré.

3. L'action accompagnée du langage

Mialaret insiste sur l'importance d'accompagner l'action du langage, parce que cela assurerait:

> ... une liaison très solide entre plusieurs aspects de la pensée mathématique naissante: l'action concrète, l'expression de cette action concrète en un langage que l'on peut commencer à appeler langage mathématique, l'acquisition du langage propre à la mathématique. [44]

L'importance du langage comme moyen de description de l'action est présente dans les étapes dégagées par Dienes (5ème étape), mais plus tard dans le processus d'apprentissage. Il nous semble préférable d'inclure plus tôt cette association langage-action, comme le fait Mialaret, pour éviter d'avoir à aborder de front la traduction par le langage, la représentation graphique et la symbolisation. Les 4ème et 5ème étapes mises en évidence par Dienes comportent tous ces aspects, ce qui nous semble un peu chargé. L'ordre adopté par Mialaret nous paraît plus conforme à la progression possible de l'enfant.

Dans un entraînement, il semble assez facile d'adapter cette étape du processus d'apprentissage. Il suffit de

---

44. Mialaret, Gaston, L'apprentissage des mathématiques, p. 32

faire répéter aux enfants les jeux effectués dans la première étape, mais en aidant les enfants à accompagner ces jeux d'un langage approprié. Il ne faut pas perdre de vue que ce langage doit être à sa mesure, faire partie de son vocabulaire.

4. La conduite du récit

Dans cette étape, on commence à détacher le langage de l'action concrète. Le langage devient en quelque sorte un substitut à l'action.

Il est important, comme le souligne Mialaret, d'opérer cette substitution par étapes successives. Par exemple, l'enfant racontera l'action effectuée immédiatement après qu'elle soit terminée. Par la suite, on prolongera de plus en plus les délais action-récit.

Mialaret nous dit:

> C'est ici que nous retrouvons la nécessité d'introduire ce que P. Janet appelait "la conduite du récit" pour assurer à cette traduction symbolique nécessaire toute la fécondité. L'opération écrite est une traduction et elle doit être préparée par une série de paliers permettant à l'enfant de passer progressivement d'un terme à l'autre du processus. [45]

La conduite du récit apparaît donc comme l'étape intermédiaire entre l'action concrète et sa traduction symbolique.

---

45. Mialaret, Gaston, Psychologie des débuts du calcul, dans Bandet, J., Les débuts du calcul, p. 48

5. L'action avec des objets dépouillés

Cette étape amène un retour à l'action concrète, mais avec un matériel différent, en l'occurence non figuratif. "L'importance de l'introduction de ce matériel non figuratif réside dans le fait que les actions concrètes vont perdre de leur originalité, de leur contingence et que les rapprochements vont apparaître en pleine lumière." [46]

L'action avec des objets dépouillés est donc nécessaire pour dégager les structures mathématiques importantes dans les actions effectuées.

Le retour à une action concrète (mais avec un matériel différent) pourra nécessiter la reprise des étapes d'action accompagnée du langage et de conduite du récit.

Il sera nécessaire, tout au long de l'entraînement, d'essayer de respecter le plus possible le rythme propre à chaque enfant. Il est évident que les enfants ne progressent pas tous au même rythme. Le retour régulier à l'action effectuée concrètement permettra de vérifier la compréhension de chaque enfant. Si un enfant n'a pas compris une notion, il faut lui laisser la chance de l'expérimenter concrètement autant qu'il en sent le besoin.

Le respect du rythme de l'enfant offre un autre

---

46. Mialaret, Gaston, L'apprentissage des mathématiques, p. 33

avantage: il évite d'acculer l'enfant à l'échec. Si on surveille les progrès de l'enfant, si on l'aide en apportant les stimulations adéquates au bon moment, on lui donne le goût d'apprendre. Il faut éviter de souligner les échecs des enfants, mais mettre l'emphase sur leurs réussites. L'enfant possèdera alors suffisamment de confiance en ses potentialités pour avoir le goût d'aller plus loin dans son apprentissage.

6. La traduction graphique

L'enfant est maintenant capable de se servir du dessin, par exemple, pour traduire son action dans un nouveau langage.

Mialaret suggère de revenir à l'action effectuée concrètement, en fait de créer des liens réversibles entre action et traduction graphique. "Il faut assurer, toujours, une liaison réversible entre l'expérience concrète de l'enfant (je manipule des objets pour les dénombrer), la traduction verbale (j'ai 4 billes), la représentation graphique au moyen du signe 4." [47]

En fait, on doit revenir à l'action effectuée concrètement aussi souvent que cela s'avèrera nécessaire. Si un enfant ne semble pas avoir saisi un concept quand il essaie de le représenter graphiquement, c'est un indice que la compré-

---

47. Mialaret, Gaston, Les débuts du calcul, dans Bandet, J. Les débuts du calcul, p. 44

hension n'est pas suffisante et qu'il faut revenir à l'action concrète. Même si un enfant semble avoir compris, il est toujours important de revenir au concret afin que le lien entre l'opération et l'action soit plus profondément établi.

7. La traduction symbolique

Nous avons vu dans la conduite du récit que la symbolisation n'est pas facile à atteindre, parce qu'elle ne possède pas l'aspect affectif présent dans l'action concrète. Il importe donc d'essayer de lier le plus possible le symbole à l'acte.

La traduction symbolique est l'étape terminale du processus, quand on parle d'initiation mathématique. Il ne faut cependant pas brusquer les choses pour arriver à tout prix à franchir cette étape. Il faut parfois donner le temps suffisant pour que la notion impliquée mûrisse avant d'arriver à la traduction symbolique.

Pour un entraînement mathématique destiné à des enfants de niveau maternelle, il serait peut-être préférable de penser en termes de début de symbolisation, en passant par le dessin d'objets dépouillés pour en venir à une symbolisation qui ne serait pas nécessairement représentée par des nombres.

En nous servant de la progression suggérée par Mialaret et des principes pédagogiques ci-haut mentionnés, nous avons planifié un entraînement <u>readiness</u> portant sur les notions énumérées au début de ce chapitre. Cet entraînement est accessible à des enfants de niveau maternelle.

Dans l'introduction des diverses notions, il nous a fallu tenir compte des possibilités des enfants de ce groupe d'âge. Certaines notions ne pouvaient être introduites immédiatement: la composition additive, par exemple, marque les débuts de l'opération. Il va de soi qu'elle devait être introduite plus tard. Nous avons débuté notre entraînement avec les notions de grandeur, de "le plus, le moins, manque", de moitié, d'ordre et de classement, ces notions étant déjà accessibles à l'enfant.

La connexité propre à la série des nombres, la structure itérative, le raisonnement récurrentiel, la composition additive, l'ensemble-unité et la correspondance terme à terme furent introduits progressivement dans l'entraînement.

Un plan complet de l'entraînement et de son échéancier sont inclus en appendice du présent travail (appendices A et B). Nous avons essayé, en autant que cela était possible, d'éviter que certaines semaines soient trop chargées du point de vue de l'apprentissage à effectuer. Nous avons essayé également de tenir compte des liens naturels existant entre certaines notions, afin de les orienter parallèlement. Par exemple, nous avons adopté une progression similaire pour la notion de grandeur et de "le plus, le moins, manque".

L'entraînement devait se dérouler sur une période de

15 semaines. Considérant certains facteurs que nous expliquerons au chapitre suivant, il fut un peu plus long. Nous avons choisi de le faire dans ce laps de temps parce que nous avions constaté dans la littérature que des entraînements trop limités dans le temps n'apportaient pas des résultats satisfaisants. La période de 15 semaines correspondait à la session hiver (février à mai).

Dans le prochain chapitre, nous verrons quelle fut la méthodologie employée pour l'application de l'entraînement. Nous apporterons également des précisions sur nos hypothèses de travail, la population choisie et les variables en présence.

Chapitre cinquième

Schéma expérimental

Nous avons établi, dans les chapitres précédents, la raison du choix d'un entraînement de type <u>readiness</u> pour notre expérimentation. Dans le présent chapitre, nous présenterons la méthodologie de cette expérimentation. Nous décrirons d'abord notre échantillonnage; nous préciserons ensuite nos hypothèses et nous présenterons notre procédure expérimentale. La dernière partie du chapitre apportera des précisions sur le mode d'application et le déroulement général de l'entraînement de même que sur le traitement statistique des données recueillies.

A. <u>L'hypothèse</u>

L'hypothèse de notre recherche est que des enfants ayant participé à un programme d'entraînement de type <u>readiness</u> acquerront plus facilement certaines notions mathématiques de base que des enfants n'ayant participé à aucun entraînement.

De façon opérationnelle, nous supposons que les enfants du groupe expérimental obtiendront un score significativement plus élevé au post-test que les enfants du groupe contrôle.

Considérant ce que nous avons vu concernant l'influence du temps sur la maturité, nous nous attendons à ce que le groupe contrôle, comme le groupe expérimental, obtienne un résultat moyen significativement plus élevé au post-test qu'au pré-test.

B. Les variables

La variable indépendante introduite par l'expérimentateur était la participation ou la non-participation à un programme d'entraînement _readiness_.

La variable dépendante est la maturité pour l'arithmétique élémentaire, telle que mesurée par le test de Maturité pour l'Arithmétique Elémentaire.

C. L'échantillonnage

Pour vérifier nos hypothèses relatives à l'influence d'un entraînement sur la maturité pour l'arithmétique élémentaire, nous avons choisi une population composée de 36 enfants de niveau maternelle fréquentant l'école Ste-Madeleine, école publique du Cap-de-la-Madeleine.

Notre entraînement ayant pour but de faciliter l'acquisition de notions mathématiques pré-opératoires, il devenait évident qu'il devait s'adresser à des enfants dont l'âge variait entre 5 et 7 ans. Cet âge correspond en effet à la période habituelle de développement et d'achèvement des notions pré-opératoires donnant accès à la construction du nombre.

L'âge des sujets variait, au début de l'expérimentation, de 5 ans 6 mois à 6 ans 5 mois. Les 36 enfants constituant notre échantillon étaient divisés en deux groupes; un groupe fréquentait l'école le matin, l'autre groupe l'après-midi. C'est la même jardinière qui avait la responsabilité des deux groupes.

Pour les besoins de l'expérimentation, le groupe du matin devint le groupe contrôle et le groupe de l'après-midi le groupe expérimental.

Les deux groupes étaient équivalents par rapport au facteur âge. En effet, la moyenne d'âge du groupe contrôle est de 70 mois (5 ans 10 mois) et celle du groupe expérimental est de 71 mois (5 ans 11 mois). Le groupe expérimental était composé de 10 garçons et de 8 filles. Il y avait 12 garçons et 6 filles dans le groupe contrôle. Le facteur sexe n'ayant pas d'influence sur le rendement en arithmétique, nous n'en avons pas tenu compte. Ce fait a été démontré lors de la standardisation du test M.A.E. pour une population belge francophone ainsi que lors de la validation de ce test pour la population québécoise (rapport des auteurs, E. Quintin et R. Asselin). En terme de maturité pour l'apprentissage mathématique, les deux groupes étaient équivalents. Effectivement, nous ne retrouvons pas de différence significative entre les résultats du groupe contrôle et du groupe expérimental au pré-test: la moyenne du groupe contrôle est de 5.05 et la moyenne du groupe expérimental est de 5.80. Le test de signification employé, le T de Student, nous permet d'affirmer que la différence n'est pas significative. ($t = -0.78$, $p = 0.44$).

D. La procédure expérimentale

Nous avons d'abord rencontré les enfants devant participer à l'expérience pendant deux jours de classe, afin de les familiariser à notre présence et ainsi éviter les facteurs de gêne ou de crainte qui auraient pu influencer les résultats au pré-test.

Par la suite, chaque enfant fut rencontré individuellement pour la passation du M.A.E. Ce test est un test individuel, constitué de 20 item, qui mesure la maturité pour l'arithmétique élémentaire. Ce test s'adresse à des enfants devant entrer à l'école élémentaire. Construit d'abord pour une population belge francophone, ce test est maintenant validé pour la population québécoise. La passation du M.A.E. s'effectua dans la même période pour le groupe contrôle et pour le groupe expérimental. Le texte du test se trouve en appendice C du présent travail.

Dans les 15 semaines qui suivirent la passation du pré-test, les enfants du groupe expérimental participèrent au programme d'entraînement <u>readiness</u> tel que décrit dans le chapitre précédent. Les enfants du groupe contrôle ne participèrent à aucun entraînement, continuant simplement à participer aux activités habituelles de la maternelle. Dans la semaine qui suivit la fin de l'entraînement, tous les enfants des deux groupes furent testés à nouveau avec le M.A.E.

Pour savoir dans quelle mesure les progrès effectués entre le pré-test et le post-test étaient dus à l'entraînement, il était indispensable que les deux groupes soient sous la responsabilité de la même jardinière. Sinon, nous aurions pu attribuer la différence (ou l'équivalence) des résultats des deux groupes au post-test à l'influence et à la façon de procéder des personnes côtoyant les enfants. La jardinière qui fut responsable de l'entraînement était prévenue qu'en aucun temps elle ne devait introduire des facteurs liés directement à l'entraînement dans le groupe contrôle. Nous croyons que ces directives ont été respectées.

De façon générale, notre schéma expérimental se résume donc comme suit:

groupe contrôle	Pré-test (M.A.E.)	Aucun entraînement	Post-test (M.A.E.)
groupe expérimental	Pré-test (M.A.E.)	Entraînement	Post-test (M.A.E.)

Il était indispensable, la maturation étant liée dans une certaine mesure au facteur temps, que le groupe contrôle et le groupe expérimental furent testés (pré-test et post-test) dans les mêmes périodes de temps, ce qui fut respecté.

L'entraînement, comme nous l'avons précisé au chapitre précédent, se déroula pendant une période de 15 semaines, soit de février à mai.

L'entraînement était sous la responsabilité de la jardinière. Celle-ci avait pris connaissance de l'ensemble de l'entraînement, mais recevait quand même un échéancier hebdomadaire. L'expérimentateur se rendait d'ailleurs à la maternelle une demi-journée par semaine, et ce durant les 15 semaines que dura l'entraînement, afin de vérifier si la méthode employée par la jardinière cadrait avec celle prônée dans l'entraînement.

En autant qu'elle respectait le plan d'ensemble d'une semaine, la jardinière était libre d'introduire un exercice quand elle le jugeait opportun. Nous considérons cet élément comme important. En effet, l'expérience de la jardinière, sa connaissance des enfants, lui permettaient de choisir le moment optimal pour la présentation d'un exercice, chose qui eût été difficile si l'entraînement avait été cédulé de façon trop rigide ou effectué par une personne étrangère aux enfants. L'entraînement comportant des exercices pour chaque notion, la jardinière se devait de faire ces exercices avec les enfants. Cependant, selon le principe même de l'entraînement readiness, les exercices ne constituaient qu'une base de travail. Le matériel utilisé était constamment à la disposition des enfants. La jardinière se servait également des événements quotidiens de la maternelle pour appuyer ou poursuivre ce qui avait été vu à propos d'une notion.

Nous avons expliqué au chapitre précédent pourquoi les notions ne furent pas introduites toutes à la fois dans l'entraînement. Ceci eût pour avantage, en même temps que d'éviter une surcharge pendant certaines semaines de l'entraînement, de permettre une variété plus grande dans les exercices pendant une même semaine: par exemple, on pouvait effectuer une action concrète (sous forme de jeu) liée à la notion de composition additive et, dans la même semaine, en être à la traduction symbolique pour la notion de moitié.

Dans l'ensemble, notre expérimentation se déroula comme prévu. Le programme d'entraînement fut appliqué dans son entier.

Deux facteurs sont cependant venus perturber notre expérimentation. Tout d'abord, l'entraînement s'étant déroulé pendant une période peu stable en milieu scolaire (débrayages sporadiques des professeurs) l'échéancier d'entraînement a dû subir des retards.

Deuxièmement, la jardinière responsable de l'entraînement dût s'absenter pendant les deux dernières semaines de l'échéancier. L'entraînement fut alors dirigé par la jardinière remplaçante, mais avec une supervision plus étroite de l'expérimentateur.

Il est très difficile d'évaluer l'influence qu'ont pu avoir ces deux facteurs sur le déroulement de l'entraînement. Tout au plus pouvons-nous supposer qu'ils n'ont pas agi dans un sens positif, et qu'ils ont pu rendre l'entraînement un peu moins efficace. En dépit de ces facteurs, l'entraînement se déroula selon l'ordre prévu, mais en subissant certains délais.

E. Traitement statistique

Les calculs statistiques viseront à démontrer si les hypothèses sont vérifiées ou non. Il nous importera donc de savoir si le groupe expérimental a plus progressé, entre le pré-test et le post-test, que le groupe contrôle. Les deux groupes étant équivalents au départ (il n'y a pas de différence significative entre les résultats des deux groupes au pré-test), la comparaison des résultats au post-test nous permettra de juger si notre entraînement a pu augmenter de façon significative la maturité des enfants pour l'arithmétique élémentaire.

Il serait intéressant également de vérifier si l'entraînement pourrait avoir eu plus d'influence sur des notions en particulier. Pour ce faire, nous comparerons l'augmentation dans le rendement du groupe contrôle et du groupe expérimental à chaque item. Nous pourrons ainsi juger s'il y a eu une augmentation significativement plus élevée dans le groupe expérimental pour certains item.

Pour tous les calculs effectués, le niveau de probabilité pour considérer que nous avons une différence significative sera de 0.05.

Nous avons vu dans ce chapitre comment s'est déroulée notre expérimentation. Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus et tenter de les analyser.

Chapitre sixième

Présentation et discussion des résultats

Dans le présent chapitre, nous allons présenter et analyser les données recueillies lors de la phase d'expérimentation de notre recherche. La première partie de ce chapitre sera consacrée à la présentation et à l'explication des résultats obtenus. La seconde partie portera sur la discussion des résultats.

I. Présentation des résultats

Les hypothèses de départ de notre recherche étaient que:

H_1: il y aura augmentation significative des résultats au M.A.E. entre le pré-test et le post-test pour le groupe contrôle et pour le groupe expérimental

H_2: le groupe expérimental obtiendra des résultats supérieurs au post-test du M.A.E. par rapport au groupe contrôle. La différence entre les deux groupes devrait être significative

Nous allons maintenant vérifier à l'aide de calculs statistiques si ces hypothèses sont confirmées.

La formulation de l'hypothèse 1 suppose que nous obtiendrons une différence significative ($P \leq .05$) entre les moyennes au pré-test et au post-test et ce pour le groupe contrôle et pour le groupe expérimental.

La moyenne du groupe contrôle au pré-test est de 5.05. La moyenne au post-test est de 6.36. La différence des moyennes est significative à .046.

La moyenne du groupe expérimental au pré-test est de 5.80. La moyenne au post-test est de 9.11. La différence des moyennes est significative à .001. L'hypothèse 1 se voit donc confirmée.

Tableau I

Comparaison des moyennes au pré-test et au post-test pour le groupe contrôle

	moyenne	déviation standard	erreur standard	différence de moyenne	t	degrés de liberté	niveau de probabilité
pré-test	5.05	2.25	0.53	1.30	2.15	17	.046
post-test	6.36	2.59	.618				

Tableau II

Comparaison des moyennes au pré-test et au post-test pour le groupe expérimental

	moyenne	déviation standard	erreur standard	différence de moyenne	t	degrés de liberté	niveau de probabilité
pré-test	5.80	3.39	0.80	3.30	4.11	17	.001
post-test	9.11	4.54	1.07				

Comme nous pouvions nous y attendre, il semblerait donc que l'intervalle entre le pré-test et le post-test soit suffisant pour qu'il y ait augmentation significative de la maturité des enfants pour l'arithmétique élémentaire, telle que mesurée par le M.A.E.

L'hypothèse 2 est l'hypothèse centrale de notre recherche. Pour considérer que l'entraînement a été efficace, il faut que nous obtenions une différence significative entre les moyennes du groupe contrôle et du groupe expérimental au post-test (avec un niveau de probabilité de P=.05).

La moyenne du groupe contrôle au post-test est de 6.36. La moyenne du groupe expérimental est de 9.11. La différence des moyennes est significative à P= 0.032.

L'hypothèse 2 se voit donc confirmée, ce qui signifierait que, comme nous l'avions prévu, l'entraînement a donné des résultats positifs. Le fait, pour le groupe expérimental, de participer à un entraînement de type <u>readiness</u> lui a permis d'atteindre une maturité pour l'arithmétique élémentaire significativement plus élevée que celle du groupe n'ayant participé à aucun programme d'entraînement spécifique.

Pour rendre valables ces comparaisons, nous nous sommes assurée que les deux groupes (contrôle et expérimental) étaient équivalents au départ de notre recherche. Effectivement, nos deux groupes possédaient, au début de notre recherche, une maturité pour l'arithmétique élémentaire équivalente.

La moyenne au pré-test pour le groupe contrôle est de 5.05. La moyenne du groupe expérimental est de 5.80. En nous servant du t de Student comme test de signification, nous obtenons un t de - 0.78. Il n'y a donc pas de différence significative entre les deux groupes au pré-test. Comme nous l'avons déjà noté, les deux groupes étaient équivalents par rapport au facteur âge.

Nous pouvons donc affirmer que nos deux groupes étaient équivalents au moment du pré-test pour ce qui est de la maturité pour l'arithmétique élémentaire, telle que mesurée par le M.A.E.

Tableau III

Comparaison des moyennes du groupe contrôle et du groupe expérimental au pré-test

	moyenne	déviation standard	erreur standard	t	degrés de liberté	niveau de probabilité
contrôle	5.05	2.25	0.53	-.78	34	.440
expérimental	5.80	3.40	0.80			

Pour une analyse plus complète des données recueillies et afin d'évaluer de façon plus précise les effets de l'entraînement, nous avons vérifié s'il existe une différence significative entre le pourcentage de réussite au pré-test et celui au post-test pour chacun des item du M.A.E., dans chaque groupe.

Pour le groupe contrôle, nous avons obtenu une différence significative pour deux item. Le pourcentage de réussite de l'item 2 II B au post-test est significativement plus élevé (P = 0.01) que le pourcentage de réussite au pré-test. Cet item portait sur la notion de "le plus, le moins, manque". Il impliquait que l'enfant porte son attention sur le nombre de parties plutôt que sur la grandeur du tout. La question se formulait comme suit:

> Voici encore deux bâtons de chocolat. Où y a-t-il le plus de morceaux de chocolat... Pourquoi?

La plus petite tablette de chocolat comprenait quatre morceaux, tandis que la plus grande en comprenait trois.

Nous avons également obtenu une différence significative (P = 0.012) pour l'item 4. Cet item portait sur la notion d'ordre. On demande à l'enfant d'identifier le deuxième objet d'une série. La question se formulait comme suit:

> Les petites tortues vont à l'école en file. Laquelle est la deuxième de la file?

Il semblerait donc que ces deux notions aient évolué davantage que les autres de façon spontanée. L'ensemble des données ci-haut mentionnées sont présentées en détail dans le tableau IV.

Pour le groupe expérimental, nous avons obtenu des différences significatives entre le pourcentage de réussite du pré-test et du post-test pour six item.

Tableau IV

Comparaison du pourcentage de réussite a chacun des item au pré-test et au post-test pour le groupe contrôle

item	pourcentage de réussite	déviation standard	différence de moyenne	t	degrés de liberté	niveau de probabilité	
1 pré 1 post	.39 .39	.50 .50	0	0	17	1.000	
2I pré 2I post	.78 .89	.39 .32	.11	1.07	17	0.298	
2IIA pré 2IIA post	0 .03	0 .11	.03	0	17	1.000	
2IIB pré 2IIB post	.33 .67	.48 .48	.33	2.92	17	0.010	*
2IIC pré 2IIC post	.33 .28	.48 .46	-.05	-.37	17	0.717	
3 pré 3 post	.17 .28	.38 .46	.11	0.81	17	0.430	
4 pré 4 post	.28 .58	.46 .49	.30	2.83	17	0.012	*
5IA pré 5IA post	.28 .33	.46 .48	.05	0.44	17	0.668	
5IB pré 5IB post	.05 .17	.24 .38	.11	1.00	17	0.331	
5IIA pré 5IIA post	.50 .64	.48 .48	.14	1.16	17	0.263	
5IIB pré 5IIB post	.28 .44	.35 .45	.17	1.84	17	0.083	

Tableau IV

Comparaison du pourcentage de réussite à chacun des item au pré-test et au post-test pour le groupe contrôle (suite)

item	pourcentage de réussite	déviation standard	différence de moyenne	t	degré de liberté	niveau de probabilité
6A pré 6A post	.11 .05	.32 .24	-.05	-1.00	17	0.331
6B pré 6B post	.22 .11	.43 .32	-.11	-0.81	17	0.430
6C pré 6C post	.36 .22	.48 .42	-.14	-1.00	17	0.331
6D pré 6D post	0 .05	0 .24	.05	0	17	1.000
7A pré 7A post	.05 .14	.24 .29	.08	0.90	17	0.381
7B pré 7B post	0 0	0 0	0	0	17	1.000
8 pré 8 post	.22 .30	.43 .42	.08	0.68	17	0.507
9 pré 9 post	.58 .61	.49 .44	.03	0.17	17	0.868
10 pré 10 post	.11 .17	.32 .38	.05	0.57	17	0.579
EP. C. pré EP. C. post	0 0	0 0	0	0	17	1.000

Pour l'item 2 II A, nous obtenons une différence significative à P = 0.007. Cet item portait sur la notion de "le plus, le moins, manque". La question se formulait comme suit:

> Voici deux bâtons de chocolat. Y a-t-il la même chose de chocolat dans les deux? Pourquoi?

Les deux bâtons contenaient le même nombre de morceaux égaux, mais groupés de façon différente.

Nous obtenons également une différence significative pour les item 5 I A, 5 II A, 5 II B. Ces item portent sur la notion de classement. A l'item 5 I A, on demande à l'enfant d'identifier la chose qui ne va pas avec les autres dans une série de quatre objets. La différence entre le pré-test et le post-test pour cet item est significative à P = 0.037. Aux item 5 II A et 5 II B, on demande à l'enfant d'identifier les choses qui peuvent aller ensemble dans une série de quatre objets. La différence obtenue entre le pré-test et le post-test est significative à P = 0.049 pour l'item 5 II A et à P = 0.004 pour l'item 5 II B.

La différence entre le pourcentage de réussite au pré-test et au post-test pour l'item 8 est significative (P = 0.005). Cet item porte sur la notion d'ensemble-unité. On montre à l'enfant six pattes de canard et on lui demande combien on peut faire de canards avec ces pattes.

Nous obtenons aussi une différence significative (P = 0.014) pour l'item 9. Cet item porte sur le passage de l'opération concrète à l'opération abstraite. Il se formule comme suit:

> J'avais trois ballons. Maman me donne encore deux ballons. Maintenant, est-ce que j'ai plus ou moins de ballons?... Pourquoi?

l'enfant n'a à sa disposition aucun support visuel pour répondre à cette question.

Nous obtenons en outre des différences presque significatives (P = 0.056) pour l'item 2 II B (notion de "le plus, le moins, manque") et pour l'item 3 (notion de moitié). Le tableau V nous montre les différences dans le pourcentage de réussite obtenues (et leur niveau de signification) pour chaque item, entre le pré-test et le post-test pour le groupe expérimental.

Pour compléter l'analyse de données recueillies, nous avons comparé la variation du pourcentage de réussite des deux groupes pour chaque item. Cette comparaison visait à vérifier pour quels item l'entraînement avait eu le plus d'influence. Bien que l'augmentation du groupe expérimental soit plus élevée que celle du groupe contrôle pour 14 item (sur 21) cet augmentation n'est significativement plus élevée que pour un seul item: l'item 2 II A avec P = 0.011. Le tableau VI nous montre la comparaison des deux groupes pour chaque item.

Tableau V

Comparaison du pourcentage de la réussite à chacun des item au pré-test et au post-test pour le groupe expérimental

item	pourcentage de réussite	déviation standard	différende de moyenne	t	degrés de liberté	niveau de probabilité	
1 pré 1 post	.44 .61	.51 .50	.17	-1.14	17	.269	
2I pré 2I post	.86 .94	.23 .24	.08	-1.37	17	.187	
2IIA pré 2IIA post	.03 .33	.12 .45	.30	-3.05	17	.007	*
2IIB pré 2IIB post	.50 .78	.51 .43	.28	-2.05	17	.056	*
2IIC pré 2IIC post	.28 .44	.46 .51	.17	-1.14	17	.269	
3 pré 3 post	.28 .55	.46 .51	.28	-2.05	17	.056	*
4 pré 4 post	.39 .55	.50 .51	.17	-1.37	17	.187	
5IA pré 5IA post	.17 .47	.38 .50	.30	-2.26	17	.037	*
5IB pré 5IB post	.22 .17	.43 .38	-.05	0.44	17	.668	
5IIA pré 5IIA post	.50 .69	.51 .46	.20	-2.12	17	.049	*
5IIB pré 5IIB post	.29 .55	.35 .41	.33	-3.37	17	.004	*

Tableau V

Comparaison du pourcentage de réussite à chacun des item au pré-test et au post-test pour le groupe expérimental (suite)

item	pourcentage de réussite	déviation standard	différence de moyenne	t	degrés de liberté	niveau de probabilité	
6A pré 6A post	.22 .05	.43 .24	-.17	1.37	17	.187	
6B pré 6B post	.30 .39	.46 .50	.08	-0.55	17	.592	
6C pré 6C post	.28 .39	.46 .50	.11	-0.81	17	.430	
6D pré 6D post	0 .05	0 .24	.05	0	17	1.000	
7A pré 7A post	.11 .25	.27 .39	.14	-1.32	17	.205	
7B pré 7B post	.05 .05	.24 .24	0	0	17	1.000	
8 pré 8 post	.33 .75	.48 .35	.42	-3.22	17	.005	*
9 pré 9 post	.44 .72	.48 .46	.28	-2.75	17	.014	*
10 pré 10 post	.05 .17	.24 .38	.11	-1.46	17	.163	
EP. C. pré EP. C. post	.11 .17	.32 .38	.05	-1.00	17	.331	

Tableau VI

Comparaison de la variation du pourcentage
de réussite des 2 groupes
pour chaque item

item	augmentation du pourcentage de réussite	déviation standard	t	degrés de liberté	niveau de probabilité
1 GR. C.	0	.48	0.90	34	.375
1 GR. E.	.17	.62			
2I GR. C.	.11	.44	-0.23	34	.818
2I GR. E.	.08	.26			
2IIA GR. C.	.03	.12	2.67	34	.011 *
2IIA GR. E.	.30	.42			
2IIB GR. C.	.33	.48	-0.31	34	.756
2IIB GR. E.	.28	.57			
2IIC GR. C.	-.05	.64	1.06	34	.297
2IIC GR. E.	.17	.62			
3 GR. C.	.11	.58	0.86	34	.394
3 GR. E.	.28	.57			
4 GR. C.	.30	.46	-0.86	34	.398
4 GR. E.	.17	.51			
5IA GR. C.	.05	.54	1.35	34	.186
5IA GR. E.	.30	.57			
5IB GR. C.	.11	.47	-0.99	34	.331
5IB GR. E.	-.05	.54			
5IIA GR. C.	.14	.51	0.37	34	.715
5IIA GR. E.	.19	.39			

Tableau VI

Comparaison de la variation du pourcentage
de réussite des 2 groupes
pour chaque item (suite)

item	augmentation du pourcentage de réussite	déviation standard	t	degrés de liberté	niveau de probabilité
5IIB GR. C. 5IIB GR. E.	.17 .33	.38 .42	1.24	34	.222
6A GR. C. 6A GR. E.	-.05 -.17	.24 .51	-0.83	34	.411
6B GR. C. 6B GR. E.	-.11 .08	.58 .65	0.95	34	.350
6C GR. C. 6C GR. E.	-.14 .11	.59 .58	1.28	34	.209
6D GR. C. 6D GR. E.	.05 .05	.24 .24	0	34	1.000
7A GR. C. 7A GR. E.	.08 .14	.39 .45	0.40	34	.695
7B GR. C. 7B GR. E.	0 0	0 .34	0	34	1.000
8 GR. C. 8 GR. E.	.08 .42	.52 .55	1.87	34	.070
9 GR. C. 9 GR. E.	.03 .28	.70 .43	1.30	34	.203
10 GR. C. 10 GR. E.	.05 .11	.42 .32	0.45	34	.658
ER.C.GR. C. ER.C.GR. E.	0 .05	0 .24	1.00	34	.324

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous allons tenter d'expliquer les résultats obtenus et de discuter de leur implication.

II. Discussion des résultats

Le fait que nous ayons obtenu une augmentation significative des résultats entre le pré-test et le post-test pour le groupe contrôle, ce qui confirmait une partie de l'hypothèse 1, nous amène à conclure que le laps de temps entre le pré-test et le post-test était suffisant pour qu'il y ait augmentation de maturité pour l'arithmétique élémentaire, sans qu'aucun entraînement ne soit intervenu. L'expérience de la maternelle, les stimulations du milieu de vie de l'enfant et la maturation physiologique ont suffi pour que la maturité augmente. Le fait qu'il existe une différence significative entre les résultats au pré-test et au post-test pour le groupe expérimental pourrait s'expliquer de la même façon. Nous remarquons cependant que la différence obtenue est significative à un niveau de probabilité plus grand pour le groupe expérimental que pour le groupe contrôle (groupe contrôle $P = 0.046$; groupe expérimental $P = 0.001$).

La confirmation de la deuxième hypothèse, qui supposait une différence significative entre le groupe contrôle et le groupe expérimental au post-test, nous permet de conclure à l'efficacité d'un entraînement <u>readiness</u> pour faciliter l'acquisition des notions mathématiques préopératoires et augmenter la maturité pour l'arithmétique élémentaire.

Si nous examinons la différence dans le pourcentage de réussite moyenne à chacun des item pour le pré-test et le post-test pour chacun des groupes, nous remarquons qu'il y a plus d'item qui ont augmenté de façon significative pour le groupe expérimental que pour le groupe contrôle. Cependant, l'augmentation est significative (comparaison groupe contrôle-groupe expérimental) dans un seul cas. Ce qui nous amène à penser que l'entraînement n'a pas eu d'influence sur la réussite de certains item en particulier, mais bien sur l'ensemble de la réussite au M.A.E. Cette constatation appuie ce qui a été dit à propos d'un entraînement de type <u>readiness</u>: cet entraînement n'a pas comme objectif la réussite d'une tâche particulière, mais bien de faire vivre à l'enfant des expériences lui permettant d'atteindre la maturité pour l'arithmétique élémentaire.

Notre entraînement a donc eu un effet global, en augmentant significativement la maturité pour l'arithmétique élémentaire.

Afin d'approfondir les implications possibles de la confirmation de l'hypothèse centrale de cette recherche, nous en avons comparé les résultats à ceux obtenus lors de la validation du test M.A.E. pour la population québécoise. *

---

* E. Quintin et R. Asselin, Rapport de recherche de l'adaptation du test M.A.E. pour une population québécoise.

La moyenne générale obtenue lors de la validation du M.A.E. est de 9.26. Les enfants furent testés à la fin de la maternelle. Les résultats de nos deux groupes au pré-test ne peuvent être comparés à cette moyenne générale. En effet, les enfants faisant partie de notre échantillon furent testés quatre mois avant la fin de leur année de maternelle, ce qui explique l'écart dans les résultats (moyenne au pré-test: groupe contrôle 5.05, groupe expérimental 5.80).

Si nous comparons les résultats de notre échantillon au post-test du M.A.E. à ceux obtenus lors de la validation de ce test, nous remarquons que la moyenne du groupe expérimental se rapproche de celle de la population québécoise (région économique 04) (groupe expérimental 9.11).

L'écart est beaucoup plus grand entre la moyenne du groupe contrôle (6.36) et celle de la population québécoise. L'explication de cet écart réside dans l'origine socio-économique des deux groupes (contrôle et expérimental). En effet, ces deux groupes n'étaient pas représentatifs de l'ensemble de la population québécoise à ce point de vue. Les enfants provenaient en grande majorité de milieu ouvrier.

La moyenne de la population québécoise pour les enfants provenant de ce milieu est de 8.85. Les enfants du groupe expérimental ont dépassé cette moyenne pour se rapprocher de celle de la population globale, tandis que les enfants du groupe contrôle sont demeurés en deça de cette moyenne générale.

On pourrait donc penser que le fait de participer à un entraînement a eu, pour notre groupe expérimental, un effet "compensatoire". Les stimulations apportées aux enfants lors de l'entraînement auraient donc palié au manque de stimulations de leur milieu socio-économique, contribuant à leur faire atteindre une maturité pour l'arithmétique élémentaire comparable à celle de l'ensemble de la population.

Nous nous devons, dans cette dernière étape de notre recherche, de soulever certains aspects de notre démarche expérimentale qui ont pu avoir une influence sur les résultats obtenus.

Le premier aspect qui amène certaines interrogations est lié à l'application même de l'entraînement. Nous pouvons en effet nous demander si le fait d'avoir mis en garde la jardinière responsable de l'entraînement contre toute transposition d'exercices liés à l'entraînement dans le groupe contrôle (dont elle avait également la responsabilité comme jardinière), n'a pas pu produire un effet opposé. La jardinière étant consciente de l'importance pour notre recherche de la mise en garde effectuée a pu, sans le vouloir, agir de façon moins stimulante avec le groupe contrôle. Ce qui pourrait avoir eu comme effet une sur-stimulation du groupe expérimental (due à l'entraînement), mais aussi une sous-stimulation du groupe contrôle. Cet aspect pourrait peut-être expliquer en partie les différences obtenues.

Il eût sans doute été préférable, au début de notre recherche, de procéder avec trois groupes: un groupe expérimental et deux groupes contrôle, tous trois équivalents au pré-test. Le groupe expérimental et un groupe contrôle auraient été sous la responsabilité de la même jardinière, tandis que le second groupe contrôle aurait été dirigé par une autre jardinière. Ce type de démarche aurait donné plus de validité à nos résultats, permettant d'évaluer avec plus de certitude l'influence de notre entraînement.

Le deuxième aspect à considérer dans la discussion de nos résultats concerne le respect de l'échéancier de l'entraînement. Nous avons souligné, dans le chapitre cinquième, que deux facteurs avaient perturbé l'échéancier. Premièrement, des débrayages des professeurs ont obligé certains délais. Cependant, nous ne considérons pas que ce facteur a pu avoir une grande influence sur l'entraînement. Les débrayages étaient sporadiques, donc ne pouvaient produire de retards considérables dans le temps mis à apporter à l'enfant des stimulations adéquates.

Le deuxième facteur qui a pu perturber l'entraînement est le fait que la jardinière responsable de l'entraînement a dû s'absenter pendant les deux dernières semaines de l'échéancier. La jardinière suppléante a donc terminé l'entraînement. Nous pensons que ce facteur a pu diminuer les effets de l'entraînement, la jardinière suppléante étant moins familière avec celui-ci. Les diverses étapes de l'entraînement étant étroitement liées et le fait, pour la jardinière suppléante, de ne pas avoir participé aux premières étapes a pu handicaper son approche des divers exercices à effectuer avec les enfants. L'échéancier a quand même été respecté, et nous croyons que les effets des deux facteurs mentionnés demeurent minimes. De toute façon, nous considérons que ces facteurs ont influencé dans un sens négatif, et que la différence entre le groupe contrôle et le groupe expérimental au post-test aurait peut-être été plus élevée s'ils n'étaient pas intervenus.

De cette discussion, nous pouvons conclure qu'un entraînement de type readiness échelonné sur une période de quinze semaines semble faciliter l'acquisition de certaines notions mathématiques préopératoires et augmenter la maturité pour l'arithmétique élémentaire telle que mesurée par le M.A.E.

Conclusion

Notre recherche avait pour objectif de vérifier les effets d'un entraînement sur la maturité pour l'apprentissage de l'arithmétique chez des enfants d'âge préscolaire. Nous avons donc élaboré un plan d'entraînement en tenant compte des résultats obtenus dans des recherches poursuivant des buts similaires aux nôtres, mais aussi des principes plus généraux du développement du nombre chez l'enfant et de la pédagogie des mathématiques. La forme d'entraînement choisie fut celle où des stimulations sont apportées à l'enfant au moment où il est prêt à les recevoir et où le matériel demeure constamment disponible pour l'enfant. Ce type d'entraînement est qualifié de <u>readiness</u>, selon le concept mis en évidence par des chercheurs américains.

Notre hypothèse centrale était qu'un tel type d'entraînement permettrait d'augmenter la maturité pour l'arithmétique telle que mesurée par le M.A.E. Les résultats obtenus viennent confirmer cette hypothèse. L'entraînement a eu pour effet de faciliter l'acquisition de notions mathématiques préopératoires, donc d'augmenter la maturité pour l'arithmétique élémentaire.

Il semblerait qu'un tel type d'entraînement puisse avoir un effet compensatoire chez des enfants venant de milieux socio-économiques plus faibles. Cet élément ne faisait pas partie des objectifs de notre recherche, mais il demeure intéressant et pourrait servir de base à des recherches dans le domaine des mathématiques élémentaires.

Bibliographie

Ouvrages cités

Anderson, Dolorès Gerkewicz, An analysis of the effect of mathematics readiness education at the kindergarten level on the growth of conceptual ability of number as measured by Piaget's stages of the development of number, Thèse de doctorat non publiée, Oregon State University, 1971.

Bandet, Jeanne, Les débuts du calcul, Cahiers de pédagogie moderne, Librairie Armand Collin, Paris, 1962, 136 p.

Beilin, Harry, "The training and acquisition of logical operations", dans Piagetian cognitive development research and mathematical education, National council of teachers of mathematics, Washington, 1971.

Biancoviso, Anthony N., A multiple training approach to facilitate the acquisition of number conservation in children, Thèse de doctorat non publiée, University of Kansas, 1971.

Biskin, Donald S. et Deborah Rice, Are transition periods the optimal time for acceleration? Training of a first order conservation in young children, Communication présentée au "Annual meeting of the American Educational Research Association", Chicago, 1974.

Bucher, Bradley et Robert Z. Schneider, "Acquisition and generalization of conservation by pre-schoolers using operant training" dans Journal of experimental child psychology, 1973, vol. 16, no 2, pp. 187-204.

Dienes, Zoltan Paul, Construction des mathématiques, L'éducateur, Collection SUP, Presses Universitaires de France, Paris, 1966, 180 p.

Dienes, Zoltan Paul, Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématique, Editions O.C.D.L., Paris, 1970. 70 p.

Elkind, D., "Piaget's conservation problems" dans Child development, 1967, vol. 38, pp. 15-27.

Hartung, Maurice L. et Edith E. Biggs, "What's your position on the role of experience in the learning of mathematics" dans Arithmetic Teacher, 1971, vol. 18 no 5, pp. 279-284.

Inhelder, B. et H. Sinclair, Learning conservation structures, dans P.H. Mussen, J. Langer et M. Convington (eds.), Trends and issues in developmental psychology, Holt, Rinehart and Winston, 1969, pp. 2-21.

Kingsley, R.C. et V.C. Hall, "Training conservation through the use of learning sets" dans Child development, 1967, vol. 38, pp. 11-26.

Koenker, Robert H., "Arithmetic readiness at the kindergarten level" dans Journal of educational research, 1948, vol. 42 no 3.

Lazarus, JoAnn M., The effects of a kindergarten mathematics program through in-service teacher education, Communication présentée au "Annual meeting of the American Educational Research Association", Chicago, 1974.

Logan, Bayne, L'apprentissage des mathématiques chez l'enfant, Editions de l'Université d'Ottawa, Ottawa, 1976, 87 p.

Lovell, Kenneth, Psycho-pédagogie des enfants, Editions Delachaux et Niestlé, Neuchatel, 1967, 332 p.

Mialaret, Gaston, L'apprentissage des mathématiques, Collection Psychologie et Sciences Humaines, Charles Dessard Editeur, Bruxelles, 1967, 240 p.

Morgan, C.T., Introduction à la psychologie, McGraw-Hill, Montréal, 1976. 452 p.

Munn, Norman L., Traité de psychologie, Payot, Paris, 1970. 562 p.

Murray, B., "Cognitive conflict and reversibility training in the acquisition of length conservation" dans Journal of educational psychology, 1968, vol. 59, pp. 82- 87.

Piaget, Jean, La psychologie de l'intelligence, Librairie Armand Collin, Paris, 1947, 210 p.

Piaget, Jean, Berthe Boscher et Albert Chatelet, Initiation au calcul, Cahiers de pédagogie moderne, Editions Bourreliers, Paris, 1949, 77 p.

Piéron, Henri, Vocabulaire de la psychologie, Presses Universitaires de France, Paris, 1951, 576 p.

Quintin, Ercilia, La maturité pour l'apprentissage de l'arithmétique élémentaire, Construction d'un test, Thèse de doctorat, Université catholique de Louvain, 1972.

Quintin, Ercilia, "La maturité pour l'apprentissage de l'arithmétique au niveau élémentaire (Fondement d'un test)" dans L'orientation professionnelle, 1972, Vol. 8 no 1, pp. 53-65.

Quintin, Ercilia, "Un test de maturité pour l'arithmétique" dans L'orientation professionnelle, 1972, Vol. 8 no 3, pp. 226-243.

Runnels, Patricia et L.K. Runnels, "A kindergarten mathematics programm" dans School science and mathematics, 1975. Vol. 74 no 5, pp. 361-365.

Schenck, Betsy R., Teaching correlates of number conservation to very young children, Thèse de doctorat non publiée, University of North Carolina, 1973.

Sillamy, Norbert, Dictionnaire de la psychologie, Larousse, Paris, 1967. 319 p.

Smedslund, J., "Patterns of experience and the acquisition of conservation of length" dans Scandinavian journal of psychology, 1963, vol. 4, pp. 257-264.

White, Bobby J., An investigation of kindergarten experiences and environment as related to children's performance on conservation tasks of quantity, substance and number, Thèse de doctorat non publiée, East Texas State University, 1969.

Wohlwill, J.F. et R.C. Lowe, "Experimental analysis of the development of the conservation of number" dans Child development, 1962, vol. 33, pp. 153-167.

Ouvrages consultés

Beauvard, B., Avant le calcul, Cahiers de pédagogie expérimentale et de psychologie de l'enfant, no 21, Editions Delachaux et Niestlé, Neuchatel, 1965, 68 p.

Bruni, James V. et Helen H. Silverman, "From Block and model making to ratio and proportion" dans Arithmetic teacher, 1977. Vol. 24, no 3.

Curcio, Frank, Owen Robbins et Susan Slovin Ela, "The role of body parts and readiness in acquisition of number conservation" dans Child development, 1971. Vol. 42, pp. 1641-1646.

Dayhaw, Lawrence T., Manuel de statistique, Editions de l'Université d'Ottawa, Ottawa, 1969, 548 p.

De Backer, T., I. Ponjaert et R. Von Esbroeck, "Aspects de la maturité psychique à la fin de la période pré-scolaire" dans Revue belge de psychologie et de pédagogie, 1973. Tome xxxv, no 142, pp. 25-38.

Debaty, Pol, La statistique paramétrique appliquée aux sciences humaines, Editions universitaires, Paris, 1967, 254 p.

Descoeudres, Alice, Le développement de l'enfant de 2 à 7 ans, Editions Delachaux et Niestlé, Neuchatel, 1957, 287 p.

Feigenbaum, Kenneth D., "A pilot investigation of the effects of training techniques designed to accelerate children's acquisition of conservation of discontinuous quantity" dans Journal of genetic psychology, 1971. Vol. 119, no 1, pp. 13-23.

Gelman, Rochel, "Logical capacity of very young children: number invariance rules" dans Child Development, 1972. Vol. 43, no 1, pp. 75-90.

Gelman, Rochel et Marsha F. Tucker, "Further investigation of the young child's conception of number" dans Child development, 1975. Vol. 46, no 1, pp. 167-175.

Hug, Colette, L'enfant et la mathématique, Expérience originale de rénovation de l'enseignement mathématique à l'école primaire, Collection études supérieures, Bordas, Paris, 1968, 287 p.

Jaulin-Mannoni, Francine, Le pourquoi en mathématique, Pour une analyse critique de l'acte pédagogique, Les éditions ESF, Paris, 1975, 206 p.

Lemerise, Ramara et Adrien Pinard "Synchronisme ou asynchronisme génétique dans la solution d'un ensemble de tâches numériques élémentaires" dans Enfance, 1971, pp. 17-30.

Lovell, Kenneth, The growth of understanding in mathematics: Kindergarten through grade three, Early childhood education series, Holt, Rinehart and Winston INc., United States, 1971, 204 p.

Maratsos, Michael P., "Decrease in the understanding of the word "big" in preschool children" dans Child development, 1973. Vol. 44, no 4, pp. 747-752.

Modgil, Sohan, Pieagetian research, A handbook of recent studies, NFER' Windsor, 1974 476 p.

Moynahan, Eileen et Joseph Gilck, "Relation between identity conservation and equivalence conservation within four conceptual domains" dans Developmental psychology, 1972. Vol. 6, no 2, pp. 247-251.

Parker, Donalk K., Shelby J. Sperr et Margery L. Rieff, "Multiple classification: a training approach" dans Developmental psychology, 1972. Vol. 7, no 2, pp. 188-194.

Peters, Donald L., "Discovery learning in kindergarten mathematics" dans Journal for research in mathematics education, 1970, Vol. 1, no 2, pp. 76-87.

Piaget, Jean et Alina Szeminska, La genèse du nombre chez l'enfant, Editions Delachaux et Niestlé, Neuchatel, 1964, 317 p.

Rea, Robert E. et Robert E. Rys, "Mathematical competencies of entering kindergarteners" dans Arithmetic teacher, 1970, Vol. 17, no 1, pp. 65-74.

Rousseau, Romain, Statistique appliquée à l'éducation et à la psychologie, Faculté des Sciences de l'Education, Université Laval, Québec, 1968, 220 p.

Schaeffer, Benson, Valeria H. Eggleston et Judith L. Scoot, "Number Development in young children" dans Cognitive psychology, 1974. Vol. 6, no 3, pp. 357-379.

Siegel, Linda, "Development of the concept of seriation" dans Developmental psychology, 1972. no 6, pp. 135-137.

Siegel, Linda, "The sequence of development of certain number concepts in preschool children" dans Developmental psychology, 1971. Vol. 5, no 2, pp. 357-361.

Smith, Rosalind Bingham, "Teaching mathematics to children through cooking" dans Arithmetic teacher, 1974. Vol. 21, no 6.

Walker, Alice, The role of relational concepts in the acquisition of conservation, communication présentée au "Annual meeting of the American Educational Research Association", Washington, 1975.

Wang, Margaret C., Lauren B. Resnick et Robert F. Boozer, "The sequence of development of some early mathematics behaviors" dans Child psychology, 1971. Vol. 42, no 6, pp. 1767-1778.

Weiner, Susan L., "On the development of more and less" dans Journal of experimental child psychology, 1974. Vol. 17, no 2, pp. 271-287.

Williams, Robert, "Testing for number readiness: application of the Piagetian theory of the child's development of number" dans Journal of educational research, 1971. Vol. 64, no 9, pp. 394-396.

Appendice A

L'entraînement

NOTION DE GRANDEUR

A) Exploration

Introduction du matériel à utiliser. Faire remarquer aux enfants les différences entre les objets. Faire jouer les enfants avec des objets semblables, mais de taille différente. S'assurer du sens que prend le mot "grand" pour les enfants. Différencier "grand" de plus âgé.

B) Introduction de la notion de grandeur

L'histoire des trois petits ours aidera à introduire la notion de grandeur. Tout au long de l'entraînement, on pourra s'en servir comme point de référence. En racontant l'histoire, on pourra se servir de dessins pour montrer les différences de grandeur entre ce qui appartient au papa, à la maman et au bébé ours.

C) Exercices simples sur la notion de grandeur

1. Avec des objets courants

a. Jeu avec deux objets. Au cours d'un jeu, on fait comparer deux objets de différente grandeur (par exemple deux poupées ou des ustensiles).

b. Jeu avec les yeux bandés. Les enfants comparent deux objets de grandeur différente, mais avec les yeux bandés. Se servir d'objets petits.

c. Jeu faisant intervenir la grandeur entre deux enfants du groupe.

2. Avec des objets plus abstraits.

a. Comparaison entre deux formes de grandeur différente

b. Exercice similaire avec les yeux bandés.

c. Exercice de collage ou de dessins d'objets abstraits (2 objets).

3. Retour verbal: faire raconter aux enfants ce qu'ils ont fait.

4. Transcription graphique.

a. Retour à l'action avec des objets concrets et abstraits.

b. Faire dessiner aux enfants ce qu'ils ont fait.

D) Exercice portant sur trois objets, mais comparés à un seul niveau

1. Jeu avec trois objets connus similaires mais de grandeur différente. Quelle est la plus petite poupée? La plus grande?

2. Différenciation de trois petits objets connus, les yeux bandés. Par exemple avec des clés: Quelle la plus grande, la plus petite?

Retour verbal.

3. Comparaison de trois formes de différentes grandeur.

4. Les yeux bandés, comparaison de trois formes de différentes grandeurs.

Retour verbal.

5. Transcription graphique: retour à 1. Puis on fait dessiner aux enfants la comparaison effectuée. On peut passer par la suite à une forme plus abstraite.

E) Exercice impliquant deux niveaux de la notion de grandeur

1. Jeu impliquant trois enfants de grandeur différente

Paul > Marie > Louis

Marie > Louis

Paul > Marie

Paul > Louis

2. Jeu similaire avec des objets courants. Par exemple avec des poupées, ou avec des ustensiles de grandeur différente.

Retour verbal.

3. Jeu similaire avec des objets plus abstraits.

Retour verbal.

4. Transcription graphique.

a. Revenir au jeu avec des objets courants. Les enfants comparent les objets à trois niveaux

01 02 03

01 02

01 03

02 03

b. On fait dessiner aux enfants ce qu'ils ont fait, d'abord avec des objets courants.

c. Revenir au jeu avec des objets plus abstraits.

d. Faire dessiner aux enfants ce qu'ils ont fait.

e. Retour verbal: faire parler les enfants sur ce qu'ils ont fait. S'assurer de l'emploi approprié des termes.

f. Vers la symbolisation. A travers le dessin, amener les enfants à symboliser au maximum les objets dessinés.

g. Utilisation du concept. Permettre à l'enfant d'utiliser le concept dans des situations nouvelles.

NOTION DE "LE PLUS, LE MOINS, MANQUE"

A) Action effectuée avec des objets connus

Par exemple, avec des poupées ou des camions. Jeu où les enfants ont un nombre différent d'objets.

1. Comparaison entre deux enfants, avec un nombre restreint d'objets

a. Avec un écart assez grand entre les deux quantités, par exemple, 1 et 4.

b. Avec un petit écart, par exemple, 2 et 3. Qui a le plus de poupées? Qui en a le moins?

2. Comparaison entre trois enfants, avec un nombre restreint d'objets. Qui en a le plus? Le moins? On peut utiliser différentes façons de comparer les objets:

en les pairant, en les mettant en file, en les mettant en pile, en les comptant ...

3. Retour verbal. Faire parler les enfants au fur et à mesure que l'action se déroule. Introduire les termes le plus, le moins, plus et moins. Faire raconter aux enfants ce qu'ils ont fait dans le jeu aussitôt que celui-ci est terminé.

B) Action effectuée au moyen du toucher, avec des objets connus

1. Les yeux bandés, comparaison de deux ensembles de 1 à 4 objets. On prend des objets les plus petits possibles (crayons, clés, etc...).

a. Avec un écart grand entre les quantités (1 et 4).

b. Avec un petit écart (2 et 3) on place les deux séries d'objets devant les enfants. On leur bande les yeux. Ils touchent aux objets et on leur demande où il y en a le plus, le moins.

2. Saut en longueur, avec du matériel abstrait. On place deux séries d'objets, avec des nombres différents. On peut se servir des morceaux de bois. Les enfants enjambent les piles. On demande aux enfants où ils y a le plus de morceaux de bois, le moins.

3. Retour verbal. Après chaque étape, on demande aux enfants ce qu'ils ont fait. Introduire les termes appropriés.

C) Introduction du terme manque avec des objets courants

On joue à mettre la table. On a un nombre inégal de couteaux et de fourchettes (par exemple plus de fourchettes). On demande aux enfants qu'est-ce qui manque. L'action se déroule avec un nombre restreint d'objets. Par exemple, on met le couvert pour 4 ou 5 personnes. Le retour verbal est important. S'assurer que les enfants saisissent le terme "manque".

D) Action avec du matériel plus abstrait

1. Comparaison entre 2 enfants

a. Nombre restreint de formes (1 à 4)

b. Nombre plus élevé (5 à 8). Encore ici, on fera varier l'écart entre les quantités.

2. Comparaison entre trois enfants. S'en tenir à un nombre restreint d'objets.

3. Retour verbal. Revenir après chaque étape. A la fin, faire raconter aux enfants ce qu'ils ont fait.

4. Jeu de collage. Les enfants collent des dessins d'objets.

a. On compare entre deux enfants.

b. On compare entre trois enfants.

Qui en a le plus de collé? Qui en a le moins?

2 enfants: à qui il en manque pour qu'on en ait pareil?

3 enfants: à qui il en manque le plus pour qu'on en ait pareil?

Permettre à l'enfant d'égaliser pour qu'il saisisse bien où il en manque le plus, c'est-à-dire où il doit en ajouter le plus pour que les piles soient pareilles.

c. Retour verbal. S'assurer de l'usage adéquat des termes. Permettre à l'enfant de raconter la suite de ce qu'il a fait.

E) Représentation graphique

Revenir à l'action avec des objets courants.

1. Par la suite, l'enfant dessine ce qu'il possède et ce que son ami possède. (entre deux enfants)

2. Entre trois enfants, ceux-ci dessinent ce que chacun possède.

On peut effectuer la représentation graphique en deux temps:

1. En laissant les objets devant les objets.

2. En enlevant les objets juste avant que les enfants commencent à dessiner.

S'en tenir à un nombre restreint d'objets.

F) Traduction symbolique

a. Passer du dessin d'objets concrets au dessin d'objets abstraits.

b. Par la suite, en arriver à une représentation symbolique des objets (barre, cercle, carré).

NOTION DE MOITIE

A) Introduction du terme moitié avec des objets courants.

1. Mettre quelques objets courants devant deux enfants. Leur dire de prendre chacun pareils d'objets, c'est-à-dire, la moitié.

Une fois l'action effectuée, le retour verbal est très important. Faire raconter aux enfants ce qui s'est passé, en leur faisant utiliser le terme moitié et en s'assurant qu'ils en ont saisi la signification.

2. Donner quelques objets à l'enfant, puis lui en redemander la moitié. Si le terme n'est pas compris, le faire comprendre à l'enfant. Permettre une comparaison visuelle en mettant nos objets côte à côte. Reconstituer le total avec un autre enfant et redemander la moitié. On peut faire varier légèrement les quantités, mais en s'en tenant toujours à un nombre restreint.

3. Grossir peu à peu le nombre d'objets, mais en ne dépassant pas huit objets. Accompagner l'action des termes appropriés. Faire raconter aux enfants ce qu'ils ont fait.

B) Action avec des objets plus abstraits

1. Demander aux enfants de se diviser en deux moitiés. Chacun des groupes prendra la moitié des blocs pour construire un rail de chemin de fer. On commence avec un nombre restreint de blocs.

2. Par la suite on augmente le nombre de blocs.

3. Retour verbal.

Insister sur le fait que pour construire un rail, nous prenons pareils d'objets pour chaque côté, donc la moitié du total.

C) Jeux sur papier

Donner à l'enfant des objets découpés semblables à coller.

Dessiner ou coller deux enfants. Demander aux enfants de donner la moitié de cadeaux à chaque enfant.
Retour verbal.

D) Transcription graphique

1. Revenir à une action avec des objets courants.
2. Faire dessiner à l'enfant l'action effectuée, en racontant verbalement au fur et à mesure.
3. Revenir au jeu de rails, avec un nombre restreint d'objets. Demander à l'enfant de dessiner ce qui s'est passé à partir de l'ensemble de blocs du départ.

E) Début de symbolisation

Essayer d'en arriver à un début de symbolisation.
Faire dessiner des carrés au lieu des objets eux-mêmes.

NOTION D'ORDRE

A) Jeu permettant l'introduction des termes premier et dernier

Jeu du train: quel wagon est le premier?
quel wagon est le dernier?
Retour verbal: faire raconter aux enfants ce qu'ils ont fait.
Dans d'autres activités donner à l'enfant l'occasion d'utiliser les termes premier et dernier.

B) Jeu impliquant les enfants

1. Jeu du train avec des chaises.
   Qui est dans le premier wagon?
   Qui est dans le dernier wagon?
2. Jeu du vendeur. Les enfants vont au magasin. Le premier enfant arrivé sera servi le premier. Par la suite, le vendeur demande qui est la deuxième personne. Au début, il sera peut-être utile que les enfants se placent en file. Accompagner l'action des termes exacts: c'est la première personne qui se fait servir, la deuxième... S'en tenir à quatre enfants à la fois. Cet exercice, étant donné tout le matériel qu'il contient s'échelonnera sur deux semaines, c'est-à-dire, qu'on le reprendra à quelques reprises pour s'assurer de la compréhension des termes.

C) Jeu impliquant des objets connus

1. Mettre des objets en file. Faire choisir à l'enfant l'objet qu'il désire en le nommant par ordre. Il sera utile de se servir d'objets semblables (par exemple de poupées, de camions). Les orienter. Le seul critère pour donner l'objet sera que l'enfant puisse dire qu'elle est sa position. Conserver un petit nombre d'objets.

D) En se servant de l'ordre de grandeur

On met la plus petite poupée en premier, etc...

On pose des questions: laquelle est la plus grande? Permettre aux enfants d'effectuer eux-mêmes l'action de les mettre en ordre..

Leur faire raconter ce qu'ils ont fait.

E) Action avec des objets dépouillés

1. Jeu de collage.

a. Faire un collage collectif.

   Quel objet on met en premier?

   Quel objet on met en deuxième?

b. Retour verbal.

2. Jeu du train avec des blocs.

3. Retour verbal.

F) Traduction graphique

Refaire le jeu des objets connus en file. Faire dessiner par la suite à l'enfant la série d'objets qui ont été choisis. Le faire parler sur ce qu'il dessine "Je mets la poupée en premier, l'ours en deuxième, etc..." (quatre objets).

G) Jeu impliquant des objets semblables en les différenciant seulement par leur ordre

1 Par exemple, à partir de cinq objets semblables, concevoir une histoire: par exemple, vous êtes vendeur au magasin et vous devez placer la première poupée sur la première tablette, la deuxième poupée sur la deuxième tablette. Les enfants effectueront eux-mêmes l'action.

2. Jeu semblable avec des objets dépouillés

3. Retour verbal. Faire raconter aux enfants ce qu'ils ont fait.

NOTION DE CLASSEMENT

A) Introduction de la notion de classement grâce au jeu du magasin.

Les enfants collectionnent des objets qui serviront à l'établissement d'un magasin général. On peut faire un comptoir, des étagères.

B) Début d'introduction de la notion de catégorie

Le rammassage d'objets peut se faire en étapes. On apporte d'abord des boîtes de nourriture. Si un enfant apporte un article qui ne va pas, le lui faire découvrir. On peut aussi faire ramasser aux enfants des objets dans la maternelle, et on les classe par catégories.
Retour verbal: faire raconter aux enfants ce qu'ils ont fait.

C) Catégorisation

Comment on va diviser notre magasin. Sur la première tablette, on met la nourriture, etc...

D) Action des enfants

Mélanger les objets collectionnés et les faire catégoriser par les enfants selon différents critères: ce qui se mange, les vêtements, etc...

E) Le jeu du magasin

Les enfants vont acheter au magasin. Par la suite, on peut leur faire faire des classements dans ce qu'ils ont acheté.

F) Constituer des sous-catégories

En jouant, les enfants s'apercevront qu'on peut encore catégoriser. Dans les vêtements, on peut distinguer les pantalons, les robes, etc...

G) Le jeu des animaux

Les enfants découpent des photos d'animaux divers. On effectue des classements selon les sortes.

Les oiseaux

Les poissons

Les animaux à quatre pattes

Par la suite, on fait un zoo en collage, avec des rues. On met les animaux de la même sorte ensemble.

H) Action avec des objets dépouillés

On décide de vendre des objets dépouillés (blocs, papier, bois). On fait des catégories dans ces objets. Il est important de distinguer l'élément de classification: forme, couleur, consistance.

I) Traduction graphique

1. Les enfants dessinent des objets courants vendus au magasin. Ils décident sur quelle tablette vont ces objets. On peut précéder ces dessins de l'action effectuée concrètement.

2. Dessins d'objets dépouillés. Vers la symbolisation.

3. Retour verbal. Faire raconter aux enfants ce qu'ils ont fait.

CONNEXITE PROPRE A LA SERIE DES NOMBRES, STRUCTURE ITERATIVE, RAISONNEMENT RECURRENTIEL

Connexité propre à la série des nombres: relation qui existe entre un nombre et celui qui le précède ou le suit.

Structure itérative: répétition $Sn = n + 1$. Avec l'action de $n + 1$, on constitue la série des nombres.

Raisonnement récurrentiel: raisonnement par lequel on étend à toute une série une propriété de l'un des termes, en montrant que si elle appartient à un premier terme et qu'elle puisse s'affirmer d'un second, elle appartient à un troisième et ainsi de suite.

A) Action avec des objets courants, identiques, en nombre inégaux.

On range des objets dans deux boîtes en plaçant simultanément dans chaque boîte. Il y a déjà un objet dans une des deux boîtes.

1. Avec un petit nombre d'objets. On place simultanément un objet (couteau, clé) dans chacune des boîtes, jusqu'à ce qu'il y en ait cinq dans la première et quatre dans la seconde. Pendant l'action, on demande à l'enfant à intervalles s'il y a la même chose dans les deux boîtes.

2. Augmenter le nombre d'objets. Par exemple, jusqu'à sept dans la première boîte.

3. Retour verbal: faire parler les enfants pendant l'action. Récit de ce qu'ils ont fait.

B) Action avec des objets dépouillés, identiques, en nombre inégaux

1. Petit nombre d'objets. Même jeu qu'en "A".

2. Augmenter le nombre d'objets (blocs ou morceaux de papier).

3. Retour verbal.

C) Jeu impliquant les enfants

Constitution de files inégales. Demander aux enfants d'enlever ceux qui sont en trop pour que les files deviennent égales. On ne touche qu'à une seule file.

D) Transcription graphique

1. Faire dessiner aux enfants la constitution des files.

2. Accompagner le dessin de verbalisation.

3. Retour à l'action avec des objets dépouillés (petit nombre d'objets). Les enfants placent les objets dans deux boîtes.

4. On fait dessiner les deux boîtes aux enfants, avec les objets qui y sont placés.

E) Raisonnement récurrentiel. Jeu impliquant les enfants.

On joue à la course à obstacles. Les enfants doivent installer les barrières. On décide du nombre de barrières. Puis on demande aux enfants d'installer des tapis de façon à ce qu'on saute toujours sur un tapis. Aider les enfants à découvrir comment on doit mettre de tapis. Faire remarquer le lien qui existe avec le nombre de barrières. Faire sauter les enfants. Leur faire remarquer le nombre de fois qu'ils touchent le sol. On peut reprendre l'exercice avec un nombre différent de barrières. A la fin de l'exercice, on demande aux enfants de raconter ce qui s'est passé dans le jeu.

F) Transcription graphique

Faire dessiner le jeu par les enfants.

G) Symbolisation

Le dessin se fera à l'aide de symboles.

COMPOSITION ADDITIVE

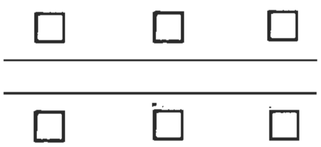
A) Action impliquant les enfants eux-mêmes

On joue avec deux groupes d'enfants. Il y a une rue et on suppose qu'on regarde une parade. On dispose les enfants en nombre égal de chaque côté de la rue, d'abord de façon identique, puis en variant la disposition. Demander aux enfants s'ils sont le même nombre de chaque côté de la rue.

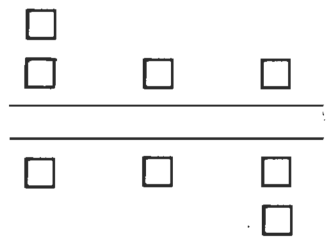
B) Action avec des objets courants en disposition similaire

Jeu du village. Les enfants construisent un village avec une rue principale, des maisons (blocs). On place les maisons de chaque côté de la rue.

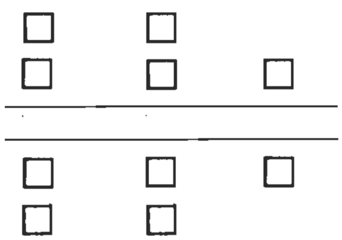
1)



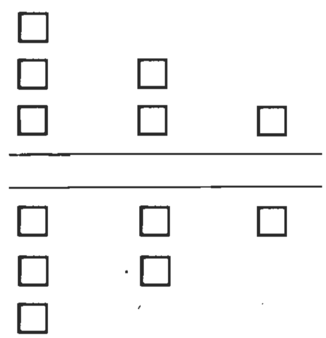
2)



3)



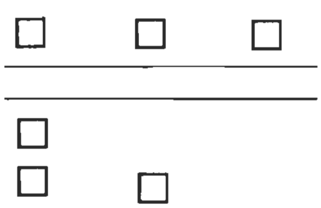
4)



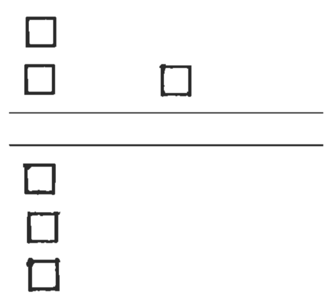
Retour verbal

C) Action avec des objets courants ou dépouillés, en variant les dispositions

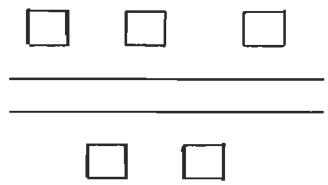
1)



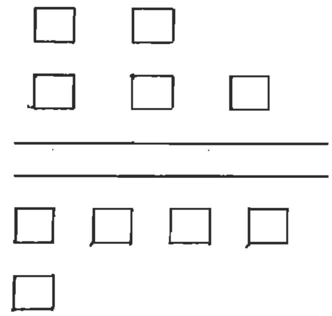
2)



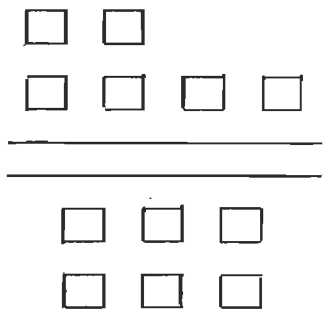
3)



4)



5)



Permettre aux enfants de toucher aux maisons, pour vérifier l'égalité. Leur aider à la vérifier s'il n'y arrivent pas seuls.

Retour verbal.

Pour faire la différence entre des objets courants et des objets dépouillés, on pourra se servir de poupées qu'on dispose comme des mannequins dans un magasin. Les blocs dans la construction du village correspondent à des objets dépouillés.

D) Transcription graphique

Les enfants dessinent le village avec quelques-unes des modifications successives. Début de symbolisation, les maisons sont représentées par des carrés.

E) Action avec des objets dépouillés formant une quantité continue

Jeu de casse-tête. On décide de faire un rail de chemin de fer qui vient vers le village. On donne aux enfants des morceaux qu'ils devront assembler pour faire des rails égaux. On peut faire le rail en plusieurs étapes, en graduant les difficultés et le nombre de pièces.

F) Transcription graphique

Les enfants dessinent la construction du rail.

L'ENSEMBLE-UNITE

A) Action avec des objets courants

On se sert d'objets appartenant aux enfants pour faire des exercices. Par exemple, on dispose quatre bottes et on demande combien d'enfants on peut chausser avec quatre bottes.

B) Avec un tableau, on décide de faire des personnages.

Par exemple, on veut faire trois bonhommes. On donne des morceaux aux enfants, et on leur demande de nous donner le nombre de jambes nécessaires pour faire nos trois bonhommes. Retour verbal: faire parler les enfants au fur et à mesure que l'action se déroule. A la fin, leur faire reconstituer les diverses étapes de l'action.

C) Jeu du paravent

On joue à deviner combien il y a d'enfants derrière le paravent. Avec un écran plus petit, on découpe des photos ou des dessins d'animaux à deux pattes. On laisse dépasser les pattes. Combien y a-t-il de poules?

D) Jeu de la ferme

Pierre visite une ferme. Il regarde dans le poulailler et ne voit que les pattes des poules. On dessine au tableau ce que Pierre voit. On demande aux enfants combien il y a de poules. On peut varier le nombre de pattes, mais en conservant un nombre restreint (huit au plus).
Retour verbal après chaque étape. A la fin du jeu, on fait raconter aux enfants ce qu'ils ont fait.

E) Niveau plus abstrait

On passe aux enfants une feuille sur laquelle il y a des chaussures de dessinées. Les enfants doivent dire combien d'enfants on peut chausser avec ces chaussures. Par la suite, les enfants peuvent dessiner les personnes.
Retour verbal.

F) Transcription graphique

Reprendre le jeu du paravent. Par la suite, demander aux enfants de dessiner ce qu'on a fait.

G) Vers la symbolisation

A travers le dessin, amener les enfants à utiliser une forme de symbole.

CORRESPONDANCE TERME A TERME. VERS LA CONSERVATION DES QUANTITES

A) Action avec des objets courants, identiques, en nombre égaux

Avec des cuillers ou des fourchettes. On donne à l'enfant deux boîtes où il doit ranger des cuillers. Il en met en même temps dans les deux boîtes, une à chaque fois.

1. Objets identiques en petit nombre égal. Donner à l'enfant entre deux et six cuillers à placer. Lui demander s'il y a la même chose dans les deux boîtes. Il peut les voir. S'il dit non, reprendre l'action.

2. Retour verbal. Accompagner l'action de l'enfant du langage. Lui permettre de raconter l'action telle qu'elle s'est déroulée.

3. Objets identiques en plus grand nombre égal. Entre six et dix cuillers. Demander à l'enfant à intervalles s'il y a la même chose dans les deux boîtes.

B) Action avec des objets dépouillés, identiques, en nombre égal

1. En petit nombre égal. Même action qu'en "A".

2. En plus grand nombre (jusqu'à sept).

3. Retour verbal. L'enfant fait un récit de l'action.

C) Action avec des objets courants, différents, en nombre égal

1. Avec des objets différents, mais de taille semblable en petit nombre égal. Par exemple, dans une boîte on place des cuillers, dans l'autre des fourchettes (ou des couteaux et des crayons).

2. Avec des objets différents, mais de taille semblable, en plus grand nombre égal. On se rend à dix objets, c'est-à-dire, cinq par boîtes. Tout au long de l'action, on fait parler l'enfant.

3. Retour verbal. A la fin, on demande à l'enfant de raconter ce qu'il a fait.

D) Action avec des objets dépouillés, différents, en nombre égal

1. Avec des objets différents, mais de taille semblable. Par exemple, des balles et des blocs. On pose toujours le même genre de questions.

2. On augmente le nombre jusqu'à dix objets (au total).

3. Retour verbal.

E) Transcription graphique

Reprendre l'action avec des objets courants en petit nombre égal. Par la suite, faire dessiner aux enfants ce qu'ils ont fait, avec verbalisation. Demander à l'enfant de dessiner les boîtes et ce qu'il y avait dedans, au fur et à mesure qu'on en ajoute.

F) Vers une symbolisation

Mêmes dessins, mais en représentant les objets par des symboles.

Appendice B

Echéancier de l'entraînement

Notion / Semaines	Grandeur	Plus Moins Manque	Moitié	Ordre	Classement	Connexité structure et raisonnement	Composition additive	L'ensemble unité	Correspondance conservation
9 février	A) Exploration	A) Objets connus 2 enfants 1. a b 2. 3 enfants	F) Action avec quantité continue	A) Introduction des termes premier et dernier	A) Introduction classement jeu du magasin				
16 février	B) Introduction	3 retour verbal	A) Introduction 1.	B) impliquant les enfants 1. train 2. vendeur	B) Introduction Catégorie				
23 février	C) Exercices simples 1. a) b)	B) au moyen du toucher 1. yeux bandés a. b. Retour	2. 3. grossier Retour verbal	C) Objets connus 1. Retour	C) Catégorisation	A) Objets courants identifiés en nombre inégal 1. petit nombre			A) Objets courants identiques en nombre égal 1. petit no. 2. retour
1 mars	C) Grandeur entre les enfants Retour verbal	2. Saut en longueur Retour	B) Action objets + abstraits 1.	D) Ordre de grandeur Retour	D) Action des enfants	2. Augmenter le no. d'objets 3. Retour verbal			3. Augmenter le nombre Retour
8 mars	2. + abstraits a) comparaison b) yeux bandés	3. Retour global	2. Augmenter 3. Retour	E) Objets dépouillés 1. Jeu de collage Retour	E) Le jeu du magasin	B) Objets dépouillés 1. petit no. 2. + grand 3. Retour		A) Action avec des objets courants	B) Objets dépouillés 1. petit no. 2. + grand 3. Retour

Notion / Semaines	Grandeur	Plus Moins Manque	Moitié	Ordre	Classement	Connexité structure et raisonnement	Composition additive	L'ensemble unité	Correspondance conservation
15 mars	c) collage d'objets abstraits 3. Retour verbal	C) Introduction du terme manque	C) Jeu sur papier Retour	2. Jeu du train Retour verbal	F) Est de sous-catégorie	C) Jeu impliquant les enfants		B) Avec tableau Retour verbal	C) Objets courants différents, en no. égal 1. Taille semblable, petit nomb. Retour
22 mars	4. Transcription graphique a) Retour à l'action b) Transcription	D) + abstrait 1. 2 enfants	D) Transcription graphique 1. Objets courants 2.	F) Traduction graphique 1. Retour à action 2. dessins connus	G) Le jeu des animaux	D) Transcription graphique Objets courants 1. Retour à action 2. Dessin	A) Action impliquant les enfants	C) Jeu du paravant 1. avec des enfants	2. + grand nombre 3. Retour
29 mars	D) 3 objets 1 niveau 1. objets connus 2. yeux bandés Retour verbal	2. 3 enfants 3. Retour	3. Objets abstraits	3. Retour à action 4. Objets dépouillés		3. Objets dépuillés	B) Objets courants, disposition similaire Retour	2. découpage	D) Objets dépouillés 1. petit nombre Retour
5 avril	3. 3 formes 4. yeux bandés Retour verbal	4. Jeu de collage a) 2 enfants b) 3 enfants c) retour	E) Symbolisation	G) Objets semblables sans ordre 1. objets connus Retour	H) Action avec objets disponibles	E) Raisonnement récurentiel Jeu impliquant les enfants		D) Jeu de la ferme Retour	2. + grand nombre 3. Retour
12 avril	5. Transcription graphique a) retour à action b) Transcription	E) Représentation graphique Retour à action 1. 2 enfants		2. Objets dépouillés 3. Retour	1) Traduction graphique 1. Objets courants		C) Dispositions variées	E) Niveau abstrait	E) Transcription graphique 1. Objets courants

Notion / Semaines	Grandeur	Plus Moins Manque	Moitié	Ordre	Classement	Connexité structure et raisonnement	Composition additive	L'ensemble unité	Correspondance conservation
19 avril	E) 2 niveaux 3 objets 1. 3 enfants 2. 3 objets connus Retour	2. 3 enfants			2) Objets dépouillés Retour verbal	F) Transcription graphique les enfants dessinent le jeu	↓	F) Transcription graphique 1. Objets courants	2. Objets dépouillés
26 avril	3. objets abstraits Retour verbal	F) Traduction symbolique dessins abstraits a. b.				G) Symbolisation	D) Transcription graphique 1. Retour à action 2. Dessin	2. Objets dépouillés	F) Vers symbolisation
3 mai	4. Transcription graphique a) retour action b) Transcription						E) Objets dépouillés formant quantité continue	G) Symbolisation	
10 mai	5. Retour verbal vers symbolisation						F) Transcription graphique		
17 mai									

Appendice C

UN TEST DE MATURITÉ

POUR L'ARITHMÉTIQUE

UN TEST DE MATURITÉ POUR L'ARITHMÉTIQUE[1]

ERCILIA P. DE QUINTIN,
Professeur au Département de Psychologie
et d'Éducation Physique,
Université du Québec à Trois Rivières.

I– NATURE ET BUT DU TEST

Au niveau de la première année d'école élémentaire, le progrès d'un enfant dans l'apprentissage de l'arithmétique dépend en grande partie de sa « maturité » spécifique.

Ayant analysé les recherches déjà effectuées sur le raisonnement mathématique et sur les étapes de son développement *, nous avons isolé certaines notions et opérations qui semblent constituer la base nécessaire à l'apprentissage de l'arithmétique à ce niveau. Citons à titre d'exemples la comparaison des grandeurs, le classement, la sériation, la conservation des quantités, la composition additive, la notion d'ordre, etc. . .

Le manque de maîtrise de certaines de ces notions et opérations peut produire un échec dès le début de la scolarité. Dans ce contexte, nous avons construit le test M.A.E. (Maturité pour l'Arithmétique Élémentaire), destiné à mesurer la maturité des enfants pour l'apprentissage de l'arithmétique en première année.

Le M.A.E. est un test individuel applicable vers la fin de l'école maternelle ou au début de la première année d'école élémentaire. On demande à l'enfant soit de répondre oralement à des questions, soit d'exécuter une tâche.

[1] Cet article fait suite au texte « la maturité pour l'apprentissage de l'arithmétique au niveau élémentaire. » publié dans l'Orientation Professionnelle Volume 8, no 1.

*c.f. Bibliographie, partie I.

Les résultats au test doivent permettre de déterminer les possibilités d'apprentissage et, par le fait même, de prédire les résultats de fin d'année. Il est alors possible de prendre des mesures utiles pour que l'enfant reçoive un enseignement approprié.

Cet enseignement peut prendre diverses formes selon les possibilités du milieu : programmes spéciaux, classes d'attente, etc. . .

II– DIRECTIVES POUR L'ADMINISTRATION DU TEST

À l'instar de tout test individuel, le M.A.E. suppose une bonne relation entre examinateur et enfant. Vu son caractère facile et attrayant, il peut être appliqué directement à la grande majorité des enfants. Pour des enfants affectés de « blocages » émotionnels marqués, l'examinateur utilisera les techniques d'usage avant d'appliquer le test.

Nous n'avons pas fixé de temps-limite pour la réalisation du test. Il est cependant utile de contrôler le temps total, il servira d'indice de la rapidité de l'enfant à effectuer les opérations. Dans les applications que nous avons faites, ce temps total se situe entre 10 et 30 minutes, et la majorité des enfants complètent l'épreuve en 15 ou 20 minutes.

La présentation du test est faite à l'aide de la consigne suivante : « Nous allons jouer à la devinette. Je te montre des dessins et des objets et je te pose des questions. Tu dois deviner ».

III– CONTENU DU TEST

a) QUESTIONNAIRE

ITEM 1 **Notion de grandeur**

> « J'ai trois jolies poupées. Sont-elles de la même grandeur ?. . . Quelle est la plus grande ?. . . Maintenant montre-moi la poupée qui est plus petite que celle-ci, mais la plus grande de celles qui restent. »

ITEM 2 **Notions : « Le plus » – « Le moins » – « Manque »**

I– « Trois garçons sont allés à la chasse aux papillons. Voilà les trois garçons avec les papillons que chacun a capturés. Jean (montrer le premier) en a capturé plus que les deux autres. Auquel des deux autres manque-t-il le plus de papillons pour en avoir la même chose que Jean. Pourquoi ? » Si l'enfant est incapable de répondre, ou répond incorrectement, ajouter la question suivante : « Combien de papillons manque-t-il à ce garçon (montrer le dessin du milieu) pour avoir la même chose de papillons que Jean ? . . . Et combien de papillons manque-t-il à celui-ci (dessin de droite) pour avoir la même chose de papillons que Jean ?. . . » Si l'enfant a répondu correctement aux deux questions : « Très bien, il manque 3 papillons et 2 papillons pour avoir la même chose que là ,montrer toujours le dessin correspondant). Alors auquel des deux garçons manque-t-il le plus de papillons pour en avoir la même chose que Jean ? »

II– a) « Voici deux bâtons de chocolat. Y a-t-il la même chose de chocolat dans les deux ?. . . Pourquoi ? »

b) « Voici encore deux bâtons de chocolat. Où y a-t-il le plus de morceaux de chocolat. . . Pourquoi ? »

c) « Voici deux lignes de chemin de fer. Regarde ici » (montrer celle d'en haut),, « il lui manque un morceau de rail » (montrer l'écart).

« Regarde maintenant l'autre (montrer celle d'en bas), il lui manque aussi un morceau de rail (montrer l'écart). A quelle ligne manque-t-il le plus de rail ? »

ITEM 3 **Notion de moitié**

« Paul a ces fleurs dans son jardin. Il veut donner la moitié des fleurs à sa maman. Montre-moi les fleurs que Paul va prendre. »

ITEM 4 **Notion d'ordre**

« Les petites tortues vont à l'école en file. Laquelle est la deuxième de la file ? »

ITEM 5 **Classement**

Avant chacune de ces questions demander à l'enfant d'identifier les objets dessinés. S'il y a erreur dans la reconnaissance de quelque dessin, corriger.

I– a) « Parmi ces choses, une n'est pas de la même sorte que les autres. Quelle est cette chose qui ne va pas avec les autres ?. . . Pourquoi ? »

b) Même consigne que a

II– a) « Certaines de ces choses sont de la même sorte. Elles peuvent aller ensemble. Peux-tu me dire quelles sont ces choses ?. . . Pourquoi »

b) Même consigne que a

ITEM 6 **Connexité propre à la série des nombres, structure itérative, raisonnement récurrentiel**

a) (Présenter les deux colliers) « Regarde bien ces deux colliers. Est-ce qu'il y a la même chose de perles dans les deux ?. . . Dans quel collier y a-t-il le plus de perles ?. . . (Si l'enfant ne donne pas la bonne réponse, la lui donner.)

Maintenant, je veux faire avec celui-ci (le collier le plus long) un collier avec autant de perles que celui-là (le moins long). Est-ce que c'est possible ? »

Essai : Si l'enfant essaie d'égaliser lui dire qu'il a le droit de faire des modifications seulement dans le collier le plus long.

b) « Voici un morceau de plasticine. Je le coupe en trois parties. Regarde bien. Je coupe une fois, deux fois. Combien de morceaux y a-t-il ?. . . J'ai coupé deux fois et j'ai trois morceaux. Maintenant je veux faire quatre morceaux. Combien de fois faut-il couper ? » S'il n'y a pas de réponse exacte, faire la démonstration.

c) « Maintenant, je veux faire cinq morceaux. Combien de fois faut-il couper ? »

d) « Voici un drapeau. Il faut faire trois bandes, trois parties. Trace des lignes pour faire les trois parties. »

ITEM 7 **Composition additive**

a) « J'ai des petits drapeaux et j'ai décidé de les donner à deux petites filles : Marie et Jacqueline. Je donne à Marie trois petits drapeaux et ensuite encore deux. » Présenter les drapeaux. « Je donne à Jacqueline un petit drapeau et ensuite quatre. Est-ce que les deux ont la même chose de drapeaux ? Pourquoi ? »

b) « Deux camarades se partagent des morceaux de papier en couleur que voici. Jack prend celui-ci (morceau no 1) et Pierre celui-là (morceau no 2). Lequel des deux autres morceaux (morceaux nos 3 et 4) chacun prendra-t-il pour que les deux aient la même chose de papier ? »

Après la réponse, demander : Maintenant les deux ont-ils la même chose de papier ?. . . Pourquoi ? »

TEM 8 **L'ensemble – unité**

« Je fais des canards en papier. J'ai déjà fait les pattes. (Montrer les 6 pattes) Combien de canards puis-je faire avec ces pattes ?. . . Pourquoi ? » Si l'enfant répond un chiffre entre 1 et 6 – excepté 3 – demander : « combien de pattes a un canard ? » Si la réponse n'est pas correcte, la donner à l'enfant et demander : 2) « Combien de canards puis-je faire avec ces pattes ? »

TEM 9 **Passage de l'opération concrète à l'opération abstraite**

« J'avais trois ballons. Maman me donne encore deux ballons. Maintenant, est-ce que j'ai plus ou moins de ballons ?. . . Pourquoi ? » Si l'enfant répond en donnant le nombre de ballons, demander : « y a-t-il plus ou moins de ballons qu'avant ? »

EM 10 **Opération avec symboles**

« Regarde. J'ai une boîte avec trois petits chats. » Présenter la carte numéro un et faire vérifier par l'enfant qu'il y a bien trois chats. « Un petit chat sort de la boîte et s'en va se promener. » Présenter la carte numéro deux. « Dessine ici (donner la feuille pour la réponse) les petits chats qui sont restés dans la boîte. »

preuve complémentaire – conservation des quantités

Donner la plasticine et laisser l'enfant jouer. « Maintenant nous allons faire des boules qui ont la même chose de pâte. » Aider si nécessaire. Transformer une des boules en galette. « Maintenant, les deux ont-elles la même chose de pâte ? . . . Pourquoi ? »

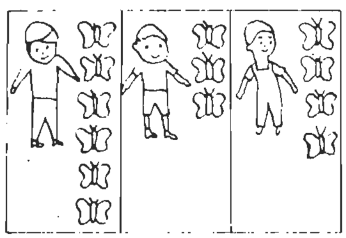
Refaire les deux boules. Couper une en 4 morceaux. « Y a-t-il maintenant la même chose de pâte ici et là ?. . . Pourquoi ? »

) MATÉRIEL

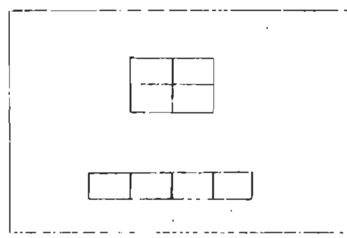
em 1 : 3 poupées de 17cm, 14cm et 11cm respectivement
em 2, I : dessin no 1
em 2, IIa : dessin no 2
em 2, IIb : dessin no 3
em 2, IIc : dessin no 4
em 3 : dessin no 5
em 4 : dessin no 6

Item 5a : dessin no 7
Item 5b : dessin no 8
Item 5c : dessin no 9
Item 5d : dessin no 10
Item 6a : 2 colliers de perles de 5 et 9 perles respectivement
Item 6b et 6c : un morceau rectangulaire de plasticine
Item 6d : feuille de réponse
Item 7a : 10 petits drapeaux en carton
Item 7b : 4 morceaux rectangulaires de papier. Morceau no 1 : 7cmx4cm, morceau no 2 : 3cmx4cm, morceau no 3 : 5cmx4cm, morceau no 4 : 9cmx4cm.
Item 8 : 6 pattes de canards en carton
Item 10 : dessin no 11a et 11b et feuille de réponse

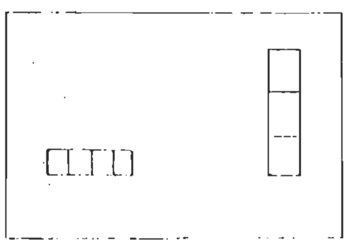
Épreuve complémentaire : plasticine



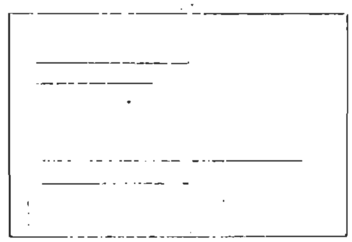
no 1



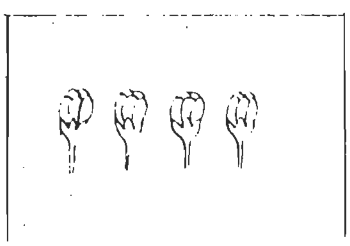
no 2



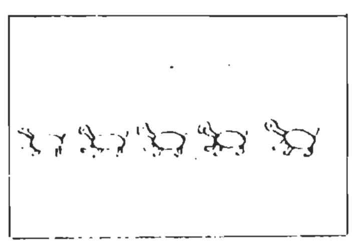
no 3



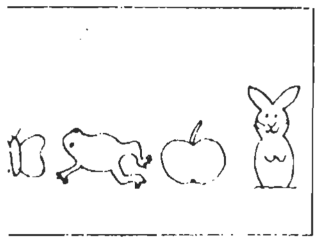
no 4



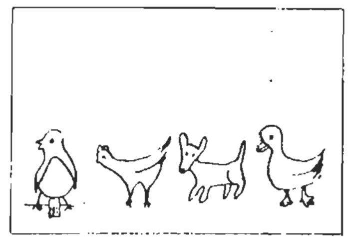
no 5



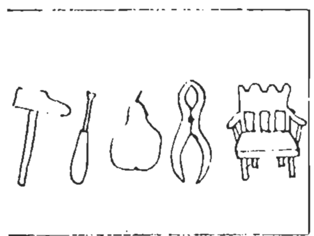
no 6



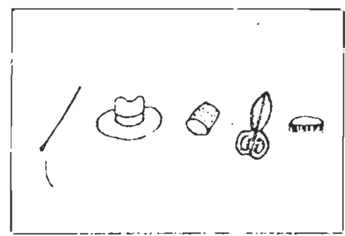
no 7



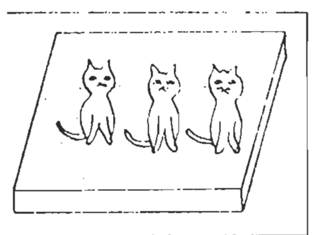
no 8



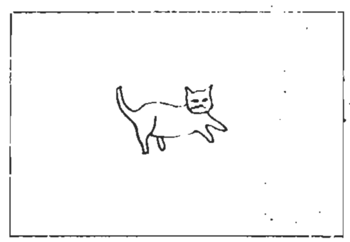
no 9



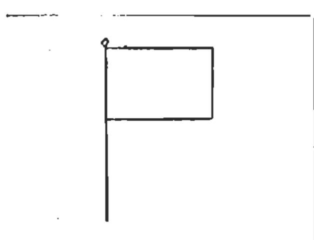
no 10



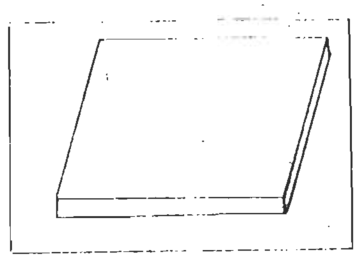
no 11a



no 11b



Item 6d



Item 10

ÉCOLE CLASSE

NOM SEXE

DATE DE NAISSANCE : DATE D'APPLICATION DU TEST :

DURÉE DU TEST : A.C.

	RÉPONSE	Points Accordés
1		
2, I		
2, IIa		
2; IIb		
2, IIc		
3		
4		
5, Ia		
5, Ib		
5, IIa		
5, IIb		
6a		
6b		
6c		
7a		
7b		
8		
9		
10		
Ep. Comp.		
	TOTAL	

OBSERVATIONS :

IV–DIRECTIVES POUR L'ÉVALUATION

On accorde 1 point par réponse correcte pour chacun des item. On peut donc obtenir un maximum de 20 points, (la question complémentaire ne rentre pas dans l'évaluation quantitative).

On accorde :

1 point :

- pour une réponse correcte à chaque question.
- aux item 2 I, 2 IIa, 2 IIb, 5 Ia, 5 Ib, 5 IIa, 5 IIb, 7a, 7b, 8 et 9, on exige en plus une explication satisfaisante qui montre qu'il ne s'agit pas d'une réponse de simple hasard.

½ point :

- pour une réponse erronée, corrigée ensuite de façon spontanée au cours de l'explication (pour les item où une explication de la réponse est exigée).
- aux item 5 IIa et 5 IIb, quand l'enfant ne trouve que 2 des 3 dessins exigés.
- à l'item 7a, pour une réponse correcte avec comptage erroné lors de l'explication (par exemple : « Ils ont 4 drapeaux tous les deux »).
- à l'item 8, pour une réponse correcte à la 2e question.
- à l'item 9, quand l'enfant donne comme réponse à la première question un nombre supérieur à 3 et autre que 5 et répond bien à la 2e question.

0 point :

- pour une réponse incorrecte
- pour une réponse correcte sans explication ou avec une mauvaise explication, aux item où celle-ci est exigée.

V– INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

La cote brute peut être traduite en percentiles (tableau I) et interprétée en fonction de six catégories de difficulté dans l'apprentissage (tableau II).

Les conversions que nous présentons ici sont calculées exclusivement d'après les données obtenues à partir de l'échantillon qui a servi à la validation.

L'interprétation des résultats en relation aux catégories de difficulté dans l'apprentissage a été effectuée à partir de la corrélation test-critère.

Score	Percentile
20	99
19	95
18	90
16	75
14	50
11	25
8	10
6	5
2	1

TABLEAU I

Score	On peut prévoir un apprentissage :
20	Excellent
18 – 19	Sans difficulté
14 – 17	Normal +
10 – 13	Normal –
5 – 9	Avec difficultés
1 – 4	Échec

TABLEAU II

Pour les enfants ayant obtenu un résultat en-dessous de la normale, l'analyse qualitative des item non réussis donne des indices importants pour l'élaboration d'un programme d'enseignement adéquat. Cette analyse permet de mettre en évidence le type d'opération qui est difficile pour l'enfant et le type de réponse qu'il est capable de fournir.

VI– ANALYSE STATISTIQUE *

a) **Échantillonnage**

Nous avons appliqué le test à 186 enfants belges francophones répartis dans sept (7) classes (quatre classes de filles et trois de garçons) et fréquentant trois (3) écoles de villes différentes : Bruxelles, Wavre et Jodoigne.

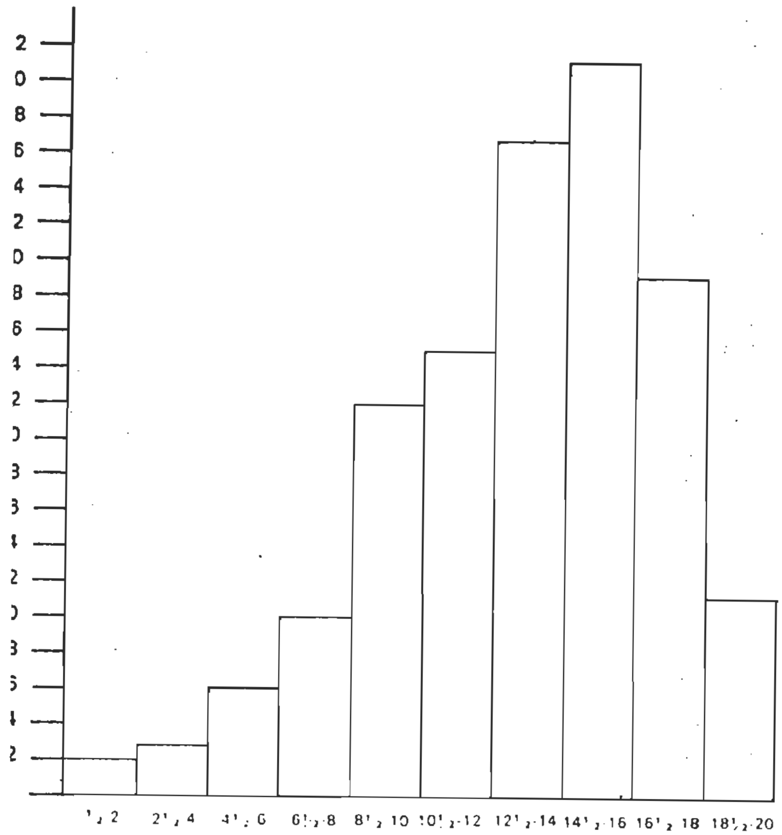
b) **Valeur de la tendance centrale, mesure de la variabilité et de distribution de fréquences**

Dans notre échantillon, nous avons obtenu une moyenne de 13,13 (sur un maximum possible de 20) avec un écart-type de 3,88. La distribution des fréquences tend à être négativement asymétrique (tableau III).

*c.f. Bibliographie, deuxième partie.

TABLEAU III

Histogramme de la distribution des scores.



La tendance à l'asymétrie négative s'explique facilement par le niveau de difficulté des item que nous avons retenus en fonction du but même du test. Les item très difficiles ont été éliminés parce qu'ils ne pouvaient servir qu'à établir des différences entre des enfants de niveau supérieur.

:) Fidélité

La consistance interne calculée selon la formule de KUDER-RICHARDSON est de .72.

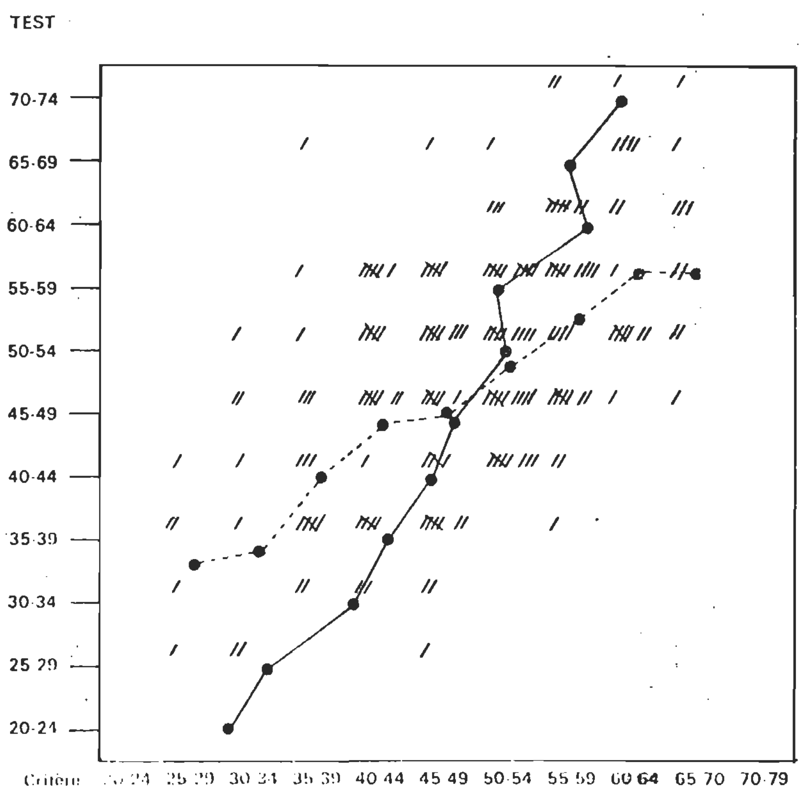
d) **Validité**

Pour établir la valeur prédictive du test, nous avons utilisé, à titre de critère, les trois formes du test de rendement en arithmétique élaboré par Anna Bonboir *.

Nous avons ensuite dressé le diagramme de la corrélation entre les résultats au critère (la cote moyenne des trois formes transformée en T scores) et les résultats au test (également convertis en T scores normalisés.)

TABLEAU IV

Diagramme de corrélation test-critère



- - - ligne de régression du critère sur le test

...... ligne de régression du test sur le critère

*c.f. A. Bonboir « Etude psychopédagogique de l'arithmétique à l'école primaire » Commission Consultative Universitaire de Pédagogie, 1964, Bruxelles.

Comme nous pouvons le constater (tableau V), la corrélation est positive. Le cas le plus déviant est celui d'un sujet qui a un haut rendement dans le test (percentile 90, T score 67) et un faible rendement dans le critère (percentile 25, T score 39). L'analyse de ce cas particulier nous apprend toutefois que l'enfant concerné double son année scolaire à la suite d'une longue maladie.

Nous avons tout lieu de croire que des facteurs autres que la « maturité » spécifique appréciée à un moment défini, interviennent ici dans l'apprentissage.

Puisque la régression obtenue est linéaire, nous avons calculé l'indice de validité à l'aide de la formule du coefficient de corrélation de Pearson et obtenu le résultat .59.

II– INFLUENCE DE CERTAINS FACTEURS DANS LE RENDEMENT AU TEST

ans notre échantillon, nous avons pris soin d'inclure des ujets des deux sexes et de différents niveaux socio-culturels. 'échantillon contient par ailleurs des sujets d'âges variés, e cinq ans et huit mois (5 ans 8 mois) à six ans et onze ıois (6 ans 11 mois) pour les enfants d'âge « normal », pour ı première année : de sept ans (7 ans) à huit ans et six ıois (8 ans 6 mois) pour les enfants qui doublaient leur nnée.

n fonction de ces données, nous avons analysé les résultats ans le but de déterminer si l'âge, le sexe et le niveau socioulturel pouvaient être considérés comme des facteurs ayant ne influence sur la performance au test.

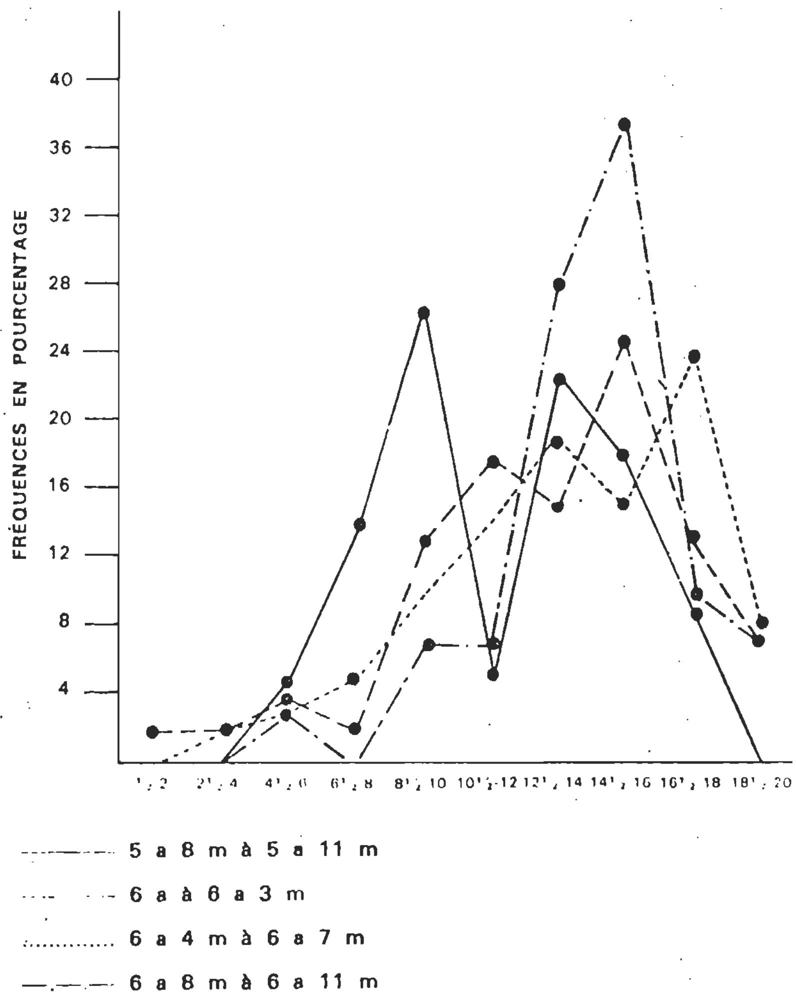
) Âge chronologique

es sujets ont été divisés en quatre (4) classes d'âge : cinq ns et huit mois (5 ans 8 mois) à cinq ans et onze mois (5 ns 11 mois) : six ans (6 ans) à six ans et trois mois (6 ans 3 ıois ; six ans et quatre mois (6 ans 4 mois) à six ans et ept mois (6 ans 7 mois) ; six ans et huit mois (6 ans 8 ıois) à six ans et onze mois (6 ans 11 mois).

Nous avons ensuite dessiné les polygones de fréquences de la distribution des scores correspondant à ces quatre classes (tableau V). La distribution des scores des enfants entre sept ans (7 ans) et huit ans et six mois (8 ans 6 mois) a été éliminée. Elle n'était pas significative pour deux raisons : le petit nombre des enfants de cet âge et l'irrégularité de la distribution.

TABLEAU V

Polygones de fréquences représentant les scores des quatre classes de sujets



La lecture de ce tableau nous permet de constater que les résultats du groupe le plus âgé sont supérieurs aux résultats des quatre groupes, et inversement, que les résultats du groupe le plus jeune sont inférieurs aux résultats des autres groupes. Cette constatation confirme l'influence de l'âge même, lors d'une différence de quelques mois seulement sur le niveau de maturité atteint par l'enfant.

2) Sexe

Les distributions de fréquences pour le groupe des garçons et pour le groupe des filles sont régulières.

Les moyennes des scores bruts des deux groupes sont cependant très rapprochées : 13,18 pour le groupe des filles et 13,06 pour le groupe des garçons.

Le sexe ne semble donc pas être un facteur influent.

3) **Niveau socio-culturel**

Pour analyser cette question, nous avons d'abord établi quatre catégories socio-culturelles à partir de la profession du père et en fonction des critères suivants : prestige social de la profession, scolarité requise, type d'activité et style de vie qui en découlent. Les catégories obtenues sont :

I) journaliers et travailleurs agricoles

II) ouvriers et employés

III) commerçants, techniciens et enseignants

IV) personnel de cadre et professions libérales

Dans le tableau qui suit (tableau VI) nous présentons d'une part les moyennes des scores bruts correspondant à chaque catégorie socio-culturelle et d'autre part les rapports critiques entre ces moyennes.

Les écarts entre les moyennes sont remarquables et les rapports critiques sont en général très significatifs, spécialement entre les catégories extrêmes.

Toutefois dans le cas des catégories III et IV, ce rapport n'est pas significatif.

TABLEAU VI

	CATÉGORIE SOCIO – CULTURELLE			
	I	II	III	IV
Nombre de sujets	22	56	49	59
Moyenne	7,98	11,91	14,48	15,12
Écart type	3,77	3,04	3,07	3,13
Rapport critique				
I	—	4,27	6,95	7,76
II	4,27	—	4,75	5,52
III	6,95	4,75	—	1,05
IV	7,76	5,52	1,05	—

La différence entre les résultats obtenus dans les deux écoles de filles vaut aussi d'être notée.

Dans l'école qui regroupe des enfants d'un niveau socio-culturel bas, la moyenne est de 10,50 alors que dans l'autre école, de niveau moyen et supérieur, la moyenne est de 13,92.

Nous pouvons donc ici conclure que ces résultats reflètent l'influence manifeste du milieu socio-culturel sur la maturité des enfants. Cette constatation est par ailleurs en accord avec les résultats d'autres études dans ce même domaine. Elle met en évidence l'importance qu'il faut accorder à la préparation des programmes d'éducation préscolaire.

BIBLIOGRAPHIE PREMIÈRE PARTIE

AEBLI, H., *Didactique psychologique*. Delachaux et Niestlé, 1951, 163p.

BELLEMARE, Thérèse, *La méthode Cuisenaire-Gattegno et le développement opératoire de la pensée*. Delachaux et Niestlé, Suisse, 1967, 167p.

DECROLY, O. *Études de psychogénèse*, Lamartin, Bruxelles, 1932, 347p.

DELOBELLE, C.M. *Les mesurations psychopédagogiques du calcul élémentaire*. Mémoire de Licence en psychologie, U.C.L., 1963.

:SCOEUDRES, Alice, *Le développement de l'enfant de deux à sept ans.* Delachaux et Niestlé, 1946, 327p.

ENES Z.P. and JEEVES, M.A., « *Thinking in structures* » Hutchinson Educational Ltd., London, 1965, 128p.

ENES A.P., « *An experimental study of mathematics learning* » Hutchinson of London, 270p.

ƚECO, P. et MORF, A., *Structures numériques élémentaires,* Bib. Scien. Internat., Étude d'Epistemologie Génétique, P.U.F., 1962, 232p.

ƚECO, P. et GRIZE, J.B., PAPERT S. et PIAGET, J., *Problèmes de la construction du nombre,* Bib. Scient. Internat., Étude d'Epistemologie Génétique, P.U.F., 1960, 217p.

ƚECO, P., INHELDER, B., MATALON, B. et PIAGET, J., *La formation des raisonnements récurrentiels.* Bib. Scien. Internat., Étude d'Epistemologie Génétique, P.U.F., 1963, 321p.

ƚECO, P. et MORF, A., *Structures numériques élémentaires.* Bib. Scien. Internat., Étude d'Epistemologie Génétique, P.U.F., 1962, 232p.

,ULIN-MANNONI, Francine, *La rééducation du raisonnement mathématique,* Les Éditions sociales françaises, Paris, 1965, 194p.

FRANÇOIS, Guy, « *A treatment hierarchy for the acceleration of substance* » In Canadian Journal of Psychology, vol. 22, no 4, august 1968, 277p.

ALARET, Gaston, présenté par *l'enseignement des mathématiques.* P.U.F., 1964, 462p.

ALARET, G., *Recherches préliminaires à la pédagogie du calcul à l'école primaire,* Delachaux et Niestlé, Paris, 1953.

ALARET, Gaston, *L'apprentissage des mathématiques.* Dessart, Ex., 1967, 260p.

AGET, J. et INHELDER, B., *La genèse des structures logiques élémentaires,* Delachaux et Niestlé, Paris, 1959, 295p.

AGET, J. et SZEMINKA, Alina, *La genèse du nombre chez l'enfant.* Delachaux et Niestlé, 3e ed. 1964, 317p.

AGET, J., BETH, E.W., DIEUDONNE, J., LICHNEROWICS, A., CHOQUET, G. et GATTEGNO, C., *L'enseignement des mathématiques.* Delachaux et Niestlé, Paris, 1955, 173p.

AGET, J. et INHELDER, Barbel, *Le développement des quantités physiques chez l'enfant.* Delachaux et Niestlé, 2e ed. 1962, 344p.

)BAUX, Annie, *Étude préliminaire à l'élaboration d'une batterie de tests pour enfants d'âge préscolaire. Item quantitatifs et numériques.* Mémoire de Licence en Psychologie, U.C.L., 1963.

\N NIEULANDE, *Les mesurations psychopédagogiques du problème d'Arithmétique.* Mémoire de Licence en Pédagogie, U.C.L., 1954.

ALLON, Henri et SAUTEREY, Rachel, « *Pluralité et nombre chez les enfants de 4 ans et demi à 7 ans* » dans Enfance, no 3, 1962, France, pp. 201-220.

DEUXIÈME PARTIE

ANASTASI, *Psychological testing*, Mc. Millan Co., New York, 1961, 2nd edition.

BARNETTE, W., LESLIE, Jr., *Readings in Psychological tests and measurements*. The Dorsey Press, Inc., Homewood, Illinois, 1964, 351p.

DAYHAW, L.T., *Manuel de Statistique*, Éditions de l'Université d'Ottawa, 1966, 3e édition.

DOWNIE, N.M., *Fundamentals of Measurement*, Oxford University Press, London, 1967, 2nd edition.

GUILFORD, *Fundamentals Statistics in Psychology and Education*, Mc Graw-Hill Book Company, 1965, 4th edition, 605p.

GUILFORD, J.P. *Psychometric methods*, Mc Graw-Hill Book Co., N.Y., 1954, 2nd edition.

GULLIKSEN, Harold, *Theory of mental test*, New York, John Wiley & Sons Inc., 1950.

HORST, Paul, *Psychological measurement and prediction*, Wadsworth Publishing Company Inc., Belmont, California, 1966, 455p.

KUDER, G.F. and RICHARDSON, M.W., *The theory of test reliability* in Psychometrika, 1937, vol. 2 no 3, p. 151-160.

LINDQUIST, E.F. (Éditeur), *Educational Measurement*, American Council of Education, 1951, Washington, 819p.

Mc CALL, William A., *Measurement*, 1940, The Macmillan Company, N.Y., 535p. C.O. 1939, 1940 2nd printing.

MOSIER, C.I. and Mc QUITTY, J.V., *Methods of item validation and abacs for item test correlation and critical ratio of upper-lower differences*, in Psychometrika, 1940, 5, p. 57-65.