

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES  
COMME EXIGENCE PARTIELLE POUR L'OBTENTION  
DE LA MAÎTRISE ÉS SCIENCES (PHYSIQUE)

PAR

RAYMOND COURTEAU

ETUDES DIÉLECTRIQUES À L'AIDE D'UNE MÉTHODE  
DE RÉSONNANCE UTILISANT L'ARRANGEMENT A TROIS TERMINAUX

DÉCEMBRE 1983

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

A ma famille

## RESUME

Nous avons réalisé un dispositif de mesure de capacités à trois terminaux par méthode de résonnance en vue d'application pour mesures de permittivité diélectrique, fonctionnant sur la bande de fréquences 50KHz- 4MHz. La caractéristique particulière de notre montage est qu'il emploie une méthode de mesure par résonnance tout en utilisant l'arrangement à trois terminaux, lequel procure pour les mesures de permittivité diélectrique une précision plus élevée que l'arrangement à deux terminaux ordinaire sur cette plage de fréquences (.05-4MHz) et permet l'utilisation de câbles coaxiaux souples pour connecter le système physique sous étude à l'appareil de mesure (car dans cette configuration la capacité entre les deux conducteurs d'un câble n'influence pas le résultat); les méthodes de résonnance sont simples et faciles à implémenter en général aux radio-fréquences, mais nécessitent l'ajout de circuits de garde additionnels pour l'emploi de l'arrangement à trois terminaux.

Nous avons fait l'essai et la caractérisation de quelques circuits de garde actifs permettant d'éliminer l'effet des impédances des terminaux indépendamment de la méthode de mesure choisie; notre réalisation finale utilise une configuration se servant d'un amplificateur d'instrumentation à composants discrets que nous avons conçu pour maintenir un point du circuit de garde à la tension de la masse.

Ce circuit de garde est employé avec un montage de comparai-

son de capacités fonctionnant selon une méthode d'oscillations spontanées: un circuit résonnant contenant soit la capacité à mesurer ou un condensateur calibré fait partie de la boucle de réaction d'un oscillateur. Cette technique évite d'avoir à faire la recherche manuelle de la résonnance et permet des mesures précises de capacités même en présence de dissipation élevée.

Nous avons effectué des tests pour déterminer les performances de notre appareil; vérification de l'élimination des impédances des terminaux, influence de conductivité sur la mesure d'une capacité; l'aptitude du montage à déterminer des paramètres de relaxation de façon précise a été vérifiée en faisant des mesures sur un réseau électrique aux paramètres connus simulant un diélectrique avec pertes.

Nous avons aussi mesuré l'influence de la longueur des câbles sur la détermination d'une impédance à trois terminaux et nous comparons les résultats avec l'étude théorique que nous avons effectuée.

Notre appareil opère de 50KHz à 4MHz, la limite supérieure provenant de résonnances parasites dans le condensateur standard. Néanmoins nous avons démontré, à toutes fins pratiques, la supériorité de l'arrangement à trois terminaux pour les mesures diélectriques pour les fréquences allant jusqu'à 10MHz, et la possibilité d'allier ses avantages avec la simplicité des méthodes de résonnance jusqu'à cette fréquence.

#### REMERCIEMENTS

J'adresse mes remerciements les plus sincères à mon directeur de thèse Docteur Tapan K. Bose; pour la confiance qu'il a su me témoigner en acceptant d'être mon directeur et en mettant à ma disposition les outils nécessaires à la réalisation de ce travail; pour son soutien constant; pour ses précieux conseils et critiques constructives lors de la recherche et de la rédaction.

Merci aussi à tous ceux du groupe de recherches en diélectriques de l'Université du Québec à Trois-Rivières pour la motivation qu'ils ont su me donner et l'intérêt suivi dont ils ont fait preuve. De même, ma reconnaissance va aux professeurs du département de physique de la même institution pour leur enseignement de qualité.

Ma reconnaissance va aussi au Conseil de la Recherche en Sciences Naturelles et en Génie, pour m'avoir octroyé une bourse d'études sans laquelle il m'aurait été très difficile d'entreprendre ce projet.

Merci finalement à tous ceux qui, de près ou de loin, ont collaboré à ce travail. Plus spécialement, à M. Jean Yves Gagnon pour son travail expérimental lors de la mise au point de notre appareil de mesure, et à mon épouse Mireille pour son dévouement, sa patience, et son aide technique lors de la réalisation des dessins.

## TABLE DES MATIERES

|  | PAGE |
|--|------|
| RESUME . . . . .   | iii  |
| REMERCIEMENTS. . . . .   | v    |
| TABLE DES MATIERES . . . . .   | vi   |
|  |      |
| INTRODUCTION . . . . .   | 1    |
| LISTE DES OUVRAGES CITES DANS L'INTRODUCTION . . . . .   | 5    |
|  |      |
| CHAPITRE I: <u>APERCU SUR LES CONCEPTS DE BASE EN</u>  |      |
| <u>DIELECTRIQUES.</u> . . . . .  | 6    |
| I.1 Définition des termes relatifs aux diélectriques. . . . .                                    | 6    |
| I.2 Mesure de la permittivité complexe d'un diélectrique. .                                      | 8    |
| I.3 Relations de dispersion, diélectrique sans pertes<br>et diélectrique de type Debye . . . . . | 11   |
| LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE I. . . . .   | 15   |
|  |      |
| CHAPITRE II: <u>IMPEDANCES A TROIS TERMINAUX: THEORIE ET</u>                                     |      |
| <u>PRATIQUE.</u> . . . . .   | 16   |
| II.1 Introduction . . . . .  | 16   |
| II.2 Impédances à trois terminaux . . . . .  | 17   |
| II.2.1 Erreurs dues aux connexions lors de la<br>mesure d'un condensateur . . . . .              | 17   |
| II.2.2 Conception des condensateurs à trois<br>terminaux. . . . .                                | 20   |

|  |    |
|--|----|
| II.2.3 Mesure d'impédances à trois terminaux. . . . .  | 22 |
| II.3 Evaluation des impédances à trois terminaux aux fréquences élevées . . . . .  | 27 |
| II.3.1 Introduction . . . . .  | 27 |
| II.3.2 Effet des impédances résiduelles aux paramètres localisés . . . . .   | 29 |
| II.3.3 Effet des impédances résiduelles distribuées .  | 35 |
| II.3.4 Comparaison des mesures à deux et à trois terminaux pour les mesures diélectriques . . . . .  | 41 |
| II.4 Méthodes actives pour éliminer les impédances des terminaux: circuits de garde . . . . .  | 46 |
| II.4.1 Introduction . . . . .  | 46 |
| II.4.2 Circuits de garde. . . . .  | 47 |
| II.4.3 Réalisation pratique d'un amplificateur d'instrumentation servant à maintenir la masse virtuelle sur une large bande de fréquences. . . . . | 57 |
| LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE II . . . . .   | 67 |

|   |    |
|---|----|
| <u>CHAPITRE III: DESCRIPTION D'UN DISPOSITIF DE MESURES DIELECTRIQUES PAR METHODE DE RESONNANCE.</u> . . . . .                        | 68 |
| III.1 Introduction. . . . .   | 68 |
| III.2 Mesure d'une capacité par méthode de résonnance . . . . .   | 70 |
| III.2.1 Principe de base . . . . .  | 70 |
| III.2.2 Méthode d'oscillations spontanées. . . . .  | 72 |
| III.2.3 Considérations sur les exigences des divers éléments d'un dispositif de mesure par méthode d'oscillations spontanées. . . . . | 79 |
| III.3 Réalisation pratique d'un dispositif de mesure par méthode d'oscillations spontanées . . . . .                                  | 86 |
| III.3.3 Description générale . . . . .  | 86 |

|   |     |
|---|-----|
| III.3.2 Description des divers éléments. . . . .  | 90  |
| LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE III. . . . .  | 102 |
|   |     |
| CHAPITRE IV: <u>RESULTATS DES TESTS, CALIBRATIONS ET MESURES</u> . . . . .  | 104 |
| IV.1 Introduction . . . . .   | 104 |
| IV.2 Tests et calibrations du montage . . . . .   | 105 |
| IV.2.1 Tests préliminaires. . . . .   | 105 |
| IV.2.2 Influence des impédances des terminaux . . . . .   | 108 |
| IV.2.3 Calibration de Cs en fonction de la fréquence. . . . .   | 113 |
| IV.2.4 Effet de la conductivité sur la mesure<br>d'une capacité . . . . .   | 119 |
| IV.3 Mesures de paramètres de relaxation et l'influence<br>de la longueur des cables. . . . .                         | 130 |
| IV.3.1 Mesures sur un réseau électrique simulant<br>un diélectrique de type Debye. . . . .                            | 130 |
| IV.3.2 Mesure de l'influence de la<br>longueur des cables. . . . .  | 139 |
| LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE IV . . . . .  | 142 |
|   |     |
| CHAPITRE V: <u>DISCUSSION</u> . . . . .   | 143 |
| LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE V. . . . .  | 154 |
|   |     |
| APPENDICES  |     |
| A: <u>L'OSCILLOSCOPE ET LE FREQUENCEMETRE</u> . . . . .   | 155 |
| B: <u>EFFET DE Cp POUR LE RESEAU ELECTRIQUE SIMULANT UNE<br/>    RELAXATION DE TYPE DEBYE.</u> . . . . .              | 157 |
| C: <u>EFFET SIMULTANE DES IMPÉDANCES DES TERMINAUX ET<br/>    LIGNES DE TRANSMISSION.</u> . . . . .                   | 161 |
| D: <u>UTILISATION D'UN MUTIPLICATEUR POUR DETECTER LA<br/>    FONDAMENTALE D'UN SIGNAL EN PRÉSENCE D'HARMONIQUES.</u> | 165 |

## INTRODUCTION

L'étude du comportement d'un diélectrique soumis à des champs variables s'effectue par différentes méthodes, selon le domaine de fréquences considéré. En particulier, aux fréquences audio (10Hz-100KHz) les mesures d'impédances par méthodes de zéro sont couramment employées parce qu'elles sont efficaces, précises, et permettent d'utiliser l'arrangement à trois terminaux sans circuit de garde additionnel [1]. L'arrangement à trois terminaux consiste à utiliser des réseaux à trois bornes et à effectuer la mesure de façon à ce que seule l'impédance directe entre deux paires de terminaux compte dans la quantité mesurée. Nous verrons dans cet ouvrage les détails concernant ce type de mesure.

Aux fréquences supérieures à 100KHz, on se sert souvent de méthodes de résonnance parce qu'elles sont simples et que les méthodes de zéro deviennent difficiles à implémenter avec une précision élevée sur une large bande de fréquences [2]. Toutefois avec les méthodes de résonnance, un dispositif connexe (circuit de garde) est nécessaire pour mesurer une "impédance à trois terminaux" sans que les impédances des terminaux influencent la mesure, et c'est pourquoi en général les mesures diélectriques au-delà de 100KHz se font à l'aide d'impédances à deux terminaux ordinaires. Or l'analyse montre que l'arrangement à trois terminaux est supérieur pour les mesures diélectriques pour les fréquences allant jusqu'à 10MHz pour plusieurs raisons;

- à cause de la difficulté de définir avec précision la valeur absolue d'une capacité à deux terminaux, l'arrangement à trois terminaux réduit le nombre d'étapes impliquées dans la calibration et en même temps les incertitudes qui s'y rattachent;

- l'arrangement à trois terminaux permet l'utilisation de câbles coaxiaux souples pour connecter le système physique sous étude à l'appareil de mesure.

Il y a aussi plusieurs autres raisons plus subtiles que nous verrons plus loin; le chapitre II fera l'objet des développements conduisant à ces affirmations.

Ceci suggère qu'il serait avantageux d'effectuer des mesures diélectriques avec un appareil qui allie la simplicité des méthodes de résonnance et les avantages de l'arrangement à trois terminaux. En effet, plusieurs systèmes physiques montrent des propriétés diélectriques qu'il faut étudier sur la bande 100KHz-10MHz, d'où l'importance de mesurer sur cette plage de fréquences avec la meilleure précision possible; mentionnons, par exemple, l'existence de composés organiques et polymères possédant des temps de relaxation de l'ordre de la micro-seconde fortement dépendants de la température [3].

C'est pourquoi notre travail a porté sur le développement d'une méthode simple et précise de mesure de capacités à trois terminaux par résonnance sur la bande de fréquences 50KHz-10MHz en vue d'application pour mesures diélectriques. Les étapes importantes furent les suivantes:

- Etudes des limitations des impédances à trois terminaux pour

les mesures diélectriques aux fréquences élevées; l'arrangement à trois terminaux est généralement réservé aux basses fréquences (<100KHz) et comporte des limitations inhérentes en fonction de la fréquence qu'il a fallu étudier avant de pouvoir l'appliquer aux mesures diélectriques au-delà de 100KHz.

- Etude des moyens pour éliminer les impédances des terminaux lors de la mesure; essais et caractérisation de circuits de garde actifs;
- Etude des méthodes de mesure par résonnance et choix d'une méthode simple et précise pouvant s'adapter aux impédances à trois terminaux;
- Réalisation d'un dispositif pour la comparaison de capacités à trois terminaux selon la méthode d'oscillations spontanées et se servant d'un amplificateur d'instrumentation comme circuit de garde actif;
- Tests et calibrations pour déterminer la précision et l'influence de divers facteurs sur la mesure;
- Mesures sur un dipole électrique simulant un diélectrique avec pertes, mesures sur l'influence de la longueur des câbles.

Le dispositif que nous avons réalisé fonctionne de 50KHz à 4MHz; la limite supérieure provient de résonnances parasites dans le condensateur standard. Néanmoins nous avons démontré, à toutes fin pratiques, la faisabilité de la méthode et la supériorité de l'arrangement à trois terminaux jusqu'à 10MHz. Les caractéristiques que nous avons obtenues pour notre appareil nous permettent de dire que nous avons montré qu'il est possible d'effectuer des mesures à trois terminaux à l'aide de méthodes de résonnance avec une précision concorrente

à celle des autres méthodes de mesure sur la bande 50KHz-10MHz, tout en ayant un système relativement simple.

Le présent ouvrage comprend 5 chapitres. Au chapitre I, nous présentons un aperçu sur les diélectriques pour introduire les concepts de base et les termes relatifs aux diélectriques qui nous seront utiles pour la suite de ce travail. Au chapitre II nous expliquons en quoi consiste l'arrangement à trois terminaux et nous exposons l'étude que nous avons réalisée sur les limitations des impédances à trois terminaux aux fréquences élevées et leur rapport avec les mesures diélectriques aux radio-fréquences. Nous verrons aussi quelques circuits de garde actifs, et nous exposons en détails celui que nous avons utilisé. Le chapitre III fera l'objet des mesures diélectriques par méthode de résonnance; nous exposerons les méthodes de résonnance en général, les méthodes d'oscillations spontanées, puis nous donnerons les détails du dispositif que nous avons réalisé. Au chapitre IV, nous présentons les résultats des test et des calibrations, ainsi que les mesures effectuées. Puis suivra, au chapitre V, une discussion sur notre travail en général. Nous donnerons aussi plusieurs améliorations dont notre dispositif pourrait faire l'objet.

LISTE DES OUVRAGES CITES DANS L'INTRODUCTION.

- [1]- VERA V. DANIEL, DIELECTRIC RELAXATION, Academic Press, New York, 1967.
- [2]- N.E. HILL, W.E. VAUGHAN, A.H. PRICE, M. DAVIES  
DIELECTRIC PROPERTIES AND MOLECULAR BEHAVIOUR, Van Nostrand Reinhold Co. London (1969).
- [3]- DIGEST OF LITERATURE ON DIELECTRICS, vol. 39, National Academy of sciences, Washington, 1975.

## INTRODUCTION

L'étude du comportement d'un diélectrique soumis à des champs variables s'effectue par différentes méthodes, selon le domaine de fréquences considéré. En particulier, aux fréquences audio (10Hz-100KHz) les mesures d'impédances par méthodes de zéro sont couramment employées parce qu'elles sont efficaces, précises, et permettent d'utiliser l'arrangement à trois terminaux sans circuit de garde additionnel [1]. L'arrangement à trois terminaux consiste à utiliser des réseaux à trois bornes et à effectuer la mesure de façon à ce que seule l'impédance directe entre deux terminaux compte dans la quantité mesurée. Nous verrons dans cet ouvrage les détails concernant ce type de mesure.

Aux fréquences supérieures à 100KHz, on se sert souvent de méthodes de résonnance parce qu'elles sont simples et que les méthodes de zéro deviennent difficiles à implémenter avec une précision élevée sur une large bande de fréquences [2]. Toutefois avec les méthodes de résonnance, un dispositif connexe (circuit de garde) est nécessaire pour mesurer une "impédance à trois terminaux" sans que les impédances des terminaux influencent la mesure, et c'est pourquoi en général les mesures de permittivité diélectrique (qu'on abrège en disant simplement "mesures diélectriques") au-delà de 100KHz se font à l'aide d'impédances à deux terminaux ordinaires. Or l'analyse montre que l'arrangement à trois terminaux est supérieur pour les mesures diélec-

triques pour les fréquences allant jusqu'à 10MHz pour plusieurs raisons;

- à cause de la difficulté de définir avec précision la valeur absolue d'une capacité à deux terminaux (nous le verrons au chapitre II), l'arrangement à trois terminaux réduit le nombre d'étapes impliquées dans la calibration et en même temps les incertitudes qui s'y rattachent;

- l'arrangement à trois terminaux permet l'utilisation de câbles coaxiaux souples pour connecter le système physique sous étude à l'appareil de mesure.

Il y a aussi plusieurs autres raisons plus subtiles que nous verrons plus loin; le chapitre II fera l'objet des développements conduisant à ces affirmations.

Ceci suggère qu'il serait avantageux d'effectuer des mesures diélectriques avec un appareil qui allie la simplicité des méthodes de résonnance et les avantages de l'arrangement à trois terminaux. En effet, plusieurs systèmes physiques montrent des propriétés diélectriques qu'il faut étudier sur la bande 100KHz-10MHz, d'où l'importance de mesurer sur cette plage de fréquences avec la meilleure précision possible; mentionnons, par exemple, l'existence de composés organiques et polymères possédant des temps de relaxation de l'ordre de la micro-seconde fortement dépendants de la température [3], en particulier le 1-Propanol sur la plage de température 150-200K [4].

C'est pourquoi notre travail a porté sur le développement d'une méthode simple et précise de mesure de capacités à trois termi-

naux par résonnance sur la bande de fréquences 50KHz-10MHz en vue d'application pour mesures diélectriques. Les étapes importantes furent les suivantes:

- Etudes des effets de l'arrangement à trois terminaux sur les mesures diélectriques aux fréquences élevées; l'arrangement à trois terminaux est généralement réservé aux basses fréquences (<100KHz) et comporte des limitations inhérentes en fonction de la fréquence qu'il a fallu étudier avant de pouvoir l'appliquer aux mesures diélectriques au-delà de 100KHz.
- Etude des moyens pour éliminer l'effet des impédances des terminaux lors de la mesure; essais et caractérisation de circuits de garde actifs;
- Etude des méthodes de mesure par résonnance et choix d'une méthode simple et précise pouvant s'adapter aux impédances à trois terminaux;
- Réalisation d'un dispositif pour la comparaison de capacités à trois terminaux selon la méthode d'oscillations spontanées et se servant d'un amplificateur d'instrumentation comme circuit de garde actif;
- Tests et calibrations à l'aide d'impédances connues pour déterminer la précision et l'influence des facteurs pouvant perturber la mesure;
- Mesures sur un dipôle électrique simulant un diélectrique avec pertes, mesures sur l'influence de la longueur des câbles.

Le dispositif que nous avons réalisé fonctionne de 50KHz à 4MHz; la limite supérieure provient de résonnances parasites dans le condensateur standard. Néanmoins nous avons démontré, à toutes fin

pratiques, la faisabilité de la méthode et la supériorité de l'arrangement à trois terminaux jusqu'à 10MHz. Les caractéristiques que nous avons obtenues pour notre appareil nous permettent de dire que nous avons montré qu'il est possible d'effectuer des mesures à trois terminaux à l'aide de méthodes de résonnance avec une précision semblable à celle des autres méthodes de mesure sur la bande 50KHz-10MHz, tout en ayant un système relativement simple.

Le présent ouvrage comprend 5 chapitres. Au chapitre I, nous présentons un aperçu sur les diélectriques pour introduire les concepts de base et les termes relatifs aux diélectriques qui nous seront utiles pour la suite de ce travail. Au chapitre II nous expliquons en quoi consiste l'arrangement à trois terminaux et nous exposons l'étude que nous avons réalisée sur les limitations des impédances à trois terminaux aux fréquences élevées et leur rapport avec les mesures diélectriques aux radio-fréquences. Nous verrons aussi quelques circuits de garde actifs, et nous exposons en détails celui que nous avons utilisé. Le chapitre III fera l'objet des mesures diélectriques par méthode de résonnance; nous exposerons les méthodes de résonnance en général, les méthodes d'oscillations spontanées, puis nous donnerons les détails du dispositif que nous avons réalisé. Au chapitre IV, nous présentons les résultats des test et des calibrations, ainsi que les mesures effectuées. Puis suivra, au chapitre V, une discussion sur notre travail en général. Nous donnerons aussi plusieurs améliorations dont notre dispositif pourrait faire l'objet.

LISTE DES OUVRAGES CITES DANS L'INTRODUCTION.

- [1]- VERA V. DANIEL, DIELECTRIC RELAXATION, Academic Press, New York, 1967.
- [2]- N.E. HILL, W.E. VAUGHAN, A.H. PRICE, M. DAVIES  
DIELECTRIC PROPERTIES AND MOLECULAR BEHAVIOUR, Van Nostrand Reinhold Co. London (1969).
- [3]- DIGEST OF LITERATURE ON DIELECTRICS, vol. 39, National Academy of Sciences, Washington, 1975.
- [4]- D.J. DENNY, J.W. RING, DIELECTRIC-RELAXATION IN THE 1-PROPANOL-2-METHYLPENTANE SYSTEM, J. Chem. Phys., vol. 39, pp. 1268-1275 (1963).

## CHAPITRE I

### APERCU SUR LES CONCEPTS DE BASE EN DIELECTRIQUES

Dans ce chapitre nous allons introduire les concepts de base et les termes qui seront utilisés au long de ce travail.

#### I.1 DEFINITION DES TERMES RELATIFS AUX DIELECTRIQUES.

Dans un diélectrique, l'application d'un champ électrique  $\underline{E}$  provoque l'apparition d'une polarisation diélectrique  $\underline{P}$ ; dans le cas d'un champ statique  $\underline{E}_0$  appliqué sur un diélectrique isotrope, la polarisation statique d'équilibre  $\underline{P}_0$  est proportionnelle à  $\underline{E}_0$ :

$$\underline{P}_0 = \chi \underline{E}_0 \quad (1.1)$$

où  $\chi$  représente la susceptibilité diélectrique. Cette polarisation doit satisfaire les équations fondamentales de Maxwell et par suite le vecteur déplacement électrique est donné, dans le système d'unités MKSA, par

$$\begin{aligned} \underline{D} &= \epsilon_0 \underline{E}_0 + \underline{P}_0 \\ &= (\epsilon_0 + \chi) \underline{E}_0 = \epsilon_0 \epsilon_s \underline{E}_0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

où  $\epsilon_s$  définie par la deuxième égalité est appelée constante diélectrique statique,  $\epsilon_0$  étant la permittivité du vide.

On distingue deux classes de diélectriques; les diélectriques non-polaires, ceux pour lesquels la polarisation provient uniquement de l'induction de dipôles à cause de la polarisabilité électronique et atomique (polarisation induite), et les diélectriques polaires, ayant un moment dipolaire permanent dont la réorientation sous l'effet d'un champ appliqué amène "la polarisation orientationnelle", en plus de la polarisation induite.

Sous l'action d'un champ électrique variable, la polarisation induite suit les variations du champ appliqué dans un temps négligeable devant les périodes des fréquences utilisées dans les mesures électriques. Par contre, la polarisation orientationnelle s'établit en général beaucoup plus lentement [1]. C'est ce qui amène la relaxation diélectrique ou, de façon équivalente, les pertes diélectriques. Ainsi, pour un champ électrique sinusoïdal de pulsation  $\omega$

$$E(t) = E(\omega) e^{j\omega t},$$

la polarisation, de même que le déplacement électrique peuvent montrer un déphasage par rapport au champ. On définit alors la constante diélectrique complexe d'un diélectrique à la pulsation  $\omega$  par une généralisation de l'équation (1.2) ;

$$D(t) = D(\omega) e^{j\omega t} = \epsilon^*(\omega) \epsilon_0 E(\omega) e^{j\omega t}$$

ou encore, si on élimine la dépendance temporelle,

$$D(\omega) = \epsilon^*(\omega) \epsilon_0 E(\omega) \quad (1.3)$$

La quantité  $\epsilon^*(\omega)$  est appelée "constante diélectrique complexe", "permittivité diélectrique relative" ou simplement "permittivité complexe". On a l'habitude de la décomposer en sa partie réelle et imaginaire de la façon suivante:

$$\epsilon^*(\omega) = \epsilon'(\omega) - j\epsilon''(\omega) \quad (1.4)$$

Un diélectrique est donc caractérisé par sa permittivité complexe en fonction de la fréquence, notée  $\epsilon^*(\omega)$ . La partie réelle, notée  $\epsilon'(\omega)$  est reliée à l'emmagasinage d'énergie sous l'effet d'un champ électrique, et la partie imaginaire, notée  $-j\epsilon''(\omega)$ , à l'absorption d'énergie (pertes diélectriques). De manière équivalente, puisque  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  sont tous deux fonction du même paramètre  $\omega$ , on peut caractériser un diélectrique par  $\epsilon''(\epsilon')$ . On appelle le graphique de  $\epsilon''$  en fonction de  $\epsilon'$  un "graphique Cole-Cole" ou simplement un "diagramme de Cole", d'après le nom de l'auteur qui l'a introduit. Souvent, un tel graphique révèle d'un simple coup d'œil des informations intéressantes sur les paramètres de la relaxation.

Mentionnons aussi l'existence d'un autre paramètre souvent utilisé, l'"angle de pertes", noté  $\delta$  et défini par

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \right) \quad (1.5).$$

## I.2 MESURE DE LA PERMITTIVITE COMPLEXE D'UN DIELECTRIQUE.

La méthode habituelle pour mesurer la permittivité complexe

d'un diélectrique est de l'insérer entre les plaques d'un condensateur et de mesurer l'admittance résultante.

En effet, pour un diélectrique inséré entre les plaques d'un condensateur, la charge accumulée est proportionnelle au déplacement électrique  $D$ , et le champ électrique  $E$  est proportionnel à la tension  $V$  à ses bornes. Ainsi, pour une excitation sinusoïdale, nous avons à l'aide de la relation (1.3):

$$Y(\omega) = \frac{I(\omega)}{V(\omega)}$$

$$\propto \frac{\frac{\delta D(\omega)}{\delta t}}{E(\omega)}$$

$$\propto j\omega \frac{D(\omega)}{E(\omega)} = j\omega \epsilon^* \epsilon_0 .$$

Si  $Y_0(\omega)$  est l'admittance du condensateur en l'absence de diélectrique ( $\epsilon^*=1$ ), alors

$$\frac{Y(\omega)}{Y_0(\omega)} = \epsilon^*(\omega) \quad (1.6) .$$

$Y_0$  est donnée par

$$Y_0(\omega) = j\omega C_0 ,$$

$C_0$  étant la 'capacité géométrique' ou capacité à vide en l'absence de diélectrique. Si l'on décompose  $Y(\omega)$  de la façon suivante

$$Y(\omega) = j\omega C + G ,$$

des relations (1.4) et (1.6) il vient que

$$\epsilon' = \frac{C}{C_0} \quad (1.7a)$$

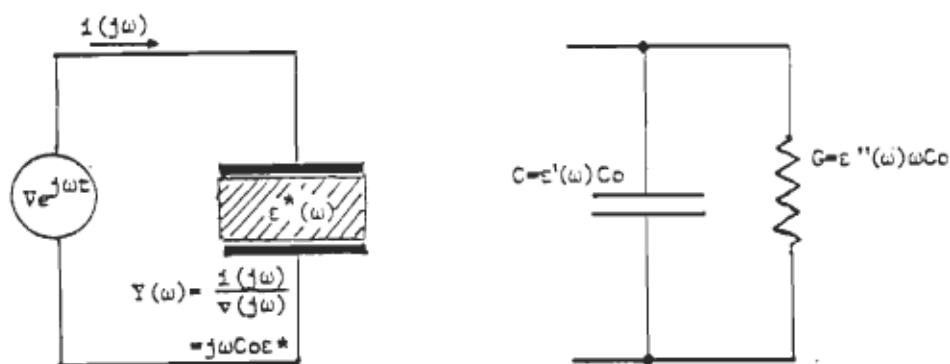
$$\epsilon'' = \frac{G}{\omega C_0} \quad (1.7b)$$

Ainsi, nous avons pour  $Y(\omega)$ ,

$$Y(\omega) = j\omega C_0 \epsilon' + \omega C_0 \epsilon'' \quad (1.8)$$

Ceci est schématisé dans la figure I.1 ci-dessous.

La mesure de la permittivité complexe d'un diélectrique se ramène donc à mesurer l'admittance ou l'impédance complexe présentée par un condensateur ayant le diélectrique entre ses plaques. Notons que ceci est valide pour les fréquences telles que les longueurs en jeu sont beaucoup plus petites que la longueur d'onde dans le diélectrique, de sorte que l'on puisse considérer le condensateur comme une



- a) Le courant de régime permanent  $i(j\omega)$  pour une tension appliquée  $v(j\omega)$  de pulsation  $\omega$ .

- b) Circuit équivalent parallèle à la fréquence angulaire  $\omega$  d'un condensateur avec diélectrique entre ses plaques.

Figure I.1

"impédance à constantes localisées", ce qui en général est vrai jusqu'aux fréquences de l'ordre de 100MHz [2]. La mesure de la permittivité aux fréquences supérieures doit être effectuée en confinant le diélectrique dans une ligne coaxiale, une cavité ou un guide d'onde et en considérant les différents éléments comme des "impédances à constantes réparties". Dans ce cas les équations reliant les quantités mesurées à la permittivité sont plus complexes, et comme les circuits à constantes localisées couvrent amplement la bande de fréquences qui nous intéresse, nous négligerons dans ce travail l'effet de la grandeur non-nulle des éléments, sauf dans la section II.2.3 où nous évaluerons l'influence de la longueur non négligeable des câbles servant à faire les connexions.

### I.3 RELATIONS DE DISPERSION, DIELECTRIQUE SANS PERTES ET DIELECTRIQUE DE TYPE DEBYE.

En général,  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  dépendent de la fréquence, donc C et G dans la figure I.1b dépendent aussi de la fréquence. Toutefois, on peut montrer que  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  ne sont pas tout à fait indépendantes l'une de l'autre. Elles sont en effet liées par des relations de dispersion aussi appelées "relations de Kramers-Kronig", obtenues à partir des conditions d'analyticité et de causalité pour  $\epsilon^*(\omega)$  [1]. Ces relations sont

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon'(\theta) + \frac{\omega}{\pi} \operatorname{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon''(\omega')}{\omega'(\omega' - \omega)} d\omega' \quad (1.9a)$$

$$\epsilon''(\omega) = \epsilon''(\theta) + \frac{\omega}{\pi} \operatorname{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon'(\omega')}{\omega'(\omega' - \omega)} d\omega' \quad (1.9b)$$

A titre d'exemple, pour illustrer ce que nous avons dit dans ce chapitre, nous allons examiner deux cas particulièrement simples: cas d'un diélectrique sans pertes et cas d'un diélectrique de type Debye.

Diélectrique sans pertes: Un diélectrique sans pertes est caractérisé par  $\epsilon''(w)=0$ . Seulement les substances non-polaires, pour lesquelles la polarisation est due uniquement aux dipôles induits, ne montrent pas de pertes diélectriques.

De la relation (1.9a), nous devons avoir

$$\epsilon'(w) = \epsilon'(0) ,$$

c'est à dire que  $\epsilon'$  ne dépend pas de la fréquence. Par suite, d'après (1.8), le circuit équivalent d'un condensateur ayant un diélectrique sans pertes entre ses plaques est simplement une pure capacité de valeur  $\epsilon'_{\text{Co}}$ . Le diagramme de Cole se résume en un point sur l'axe  $\epsilon'$ , à l'endroit  $\epsilon'(0)$ .

Diélectrique de type Debye: Dans le cas où le mécanisme de polarisation provient de la polarisabilité électronique et atomique et de l'orientation de dipôles permanents (corps polaire), on n'a plus en général  $\epsilon''(w)=0$ , et il n'existe plus nécessairement de relation simple entre  $\epsilon'(w)$  et  $w$ , comme dans le cas précédent. Toutefois, si la polarisation, sous l'action subite d'un champ électrique, tend vers sa valeur d'équilibre de façon exponentielle avec une constante de temps  $T$  alors le diélectrique est dit de type Debye et la permittivité est donnée par

$$\epsilon^*(w) = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_s - \epsilon_{\infty}}{1 + j\omega T} \quad (1.10)$$

où  $\epsilon_s$  et  $\epsilon_\infty$  sont des constantes et donnent les valeurs limites de la permittivité à basse et à haute fréquence respectivement.  $T$  est appelé "temps de relaxation". On peut vérifier que cette forme pour  $\epsilon^*(\omega)$  satisfait bien les relations de dispersion (1.9).

Séparant les parties réelles et imaginaires de  $\epsilon^*(\omega)$ ,  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  sont donnés par

$$\epsilon' = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 T^2} \quad (1.11a)$$

$$\epsilon'' = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega T}{1 + \omega^2 T^2} \quad (1.11b)$$

La figure I.2a et b montre le graphique de  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  en fonction de  $\omega$ . A la figure I.2c nous avons le diagramme de Cole, qui est ici un demi-cercle centré sur  $1/2(\epsilon_s + \epsilon_\infty)$ . Le circuit équivalent parallèle à la fréquence angulaire  $\omega$  devient, tel que montré à la figure I.2d,

$$C = C_0 [ \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 T^2} ] \quad (1.12a)$$

$$G = G_0 [ \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega^2 T}{1 + \omega^2 T^2} ] \quad (1.12b)$$

Le diélectrique de type Debye est le seul cas, avec le diélectrique sans pertes, où l'on peut facilement obtenir le circuit équivalent indépendant de la fréquence représentant un condensateur avec le diélectrique entre ses plaques. Il est donné à la figure I.2e.

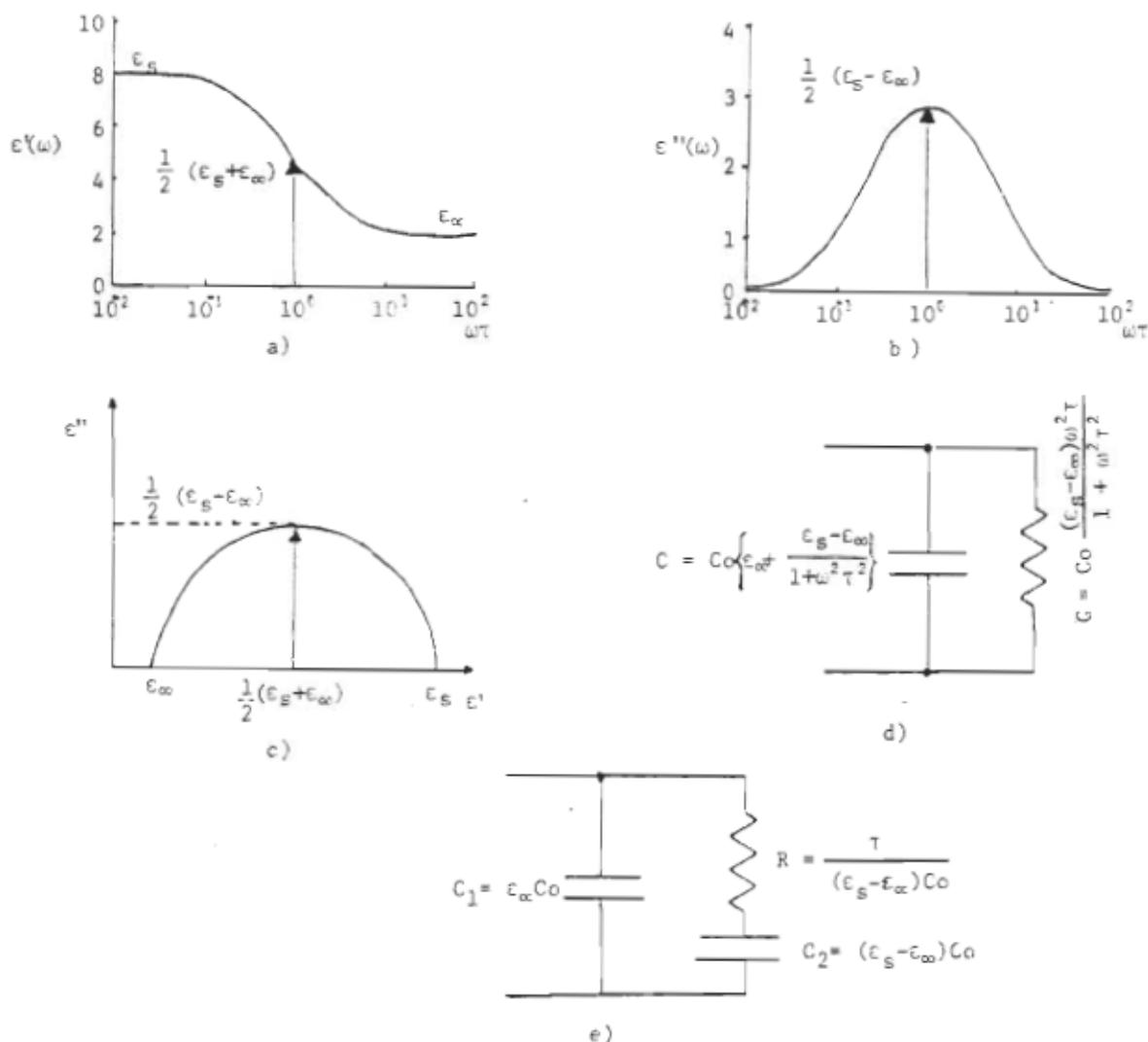


Figure 1.2: a), b) et c): Courbes représentatives de  $\epsilon'(\omega)$ ,  $\epsilon''(\omega)$ , et  $\epsilon''(\epsilon')$  pour un diélectrique de type Debye.

d) Circuit équivalent parallèle à la fréquence angulaire  $\omega$  pour un condensateur contenant un diélectrique de type Debye.

e) Circuit équivalent indépendant de la fréquence.

LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE I.

[1]- C.J.F. BOTTLER, P. BORDEWIJK, THEORY OF ELECTRIC POLARISATION  
VOLUME II:DIELECTRICS IN TIME DEPENDENT FIELDS, Elsevier  
Scientific Publishing Co. (1978).

[2]- J.R. REITZ, F.J. MILFORD, FOUNDATIONS OF ELECTROMAGNETIC THEORY,  
Addison-Wesley Publishing Co. (1967).

## CHAPITRE II

### IMPEDANCES A TROIS TERMINAUX: THEORIE ET PRATIQUE.

#### II.1 INTRODUCTION.

Nous avons vu au chapitre I que pour mesurer la permittivité complexe d'un diélectrique, on mesure l'impédance complexe d'un condensateur ayant le diélectrique entre ses plaques. Or, les mesures précises d'impédances exigent souvent l'élimination d'éléments de nature parasitaire, d'où l'introduction des impédances à trois terminaux et à quatre paires de terminaux.

Aux fréquences audio, les mesures diélectriques précises sont habituellement réalisées à l'aide de ponts à transformateur à trois terminaux. Des appareils commerciaux basés sur ce principe sont disponibles, offrant des précisions très élevées. Par contre, pour les fréquences supérieures à 100KHz, l'effet d'impédances résiduelles dues au comportement non idéal du transformateur devient de plus en plus important et le pont à transformateur devient difficile à réaliser. Les méthodes de résonnances sont alors très utilisées parce qu'elles permettent de couvrir une large bande de fréquences avec une grande sensibilité en ayant un appareil relativement simple, donc de réalisation plus facile.

Toutefois, les méthodes de résonnance ne permettent pas

directement la mesure d'impédances à trois terminaux, puisqu'il ne s'agit pas de méthode de zéro et que l'ajout d'un circuit de garde devient alors nécessaire; c'est pourquoi l'arrangement à trois terminaux n'est pas utilisé en général aux radio-fréquences. Or, comme nous le verrons plus loin, les impédances à trois terminaux permettent des arrangements plus flexibles et plus précis pour des mesures diélectriques, pour les fréquences pouvant aller jusqu'à 10MHz. Nous avons donc développé un moyen pour la mesure d'impédances à trois terminaux fonctionnant jusqu'à 10MHz, et permettant d'utiliser les méthodes de résonnance.

Dans ce chapitre, nous voyons d'abord à la section II.2 les limitations des impédances à deux terminaux ordinaires, pour ensuite introduire les impédances à trois terminaux, et le principe de mesure. À la section II.3 nous exposons les erreurs qu'apporte l'arrangement à trois terminaux pour les mesures diélectriques aux fréquences élevées. À la section II.4 nous montrerons comment, à l'aide de circuits de garde actifs, il est possible d'éliminer l'effet des impédances des terminaux de façon automatique, et nous exposerons en détails la méthode que nous avons choisie qui nous permet d'effectuer des mesures jusqu'à 10MHz.

## II.2 IMPÉDANCES A TROIS TERMINAUX.

### II.2.1 Erreurs dues aux connexions lors de la mesure d'un condensateur:

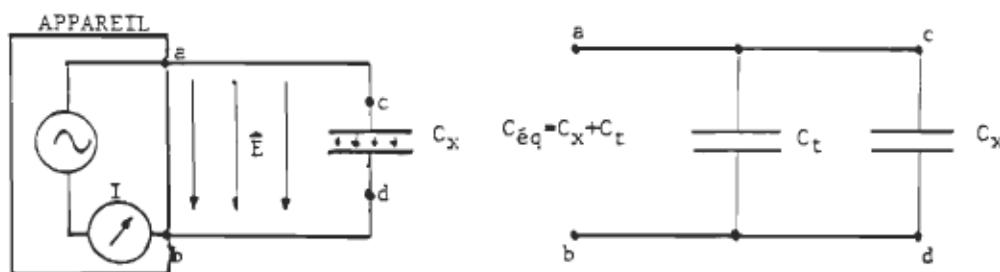
La mesure d'une impédance implique de façon générale la

mesure simultanée de la tension à ses bornes et du courant qui y circule. Considérons le cas schématisé à la figure II.1a: à l'aide d'un appareil qui mesure l'impédance présente entre ses bornes a et b, nous voulons mesurer l'impédance  $C_x$  entre les bornes c et d. Pour ce faire, nous utilisons des conducteurs pour relier les bornes ac et bd. Etant donné que ces conducteurs sont à une distance finie l'un de l'autre et qu'une différence de potentiel  $V$  existe entre eux, un champ électrique s'établit, tel que montré à la figure II.1a.

En régime alternatif, il faudra fournir un courant supplémentaire pour établir ce champ; ainsi, l'appareil de mesure voit entre les bornes a et b une capacité supplémentaire notée  $C_t$ , en parallèle avec la capacité  $C_x$  entre les bornes c et d. On devra donc apporter une correction à la mesure effectuée, soit

$$C_x = C_{mes} - C_t ,$$

où  $C_{mes}$  désigne la capacité mesurée par le système entre a et b, et  $C_t$  désigne la capacité des terminaux.



a) Schéma montrant la mesure d'un condensateur à deux terminaux et l'effet des connexions. b) Circuit équivalent vu par l'appareil de mesure entre les bornes a et b .

Figure II.1

Cet effet est inévitable lorsqu'on veut utiliser ou mesurer un condensateur à deux terminaux. Or, la capacité supplémentaire  $C_t$  est affectée par l'environnement et la méthode de connexion utilisée. Ainsi, l'incertitude sur  $C_x$  sera de l'ordre de quelques dixièmes de picofarad si la géométrie de l'environnement et des connexions n'est pas spécifiée avec suffisamment de précision [1].

On peut éliminer l'effet de l'environnement sur  $C_t$  en effectuant les connexions de façon à ce qu'un des conducteurs entoure complètement l'autre et en maintenant une géométrie fixe, c'est à dire employer des conducteurs rigides, comme schématisé à la figure II.2 . On peut alors en principe effectuer une calibration en mesurant la valeur de  $C_t$  avec  $C_x$  déconnectée. Toutefois, la valeur de  $C_t$  est perturbée quand on effectue sa mesure en l'absence de  $C_x$  puis quand  $C_x$  est connectée: à cause des effets de bout présents dûs au changement de géométrie, l'incertitude sur la valeur de  $C_t$  pourra approcher, dans de bonnes conditions, .03pF [2]. Quand à la capacité  $C_x$ , on ne pourra pas lui attribuer une valeur absolue avec une précision meilleure que .03pF, sa valeur effective dépendant du type de connection choisi.

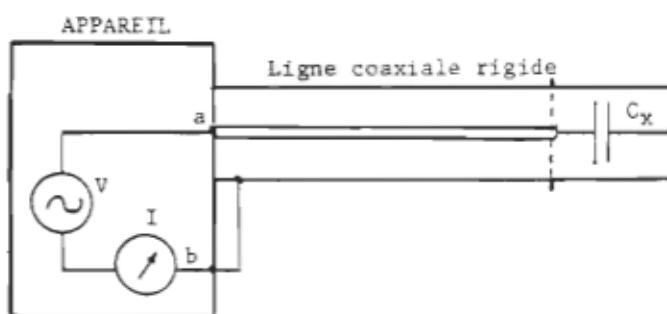


Schéma montrant comment on peut éliminer l'effet de l'environnement sur la capacité des terminaux.

Figure II.2

### III.2.2 Conception des condensateurs à trois terminaux.

Nous avons vu à la section II.2.1 que la mesure d'un condensateur à deux terminaux est entachée d'une erreur; pour des condensateurs de 100pF ou plus, la valeur de la capacité peut être bien définie à une précision de quelques centièmes de %, si les terminaux et la méthode de connexion utilisée pour la calibration sont spécifiés [1]. Pour des capacités plus faibles ou pour une meilleure précision, le condensateur à deux terminaux devient inutilisable et on se sert alors de l'arrangement à trois terminaux.

Le principe consiste à blindier complètement au moins une des bornes du condensateur à l'aide d'un écran conducteur, comme illustré à la figure II.3a . Le condensateur aura maintenant trois bornes appelées H, L et G, et on parlera alors de "condensateur à trois terminaux". Si on effectue la mesure de la manière indiquée à la figure II.3a, c'est à dire qu'au moins un des conducteurs servant aux connexions est complètement blindé par un écran connecté à la borne G du condensateur et au point commun de la source de tension et de l'ampèremètre, alors il n'y aura pas de lignes de champ allant directement du conducteur H au conducteur L, sauf pour la partie du condensateur où les deux conducteurs ne sont pas blindés. De plus, si on considère l'ampèremètre comme étant idéal, la borne L est au même potentiel que l'écran, et ainsi il n'y a pas de champ qui s'établit entre ces deux conducteurs. Notons que le courant requis pour établir le champ existant entre H et l'écran ne passe pas par l'ampèremètre. Le seul courant mesuré est donc celui passant par la capacité Cx.

La situation est schématisée à la figure II.3b; le circuit équivalent consiste en une capacité  $C_x$  entre les bornes H et L, appelée "capacité directe", et des capacités des terminaux  $C_{HG}$  et  $C_{LG}$  entre les bornes H-G et L-G respectivement. Puisque  $I_{LG} = 0$ , alors

$$\begin{aligned} I_{mes} &= \text{courant passant dans } C_x \\ \text{et } V &= \text{tension aux bornes de } C_x . \end{aligned}$$

Ainsi, l'impédance mesurée, définie par

$$Z_{mes} = V/I_{mes} ,$$

est bien égale à  $-j/\omega C_x$ , indépendamment des capacités des terminaux.

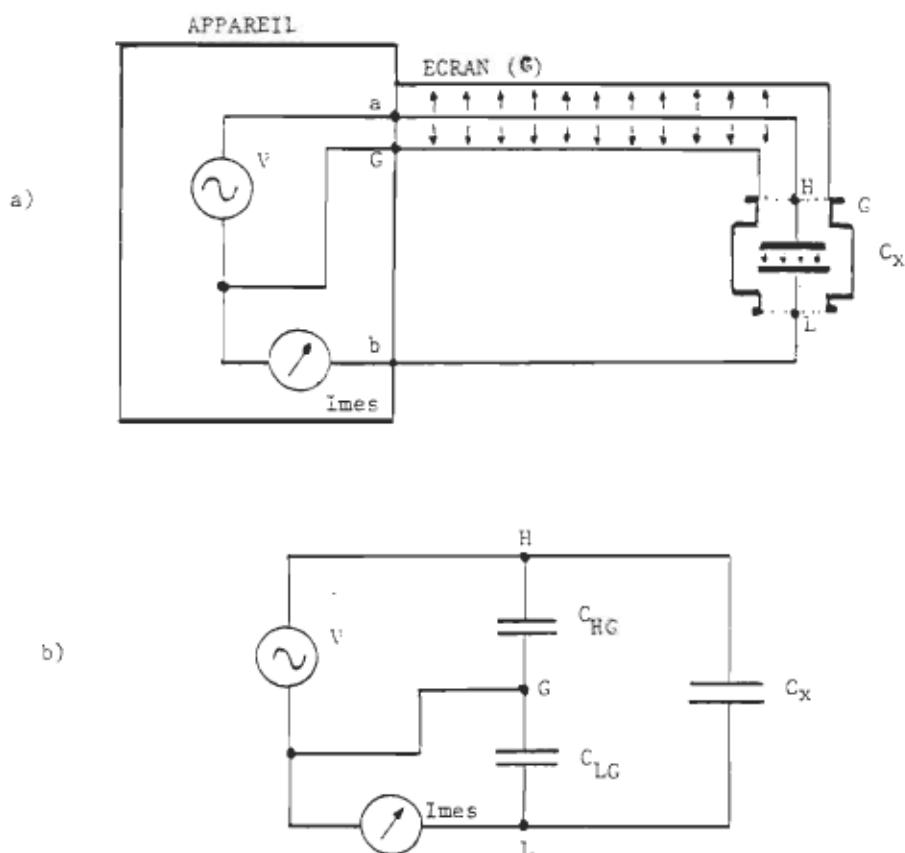


Figure II.3: a) Schéma montrant un condensateur à trois terminaux et sa mesure.

b) Circuit équivalent.

L'arrangement à trois terminaux apporte plusieurs avantages:

- La capacité directe  $C_x$  peut être définie avec une précision théoriquement illimitée; il n'y a plus d'incertitude à cause de la variation de capacités de terminaux.

- Les capacités des terminaux n'entrent pas dans la mesure. Par suite, la mesure n'est pas perturbée par l'environnement ou par la géométrie des connexions. On peut ainsi utiliser des câbles coaxiaux souples pour les connexions, chose qui limiterait beaucoup la précision dans le cas de mesures à deux terminaux.

- La borne G du condensateur consiste normalement en son boîtier; en choisissant de façon appropriée la géométrie de ce boîtier, on a un contrôle sur la production d'un  $C_x$  déterminé. Par exemple, la capacité directe  $C_x$  peut être faite aussi petite que l'on veut en entourant presque complètement les terminaux H et L avec l'écran (la borne G); ceci peut être intéressant pour réaliser des capacités standard de faible valeur, ou pour s'assurer que la capacité directe  $C_x$  couvre seulement une région localisée de l'espace, comme pour une cellule à échantillons diélectriques.

Pour toutes ces raisons, l'arrangement à trois terminaux permet des mesures plus précises et plus flexibles pour les mesures diélectriques. Par contre, l'appareil utilisé devra posséder la caractéristique d'exclure les capacités des terminaux de la mesure, c'est à dire maintenir la borne L au même potentiel que l'écran et ne pas tenir compte du courant circulant dans  $C_{HG}$ . Ceci impose des restrictions quand à la méthode de mesure choisie.

### II.2.3 Mesure d'impédances à trois terminaux;

Pour des raisons techniques, la méthode utilisée pour effectuer une mesure d'impédance est rarement celle illustrée dans les figures précédentes (II.1, II.2, II.3). Pour illustrer comment, en pratique, les capacités des terminaux sont éliminées de la mesure, nous allons examiner un appareil abondamment utilisé pour la mesure de capacités à trois terminaux aux fréquences audio: le pont de capacités à transformateur. Puis suivront des considérations générales sur la mesure d'impédances à trois terminaux.

#### a) Pont de capacités à transformateur:

Le principe est illustré à la figure II.4 ; la capacité à mesurer  $C_x$  et une capacité connue  $C_s$  sont soumises à des tensions en opposition de phase et dans un rapport connu ( $n$ ) à partir du secondaire d'un transformateur ayant un point commun auquel les tensions sont référencées. Un détecteur est placé entre la jonction  $C_x-C_s$  et le point commun.

Si le pont est balancé de façon à ce que le courant dans le détecteur soit nul, alors les courants dans les capacités directes  $C_x$  et  $C_s$  doivent être égaux et l'équation de balance est

$$C_x/C_s = n .$$

Une capacité en parallèle avec le détecteur, telle  $C_{LG}$  n'a pas d'effet sur la mesure, étant donné qu'il n'y a pas de différence de potentiel à ses bornes quand le pont est balancé. Une capacité en parallèle avec le secondaire du transformateur, telle  $C_{HG}$ , aura un

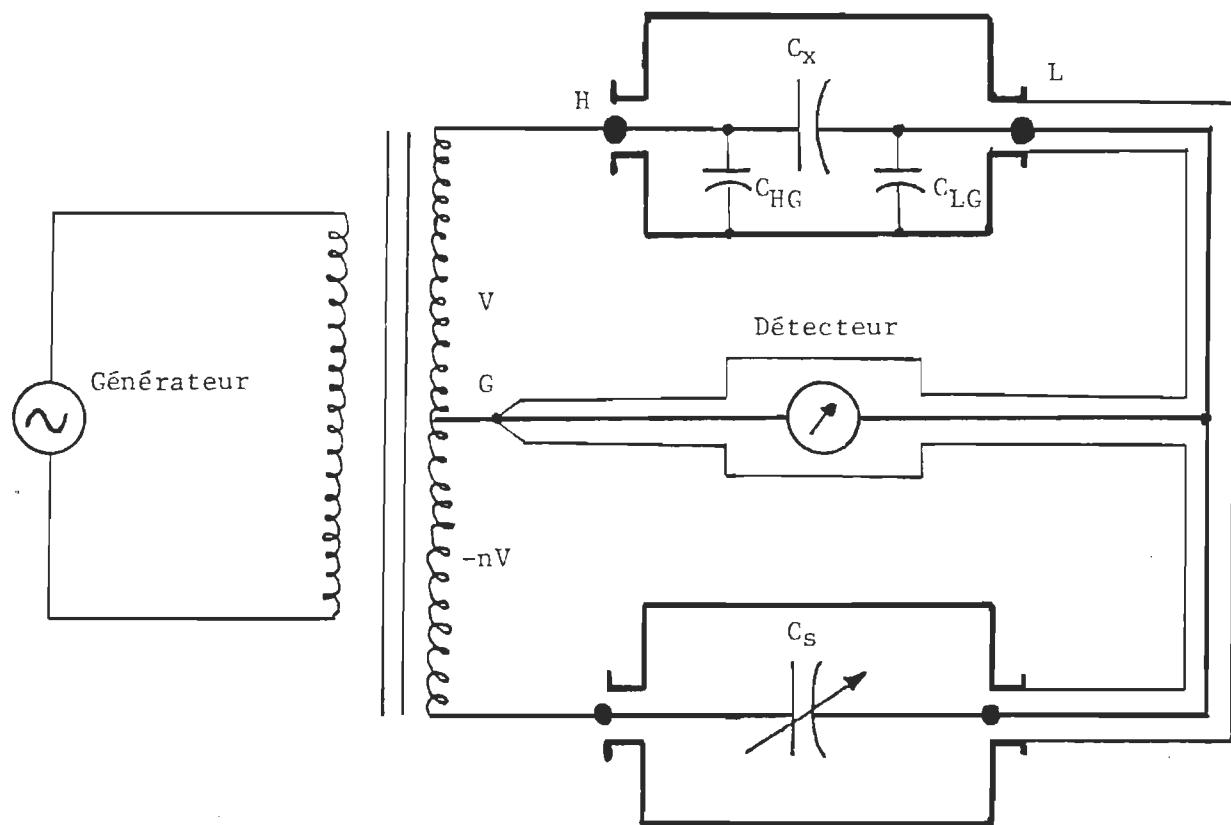


Figure II.4: Schéma d'un pont de capacités à transformateur avec capacités à trois terminaux connectées pour la mesure.

effet négligeable sur la tension appliquée à  $C_x$  si l'impédance de sortie du transformateur est suffisamment petite devant l'impédance de la capacité  $C_{HG}$ .

Cet arrangement est très employé aux fréquences audio parce que le transformateur permet des rapports de tension très précis et stables [3]. On peut ainsi comparer des capacités avec des précisions de l'ordre de quelques parties par million, même en présence de capacités de terminaux beaucoup plus élevées que la capacité à mesurer. Toutefois, aux fréquences supérieures à 100KHz, les impédances résiduelles des enroulements (inductance de fuite, résistance de l'enroulement) limitent la précision des rapports de tensions à cause de la charge supplémentaire des capacités des terminaux. Les appareils commerciaux basés sur ce principe fonctionnent généralement sur la bande 10Hz-100KHz. Au delà de 100KHz, les ponts d'impédance commerciaux ne permettent pas la mesure d'impédances à trois terminaux.

b) Considérations générales sur la mesure d'impédances à trois terminaux:

Nous venons de voir que nous pouvons éliminer l'effet des capacités des terminaux lors de la mesure d'un condensateur. Or, ce traitement ne vaut pas que dans le cas où les impédances en jeu sont seulement capacitatives; on peut, par le même principe, éliminer l'effet des "impédances des terminaux" (on utilisera simplement l'expression "éliminer les impédances des terminaux") lors de la mesure d'une impédance en général. On parle alors d'"impédance à trois terminaux", définie comme un réseau à trois bornes (figure II.5) pour lequel la

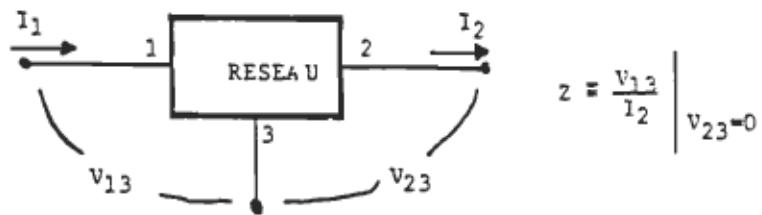


Figure 11.5: Schéma montrant la définition d'une impédance à trois terminaux.

quantité d'intérêt est donnée par

$$Z_x \equiv \frac{V_{13}}{I_2} \quad | \quad V_{23} = 0 \quad (2.1)$$

Nous avons vu que la mesure d'un condensateur à trois terminaux se fait en blindant complètement au moins un des conducteurs. En pratique cependant, on a intérêt à blinder complètement les deux conducteurs pour éviter le couplage avec d'autres sources [1].

De plus, l'écran sera habituellement constitué par le boîtier de l'impédance à trois terminaux, l'extérieur de câbles coaxiaux et de connecteurs, et de ce fait sera exposé à l'environnement. Aussi avons-nous intérêt à ce que le blindage soit mis à la terre. Le système de mesure devra donc faire en sorte que la borne L soit maintenue au même potentiel que la terre. On dit alors que la borne L est à la "masse virtuelle", pour indiquer qu'elle est au même potentiel que la masse mais qu'il n'y a aucune connexion directe, et que l'appareil doit "maintenir la masse virtuelle" à la borne L.

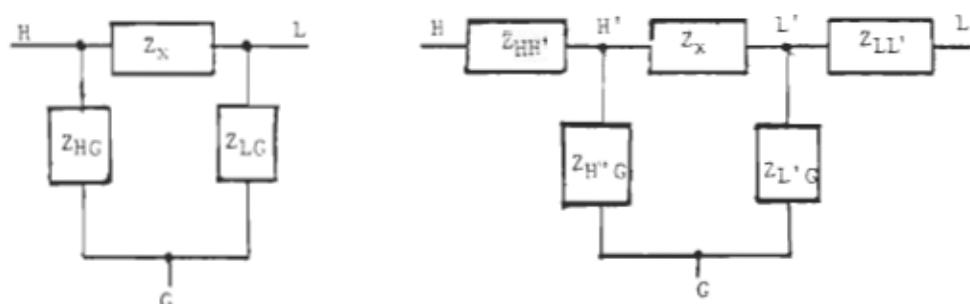
III.3 EVALUATION DES IMPÉDANCES À TROIS TERMINAUX AUX FREQUENCES ELEVÉES.

III.3.1 Introduction:

Nous avons vu à la section précédente que la valeur mesurée pour une impédance à trois terminaux, définie par l'équation (2.1) ne dépend pas des impédances des terminaux. Ceci sera vrai pour un réseau du type de la figure II.6a, qui est représentatif de ce que nous avons considéré jusqu'à maintenant; en effet, nous aurons alors

$$Z_{mes} \equiv \left. \frac{V_{HG}}{I_L} \right|_{V_{LG}=0} = Z_x .$$

Mais ce type de réseau représente une idéalisation: en effet, nous avons assumé implicitement que les conducteurs utilisés pour effectuer les connexions ne présentaient aucune impédance série. Ceci peut être une supposition valide à basse fréquence, un conducteur typique



- a) Schéma montrant une impédance à trois terminaux idéale pour laquelle  $Z_{mes}=Z_x$ .      b) Type d'impédance à trois terminaux qu'il faut considérer aux fréquences élevées.

Figure II.6

présentant alors effectivement une très faible impédance série devant les composants ordinaires d'un réseau. Mais à mesure que la fréquence augmente, nous savons qu'un conducteur présente entre ses deux bouts une résistance qui croît comme la racine carrée de la fréquence, et une inductance de plus en plus importante [4]. De plus, la propagation des ondes électromagnétiques le long d'un conducteur ne se fait pas de façon instantanée [5] et aux fréquences élevées les câbles doivent être considérés comme des lignes de transmission.

La figure II.6b représente un type d'impédance à trois terminaux plus réaliste. Pour ce réseau, l'impédance mesurée, définie par (2.1) n'est plus égale simplement à  $Z_x$  pour plusieurs raisons;

- à cause du courant circulant dans l'impédance  $Z_{LL'}$ , la borne L' n'est pas à la masse; par suite, une tension existe aux bornes de  $Z_{L'G}$  et le courant mesuré n'est plus égal au courant dans  $Z_x$ ;
- la tension aux bornes de  $Z_x$  n'est plus égale à V à cause de la chute de potentiel dans  $Z_{LL'}$  et  $Z_{HH'}$ .

Les impédances  $Z_{LL'}$  et  $Z_{HH'}$  peuvent provenir des connecteurs à cause de la discontinuité électrique qu'ils présentent, de la résistance et l'inductance présentée par les conducteurs aux fréquences élevées à cause de l'effet de peau, etc. On considère normalement que ce sont des paramètres dépendant de la géométrie de l'impédance elle-même. L'effet des lignes de transmission sur la mesure ne peut pas être visualisé aussi simplement, mais le même genre de problèmes survient.

Dans notre cas, le paramètre qui nous intéresse est non pas

l'impédance telle que définie par l'équation (2.1), mais bien la mesure de l'impédance  $Z_x$ . La quantité mesurée ( $Z_{mes}$ ) sera donc en général différente de la quantité d'intérêt ( $Z_x$ ), et nous considérons que cette différence constitue une erreur sur la mesure. A cause de ces effets qui peuvent devenir importants quand la fréquence augmente, on doit d'abord effectuer l'étude des erreurs commises avant d'appliquer les impédances à trois terminaux pour les mesures diélectriques aux radio-fréquences.

Nous allons examiner séparément l'effet de chaque type d'erreur sur la mesure d'impédances à trois terminaux, puis nous discuterons le cas particulier des mesures diélectriques.

### II.3.2 Effet des impédances résiduelles aux paramètres localisés:

Considérons le cas présenté à la figure II.7, où nous effectuons la mesure d'une impédance à trois terminaux présentant les impédances résiduelles  $Z_{LL'}$ , et  $Z_{HH'}$ , à ses terminaux.

Puisque  $V_L = 0$ , on peut écrire :

$$I_{mes} = V_L / Z_{LL'} \quad (2.2)$$

Le réseau constitué de  $Z_{LL'}$ ,  $Z_{L'G}$ ,  $Z_x$  forme un diviseur de tension pour  $V_{H'}$ . Par suite,

$$V_{L'} = V_{H'} \frac{Z_{L'G} // Z_{LL'}}{(Z_{L'G} // Z_{LL'}) + Z_x} \quad (2.3)$$

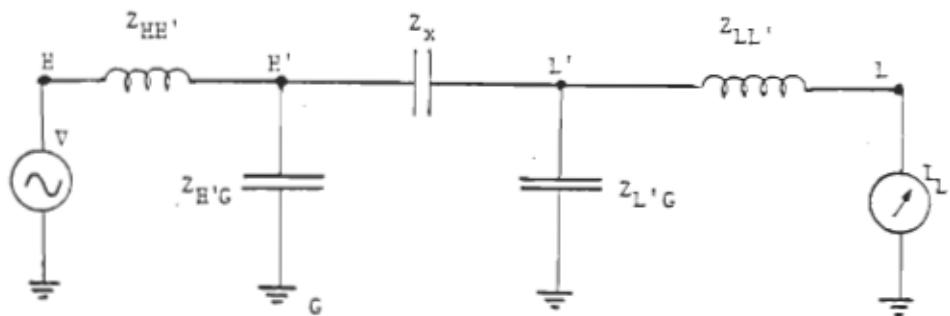


Figure III.7: Mesure d'une impédance à trois terminaux en présence d'impédances résiduelles en série avec les terminaux.

où le symbole // désigne "en parallèle avec"; ainsi,  $Z_a // Z_b$  vaut

$$Z_a // Z_b = \frac{Z_a Z_b}{(Z_a + Z_b)} .$$

De même, le réseau constitué de  $Z_{HH'}$  et toutes les autres composantes forme un diviseur de tension pour  $V_H$ ;

$$V_{H'} = V_H \frac{Z_{H'G} // (Z_x + Z_{L'G} // Z_{LL'})}{Z_{H'G} // (Z_x + Z_{L'G} // Z_{LL'}) + Z_{HH'}} \quad (2.4)$$

Portant l'équation (2.4) dans (2.3), puis le résultat dans (2.2), après réarrangement on obtient

$$Z_{mes} = \frac{V_H}{I_L} = [Z_x + Z_{L'G} // Z_{LL'} + Z_{HG} // Z_{HH'}](1 + \frac{Z_{LL'}}{Z_{L'G}})(1 + \frac{Z_{HH'}}{Z_{H'G}}) . \quad (2.5)$$

Cette équation pourrait éventuellement servir à apporter des corrections à la mesure effectuée, connaissant les valeurs de  $Z_{H'G}$ ,

$Z_{HH'}$ ,  $Z_{L'G}$ ,  $Z_{LL'}$  à la fréquence de mesure. Mais son intérêt ici est de nous permettre d'évaluer jusqu'à quelle fréquence et sous quelles conditions les mesures seront suffisamment précises pour justifier d'employer l'arrangement à trois terminaux.

Généralement, l'effet prédominant est, comme suggéré à la figure II.7;

$$\begin{aligned} Z_{H'G} &= -j/\omega C_{H'G} & Z_{HH'} &= j\omega L_{HH'} \\ Z_{L'G} &= -j/\omega C_{L'G} & Z_{LL'} &= j\omega L_{LL'} \end{aligned}$$

Ainsi, en terme de ces impédances, nous avons

$$\begin{aligned} Z_{H'G}/Z_{HH'} &= \frac{j\omega L_{HH'} - j/\omega C_{H'G}}{j\omega L_{HH'} + j/\omega C_{H'G}} = \frac{-j}{\omega C_{H'G} \left(1 - \frac{1}{\omega^2 L_{HH'} C_{H'G}}\right)} \\ \frac{Z_{HH'}}{Z_{H'G}} &= \frac{j\omega L_{HH'}}{-j/\omega C_{H'G}} = -\omega^2 L_{HH'} C_{H'G} \end{aligned}$$

De même,

$$\begin{aligned} Z_{L'G}/Z_{LL'} &= \frac{-j}{\omega C_{L'G} \left(1 - \frac{1}{\omega^2 L_{LL'} C_{L'G}}\right)} \\ \frac{Z_{LL'}}{Z_{L'G}} &= -\omega^2 L_{LL'} C_{L'G} \end{aligned}$$

et l'équation (2.5) devient

$$Z_{mes} = [Z \times -\frac{j/\omega C_{L'G}}{1 - \frac{1}{\omega^2 L_{LL'} C_{L'G}}} - \frac{j/\omega C_{H'G}}{1 - \frac{1}{\omega^2 L_{HH'} C_{H'G}}}] \langle 1 - \omega^2 L_{LL'} C_{L'G} \rangle \langle 1 - \omega^2 L_{HH'} C_{H'G} \rangle \quad (2.6)$$

On peut mesurer  $C_{L'G}$  et  $C_{H'G}$  par des mesures à deux terminaux à basse fréquence, mais  $L_{HH'}$  et  $L_{LL'}$ , étant donné leur nature parasitique, sont difficiles à mesurer. Par contre, il est facile de

déterminer les fréquences auxquelles  $L_{LL'}$  et  $L_{HH'}$  résonnent avec  $C_{L'G}$  et  $C_{H'G}$  [6]. Si l'on note

$$\omega_{rL} = \frac{1}{\sqrt{L_{LL'} C_{L'G}}} , \text{ et}$$

$$\omega_{rH} = \frac{1}{\sqrt{L_{HH'} C_{H'G}}} ,$$

alors, en termes de ces paramètres, l'équation (2.6) devient

$$Z_{mes} = [Zx - \frac{j/\omega C_{L'G}}{(1 - \frac{\omega_{rL}^2}{\omega^2})} \pm \frac{j/\omega C_{H'G}}{(1 - \frac{\omega_{rH}^2}{\omega^2})}] (1 - \frac{\omega^2}{\omega_{rL}^2}) (1 - \frac{\omega^2}{\omega_{rH}^2}) \quad (2.7)$$

Considérons maintenant

$$C_{L'G} \approx C_{H'G} = Ct ,$$

$$\omega_{rL} \approx \omega_{rH} = \omega_r ,$$

l'équation (2.7) se ramène à

$$Z_{mes} = [Zx - \frac{2j/\omega Ct}{1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}}] (1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2})^2$$

soit, après transformation,

$$Z_{mes} = Zx(1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2})^2 - 2j/\omega Ct \left( \frac{\omega^4}{\omega_r^4} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \right) \quad (2.8)$$

Si  $\omega \ll \omega_r$ , les termes en  $\omega^4$  peuvent être négligés devant ceux en  $\omega^2$ . On obtient alors l'approximation suivante:

$$Z_{mes} \approx Zx(1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_r^2}) + \frac{2j}{\omega Ct} \times \frac{\omega^2}{\omega_r^2}$$

ou encore, puisque  $\omega_r = \sqrt{L_t C_t}$

$$Z_{mes} \approx Z_x \left( 1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_I^2} \right) + 2j\omega L t \quad (2.9)$$

L'impédance mesurée est donc approximativement l'impédance inconnue multipliée par le facteur  $(1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_I^2})$ , en série avec l'inductance parasite totale, comme montré à la figure II.8a. Ceci est valide pour les fréquences telles que  $\omega < 3\omega_I$ , de sorte que les termes en  $\omega^4$  négligés dans (2.8) sont alors au moins 10 fois plus petits que ceux en  $\omega^2$ .

Le terme  $2j\omega L t$  provient directement de l'inductance parasite et sera présent aussi pour une impédance à deux terminaux. L'erreur supplémentaire apportée par le fait de construire l'impédance à trois terminaux sera donc seulement due au facteur  $(1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_I^2})$ , contribuant à une erreur relative

$$\frac{Z_{mes} - Z_x}{Z_x} \approx -2 \frac{\omega^2}{\omega_I^2} \quad (2.10).$$

La figure II.8b montre le graphique de l'erreur relative en fonction de  $\omega/\omega_I$ , et de l'erreur relative résiduelle quand des corrections, évaluées à une précision de 10% comme suggéré par R.N. Jones [6], sont portées dans l'équation (2.9).

Pour la mesure d'une capacité  $C_x$ , l'erreur relative sera approximativement donnée par

$$\frac{C_{mes} - C_x}{C_x} \approx 2 \frac{\omega^2}{\omega_I^2},$$

soit

$$C_{mes} - C_x \approx 2 \frac{\omega^2}{\omega_I^2} C_x.$$

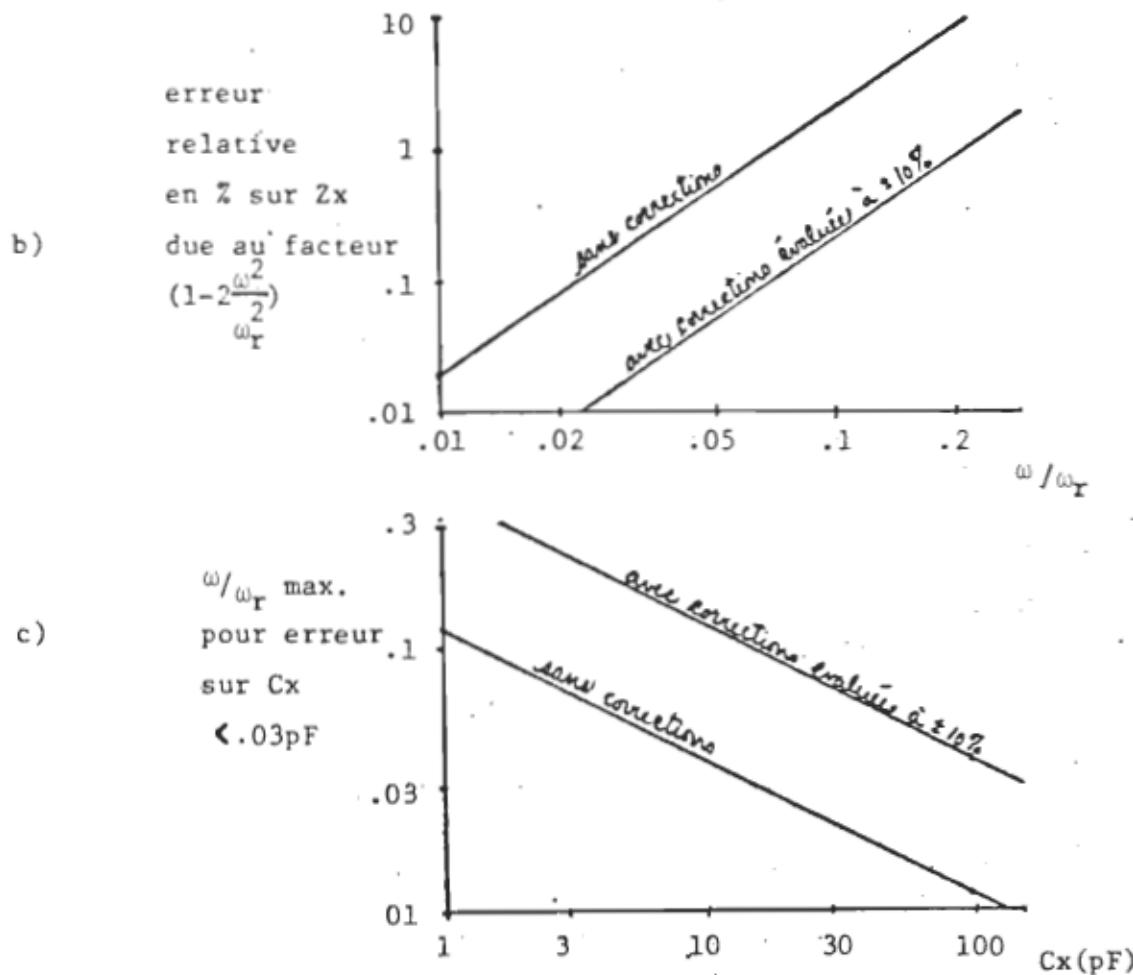
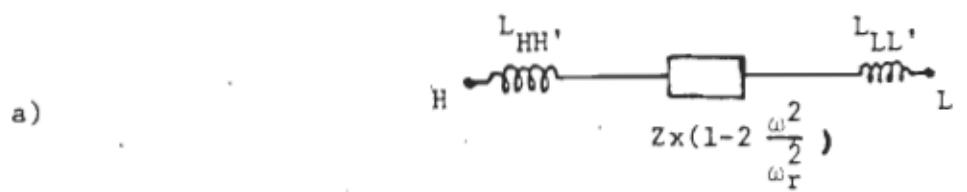


Figure II.8: Effet des impédances résiduelles séries sur la mesure d'une impédance à trois terminaux.

- a) Circuit équivalent de l'impédance à trois terminaux mesurée en présence des inductances séries  $L_{HH}'$  et  $L_{LL}'$ , avec  $\omega_{RH} = \omega_{RL}$ .
- b) Erreur relative commise sur la mesure due au facteur  $(1 - 2\omega^2/\omega_r^2)$ .
- c) Fréquence à laquelle l'erreur commise sur la mesure d'un condensateur  $Cx$  atteint  $.03\text{pF}$ , en fonction de  $Cx$ .

D'après ce qui a été dit à la section II.2, si l'écart entre  $C_{mes}$  et  $C_x$  est plus petit que  $.03\text{pF}$ , nous aurons gagné en précision en employant l'arrangement à trois terminaux. Le graphique à la figure II.8c montre  $w/w_T \text{ max}$  en fonction de  $C_x$ , pour avoir  $C_{mes}-C_x < .03\text{pF}$ , avec et sans corrections.

### II.3.3 Effet des impédances résiduelles distribuées:

Les impédances résiduelles distribuées viennent du fait que les câbles utilisés pour connecter l'impédance à mesurer au système de mesure possèdent une certaine inductance et capacité par unité de longueur qui limitent la vitesse de propagation d'un signal. On parle d'effet "ligne de transmission".

La figure II.9 illustre la mesure d'une impédance à trois terminaux quand des câbles identiques de longueur  $l$ , de constante de

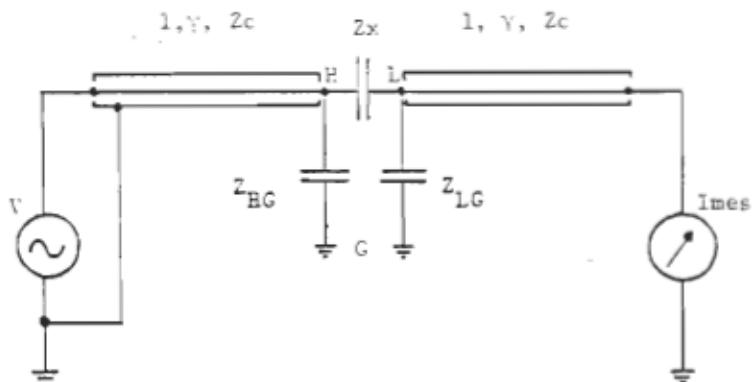


Figure II.9: Mesure d'une impédance à trois terminaux quand des câbles coaxiaux de longueur  $l$ , de constante de propagation  $\gamma$ , et d'impédance caractéristique  $Z_c$  sont utilisés pour les connexions.

propagation  $\gamma$ , d'impédance caractéristique  $Z_c$  sont utilisés pour les connexions. Pour de tels câbles, la dépendance spatiale de la tension et du courant pour une excitation sinusoïdale est donnée par [5];

$$V(x) = A e^{-\gamma x} + B e^{\gamma x} \quad (2.11a)$$

$$I(x) = Y_c [ A e^{-\gamma x} - B e^{\gamma x} ] \quad (2.11b)$$

où

$\gamma$  = constante de propagation

=  $j\omega/\nu$ , pour une ligne sans pertes

$Y_c$  = admittance caractéristique

=  $\sqrt{C_1/L_1}$ , pour une ligne sans pertes

A et B = constantes dépendant de la terminaison.

L'admittance à un point x de la ligne, définie par

$$Y(x) = I(x)/V(x),$$

est donnée par

$$Y(x) = Y_c \frac{Y_s \cosh(\gamma(1-x)) + Y_c \sinh(\gamma(1-x))}{Y_c \cosh(\gamma(1-x)) + Y_s \sinh(\gamma(1-x))} \quad (2.12)$$

où  $Y_s = Y(1)$  = admittance de la terminaison.

Pour la section 'L', on peut écrire

$$I_{mes} = I(1) = Y_c [ A e^{-\gamma L} - B e^{\gamma L} ] \quad (2.13).$$

Les relations (2.11) et (2.12) vont nous permettre d'exprimer A et B en termes de  $V_L$ ; puisque  $Y(1)=\infty$  (pour un ampèremètre idéal), d'après (2.12), nous avons

$$Y(0) = Y_c \cosh(\gamma_1)/\sinh(\gamma_1) ,$$

et d'après (2.11a) et (2.11b),

$$Y(0) = I(0)/V(0) = Y_c \frac{A - B}{A + B} .$$

De ces deux relations, on déduit

$$A = V(0) \frac{\sinh(\gamma_1) + \cosh(\gamma_1)}{2\sinh(\gamma_1)}$$

$$B = V(0) \frac{\sinh(\gamma_1) - \cosh(\gamma_1)}{2\sinh(\gamma_1)} .$$

Portant dans l'équation (2.13), on obtient

$$I_{mes} = V(0) Y_c [(\sinh(\gamma_1) + \cosh(\gamma_1))e^{-\gamma_1} - (\sinh(\gamma_1) - \cosh(\gamma_1))e^{\gamma_1}] .$$

En utilisant le fait que

$$\sinh(x) = 1/2(e^x - e^{-x}) ,$$

$$\cosh(x) = 1/2(e^x + e^{-x}) ,$$

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1 ,$$

$$V(0) = V_L$$

et réarrangeant,

$$I_{mes} = \frac{V_L Y_c}{\sinh(\gamma_1)} \quad (2.14).$$

L'admittance présente à la borne L forme, avec  $Y_x$ , un diviseur de tension pour  $V_H$ , soit

$$V_L = V_H \frac{Y_x}{Y_x + Y_L} \quad (2.15)$$

où

$$Y_L = Y(0) + Y_{LG} = Y_c \frac{\cosh(\gamma_1)}{\sinh(\gamma_1)} + Y_{LG} , \quad (2.16)$$

d'après (2.12).

De même, pour la section 'H', nous avons

$$V_H = V \frac{Y_C}{Y_C \cosh(Y_1) + Y_H \sinh(Y_1)} \quad (2.17)$$

où

$$\begin{aligned} Y_H &= \text{admittance présente à la borne H} \\ &= Y_{HG} + \frac{Y_L Y_X}{Y_L + Y_X}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

avec  $Y_L$  donnée par (2.16).

Remplacant (2.17) dans (2.15), puis portant dans (2.14), on arrive à

$$I_{mes} = \frac{V^2 Y_C Y_X}{\sinh(Y_1)(Y_X + Y_L) [Y_C \cosh(Y_1) + Y_H \sinh(Y_1)]}$$

Par suite, l'admittance mesurée, définie comme

$$Y_{mes} = I_{mes}/V$$

est donnée, en se servant de (2.16) et (2.18), par

$$Y_{mes} = \frac{Y_X Y_C^2}{[Y_X \sinh(Y_1) + Y_C \cosh(Y_1) + Y_{LG} \sinh(Y_1)][Y_C \cosh(Y_1) + Y_X \frac{Y_C \cosh(Y_1) + Y_{LG} \sinh(Y_1)}{\frac{Y_X + Y_{LG}}{\sinh(Y_1)} + Y_{HG} \cosh(Y_1)}]$$

où sh et ch désignent respectivement sinh et cosh. Après simplification, on obtient

$$\begin{aligned} Y_{mes} = & \frac{Y_X}{\cosh^2(Y_1) + \frac{Y_{LG} \sinh(Y_1) \cosh(Y_1)}{Y_C} + \frac{Y_{HG} \sinh(Y_1) \cosh(Y_1)}{Y_C} + \frac{Y_{LG} Y_{HG} \sinh^2(Y_1)}{Y_C^2}} \\ & + \frac{Y_X}{Y_C} \left[ 2 \sinh(Y_1) \cosh(Y_1) + \frac{Y_{LG} \sinh(Y_1)}{Y_C} + \frac{Y_{HG} \sinh^2(Y_1)}{Y_C} \right] \end{aligned}$$

et l'impédance mesurée,  $Z_x$  est donnée par

$$\begin{aligned} Z_{\text{mes}} = Z_x & [ \cosh^2(Y_1) + Z_c(Y_{LG} + Y_{HG}) \sinh(Y_1) \cosh(Y_1) + Z_c^2 Y_{LG} Y_{HG} \sinh^2(Y_1) ] \\ & + 2Z_c \sinh(Y_1) \cosh(Y_1) + Z_c^2 (Y_{LG} + Y_{HG}) \sinh^2(Y_1) \quad (2.19) \end{aligned}$$

De nouveau, cette équation pourrait éventuellement servir à apporter des corrections à la valeur mesurée, mais son intérêt ici est surtout de nous permettre d'évaluer jusqu'à quelle fréquence et sous quelles conditions l'arrangement à trois terminaux sera utile.

Nous considérerons le cas typique où

$$\begin{aligned} Y_{LG} &= j\omega C_{LG} \quad Y_{HG} = j\omega C_{HG} \\ &= j\omega/v = j\beta \quad (\text{ligne sans pertes}). \end{aligned}$$

Portant dans (2.19), en utilisant le fait que

$$\cosh(jx) = \cos(x)$$

$$\sinh(jx) = j \sin(x) ,$$

on obtient

$$\begin{aligned} Z_{\text{mes}} = Z_x & [ \cos^2(\beta l) - Z_c(C_{LG} + C_{HG}) \omega \cos(\beta l) \sin(\beta l) + Z_c^2 C_{LG} C_{HG} \omega^2 \sin^2(\beta l) ] \\ & + 2jZ_c \sin(\beta l) \cos(\beta l) - jZ_c^2 (C_{LG} + C_{HG}) \omega \sin^2(\beta l) \quad (2.20) \end{aligned}$$

Pour la mesure d'une impédance à deux terminaux, on aurait

$$V/I = Z_x \cos^2(\beta l) + 2jZ_c \sin(\beta l) \cos(\beta l) ;$$

ceci est obtenu en mettant  $C_{LG}$  et  $C_{HG} = 0$  dans l'équation (2.20) et correspond au résultat mentionné par David Davis [7], après transformation. Cet effet provient directement du fait que la mesure est effectuée à un point éloigné de l'appareil, et aurait pu être dérivé à

l'aide de l'équation (2.12), en faisant le calcul

$$Y_{MES} = Y(0) \Big|_{Y_S=Y_X} - Y(0) \Big|_{Y_S=0}$$

L'erreur supplémentaire due à l'arrangement à trois terminaux est donc

$$\eta = Zx [ -Zc(C_{LG}+C_{HG})w\cos(\beta_1)\sin(\beta_1) + Zc^2 C_{LG} C_{HG} w^2 \sin^2(\beta_1) ] \\ - jZc^2(C_{LG}+C_{HG})w \sin^2(\beta_1)$$

Si les conditions suivantes sont remplies;

$$Zc w C_{LG}, Zc w C_{HG} < 1 \quad (2.21a)$$

$$\beta_1 \ll 1 \quad (2.21b)$$

$$|Zx| > Zc, \quad (2.21c)$$

alors  $\eta$  peut être approximé par

$$\eta \approx Zx [ -Zc(C_{LG}+C_{HG})w \cos(\beta_1)\sin(\beta_1) ] \\ \approx -Zx Zc(C_{LG}+C_{HG})w^2 1/v,$$

où nous avons remplacé  $\beta_1$  par  $wl/v$ , et négligé les termes d'ordre supérieur à 1 dans le développement en série de  $\cos(wl/v)$  et  $\sin(wl/v)$ . Ainsi, l'erreur relative est

$$\eta/Zx \approx -Zc(C_{LG}+C_{HG})w^2 1/v. \quad (2.22)$$

Pour la plupart des câbles coaxiaux, nous aurons

$$Zc = 50\text{ohms}$$

$$v \approx 2 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

Aussi, pour  $f < 10\text{MHz}$ , et pour une impédance  $Zx$  capacitive, les condi-

tions 2.21a b et c seront remplies si

$$C_{LG}, C_{HG} < 300\text{pF}$$

$$l \ll 3\text{m}$$

$$C_x < 300\text{pF}$$

Alors, sous ces conditions, l'erreur relative sur la mesure d'une capacité  $C_x$  sera environ égale à

$$\frac{C_{mes}-C_x}{C_x} \sim Zc(C_{LG}+C_{HG})w^2 l/v . \quad (2.22)$$

Les graphiques montrés à la figure II.10 permettent de situer l'ordre de grandeur de l'erreur commise en fonction des paramètres  $w$ ,  $l$  et  $C_{LG}+C_{HG}$ .

#### II.3.4 Comparaison des mesures à deux et à trois terminaux pour les mesures diélectriques:

Les mesures diélectriques constituent un cas assez particulier de mesure d'impédances. En effet, la capacité à mesurer  $C_x$  sera habituellement comprise entre 1 et 100pF, avec  $\tan(\delta)$ , le facteur de dissipation, compris entre 0 et 10. Une cellule à échantillon diélectrique à trois terminaux aura typiquement les paramètres suivants:

$$C_{LG}, C_{HG} = 10 \text{ à } 100\text{pF}$$

$$L_t = 10 \text{ à } 50 \text{ nH}$$

$$w_r = 60 \text{ à } 200\text{MHz} .$$

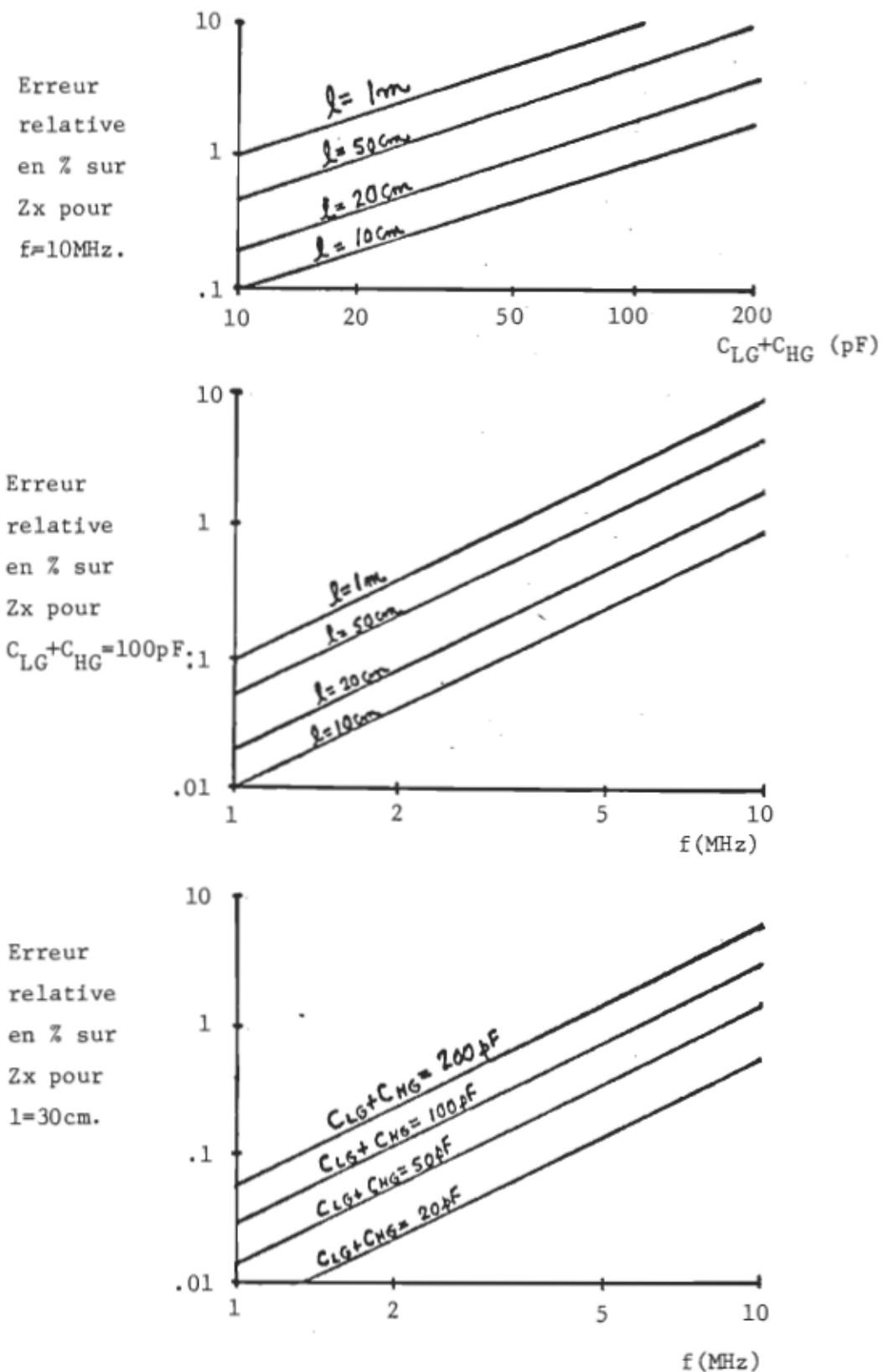


Figure II.10: Graphiques montrant l'erreur commise sur la mesure d'une impédance à trois terminaux en fonction des paramètres  $l$ ,  $f$ , et  $C_{LG} + C_{HG}$ , quand des câbles coaxiaux de  $50\text{ohm}$ , ayant une vitesse de propagation  $v=2\times 10^8 \text{ m/s}$  sont utilisés pour les connexions.

Pour  $f < 10\text{MHz}$ , les conditions (2.21) sont remplies, de même que la condition  $w \ll w_T$ , de sorte que les approximations effectuées dans le traitement des erreurs commises sont valides. L'examen des figures II.8 et II.10 révèle que, avec un minimum de précautions, nous pouvons obtenir des mesures précises jusqu'à  $10\text{MHz}$  et que souvent, la mesure de  $C_x$  sera plus précise que la mesure d'une capacité équivalente à deux terminaux, à cause de l'erreur sur la capacité des terminaux.

On peut argumenter que pour la mesure de la constante diélectrique, ce n'est pas la valeur absolue de  $C_x$  qui est importante, mais le rapport  $C_x/C_g$ , où  $C_g$  est la capacité géométrique. Aussi, en effectuant la mesure de deux échantillons diélectriques connus avec la même configuration, on peut arriver à calibrer un système de mesure à deux terminaux de la façon suivante:

- on mesure d'abord un échantillon ayant une constante diélectrique  $\epsilon_1$ , donnant

$$C_1 = \epsilon_1 C_g + C_t ,$$

où  $C_t$  est la capacité supplémentaire des terminaux.

- on mesure ensuite un échantillon ayant une constante diélectrique  $\epsilon_2$ , donnant

$$C_2 = \epsilon_2 C_g + C_t ;$$

- on calcule alors  $C_g = \frac{C_1 - C_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2}$

$$C_t = \frac{\epsilon_1 C_2 - \epsilon_2 C_1}{\epsilon_1 - \epsilon_2} ;$$

- la mesure d'un échantillon inconnu ayant une constante diélec-

trique  $\epsilon_x$  donnera (en ne considérant que la partie réelle de la permittivité)

$$C_x = \epsilon_x C_g + C_t, \text{ soit}$$

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= (C_x - C_t) / C_g \\ &= \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) C_x - \epsilon_1 C_2 + \epsilon_2 C_1}{C_1 - C_2}\end{aligned}$$

C'est la façon conventionnelle de calibrer un système de mesures diélectriques à deux terminaux.

L'arrangement à trois terminaux, quoique nécessitant un appareil plus sophistiqué et des corrections plus compliquées, apportera les avantages suivants:

- La méthode de calibration mentionnée plus haut pour un système de mesure à deux terminaux nécessite au moins deux mesures avec une configuration identique à celle qui servira pour la mesure. Par suite, étant donné qu'aucun appareil ne mesure avec une précision infinie, l'erreur relative sur  $\epsilon_x$  sera plus élevée que l'erreur que commet l'appareil sur une seule mesure. Par exemple, si l'appareil mesure  $C_x$  avec une incertitude relative  $\Delta$ , et  $C_1 - C_2$  avec une incertitude relative  $\Delta'$ , alors l'incertitude relative sur  $\epsilon_x$  sera au moins  $\Delta + \Delta'$ . Par contre, l'arrangement à trois terminaux exploite au maximum les capacités de l'appareil, étant donné que la capacité géométrique  $C_g$  peut être calibrée avec une configuration différente de celle servant pour la mesure, par exemple à l'aide d'un pont à transformateur aux fréquences audio.

- L'appareillage à deux terminaux doit nécessairement être composé de structures rigides. Par contre, l'arrangement à trois terminaux permet des connexions utilisant des câbles coaxiaux souples,

puisque les paramètres des lignes entrent seulement dans les corrections et leur valeur précise n'est pas nécessaire.

- L'arrangement à trois terminaux permet aussi des possibilités difficiles à réaliser avec l'appareillage à deux terminaux. Par exemple, il est facile de réaliser une cellule à échantillons diélectriques à trois terminaux comprenant plusieurs capacités géométriques de diverses valeurs, sélectionnées par des interrupteurs sur le boîtier de la cellule; ceci peut être intéressant pour la construction d'une cellule pouvant accomoder des échantillons diélectriques de permittivité très variée, tout en maintenant la valeur de la capacité résultante dans la plage où l'appareil de mesure est le plus précis. Ou encore, on peut être intéressé à confiner la capacité géométrique  $C_g$  dans une certaine région de la cellule, comme par exemple pour l'étude des effets de gravité sur la permittivité d'une substance au voisinage du point critique [8]. L'emploi de l'arrangement à deux terminaux pour de telles applications imposerait des contraintes sur la structure géométrique de la cellule et demanderait une calibration élaborée pour déterminer l'influence de chaque paramètre pouvant influencer la mesure.

Pour toutes ces raisons, nous pouvons conclure que l'arrangement à trois terminaux est plus efficace que celui à deux terminaux pour les mesures diélectriques pour les fréquences pouvant aller jusqu'à 10MHz.

## II.4 METHODES ACTIVES POUR ELIMINER LES IMPEDANCES DES TERMINAUX: CIRCUITS DE GARDE.

### II.4.1 Introduction:

Nous avons établi à la section précédente que les impédances à trois terminaux sont efficaces pour les mesures diélectriques jusqu'à environ 10MHz. Mais pour pouvoir utiliser une cellule à échantillon diélectrique à trois terminaux, il nous faut un appareil de mesure capable d'éliminer les impédances des terminaux sur la plage de fréquences voulue. Or, comme nous l'avons déjà souligné, le pont à transformateur utilisé aux fréquences audio est difficile à réaliser aux fréquences élevées, car la précision des rapports de tension obtenus dépend alors fortement d'impédances résiduelles. C'est pourquoi nous nous sommes intéressé à développer une méthode pour éliminer les impédances des terminaux qui nous permettrait d'effectuer des mesures aux radio-fréquences.

Nous avons considéré plusieurs types de circuits de garde, décrits à la section II.4.2. Ils ont en commun le fait que ce sont des méthodes actives pour éliminer les impédances des terminaux, c'est à dire se servant d'amplificateurs de façon à convertir une impédance à trois terminaux en une impédance à deux terminaux, indépendamment de la valeur de l'impédance directe et de la méthode de mesure utilisée. Ceci est à l'opposé des méthodes passives où les impédances des terminaux sont éliminées seulement quand certaines conditions sont

remplies; par exemple, le pont à transformateur doit être balancé pour que les impédances des terminaux n'influencent pas la mesure. Un circuit de garde actif permettra d'employer une méthode de mesure arbitraire et ne nécessitera pas de circuits sophistiqués pour la détection de conditions préalables au bon fonctionnement de l'appareil, atouts qui se sont révélés très intéressants dans notre cas.

Même si la seule configuration retenue pour notre montage a été celle utilisant un amplificateur d'instrumentation, nous décrirons brièvement à la section II.4.2 les diverses configurations essayées, pour montrer le cheminement qui nous a conduit au résultat final et aussi pour illustrer les problèmes que l'on rencontre pour ce genre de réalisation.

Puis à la section II.4.3 nous décrirons en détail la réalisation que nous avons effectuée.

#### **II.4.2 Circuits de garde:**

##### **a) Amplificateur de garde:**

Nous présentons à la figure II.11 la configuration servant d'un amplificateur à gain unitaire ( $A_1$ ) pour maintenir la borne G d'une impédance à trois terminaux au même potentiel que la borne H, de sorte que le courant circulant dans l'impédance  $Z_{HG}$  est nul. Ainsi, pour une tension appliquée  $V_a$  entre la borne H et la masse, le courant  $I_{mes}$  circule seulement dans  $Z_x$  (en supposant que

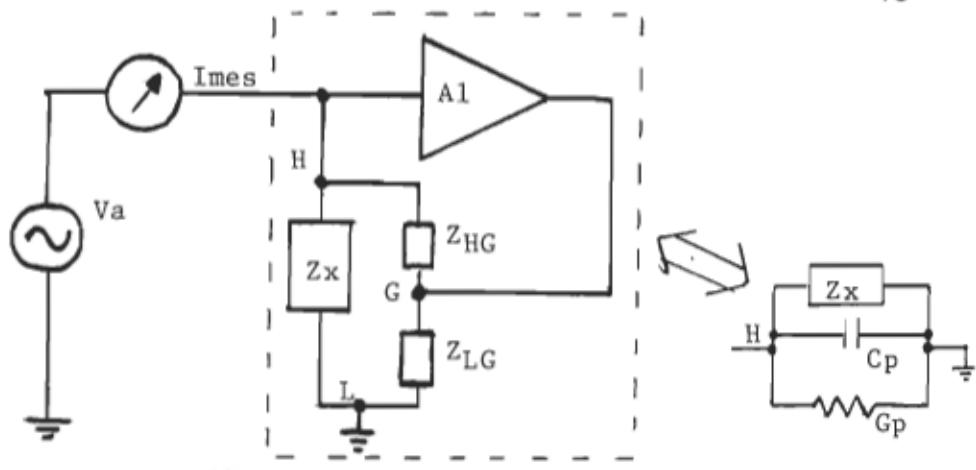


Figure II.11: Méthode se servant d'un amplificateur à gain unitaire ( $A_1$ ) pour éliminer les impédances des terminaux de la mesure.

l'impédance d'entrée de l'amplificateur  $A_1$  est infinie) et nous avons

$$Z_{mes} = \frac{V_a}{I_{mes}} = Z_x ,$$

c'est à dire que les impédances des terminaux sont éliminées de la mesure. Notons que le courant nécessaire pour maintenir la différence de potentiel  $V_a$  aux bornes de  $Z_{LG}$  provient de l'amplificateur  $A_1$  et n'est pas compris dans  $I_{mes}$ .

Cette configuration, quoique fort simple, est difficile à réaliser en pratique à cause de l'exigence sur la précision du gain de  $A_1$ . En effet, si  $g$  dénote le gain de  $A_1$ , alors

$$\begin{aligned} I_{mes} &= I_{Zx} + I_{Z_{HG}} = V_a Y_x + Y_{HG} (V_a - V_G) \\ &= V_a Y_x + Y_{HG} (V_a - g V_a) \end{aligned}$$

et

$$Y_{mes} \equiv \frac{I_{mes}}{V_a} = Y_x + Y_{HG} (1-g) . \quad (2.23)$$

Supposons, comme ce sera le cas pour des mesures diélectriques, que  $Y_{HG}$  est donné par

$$Y_{HG} = j\omega C_{HG} \cdot$$

Alors, (2.23) peut s'écrire comme

$$Y_{mes} = Y_x + j\omega C_{HG} \operatorname{Re}[1-g] - \omega C_{HG} \operatorname{Im}[1-g] ,$$

de sorte que le circuit équivalent de l'impédance vue entre la borne H et la masse est, tel que montré à la figure II.11, l'impédance  $Z_x$  en parallèle avec une capacité parasite  $C_p$  et une conductance parasite  $G_p$  donnés par

$$C_p = C_{HG} \operatorname{Re}[1-g] \quad (2.24a)$$

$$G_p = -\omega C_{HG} \operatorname{Im}[1-g] . \quad (2.24b)$$

A titre indicatif, supposons que nous voulons  $|C_p| < 0.001 \text{ pF}$ ; nous avons vu à la section précédente que  $C_{HG}$  pourra aller jusqu'à  $100 \text{ pF}$ , de sorte que nous devrons alors avoir

$$\operatorname{Re}[1-g] < \pm 0.001/100 , \text{ soit}$$

$$\operatorname{Re}[g] = 1 \pm 0.001\% .$$

Une telle précision sur le gain, sur une bande de fréquences allant de  $.05$  à  $10 \text{ MHz}$ , est très difficile à obtenir. Eventuellement, ceci demanderait la construction d'un montage conçu spécialement pour mesurer le gain, puisqu'il n'existe pas d'appareils permettant de faire cette mesure avec la précision voulue. En outre, cette méthode possède l'inconvénient que la borne G n'est pas à la masse de sorte qu'une forme d'isolation devra être prévue entre les boîtiers, les

connecteurs et l'environnement pour que la charge de l'amplificateur ne dépende pas de la géométrie de l'environnement, ce qui affecterait le gain  $g$  à moins que l'impédance de sortie de A1 soit extrêmement faible.

C'est pourquoi cette méthode pour éliminer les impédances des terminaux se révèle impraticable.

b) Amplificateur opérationnel:

On peut utiliser la propriété qu'a un amplificateur opérationnel de maintenir la masse virtuelle à sa borne d'entrée négative pour éliminer les impédances des terminaux lors de la mesure d'une impédance à trois terminaux. Ceci est illustré à la figure II.12 ci-dessous.

En effet, si on suppose que le gain de tension de l'amplifi-

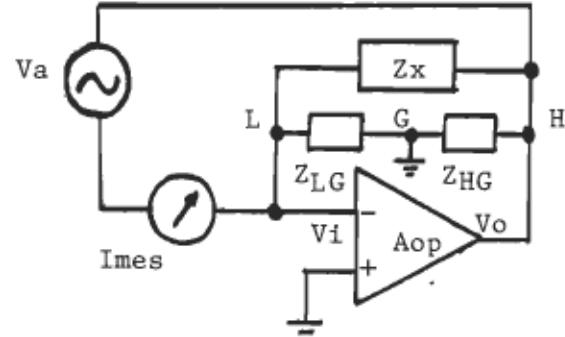


Figure II.12: Utilisation d'un amplificateur opérationnel (Aop) pour maintenir la masse virtuelle dans le but d'éliminer les impédances des terminaux.

cateur opérationnel  $A_{op}$  est infini, pour une tension de sortie  $V_o$  finie on devra avoir  $V_i=0$ , et ainsi le courant circulant dans  $Z_{LG}$  est nul. Le seul courant provenant de la borne L, et par suite le seul courant mesuré par l'ampèremètre est celui passant dans  $Z_x$ , de sorte que nous avons de nouveau

$$Z_{mes} \equiv \frac{V_a}{I_{mes}} = Z_x ,$$

c'est à dire que les impédances des terminaux ne comptent pas dans la mesure. Notons que le courant requis pour maintenir la tension  $V_o$  aux bornes de  $Z_{HG}$  provient de la sortie de  $A_{op}$  et n'est pas mesuré. Notons aussi que la tension appliquée pour la mesure  $V_a$  doit être différentielle (ou 'flottante').

En pratique, le fait que le gain d'un amplificateur réel soit fini amène une certaine dépendance de la mesure sur la valeur des impédances des terminaux. En effet, si  $-g$  dénote le gain de l'amplificateur  $A_{op}$  (par rapport à la borne "-"), on peut établir les relations suivantes:

$$\begin{aligned} V_a &= V_o - V_i \\ &= -gV_i - V_i \end{aligned}$$

et par suite,

$$V_i = -V_a/(g+1) .$$

Ainsi, le courant mesuré est donné par

$$\begin{aligned} I_{mes} &= I_{Zx} - I_{Z_{LG}} \\ &= V_a Y_x - V_i Y_{LG} \\ &= V_a \left( Y_x + \frac{Y_{LG}}{g+1} \right) \end{aligned}$$

et nous avons

$$Y_{mes} \equiv \frac{I_{mes}}{V_a} = Y_x + Y_{LG}/(g+1) . \quad (2.25)$$

Supposons, comme nous l'avons fait en a), que  $Y_{LG}$  est donné par

$$Y_{LG} = j\omega C_{LG} .$$

En substituant dans l'équation (2.25), nous obtenons que le circuit équivalent de l'impédance mesurée est l'impédance  $Z_x$  en parallèle avec une capacité parasite  $C_p$  et une conductance parasite  $G_p$  données par

$$C_p = C_{LG} \operatorname{Re}[1/(g+1)] \quad (2.26a)$$

$$G_p = -\omega C_{LG} \operatorname{Im}[1/(g+1)] . \quad (2.26b)$$

Supposons, comme dans le cas précédent, que nous voulons avoir  $|C_p| < 0.001 \mu F$ , avec  $C_{LG} = 100 \mu F$ ; il faudra alors

$$\operatorname{Re}[1/(g+1)] < \pm 0.001/100 ,$$

qui peut se ramener à

$$1 + \operatorname{Re}[g] + \frac{\operatorname{Im}(g)^2}{1+\operatorname{Re}(g)} > 10^5 ,$$

ce qui sera satisfait si

$$\operatorname{Re}[g] > 10^5 .$$

Avec un gain aussi élevé sur une bande passante de quelques MHz, il est très difficile d'éviter les oscillations parasites étant donné que le réseau  $Z_x, Z_{LG}$  constitue une boucle de rétroaction entre la sortie et l'entrée "-" de  $A_{op}$ , et ainsi on doit tenir compte des déphasages dans la boucle pour toutes les fréquences où le gain est

supérieur à 1. En somme, cette méthode pour obtenir la masse virtuelle se révèle simple, mais limitée aux basses fréquences (<100KHz) à cause de la nécessité de contrôler le gain de l'amplificateur  $A_{op}$  sur une bande de fréquences beaucoup plus élevée que celle d'utilisation. Pour une utilisation jusqu'à 10MHz, on demanderait pour  $A_{op}$  un produit gain-bande passante minimum de l'ordre de 500-1000MHz.

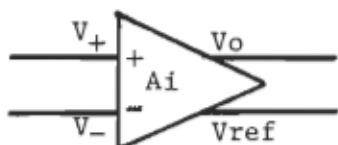
### c) Amplificateur d'instrumentation

Un amplificateur d'instrumentation est défini (fig. II.13a) comme un amplificateur de tension à sortie et entrée différentielle, régi par l'équation suivante:

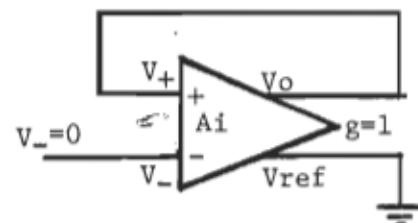
$$V_o - V_{ref} = g(V_+ - V_-) \quad (2.27)$$

où  $g$  est le gain.

On peut se servir d'un tel amplificateur pour maintenir la masse virtuelle, avec la configuration montrée en II.13b; en effet,



a) Schéma représentant un amplificateur d'instrumentation et définition des paramètres.



b) Schéma montrant comment un amplificateur d'instrumentation peut être utilisé pour maintenir la masse virtuelle.

Figure II.13

pour  $g=1$ ,  $V_{ref}=0$  et  $V_o=V_+$ , l'équation (2.27) devient

$$V_o - V_{ref} = V_+ - V_-$$

$$V_o = V_o - V_- \implies V_- = 0 ,$$

c'est à dire que l'entrée "-" est au même potentiel que la masse (masse virtuelle), indépendamment de la tension à la borne d'entrée "+" (pourvu que ce soit possible pour  $V_o$  et  $V_+$  à l'intérieur de leur plage dynamique, c'est à dire que l'amplificateur ne soit pas saturé).

La figure II.14 illustre la mesure d'une impédance à trois terminaux se servant de cette propriété de l'amplificateur d'instrumentation. Puisque  $V_- = 0$ , le courant circulant dans  $Z_{LG}$  est nul, et le seul courant mesuré par l'ampèremètre est celui passant dans  $Z_x$ , d'où

$$Z_{mes} \equiv \frac{V_a}{I_{mes}} = Z_x ,$$

indépendamment des impédances des terminaux. Le courant requis pour maintenir la tension  $V_a$  aux bornes de  $Z_{HG}$  provient de  $Ai1$  et

n'est pas mesuré. Cependant, ceci ne tiendra pas dans le cas où le gain de  $Ai1$  n'est pas exactement égal à l'unité. En effet, en utilisant (2.27) avec

$$V_{ref} = 0 ,$$

$$V_o = V_+ = V_H ,$$

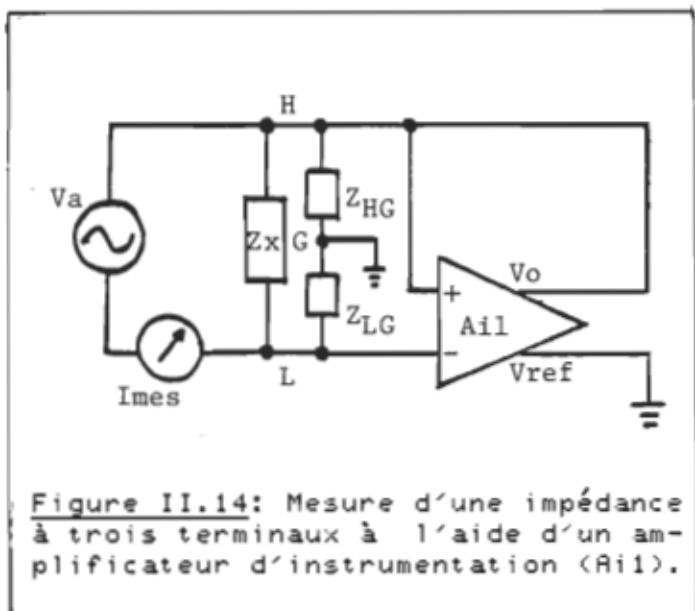


Figure II.14: Mesure d'une impédance à trois terminaux à l'aide d'un amplificateur d'instrumentation ( $Ai1$ ).

$$V_- = V_L ,$$

on obtient

$$V_H = g(V_H - V_L) ,$$

d'où

$$V_H = gV_L / (g-1) .$$

Utilisant le fait que  $V_H - V_L = V_a$ ,

$$V_L = V_H - V_a = gV_L / (g-1) - V_a ,$$

et

$$V_L = (g-1)V_a . \quad (2.28)$$

Donc, le courant mesuré est donné par

$$\begin{aligned} I_{mes} &= I_{Zx} - I_{Z_{LG}} = V_a Y_x - V_L Y_{LG} \\ &= V_a (Y_x - (g-1)Y_{LG}) \end{aligned}$$

et l'admittance mesurée est donnée par

$$Y_{mes} = \frac{I_{mes}}{V_a} = Y_x + (1-g)Y_{LG} , \quad (2.29)$$

qui est semblable à l'équation (2.23) obtenue pour la configuration utilisant un amplificateur à gain unitaire. De nouveau, pour  $Y_{LG} = j\omega C_{LG}$  le circuit équivalent de l'impédance mesurée est l'impédance  $Z_x$  en parallèle avec  $C_p$  et  $G_p$  donnés par

$$C_p = C_{LG} \operatorname{Re}[1-g] \quad (2.30a)$$

$$G_p = -\omega C_{LG} \operatorname{Im}[1-g] , \quad (2.30b)$$

et pour  $|C_p| < 0.001 \text{ pF}$ , avec  $C_{LG} = 100 \text{ pF}$ , nous devrons avoir

$$\operatorname{Re}[g] = 1 \pm 0.001\% .$$

Cette contrainte est aussi exigeante que celle obtenue pour l'amplificateur à gain unitaire, et les mêmes arguments que ceux

donnés dans ce cas semblent alors s'appliquer. Toutefois, deux différences notables font que le montage avec l'amplificateur d'instrumentation est beaucoup plus attrayant du point de vue pratique:

- la borne G est à la masse, de sorte qu'il n'est pas nécessaire de prévoir une forme d'isolation entre les boîtiers et l'environnement
- pour g égal exactement à 1, on aura  $V_L = 0$ ; on peut utiliser ce fait pour déterminer la condition  $g=1$ , en observant la tension à la borne L.

C'est ce type de circuit que nous avons trouvé le plus prometteur pour éliminer les impédances des terminaux, et la figure II.15 montre comment nous l'avons implementé. Le voltmètre dans cette figure sert à détecter la condition  $V_L = 0$ , qui sera obtenue en variant les ajustements de gain et de phase. L'effet de  $V_L$  non nul sur  $C_p$  et

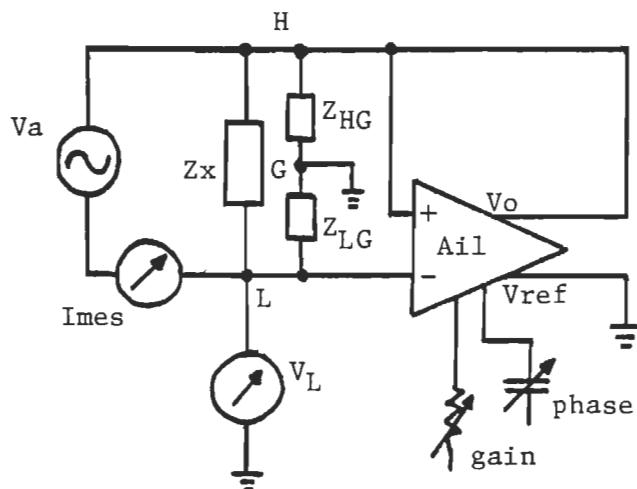


Figure II.15: Méthode que nous avons choisie pour effectuer des mesures d'impédances à trois terminaux.

$G_p$  peut être obtenu, d'après les équations (2.30), en se servant de (2.28);

$$G_p = -C_{LG} \operatorname{Re}\left[\frac{V_L}{V_a}\right] \quad (2.31a)$$

$$G_p = +\omega C_{LG} \operatorname{Im}\left[\frac{V_L}{V_a}\right]. \quad (2.31b)$$

En résumé, cette méthode permet, en ajustant le gain et la phase à la fréquence de mesure, d'éliminer les impédances des terminaux sans les problèmes de stabilité rencontrés avec l'amplificateur opérationnel aux fréquences élevées, et sans la nécessité d'isoler la borne  $G$  de l'environnement comme dans le cas de l'amplificateur à gain unitaire. Le fait d'être obligé d'ajuster le gain et la phase de  $A_{11}$  à chaque fréquence de mesure peut paraître un désavantage, mais la méthode se prête bien à un contrôle de gain automatique, comme nous le verrons à la fin de cet ouvrage.

#### III.4.3 Réalisation pratique d'un amplificateur d'instrumentation servant à maintenir la masse virtuelle sur une large bande de fréquences:

##### a) Exigences.

Etant donné la tâche bien spécifique que devra remplir cet amplificateur, on demandera qu'il réponde aux exigences suivantes:

- Gain et phase ajustables à  $+180^\circ$  sur la bande de fréquences d'utilisation (.05-10MHz) avec une bonne finesse d'ajustement (.001% pour le gain).

- Réponse uniforme en fonction de la fréquence; nous avons vu que

le montage avec l'amplificateur d'instrumentation possède une meilleure stabilité inhérente que celui avec l'amplificateur opérationnel, mais on doit quand même faire attention à la façon dont le gain se comporte sur une large bande de fréquence, étant donné que l'amplificateur est utilisé dans une boucle de rétroaction (figure II.14) et qu'on ne sait pas à priori quelles seront les valeurs des impédances  $Z_x$ ,  $Z_{HG}$  et  $Z_{LG}$ . Il est donc possible de se trouver dans une situation où le dispositif oscillera de lui-même à une certaine fréquence, et sera alors incapable de remplir correctement ses fonctions à la fréquence voulue. La figure II.16 montre les types de réponses qui sont plus susceptibles que d'autres pour occasionner ces problèmes.

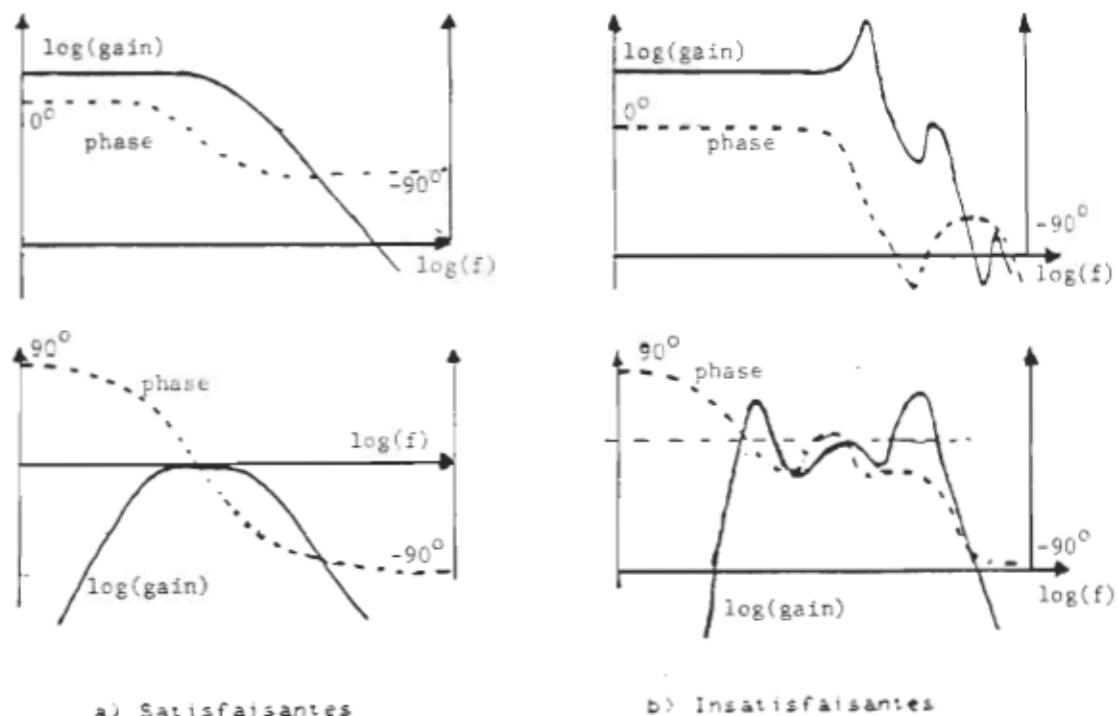
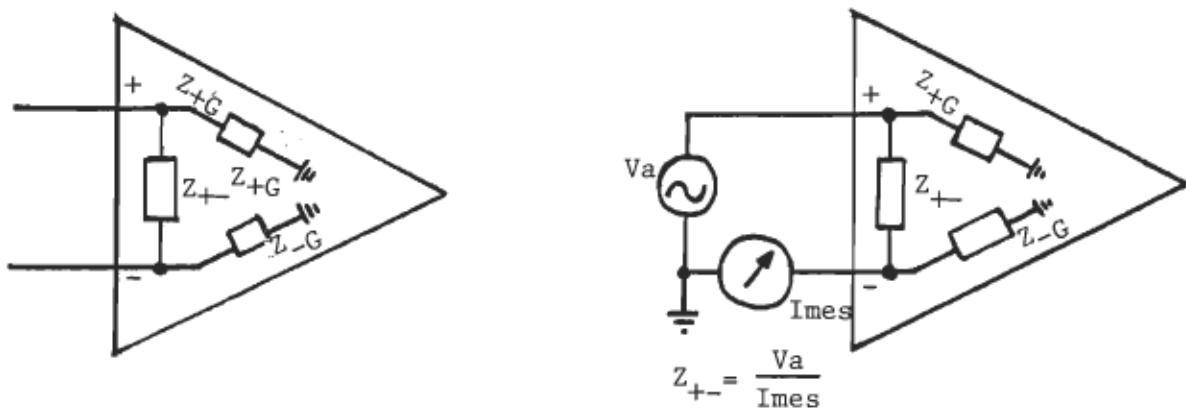


Figure II.16: Exemples de fonctions de transfert possibles pour l'amplificateur Rii. Celles montrées en b) sont plus susceptibles aux oscillations parasites.



a) Circuit équivalent de l'entrée de l'amplificateur d'instrumentation.

b) Mesure de l'impédance d'entrée en mode différentiel  $Z_{+-}$ .Figure II.17

- Impédance d'entrée en mode différentiel élevée; la figure II.17a montre le circuit équivalent de l'entrée de l'amplificateur d'instrumentation, et en b) nous voyons comment on peut mesurer l'impédance d'entrée en mode différentiel  $Z_{+-}$  sans tenir compte de  $Z_{+G}$  et  $Z_{-G}$ . En opération, les impédances  $Z_{+G}$  et  $Z_{-G}$  peuvent être considérées comme faisant partie des impédances des terminaux, et si leur valeur est plus élevée que les impédances  $Z_{HG}$  et  $Z_{LG}$  minimales prévues, leur effet sera négligeable. Cette condition est relativement facile à obtenir et ne demande pas de considérations spéciales. Toutefois, l'impédance  $Z_{+-}$  sera en parallèle avec l'impédance à mesurer  $Z_x$ , et nous avons intérêt à ce qu'elle perturbe le moins possible la mesure.

- Taux de réjection en mode commun (TRMC) élevé; défini comme le rapport "gain en mode différentiel / gain en mode commun", le TRMC est une mesure de l'habileté de l'amplificateur de ne pas réagir à une tension appliquée à la fois aux entrées "+" et "-". Dans les équa-

tions qui ont été développées à la section II.4.2c), nous avons assumé implicitement un TRMC infini. Un amplificateur réel a toujours un TRMC fini et pour notre application, nous avons intérêt à le faire grand pour éviter que les ajustements de gain et phase dépendent de l'amplitude du signal à l'entrée.

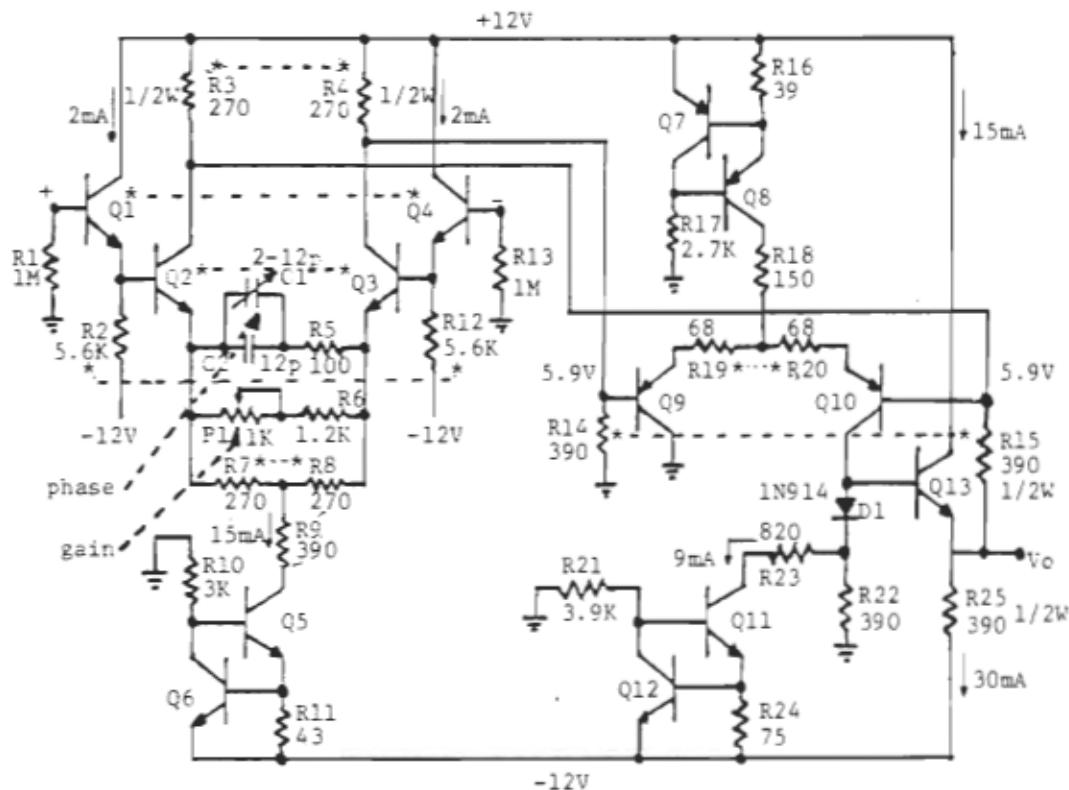
- Impédance de sortie faible, pour ne pas que le gain et la réponse en fréquence dépendent de la charge imposée à la sortie de l'amplificateur; une capacité  $C_{HG}$  de 100pF a une réactance de  $-j160\Omega$  à 10MHz et ainsi on voudra que l'impédance de sortie soit de quelques ohms au plus.

A cause de ces exigences bien spécifiques, et parce que les amplificateurs d'instrumentation commerciaux que l'on retrouve sur le marché sont en général optimisés pour des paramètres différents tels tension de repos, non-linéarité à basse fréquence, consommation de courant, bruit, nous avons décidé de réaliser notre propre design à partir de composants discrets pour cet amplificateur.

b) Schéma.

La figure II.18 donne le schéma de l'amplificateur Aii que nous avons réalisé. Son fonctionnement se décrit comme suit:

- Les transistors Q1-Q2 et Q3-Q4 sont connectés en paires Darlington et forment, avec leurs composants connexes, l'étage d'entrée différentiel de l'amplificateur. Les transistors Q5-Q6 et les résistances R10-R11 constituent un contrôleur de courant pour polariser Q2-Q3. Cet arrangement procure un taux de réjection en mode commun élevé pour



Remarques:

- Q1, Q2, Q3, Q4: 2N5962                    Q7, Q8, Q9, Q10: 2N5771  
Q5, Q6, Q11, Q12: 2N2501                    Q13: 2N2222A
- Résistances en ohm,  $\pm 5\%$ ; film de carbone, 1/4W sauf indication contraire.
- Condensateurs en F,  $\pm 10\%$ .
- Tensions et courants indiqués avec les entrées connectées à la masse.
- Les composants désignés par "\*" et reliés entre eux par des pointillés sont sélectionnés comme discuté dans le texte.

**DESIGNATIONS**

Figure II.18: Schéma de l'amplificateur d'instrumentation à composants discrets AII.

la sortie, prise aux collecteurs de Q2 et Q3 et en même temps permet une bonne réjection des ondulations résiduelles qui pourraient se trouver dans l'alimentation. De même, pour assurer un TRMC optimal, les résistances R7 et R8 sont sélectionnées de façon à ce que leur valeur diffère par moins de .1%, et les transistors constituant les paires Q2-Q3 et Q1-Q4 sont sélectionnés pour que la chute de potentiel  $V_{be}$  pour un courant de base de 1mA diffère de moins de 5mV, tel que déterminé à l'aide d'un multimètre numérique de type Keithley modèle 177, en mode "ohm", sur l'échelle 2Kohm.

- Le réseau reliant les émetteurs de Q2 et Q3, constitué de P1, R6, C1, C2, et R5 forme l'ajustement de gain et de phase. Si on enlève C1 et C2, l'amplificateur a une réponse en fréquence comportant deux pôles, un à environ 30MHz et un autre à environ 50MHz. C1 et C2 servent à introduire un zéro pour compenser le pôle à 30MHz [9]. On peut montrer que pour une légère surcompensation (cas où C1 et C2 sont tels que le zéro a une fréquence légèrement inférieure au pôle à 30MHz), à une certaine fréquence le déphasage de l'amplificateur sera nul. Ceci est visualisé à la figure II.19. On voit dans cette figure que la fréquence où le déphasage est nul va du DC à 10MHz en déplaçant le zéro de 17 à 30MHz. Ce moyen permet donc d'obtenir un déphasage ajustable à  $0^\circ$  sur une large bande de fréquences simplement en variant la combinaison C1-C2 dans un rapport plus petit que 2 pour 1. A une fréquence donnée, l'ajustement P1 agira principalement sur la partie réelle du gain, et C1 sur la partie imaginaire. En fait, ces ajustements ne sont pas complètement indépendants, mais nous avons trouvé expérimentalement que leur interaction est suffisamment faible pour être négligée lors de l'utilisation.

- La sortie de l'étage d'entrée, prise aux collecteurs de Q2 et

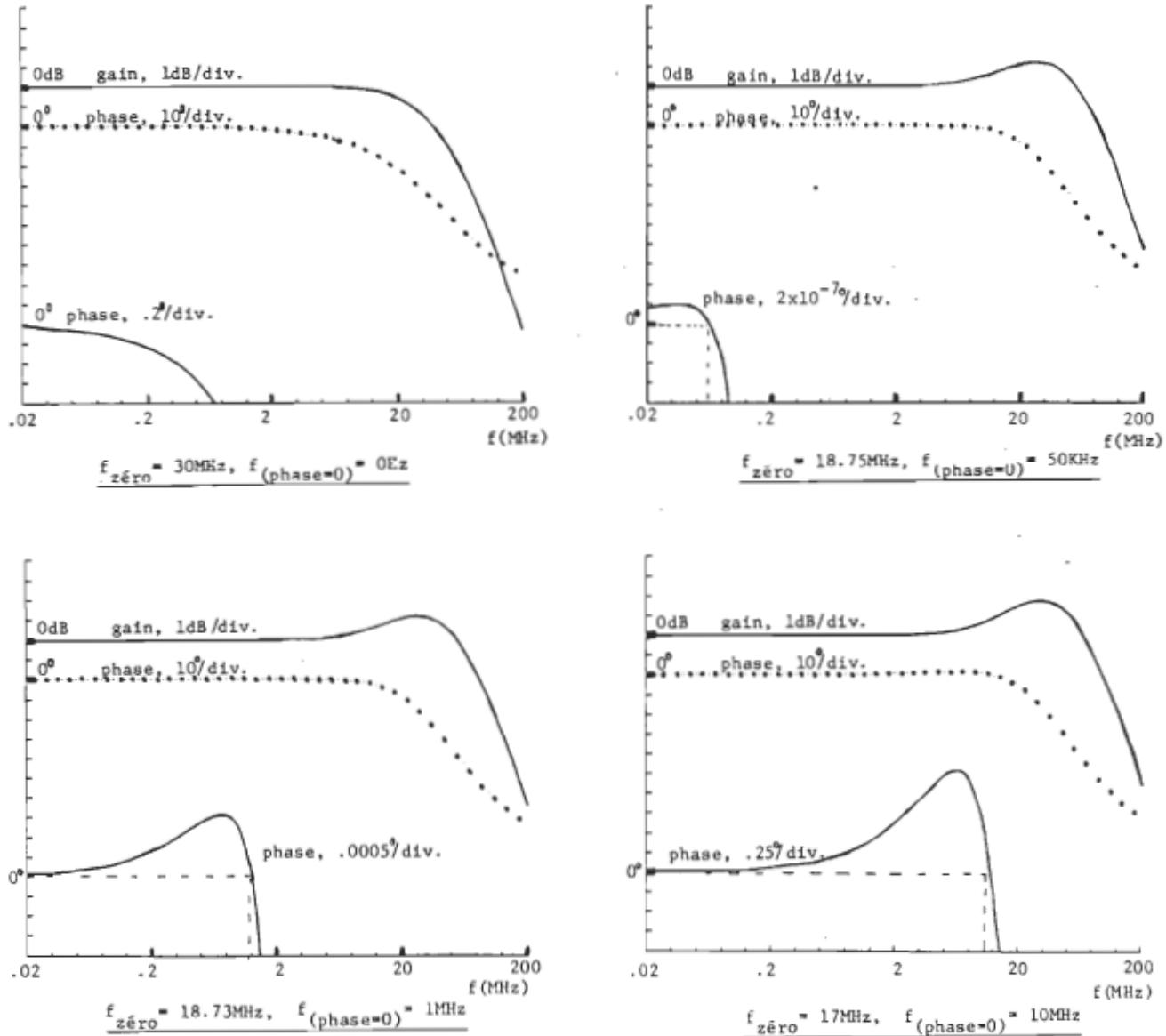


Figure II.19: Fonction de transfert de l'amplificateur Aii pour plusieurs conditions de compensation.

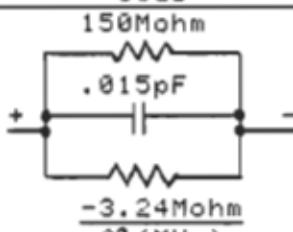
Q3, est ensuite amplifiée de façon différentielle, encore dans le but d'obtenir un TRMC élevé et d'éviter que le bruit de l'alimentation se retrouve à la sortie, par les transistors Q9 et Q10. Cet étage sert à abaisser le niveau DC près de 0V et à fournir l'amplification de courant voulue. Cet étage est aussi polarisé par une source de courant (Q7-Q8-R16-R17-R18), et le transistor Q13 est utilisé en "émetteur suiveur" dans le but de fournir une faible impédance de sortie. A noter que les paires de résistances R3-R4, R14-R15, R19-R20 sont aussi sélectionnées de façon à ce que leur valeur diffère par moins de .1%. Les transistors Q11 et Q12 sont aussi employés en source de courant pour empêcher que le bruit de l'alimentation se retrouve à la sortie.

- On remarque qu'une partie de la sortie à l'émetteur de Q13 se retrouve à la base de Q10 via les résistances R15-R3; ceci constitue une boucle de rétroaction négative et procure une impédance de sortie encore plus faible et une bande passante plus élevée. Mentionnons finalement que les valeurs de tension, courants de polarisation, résistances et les types de transistors sont choisis de façon à être compatibles avec les objectifs fixés plus haut en a).

c) Performances.

Le tableau II.1 donne les paramètres d'intérêt de notre amplificateur. La plupart des caractéristiques ont été mesurées, sauf celles pour lesquelles nous avons indiqué qu'elles ont été obtenues par calcul et qui présentaient des difficultés de mesure trop importantes à cause de leurs valeurs extrêmes. Dans ces cas, nous avons calculé les paramètres à partir des spécifications des manufacturiers pour les éléments en cause, en nous basant sur les pires conditions

TABLEAU II.1CARACTERISTIQUES DE L'AMPLIFICATEUR D'INSTRUMENTATION A11.

| PARAMETRE   | VALEUR   |
|---|--|
| Gain et Phase   | Ajustables à $+1\angle 0^\circ$<br>du DC à 10MHz.  |
| Bandé passante à -3dB   | $\sim 50\text{MHz}$  |
| Plage dynamique en mode commun<br>$V_i(\text{comm})$                | $\pm 5\text{V}$  |
| Plage dynamique en mode différentiel<br>$V_i(\text{diff})$          | $\pm 3\text{V}$  |
| Taux de réjection en mode commun<br>(TRMC)                          |  |
| DC - 500KHz   | $\sim 80\text{dB}$   |
| 500KHz - 1MHz   | $\sim 70\text{dB}$   |
| 1MHz - 10MHz  | $\sim 60\text{dB}$   |
| Impédance d'entrée en mode<br>différentiel (calculée) $Z_+$         |  <p><math>150\text{Mohm}</math><br/>.015pF<br/><math>-3.24\text{Mohm}</math><br/><math>f^2 (\text{MHz})</math></p> |
| Impédance d'entrée en mode commun<br>(calculée)<br>$Z_{+G}, Z_{-G}$ | $3\text{Mohm} // 2.2\text{pF}$   |
| Impédance de sortie $ Z_o $   |  |
| DC - 1MHz   | $\sim 5\text{ohm}$   |
| 1MHz-10MHz  | $\sim 8\text{ohm}$   |

possibles tenant compte des tolérances données sur les paramètres de leurs produits. Les résultats présentés au tableau II.1 correspondent alors au cas le plus défavorable et laissent sous-entendre que le paramètre réel pourra être bien meilleur que ce qui est donné.

Le tableau II.1 montre que nous avons obtenu les exigences fixées plus haut en a) pour que cet amplificateur serve dans un montage où il aura pour fonction de maintenir la masse virtuelle dans le but d'éliminer les impédances des terminaux lors de la mesure d'une impédance, sur la plage de fréquences .05-10MHz.

LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE II

- [1]- J.F. HERSH, A CLOSE LOOK AT CONNECTION ERRORS IN CAPACITANCE MEASUREMENTS, General Radio Experimenter, vol. 33, no 7, juillet 1959.
- [2]- GENERAL RADIO INSTRUCCION MANUAL, TYPE 1422 PRECISION CAPACITOR.
- [3]- A.M. THOMPSON, A.C. BRIDGE METHODS FOR THE MEASUREMENT OF THREE TERMINAL ADMITTANCE, IEEE Trans. Instr. Meas., vol. IM-13, pp. 189-197 (1964).
- [4]- H.W. OTT, NOISE REDUCTION TECHNIQUES IN ELECTRONIC SYSTEMS, Wiley, New York (1965).
- [5]- W.C. JOHNSON, TRANSMISSION LINES AND NETWORKS, Mc Graw Hill co. (1950).
- [6]- R.N. JONES, EVALUATION OF THREE TERMINALS AND FOUR-TERMINAL PAIR CAPACITORS AT HIGH FREQUENCIES, NBS Technical Note 1024, Nat. Bur. Stand., Washington D.C. USA, sept. 1980.
- [7]- D. DAVIS, THREE TERMINAL CAPACITANCE MEASUREMENTS, Electronic Engineering, Dec. 1977.
- [8]- M. MERABET, T.K. BOSE, DIELECTRIC CONSTANT ANOMALY NEAR THE CONSOLUTE POINT OF A BINARY MIXTURE: NITROBENZENE-ISOOCTANE, Physical Review A, vol. 25, pp. 2281-2288 (1982).
- [9]- J.J. BROPHY, BASIC ELECTRONICS FOR SCIENTISTS, Mc Graw Hill co. (1977).

## CHAPITRE III

### DESCRIPTION D'UN DISPOSITIF DE MESURES DIELECTRIQUES PAR METHODE DE RESONNANCE.

#### III.1 INTRODUCTION.

A cause de leur simplicité et de leur précision, les circuits de résonnance sont particulièrement bien adaptés pour la mesure d'impédances aux radio-fréquences en général. Par exemple, les Q-mètres et les ponts de résonnance sont des instruments se servant de circuits résonnans pour effectuer des mesures d'impédances aux radio-fréquences.

Leur domaine de fréquence s'étend d'environ 100kHz à quelques centaines de MHz. La limite inférieure provient du fait qu'il est difficile de construire des circuits résonnans ayant un facteur de qualité suffisamment élevé à basse fréquence [1] et les autres méthodes de mesure, comme les ponts d'impédances, offrent alors une précision supérieure pour la même complexité relative. Par contre, quand la fréquence augmente, les longueurs en jeu deviennent de moins en moins négligeables devant la longueur d'onde jusqu'au point où les composants doivent être considérés comme des éléments à constantes réparties ( $\sim 200\text{MHz}$ ), nécessitant alors des traitements différents, comme nous l'avons mentionné à la section I.2 .

Pour les mesures diélectriques on utilise habituellement un circuit résonnant parallèle comprenant un condensateur avec le diélectrique entre ses plaques. Comme en témoigne l'abondante littérature sur les mesures diélectriques par méthode de résonnance [2] beaucoup de gens ont réalisé leur propre dispositif de mesure, utilisant la simplicité et la précision des circuits de résonnance pour remplir leurs objectifs spécifiques; citons, à titre d'exemple

- A.N. Sus et V.S. Gangus [3] ont réalisé un pont de résonnance pour caractériser des substances possédant une forte conductivité;

- Rudolf Hopmann [4] décrit un pont de résonnance permettant des mesures diélectriques en présence de champs statiques élevés;

- Yu.S. Nakonechnyi [5] présente un dispositif pour la mesure automatique de capacités;

- Benadda, Carru et Druon [6] ont construit un appareil de mesure diélectriques se servant d'un circuit résonnant accueillant les cellules déjà utilisées dans leur laboratoire.

Pour notre part, nous étions intéressés à démontrer la possibilité d'employer de façon efficace l'arrangement à trois terminaux pour les mesures diélectriques sur la bande de fréquences 100KHz-10MHz, et nous avons choisi d'utiliser une méthode de résonnance à cause de leur simplicité et de leur précision sur cette bande.

Dans ce qui va suivre, nous allons exposer les principes de base de quelques méthodes de résonnances, et nous verrons en détails la méthode d'oscillations spontanées que nous avons choisie (section III.2). Puis, à la section III.3, nous décrirons le dispositif que

nous avons réalisé, qui sert à mesurer la valeur d'une capacité à trois terminaux présentant des pertes, et avec lequel on pourra éventuellement effectuer des mesures diélectriques à l'aide de cellules à trois terminaux de 50KHz à 10MHz.

### III.2 MESURE D'UNE CAPACITE PAR METHODE DE RESONNANCE.

#### III.2.1 Principe de base:

On peut utiliser la propriété qu'a un circuit LCR parallèle de présenter une impédance maximale et réelle à la fréquence  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , appelée fréquence de résonnance  $f_r$ . La figure III.1 montre le graphique du module de l'impédance et de sa phase en fonction de la fréquence pour un circuit LCR parallèle.

La figure III.2 montre un système de mesure typique utilisant cette propriété; la capacité à mesurer  $C_x$ , qui de façon générale pourra montrer des pertes représentées par  $G_x$ , est mise en parallèle avec une inductance connue  $L_s$ . On détermine ensuite la fréquence de résonnance de ce réseau ( $f_r$ ) en faisant varier la fréquence du générateur de courant dans la figure III.2 de façon à obtenir un maximum de tension au détecteur. Les relations

$$C_x = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 L_s}$$

et

$$G_x = \left| \frac{I_{gen}}{V_{det}} \right|$$

permettent alors la mesure des quantités voulues.

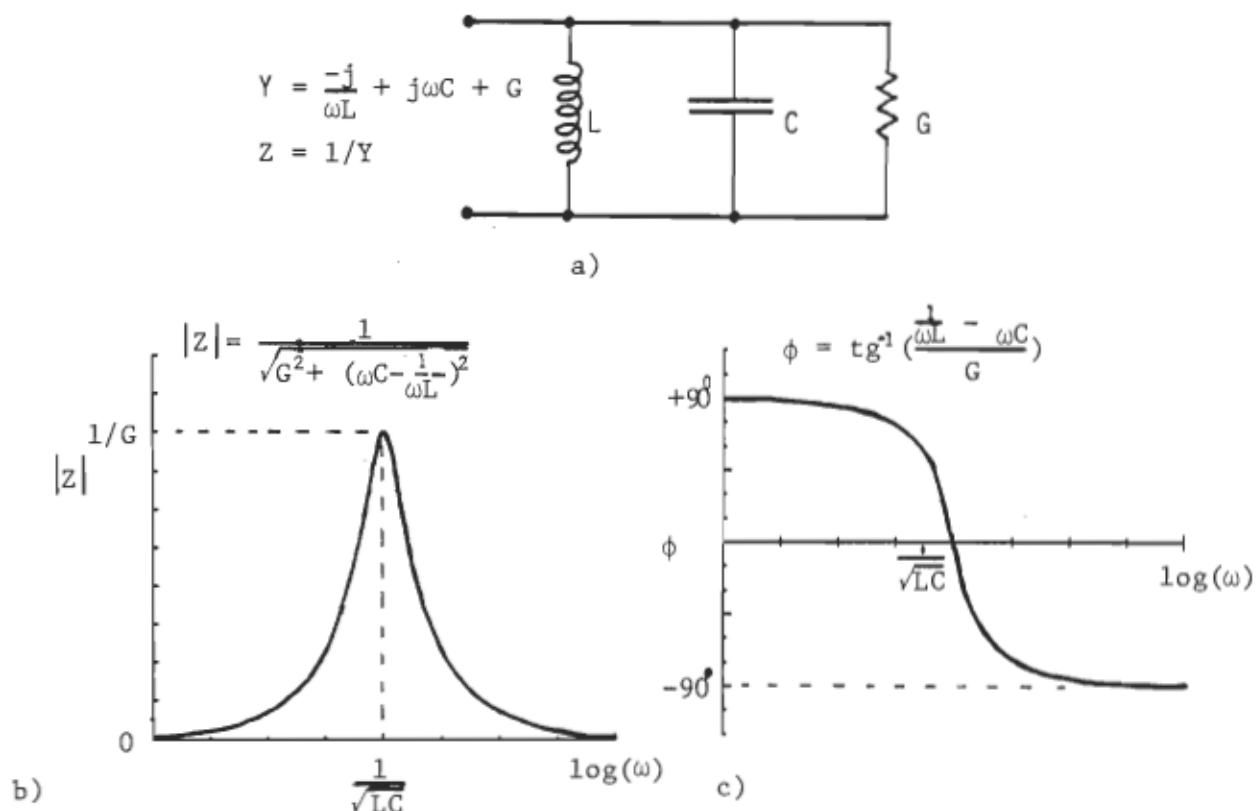


Figure III.1: a) Circuit résonnant LCR parallèle.

b) Module de l'impédance en fonction de la fréquence.

c) Phase.

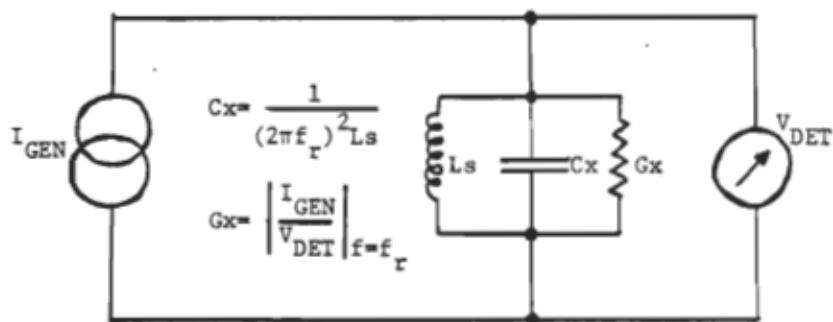


Figure III.2: Système de mesure typique de la valeur d'un condensateur avec pertes ( $C_x, G_x$ ) utilisant la propriété que l'impédance d'un réseau LCR parallèle est maximale à la fréquence de résonnance.

L'attrait principal des méthodes de résonnance réside dans le fait que la mesure de la quantité principale (ici,  $C_x$ ) n'est pas obtenue à partir de la mesure absolue de courants et de tensions, mais plutôt à partir de la mesure d'une fréquence. Or, les mesures de fréquences peuvent être effectuées avec beaucoup plus de précision, de résolution et de reproductibilité que les mesures de courants et de tensions [?].

Notons que plusieurs variantes du système de mesure typique existent, chacune possédant ses avantages et ses inconvénients. Par exemple on peut obtenir la résonnance en variant un élément  $L$  ou  $C$  plutôt que la fréquence [8]. Mentionnons aussi les ponts de résonnance [3][9], qui s'apparentent aux méthodes de zéro mais avec lesquels le zéro est obtenu en variant soit la fréquence d'une excitation appliquée à un circuit résonnant ou un des paramètres de ce circuit, et finalement les méthodes d'oscillations spontanées, que nous allons étudier plus en détail étant donné que c'est ce type de configuration que nous avons choisie.

### III.2.2 Méthode d'oscillations spontanées:

A partir d'un circuit LCR parallèle, il y a plusieurs moyens d'obtenir un réseau sélectif en fréquence; l'idée de base des méthodes d'oscillations spontanées est d'utiliser un tel réseau sélectif dans la boucle de rétroaction d'un oscillateur [10][11].

Un réseau simple, avec sa fonction de transfert est montré à la figure III.3. Il est constitué d'un circuit résonnant parallèle en série avec une 'impédance d'excitation' que nous supposons ici réelle. La sortie est prise aux bornes du circuit résonnant et l'entrée est appliquée à l'ensemble du réseau. La fonction de transfert de ce réseau est donnée par

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G_e}{G_e + G_x + j\omega C_x - \frac{j}{\omega L_s}} . \quad (3.1)$$

Le module de la fonction de transfert présente l'allure d'un

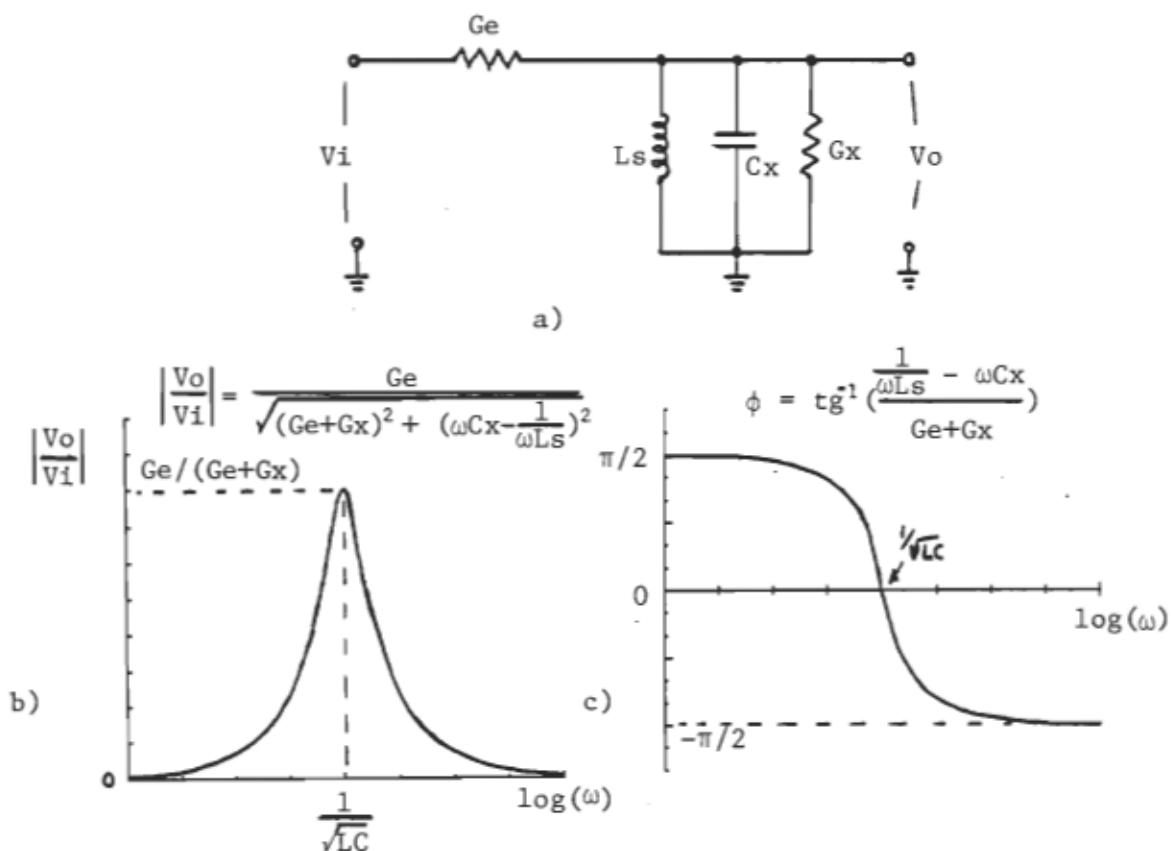


Figure III.3: a) Réseau sélectif en fréquence formé à partir d'un circuit résonnant parallèle.

b) Le module de la fonction de transfert.

c) La phase de la fonction de transfert.

filtre passe-bande centré sur la fréquence  $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LsCx}}$ , montrant alors un maximum  $G_e/(G_e+G_x)$ , et sa phase passe par zéro à cette fréquence.

Si on réalise une boucle fermée à l'aide de ce réseau et d'un amplificateur tel que montré à la figure III.4, le système oscillera à une fréquence  $f_0$  si les deux conditions suivantes sont remplies;

- 1- le déphasage total dans la boucle à la fréquence  $f_0$  est un multiple entier ( $N$ ) de  $2\pi$ radians,
- 2- le gain total de la boucle à cette fréquence est  $> 1$  [?].

Dans le cas où l'amplificateur n'introduit pas de déphasage, la condition 1 implique alors que  $N=0$ , puisque le déphasage produit par le réseau est toujours compris entre  $-\pi/2$  et  $+\pi/2$ . Par suite, la seule fréquence à laquelle le déphasage total de la boucle est un

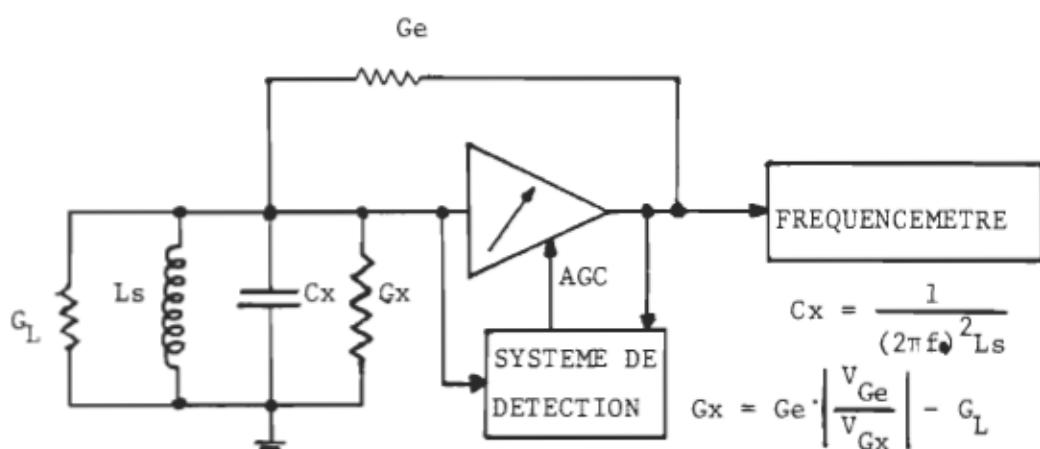


Figure III.4: Mesure d'un condensateur présentant des pertes ( $C_x, G_x$ ) par insertion dans la boucle de réaction d'un oscillateur LC.

multiple entier de  $2\pi$  radians est celle où la phase de la fonction de transfert du réseau est nulle, soit  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LsC_x}} = f_r$  (figure III.3).

En pratique, pour s'assurer que le gain total de la boucle est juste suffisant pour entretenir les oscillations à un niveau stable, on dispose de deux moyens:

- se servir d'un amplificateur ayant un gain nettement plus élevé que le gain nécessaire (ici le gain doit être au moins  $\frac{G_{e+G_x}}{G_e} > 1$ ) et faire suivre l'amplificateur d'un circuit limiteur. Cette méthode est relativement simple; toutefois, à basse fréquence, alors que le facteur de qualité Q du circuit oscillant est relativement bas, les harmoniques produites par un circuit limiteur peuvent affecter considérablement la fréquence d'oscillation [1]. C'est pourquoi nous avons utilisé la deuxième méthode:

- se servir d'un amplificateur à gain contrôlé (communément appelés AGC, modulateur, amplificateur à trans-conductance, etc); la tension servant au contrôle du gain est alors obtenue à partir d'un système de détection, comme schématisé à la figure III.4. On peut ainsi s'assurer que le gain total de la boucle est juste suffisant pour entretenir les oscillations.

Nous avons donc un moyen d'effectuer la mesure d'une capacité présentant des pertes ( $C_x, G_x$ ), si  $L_s$  est connue, à partir de la fréquence d'oscillation du système. En effet, comme montré à la figure III.4, nous avons

$$C_x = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L_s} \quad (3.2a)$$

$$G_x = G_e \left| \frac{V_{Ge}}{V_{Gx}} \right| - G_L \quad (3.2b)$$

où  $f$  est la fréquence d'oscillation du système, et  $G_L$  représente les pertes du circuit résonnant à vide, qui provient normalement de la conductance associée à l'inductance  $L_s$  à cause de son facteur de qualité  $Q$  fini.

Cette méthode possède plusieurs avantages par rapport aux autres méthodes de mesure par résonnance:

- le système oscille spontanément à la fréquence de résonnance du circuit oscillant (d'où le nom de la méthode); les manipulations et le temps de mesure sont donc réduits car on n'a pas besoin de détecter manuellement la fréquence de résonnance en faisant varier la fréquence d'un générateur ou un élément  $L$  ou  $C$  en observant simultanément la lecture fournie par un détecteur. Par suite, la méthode se prête bien à l'automatisation;

- le générateur de fréquences est remplacé par un amplificateur à gain contrôlé, instrument beaucoup moins dispendieux et sophistiqué; les seuls instruments externes au circuit oscillant sont maintenant un fréquencemètre et un voltmètre, instruments qu'il est courant de retrouver dans les laboratoires;

- la résolution sur la mesure de  $C_x$  dépend uniquement de la résolution du fréquencemètre. D'après (3.2a), si la résolution sur la mesure de la fréquence est  $df/f$ , alors la résolution sur la mesure de  $C_x$  est

$$dC/C \approx -2 \frac{df}{f} . \quad (3.3)$$

Elle ne diminue pas même en présence d'une forte conductivité, comme c'est le cas pour les autres méthodes à cause de la difficulté de déterminer précisément la fréquence de résonnance quand le pic de

résonnance est large [10].

Par contre, cette méthode est limitée en fréquence puisque, comme nous le verrons plus loin, la précision sur la mesure de  $C_x$  est liée à la précision avec laquelle la phase de  $G_e$  et le déphasage produit par l'amplificateur sont nuls. Nous verrons que l'on peut contrôler ces paramètres de manière satisfaisante jusqu'aux fréquences de l'ordre de 10MHz.

Pour la plage de fréquences qui nous intéresse, la méthode d'oscillations spontanées se révèle fort intéressante. Mais telle que présentée à la figure III.4, elle souffre de plusieurs défauts:

- Il est difficile de réaliser des inductances standard de qualité; en effet, la valeur d'une inductance a tendance à changer avec la température, avec la fréquence et avec le temps. Or, une imprécision sur la valeur de  $L_s$  résulte en une incertitude sur la mesure de  $C_x$ .

- La fréquence à laquelle la mesure est effectuée dépend de  $L_s$  et  $C_x$ ; il serait commode de varier  $L_s$  de façon continue pour pouvoir effectuer la mesure à une fréquence pré-déterminée. Mais la réalisation d'une inductance variable possédant de bonnes caractéristiques de stabilité est encore plus difficile que celle d'une inductance fixe.

C'est pourquoi nous utiliserons plutôt l'arrangement illustré à la figure III.5. Il s'agit de comparer la fréquence d'oscillation du système quand  $C_x$ , la capacité à mesurer, est dans la boucle en placant l'interrupteur I à la position 1, avec la fréquence d'oscillation quand  $C_s$ , un condensateur variable calibré, est à son tour inséré

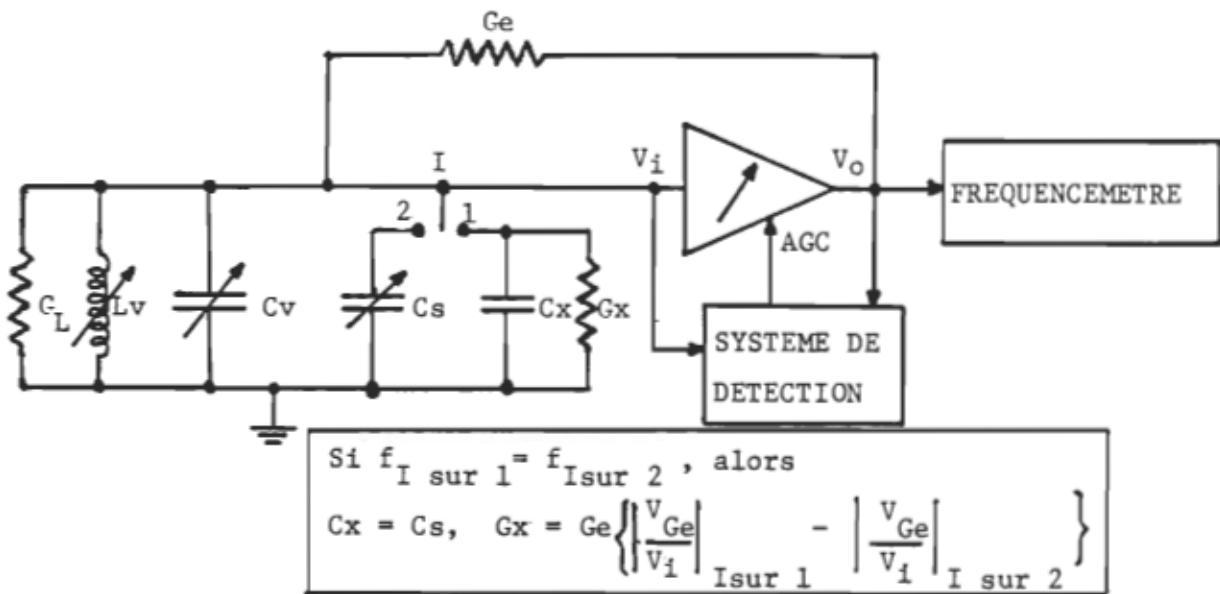


Figure III.5: Comparaison d'une capacité inconnue avec une capacité standard insérés dans la boucle de réaction d'un oscillateur LC.

dans la boucle en placant l'interrupteur I à la position 2. Si la fréquence est la même pour les deux positions de l'interrupteur, nous avons alors

$$C_x = C_s \quad (3.4a)$$

$$G_x = G_e \left[ \left| \frac{V_{G_e1}}{V_i} \right| - \left| \frac{V_{G_e2}}{V_i} \right| \right] \quad (3.4b)$$

où  $V_{G_e1}$  et  $V_{G_e2}$  désignent la tension aux bornes de Ge quand l'interrupteur est respectivement à la position 1, puis à la position 2. Les éléments  $L_v$  et  $C_v$  servent à ajuster la fréquence à laquelle la mesure a lieu.

Cette façon de procéder apporte plusieurs avantages:

- On exige pour les éléments  $L_V$  et  $C_V$  une stabilité à court terme seulement; leur présence ne sert qu'à établir la fréquence de mesure. Notons toutefois que la présence de  $G_L$ , la conductance associée à l'inductance à la fréquence de mesure, a pour effet de diminuer la sensibilité sur la mesure de  $G_X$ , aussi avons-nous intérêt à nous servir d'une inductance ayant un  $Q$  élevé.

- On peut effectuer la mesure à une fréquence pré-déterminée car il est facile de construire un condensateur variable stable. Notons que  $C_V$  a pour effet de diminuer la résolution sur la mesure de  $C_X$ , aussi avons-nous intérêt à ne pas le faire exagérément grand devant  $C_X$ . Ainsi, on limitera la plage de fréquence couverte par la variation de  $C_V$  à une ou deux octaves, et pour couvrir une large bande de fréquences, on aura recours à différents  $L$ .

- Les seuls éléments de précision nécessaires sont un condensateur variable calibré et une conductance; des condensateurs variables sont disponibles sur le marché, possédant de très bonnes caractéristiques; des méthodes pour obtenir des conductances ayant un angle de phase minime sont amplement décrites dans la littérature [13][14].

C'est cet arrangement que nous avons choisi pour réaliser notre montage.

### III.2.3 Considérations sur les exigences des divers éléments d'un dispositif de mesure par méthode d'oscillations spontanées:

#### a) Adaptation pour impédance à trois terminaux:

Nous avons vu à la section II.4 la réalisation de circuits

de garde actifs pour éliminer les impédances des terminaux. Nous serions intéressés à inclure un tel circuit dans notre dispositif, mais la mesure d'impédance doit alors être effectuée avec des circuits flottants et la méthode d'oscillations spontanées telle que nous l'avons décrite à la section précédente n'est pas adaptée pour ce cas. Nous présentons à la figure III.6 l'adaptation de la figure III.5 pour impédances à trois terminaux; ce circuit fonctionne sur le même principe sauf que la sortie de l'amplificateur servant à entretenir les oscillations ( $A_{i2}$ ) est appliquée de façon différentielle aux bornes du réseau sélectif, et que l'on ajoute l'amplificateur  $A_{i1}$  pour maintenir la borne L à la masse virtuelle, comme dans la figure II.15.

#### b) Effet de la phase de $G_e$ :

Dans ce que nous avons dit précédemment pour arriver aux équations (3.4a) et (3.4b), nous avons assumé que l'impédance d'excitation  $G_e$  était réelle. En pratique, une résistance ou une conductan-

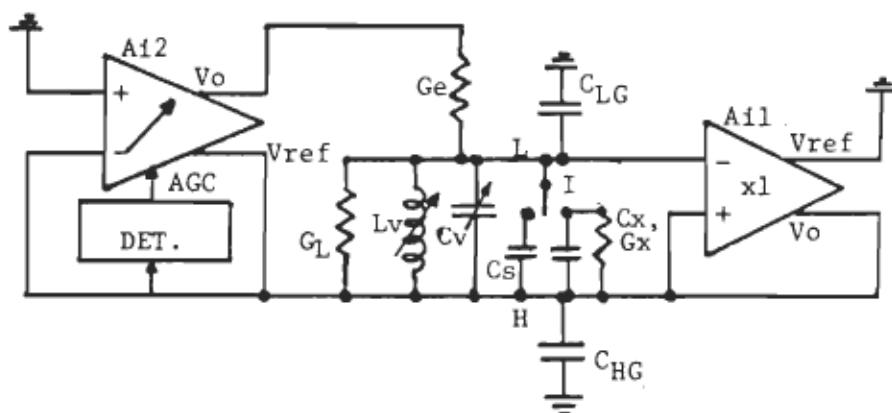


Figure III.6: Adaptation du circuit de la figure III.5 pour capacités à trois terminaux;  $A_{i1}$  sert à maintenir la masse virtuelle à la borne L, et  $A_{i2}$  sert à entretenir les oscillations.

ce quelconque possède toujours une certaine réactance, ayant pour effet d'introduire une erreur sur la mesure d'une capacité présentant des pertes. En effet, pour  $Y_e = |Y_e| \angle \phi = G_e + jY_e$ , l'équation (3.1) sera remplacée par

$$\left(\frac{V_o}{V_i}\right)_1 = \frac{Y_e 1}{G_e 1 + G_{L1} + G_x + j\omega_1(Cv + Cx) - \frac{j}{\omega_1 L_v} + jY_e' 1},$$

quand l'interrupteur I est placé à 1 (sur  $C_x$ ) dans la figure III.5, et

$$\left(\frac{V_o}{V_i}\right)_2 = \frac{Y_e 2}{G_e 2 + G_{L2} + j\omega_2(Cv + Cs) - \frac{j}{\omega_2 L_v} + jY_e' 2},$$

quand I est placé à 2. Les indices 1 et 2 désignent les valeurs des divers paramètres aux fréquences angulaires  $\omega_1$  et  $\omega_2$  respectivement.

La condition d'oscillations devient maintenant ( $V_o/V_i$  réel)

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left\{ \frac{\omega_1(Cv + Cx) - \frac{1}{\omega_1 L_v} + Y_e' 1}{G_e 1 + G_{L1} + G_x} \right\}, \quad I \text{ sur } 1$$

et

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{\omega_2(Cv + Cs) - \frac{1}{\omega_2 L_v} + Y_e' 2}{G_e 2 + G_{L2}} \right\}, \quad I \text{ sur } 2.$$

Si  $C_s$  est tel que  $\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega$ , alors

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_2 \equiv \phi, & G_e 1 &= G_e 2 \equiv G_e, \\ Y_e' 1 &= Y_e' 2 \equiv Y_e', & G_{L1} &= G_{L2} \equiv G_L, \end{aligned}$$

et les conditions d'oscillations se ramènent à

$$\tan(\phi) = \frac{\omega(Cv + Cx) - \frac{1}{\omega L_v} + Y_e'}{G_e + G_L + G_x}, \quad I \text{ sur } 1$$

et

$$\tan(\phi) = \frac{\omega(Cv+Cs) - \frac{1}{\omega Lv} + Y_e'}{G_e + G_L}, \quad I \text{ sur } 2$$

soit, après réarrangement,

$$\omega Cx = (G_e + G_L + G_x) \tan(\phi) + \frac{1}{\omega Lv} - \omega Cv - Y_e' \quad (3.5a)$$

et

$$\omega Cs = (G_e + G_L) \tan(\phi) + \frac{1}{\omega Lv} - \omega Cv - Y_e' \quad (3.5b)$$

Ceci indique que si la fréquence est la même pour les deux positions de l'interrupteur, nous n'aurons pas  $Cs=Cx$ , et la mesure faite selon la méthode de la figure III.5 (équation 3.4a) comportera une erreur

$$\Delta C = \frac{Cs - Cx}{C_x} = - \frac{G_x}{\omega} \tan(\phi) \quad (3.6)$$

et dans le cas d'une mesure diélectrique, l'erreur relative sur la partie réelle de la permittivité est, en se rappelant que l'angle de pertes  $\delta$  est tel que  $\tan(\delta) = \frac{G_x}{\omega Cx}$ ,

$$\frac{\Delta \epsilon'}{\epsilon'} = \frac{\Delta C}{C_x} = - \tan(\delta) \tan(\phi) \quad (3.7)$$

Pour la mesure de  $G_x$ , nous aurons

$$\frac{V_{Ye1}}{Vi} = \frac{j\omega(Cv+Cx) - \frac{j}{\omega Lv} + G_L + G_x}{Y_e}, \quad I \text{ sur } 1$$

et

$$\frac{V_{Ye2}}{Vi} = \frac{j\omega(Cv+Cs) - \frac{j}{\omega Lv} + G_L}{Y_e}, \quad I \text{ sur } 2.$$

Utilisant (3.5a) et (3.5b),

$$\frac{V_{Ye1}}{Vi} = \frac{j(G_e + G_L + G_x) \tan(\phi) - jY_e' + G_L + G_x}{Y_e}$$

et

$$\frac{V_{Ye2}}{Vi} = \frac{j(G_e + G_L) \tan(\phi) - jY_e' + G_L}{Y_e}$$

Par suite,

$$\frac{V_{Ye1}}{Vi} - \frac{V_{Ye2}}{Vi} = \frac{Gx}{Ye} [1+j\tan(\phi)] .$$

Considérant que ces relations ont été obtenues en supposant  $Vo/Vi$  réel,  $V_{Ye1}/Vi$  et  $V_{Ye2}/Vi$  doivent aussi être réels, de sorte que l'on peut écrire

$$Ye \left\{ \left| \frac{V_{Ye1}}{Vi} \right| - \left| \frac{V_{Ye2}}{Vi} \right| \right\} = Gx \sqrt{1+\tan^2(\phi)} .$$

Ceci montre que l'équation (3.4b) n'est pas valide dans le cas général où l'impédance d'excitation n'est pas réelle, et si l'on désigne par  $G_{mes}$  la valeur obtenue en effectuant le calcul (3.4b), nous aurons alors d'après la relation ci-dessus, en remplaçant  $|Ye|$  par  $Gx$ ,

$$G_{mes} = Gx \sqrt{1+\tan^2(\phi)} \approx Gx[1 + \frac{1}{2}\tan^2(\phi)] , \quad (3.8)$$

où l'approximation de droite est valide pour  $\tan(\phi) \ll 1$ . Ainsi, pour une mesure diélectrique, l'erreur sur la partie imaginaire de la permittivité est

$$\frac{\Delta\epsilon''}{\epsilon''} = \frac{G_{mes}-Gx}{Gx} \approx \frac{1}{2} \tan^2(\phi) . \quad (3.9)$$

### c) Effet de la phase de $A_{12}$ :

Les équations (3.4a) et (3.4b) ont été obtenues en supposant aussi que l'amplificateur n'introduit pas de déphasage. En pratique, on peut seulement assurer que la phase de l'amplificateur est plus petite qu'une certaine quantité. Or, un déphasage  $\alpha$  produit par l'amplificateur a pour effet d'introduire une erreur sur la mesure d'une capacité présentant des pertes. En effet, si on refait le même développement effectué plus haut en b), en imposant cette fois que la phase de la fonction de transfert soit  $-\alpha$  pour que la phase totale de la boucle soit nulle, on obtiendra de la même façon

$$C_{\text{S}} - C_x = - \frac{G_x}{\omega} \tan(\alpha) \quad (3.10)$$

$$G_{\text{mes}} \approx G_x [1 + \frac{1}{2} \tan^2(\alpha)] , \quad \tan(\alpha) \ll 1 \quad (3.11)$$

ce qui implique, pour une mesure diélectrique, les erreurs relatives

$$\frac{\Delta \epsilon'}{\epsilon'} = - \tan(\alpha) \tan(\delta) \quad (3.12)$$

$$\frac{\Delta \epsilon''}{\epsilon''} \approx \frac{1}{2} \tan^2(\alpha) . \quad (3.13)$$

#### d) Effet de Q fini de l'inductance:

Le facteur de qualité Q d'une inductance est défini comme

$$Q \equiv \frac{X_L}{R_L} = \frac{\omega L}{R_L} ,$$

où  $R_L$  est la résistance série de l'inductance à la fréquence angulaire  $\omega$ , comme montré à la figure III.7a.

Par suite, l'admittance de cette inductance est donnée par

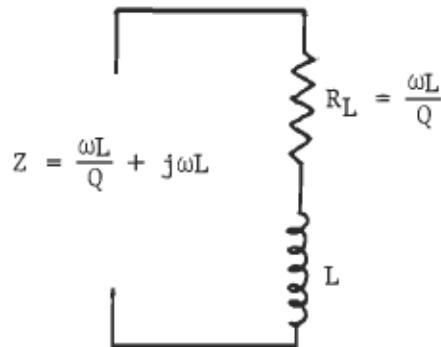
$$Y = 1/Z = \frac{1}{\frac{\omega L}{Q} + j\omega L} = \frac{\frac{1}{Q\omega L} - \frac{j}{\omega L}}{\frac{1}{Q^2} + 1} .$$

Ainsi, le circuit équivalent parallèle à la fréquence angulaire  $\omega$  est, comme montré en III.7b,

$$L' = L(1/Q^2 + 1)$$

$$G_L = \frac{\frac{1}{Q\omega L}}{\frac{1}{Q^2} + 1} = 1/(Q\omega L') . \quad (3.14)$$

a)



$$Z = \frac{\omega L}{Q} + j\omega L$$

b)

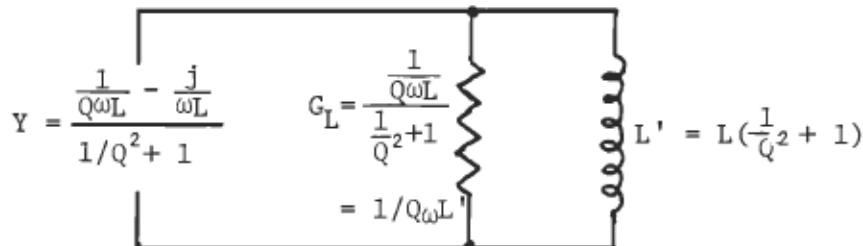


Figure III.7: a) Circuit équivalent série d'une inductance  $L$  ayant un facteur de qualité  $Q$ .

b) Circuit équivalent parallèle.

En utilisant le fait que la fréquence d'oscillations est donnée par  $\omega = \frac{1}{\sqrt{L'(Cv+Cx)}} ,$

$$G_L = \omega[Cv+Cx]/Q \quad . \quad (3.15)$$

La présence de cette conductance a pour effet de diminuer la sensibilité sur la mesure de  $G_x$ ; en effet,

$$\begin{aligned} \left| \frac{V_{Ye_1}}{V_i} \right| &= \frac{G_L + G_x}{G_e} \\ \left| \frac{V_{Ye_2}}{V_i} \right| &= \frac{G_L}{G_e} \quad . \quad (3.16) \end{aligned}$$

En supposant que les mesures de  $|\frac{V_{Ye1}}{Vi}|$  et  $|\frac{V_{Ye2}}{Vi}|$  sont effectuées avec une certaine résolution  $\xi$ , le calcul de  $Gx$  dans (3.4b) ne pourra pas être effectué avec une sensibilité meilleure que

$$S(Gx) > Ge \xi \left| \frac{V_{Ye2}}{Vi} \right| ,$$

où  $S(Gx)$  désigne la sensibilité sur la mesure de  $Gx$ .

Ainsi, d'après (3.14) et (3.16),

$$S(Gx) > \xi w [Cv + Cx] / Q . \quad (3.17)$$

e) Vue d'ensemble des effets pouvant introduire des erreurs sur la mesure:

Nous venons de voir comment les divers éléments de notre dispositif peuvent influencer la précision des mesures; les équations (3.6) et (3.8), (3.10) et (3.11), et (3.17) donnent respectivement l'influence de la phase de l'impédance d'excitation  $\phi$ , de la phase de l'amplificateur servant à entretenir les oscillations  $\alpha$ , et du  $Q$  fini de l'inductance sur les valeurs mesurées. Les équations (2.31) montrent comment une tension résiduelle à la borne L contribue aussi aux erreurs.

Nous verrons au chapitre IV, lors de la présentation des tests et calibrations du montage, que les paramètres  $\phi$  et  $\alpha$  pour notre dispositif (que nous allons décrire dans la section suivante) ont pu être faits suffisamment petits pour ne pas contribuer significativement aux erreurs commises, sauf dans le cas de dissipation très élevée ( $\tan(\delta) > 1$ ). Par contre, la tension résiduelle à la borne L et le  $Q$

fini de l'inductance s'avèreront les principaux facteurs limitant la précision dans des cas pratiques.

### III.3 REALISATION PRATIQUE D'UN DISPOSITIF DE MESURE PAR METHODE D'OSCILLATIONS SPONTANÉES.

#### III.3.1 Description générale:

##### a) Fonctionnement:

Nous présentons à la figure III.8 le schéma du dispositif que nous avons réalisé. On remarque que

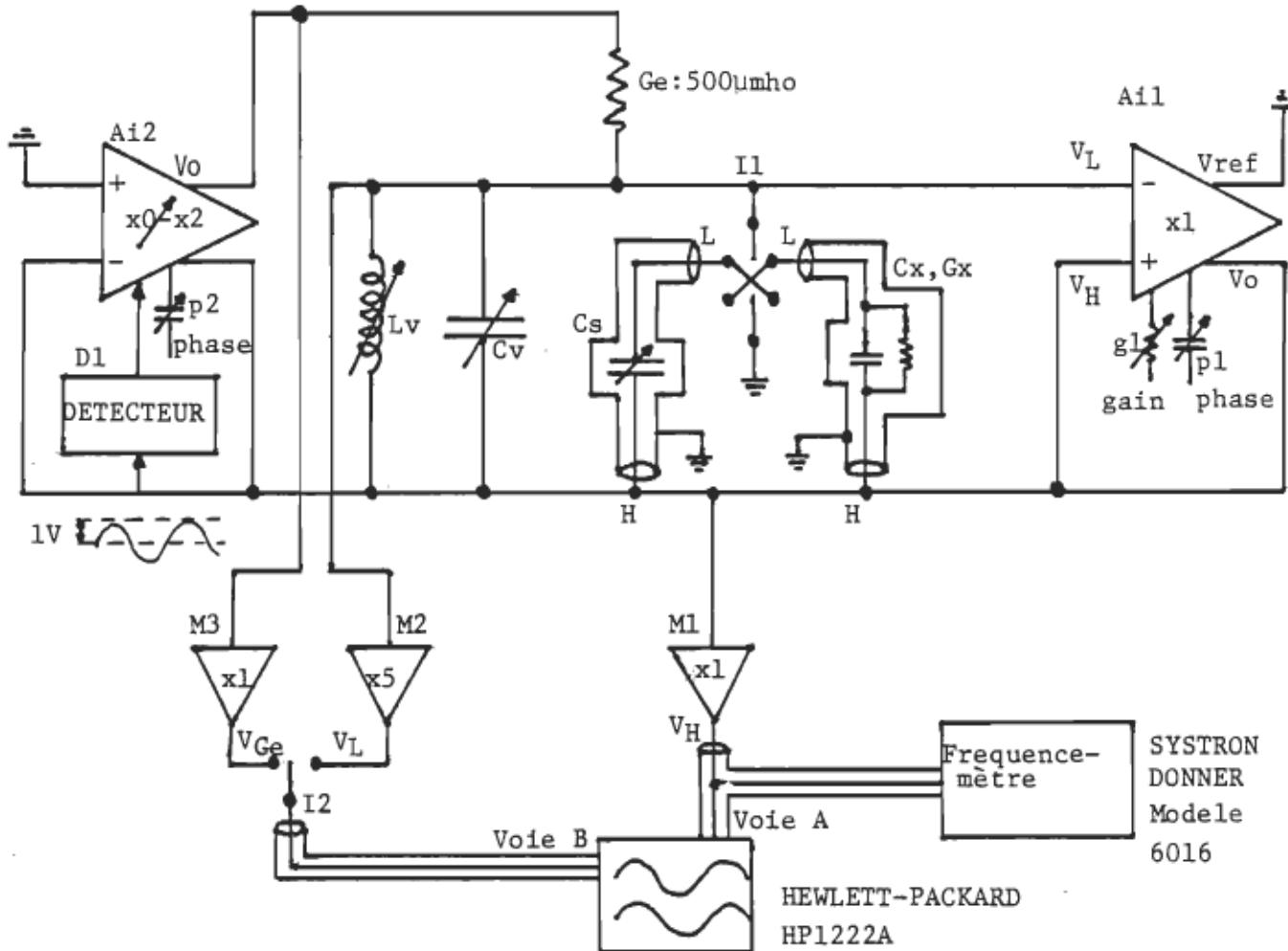
- L'amplitude des oscillations aux bornes du circuit résonnant est fixée à 1V par le système de détection et l'amplificateur à gain contrôlé  $A_{12}$ . Le signal à l'entrée de  $A_1$  est ainsi à l'intérieur de sa plage dynamique (section II.4) tout en étant suffisamment élevé pour que les signaux qui nous intéressent soient plus forts que le bruit de fond produit par les divers éléments.

- La variation de  $C_V$  entraîne une variation de fréquence d'un facteur environ 1.7; par conséquent, au moins 10 inductances sont requises pour couvrir la bande de fréquences 50KHz-10MHz . Nous avons disposé 12 inductances variant dans un rapport d'environ 2.4, sélectionnées par un commutateur rotatif.

- Le condensateur variable  $C_S$  est représenté comme étant un condensateur à trois terminaux. Ce n'est pas nécessaire mais comme nous le verrons plus loin, ceci permet des possibilités intéressantes. Dans notre cas il s'agit d'un condensateur variable de .5-11pF, nous permettant de comparer la valeur d'une capacité  $C_X$  située dans cette plage. Pour une capacité plus élevée, on peut employer un condensateur calibré en parallèle avec  $C_S$  ou utiliser un autre type de condensateur variable. Toutefois, nous n'avons pas eu besoin de recourir à un tel moyen pour notre application.

- L'interrupteur  $I_1$  permettant la comparaison de  $C_X$  et  $C_S$  est placé à la borne  $L$ , et les connexions sont telles que le condensateur qui n'est pas relié au circuit résonnant voit sa borne  $L$  connectée à la masse. Ceci a pour effet que les capacités résiduelles aux bornes de  $I_1$  font partie des capacités des terminaux plutôt que de faire partie du circuit résonnant. En même temps, l'amplificateur  $A_{11}$  voit à sa sortie une charge indépendante de la position de l'interrupteur quand  $C_S=C_X$ , de sorte que les ajustements  $g_1$  et  $p_1$  n'ont pas besoin d'être retouchés pour effectuer la comparaison; ce n'aurait pas été le cas si  $I_1$  avait été placé à la borne  $H$ , étant donné que le changement de capacité  $C_{HG}$  entraîné par le changement de position de  $I_1$  aurait alors demandé un réajustement de  $g_1$  et  $p_1$  à cause de l'impédance de sortie non nulle de l'amplificateur.

- L'amplificateur servant à entretenir les oscillations  $A_{12}$  a



- Remarques:
- $L_v$ : 12 inductances fixes allant de  $3.5\mu H$  à  $50mH$  sélectionnées par un commutateur rotatif;
  - $C_v$ : condensateur variable  $50-200pF$ ;
  - $C_s$ : condensateur de précision GR1422CD.

Schéma de structure du dispositif que nous avons réalisé.

Figure III.8

une compensation de phase ajustable (l'ajustement p2) parce que la phase de cet amplificateur influence considérablement la mesure dans le cas où les pertes sont élevées (équations 3.12 et 3.13). Nous donnerons plus loin le procédé pour ajuster ce paramètre à la fréquence de mesure.

- Les tensions aux divers points du circuit sont fournies, après amplification, à un oscilloscope à deux voies et à un fréquencemètre. L'oscilloscope permet, en plus d'effectuer les mesures de conductances, de visualiser le bon fonctionnement du montage et de faciliter les ajustements. Notons qu'il pourrait éventuellement être remplacé par un voltmètre alternatif.

b) Etapes de la mesure:

- Mettre d'abord I1 sur  $C_x$ , I2 sur  $V_L$  ;
- Avec  $C_V$  environ au milieu de sa course, sélectionner  $L_V$  pour avoir à la sortie des oscillations à une fréquence voisine de celle voulue.
- Ajuster  $C_V$  pour obtenir la fréquence voulue.
- Ajuster  $g_1$  et  $p_1$  pour avoir  $V_L$  minimum;  $g_1$  affecte la partie de  $V_L$  qui est en phase avec  $V_H$ ,  $p_1$  la partie en quadrature.
- La fréquence d'oscillations peut avoir changé légèrement après ces ajustements; ajuster de nouveau  $C_V$  pour la fréquence désirée.
- Mettre I2 sur  $V_{Ge}$ ; ajuster  $p_2$  pour avoir  $V_{Ge}$  en phase avec  $V_H$ ; ceci complète les ajustements à effectuer à chaque changement de fréquence.
- Enregistrer  $|V_{Ge}|$ ;

- Mettre II à la position 2 et ajuster Cs pour obtenir la même fréquence que précédemment; on a ainsi  $Cx=Cs$  .
- Enregistrer  $|V_{Ge2}|$ ; calculer  $G_x$  d'après (3.4b).

### III.3.2 Description des divers éléments:

Nous avons utilisé pour l'amplificateur A11 celui décrit à la section II.4.3; nous décrirons ici le reste du dispositif illustré à la figure III.8 .

#### a) Les inductances:

Pour couvrir la gamme de fréquences 50KHz-10MHz nous avons besoin d'inductances allant de 4uH à 50mH par sauts de 2.4 . Nous avons réalisé 4 bobinages à plusieurs prises enroulés sur des noyaux toroïdaux. Le tore utilisé pour  $f < 200$ KHz est fait de ferrite, parce que ce matériel possède une forte perméabilité permettant d'obtenir une inductance élevée dans un faible espace. Par contre les autres noyaux sont de poudre de fer, parce qu'ils permettent d'obtenir un coefficient de température pour l'inductance ainsi réalisée environ 10 fois plus petit et un Q environ cinq fois supérieur que les noyaux de ferrite. Une fois l'enroulement terminé, un ruban de cellulose le maintient dans une position fixe pour éliminer l'effet microphonique et minimiser l'effet de la température sur la variation géométrique du bobinage. Le tableau III.1 montre les détails et les caractéristiques des inductances que nous avons réalisées. Les paramètres ont été mesurés sur un Q-mètre HP4342A de Hewlett-Packard. La conductance  $G_L$ , calculée d'après (3.14), est assez constante sur toute la bande de fréquence, et se situe entre 5 à 15 umho, sauf pour la plage 4-10MHz,

TABLEAU III.1CARACTERISTIQUES DES INDUCTANCES.

| NOYAU                             | FIL<br>(AWG) | L approx. | Nombre<br>de tours | champ de<br>fréquence<br>d'utilisation | fréquence<br>de self-<br>résonnance | Qmoyen | G app.<br>(umho)<br>sur la bande<br>d'utilisation |
|-----------------------------------|--------------|-----------|--------------------|--|-------------------------------------|--------|---|
| FT-114R-<br>72<br>Ferrite         | 28           | 50mH      | 128                | 50-80KHz                               | 350KHz                              | 8      | 5~7   |
|                                   |              | 22mH      | 81                 | 75-130KHz                              | 1.0MHz                              | 8      | 7~10  |
|                                   |              | 8.8mH     | 56                 | 120-220KHz                             | 1.5MHz                              | 10     | 10~13   |
| T-157-41<br>(Poudre<br>de<br>fer) | 28           | 3.2mH     | 160                | 200-350KHz                             | 1.3MHz                              | 60     | 3~5   |
|                                   |              | 1.4mH     | 105                | 300-500KHz                             | 2.2MHz                              | 60     | ~5  |
|                                   |              | 625uH     | 72                 | 450-700KHz                             | 4.5MHz                              | 60     | 5~7   |
| T-157-1<br>(Poudre<br>de<br>fer)  | 26           | 300uH     | 83                 | .65-1.2MHz                             | 4.1MHz                              | 140    | 5~7   |
|                                   |              | 125uH     | 55                 | 1.0-1.8MHz                             | 10MHz                               | 150    | ~6  |
|                                   |              | 55uH      | 37                 | 1.5-2.8MHz                             | 19MHz                               | 140    | 7~12  |
| T-106-2<br>(Poudre<br>de<br>fer)  | 24           | 20uH      | 40                 | 2.5-4MHz                               | 25MHz                               | 200    | 10~15   |
|                                   |              | 9uH       | 27                 | 3.75-7MHz                              | 50MHz                               | 200    | 15~22   |
|                                   |              | 3.5uH     | 18                 | 6-10MHz                                | 60MHz                               | 180    | 25~35   |

où elle atteint 15-35umho.

b) Le condensateur Cst:

Il s'agit d'un condensateur variable à air à trois terminaux de type GR1422CD, de la firme General Radio, comportant une section .5-11pF et une section .05-1.1pF; nous utiliserons seulement la section .5-11pF. L'entraînement se fait par une vis sans fin et permet une très bonne résolution. La lecture s'effectue sur un tambour gradué, et des corrections sont fournies par le manufacturier sur le condensateur lui-même. Nous avons quand même calibré le condensateur avec un pont de capacités GR1621 de la même compagnie, à 1KHz, pour vérifier si ses caractéristiques sont restées constantes dans le temps; les différences entre la nouvelle et l'ancienne calibration se sont révélées mineures. Ses caractéristiques, de même que les corrections que nous avons mesurées sont données au tableau III.2. Notons que ce condensateur a été utilisé parce que nous le possédions déjà au laboratoire; il est possible qu'un autre modèle soit disponible, répondant mieux aux caractéristiques souhaitées pour son intégration dans notre montage. Mentionnons que c'est la fréquence de résonnance relativement basse de 60MHz qui limitera le plus la précision à haute fréquence et qui, comme nous le verrons plus loin, perturbera considérablement le fonctionnement du dispositif pour  $f > 4\text{MHz}$ .

c) L'amplificateur Aii2:

Comme pour l'amplificateur Aii1, nous avons préféré développer notre propre design pour cet amplificateur à cause de nos exigences bien spécifiques, qui sont

- faible impédance de sortie pour ne pas fausser la mesure de Gx;

TABLEAU III.2

## CARACTERISTIQUES DU CONDENSATEUR VARIABLE Cs

&lt;d'apres reference [15]&gt;

|                             |   |         |     |
|-----------------------------|---|---------|-----|
| TYPE:                       | GR1422CD (General Radio)  |         |     |
| DIMENSIONS:                 | 245x180x220mm   |         |     |
| PLAGE DE CAPACITES(pF):     | .5-11   | .05-1.1 |     |
| PRECISION INITIALE(pF):     | .04   | .008    |     |
| AVEC CORRECTIONS(fournies): | .01   | .002    |     |
| AVEC CALIBRATION PRECISE:   | .001*   | .0002   |     |
| INDUCTANCE SERIE            |   |         |     |
| RESIDUELLE (uH):            | .17   | .17     |     |
| CAPACITE DES TERMINAUX(pF): |   |         |     |
| $C_{H\alpha}$               | echelle min.  | 98      | 25  |
|                             | echelle max.  | 74      | 23  |
| $C_{LG}$                    | echelle min.  | 117     | 115 |
|                             | echelle max.  | 92      | 93  |
| HYSTERESIS(pF):             | .0004   | .00004  |     |
| COEFFICIENT DE TEMPERATURE: | $\pm +20\text{ppm}/^{\circ}\text{C}$ (.002%/ $^{\circ}\text{C}$ ) |         |     |
| STABILITE:                  | meilleure que .02%/an   |         |     |
| FREQUENCE DE RESONNANCE:    | approx. 60MHz   |         |     |

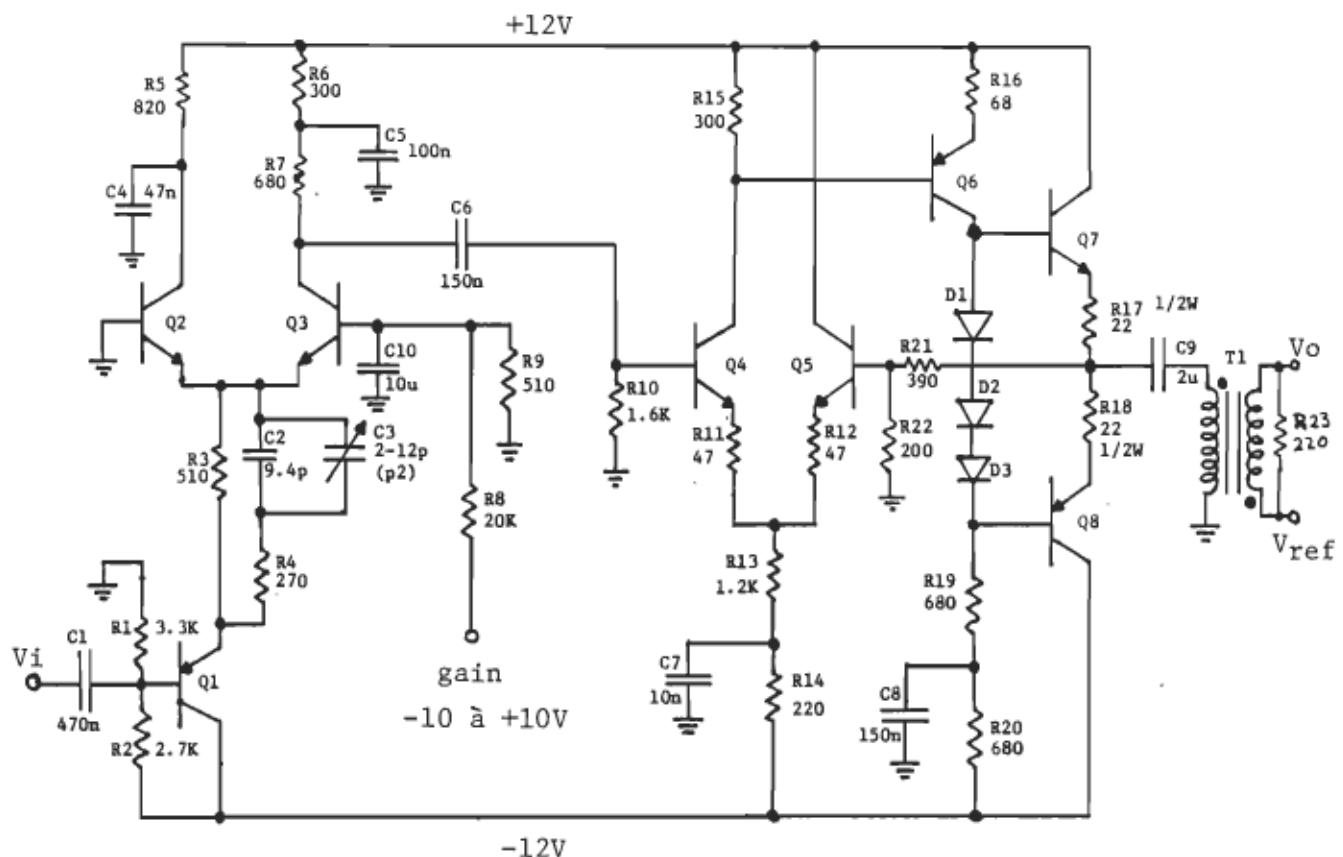
## \* CORRECTIONS MESUREES AVEC PONT DE CAPACITES GR1621 (1KHz)

| TAMBOUR | CORRECTION | TAMBOUR | CORRECTION |
|---------|------------|---------|------------|
| .5      | -.001      | 6.0     | +.004      |
| 1.0     | -.0215     | 7.0     | +.008      |
| 2.0     | -.021      | 8.0     | +.012      |
| 3.0     | -.016      | 9.0     | +.0135     |
| 4.0     | -.010      | 10.0    | +.0125     |
| 5.0     | -.003      | 11.0    | -.0035     |

- sortie différentielle;
- faible déphasage sur la bande 50KHz-10MHz; possibilité d'ajuster la phase à  $0^\circ$  sur cette bande;
- gain variable de +1 à +2 ; la phase ne doit pas varier en fonction du gain.
- linéarité élevée avec une entrée de 1V, pour ne pas introduire trop d'harmoniques qui rendraient les mesures difficiles.

Son schéma est donné à la figure III.9. La première section, constituée de Q1-Q2-Q3 est responsable du contrôle automatique de gain; la linéarité de cet arrangement est assez élevée, et c'est la raison du diviseur de tension R8-R9 et du condensateur C10. En effet, la commande de gain automatique est employée en boucle d'asservissement avec le détecteur (asservissement de l'amplitude d'oscillation) et on peut montrer que le gain de cette boucle est d'autant plus élevé que la linéarité de l'amplificateur responsable du contrôle de gain est bonne. En disposant un atténuateur directement à l'entrée de la commande de gain, et en augmentant d'autant le gain du système de détection, l'amplitude d'oscillations est moins sensible aux interférences captées par la ligne de contrôle de gain, et donc est plus stable. En même temps, ceci assure que la tension à la base de Q3 sera toujours en-dessous du seuil de claquage ( $\approx 5V$ ) et donc nous évite d'avoir à ajouter un circuit de protection pour empêcher que les transitoires (qui surviendraient, par exemple lors de la mise sous tension) causent des dommages aux transistors Q2 et Q3.

Le réseau R4-C2-C3 forme la compensation de phase ajustable. La sortie, prise au collecteur de Q3, est ensuite amplifiée et fournie

Remarques:

|                        |                 |
|------------------------|-----------------|
| Q1: 2N5771             | Q6, Q8: 2N2907A |
| Q2, Q3, Q4, Q5: 2N5962 | Q7: 2N2222A     |
| D1, D2, D3 : 1N914 .   |                 |

- Résistances en ohm,  $\pm 5\%$  film de carbone, 1/4W sauf indication contraire.
- Condensateurs en F,  $\pm 10\%$ .
- T1: 10 tours primaire, 10 tours secondaire, fil #24, bobiné sur un tore de ferrite FT37-75 (Amidon).

| DESIGNATIONS |          |
|--------------|----------|
| C1 - C9      | R1 - R23 |
| D1 - D3      | T1       |
| Q1 - Q8      |          |

Figure III.9: Schéma de l'amplificateur R12.

au transformateur T1, qui donne la sortie différentielle.

Les réseaux C1-R1-R2, C6-R10, C9-T1-R23 forment des filtres passe-haut et amènent un déphasage positif non-négligeable à 50KHz. C'est pourquoi les réseaux R6-C5, R20-C8 sont inclus, pour compenser approximativement l'effet des filtres passe-hauts. Les mesures de phase ont été prises en se servant d'une méthode décrite par F. Schauer [16], laquelle consiste à mesurer l'amplitude minimale de la différence entre les deux signaux à comparer et permet la mesure d'angles de phase très petits.

Cet amplificateur possède les caractéristiques suivantes:

- impédance de sortie:  $5\Omega$  en série avec  $.55\mu H$  ( $\pm 20\%$ );
- phase ajustable à  $0^\circ$  de 50KHz à 10MHz;
- gain variable de 0 à +2 en appliquant une tension de -10V à +10V à R8; la fonction de transfert du réseau R8-R9-C10 a un pôle à 30Hz.
- taux de distortion harmonique: <.4% avec une entrée de 1V, pour  $f < 1MHz$  quand le gain est environ 1 (mesuré en filtrant la fondamentale à la sortie de l'amplificateur).

d) La conductance  $G_e$ :

Nous avons utilisé pour  $G_e$  une résistance à film métallique de la série Corning RN55C; le fabricant spécifie pour ces résistances une précision de 1%, un coefficient de température de  $50\text{ppm}/^\circ\text{C}$ , et une étude avec un impédance-mètre HP4815A a montré que la capacité parallèle aux bornes de ces résistances est de l'ordre de  $.15\text{pF}$ . Nous avons

utilisé une valeur de 2Kohm, donnant une conductance de 500umho; cette valeur représente un bon compromis pour minimiser simultanément l'effet de la capacité parallèle et de l'inductance série de l'amplificateur A12 sur l'angle de phase de Ge. Ainsi, le calcul de l'angle de phase de Ge donne:

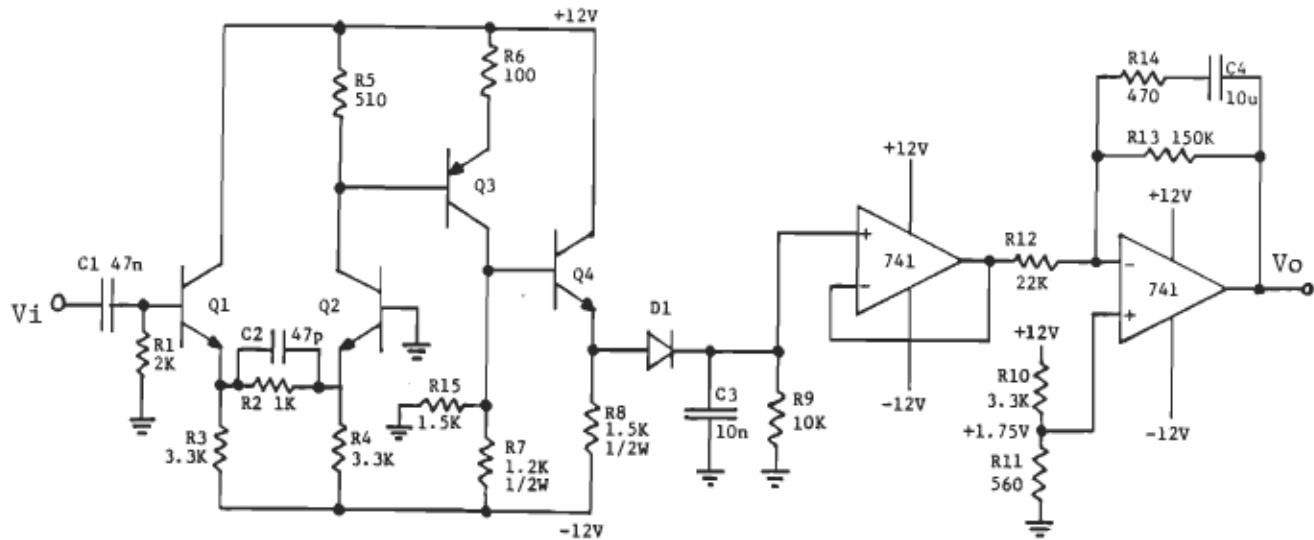
$$|\tan(\phi)| < .002 * f_{MHz} . \quad (3.17)$$

#### e) Le détecteur:

Son schéma est montré à la figure III.10. Son principe fait appel à des circuits assez conventionnels; la tension aux bornes du circuit résonnant est d'abord amplifiée pour que son niveau atteigne environ 4V d'amplitude, puis redressée par D1-C3. La tension DC résultante est ensuite fournie, par un amplificateur opérationnel monté en amplificateur à gain unitaire, à un amplificateur inverseur dont la fonction de transfert comporte un pôle à 100mHz pour la stabilité de la boucle de contrôle d'amplitude, et un zéro à 30Hz pour compenser le pôle dans la commande de gain de l'amplificateur A12.

#### f) Moniteurs, alimentation:

La figure III.11 montre les amplificateurs servant de moniteurs M1, M2 et M3, ainsi que l'alimentation. M1 et M3 emploient seulement un transistor monté en émetteur suiveur, avec un courant de polarisation suffisamment élevé (5mA) pour fournir le courant nécessaire à la charge capacitive présentée par l'entrée de l'oscilloscope et les câbles coaxiaux servant à faire les liaisons (~80pF) quand l'amplitude de sortie est la plus élevée (1V) à la plus haute fréquence.



Remarques: - Q1, Q2, Q4: 2N5962  
D1: 1N914.

Q3: 2N2907A

- Résistances en ohm,  $\pm 5\%$  film de carbone, 1/4W sauf indication contraire.
- Condensateurs en F,  $\pm 10\%$ .

| DESIGNATIONS |          |
|--------------|----------|
| C1 - C4      | R1 - R15 |
| D1           | U1 - U2  |
| Q1 - Q4      |          |

Figure III.10: Schéma du système de détection (D1)

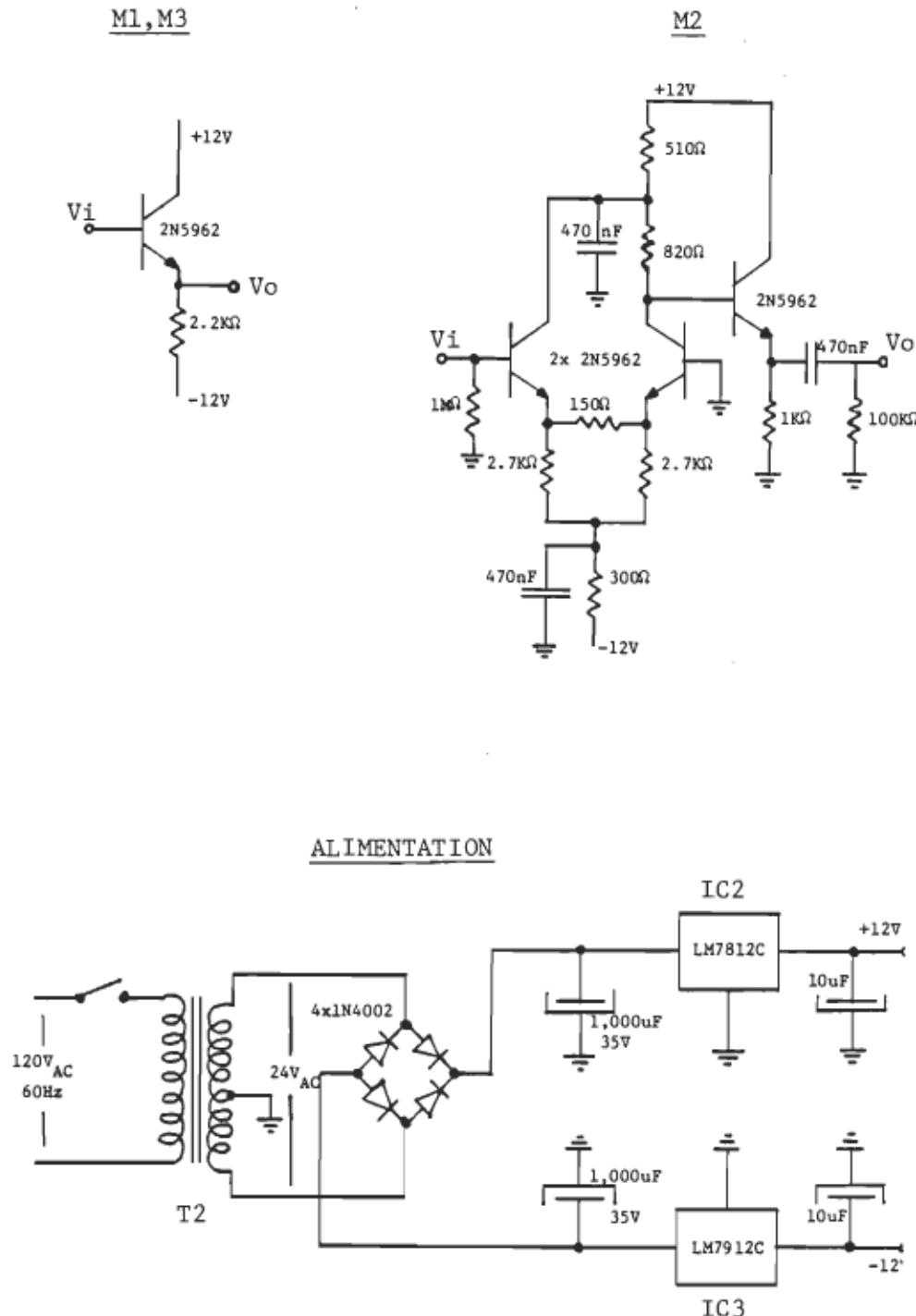


Figure III.11: Schéma des moniteurs et de l'alimentation.

ce d'utilisation (10MHz). M2 emploie en plus deux transistors pour réaliser le gain voulu ( $\times 5$ ).

Tous les circuits fonctionnent sous + et - 12V et consomment environ 200mA de chacune des tensions; on obtient ces tensions en abaissant d'abord la tension du secteur à l'aide du transformateur T2 dont le secondaire donne 24Vac avec prise médiane. La tension est ensuite redressée par les 4 diodes en pont et C1-C2, puis régularisée par deux circuits intégrés régulateurs de tension + et -12V.

g) Détails de construction:

Tout le dispositif est installé dans un boîtier en tôle d'aluminium auquel sont fixés des connecteurs BNC pour relier les composants externes. Les connecteurs pour  $C_x$  et  $C_s$  sont situés à l'avant du boîtier, de même que l'interrupteur I1; les connecteurs pour  $C_s$  sont disposés de façon à ce que les connexions puissent se faire de la façon la plus courte possible. Les connecteurs pour l'oscilloscope et le fréquence-mètre sont à l'arrière, avec I2.

L'alimentation est montée sur une carte pré-perforée et placée de telle façon que les régulateurs IC2 et IC3 sont fixés au boîtier, en vue de les refroidir. Le reste du dispositif est réalisé sur deux cartes s'insérant dans des connecteurs de bordure fixés à une structure de plexiglass; nous avons pu ainsi effectuer les nombreux changements survenus dans le design de la partie électronique sans refaire à chaque fois les connexions aux autres éléments. Une de ces deux cartes consiste en une carte pré-perforée sur laquelle sont

montées les inductances, le commutateur rotatif, et l'amplificateur de moniteur M2; l'autre carte consiste en un circuit imprimé deux côtés que nous avons réalisé, sur laquelle tout le reste du dispositif a été placé. Cette dernière carte fait extensivement usage des techniques suivantes de construction de circuits imprimés pour radio-fréquences;

- le côté 'composants' de la carte sert presque exclusivement de plan de masse; il y a absence de cuivre seulement aux endroits où les composants sont disposés;

- les éléments sont placés de façon à ce que le parcours du signal soit le plus court possible;

- les condensateurs de découplage ayant une valeur supérieure à  $1\mu F$  sont mis en parallèle avec un condensateur, parfois deux, de plus faible valeur pour assurer une faible impédance sur toute la bande de fréquences voulue. De même, près de chaque constituant tels R11, R12, M1, etc., des condensateurs de  $10nF$  sont disposés entre les tensions + et -12V et la masse, et des condensateurs de  $1\mu F$  sont placés près de l'endroit où ces tensions sont connectées sur la carte. Ceci assure une faible impédance pour l'alimentation jusqu'à des fréquences très élevées, de sorte que les couplages parasites par l'alimentation entre les divers éléments sont minimisés.

#### h) Oscilloscope, fréquence-mètre:

Nous avons utilisé un oscilloscope HP1222A et un fréquencemètre Systron-Donner modèle 6016 dont les caractéristiques détaillées sont données à l'appendice A.

LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE III.

- [1]- THE RADIO AMATEUR'S HANDBOOK, American Radio Relay League, 1983.
- [2]- Consulter, par exemple SCIENCES ABSTRACTS serie B, section 73.10k .
- [3]- A.N. SUS, V.S. GANGNUS, A RESONNANCE BRIDGE FOR INVESTIGATING HIGHLY CONDUCTING SUBSTANCES, Measurement techniques (USA), no 2, pp. 230-232 (1969).
- [4]- R. HOPMANN, DIELECTRIC MEASUREMENTS AT RADIO FREQUENCIES IN THE PRESENCE OF A STRONG STATIC FIELD, Rev. of Sci. Instr., vol. 46, pp. 306-311 (1975).
- [5]- Yu.S. NAKONECHNYI, AUTOMATIC MEASUREMENT OF CAPACITANCES BY MEANS OF A FREQUENCY DISCRIMINATOR, Instr. and Exp. Tech. (USA), vol. 16, pp. 1488-1490 (1973).
- [6]- M.D. BENADDA, J.C. CARRU, C. DRUON, A MEASURING DEVICE FOR THE DETERMINATION OF THE ELECTRIC PERMITTIVITY OF MATERIALS IN THE FREQUENCY RANGE .1-300MHZ, J. Phys. E, vol. 15, pp. 134-136 (1982).
- [7]- J.J. BROPHY, BASIC ELECTRONICS FOR SCIENTISTS, Mc Graw-Hill co., 3e edition (1977).
- [8]- N.E. HILL, W.E. VAUGHAN, A.H. PRICE, M.DAVIES  
DIELECTRIC PROPERTIES AND MOLECULAR BEHAVIOUR, Van Nostrand Reinhold co. London (1969).
- [9]- B. ICHIJO, T. ARAI, HIGHLY STABILIZED AND SENSITIVE REACTANCE METER, Review of Scientific Instruments, vol.32, pp. 122-130, (1961).
- [10]- V.V. BURAVLEV, V.N. BALAKLEEV, I.K. SOLOGYAN, OSCILLATOR WITH A SHUNTING DIODE FOR DIELECTRIC MEASUREMENTS IN THE RANGE OF .1-100MHZ, Meas. Tech., vol. 15, pp.1065-1068 (1972).

- [11]- M. KANNO, MEASUREMENTS AND APPLICATIONS OF SMALL CAPACITANCES, Oyo Butturi, vol. 49, pp. 905-912 (1980).
- [12]- C. AKYEL, R.G. BOSISIO, G.E. APRIL, AN ACTIVE FREQUENCY TECHNIQUE FOR PRECISE MEASUREMENTS ON DYNAMIC MICROWAVE CAVITY PERTURBATIONS, IEEE Trans. Instr. Meas., vol. IM-27, pp. 364-368 (1978).
- [13]- J.G. BERBERIAN, MODIFICATION OF A COMMERCIAL ADMITTANCE BRIDGE TO MEASURE LARGE CONDUCTANCES, Rev. of Sci. Instrum., vol. 48, pp. 1207-1211 (1977).
- [14]- A.M. THOMPSON, STANDARDS FOR THE MEASUREMENT OF THE PHASE ANGLES OF RESISTORS, Proceedings of institute of electrical engeneering, vol. 122, pp. 576-578 (1975).
- [15]- GENERAL RADIO INSTRUCTION MANUAL, TYPE 1422 PRECISION CAPACITOR.
- [16]- F. SCHAUER, MEASUREMENT OF VERY SMALL PHASE DIFFERENCES, Rev. Sci. Instrum., vol. 52, pp. 1776-1777, (1981).

## CHAPITRE IV

### RESULTATS DES TESTS, CALIBRATIONS ET MESURES.

#### IV.1 INTRODUCTION.

Nous avons effectué des tests et des calibrations pour caractériser le fonctionnement de notre appareil; ce sera l'objet de la section IV.2. Nous présentons d'abord des tests préliminaires concernant la bonne marche du montage dans son ensemble, et permettant de déterminer quelques paramètres sur la précision attendue de notre dispositif. Nous verrons alors que nous devrons limiter le fonctionnement aux fréquences inférieures à 4MHz à cause de résonnances dans le condensateur standard Cs. Nous donnons ensuite les résultats de tests impliquant l'élimination des impédances des terminaux effectués sur la bande 50KHz-10MHz (nous n'utilisons pas ici le condensateur standard Cs de sorte qu'il est possible d'aller au-delà de 4MHz), puis nous faisons la calibration de Cs en fonction de la fréquence de .05 à 4MHz. Nous déterminons ensuite l'influence de pertes sur la mesure d'une capacité.

À la section IV.3, nous exposons les mesures effectuées sur un réseau électrique simulant un diélectrique de type Debye aux paramètres connus; ceci nous permettra d'évaluer jusqu'à quel point les paramètres de relaxation obtenus par notre appareil dans un tel cas

sont réalistes. Nous donnons ensuite les résultats de mesures effectuées sur l'influence de la longueur des câbles, pour déterminer si l'équation (2.19) peut effectivement servir à apporter des corrections adéquates à la valeur mesurée, et en même temps confirmer que l'arrangement à trois terminaux est aussi efficace que prévu.

#### IV.2 TESTS ET CALIBRATIONS DU MONTAGE.

##### IV.2.1 Tests préliminaires:

Voici comment notre appareil se comporte, suite à une série de tests préliminaires ayant pour but de vérifier la bonne marche de tout le système dans son ensemble;

a)- Fréquence de fonctionnement: 50KHz-4MHz. Le premier test a été de vérifier si le montage est capable d'osciller sur toute la bande de fréquences (.05-10MHz); il s'est révélé que le condensateur Cs, sous certaines conditions, pouvait amener l'amplificateur Aii à entrer en oscillations à haute fréquence (~45MHz) et le montage est alors incapable de fonctionner correctement. Les conditions pour ces oscillations parasites sont

- le commutateur pour Lv sélectionne une des deux inductances de 9uH ou 3.5uH, et

- la valeur du condensateur Cv est telle que la fréquence de résonnance du circuit oscillant est voisine d'un sous-harmonique de 45MHz (3.75, 4.0, 4.5, 5.0, 5.6, 6.4MHz) dans le cas où on utilise l'inductance de 9uH (avec Lv=3.5uH, les oscillations sont présentes quelle que soit la valeur de Cv).

La raison de ces oscillations est probablement le fait que aux environs de 45MHz, la charge  $Z_{HG}$  imposée à la sortie de Aii est fortement capacitive (on approche la résonnance interne du condensateur Cs) alors que l'impédance de sortie de Aii est fortement inductive; il n'en faut pas plus pour perturber considérablement la fonction de transfert de Aii, et il semble même que ce soit suffisant pour que le gain de la boucle autour de Aii passe au voisinage de points instables vers 45MHz. Ceci est appuyé par les faits suivants:

- le montage se comporte bien en l'absence de Cs; nous avons essayé avec succès plusieurs impédances à trois terminaux à la place de Cs, sur toute la bande de fréquence;

- l'ajout d'un condensateur 12pF entre la base de Q13 et la masse dans Aii (figure II.18) a pour effet de cesser ces oscillations; toutefois, la fonction de transfert de l'amplificateur est suffisamment changée pour que la compensation de phase ne puisse pas amener le déphasage à  $0^\circ$  pour  $f > 1.5\text{MHz}$ , de sorte que cette action ne constitue pas une solution.

Quant à la raison pour laquelle les oscillations ont lieu seulement sous les conditions énoncées plus haut, on peut apporter l'hypothèse qu'un couplage magnétique existe entre les inductances et Aii; en effet, les inductances de  $9\mu\text{H}$  et  $3.5\mu\text{H}$  sont bobinées sur un matériel de faible permittivité et occupent moins de la moitié de la circonférence du tore, et donc sont plus sujettes aux radiations que les autres bobinages, ce qui expliquerait pourquoi le montage se comporte bien seulement en utilisant les dix premières inductances. Cette hypothèse est renforcée par le fait qu'une simple feuille de

tôle d'aluminium interposée entre les deux cartes change de façon significative le comportement du dispositif face à ces oscillations parasites, puisque même pour l'inductance 3.5 $\mu$ H, les oscillations se produisent seulement pour quelques positions de Cv, comme auparavant quand nous utilisions l'inductance 9 $\mu$ H.

A cause de tous ces effets, et parce que la correction de ce malfonctionnement aurait demandé une étude poussée et des changements assez importants, nous avons préféré limiter le fonctionnement du dispositif en présence de Cs avec les 10 premières inductances seulement, soit de .05 à 4MHz.

b)- Temps d'ajustement g1, p1, p2 à chaque changement de fréquence: environ une minute.

c)- Sensibilité sur  $V_L$ :  $\pm 2\text{mV}$ ,  $f < 1\text{MHz}$

$\pm 5\text{mV}$ ,  $1\text{MHz} < f < 5\text{MHz}$

$\pm 1\text{mV}$ ,  $5\text{MHz} < f < 10\text{MHz}$  ;

L'oscilloscope a une sensibilité de 2mV/cm (Appendice A) et la tension  $V_L$  est d'abord amplifiée par x5; on devrait en principe être capable de détecter  $V_L \approx 0.05\text{mV}$ , mais la présence d'harmoniques empêche une détection meilleure que celle spécifiée ici. En effet, si g1 et p1 sont tels que Rii a un gain +1/ $0^\circ$  à la fréquence d'opération, cette condition n'est pas nécessairement réalisée aux fréquences multiples de sorte que les harmoniques causées par les non-linéarités dans le système se retrouvent en partie dans  $V_L$ .

d)- Précision sur la comparaison de fréquence (temps de comparaison de 15 secondes environ):

$50\text{KHz} < f < 200\text{KHz}$  , 20ppm (limitée par l'instabilité thermique des inductances)

$200\text{KHz} < f < 500\text{KHz}$  , 5ppm (limitée par la résolution du fréquencemètre)

$500\text{KHz} < f < 4\text{MHz}$  , 2ppm .

Ces résultats sont obtenus après une période de réchauffement d'environ 4 heures si le boîtier est fermé, 30 minutes si le boîtier est ouvert; lorsqu'on sélectionne un nouveau tore, on doit attendre environ 5 minutes pour que les effets de gradients de température internes au tore soient assez faibles pour permettre des comparaisons précises.

e)- Précision sur l'ajustement de la phase de  $A_{i2}$ : Nous avons déterminé expérimentalement que l'on peut détecter une différence de phase entre deux sinusoides sur l'oscilloscope donnée par

$$\Delta\theta \approx \pm(7^\circ + 7^\circ \times f(\text{MHz}))$$

et, en prenant que la conductance  $G_L$  se situe autour de 10umho pour la bande .05-4MHz, on déduit que l'erreur maximum sur la phase de  $A_{i2}$ , à l'aide de notre procédé d'ajustement de  $p_2$ , est spécifiée adéquatement par

$$\tan(\alpha) < \pm(.002 + .002f_{\text{MHz}}) . \quad (4.1)$$

#### IV.2.2 Influence des impédances des terminaux:

a) Configuration:

Nous avons voulu vérifier expérimentalement si l'influence des impédances des terminaux ne dépasse pas ce qu'on pourrait prédirer. Pour ce faire, nous avons utilisé l'arrangement illustré à la figure IV.1; l'interrupteur II est placé sur Cx et un autre interrupteur I' sert à connecter un condensateur d'essai  $\Delta C_{LG}$  entre L et G. Notons que le condensateur Cs est absent. Idéalement, à la fermeture de I', la fréquence d'oscillations devrait rester la même. Si un changement de fréquence survient, alors la capacité équivalente  $\Delta C_x$  introduite par le changement de capacité  $\Delta C_{LG}$  est calculée d'après la formule suivante, obtenue de l'équation (3.2a), en remplaçant Cx par Cv:

$$\Delta C_x \approx -2 Cv \frac{\Delta f}{f} \quad (4.2)$$

Nous avons employé pour  $\Delta C_{LG}$  deux condensateurs de céramique 10 et 100pF. Etant donné que la valeur de  $\Delta C_x$  dépend directement de Cv, nous l'avons remplacé par trois condensateurs fixes de polystyrène de 47, 100 et 200pF, et effectué les mesures sur la bande 50KHz-10MHz, à 25 fréquences discrètes. Les mesures de  $\Delta C_x$  calculées

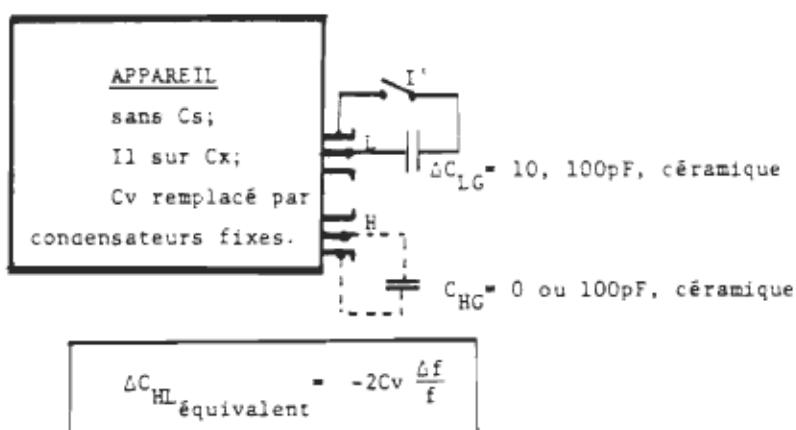


Figure IV.1: Arrangement utilisé pour vérifier l'influence de  $C_{LG}$ .

d'après (4.2) et  $\Delta G_x$  d'après (3.4b) ont été prises pour  $\Delta C_{LG} = 10 \text{ pF}$  et  $\Delta C_{LG} = 100 \text{ pF}$ , avec  $C_{HG} \approx 0 \text{ pF}$  et  $C_{HG} \approx 100 \text{ pF}$ , afin de déterminer l'influence d'une charge capacitive imposée à la sortie de l'amplificateur Aii. La sensibilité sur  $\Delta C_x$  est d'environ  $.02 \text{ pF}$  à  $50 \text{ KHz}$ , mais s'améliore quand la fréquence augmente pour atteindre  $.0005 \text{ pF}$  pour  $f \geq 270 \text{ KHz}$ .

b) Résultats

Les tableaux IV.1a et IV.1b montrent les résultats des mesures. Les nombres dans les colonnes 'max. prévu' pour  $\Delta C$  et  $\Delta G$  sont calculés d'après les relations (2.31), en prenant  $\text{Re}[\frac{V_L}{V_a}]$  et  $\text{Im}[\frac{V_L}{V_a}]$  d'après les spécifications données à la section précédente. Dans les colonnes  $\Delta C_{mes}$  et  $\Delta G_{mes}$ , le symbole  $\pm$  indique que la sensibilité sur la mesure n'est pas suffisamment bonne pour permettre une évaluation de l'écart, mais seulement lui donner une limite.

Pour  $C_{HG} \approx 0 \text{ pF}$  et  $f < 3.4 \text{ MHz}$ ,  $\Delta C_{mes}$  est toujours plus petit que le maximum prévu (sauf pour  $f < 200 \text{ KHz}$ , où la sensibilité n'est pas assez bonne pour pouvoir tirer de conclusion) et distribué de façon assez irrégulière pour pouvoir affirmer qu'il provient en grande partie du manque de sensibilité sur  $V_L$ . Par contre, pour  $f \geq 3.4 \text{ MHz}$ ,  $\Delta C_{mes}$  est systématiquement négatif et devient même 3 fois plus élevé que le maximum prévu à  $10 \text{ MHz}$ . Ceci semble indiquer que des couplages parasites existent entre les divers éléments, soit par l'alimentation ou par ondes électromagnétiques, et introduisent une erreur sur la tension mesurée à la sortie de M2. Notons toutefois que ces couplages affectent plus  $\text{Re}[\frac{V_L}{V_a}]$  que  $\text{Im}[\frac{V_L}{V_a}]$ , car  $\Delta G_{mes}$  est plus petit que le maximum prévu pour  $f > 5 \text{ MHz}$ , alors que la sensibilité est assez bonne.

Pour  $C_{HG} \approx 100 \text{ pF}$ , le même phénomène se produit, sauf que

TABLEAU IV.1

INFLUENCE DES CAPACITES DES TERMINAUX

A)

 $C_{HG} \approx 0 \text{ pF}$ 

| FREQUENCE<br>(MHz) | $\Delta C_{LG} = 10 \text{ pF}$ |               |                            |               | $\Delta C_{LG} = 100 \text{ pF}$ |               |                            |               |
|--------------------|---------------------------------|---------------|----------------------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------------------|---------------|
|                    | $\Delta C_{mes}$<br>(pF)        | max.<br>prevu | $\Delta G_{mes}$<br>(umho) | max.<br>prevu | $\Delta C_{mes}$<br>(pF)         | max.<br>prevu | $\Delta G_{mes}$<br>(umho) | max.<br>prevu |
| .050               | <±.02                           | .002          | <±.5                       | .0006         | <±.02                            | .02           | <±.5                       | .006          |
| .063               | <±.01                           | .002          | <±.5                       | .0008         | <±.01                            | .02           | <±.5                       | .008          |
| .075               | <±.01                           | .002          | <±.5                       | .001          | -.01                             | .02           | <±.5                       | .01           |
| .100               | <±.005                          | .002          | <±.5                       | .001          | -.015                            | .02           | <±.5                       | .01           |
| .120               | <±.01                           | .002          | <±.5                       | .002          | <±.01                            | .02           | <±.5                       | .02           |
| .160               | <±.005                          | .002          | <±.5                       | .002          | +.020                            | .02           | <±.5                       | .02           |
| .200               | <±.002                          | .002          | <±.5                       | .003          | +.016                            | .02           | <±.5                       | .03           |
| .27                | +.001                           | .002          | <±.5                       | .003          | -.0006                           | .02           | <±.5                       | .03           |
| .30                | <±.002                          | .002          | <±.5                       | .004          | -.014                            | .02           | <±.5                       | .04           |
| .40                | -.0015                          | .002          | <±.5                       | .005          | +.013                            | .02           | <±.5                       | .05           |
| .45                | +.002                           | .002          | <±.5                       | .006          | -.008                            | .02           | <±.5                       | .06           |
| .60                | -.0025                          | .002          | <±.5                       | .008          | +.015                            | .02           | <±.5                       | .08           |
| .65                | +.002                           | .002          | <±.5                       | .008          | -.003                            | .02           | <±.5                       | .08           |
| .86                | -.001                           | .002          | <±.5                       | .01           | -.0185                           | .02           | <±.5                       | .1            |
| 1.00               | -.002                           | .002          | <±.5                       | .03           | -.0155                           | .02           | <±.5                       | .3            |
| 1.35               | -.0025                          | .003          | <±.5                       | .04           | -.0235                           | .05           | <±.5                       | .4            |
| 1.5                | -.003                           | .005          | <±.5                       | .05           | -.035                            | .05           | <±.5                       | .5            |
| 2.0                | +.0045                          | .005          | <±.5                       | .06           | +.055                            | .05           | <±.5                       | .6            |
| 2.5                | -.002                           | .005          | <±.5                       | .08           | +.015                            | .05           | <±.5                       | .8            |
| 3.4                | -.005                           | .005          | <±.5                       | .1            | -.054                            | .05           | <±.5                       | 1.1           |
| 3.75               | -.004                           | .005          | <±.5                       | .1            | -.042                            | .05           | <±.5                       | 1.2           |
| 5.0                | -.0065                          | .005          | <±.5                       | .2            | -.068                            | .05           | +.5                        | 1.6           |
| 6.0                | -.008                           | .01           | <±.5                       | .4            | -.094                            | .10           | +2.5                       | 3.8           |
| 8.1                | -.015                           | .01           | <±.5                       | .5            | -.184                            | .10           | +1.0                       | 5.1           |
| 10.0               | -.030                           | .01           | <±.5                       | .6            | -.278                            | .10           | +4.0                       | 6.3           |

TABLEAU IV.1 (suite)

B)

 $C_{N6} \approx 100\text{pF}$ 

| FREQUENCE<br>(MHz) | $\Delta C_{L6} = 10\text{pF}$ |               |                            |               | $\Delta C_{L6} = 100\text{pF}$ |               |                            |               |
|--------------------|-------------------------------|---------------|----------------------------|---------------|--------------------------------|---------------|----------------------------|---------------|
|                    | $\Delta C_{mes}$<br>(pF)      | max.<br>prevu | $\Delta G_{mes}$<br>(umho) | max.<br>prevu | $\Delta C_{mes}$<br>(pF)       | max.<br>prevu | $\Delta G_{mes}$<br>(umho) | max.<br>prevu |
| .050               | <±.02                         | .002          | <±.5                       | .0006         | <±.02                          | .02           | <±.5                       | .006          |
| .065               | <±.01                         | .002          | <±.5                       | .0008         | <±.01                          | .02           | <±.5                       | .008          |
| .075               | <±.01                         | .002          | <±.5                       | .001          | <±.01                          | .02           | <±.5                       | .01           |
| .100               | <±.005                        | .002          | <±.5                       | .001          | +.02                           | .02           | <±.5                       | .01           |
| .120               | <±.01                         | .002          | <±.5                       | .002          | <±.01                          | .02           | <±.5                       | .02           |
| .160               | <±.005                        | .002          | <±.5                       | .002          | -.010                          | .02           | <±.5                       | .02           |
| .200               | <±.002                        | .002          | <±.5                       | .003          | +.010                          | .02           | <±.5                       | .03           |
| .27                | +.0005                        | .002          | <±.5                       | .003          | -.0010                         | .02           | <±.5                       | .03           |
| .30                | <±.002                        | .002          | <±.5                       | .004          | -.010                          | .02           | <±.5                       | .04           |
| .40                | +.001                         | .002          | <±.5                       | .005          | +.016                          | .02           | <±.5                       | .05           |
| .45                | <±.001                        | .002          | <±.5                       | .006          | +.005                          | .02           | <±.5                       | .06           |
| .60                | +.0012                        | .002          | <±.5                       | .008          | +.019                          | .02           | <±.5                       | .08           |
| .65                | +.002                         | .002          | <±.5                       | .008          | -.018                          | .02           | <±.5                       | .08           |
| .86                | -.0018                        | .002          | <±.5                       | .01           | -.023                          | .02           | <±.5                       | .1            |
| 1.00               | -.003                         | .002          | <±.5                       | .03           | -.018                          | .02           | <±.5                       | .3            |
| 1.35               | -.0035                        | .005          | <±.5                       | .04           | -.034                          | .05           | <±.5                       | .4            |
| 1.5                | -.002                         | .005          | <±.5                       | .05           | -.045                          | .05           | <±.5                       | .5            |
| 2.0                | +.003                         | .005          | <±.5                       | .06           | +.040                          | .05           | +.5                        | .6            |
| 2.5                | +.009                         | .005          | <±.5                       | .08           | +.104                          | .05           | +1.5                       | .8            |
| 3.4                | -.005                         | .005          | <±.5                       | .1            | -.032                          | .05           | +2.0                       | 1.1           |
| 3.75               | -.008                         | .005          | <±.5                       | .1            | -.072                          | .05           | +1.5                       | 1.2           |
| 5.0                | -.008                         | .005          | <±.5                       | .2            | -.134                          | .05           | +3.5                       | 1.6           |
| 6.0                | -.016                         | .01           | +1.5                       | .4            | -.192                          | .10           | +3.0                       | 3.8           |
| 8.1                | -.040                         | .01           | +1.0                       | .5            | -.33                           | .10           | +6.0                       | 5.1           |
| 10.0               | -.075                         | .01           | +2.5                       | .6            | -.82                           | .10           | +18.0                      | 6.3           |

l'effet est considérablement plus important pour  $f > 6\text{MHz}$ . On observe cette fois un  $\Delta G$  positif qui dépasse de 3 à 4 fois le maximum prévu à  $10\text{MHz}$ . Ainsi le couplage causant l'erreur sur l'ajustement de  $V_L$  est fortement dépendant de la charge de l'amplificateur A1 à haute fréquence. Le remède à ce problème serait un meilleur blindage entre l'amplificateur M2 et le reste du circuit, et un meilleur filtrage de l'alimentation. Néanmoins pour  $f < 4\text{MHz}$ ,  $\Delta C$  n'est pas beaucoup plus élevé que le maximum prévu même avec  $\text{CHG} \approx 100\text{pF}$ , de sorte que pour le reste des calibrations et mesures effectuées avec  $C_s$  (jusqu'à  $4\text{MHz}$  pour les raisons mentionnées à la section précédente) nous pourrons nous baser sur les chiffres donnés plus haut en IV.2.1 sur la sensibilité de  $V_L$  pour estimer l'erreur maximale commise. Nous verrons que pour la plupart des mesures,  $\Delta C_{LG} < 10\text{pF}$  sera suffisant pour ne pas dégrader la précision des résultats.

#### IV.2.3 Calibration de $C_s$ en fonction de la fréquence:

##### a) Configuration:

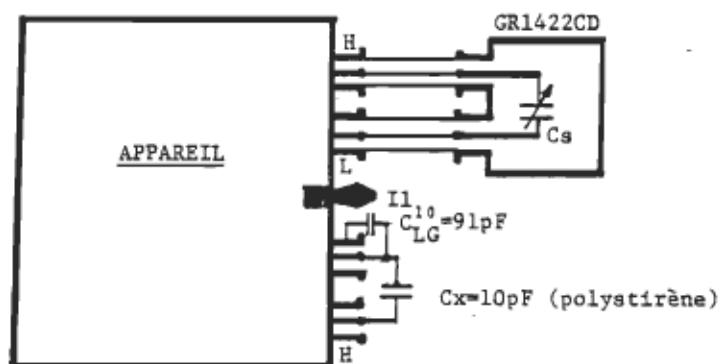
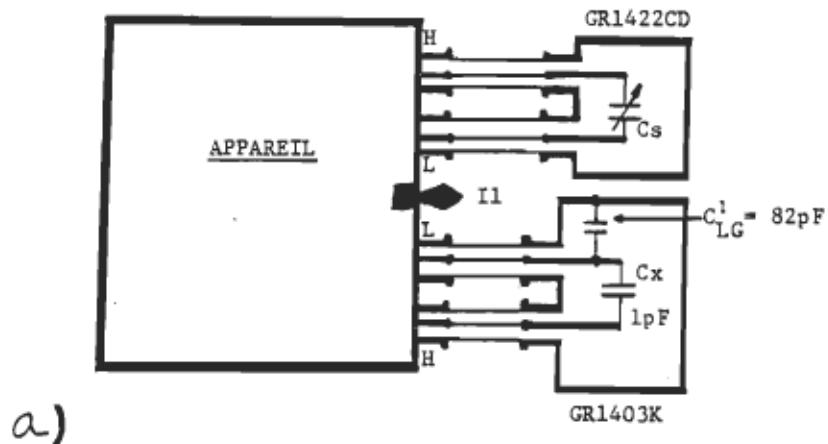
Afin de calibrer  $C_s$  en fonction de la fréquence, il suffit de mesurer un condensateur de valeur connue. Nous avons utilisé un condensateur à trois terminaux de  $1\text{pF}$ , de type GR1403K de la compagnie General Radio, directement connecté au boîtier pour minimiser l'effet des lignes de transmission, et calibré à basse fréquence par un pont de capacités GR1621, du même manufacturier. Le fabricant spécifie pour ce condensateur une augmentation de capacité de seulement  $.001\text{pF}$  à  $5\text{MHz}$ . On peut donc supposer que sa valeur reste constante en dedans des limites d'incertitude sur  $C_s$ , de  $50\text{kHz}$  à  $4\text{MHz}$ . Nous avons utilisé

aussi un condensateur de polystyrène à deux terminaux de 10pF connecté directement au boîtier de l'appareil; nous avons choisi cet arrangement parce que les condensateurs au polystyrène sont stables en température et en fréquence, et les paramètres résiduels de cet arrangement sont suffisamment faibles pour ne pas avoir à tenir compte de leurs effets. Toutefois, on ne pourra pas calibrer ce condensateur par le pont de capacité, puisque sa géométrie est différente. Nous prendrons pour sa valeur celle mesurée par le montage à 270KHz, fréquence à laquelle la résolution est élevée et en même temps les effets des impédances résiduelles dans Cs sont négligeables. Ces deux condensateurs permettront donc de calibrer Cs en fonction de la fréquence aux deux extrêmes de son échelle.

La figure IV.2 montre l'arrangement utilisé pour calibrer Cs avec Cx=1pF et Cx=10pF. Les mesures ont été prises à des fréquences telles que Cv+Cx < 100pF, de 65KHz à 4MHz, de sorte que la sensibilité sur Cx reste élevée. Notons l'ajout de  $C_{LG}^1 = 82\text{pF}$  et  $C_{LG}^{10} = 91\text{pF}$ , pour balancer les capacités des terminaux  $C_{LG}$  à  $\pm 2\text{pF}$ , pour être certain que la différence de capacité  $\Delta C_{LG}$  n'influence pas la mesure de façon significative.

### b) Résultats

Le tableau IV.2 donne les résultats obtenus. On remarque, dans le tableau IV.2a, que à basse fréquence, la capacité mesurée est toujours supérieure à la vraie valeur par .015pF (colonne 4); ceci est attribué à un blindage incomplet entre les bornes H et L à l'intérieur de l'appareil. La colonne 5 montre le résultat quand on soustrait



b)

Figure IV.2: Configuration utilisée pour calibrer Cs en fonction de la fréquence.

- a) Avec  $C_x = 1 \text{ pF}$ .
- b) Avec  $C_x = 10 \text{ pF}$ .

TABLEAU IV.2

-116-

CALIBRATION DU CONDENSATEUR C<sub>s</sub> EN FONCTION DE LA FREQUENCE

a) MESURE D'UN CONDENSATEUR DE 1pF GR1403K EN FONCTION DE LA FREQUENCE:

$$C_x = .9975 \pm .0001 \text{ pF} \text{ (mesuré avec pont GR1621 à 1kHz)}$$

| 1<br>FREQ.<br>(MHz) | 2<br>LECTURE<br>TAMBOUR<br>C' (pF) | 3<br>C <sub>mes</sub> =C'-.0215<br>(tab. III.2)<br>(pF) | 4<br>C <sub>mes</sub> -C <sub>x</sub><br>(pF) | 5<br>C <sub>s</sub> =C <sub>mes</sub> -.015<br>(pF) | 6<br>ECART RESIDUEL<br>(pF) | %     |
|---------------------|------------------------------------|---|---|---|-----------------------------|-------|
| .065                | 1.036±.005                         | 1.0145±.005   | .017±.005                                     | .9995±.005  | *                           | *     |
| .100                | 1.033±.005                         | 1.0115±.005   | .014±.005                                     | .9965±.005  | *                           | *     |
| .16                 | 1.036±.005                         | 1.0145±.005   | .017±.005                                     | .9995±.005  | *                           | *     |
| .27                 | 1.034                              | 1.0125  | .015  | .9975   | *                           | *     |
| .40                 | 1.034                              | 1.0125  | .015  | .9975   | *                           | *     |
| .60                 | 1.034                              | 1.0125  | .015  | .9975   | *                           | *     |
| .86                 | 1.033                              | 1.0115  | .014  | .9965   | -.001                       | -.1%  |
| 1.35                | 1.032                              | 1.0105  | .013  | .9955   | -.002                       | -.2%  |
| 2.00                | 1.0305                             | 1.0090  | .0115   | .9940   | -.0035                      | -.35% |
| 3.4                 | 1.0245                             | 1.0030  | .0055   | .9880   | -.0095                      | -.95% |
| 4.0                 | 1.020                              | .9985   | .001  | .9835   | -.014                       | -1.4% |

N.B.: \* signifie que l'erreur residuelle n'est pas significative car plus petite que la resolution sur la mesure.

b) MESURE D'UN CONDENSATEUR 10pF POLYSTIRENE EN FONCTION DE LA FREQUENCE:

$$C_x = 9.810 \pm .001 \text{ pF} \text{ (mesuré à 270KHz avec le montage)}$$

| 1<br>FREQUENCE<br>(MHz) | 2<br>LECTURE<br>TAMBOUR<br>C' (pF) | 3<br>C <sub>s</sub> =C'+.0125-.015<br>(tableaux III.2<br>et IV.1a) (pF) | 4<br>ECART AVEC LA VALEUR<br>MESUREE A 270KHz<br>pF | %      |
|-------------------------|------------------------------------|---|---|--------|
| .065                    | 9.816±.005                         | 9.814±.005  | *   | *      |
| .100                    | 9.813±.005                         | 9.811±.005  | *   | *      |
| .16                     | 9.799±.005                         | 9.797±.005  | *   | *      |
| .27                     | 9.8125                             | 9.8100  | *   | *      |
| .40                     | 9.8125                             | 9.8100  | *   | *      |
| .60                     | 9.8100                             | 9.8075  | -.0025  | -.025% |
| .86                     | 9.8080                             | 9.8055  | -.0045  | -.046% |
| 1.35                    | 9.7990                             | 9.7965  | -.0135  | -.14%  |
| 2.00                    | 9.7845                             | 9.7820  | -.0280  | -.29%  |
| 3.4                     | 9.7310                             | 9.7285  | -.0815  | -.83%  |
| 4.0                     | 9.6995                             | 9.6970  | -.1130  | -1.15% |

.015pF de la mesure; la colonne 6 montre que l'écart résiduel est négatif et croît avec la fréquence, comme on peut s'y attendre d'après la formule (2.7). Le même phénomène se produit pour  $C_x=10\text{pF}$  (tableau IV.2b), et l'on voit que l'écart résiduel relatif est du même ordre de grandeur que dans le tableau IV.2a. Ceci suggère que les fréquences de résonnance du condensateur sont peu dépendantes de la valeur de  $C_s$ .

Le tableau IV.3 montre l'erreur résiduelle quand des corrections sont apportées à la mesure en considérant

$$\omega_{rH} \approx \omega_{rL} = 2\pi \times 51\text{MHz}.$$

La valeur de 51MHz est celle qui minimise simultanément les écarts des tableaux IV.2 a et b, et correspond approximativement à la fréquence de résonnance du condensateur calculée à partir des spécifications du fabricant et des caractéristiques des connecteurs utilisés pour le relier au montage. On voit (colonnes 5 et 8) que l'erreur résiduelle est toujours plus petite que le dixième de la correction (colonne 2), compte tenu de la résolution (.05% pour colonne 5, .005% pour colonne 8). Ainsi, on peut considérer que l'incertitude sur  $C_s$  d'après cette calibration est, toutes corrections apportées:

$$\Delta C_s = \pm [ .001\text{pF} + .0075\% C_s (f_{\text{MHz}})^2 ] \quad (4.3)$$

avec

$$C_s = \frac{\text{lecture du tambour} - .015\text{pF}}{1 - 2\left(\frac{f}{51\text{MHz}}\right)^2} \quad (4.4)$$

Cette incertitude (équation 4.3) rend compte de toutes les erreurs résiduelles du tableau IV.3, et étant donné que la calibration a été effectuée près des deux extrêmes de la plage de  $C_s$ , nous pouvons

TABLEAU IV.3

ERREUR RESIDUELLE SUR Cs SI ON PREND Cs' = Cs/(1-2w<sup>2</sup>/w<sub>n</sub><sup>2</sup>) , AVEC Fr=51MHz:

| 1<br>FREQUENCE<br>(MHz) | 2<br>CORREC-<br>TION | 3<br>d'apres tableau IV.1a<br>Cs<br>(pF) | 4<br>Cs'<br>(pF) | 5<br>erreur<br>residuelle | 6<br>d'apres tableau IV.1b<br>Cs<br>(pF) | 7<br>Cs'<br>(pF) | 8<br>erreur<br>residuelle |
|-------------------------|----------------------|--|------------------|---------------------------|--|------------------|---------------------------|
| .065                    | .0003%               | .9995                                    | .9995            | *                         | 9.8140                                   | 9.8140           | *                         |
| .100                    | .0008%               | .9965                                    | .9965            | *                         | 9.8110                                   | 9.8110           | *                         |
| .160                    | .002%                | .9995                                    | .9995            | *                         | 9.7970                                   | 9.7970           | *                         |
| .27                     | .0056%               | .9975                                    | .9975            | *                         | 9.8100                                   | 9.8105           | *                         |
| .40                     | .012%                | .9975                                    | .9976            | *                         | 9.8100                                   | 9.8112           | +.012%                    |
| .60                     | .028%                | .9975                                    | .9979            | *                         | 9.8075                                   | 9.8102           | *                         |
| .86                     | .057%                | .9965                                    | .9970            | -.05%                     | 9.8055                                   | 9.8111           | +.01%                     |
| 1.35                    | .14%                 | .9955                                    | .9969            | -.06%                     | 9.7965                                   | 9.8102           | *                         |
| 2.00                    | .31%                 | .9940                                    | .9971            | -.04%                     | 9.7820                                   | 9.8122           | +.022%                    |
| 3.4                     | .89%                 | .9880                                    | .9963            | -.06%                     | 9.7285                                   | 9.8158           | +.06%                     |
| 4.0                     | 1.23%                | .9835                                    | .9958            | -.17%                     | 9.6970                                   | 9.8178           | +.08%                     |

considérer qu'elle sera valide quel que soit  $C_s$ , entre .5 et 11pF. On peut penser que la calibration serait plus précise en se servant d'une multitude de condensateurs calibrés entre .5-11pF, et en apportant des corrections dépendantes à la fois de  $C_s$  et de la fréquence. Mais le condensateur calibré devra alors être connu avec une précision meilleure que  $.0075\% \times (f_{MHz})^2$ , ce qui nécessitera l'extrapolation de sa valeur à basse fréquence à partir des paramètres résiduels de l'arrangement, et nous estimons que la précision obtenue ne sera pas bien meilleure que celle que nous spécifions.

#### IV.2.3 Effet de la conductivité sur la mesure d'une capacité:

##### a) Configuration

Nous avons mesuré l'influence de conductances de 10, 50, 100, 250 et 500umho sur la mesure d'un condensateur de 1pF à trois terminaux (le même que celui qui a servi à calibrer  $C_s$ ) pour les fréquences allant de 50KHz à 4MHz. Pour effectuer ces mesures, nous avons besoin d'une conductance possédant un angle de phase minime; la capacité équivalente parallèle doit être plus petite que l'erreur prévue pour avoir des résultats significatifs. Nous avons utilisé des résistances à film métallique dans des réseaux en Y pour les deux plus basses valeurs de conductances, car ce moyen permet d'obtenir des conductances à trois terminaux ayant un angle de phase très petit [1]. Pour les autres conductances, un simple réseau constitué de plusieurs résistances en série a constitué un moyen efficace d'obtenir des capacités parasites suffisamment petites pour nos besoins. Le tableau

IV.4 montre les détails du réseau en Y utilisé pour les plus basses conductances avec les formules qui ont servi à calculer les différents paramètres, de même que les détails de chacune des conductances réalisées. Ces réseaux sont montés dans un boîtier possédant deux connecteurs coaxiaux. Les résistances sont sélectionnées pour obtenir une conductance à  $\pm 3\%$  de la valeur désirée, de sorte que en dedans de la précision sur la mesure de  $G_x$  par notre montage, on peut considérer que leur valeur est bien celle spécifiée dans le tableau IV.4.

La figure IV.3 montre la configuration utilisée pour effectuer ces mesures: notons la présence d'un condensateur céramique de  $68\text{pF}$  pour balancer les capacités des terminaux  $C_{LG}$  à  $\pm 10\text{pF}$ .

b) Résultats:

Le tableau IV.5 montre les résultats obtenus;  $G_{mes}$  est obtenu de l'équation (3.4b),  $G_{mes}$  à partir de (4.4). Le maximum d'erreur prévu pour  $G_{mes}$  est calculé à partir de la relation suivante:

$$\frac{\Delta G_{max.}}{G_x} = E_1 + 1/2 [(.002f_{MHz})^2 + (.002+.002f_{MHz})^2]$$

où

$E_1$  = erreur de lecture due au manque de résolution sur l'oscilloscope;

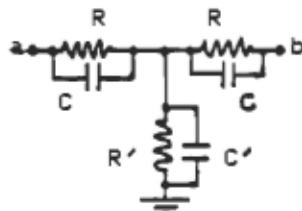
$1/2 (.002f_{MHz})^2$  = erreur due à la phase de  $G_e$ , d'après (3.17) et (3.9);

$1/2 (.002+.002f_{MHz})^2$  = erreur due à la phase de  $R_{i2}$ , d'après (4.1) et (3.11).

TABLEAU IV.4

CONDUCTANCES UTILISEES POUR LA MESURE D'UN CONDENSATEUR  
EN PRESENCE DE CONDUCTIVITE.

Réseau en Y utilisé pour les deux plus basses valeurs de conductances:



$$G_{ab} = \frac{R'/R}{2R'+R}$$

$$C_{ab} = \left[ \frac{R'}{2R'+R} \right]^2 [ 2C(1+R/R') - C' ]$$

D'APRES REFERENCE [1].

|                           | G <sub>ab</sub> =10umho | G <sub>ab</sub> =50umho | G <sub>ab</sub> =100umho | G <sub>ab</sub> =250umho | G <sub>ab</sub> =500umho |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| R (ohm)                   | 20K                     | 4K (2x2K)               | 5K (2R=5x2)              | 2K                       | 1K                       |
| R' (ohm)                  | 6.66K (3x20K)           | 1.33K (3x4K)            | ∞                        | ∞                        | ∞                        |
| C <sub>ab</sub> (pF) max. | .03                     | .015                    | .03                      | .075                     | .075                     |

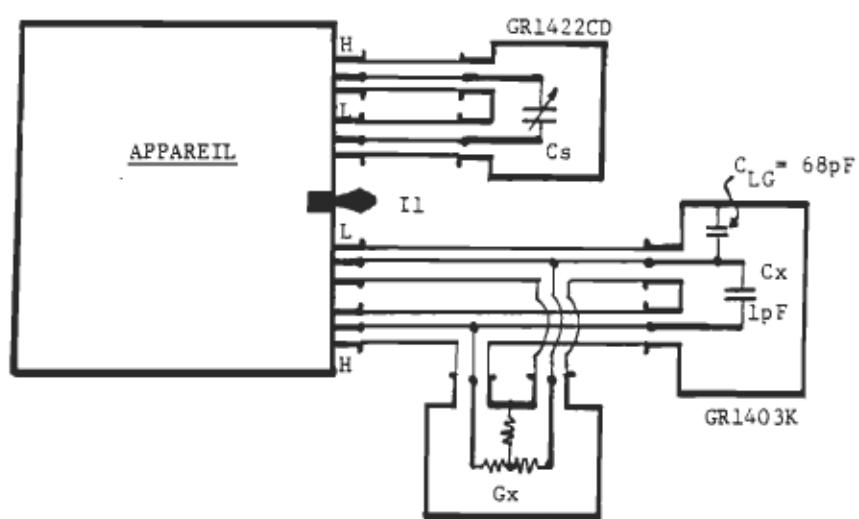


Figure IV.3: Configuration utilisée pour la mesure d'une capacité présentant des pertes.

TABLEAU IV.5

## EFFET DE LA CONDUCTIVITE SUR LA MESURE D'UNE CAPACITE

 $C_x = .9975 \mu F$ 

| FREQUENCE(MHz) | .050  | .065  | .100  | .160  | .270   | .40    | .60    | .86    | 1.35   | 2.00   | 3.4    | 4.0    |
|----------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Gmes(umho)     | 10    | 10    | 10    | 10    | 10     | 10     | 10     | 10     | 10     | 10     | 10     | 10     |
| erreur%        | *     | *     | *     | *     | *      | *      | *      | *      | *      | *      | *      | *      |
| max. prévu     | 5%    | 5%    | 5%    | 5%    | 5%     | 5%     | 5%     | 5%     | 5%     | 5%     | 5%     | 5%     |
| Cmes(pF)       | .998  | 1.020 | 1.020 | 1.033 | 1.0230 | 1.0325 | 1.0240 | 1.0360 | 1.0305 | 1.0120 | 1.0260 | 1.0215 |
| erreur(pF)     | *     | .022  | .030  | .035  | .0255  | .035   | .0265  | .0385  | .033   | .0145  | .0285  | .024   |
| max. prévu     | .10   | .085  | .070  | .056  | .050   | .044   | .042   | .040   | .039   | .038   | .037   | .037   |
| Gx=10 $\mu$ V  |       |       |       |       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Gmes(umho)     | 51    | 51    | 53    | 48    | 50     | 52     | 49     | 47     | 49     | 50     | 51     | 50     |
| erreur %       | +2%   | +1%   | +3%   | -2%   | 0%     | +2%    | -1%    | -3%    | -1%    | 0%     | +1%    | 0%     |
| max. prévu     | 3%    | 3%    | 3%    | 3%    | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     |
| Cmes(pF)       | .972  | 1.020 | 1.068 | 1.020 | 1.0625 | 1.0525 | 1.0420 | 1.0755 | 1.0530 | 1.0655 | 1.0735 | 1.0720 |
| erreur(pF)     | -.025 | .03   | .07   | .03   | .065   | .055   | .0445  | .078   | .0555  | .060   | .076   | .0745  |
| max. prévu     | .36   | .29   | .28   | .15   | .11    | .086   | .083   | .065   | .058   | .055   | .052   | .051   |
| Gx=50 $\mu$ V  |       |       |       |       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Gmes(umho)     | 98    | 98.5  | 101   | 101.5 | 102    | 102    | 98.5   | 97.5   | 97     | 96.5   | 100    | 98     |
| erreur %       | -2%   | -1.5% | +1%   | +1.5% | 2%     | 2%     | -1.5%  | -2.5%  | -3%    | -3.5%  | 0%     | -2%    |
| max. prévu     | 3%    | 3%    | 3%    | 3%    | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     |
| Cmes(pF)       | .925  | .958  | 1.113 | 1.188 | 1.1895 | 1.1730 | 1.1675 | 1.1515 | 1.1740 | 1.1795 | 1.1555 | 1.168  |
| erreur(pF)     | -.073 | -.02  | .115  | .19   | .192   | .1755  | .178   | .154   | .1765  | .182   | .158   | .170   |
| max. prévu     | .73   | .58   | .42   | .29   | .21    | .17    | .15    | .13    | .12    | .11    | .10    | .10    |
| Gx=250 $\mu$ V |       |       |       |       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Gmes(umho)     | 245   | 258   | 245   | 242   | 246    | 248    | 242    | 242    | 242    | 248    | 247    | 250    |
| erreur %       | -2%   | 0%    | -2%   | -3%   | -1.5%  | -1%    | -3%    | -3%    | -3%    | -1%    | -1%    | 0%     |
| max. prévu     | 3%    | 3%    | 3%    | 3%    | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     | 3%     |
| Cmes(pF)       | .838  | 1.010 | 1.303 | 1.313 | 1.358  | 1.361  | 1.402  | 1.396  | 1.391  | 1.380  | 1.378  | 1.388  |
| erreur(pF)     | -.168 | .02   | .305  | .315  | .315   | .363   | .404   | .398   | .393   | .382   | .378   | .390   |
| max. prévu     | 1.76  | 1.46  | .93   | .74   | .53    | .43    | .37    | .33    | .29    | .27    | .26    | .25    |
| Gx=500 $\mu$ V |       |       |       |       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| Gmes(umho)     | 500   | 495   | 492   | 500   | 510    | 488    | 495    | 510    | 505    | 510    | 490    | 495    |
| erreur %       | 0%    | -1%   | -1.5% | 0%    | +2%    | -2.5%  | -1%    | +2%    | +1%    | +2%    | -2%    | -1%    |
| max. prévu     | 2%    | 2%    | 2%    | 2%    | 2%     | 2%     | 2%     | 2%     | 2%     | 2%     | 2%     | 2%     |
| Cmes(pF)       | .660  | 1.150 | 1.550 | 1.623 | 1.720  | 1.840  | 1.795  | 1.770  | 1.725  | 1.740  | 1.730  | 1.755  |
| erreur(pF)     | -.338 | .16   | .56   | .625  | .73    | .842   | .798   | .773   | .728   | .743   | .733   | .758   |
| max. prévu     | 3.6   | 2.8   | 1.9   | 1.38  | .97    | .79    | .66    | .58    | .51    | .47    | .44    | .44    |

Les deux derniers termes étant toujours beaucoup plus petits que le premier, l'erreur maximum prévue sur Gx se résume à l'erreur de lecture seulement. On voit dans le tableau IV.5, dans les rangées (2), que l'erreur sur Cmes est toujours en dedans des limites prévues et distribuée de façon assez irrégulière pour affirmer qu'elle provient en grande partie de l'erreur de lecture. Les astérisques que l'on voit dans le cas  $G_x=10\mu mho$  sont pour signifier que la résolution sur la mesure (10%) n'est pas suffisamment bonne pour que l'erreur soit significative.

Le maximum d'erreur prévu pour Cmes est calculé à partir de la relation suivante:

$$\Delta C_{max.} = C_{ab(max)} + .002f_{MHz} G_x/w + [.002+.002f_{MHz}]G_x/w \quad (4.5)$$

où

$C_{ab(max)}$  = capacité équivalente aux bornes de Gx, spécifiée dans le tableau IV.4;

$.002f_{MHz} G_x/w$  = erreur due à la phase de Ge, d'après (3.6) et (3.17);

$[.002+.002f_{MHz}]G_x/w$  = erreur due à la phase de R<sub>i2</sub>, d'après (3.10) et (4.1).

On voit dans le tableau IV.5 que pour  $f \ll 100KHz$ , l'erreur sur Cmes est toujours beaucoup plus petite que le maximum prévu; or, pour ces fréquences, le terme dominant dans l'équation (4.5) provient de l'erreur due à la phase de R<sub>i2</sub> qui, pour  $f \ll 100KHz$ , se résume approximativement à

$$\Delta C_{max} \approx .002G_x/w \quad (f \ll 100KHz).$$

Ainsi, les mesures indiquent que nous avons sous-estimé la précision sur la phase de  $A_{12}$  à basse fréquence, celle-ci étant 5 à 10 fois meilleure que celle spécifiée par l'équation (4.1).

Pour  $G_x=10\text{umho}$  et  $f \geq 600\text{KHz}$ , l'équation 4.5 peut s'approximer par

$$\Delta C_{\max} \approx C_{ab}(\max.) \quad (G_x=10\text{umho}, f \geq 600\text{KHz}, \pm 30\%).$$

Etant donné que l'erreur mesurée sous ces conditions dans le tableau IV.5 est toujours du même ordre de grandeur que le maximum prévu, on peut supposer que l'estimation de  $C_{ab}(\max)$  dans le tableau IV.4 est effectivement assez voisine de la capacité  $C_{ab}$  réelle.

Pour  $G_x \geq 100\text{umho}$  et  $f \geq 2\text{MHz}$ , les termes dominants dans l'équation (4.5) sont ceux dus à la phase de  $G_e$  et de  $A_{12}$ , et on peut écrire

$$\begin{aligned}\Delta C_{\max} &\approx .004f_{\text{MHz}} G_x/\omega \quad (G_x \geq 100\text{umho}, f \geq 2\text{MHz}) \\ &\approx .004G_x(\text{umho})/2\pi \quad (\text{pF}).\end{aligned}$$

L'examen du tableau IV.5 révèle que sous ces conditions,  $\Delta C_{\max}$  est près du double du maximum prévu. Ceci peut provenir de deux causes:

- la phase de  $G_e$  est plus élevée que la spécification donnée par l'équation (3.17); ceci impliquerait alors que l'angle de phase de  $G_e$  est négatif (d'après l'équation 3.6) ou, de façon équivalente, l'inductance en série avec  $G_e$  est plus élevée que la valeur attendue de  $.55\mu\text{H}$ , ce qui peut être expliqué par le fait que la mesure de l'impédance de sortie de  $A_{12}$  n'a pas été effectuée avec la même configuration que celle utilisée pour la mesure, et que des couplages parasites

existent entre Ge et Ai2;

- la phase de Ai2 est différente de  $0^\circ$  quand  $V_{Ge}$  est en phase avec  $V_o$  sur l'oscilloscope, à cause de couplages parasites à l'amplificateur M3.

Cette situation pourrait éventuellement être corrigée par un meilleur blindage entre Ge, M3 et le reste du circuit, en assurant pour Ai2 une inductance de sortie plus faible, ou possiblement en ajoutant un condensateur de faible valeur (.5pF) en parallèle avec Ge. Dans notre cas, étant donné les profondes modifications qui auraient résulté en essayant d'améliorer le comportement du montage, nous avons préféré tenir compte de cet effet en apportant une correction à la capacité mesurée

$$C' = C_s(\text{pF}) - .0085G_x(\text{umho})/2\pi \quad (4.6)$$

Le terme de correction dans (4.6) a été choisi de façon à minimiser l'ensemble des erreurs résiduelles; la figure IV.4 montre l'écart résiduel sur  $C'$  en fonction de la fréquence, pour différents  $G_x$ . La hauteur verticale des traits représente l'incertitude sur  $C_x$  due à la capacité équivalente en parallèle avec  $G_x$ , prise comme

$$C_{ab}(\text{min}) = 0\text{pF}$$

$C_{ab}(\text{max.})$  = tel que spécifié dans le tableau IV.4 .

Les pointillés délimitent la zone

$$\Delta C = \pm G_x/w [.0005+.0015f_{\text{MHz}}] \quad (4.7).$$

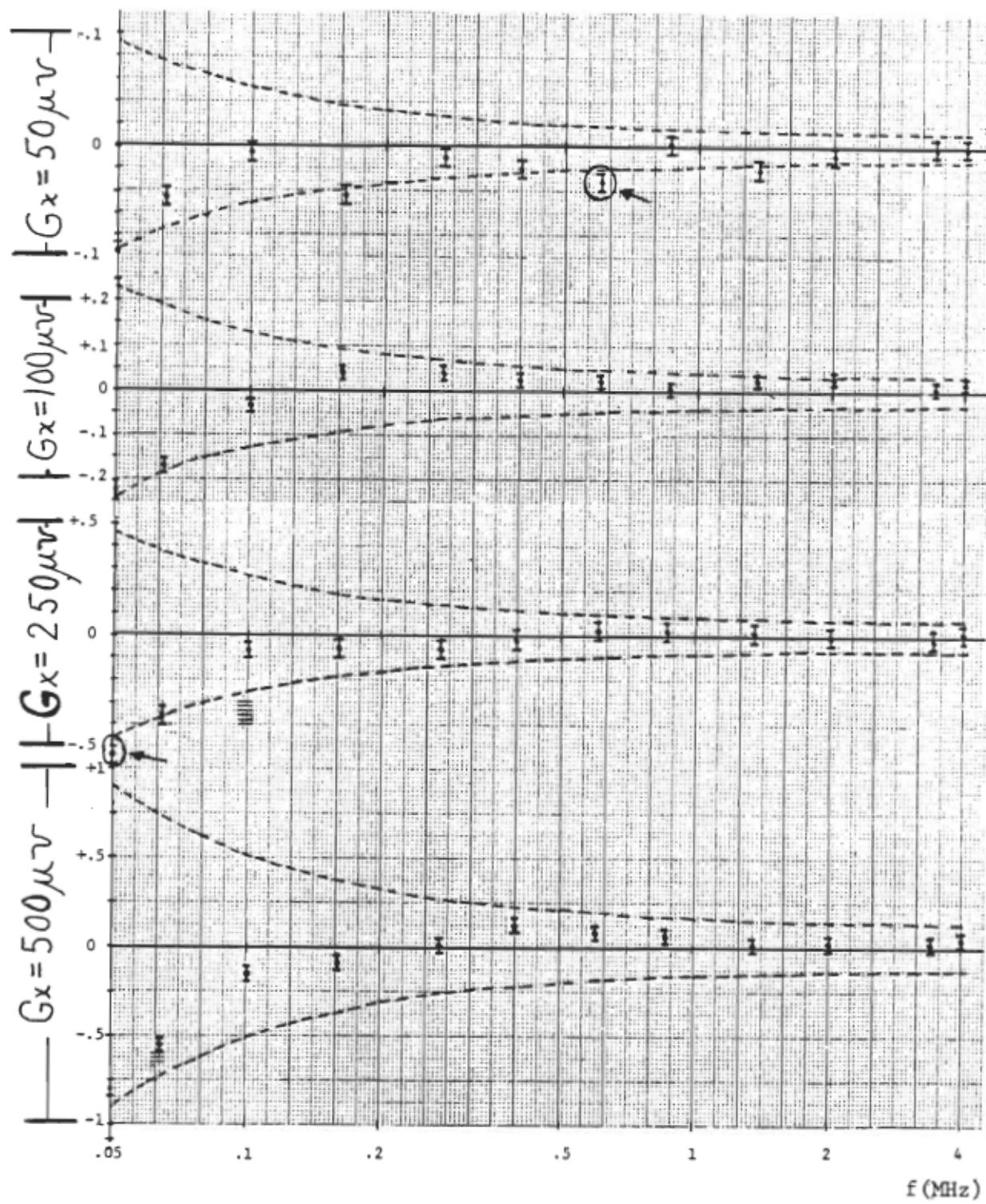


Figure IV.4: Graphiques de l'erreur résiduelle sur  $C'$  (pF) en fonction de la fréquence avec  

$$C' = C_s - \frac{.0085 G_x (\mu\text{mho})}{2\pi}$$

Les pointillés délimitent les zones

$$\Delta C = \pm \frac{G_x}{\omega} [ .0005 + .0015 f_{\text{MHz}} ]$$

La figure IV.4 montre que cette zone englobe tous les écarts mesurés sauf deux (les points encerclés); étant donné la bonne concordance de tous les autres résultats avec l'incertitude donnée par (4.7), nous attribuons ce fait à une erreur de manipulation dans l'ajustement de  $p_2$ , cet ajustement étant en effet très critique pour obtenir la précision donnée par (4.7). Le cas  $G_x=10\text{ umho}$  n'a pas été inclus dans le graphique de la figure IV.4 parce que l'incertitude due à  $C_{ab}$  est environ 5 fois celle spécifiée par (4.7), et les mesures n'apportent alors rien de significatif.

La figure IV.4 suggère aussi que pour  $f \ll 100\text{ KHz}$ , l'erreur sur  $C'$  est systématiquement négative et aurait pu être corrigée. Toutefois, nous croyons que le fait que l'erreur résiduelle sur  $C'$  soit toujours négative pour  $f \ll 100\text{ KHz}$  est du au hasard, étant donné que l'ajustement  $p_2$  à 50KHz fait varier  $\tan(\alpha)$  d'environ -.002 à +.004, et que  $\pm .0005$  constitue vraiment la résolution limite sur  $\tan(\alpha)$ , de sorte que l'incertitude donnée par (4.7) ne peut être diminuée de toute façon. Néanmoins, dans le cas d'une mesure diélectrique, la précision sur  $\epsilon'$  en présence de conductivité reste très satisfaisante, puisque la principale cause d'erreur sera la plupart du temps (sauf dans le cas où  $\tan(\delta)$  est très élevé) l'erreur sur la calibration de  $C_s$ . En effet,

$$\frac{\Delta \epsilon'}{\epsilon'} = \frac{\Delta C}{C_x} -$$

et d'après (4.7),

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \epsilon'}{\epsilon'} &= \frac{G_x}{\omega C_x} [ .0005 + .0015 f_{\text{MHz}} ] \\ &= \tan(\delta) [ .0005 + .0015 f_{\text{MHz}} ] \quad (4.8). \end{aligned}$$

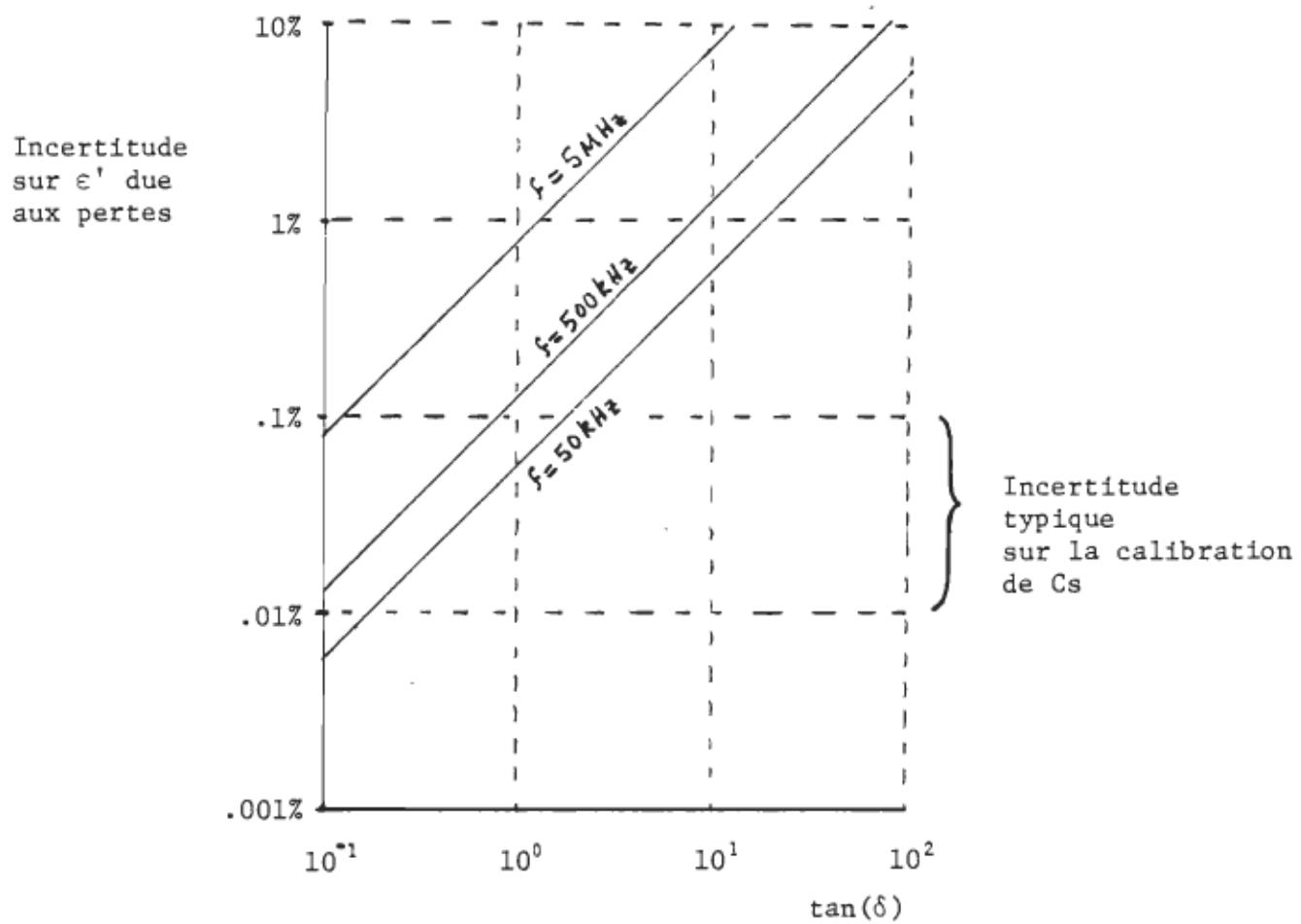


Figure IV.5: Graphique de l'incertitude sur  $\epsilon'$  due aux pertes en fonction de  $\tan(\delta)$ .

La figure IV.5 montre le graphique de  $\frac{\Delta\epsilon'}{\epsilon'}$  en fonction de  $\tan(\delta)$  pour plusieurs fréquences, et l'on voit que l'incertitude sur  $\epsilon'$  due à la conductivité atteint l'incertitude due à la calibration de Cs pour  $\tan(\delta)$  compris entre .1 et 1 (typiquement).

#### IV.3 MESURES DE PARAMETRES DE RELAXATION ET L'INFLUENCE DE LA LONGUEUR DES CABLES.

##### IV.3.1 Mesures sur un réseau électrique simulant un diélectrique de type Debye:

Nous avons vu à la section I.3 le circuit équivalent valide pour toutes les fréquences d'un condensateur contenant un diélectrique Debye entre ses plaques. Ce type de diélectrique ne montre qu'une seule relaxation de sorte qu'il est relativement facile de le simuler électriquement. Nous avons réalisé l'arrangement montré à la figure IV.6, dans le but d'obtenir approximativement les paramètres suivants:

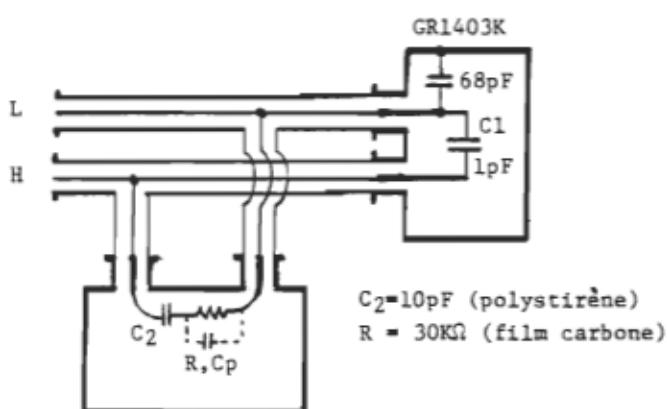


Figure IV.6: Réseau électrique simulant une relaxation de type Debye.

$$\epsilon_{sCo} \approx 11\text{pF} , \quad \epsilon_{\infty Co} \approx 1\text{pF} ,$$

$$f_{rel.} = \frac{1}{2\pi} \approx 500\text{KHz} .$$

Nous avons voulu ensuite déterminer la valeur de chaque composant avec le pont de capacité GR1621 à 1KHz; or, un problème se pose avec la capacité parasite aux bornes de R, désignée par  $C_p$  dans la figure IV.6, puisqu'on ne peut pas se servir ici de la technique utilisée à la section IV.2.3 pour diminuer son effet. Toutefois, on peut montrer (voir Appendice B) que l'effet de  $C_p$  dans le réseau de la figure IV.6 est simplement de changer un peu les valeurs des paramètres, sans changer la forme de la relaxation, comme montré à la figure IV.7. Nous avons donc tenu compte de ceci en mesurant  $C_p$ , et en apportant des corrections aux paramètres du réseau.

Les valeurs de chaque composant ont été mesurées avec le pont de capacité GR1621 à 1Khz selon la méthode suivante:

- Le condensateur de 1pF GR1403K en parallèle avec le réseau contenu dans le boîtier a déjà été calibré par le pont GR1621 (tableau IV.2); sa valeur est .9975pF .

- La valeur de R est mesurée avec un multimètre numérique de type Keithley modèle 177 avant l'insertion dans le boîtier.

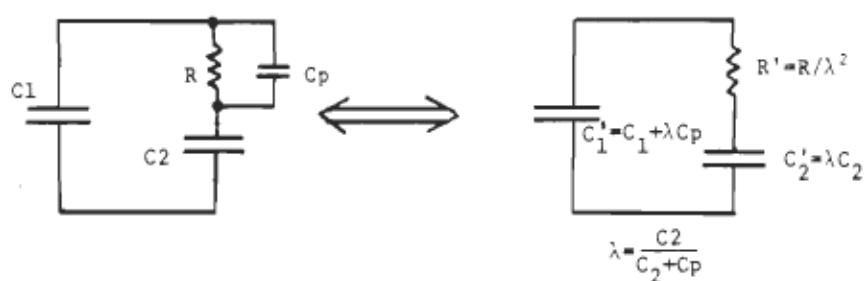


Figure IV.7: Effet d'un condensateur parallèle  $C_p$  aux bornes de R dans la figure IV.6 .

- Les valeurs de  $C_p$  et  $C_2$  doivent être déterminées en utilisant la même configuration géométrique que celle qui servira pour la mesure;  $C_2$  est mesuré en court-circuitant  $R$ , de façon à ce que le changement de géométrie soit minime.

- Pour déterminer  $C_p$  nous avons dû utiliser le pont en comparant  $R$  (insérée dans le boîtier, avec  $C_2$  court-circuité) avec une conductance de la même valeur mais avec un angle de phase très petit; en effet, le pont de capacités GR1621 ne permet pas une précision meilleure que  $\pm 6\text{pF}$  pour la mesure d'une conductance de  $33\text{mho}$ . Nous avons donc réalisé une conductance formée de 15 résistances de  $2\text{k}\Omega$  à film métallique en série installées dans un boîtier avec des connecteurs coaxiaux, plus une résistance à film de carbone servant à ajuster la valeur de la conductance ainsi réalisée à la même valeur que celle qui servira pour la mesure, avec une précision meilleure que  $.06\text{mho}$ . Ce boîtier est connecté aux prises "EXTERNAL STANDARD" du pont GR1621 pour effectuer la comparaison avec la conductance à mesurer. La précision sur  $C_p$  avec cette méthode est estimée à  $\pm .02\text{pF}$ .

Le tableau IV.6 résume les résultats de cette procédure.

| Mesures brutes (voir texte)        | Paramètres transformés<br>$\lambda = .9978 \pm .002$ |
|------------------------------------|--|
| $R = 30.15 \pm .015 \text{ Kohm}$  | $R' = 31.47 \pm .13 \text{ Kohm}$                    |
| $C_2 = 9.946 \pm .002 \text{ pF}$  | $C_2' = 9.7356 \pm .02 \text{ pF}$                   |
| $C_1 = .9975 \pm .0001 \text{ pF}$ | $C_1' = 1.208 \pm .02 \text{ pF}$                    |
| $C_p = .215 \pm .02 \text{ pF}$    | $f_{rel.} = 519.5 \pm 1.3 \text{ KHz}$               |

#### Paramètres du réseau de la figure IV.6

TABLLEAU IV.6

Les figures IV.8 a et b présentent des graphiques de mesures prises avec le pont GR1621 de 100Hz à 100KHz pour le réseau complet et montre que les résultats recoupent bien les valeurs calculées à partir des paramètres obtenus au tableau IV.6 (tracé en pointillés dans les graphiques), appuyant ainsi leur exactitude.

Le réseau a finalement été mesuré avec notre appareil à 12 fréquences allant de .05 à 4MHz. Le tableau IV.7 donne les résultats de ces mesures après que les corrections données par les équation (4.4) et (4.6) soient apportées; les colonnes  $1/\omega^2$ ,  $1/[Cx(0)-Cx(\omega)]$  ont été calculées pour déterminer les paramètres de relaxation par régression linéaire, comme nous le verrons plus loin.

Les figures IV.9 et IV.10 montrent les graphiques des quantités équivalentes à  $\epsilon'(\omega)$  et  $\epsilon''(\omega)$ , et nous voyons que les mesures prises avec notre appareil concordent bien avec les calculs effectués à partir des paramètres obtenus avec le pont GR1621 et le multimètre numérique Keithley (tableau IV.6).

Les paramètres de la relaxation ont été déterminés en effectuant une régression linéaire sur les variables  $1/\omega^2$  et  $1/[Cx(0)-Cx(\omega)]$  (tableau IV.7) à l'aide d'un ordinateur personnel HP9845B et d'un logiciel d'analyse numérique HP09845-15011. En effet, la relation liant  $\epsilon'$  à la fréquence pour un diélectrique Debye (équation 1.11a) peut être transformée à [2]

$$\frac{1}{\epsilon_s - \epsilon'(\omega)} = \frac{1}{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)\tau^2} \cdot \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\epsilon_s - \epsilon_\infty} \quad .$$

Dans notre cas, en terme des quantités équivalentes  $Cx(\omega)$ ,  $Gx(\omega)$ , cette

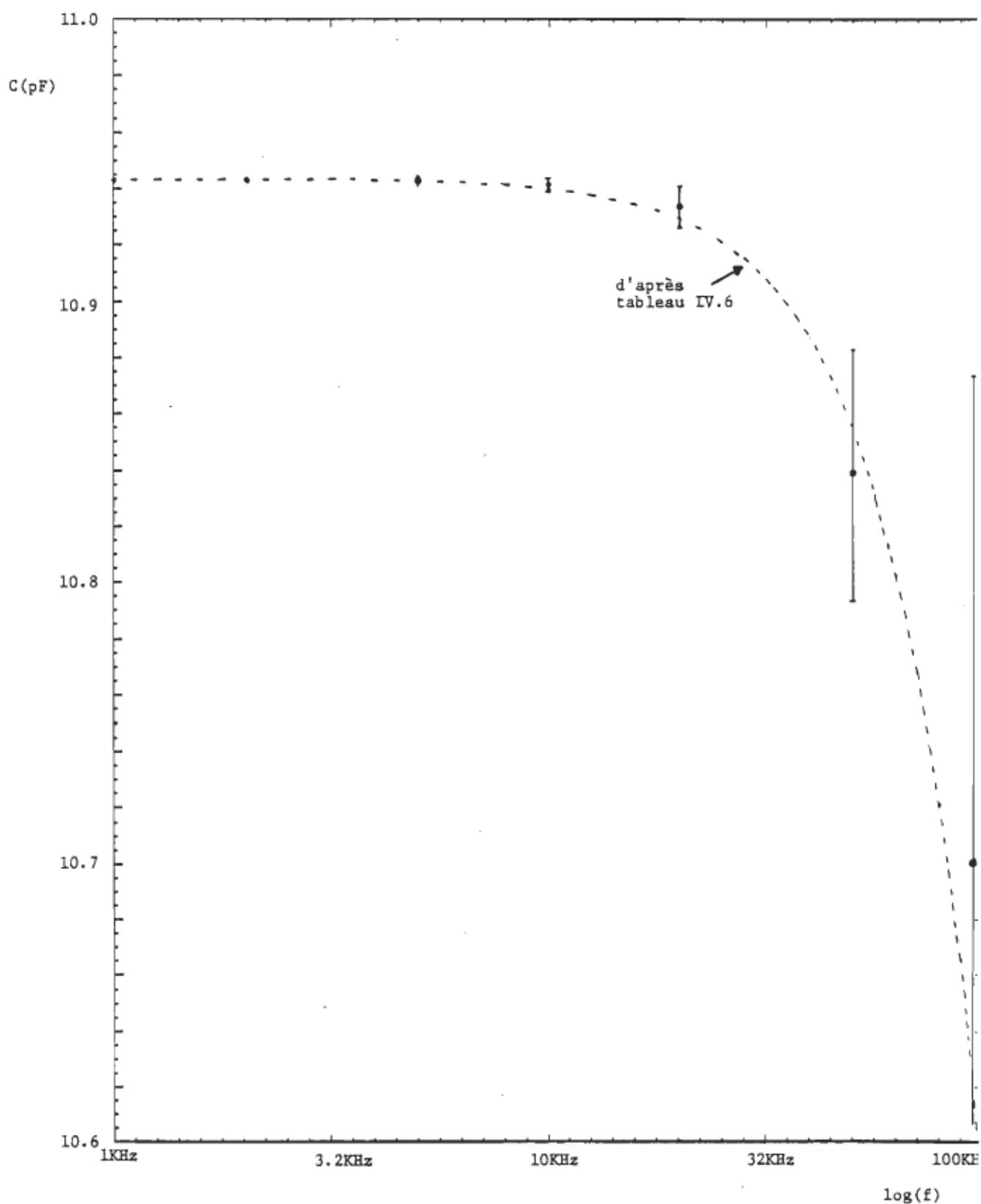


Figure IV.8a: Mesures de  $C$  en fonction de la fréquence avec le pont GR1621 pour le réseau de la figure IV.6 .

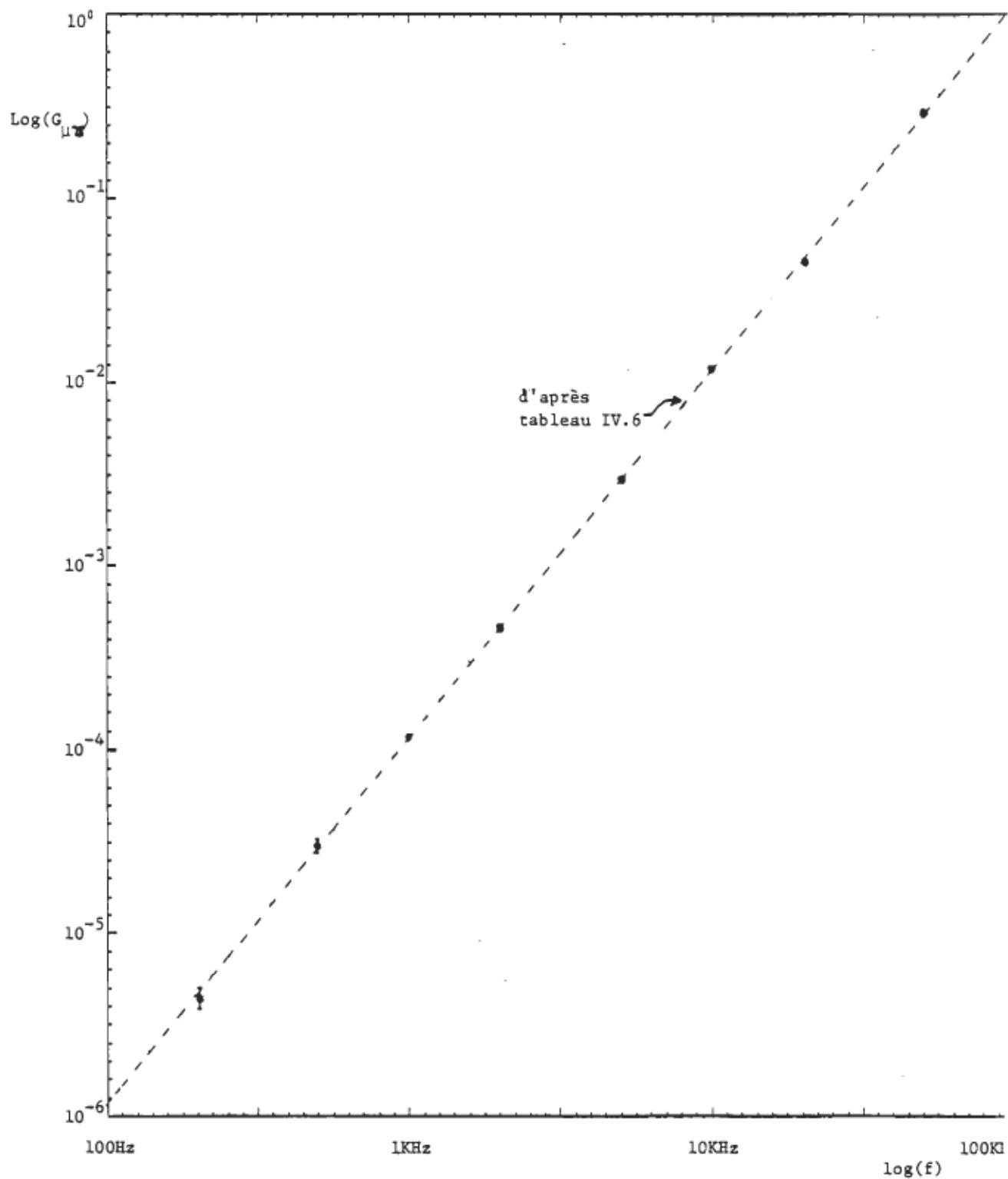


TABLEAU IV.7MESURE DU RESEAU DE LA FIGURE IV.6 AVEC NOTRE APPAREIL.

| FREQUEN-<br>CE (MHz)<br>( $\pm .03\%$ ) | Cx mesuré (pF)<br>(après correc-<br>tions) | Gx mesuré<br>(umho) | Pour déterminer les paramètres<br>de la relaxation (voir texte) |                    |  |    |
|---|--|---------------------|---|--------------------|--|----|
|   |  |                     | $1/\omega^2$<br>$\times 10^{-4} \text{ s}^2$<br>( $\pm .06\%$ ) | $(\text{pF})^{-1}$ | Incertitude<br>sur $\frac{1}{C_x(0)-C_x(\omega)}$<br>(pF $^{-1}$ ) | N  |
| .05                                     | $10.875 \pm .02$                           | $.3 \pm .2$         | 18132   | 14.7               | $4.3 = 1/.23$  | 0  |
| .065                                    | $10.788 \pm .01$                           | $.5 \pm .2$         | 5995.3  | 6.45               | $.5 = 1/2$   | 0  |
| .10                                     | $10.599 \pm .005$                          | $1.0 \pm .2$        | 2533.0  | 2.987              | $.059 = 1/17$  | 0  |
| .16                                     | $10.089 \pm .005$                          | $3.0 \pm .3$        | 989.46  | 1.0707             | $.008 = 1/125$   | 0  |
| .27                                     | $8.8745 \pm .005$                          | $6.6 \pm .3$        | 347.47  | .4834              | $.0016 = 1/610$  | 1  |
| .40                                     | $7.316 \pm .007$                           | $12.0 \pm .5$       | 158.31  | .2757              | $.00068 = 1/1460$  | 2  |
| .60                                     | $5.3865 \pm .008$                          | $18.5 \pm .9$       | 70.362  | .1900              | $.0003 = 1/3000$   | 4  |
| .86                                     | $3.813 \pm .009$                           | $23.5 \pm 1.2$      | 34.249  | .14025             | $.00022 = 1/4600$  | 6  |
| 1.35                                    | $2.459 \pm .01$                            | $27.0 \pm 1.4$      | 13.899  | .1179              | $.00017 = 1/6000$  | 8  |
| 2.00                                    | $1.827 \pm .01$                            | $29.0 \pm 1.5$      | 6.3326  | .1097              | $.00014 = 1/6900$  | 9  |
| 3.40                                    | $1.424 \pm .012$                           | $30.0 \pm 1.9$      | 2.1912  | .10505             | $.000132 = 1/7500$   | 10 |
| 4.00                                    | $1.358 \pm .012$                           | $30.5 \pm 2.1$      | 1.5831  | .10433             | $.00013 = 1/7600$  | 10 |

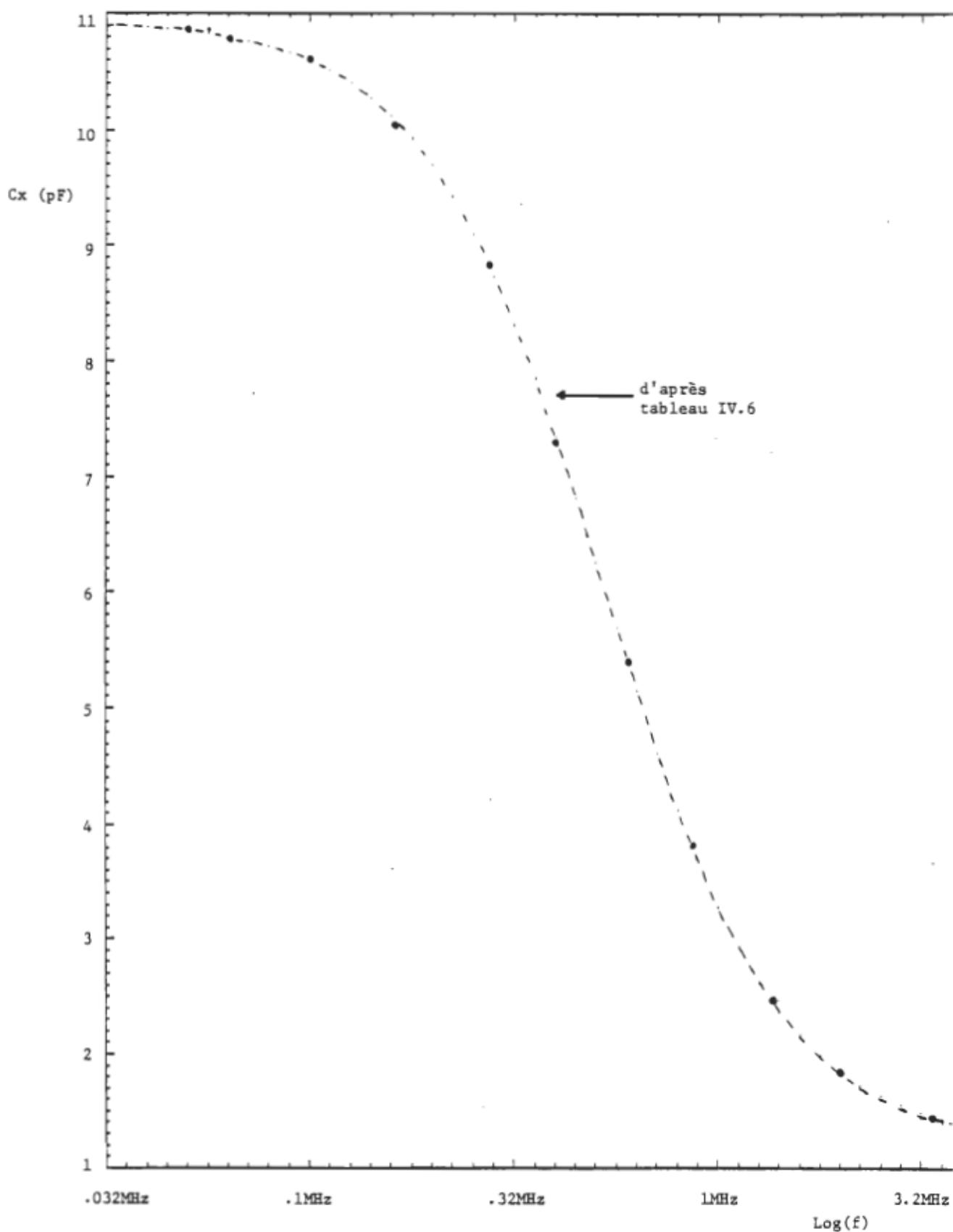


Figure IV.9: Graphiques des mesures de  $C_x(\omega)$  (équivalent à  $\epsilon'(\omega)$  pour une mesure diélectrique) par notre appareil.

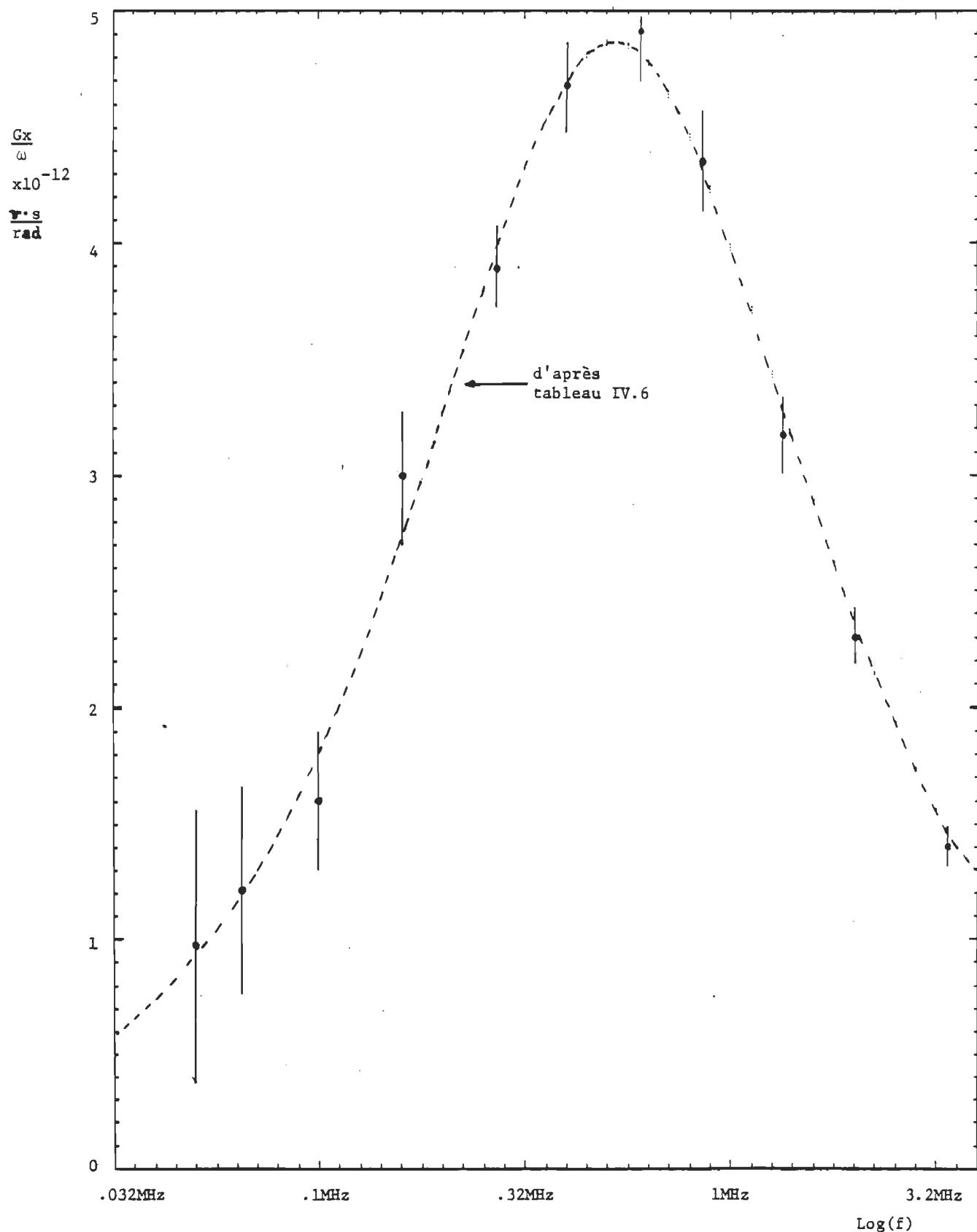


Figure IV.10 Graphique des mesures de  $\frac{G_x(\omega)}{\omega}$  (équivalent à  $\epsilon''(\omega)$  pour une mesure diélectrique) par notre appareil.

équation devient

$$\frac{1}{Cx(0) - Cx(\omega)} = \frac{1}{(Cx(0)-Cx(\infty)) \tau^2} \times \frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{Cx(0) - Cx(\infty)}$$

Pour chaque fréquence, les quantités  $X=1/\omega^2$  et  $Y=1/[Cx(0)-Cx(\omega)]$  sont entrées dans la mémoire de l'ordinateur un nombre de fois proportionnel au dénominateur dans l'expression de l'incertitude de Y (0 à 10 fois, colonne étiquetée "N" dans le tableau IV.7) pour que les valeurs les plus précises influencent plus le résultat. On effectue ensuite la régression avec un polynôme d'ordre 1, et les coefficients de  $X^0$  et  $X^1$  représentent respectivement

$$A_0 = \text{coefficient de } X^0 \\ = 1/[Cx(0)-Cx(\infty)]$$

$$A_1 = \text{coefficient de } X^1 \\ = \frac{1}{\tau^2} A_0 .$$

Nous avons obtenu avec ce procédé les valeurs  $f_{rel.} = 519.8 \pm 4 \text{ KHz}$  et  $Cx(\infty) = 1.2046 \pm 0.005 \text{ pF}$ , qui se comparent favorablement avec les valeurs prédictes  $f_{rel.} = 519.5 \pm 1.3 \text{ KHz}$  et  $Cx(\infty) = 1.208 \pm 0.02 \text{ pF}$ .

#### IV.3.2 Mesures de l'influence de la longueur des câbles:

Nous avons effectué la mesure d'un condensateur à trois terminaux de 10pF de type GR1404C en se servant pour le connecter de plusieurs longueurs différentes de câbles coaxiaux de type RG62A/U. Ce condensateur représente un cas réaliste de cellule à échantillon

diélectrique à cause de sa fréquence de résonnance de 130MHz, et de ses capacités des terminaux de 30pF, d'après les spécifications du manufacturier.

Le condensateur a d'abord été calibré à 1KHz avec le pont GR1621; nous avons obtenu la valeur de 9.9962pF. Puis les mesures ont été prises avec notre appareil à 4 fréquences discrètes, en utilisant à chaque fréquence des câbles de 10, 20 et 30cm (identiques, autant que possible pour les bornes H et L). Pour chaque longueur il a fallu ajouter un condensateur entre les bornes L et G dans notre appareil pour balancer les capacités des terminaux à  $\pm 10\text{pF}$  afin d'avoir une bonne précision ( $\sim .005\text{pF}$ ). On effectue ensuite pour chaque mesure des corrections à l'aide de l'équation (2.20) puis de (2.9), et le résultat est comparé avec la valeur attendue de 9.9962pF.

Le tableau IV.8 présente ces mesures, et les corrections effectuées. Les colonnes des erreurs résiduelles dans ce tableau montrent que la précision du résultat est limitée à environ 10% de la valeur de la correction, ce qui n'est pas surprenant puisque les paramètres servant pour les corrections n'ont pas été mesurés, mais simplement pris des spécifications fournies par le manufacturier. Or on sait que la plupart des câbles coaxiaux montrent des déviations dans la valeur de leur impédance caractéristique de cet ordre de grandeur (10%) aux fréquences de quelques MHz [3].

Toutefois, la précision est quand même bonne avec ce procédé ( $\sim .005\text{pF}$  à 4MHz) et nous pouvons dire que l'équation (2.20) donne des valeurs adéquates de corrections.

TABLEAU IV.8

MESURE D'UN CONDENSATEUR A TROIS TERMINAUX DE 10pF EN  
FONCTION DE LA FREQUENCE ET DE LA LONGUEUR DES CABLES.

| FRE-<br>QUENCE<br>(MHz) | Longueur<br>des<br>câbles | Cmes d'après<br>(4.4)et (4.6)<br>$\pm .005\text{pF}$ | Correction<br>d'après<br>(2.9)et (2.20) | Cx<br>résultant<br>(pF) | erreur<br>résiduelle<br>(pF) | erreur<br>résiduelle<br>en % de la<br>correction |
|-------------------------|---------------------------|--|---|-------------------------|------------------------------|--|
| .449                    | 10cm                      | 9.998  | -.0005                                  | 9.9975                  | .0013                        | *  |
|                         | 20cm                      | 9.996  | -.0007                                  | 9.9953                  | -.0009                       | *  |
|                         | 30cm                      | 9.998  | -.0009                                  | 9.9971                  | .0009                        | *  |
| .961                    | 10cm                      | 10.000   | -.0023                                  | 9.9977                  | .0015                        | *  |
|                         | 20cm                      | 9.998  | -.0033                                  | 9.9947                  | -.0015                       | *  |
|                         | 30cm                      | 10.002   | -.0045                                  | 9.9975                  | .0013                        | <30%   |
| 2.404                   | 10cm                      | 10.012   | -.0143                                  | 9.9977                  | .0015                        | <10%   |
|                         | 20cm                      | 10.014   | -.0205                                  | 9.9935                  | -.0027                       | <13%   |
|                         | 30cm                      | 10.024   | -.028                                   | 9.9960                  | -.0002                       | 1%*  |
| 4.023                   | 10cm                      | 10.034   | -.040                                   | 9.994                   | -.0018                       | 4.5%   |
|                         | 20cm                      | 10.048   | -.0577                                  | 9.9903                  | -.0059                       | 10%  |
|                         | 30cm                      | 10.070   | -.0786                                  | 9.9914                  | -.0048                       | 6.1%   |

LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE IV.

- [1]- J.G. BERBERIAN, MODIFICATION OF A COMMERCIAL ADMITTANCE BRIDGE TO MEASURE LARGE CONDUCTANCES, Rev. of Sci. Instr., vol. 48, pp. 1207-1211 (1977).
- [2]- N.E. HILL, W.E. VAUGHAN, A.H. PRICE, M. DAVIES, DIELECTRIC PROPERTIES AND MOLECULAR BEHAVIOUR, Van Nostrand Reinhold Co., London (1969).
- [3]- D. DAVIS, THREE TERMINAL CAPACITANCE MEASUREMENTS, Electronic Engineering, Dec. 1977.

## CHAPITRE V

### DISCUSSION.

Dans ce travail, nous considérons la possibilité d'utiliser l'arrangement à trois terminaux pour les mesures diélectriques aux radio-fréquences et nous donnons les détails du dispositif de mesure de capacités à trois terminaux que nous avons réalisé, qui utilise une méthode de résonnance et peut fonctionner de .05 à 10MHz.

Au chapitre II nous avons montré l'efficacité de l'arrangement à trois terminaux pour les mesures diélectriques pour les fréquences allant jusqu'à 10MHz. Nous avons vu que les erreurs commises sur la détermination d'une impédance à trois terminaux à ces fréquences sont en général suffisamment petites pour les mesures diélectriques pour justifier d'employer l'arrangement à trois terminaux plutôt que celui à deux terminaux ordinaire.

Le calcul des erreurs a été effectué en considérant deux effets séparés: celui des impédances résiduelles des terminaux et celui des lignes de transmission. En pratique cependant, ces deux effets peuvent se retrouver en même temps et ceci n'a pas été considéré au chapitre II. Un moyen simple de tenir compte de ceci serait d'additionner les corrections dues à chaque effet, mais l'erreur résultante réelle ne sera pas nécessairement la somme des erreurs dues à chacun des effets séparés; pour être rigoureux, il aurait fallu,

dans la figure II.7, inclure les impédances résiduelles série (localisées) des terminaux, et n'effectuer qu'un seul calcul d'erreur à partir de cette configuration. Toutefois, les formules ainsi obtenues sont beaucoup plus compliquées et ne mettent pas en évidence les facteurs déterminants sur l'erreur commise. De plus, la différence entre l'erreur relative réelle et l'erreur relative calculée à partir de la somme des erreurs dues à chacun des effets séparés sera normalement négligeable ( $\approx \frac{\omega^4}{\omega_n^4}$ ); nous présentons à l'appendice C les raisons justifiant cette affirmation. Aussi pouvons-nous dire que le traitement effectué à la section II.3, sans être exact, nous a permis d'évaluer l'efficacité des impédances à trois terminaux aux fréquences élevées et nous permettra d'apporter des corrections pour les mesures diélectriques valables jusqu'à 10MHz.

A la section II.4, nous avons montré la réalisation d'un circuit de garde actif fonctionnant jusqu'à 10MHz. Nous avons vu que l'amplificateur d'instrumentation permet de maintenir un point d'un circuit à la masse virtuelle sur une large bande de fréquences, avec des problèmes de stabilité aux fréquences élevées moins importants que la configuration utilisant un amplificateur opérationnel. Ceci pourrait éventuellement être intéressant pour des applications autres qu'un circuit de garde, comme pour la réalisation d'intégrateurs et sommateurs rapides. Mentionnons que l'amplificateur d'instrumentation n'est pas communément utilisé pour ces applications, et que celui que nous avons réalisé, au sacrifice d'un ajustement précis du gain et d'une optimisation de la réponse en fréquence, maintient la masse virtuelle aussi bien qu'un amplificateur opérationnel ayant un produit gain-bande passante de l'ordre de 50MHz, sans les problèmes de stabi-

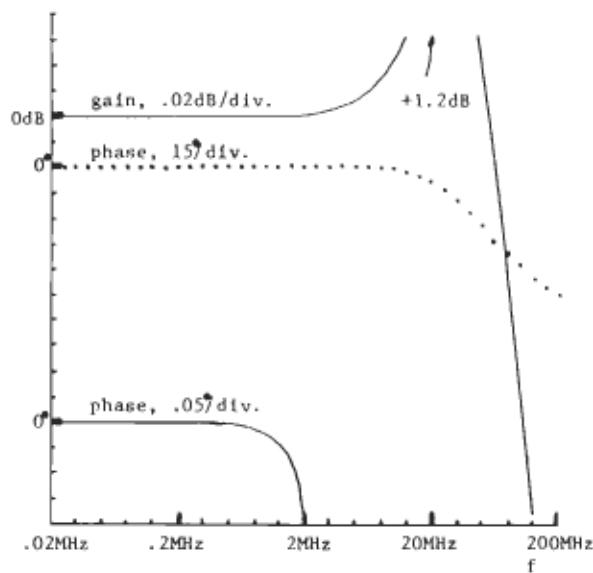


Figure V.1: Réponse calculée de l'amplificateur Aii quand la compensation est optimisée pour la largeur de bande.

lité inhérents aux amplificateurs opérationnels en présence de forte contre-réaction. La figure V.1 montre la réponse de notre amplificateur en fonction de la fréquence quand la compensation est optimisée pour que la fonction de transfert soit le plus près possible de  $1/\omega$  sur une large bande de fréquences.

Finalement, pour clore la discussion sur le chapitre II, mentionnons l'existence d'une autre configuration utilisée pour la mesure précise d'impédances: l'arrangement à quatre paires de terminaux. L'appareillage à quatre paires de terminaux permet des mesures précises d'impédances même en présence de fortes impédances séries [1]. Par contre, les techniques de comparaison d'impédances à quatre paires de terminaux sont plus sophistiquées [2], et les erreurs commises aux fréquences élevées sont compliquées [3]. De façon générale, l'arrangement à quatre paires de terminaux sera avantageux pour la mesure d'impédances relativement faibles, ce qui n'est pas le cas pour

les mesures diélectriques. Pour toutes ces raisons, l'arrangement à quatre paires de terminaux n'a pas été considéré dans notre travail. Mentionnons toutefois qu'il peut être intéressant pour certains types de diélectriques d'utiliser une cellule à quatre paires de terminaux, pour éviter que des phénomènes de polarisation d'électrodes perturbent la mesure de la quantité voulue.

Au chapitre III nous avons vu notre conception d'un dispositif de mesure de capacités à trois terminaux par résonnance. Nous avons utilisé une méthode d'oscillations spontanées, compte tenu des avantages que possède cette méthode pour la bande de fréquences qui nous intéresse. Entre autres, nous avons vu que la précision sur la mesure de  $C_x$  en présence de pertes élevées dépend seulement de la précision avec laquelle la phase de l'impédance d'excitation  $G_e$  et la phase de l'amplificateur servant à entretenir les oscillations  $A_{i2}$  sont nulles; c'est pourquoi nous avons pu mesurer (ref. chapitre IV) des capacités avec une meilleure précision que le pont GR1621 le permet, dans le cas d'un facteur de dissipation élevé ( $>0.01$ ). Par contre, ce sont les deux principaux facteurs qui limitent la méthode telle que nous l'avons implantée aux fréquences inférieures à environ 10MHz (mis à part le fait que nous avons utilisé l'arrangement à trois terminaux pour notre dispositif), car même un temps de propagation aussi petit que quelques centaines de picosecondes pour l'amplificateur  $A_{i2}$  (inévitable) amène un déphasage non-négligeable pour  $f > 10\text{MHz}$ . Notons toutefois que Akyel, Bosisio et April [4] ont utilisé dans la région des hyper-fréquences une variante de notre méthode d'oscillations spontanées, laquelle consiste à mesurer la différence de fréquence induite par une variation de phase connue dans la boucle

de réaction. Cette méthode nécessite une sophistication plus poussée mais elle se prête bien à l'automatisation (on détermine tous les paramètres du circuit résonnant à partir de mesures de fréquences seulement!) et pourrait éventuellement être appliquée aux radio-fréquences.

Au chapitre IV, nous avons donné les résultats des tests et des mesures effectuées avec notre appareil. Nous avons vu que nous n'avons pas toujours obtenu les performances auxquelles on pouvait s'attendre; nous avons donné des explications concernant ces lacunes, de même que des suggestions pour y remédier. De plus, en cours d'utilisation, nous avons réalisé que quelques points pourraient être optimisés, et voici donc, par ordre d'importance, plusieurs remarques sur des points faibles dans le fonctionnement de notre appareil et les améliorations que nous proposons pour y remédier;

- Comme nous l'avons mentionné, le condensateur standard Cs que nous avons utilisé (GR1422CD) ne possède pas des caractéristiques très bonnes en fonction de la fréquence, et même perturbe le fonctionnement du dispositif pour  $f > 4\text{MHz}$ , et donc pourrait faire l'objet d'améliorations ou d'un remplacement. A ce titre, nous avons déjà entrepris des modifications pour réduire les effets néfastes dans le condensateur que nous avons utilisé (notamment, enlever la section .05-1.1pF, et redisposer les connecteurs de façon à avoir une fréquence de résonance supérieure à 100MHz, et à diminuer les capacités des terminaux);

- La détermination de Gx est effectuée avec une précision plutôt grossière à cause du fait que les mesures de tension sont faites avec un oscilloscope, instrument qui n'est pas en soi un appareil de précision. On pourrait donc ajouter au montage un voltmètre alternatif,

préférablement numérique pour une meilleure résolution. Toutefois, un tel appareil couvrant la bande qui nous intéresse est relativement coûteux, et de plus ne permettrait pas une précision élevée pour de faibles conductances (quelques umho) parce que la tension aux bornes de Ge est alors fortement composée d'harmoniques introduites par les amplificateurs; en effet, pour les harmoniques de la fréquence d'oscillation, le circuit résonnant a une faible impédance et donc la tension à ces fréquences se retrouve presque complètement aux bornes de Ge. Alors qu'à l'œil sur l'oscilloscope nous pouvons effectuer une moyennisation sur un cycle de façon à rejeter dans une certaine mesure ces harmoniques, un voltmètre alternatif tiendra compte de ces perturbations et par suite la lecture dépendra du type de voltmètre choisi (RMS ou détecteur de crête), et du taux d'harmoniques présent dans le signal. C'est pourquoi nous proposons plutôt l'arrangement suivant, illustré à la figure V.2a: il s'agit d'utiliser un mélangeur (ou multiplicateur) en détecteur synchrone, suivi d'un voltmètre DC. En effet, nous présentons à l'appendice D les développements conduisant à l'affirmation que si deux signaux A et B sont envoyés à un multiplicateur, la tension DC résultante sera proportionnelle à la partie de A à la même fréquence que B, et ayant la même phase. La figure V.2b présente un moyen simple d'implémenter cette technique, utilisant comme seul appareil externe un voltmètre numérique en continu, et avec lequel nous croyons pouvoir détecter  $|V_{Ge}|$  aussi faible que 50uV ( $G \approx 0.25\text{umho}$ ), tout en ayant une précision meilleure que 1% pour  $|V_{Ge}|$  plus élevé que 5mV (les détails sont donnés à l'appendice D). Cette méthode possède en plus l'avantage que la conductance ainsi mesurée n'est pas affectée par un déphasage non-nul de l'amplificateur A12 ni par la phase non-nulle de Ge comme dans le cas où on mesure

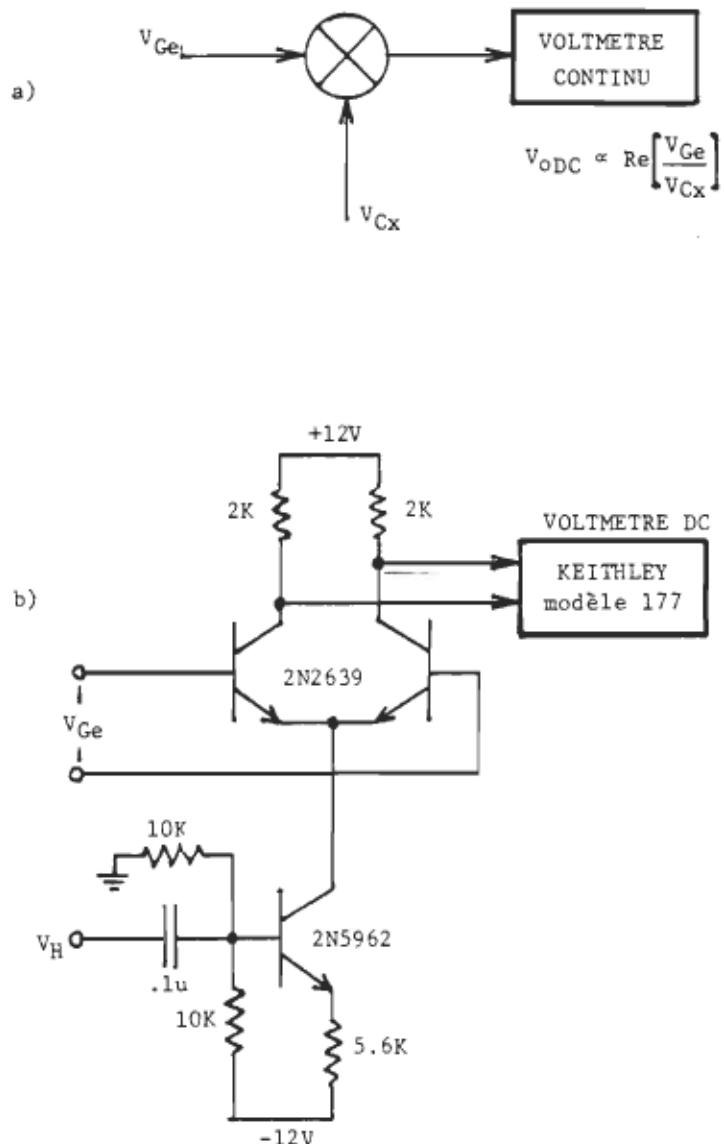


Figure V.2: a) Détection de  $V_{Ge}$  à l'aide d'un multiplicateur et d'un voltmètre continu. Seule la partie de  $V_{Ge}$  en phase avec  $V_{Cx}$  est mesurée.

b) Moyen simple d'implémenter le principe en a), susceptible de donner de bons résultats (voir Appendice D).

simplement les modules des rapports de tension (équations 3.8 et 3.11).

- Un blindage insuffisant entre les divers composants de notre appareil a amené les inconvénients suivants:

- même si on lit  $V_L = 0$  sur l'oscilloscope, les impédances des terminaux ne sont pas complètement éliminées de la mesure (section IV.2.2);
- à chaque mesure, il faut retrancher  $.015\text{pF}$  pour  $C_x$  (équation 4.4);
- la mesure de  $C_x$  en présence de pertes nécessite aussi une correction due aux couplages parasites (équation 4.6);

Il serait possible en repensant la partie mécanique de la conception d'éliminer ces problèmes;

- La résolution sur la mesure de  $C_x$  aux fréquences inférieures à 200KHz est limitée par la mauvaise stabilité de l'inductance servant à établir la résonnance pour la bande 50KHz-200KHz (réalisée sur un tore de ferrite FT-114A-72). Il y a certainement possibilité de réduire cet effet. Par exemple, il y a lieu de croire que la même inductance réalisée sur un tore T-184-41 permettrait une résolution environ 5fois meilleure pour cette plage de fréquences;

- L'ajustement de  $g_1$  (gain de  $A_{11}$ ) est une opération assez délicate et doit être refaite chaque fois qu'un paramètre du circuit résonnant change; c'est pourquoi nous proposons à la figure V.3 une méthode pour éviter d'avoir à ajuster  $g_1$  manuellement. Il s'agit d'utiliser la même technique que nous avons décrite plus haut pour mesurer la conductance  $G_x$  avec une meilleure résolution, sauf que l'entrée A du multiplicateur provient maintenant de la borne L du

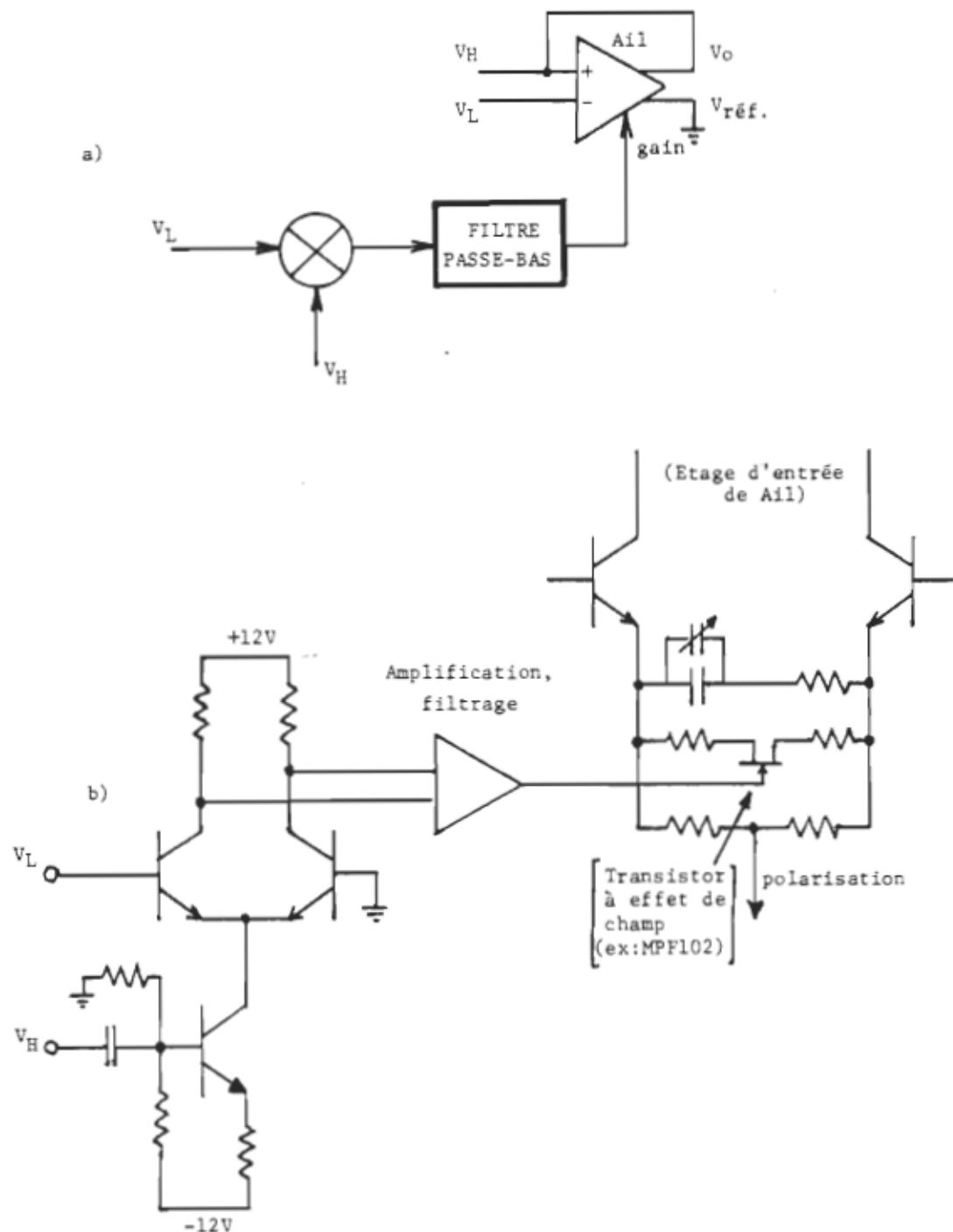


Figure V.3: Méthode pour automatiser l'ajustement g1:

- a) Principe.
  - b) Réalisation pratique.

dispositif et que la sortie est appliquée à un élément servant à contrôler la partie réelle du gain de  $A_{11}$  (en l'occurrence, nous suggérons l'emploi d'un transistor à effet de champ utilisé dans sa région "triode").

Malgré tous ces correctifs que l'on pourrait apporter, nous avons quand même obtenu avec notre appareil des résultats satisfaisants en ce qui a trait à la faisabilité de la méthode que nous avons choisie pour incorporer l'arrangement à trois terminaux aux mesures par résonance. De plus, l'étude que nous avons effectuée sur un réseau électrique, sans qu'il s'agisse d'une étude exhaustive sur le comportement de notre dispositif face à un diélectrique présentant des pertes, nous permet de dire que les paramètres de relaxation obtenus sont réalistes. Il s'est révélé même que, avec les appareils à notre disposition, nous n'avons pu mesurer les paramètres du réseau que nous avons construit avec une précision aussi bonne que celle que nous annonçons (.08% pour le temps de relaxation). On aurait pu aussi, pour confirmer la précision de notre dispositif, effectuer des mesures diélectriques sur des substances déjà mesurées par d'autres appareils et ayant un temps de relaxation voisin de la micro-seconde. Malheureusement, nous n'avons pu nous procurer un tel diélectrique dans un temps raisonnable pour pouvoir en présenter l'étude, c'est pourquoi nous avons utilisé un réseau électrique aux paramètres connus, comme l'ont fait Bennada, Carru et Druon [5].

Dans le cas de la détermination de la permittivité diélectrique d'une substance, la précision dépendra aussi de la conception de la cellule à échantillons utilisée, ainsi que de la précision sur

sa calibration. Toutefois, il s'avère que pour des études diélectriques sur la plage de fréquences où notre appareil opère, la conception d'un dispositif permettant des mesures précises constitue une part importante du problème, les appareils commerciaux pouvant remplir cette tâche étant en général coûteux, et précis à une fréquence fixe ou à large bande mais de peu de précision [5]. Comme tel, nous pouvons dire que notre travail contribue dans le domaine des diélectriques pour toutes les applications où les mesures doivent être faites entre 50KHz et 10MHz.

LISTE DES OUVRAGES CITES DANS LE CHAPITRE V.

- [1]- R.D. CUTKOWSKY, FOUR-TERMINAL-PAIR NETWORKS AS PRECISION ADMITTANCE AND IMPEDANCE STANDARDS, Commun. Electronics, vol. 70, pp. 19-22 (1964).
- [2]- R.D. CUTKOWSKY, TECHNIQUES FOR COMPARING FOUR-TERMINAL-PAIR ADMITTANCE STANDARDS, J.Res. Nat. Bur. Stand., vol. 74C nos 3 & 4, pp 63-77 (1970).
- [3]- K. MAEDA, Y. NARIMATSU, MULTI-FREQUENCY LCR METERS TEST COMPONENTS UNDER REALISTIC CONDITIONS, Hewlett-Packard Journal, vol. 30, no 2, pp 24-31, fev. 1979.
- [4]- C. AKYEL, R.G. BOSISIO, G.E. APRIL, AN ACTIVE FREQUENCY TECHNIQUE FOR PRECISE MEASUREMENTS ON DYNAMIC MICROWAVE CAVITY PERTURBATIONS, IEEE Trans. Instr. Meas., vol. IM-27, pp. 364-368 (1978).
- [5]- M.D. BENADDHA, J.C. CARRU, C. DRUON, A MEASURING DEVICE FOR THE DETERMINATION OF THE ELECTRIC PERMITTIVITY OF MATERIALS IN THE FREQUENCY RANGE .1-300MHZ, J. Phys. E, vol. 15, pp. 132-136, (1982).

## APPENDICE A

### L'OSCILLOSCOPE ET LE FREQUENCIOMETRE.

#### A) L'oscilloscope Hewlett-Packard HP1222A:

##### **VERTICAL AMPLIFIERS**

**BANDWIDTH:** <3 dB down from 50 kHz, 6-division reference signal (from terminated 50-ohm source).

**DC Coupled:** dc to 15 MHz.

**AC Coupled:** =2 Hz to 15 MHz.

##### **DEFLECTION FACTOR**

**Ranges:** 2 mV/div to 10 V/div (12 calibrated positions) in 1, 2, 5 sequence. ±3% attenuator accuracy in calibrated position on 20 mV/div to 10 V/div ranges. ±5% attenuator accuracy in calibrated position on 2 mV/div, 5 mV/div, and 10 mV/div ranges.

**Vernier:** continuously variable between all ranges; extends maximum deflection factor to at least 25 V/div.

**Maximum Input:** ±400 V (dc + pk ac).

**Differential (A-B) Common Mode:** CMRR at least 30 dB from dc to 1 MHz.

##### **TRIGGERING**

**Internal:** approx 10 Hz to 15 MHz on signals causing 1 div or more vertical deflection.

**External:** approx 10 Hz to 15 MHz on signals 0.1 V p-p or more.

**TV Sync:** separator for + or — video; requires 1 div of video signal to trigger; automatic frame (0.5 s/div to 100 μs/div) and line select (50 μs/div to 0.1 μs/div).

##### **Level and Slope**

**INTERNAL:** at any point on waveform displayed.

**EXTERNAL:** continuously variable for +0.5 V to —0.5 V on either slope of trigger waveform; +5 V to —5 V in ±10 position.

##### **X-Y OPERATION**

**Bandwidth (X-axis):** dc to 1 MHz.

**Deflection Factor:** See Vertical Amplifier - Deflection Factor.

**X-Y Phase Shift:** <3° at 100 kHz.

##### **TIME BASE**

###### **SWEEP**

**Ranges:** 0.1 μs/div to 0.5 s/div (21 ranges) in 1, 2, 5 sequence. ±4% with expander in calibrated position.

**Expander:** expands (continuously) sweeps at least 10 times. Maximum usable sweep speed with expander is approximately 20 ns/div (0.2 μs/div range).

##### **CATHODE-RAY TUBE AND CONTROLS**

**BEAM FINDER:** returns trace to CRT screen regardless of setting of horizontal or vertical controls.

**INTENSITY MODULATION (Z-AXIS INPUT):** +5 V (TTL compatible), 2 Hz to 1 MHz blanks trace of any intensity. Maximum input 7 V rms.

## B) Le fréquence-mètre Systron Donner modèle 6016:

| DIRECT COUNT MODE                  |  |
|------------------------------------|--|
| Frequency Range:                   | 20 Hz to 200 MHz (ac coupled).   |
| Resolution:                        | 1 Hz to 1 MHz in decade steps.   |
| Input Sensitivity:                 | 10 mV rms.   |
| Attenuation:                       | Selectable with factors of X1, X10, X100 and X1000.  |
| Maximum Input<br>(without damage): | 600 volts dc or 200 volts rms at 1 kHz with X1000 attenuation.   |
| Input Impedance:                   | 1 MΩ shunted by approximately 20 pF.   |
| Input Connector:                   | BNC type.  |
| HIGH FREQUENCY MODE                |  |
| Frequency Range:                   | 200 MHz to 18 GHz.   |
| Resolution:                        | 1 Hz to 1 MHz in decade steps.   |
| Input Sensitivity:                 | 50 mV rms (-13 dBm) 200 MHz to 9 GHz; 100 mV rms (-7 dBm) 9 to 12.4 GHz; 160 mV rms (-3 dBm) 12.4 to 18 GHz.                               |
| Maximum Input:                     | +20 dBm, without damage.   |
| Input Impedance:                   | 50 ohms, nominal.  |
| Input Connector:                   | N type.  |
| Phase-Lock Range:                  | Approximately 2% of input frequency.   |
| STANDARD TIME BASE                 |  |
| Crystal Frequency:                 | 1 MHz.   |
| Stability:                         | See Oscillator Specifications.   |
| External Time Base:                | Accepts 1 MHz, 1 volt rms (nominal) into 1 kΩ via rear panel BNC type connector. Rear panel switch selects internal or external time base. |
| Time Base Output:                  | 1 MHz from rear panel BNC type connector. Approximately 3 volts p-p from 1 kΩ source.  |
| GENERAL                            |  |
| Display:                           | 9 digits in-line.  |
| Display Storage:                   | Built-in storage provides continuous display of most recent measurement.   |
| Sample Rate:                       | Rear panel switch selects FAST (25 ms) or SLOW (100 ms) sample times. Also includes HOLD position.   |
| Operating Temperature:             | 0°C to 50°C.   |
| Dimensions:                        | 5-1/4" H x 8-3/8" W x 15-1/8" D (13.3 x 21.3 x 38.4 cm).   |
| Weight:                            | Approximately 25 lbs, net.   |
| Power:                             | 115/230 volts (±10%), 50-60 Hz.  |

APPENDICE BEFFET DE Cp POUR LE RESEAU ELECTRIQUE SIMULANT UNE  
RELAXATION DE TYPE DEBYE.

Nous allons montrer dans cet appendice que l'effet de  $C_p$  dans le réseau de la figure IV.6 est seulement de changer un peu la valeur des paramètres sans changer la forme de la relaxation.

Considérons la figure A.1a, où nous montrons le circuit de la figure IV.6 sans l'arrangement à trois terminaux, pour simplifier. L'admittance de ce réseau est donnée par

$$Y = j\omega C_1 + \left[ \left( \frac{1}{R} + j\omega C_p \right) \bigoplus j\omega C_2 \right] \quad (a.1)$$

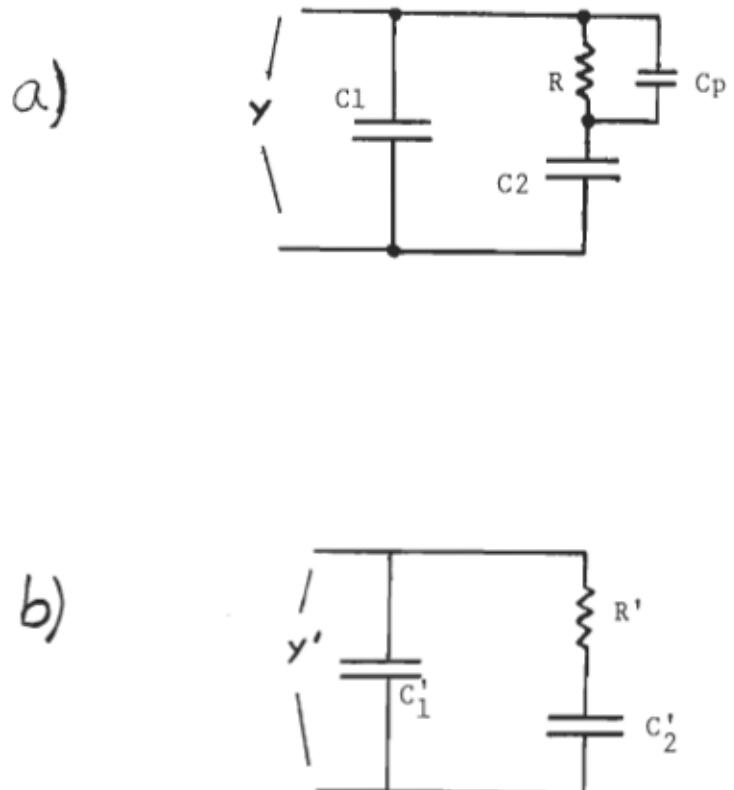
où le symbole  $\bigoplus$  désigne "en série avec" ; ainsi,  $Y_1 \bigoplus Y_2$  vaut

$$Y_1 \bigoplus Y_2 = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2}$$

Portant dans l'équation (a.1), réarrangeant, et séparant les parties réelles et imaginaires de  $Y$ , on obtient

$$Y = \frac{\omega^2 C_2^2 R}{1 + (\omega(C_2 + C_p)R)^2} + j\omega [ C_1 + \frac{C_2 + \omega^2 C_2 C_p (C_2 + C_p) R^2}{1 + (\omega(C_2 + C_p)R)^2} ] \quad (a.2)$$

Considérons maintenant le réseau de la figure A.1b, du même type que celui de A.1a, sauf que  $C_p$  est absent ; l'admittance de ce réseau est donnée par



- Figure A.1:
- a) Réseau de la figure IV.6 sans les boîtiers et les connecteurs.
  - b) Le réseau en a) peut se ramener à un circuit équivalent ne comportant que trois éléments formant le type de réseau que nous voulions départ.

$$Y' = j\omega C_1' + \left[ \frac{1}{R'} + j\omega C_2' \right]$$

soit, après réarrangement et séparation des parties réelles et imaginaires,

$$Y' = \frac{\omega^2 C_2'^2 R'}{1 + \omega^2 C_2'^2 R'^2} + j\omega \left[ C_1' + \frac{C_2'}{1 + \omega^2 C_2'^2 R'^2} \right] \quad . \quad (a.3)$$

Si on veut que  $Y=Y'$ , leurs parties réelles et imaginaires devront être égales; considérons d'abord les parties réelles:

$$i) \text{Re}[Y] = \text{Re}[Y'] \Leftrightarrow \frac{C_2'^2 R'}{1 + (\omega C_2' R')^2} = \frac{C_2^2 R}{1 + (\omega(C_2 + C_p)R)^2} \quad . \quad (a.4)$$

Introduisons le paramètre  $\lambda$ :  $\lambda = \frac{C_2}{C_2 + C_p}$ ; l'équation (a.4) devient

$$\begin{aligned} \text{Re}[Y] = \text{Re}[Y'] &\Leftrightarrow \frac{C_2'^2 R'}{1 + (\omega C_2' R')^2} = \frac{C_2^2 R}{1 + (\omega C_2 R)^2} \\ C_2'^2 R' + \omega^2 \frac{C_2'^2 R' R^2 C_2^2}{\lambda^2} &= C_2^2 R + \omega^2 C_2^2 R R'^2 C_2'^2. \end{aligned}$$

Pour que ce soit possible pour tout  $\omega$ , il faut que les coefficients de  $\omega^0$  et  $\omega^2$  soient égaux entre eux de chaque côté de l'équation;

$$\begin{aligned} \text{Re}[Y] = \text{Re}[Y'] &\Leftrightarrow C_2'^2 R' = C_2^2 R \quad , \quad \frac{C_2'^2 R' R^2 C_2^2}{\lambda^2} = C_2^2 R R'^2 C_2'^2 \\ &\Leftrightarrow C_2' = \lambda C_2 \quad , \quad R' = R/\lambda^2. \end{aligned}$$

Considérons maintenant les parties imaginaires de  $Y$  et  $Y'$ :

$$ii) \text{Im}[Y] = \text{Im}[Y'] \Leftrightarrow C_1 + \frac{C_2 + \omega^2 C_2 C_p (C_2 + C_p) R^2}{1 + (\omega(C_2 + C_p)R)^2} = C_1' + \frac{C_2'}{1 + (\omega R' C_2')^2}$$

soit, en termes du paramètre  $\lambda$ , en mettant tout au même dénominateur, et en regroupant les termes à la même puissance de  $w$ , on obtient que

$$\begin{aligned} \text{Im}[Y] = \text{Im}[Y'] &\iff \left[ \begin{array}{l} C_1 + C_2 = C_1' + C_2' , \\ R'^2 C_2'^2 (C_1 + C_2) + \frac{C_1 R^2 C_2^2}{\lambda^2} + \frac{C_p R^2 C_2^2}{\lambda} = \\ (C_1' + C_2') \frac{R^2 C_2^2}{\lambda^2} + C_1' R'^2 C_2'^2 \\ \frac{C_1}{\lambda^2} + \frac{C_p}{\lambda} = \frac{C_1'}{\lambda^2} \end{array} \right] \\ &\iff C_1' = C_1 + \lambda C_p , \quad C_2' = C_2 - \lambda C_p = \lambda C_2 , \quad R' = R / \lambda^2 . \end{aligned}$$

Nous venons de voir que

$$\text{Re}[Y] = \text{Re}[Y'] \iff C_2' = \lambda C_2 , \quad R' = R / \lambda^2$$

et que

$$\text{Im}[Y] = \text{Im}[Y'] \iff C_1' = C_1 + \lambda C_p , \quad C_2' = \lambda C_2 , \quad R' = R / \lambda^2 .$$

Par suite, nous avons démontré que

$$Y = Y' \iff C_1' = C_1 + \lambda C_p , \quad C_2' = \lambda C_2 , \quad R' = R / \lambda^2 \quad (\text{a.5})$$

et donc que le réseau de la figure IV.6 est équivalent à un réseau du type de la figure A.1b, qui est celui que l'on voulait au départ, mais avec des valeurs différentes, données par (a.5).

## APPENDICE C

### EFFET SIMULTANÉ DES IMPÉDANCES DES TERMINAUX ET LIGNES DE TRANSMISSION.

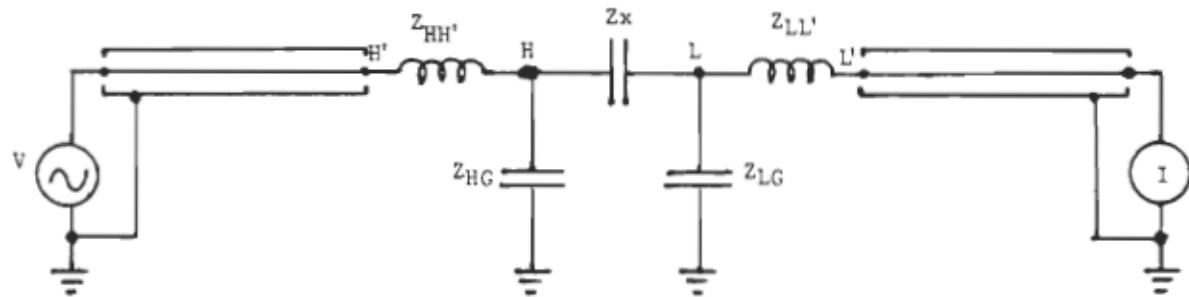
Nous allons montrer dans cet appendice que l'erreur relative sur la mesure d'une impédance à trois terminaux, considérée comme la somme des erreurs relatives obtenues par (2.10) et (2.22), constitue une approximation valable de l'erreur relative réelle pour les cas normalement rencontrés.

Dans le traitement effectué à la section II.3, nous avons tenu compte de deux effets séparés: celui des impédances résiduelles des terminaux et celui des lignes de transmission. Pour être rigoureux il aurait fallu inclure dans la figure II.7 les impédances résiduelles séries des terminaux et n'effectuer qu'un seul calcul d'erreur à partir de cette configuration. Il existe donc une différence, que l'on notera  $\kappa$ , entre l'erreur réelle et l'erreur calculée à partir de la somme des erreurs relatives dues à chacun des effets séparés.

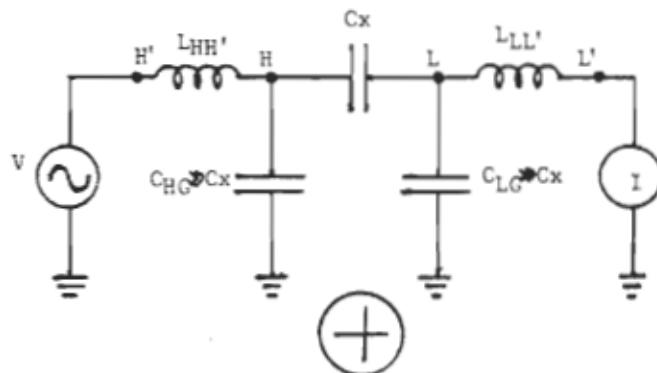
Considérons la figure A.2a, où nous montrons la mesure d'une impédance à trois terminaux en présence simultanée d'impédances en série avec les terminaux et de lignes de transmission.

Sous la condition

$$C_{HG}, C_{LG} \ll C_x,$$



a)



b)

Figure R.2: a) Schéma montant la mesure d'une impédance à trois terminaux en présence simultanée d'impédances en série des terminaux et de lignes de transmission.

b) Si  $C_{HG}, C_{LG} \gg C_x$ , l'erreur réelle est la même que la somme des erreurs relatives dues aux impédances séries des terminaux, et aux lignes de transmission en présence d'impédances des terminaux  $j\omega L_t - j/\omega C_t$ .

$K$  sera nul, puisque l'impédance peut alors être considérée comme une impédance à deux terminaux et les connections dues à l'arrangement à trois terminaux dans (2.6) et (2.19) seront à toutes fins pratiques nulles.

Sous la condition

$$C_{HG}, C_{LG} \gg C_x,$$

l'erreur réelle sera alors la même que si on considère séparément l'erreur due aux impédances résiduelles en série avec les terminaux, et l'erreur due aux lignes de transmission en présence d'impédances des terminaux  $Z_t = j\omega L_t - j/\omega C_t$ , comme montré en A.2b, plutôt que seulement  $Z_t = -j/\omega C_t$ . Ainsi, les capacités des terminaux à insérer dans (2.22) seraient  $\frac{C_{HG}}{1-\omega^2/\omega_r^2}$  et  $\frac{C_{LG}}{1-\omega^2/\omega_r^2}$ , plutôt que simplement  $C_{HG}$  et  $C_{LG}$ . Ceci s'appuie sur le fait que pour  $C_{HG}, C_{LG} \gg C_x$ , la tension aux bornes de la capacité  $C_x$  ne dépend pas de sa valeur, mais seulement des rapports de tension transmis par les réseaux comprenant les lignes de transmission et les impédances des terminaux. Par suite, pour cette condition, d'après (2.22) on aurait pour  $\omega_r H \approx \omega_r L$ ,

$$\begin{aligned}\frac{\eta}{Zx} &\approx -Zc \frac{C_{HG} + C_{LG}}{1 - \omega^2/\omega_r^2} \omega^2 1/v \\ &\approx -Zc (C_{HG} + C_{LG}) \omega^2 1/v (1 + \omega^2/\omega_r^2 + \omega^4/\omega_r^4 + \dots) \\ &\quad \text{(pour } \omega/\omega_r < 1)\end{aligned}$$

et nous avons alors

$$\begin{aligned}K &\approx -Zc (C_{HG} + C_{LG}) \omega^2 1/v (\omega^2/\omega_r^2 + \omega^4/\omega_r^4 + \dots) \\ &\approx -Zc (C_{HG} + C_{LG}) \omega^2 1/v \times \omega^2/\omega_r^2.\end{aligned}$$

Par suite,  $\frac{K}{\eta/Zx} \approx \omega^2/\omega_r^2$ , et pour  $\omega < 1\omega_r$ ,  $\frac{K}{\eta/Zx} < .01$ .

Pour un cas intermédiaire aux deux cas extrêmes présentés ici, soit pour  $C_{HG}$  ou  $C_{LG} \approx C_x$ ,  $\frac{K}{n/Z_x}$  sera intermédiaire entre 0 et  $w^2/w_x^2$ . Aussi nous pouvons affirmer que l'erreure commise en calculant des corrections d'après la somme des erreurs relatives de chacun des effets séparés sera beaucoup plus petite que la correction elle-même, pour les cas où la fréquence est raisonnablement plus petite que la plus basse fréquence de résonnance de l'impédance; par exemple, pour des corrections évaluées à  $\pm 10\%$ , on demandera  $w < 1w_x$ , de sorte que l'erreur sur la correction soit plus petite que 1% de la correction elle-même. Le traitement effectué à la section II.3 se trouve donc justifié, étant donné que le fait de considérer chaque effet séparé simplifie considérablement le problème, et que nous venons de montrer que ceci est valide pour les fréquences telles que  $w < 1w_x$ , ce qui est généralement réalisé jusqu'à environ 10MHz.

APPENDICE DUTILISATION D'UN MULTIPLICATEUR COMME DETECTEUR SYNCHRONE POUR  
DETECTOR LA FONDAMENTALE D'UN SIGNAL EN PRESENCE D'HARMONIQUES.

Considérons le circuit montré à la figure A.3: en supposant que les transistors opèrent dans leur région linéaire, la tension de sortie est donnée par

$$V_o = V_x \frac{R}{2R_e} \approx \frac{I_{Q1}}{52\text{mV}} R V_x ,$$

où nous avons négligé la résistance intrinsèque  $r_{bb}$ , dans le circuit équivalent des transistors, et le fait que le gain de courant soit fini (on considère, pour simplifier, seulement la résistance dynamique de la diode base-émetteur).

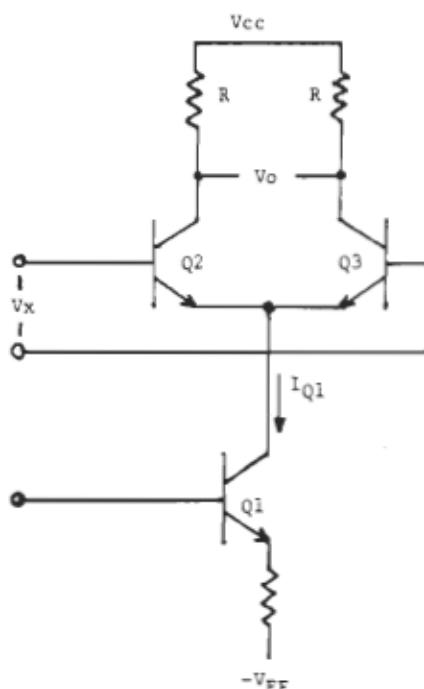


Figure A.3: Circuit simple pouvant être utilisé comme mélangeur.

Supposons que l'on applique les signaux

$$I_{Q1} = I_{DC} + I_{AC} \cos(\omega t)$$

et  $Vx = Vx_0 \cos(\omega t) + Vx_{90} \sin(\omega t) + \sum_{n=2}^{\infty} [Vx_{n0} \cos(n\omega t) + Vx_{n90} \sin(n\omega t)]$  ;  
où

$Vx_0 \cos(\omega t)$  = partie de  $Vx$  à la fréquence fondamentale en phase  
avec  $I_{AC}$  ;

$Vx_{90} \sin(\omega t)$  = partie de  $Vx$  à la fréquence fondamentale en quadrature  
avec  $I_{AC}$  ;

$Vx_{n0} \cos(n\omega t)$  = harmoniques de  $Vx$  en phase avec  $I_{AC}$  ;

$Vx_{n90} \sin(n\omega t)$  = harmoniques de  $Vx$  en quadrature avec  $I_{AC}$  ;

Alors,  $V_o$  sera donné par

$$\begin{aligned} V_o &= \frac{R}{52mV} [I_{DC} + I_{AC} \cos(\omega t)][Vx_0 \cos(\omega t) + Vx_{90} \sin(\omega t) + \text{harmoniques}] \\ &= \frac{R}{52mV} I_{DC} Vx + \frac{R}{52mV} (I_{AC} Vx_0 \cos^2(\omega t) + I_{AC} Vx_{90} \cos(\omega t) \sin(\omega t) + \\ &\quad I_{AC} \sum_n [Vx_{n0} \cos(n\omega t) \cos(\omega t) + Vx_{n90} \sin(n\omega t) \cos(\omega t)]) \end{aligned}$$

Nous sommes intéressés à la valeur DC de  $V_o$  ;

$$V_{o,DC} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_o(\omega t) d(\omega t)$$

Or, nous avons que  $\int_0^{2\pi} I_{DC} Vx d(\omega t) = 0$  ,

$$\int_0^{2\pi} I_{AC} Vx_0 \cos(\omega t) d(\omega t) = IVx_0 \left[ \frac{\omega t}{2} + \frac{\sin(2\omega t)}{4} \right]_0^{2\pi} = \pi I_{AC} Vx_0 ,$$

$$\int_0^{2\pi} [I_{AC} Vx_{n0} \cos(n\omega t) \cos(\omega t) + I_{AC} Vx_{n90} \sin(n\omega t) \cos(\omega t)] d(\omega t) = 0 ,$$

$n=2, 3, 4\dots$

de sorte qu'il reste seulement

$$V_{o\_DC} = \frac{I_{AC} V_{x_0}}{2} \frac{R}{52mV} ,$$

c'est à dire que la tension DC résultante ne dépend seulement que de la partie de la fondamentale de  $V_x$  en phase avec  $I_{AC}$ .

Pour une utilisation pratique, le bon fonctionnement de ce circuit est limité par plusieurs choses:

- Même pour  $V_x=0$ , il existe toujours une tension de repos à la sortie parce que les transistors Q2-Q3 et les résistances R ne sont pas identiques. On trouve sur le marché des boîtiers à deux transistors dont les caractéristiques sont très voisines, en particulier on spécifie une tension de repos à l'entrée ( $\Delta V_{be}$ ) plus petite que 5mV (2N2639 de Texas Instrument), et il est facile de sélectionner les résistances R pour que leur valeur diffère par moins de .1%, de sorte qu'il est possible de détecter un  $V_x$  aussi petit que 50uV à l'aide d'un voltmètre continu ayant une résolution de 1%, sans circuits additionnels pour balancer la tension de repos.

- La résistance dynamique d'une diode en polarisation directe varie avec la température, et ainsi le gain de notre arrangement aurait un coefficient de température d'environ .33%/°C. Ceci limite la précision sur la mesure de  $V_x$  aux environs de 1%, à moins que des circuits de compensation ou de régulation de température soient ajoutés.

- Pour les signaux forts, la diode cesse de se comporter comme un élément linéaire, ce qui limite la plage dynamique pour  $V_x$ ; une simulation simple par ordinateur a permis de conclure que  $|V_x|$  pourrait aller jusqu'à 20mV avec une linéarité meilleure que 1%, et que

L'arrangement serait utilisable tel que montré pour  $|V_x|$  allant jusqu'à 100mV.