

UNIVERSITE DU QUEBEC

MEMOIRE PRESENTE

A

L'UNIVERSITE DU QUEBEC A TROIS-RIVIERES

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAITRISE EN SCIENCES (PHYSIQUE)

PAR

JAWAD ABDULNOUR

SIMULATION NUMERIQUE DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE
D'UNE CAVITE RESONNANTE AU VOISINAGE D'UN TUBE D'INSERTION

NOVEMBRE 1988

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

RESUME

Les effets de bouts dans une cavité résonnante font l'objet de recherches qui remontent à une trentaine d'années. La cavité en question possède un tube d'insertion conducteur permettant d'introduire une substance à l'intérieur, afin d'étudier ses propriétés physiques (particulièrement la permittivité complexe), ou pour effectuer du chauffage en micro-ondes.

Pour calculer avec précision les composantes de champ électrique et magnétique au voisinage du tube d'insertion, il faut considérer un système électrodynamique irrégulier, qui ne possède pas de solutions qu'on puisse obtenir sous forme analytique. Pour résoudre ce problème, nous avons construit un modèle mathématique fondé sur la résolution du problème aux limites correspondant par la méthode de différences finies.

A partir de l'équation caractéristique de la cavité (une relation théorique qui existe entre les propriétés physiques de l'échantillon et la fréquence de résonance), nous calculons la fréquence de résonance de la cavité fermée et chargée d'une substance diélectrique. Nous calculons ensuite la distribution du champ électromagnétique dans le tube et dans la cavité au voisinage du tube par une

méthode itérative. Nous donnons enfin la déviation subie par la fréquence de résonnance complexe.

REMERCIEMENTS

Le présent travail a été effectué sous la direction de monsieur Louis Marchildon, professeur chercheur au département de physique à l'U.Q.T.R. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de ma reconnaissance pour m'avoir proposé le sujet de ce mémoire et m'avoir apporté son aide amicale dans la conduite de mes recherches.

Je tient à adresser mes remerciements au docteur Jerzy Sochanski pour la documentation et les nombreuses informations qu'il m'a fournies lors de l'élaboration du programme informatique.

TABLE DES MATIERES

RESUME.....	II
REMERCIEMENTS.....	IV
TABLE DES MATIERES.....	V
LISTE DES FIGURES.....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	IX
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRES	
I-CAVITE CYLINDRIQUE ET TUBE D'INSERTION EN MODE (TM).....	4
I-1 Modes TM à symétrie axiale.....	4
I-2 Cavité fermée, parois conductrices	8
I-2. a Cavité fermée remplie d'un seul diélectrique.....	8
I-2. b Cavité fermée contenant plusieurs diélectriques....	9
I-3 Tube d'insertion.....	15
I-4 Déviation de la fréquence de résonnance (méthode A)...	18
I-5 Déviation de la fréquence de résonnance (méthode B)...	20
I-5. a Déviation de ω'	20
I-5. b Déviation de ω''	22
II-CHAMP ELECTROMAGNETIQUE AU VOISINAGE D'UN TUBE	
D'INSERTION.....	24
II-1 Equation des champs en terme de H_ϕ	25
II-1. a Equation scalaire de Helmholtz.....	25
II-1. b Conditions de continuité et de parfait conducteur.....	25
II-2 Discrétisation en différences finies.....	26
II-3 Maillage.....	31

II-4	Solution du système linéaire par une méthode itérative.....	32
II-5	Facteur de surrelaxation.....	35
III	SIMULATION DU CHAMP ET CALCUL DU CHANGEMENT DE FREQUENCE COMPLEXE.....	39
III-1	Résolution numérique de l'équation caractéristique donnant ω	39
III-2	Energie emmagasinée dans la cavité idéale.....	44
III-3	Simulation du champ.....	46
III-3. a	Initialisation de H_0	46
III-3. b	Itérations.....	47
III-4	Calcul numérique de $\delta\omega$	55
III-4. a	Méthode A.....	55
III-4. b	Méthode B.....	57
IV	RESULTATS ET DISCUSSION.....	62
IV-1	Simulation du champ	62
IV-2	Accélération de la convergence.....	66
IV-3	Choix des limites de maillage.....	75
IV-4	Déviaton de la fréquence complexe.....	75
	ANNEXE.....	79
	BIBLIOGRAPHIE.....	90

LISTE DES FIGURES

Figure I-1	Cavité cylindrique fermée remplie d'un seul diélectrique.....	7
Figure I-2	Cavité cylindrique fermée contenant plusieurs diélectriques.....	7
Figure I-3	Cavité munie d'un tube d'insertion.....	14
Figure I-4. a	Cavité idéale.....	17
Figure I-4. b	Cavité avec tube.....	17
Figure II-1	Maillage.....	30
Figure III-1	Organigramme de l'utilisation de la méthode de Newton-Raphson pour calculer la fréquence de résonnance d'une cavité contenant plusieurs diélectriques.....	43
Figure III-2	Organigramme du programme qui calcule la distribution de champ électrimagnétique.....	50, 51, 52, 53, 54
Figure III-3	Organigramme du programme qui calcule $\delta\omega$ (méthode A).....	56
Figure III-4	Organigramme du programme qui calcule $\delta\omega'$ (méthode B).....	59

Figure III-5	Organigramme du programme qui calcule $\delta\omega''$ (méthode B).....	60, 61
Figure IV-1	Coupe longitudinale de la cavité.....	63
Figure IV-2	Distribution de H_ϕ dans une cavité vide, munie d'un tube d'insertion et vibrant dans le mode fondamental (TM_{010}).....	64
Figure IV-2	Distribution de H_ϕ dans une cavité vide, munie d'un tube d'insertion et vibrant dans le mode TM_{011}	65

LISTE DES TABLEAUX

Tableau IV-1 Champ H_ϕ pour une cavité idéale et une cavité avec tube d'insertion (cavité vide).....	67
Tableau IV-2 Champ E_r pour une cavité idéale et une cavité avec tube d'insertion (cavité vide).....	68
Tableau IV-3 Champ E_z pour une cavité idéale et une cavité avec tube d'insertion (cavité vide).....	69
Tableau IV-4 Champ H_ϕ pour une cavité idéale et une cavité avec tube d'insertion (cavité avec diélectrique).....	70
Tableau IV-5 Champ E_r pour une cavité idéale et une cavité avec tube d'insertion (cavité avec diélectrique).....	71
Tableau IV-6 Champ E_z pour une cavité idéale et une cavité avec tube d'insertion (cavité avec diélectrique).....	72
Tableau IV-7 Influence du facteur de surrelaxation sur la convergence.....	73
Tableau IV-8 Variation de la déviation de la fréquence de résonnance avec les limites du maillage.....	74
Tableau IV-9 Variation des parties réelle et imaginaire de	

la fréquence de résonnance, obtenue par les deux méthodes.....	77
---	----

Tableau IV-10 Variation des parties réelle et imaginaire de la fréquence de résonnance, obtenue par les deux méthodes.....	78
--	----

INTRODUCTION

Une cavité résonnante est constituée d'un domaine d'étendue finie, clos par des parois conductrices. Elle est remplie entièrement ou partiellement par un ou plusieurs diélectriques et couplée à un circuit externe. Sous l'effet d'une impulsion de champ, des oscillations électromagnétiques stationnaires s'établissent. Pour certaines fréquences correspondant à des répartitions déterminées des champs, un tel système est résonnant. L'énergie injectée pendant un temps très court pourra rester emmagasinée dans la cavité durant un temps très grand, comparé à la période. Chaque valeur de la fréquence de vibration correspond à un mode d'oscillation possible dans la cavité.

Nous appelons "cavité idéale", une cavité possédant une forme géométrique régulière, fermée (pas de pertes par rayonnement). Les parois ont une conductivité infinie (pas de pertes ohmiques ou magnétiques). Il s'agit d'une première approche qui est cependant fondamentale. A partir des équations de Maxwell, il est relativement facile de calculer les fréquences d'oscillation compatibles avec les équations des champs et les conditions aux limites, dans le cas d'une cavité idéale. Pour les fréquences ainsi déterminées, nous pouvons exprimer analytiquement le champ électromagnétique (modes propres) et l'énergie électromagnétique correspondante emmagasinée dans la cavité.

Les applications nombreuses et variées des cavités peuvent être rangées en deux groupes. D'une part, il y a celles qui font appel au caractère d'élément résonnant (fréquencemètres, filtres à bande étroite, éléments de stabilisation ..). D'autre part, il y a celles qui utilisent les configurations de champ électrique et magnétique suivant certains modes (mesures diélectriques, fours micro-onde etc..) Nous nous intéressons au deuxième groupe d'applications. L'insertion d'un échantillon dans la cavité peut provoquer un changement important de fréquence des modes et rendre le calcul extrêmement difficile.

La cavité que nous étudions dans ce mémoire est cylindrique et possède un tube aux parois conductrices. On peut y introduire un tube capillaire permettant d'introduire un échantillon d'une substance diélectrique à l'intérieur de la cavité.

Les effets du tube d'insertion, appelés "effets de bouts", jouent un rôle important sur la déviation de la fréquence de résonnance et, conséquemment, sur la mesure précise de la permittivité complexe.

Depuis 1960, plusieurs théories ont été développées pour étudier les effets de bouts [5],[6],[7],[14]. Ces théories sont fondées sur l'hypothèse que le champ

électromagnétique, au voisinage du tube, n'est pas perturbé. Dans ce mémoire, nous présentons une méthode pour calculer, avec précision, les composantes de champ au voisinage du tube et ensuite la déviation de la fréquence de résonnance de la cavité.

Dans le premier chapitre, nous faisons un rappel rapide de la théorie d'une cavité cylindrique idéale et du tube d'insertion en mode TM (transverse magnétique). Dans le deuxième chapitre, nous développons une méthode pour calculer le champ dans une cavité possédant un tube d'insertion. Dans le troisième chapitre nous présentons l'algorithme et les organigrammes utilisés dans notre calcul. Enfin, le quatrième chapitre est consacré aux résultats.

CHAPITRE I

CAVITE CYLINDRIQUE ET TUBE D'INSERTION EN MODE (TM)

La théorie d'une cavité cylindrique, occupée entièrement ou partiellement par un ou plusieurs diélectriques, complètement fermée et dont les parois sont parfaitement conductrices, est développée depuis longtemps. Nous allons rappeler dans ce chapitre le traitement des modes transverse magnétique (TM) à symétrie axiale, sans entrer dans les détails du développement que nous pouvons trouver dans plusieurs références [4],[5],[6],[9],[10],[16],[17].

I-1 Modes TM à symétrie axiale

Les champs dans une cavité satisfont aux équations de Maxwell. Nous pouvons exprimer ces équations en régime harmonique, dans un domaine de conductivité nulle, de permittivité et de perméabilité constantes, et dépourvu de sources, comme

$$\text{rot } \vec{E} = -j \omega \mu \vec{H}, \quad (\text{I-1})$$

$$\text{rot } \vec{H} = j \omega \epsilon \vec{E}, \quad (\text{I-2})$$

$$\text{div } \vec{H} = 0, \quad (\text{I-3})$$

$$\text{div } \vec{E} = 0. \quad (\text{I-4})$$

En conséquence, on obtient l'équation d'ondes

$$\text{lap } \vec{E} + \mu \epsilon \omega^2 \vec{E} = 0 \quad (I-5)$$

et

$$\text{lap } \vec{H} + \mu \epsilon \omega^2 \vec{H} = 0, \quad (I-6)$$

où μ et ϵ représentent la perméabilité et la permittivité du milieu.

Les coordonnées cylindriques (z, r, ϕ) sont particulièrement adéquates à cause de la géométrie de la cavité, l'axe z étant dirigé suivant l'axe de symétrie de la cavité (figure I-1). Nous nous intéressons aux modes transverses magnétiques (TM), c'est le cas où la composante longitudinale de champ magnétique est nulle ($H_z = 0$) dans toute la cavité. Nous pouvons aussi démontrer que dans le cas où il existe plusieurs diélectriques concentriques [6] dans la cavité, il existe des modes où le champ possède une symétrie axiale. En d'autres termes, la dérivée par rapport à l'angle ϕ est nulle. Dans ce cas, nous pouvons exprimer les équations de Maxwell de la façon suivante:

$$-\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = j \omega \epsilon E_r, \quad (I-7)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} = j \omega \epsilon E_\phi, \quad (I-8)$$

$$-\frac{1}{r} H_\phi + \frac{\partial H_\phi}{\partial r} = j \omega \epsilon E_z, \quad (I-9)$$

$$\frac{\partial E_\phi}{\partial z} = j \omega \mu H_r, \quad (I-10)$$

$$-\frac{\partial E_r}{\partial z} + \frac{\partial E_z}{\partial r} = j \omega \mu H_\phi, \quad (I-11)$$

$$-\frac{1}{r} E_\phi + \frac{\partial E_\phi}{\partial r} = 0. \quad (I-12)$$

La projection de l'équation (I-5) sur l'axe de z donne l'équation scalaire de Helmholtz en E_z ;

$$\left[-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] E_z + \mu \epsilon \omega^2 E_z = 0. \quad (I-13)$$

La solution de cette équation satisfaisant aux conditions du problème peut être exprimée sous forme analytique dans certains cas où les frontières du problème sont régulières (cavité cylindrique fermée, guide d'ondes cylindrique,...)

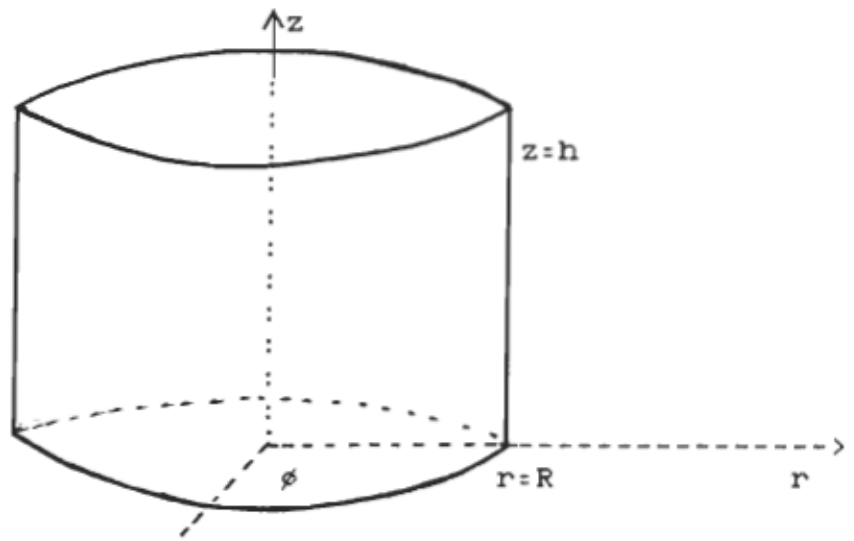


Figure I-1 Cavité cylindrique fermée remplie d'un seul diélectrique

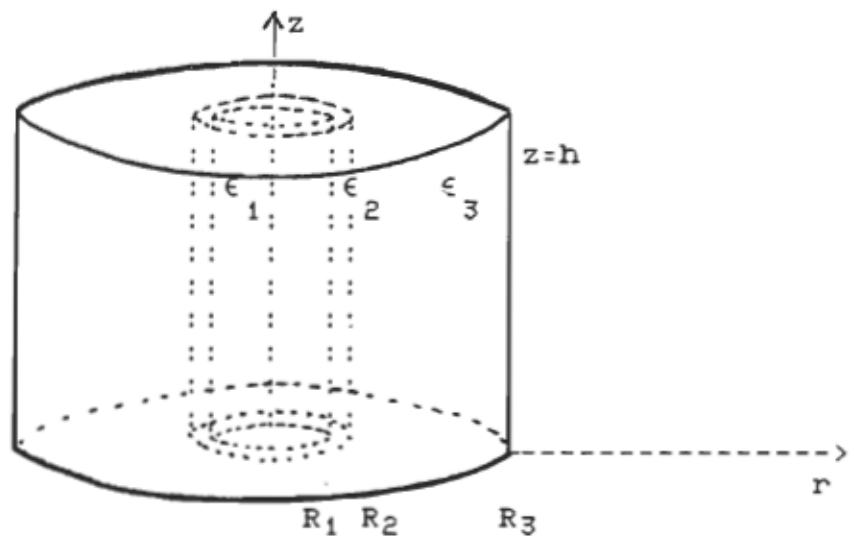


Figure I-2 Cavité cylindrique fermée contenant plusieurs diélectriques

I-2 Cavité fermée, parois conductrices

I-2.a Cavité remplie d'un seul diélectrique

Considérons une cavité cylindrique de rayon R et de hauteur h , dont les parois sont supposées parfaitement conductrices (figure I-1). La cavité est remplie d'une substance diélectrique de permittivité uniforme. Une solution possible de l'équation (I-13) qui satisfait aux conditions de parfait conducteur sur les bases inférieure et supérieure de la cavité est

$$E_z = - \frac{j}{\omega} A J_0(K r) \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \quad (\text{I-14})$$

où A est une constante arbitraire, J_0 est une fonction de Bessel, q est un entier non négatif et

$$K = \sqrt{\mu \epsilon \omega^2 - \left(\frac{q \pi}{h}\right)^2}. \quad (\text{I-15})$$

A partir des équations (I-7), (I-8), (I-9), (I-10), (I-11) et (I-12), nous trouvons pour les autres composantes

$$E_r = - \frac{j}{K \omega} \frac{q \pi}{h} A J_1(K r) \sin\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \quad (\text{I-16})$$

$$H_\phi = \frac{\epsilon}{K} A J_1(K r) \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \quad (\text{I-17})$$

et

$$H_z = H_r = E_\phi = 0. \quad (I-18)$$

Des conditions de parfait conducteur à $r = R$ nous avons $E_z = 0$, ce qui implique que $J_0(K R) = 0$, d'où

$$K = \frac{x_{0p}}{R}. \quad (I-19)$$

x_{0p} est le $p^{\text{ième}}$ zéro de la fonction de Bessel d'ordre zéro. Des équations (I-15) et (I-19) nous pouvons déduire les pulsations propres d'une cavité vide ou remplie d'un seul diélectrique pour les modes TM_{0pq} ;

$$\omega_{0pq} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \sqrt{\left[\frac{q \pi}{h} \right]^2 + \left[\frac{x_{0p}}{R} \right]^2} \quad (I-20)$$

I-2.b Cavité fermée contenant plusieurs diélectriques

Un tube diélectrique capillaire, de rayons intérieur R_1 et extérieur R_2 , qui a une constante diélectrique ϵ_2 est placé suivant l'axe de symétrie de la cavité. Un échantillon qui a une constante diélectrique ϵ_1 est placé à l'intérieur du tube. Les bases supérieure et inférieure de la cavité sont supposées complètement fermées (figure I-2). Une solution possible pour les champs a la forme suivante.

Pour $r \leq R_1$:

$$\left. \begin{aligned}
 E_z &= \frac{-j}{\omega} A J_0(K_1 r) \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \\
 E_r &= \frac{-j}{\omega} \frac{q \pi}{h K_1} A J_1(K_1 r) \sin\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \\
 H_\phi &= \frac{\epsilon_1}{K_1} A J_1(K_1 r) \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (I-21)$$

Pour $R_1 \leq r \leq R_2$:

$$\left. \begin{aligned}
 E_z &= \frac{-j}{\omega} [B J_0(K_2 r) + C Y_0(K_2 r)] \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \\
 E_r &= \frac{-j}{\omega} \frac{q \pi}{h K_2} [B J_1(K_2 r) + C Y_1(K_2 r)] \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \\
 H_\phi &= \frac{\epsilon_2}{K_2} [B J_1(K_2 r) + C Y_1(K_2 r)] \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (I-22)$$

Pour $R_2 \leq r \leq R_3$

$$\left. \begin{aligned}
 E_z &= \frac{-j}{\omega} [D J_0(K_3 r) + E Y_0(K_3 r)] \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \\
 E_r &= \frac{-j}{\omega} \frac{q \pi}{h K_3} [D J_1(K_3 r) + E Y_1(K_3 r)] \sin\left(\frac{q \pi}{h} z\right), \\
 H_\phi &= \frac{\epsilon_3}{K_3} [D J_1(K_3 r) + E Y_1(K_3 r)] \cos\left(\frac{q \pi}{h} z\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (I-23)$$

Ici A est un coefficient arbitraire, J_0 , J_1 , Y_0 et Y_1 sont les fonctions de Bessel et de Neumann d'ordres 0 et 1, et

$$K_1 = \sqrt{\mu \epsilon_1 \omega^2 - \left[\frac{q \pi}{h} \right]^2},$$

$$K_2 = \sqrt{\mu \epsilon_2 \omega^2 - \left[\frac{q \pi}{h} \right]^2},$$

$$K_3 = \sqrt{\mu \epsilon_3 \omega^2 - \left[\frac{q \pi}{h} \right]^2}.$$

En satisfaisant les conditions de continuité entre les diélectriques à $r = R_1$ et $r = R_2$, nous pouvons calculer B, C, D et E en fonction de A. Ainsi, la continuité de E_z à $r=R_1$ donne

$$B J_0(K_2 R_1) + C Y_0(K_2 R_1) = A J_0(K_1 R_1) \quad (I-24)$$

et la continuité de H_ϕ à $r = R_1$ donne, dans le cas où $q=0$

$$B J_1(K_2 R_1) + C Y_1(K_2 R_1) = A (K_1/K_2) J_1(K_1 R_1). \quad (I-25)$$

A partir des équations (I-24) et (I-25) nous trouvons facilement les coefficients B et C comme

$$B = - \frac{\pi R_1}{2} A [K_2 J_0(K_1 R_1) Y_1(K_2 R_1) - K_1 J_1(K_1 R_1) Y_0(K_2 R_1)] \quad (I-26)$$

et

$$C = \frac{\pi R_1}{2} A [K_2 J_0(K_1 R_1) J_1(K_2 R_1) - K_1 J_1(K_1 R_1) J_0(K_2 R_1)]. \quad (I-27)$$

De même des conditions de continuité à $r = R_2$ nous trouvons,

$$D = - \frac{\pi R_2}{2} \{ K_3 Y_1(K_3 R_2) [B J_0(K_2 R_2) + C Y_0(K_2 R_2)] - K_2 Y_0(K_3 R_2) [B J_1(K_2 R_2) + C Y_1(K_2 R_2)] \} \quad (I-28)$$

et

$$E = \frac{\pi R_2}{2} \{ K_3 J_1(K_3 R_2) [B J_0(K_2 R_2) + C Y_0(K_2 R_2)] - K_2 J_0(K_3 R_2) [B J_1(K_2 R_2) + C Y_1(K_2 R_2)] \} \quad (I-29)$$

Nous avons utilisé dans ce calcul l'identité suivante [24]:

$$J_{n+1}(Z) Y_n(Z) - J_n(Z) Y_{n+1}(Z) = \frac{2}{\pi Z}. \quad (I-30)$$

Appliquons maintenant la condition de parfait conducteur sur les parois métalliques. Nous avons $E_z = 0$ à $r = R_3$, ce qui implique en raison de (I-23),

$$D J_0(K_3 R_3) + E Y_0(K_3 R_3) = 0. \quad (I-31)$$

En substituant (I-28) et (I-29) dans (I-31), nous obtenons

l'équation caractéristique pour la cavité fermée contenant le tube capillaire et l'échantillon:

$$K_1 J_1(K_1 R_1) [\alpha D_1 + \beta D_2] - J_0(K_1 R_1) [\alpha D_3 + \beta D_4] = 0 \quad (I-32)$$

où

$$D_1 = J_0(K_2 R_1) Y_0(K_2 R_2) - Y_0(K_2 R_1) J_0(K_2 R_2)$$

$$D_2 = -K_2 [J_0(K_2 R_1) Y_1(K_2 R_2) - Y_0(K_2 R_1) J_1(K_2 R_2)]$$

$$D_3 = K_2 [J_1(K_2 R_1) Y_0(K_2 R_2) - Y_1(K_2 R_1) J_0(K_2 R_2)]$$

$$D_4 = -(K_2)^2 [J_1(K_2 R_1) Y_1(K_2 R_2) - Y_1(K_2 R_1) J_1(K_2 R_2)]$$

$$\alpha = K_3 [J_0(K_3 R_3) Y_1(K_3 R_2) - Y_0(K_3 R_3) J_1(K_3 R_2)]$$

$$\beta = J_0(K_3 R_3) Y_0(K_3 R_2) - Y_0(K_3 R_3) J_0(K_3 R_2)$$

Cette équation caractéristique, qui définit une relation théorique entre la fréquence et les permittivités pour une cavité chargée de plusieurs diélectriques, est une équation transcendante. Pour la résoudre, il faut faire appel à des méthodes numériques, ce qui fera le sujet du troisième chapitre.

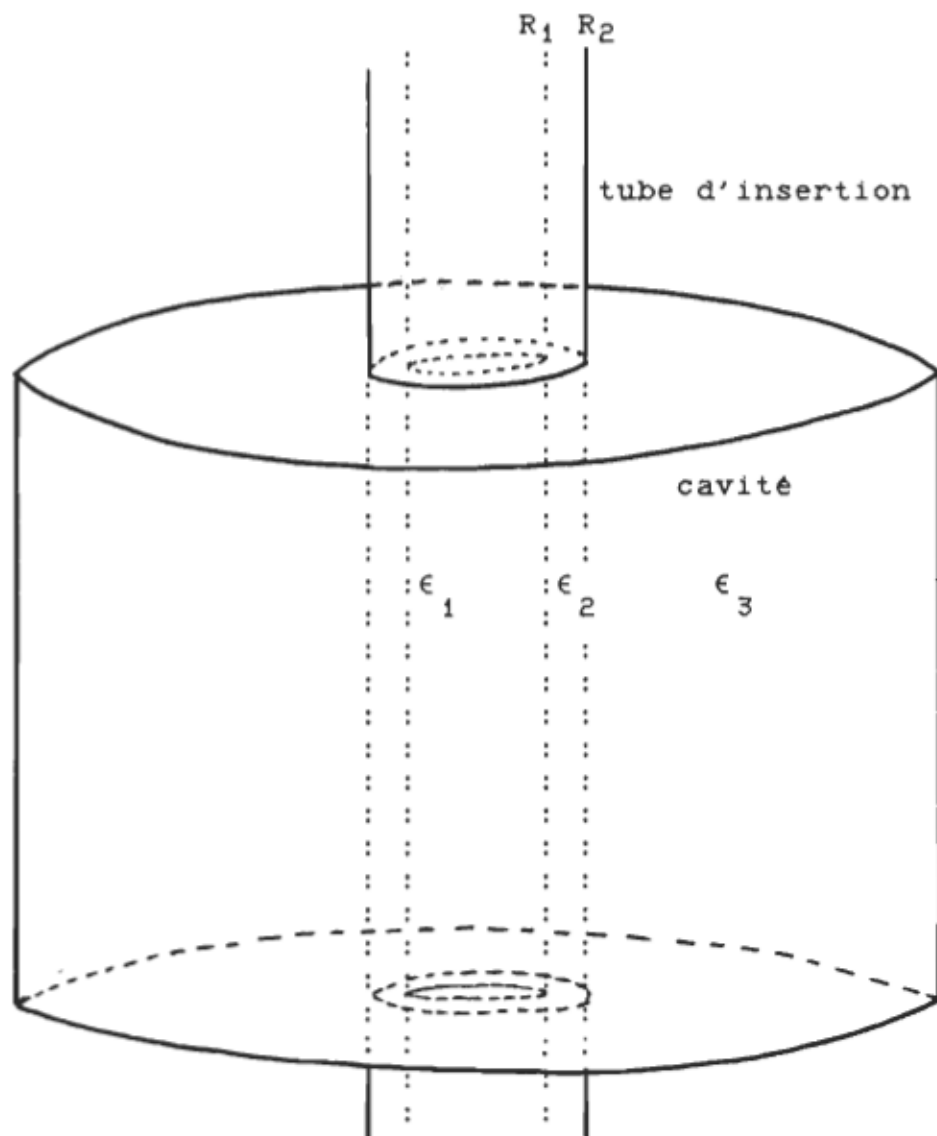


Figure I-3 Cavité munie d'un tube d'insertion

I-3 Tube d'insertion

Le tube d'insertion possède les mêmes propriétés qu'un guide d'ondes. Le rayon extérieur du tube (R_2) doit être petit de façon que la fréquence d'oscillation dans la cavité soit plus petite que les fréquences de coupure du guide d'ondes. Nous aurons ainsi une atténuation exponentielle des modes dans le tube.

La solution appropriée des équations de Maxwell dans le guide d'ondes est une superposition d'une infinité de modes (TM_{0n}). Cette solution peut s'écrire sous la forme suivante.

Pour $r \leq R_1$:

$$E_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j}{\omega} A_n J_0(K_n^{(1)} r) \exp(-\Gamma_n^{(1)} z), \quad (I-33)$$

$$E_r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j}{\omega} \frac{\Gamma_n^{(1)}}{K_n^{(1)}} A_n J_1(K_n^{(1)} r) \exp(-\Gamma_n^{(1)} z), \quad (I-34)$$

$$H_{\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\epsilon_1}{K_n^{(1)}} A_n J_1(K_n^{(1)} r) \exp(-\Gamma_n^{(1)} z). \quad (I-35)$$

Pour $R_1 \leq r \leq R_2$:

$$E_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j}{\omega} [B_n J_0(K_n^{(2)} r) + C_n Y_0(K_n^{(2)} r)] \exp(-\Gamma_n^{(1)} z), \quad (I-36)$$

$$E_r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j}{\omega} \frac{\Gamma_n^{(2)}}{K_n^{(2)}} [B_n J_1(K_n^{(2)} r) + C_n Y_1(K_n^{(2)} r)] \exp(-\Gamma_n^{(2)} z),$$

(I-37)

$$H_{\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\epsilon_2}{K_n^{(2)}} [B_n J_1(K_n^{(2)} r) + C_n Y_1(K_n^{(2)} r)] \exp(-\Gamma_n^{(2)} z),$$

(I-38)

où

$$(K_n^{(1)})^2 = (\Gamma_n^{(1)})^2 + \mu \epsilon_1 \omega^2$$

et (I-39)

$$(K_n^{(2)})^2 = (\Gamma_n^{(2)})^2 + \mu \epsilon_2 \omega^2.$$

Les coefficients B_n et C_n peuvent être exprimés en termes des A_n par les conditions de continuité à $r = R_1$. Pour que les champs soient bien connus dans le tube, il faut calculer les valeurs du spectre d'amplitude A_n et les valeurs du spectre des nombres d'ondes K_n en terme de l'amplitude et de la fréquence dans la cavité. Nous trouvons dans la littérature des solutions approchées pour ce problème [5], [6], [14]. Pour obtenir ces solutions, on suppose que la distribution de champ à l'interface tube-cavité n'est pas perturbée. Dans ce mémoire, nous proposons une méthode pour calculer avec précision la distribution de champ au voisinage du tube d'insertion et dans ce tube. Nous donnons ensuite la déviation de l'intensité de champ sur l'interface tube cavité et l'effet sur la déviation de la fréquence de résonnance.

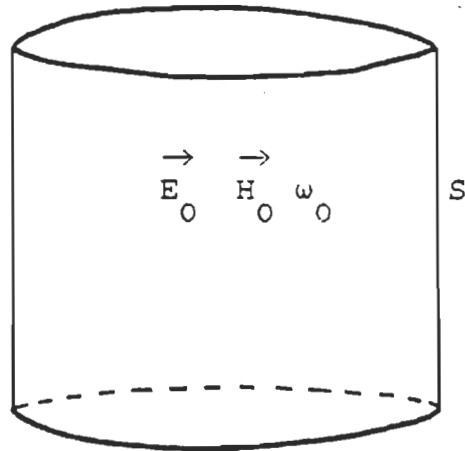


Figure I-4. a Cavité idéale

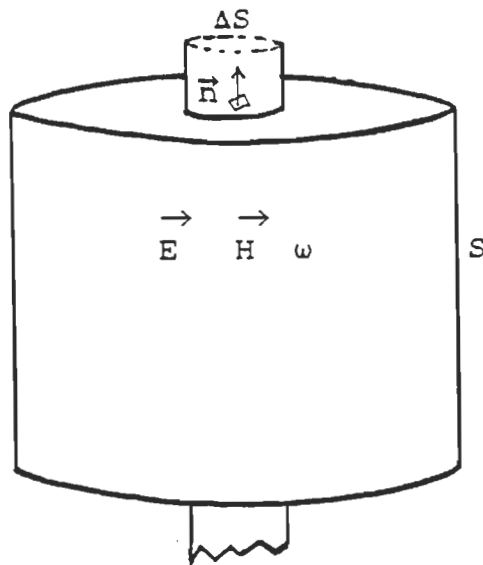


Figure I-4. b Cavité avec tube

I-4 Déviation de la fréquence de résonance (méthode A)

La figure I-4.a représente la cavité fermée. S est la surface des parois supposées parfaitement conductrices. La figure I-4.b représente la même cavité, munie d'un tube d'insertion dont la surface de base est ΔS . Représentons par \vec{E}_0 , \vec{H}_0 et ω_0 le champ et la fréquence de résonance dans la cavité fermée et par \vec{E} , \vec{H} et ω le champ et la fréquence de résonance dans la cavité avec tube. A partir des équations de Maxwell, nous pouvons exprimer la déviation de la fréquence de résonance de la façon suivante [9];

$$\omega - \omega_0 = \frac{-j \iint_{\Delta S} \left[\vec{H}_0 \times \vec{E} \right] \cdot \vec{n} \, dS}{\iiint_V \left[\mu \vec{H} \cdot \vec{H}_0 - \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}_0 \right] \, dv} \quad . \quad (I-40)$$

Pour obtenir cette équation, on tient compte des conditions de parfait conducteur sur les parois qui peuvent être exprimées comme $\vec{n} \times \vec{E} = 0$ pour une cavité avec tube et $\vec{n} \times \vec{E}_0 = 0$ pour une cavité fermée.

Dans le dénominateur de (I-40), le champ de la cavité perturbée, peut être remplacé par le champ d'une cavité fermée. Cette approximation est justifiée par le fait qu'il y a une perturbation juste au voisinage de ΔS . En intégrant sur tout le volume de la cavité, cette perturbation devient négligable. Nous pouvons écrire

$$\omega - \omega_0 = \frac{-j \iint_{\Delta S} \left[\vec{H}_0 \times \vec{E} \right] \vec{n} dS}{\iiint_V \left[\mu \vec{H}_0 \vec{H}_0 - \epsilon \vec{E}_0 \vec{E}_0 \right] dv} \quad (I-41)$$

Dans le cas où il n'y a pas de perte diélectrique, H est une quantité réelle pure et E est imaginaire pure. Nous avons ;

$$\iiint_{V_0} \left[\mu \vec{H}_0 \vec{H}_0 - \epsilon \vec{E}_0 \vec{E}_0 \right] dv = 2 W, \quad (I-42)$$

où W est l'énergie totale contenue dans la cavité. Ceci implique, en substituant dans (I-40),

$$\omega - \omega_0 = \frac{-j}{2W} \iint_{\Delta S} (\vec{H}_0 \times \vec{E}) \vec{n} dS. \quad (I-43)$$

Etant donné que le diamètre du tube d'insertion est très petit devant le diamètre de la cavité, la relation (I-43) reste valable même si le diélectrique inséré dans le tube possède des pertes.

Si nous connaissons les champs d'une cavité fermée, W peut être calculée facilement. ω_0 est la fréquence de résonance complexe ($\omega_0 = \omega_0'(1 + j/2Q_0)$) de la cavité fermée et peut être calculée à partir de l'équation caractéristique (I-32). \vec{H}_0 est le champ magnétique dans une cavité fermée, et est donnée par les équations (I-21), (I-22) et (I-23). \vec{E} est le champ électrique à l'interface

cavité perturbée-tube d'insertion. Le calcul de E fait l'objet du prochain chapitre.

I-5 Déviation de la fréquence de résonnance (méthode B)

En appliquant la formule (I-43) nous pouvons calculer, simultanément, la déviation des parties réelle et imaginaire de ω . Cette formule fait intervenir une intégrale de surface. Dans ce paragraphe, nous proposons une autre méthode calculant la déviation de la partie réelle et de la partie imaginaire séparément. Cette méthode fait appel à une intégration dans tout le volume, et utilise plus de temps machine que la méthode A .

I-5.a Déviation de ω' :

le rayon du tube d'insertion est très petit devant le rayon de la cavité. Il s'agit donc d'une déformation infinitésimale de la cavité. Nous avons, d'après le théorème d'invariance adiabatique [23],

$$\frac{\delta \omega'}{\omega'} = - \frac{\delta W}{W_0}, \quad (\text{I-44})$$

où δW est la déviation de l'énergie emmagasinée dans la cavité. Dans notre cas, cette quantité est égale, en valeur absolue, au travail nécessaire pour amener une surface métallique ΔS de $z = 0$ à $z = \infty$ (figure I-4). Nous pouvons

exprimer cette quantité comme:

$$\delta W = - \int_0^{\infty} dz \int_{\Delta S} \vec{F} \cdot \vec{dS} \quad (I-45)$$

où \vec{F} est la force exercée par le champ sur un élément de surface. Cette force est exprimée au moyen du tenseur de contraintes de Maxwell [10],[12],[13],[17],[21]. Pour la 1^{ème} composante nous avons,

$$d F_1 = \sum_K T_{1K} dS_K = \sum_K T_{1K} n_K dS \quad (I-46)$$

avec $dS = \vec{n} \cdot \vec{dS}$ où \vec{n} est le vecteur unitaire normal à la surface métallique et

$$T_{1K} = [\epsilon E_1 E_K^* + \mu H_1 H_K^* - \frac{1}{2} \delta_{1K} (\epsilon |E|^2 + \mu |H|^2)] \quad (I-47)$$

$$\text{où } \delta_{1K} = \begin{cases} 1 & \text{pour } i = K \\ 0 & \text{pour } i \neq K. \end{cases}$$

La force normale à la surface fait intervenir la composante T_{nn} qui, avec utilisation des conditions de parfait conducteur $\vec{n} \times \vec{E} = 0$ et $\vec{n} \cdot \vec{H} = 0$, peut s'écrire

$$T_{nn} = \frac{1}{2} \left[\epsilon E_z E_z^* - \mu_0 H_\phi H_\phi^* \right]. \quad (I-48)$$

En combinant (I-44), (I-45) et (I-48), nous obtenons la déviation de la partie réelle de la fréquence de résonance en termes de l'énergie emmagasinée dans la cavité et de la distribution de champ sur la surface du bout. Cette distribution de champ varie avec la position de AS suivant l'axe z.

I-5.b Déviation de (ω''):

La fréquence complexe peut être écrite comme $\omega = \omega'(1 + j/2Q)$, ce qui implique que

$$\frac{\delta \omega''}{\omega'} = -\frac{1}{2} \delta \left(\frac{1}{Q} \right), \quad (I-49)$$

où ω'' est la partie imaginaire de ω et $\delta \left(\frac{1}{Q} \right) = \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0}$.

Q_0 est le facteur de qualité d'une cavité idéale et Q est le facteur de qualité d'une cavité avec tube d'insertion. Nous avons d'après la définition de Q

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{W} \int_{V_C} |\epsilon''| E_0 E_0^* dv \quad (I-50)$$

et

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{W} \left[\int_{v_c} |\epsilon''| E E^* dv + \int_{v_t} |\epsilon''| E E^* dv \right] \quad (I-51)$$

ici v_c est le volume de la cavité seule, et v_t est le volume du tube d'insertion. ϵ'' est la partie imaginaire de la permittivité.

CHAPITRE II

CHAMP ELECTROMAGNETIQUE AU VOISINAGE D'UN TUBE D'INSERTION

Il est normal que la distribution de champ soit perturbée à l'interface tube-cavité. Cette perturbation joue un rôle important dans la déviation de la fréquence de résonnance. Considérons, par exemple, le mode fondamental TM_{010} . La composante radiale du champ électrique (E_r) de ce mode est nulle pour une cavité fermée (équation (I-22)), mais cette composante apparaît, avec la présence du tube d'insertion, au voisinage de l'interface tube-cavité. D'autre part, l'équation (I-43) montre que cette composante joue un rôle essentiel dans la déviation de la fréquence de résonnance. Dans la littérature [1], [6], [7], [14], nous trouvons des méthodes approximatives pour calculer la distribution de champ et la déviation de la fréquence de résonnance d'une cavité semblable à celle qu'on étudie. Dans ces méthodes on donne au champ, au voisinage du tube d'insertion, les valeurs du champ d'une cavité non perturbée. On cherche ensuite les amplitudes et les nombres d'ondes des modes dans le tube en fonction des valeurs du champ à l'interface tube-cavité. Puisque le champ est perturbé dans cette région, le calcul n'est pas très précis. Le passage d'un seul mode [5] à plusieurs modes [14], dans le tube d'insertion, ne corrige pas complètement le calcul.

Dans notre travail, nous avons tenu compte de cette perturbation. Nous cherchons alors une solution pour la nouvelle distribution de champ. Nous proposons une méthode qui fait appel à des calculs tant numériques qu'analytiques pour résoudre l'équation scalaire de Helmholtz en H_ϕ .

II-1 Equations des champs en termes de H_ϕ

II-1.a Equation scalaire de Helmholtz ;

En combinant les équations (I-7), (I-9) et (I-11), nous obtenons

$$\frac{\partial^2 H_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\phi}{\partial r} + \left(\omega^2 \epsilon \mu - \frac{1}{r^2} \right) H_\phi + \frac{\partial^2 H_\phi}{\partial z^2} = 0. \quad (\text{II-1})$$

Nous allons chercher une solution numérique de cette équation qui satisfait les conditions de continuité sur les interfaces cylindriques qui séparent les différents diélectriques et les conditions de parfait conducteur sur les parois métalliques.

I-1.b Conditions de continuité et de parfait conducteur

En supposant que la conductivité des parois est infinie, les composantes tangentielles du champ électrique s'annulent sur les surfaces métalliques. Ces composantes

sont définies par E_r sur les parois parallèles à l'axe r (figure II-1) et par E_z sur les parois parallèles à l'axe z . Nous trouvons, en raison de (I-7) et (I-9), que sur les deux bases de la cavité ,

$$\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = 0, \quad (II-2)$$

et sur les parois cylindriques de la cavité et du tube d'insertion

$$\frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) = 0. \quad (II-3)$$

II-2 Discrétisation par différences finies

Puisque le champ possède une symétrie axiale, il suffit de résoudre le problème dans un plan r,z . La méthode de différences finies implique la construction d'un maillage quadrillé par les droites $r = \text{constante}$ et $z = \text{constante}$ (figure II-1). Chaque noeud du réseau, ainsi obtenu, étant repéré par les indices i et j , nous pouvons écrire les dérivées sur les noeuds sous forme des différences finies de la façon suivante

$$\frac{\partial H_{\phi}}{\partial z} = \frac{H_{\phi}(i+1, j) - H_{\phi}(i-1, j)}{2 \Delta z}, \quad (\text{II-4})$$

$$\frac{\partial^2 H_{\phi}}{\partial r^2} = \frac{H_{\phi}(i+1, j) + H_{\phi}(i-1, j) - 2 H_{\phi}(i, j)}{\Delta r^2}, \quad (\text{II-5})$$

$$\frac{\partial H_{\phi}}{\partial r} = \frac{H_{\phi}(i+1, j) - H_{\phi}(i-1, j)}{2 \Delta r}, \quad (\text{II-6})$$

et

$$\frac{\partial^2 H_{\phi}}{\partial z^2} = \frac{H_{\phi}(i, j+1) + H_{\phi}(i, j-1) - 2 H_{\phi}(i, j)}{\Delta z^2}. \quad (\text{II-7})$$

Ces équations sont obtenues en appliquant sur un point i, j la formule de Taylor arrêtée au second ordre. En substituant (II-4), (II-5), (II-6) et (II-7) dans (II-1) et en tenant compte que $r = (i-1) \Delta r$, nous obtenons:

$$\omega^2 \mu \in H_{\phi}(i, j) = \left(\begin{aligned} & \frac{2}{\Delta r^2} + \frac{2}{\Delta z^2} + \frac{1}{(i-1)^2 \Delta r^2} \Big) H_{\phi}(i, j) \\ & + \left(\frac{1}{2 (i-1) \Delta r^2} - \frac{1}{\Delta r^2} \right) H_{\phi}(i-1, j) \\ & - \left(\frac{1}{2 (i-1) \Delta r^2} + \frac{1}{\Delta r^2} \right) H_{\phi}(i+1, j) \\ & - \frac{1}{\Delta z^2} H_{\phi}(i, j-1). \\ & - \frac{1}{\Delta z^2} H_{\phi}(i, j+1). \end{aligned} \right) \quad (\text{II-8})$$

Pour écrire l'équation (II-2) sous forme de différences finies, on définit habituellement des points de maillage à l'extérieur des limites du problème [3], [20]. Pour éviter cette extension, nous appliquons d'abord la formule de Taylor sur un point (i,j-1) (le point (i,j) étant situé sur les frontières métalliques)

$$H_{\phi}(i, j-1) = H_{\phi}(i, j) - \Delta z \frac{\partial}{\partial z} H_{\phi}(i, j) + \frac{\Delta z^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_{\phi}(i, j), \quad (\text{II-9})$$

Ensuite, nous faisons l'approximation suivante

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_{\phi}(i, j) \approx \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_{\phi}(i, j-1). \quad (\text{II-10})$$

D'autre part, en raison de (II-7) et des conditions de parfait conducteur, nous avons

$$\frac{\partial^2 H_{\phi}(i, j-1)}{\partial z^2} = \frac{H_{\phi}(i, j) + H_{\phi}(i, j-2) - 2 H_{\phi}(i, j-1)}{\Delta z^2} \quad (\text{II-11})$$

et

$$\frac{\partial}{\partial z} H_{\phi}(i, j) = 0. \quad (\text{II-12})$$

Substituons (II-10) , (II-11) et (II-12) dans (II-9), ce qui

donne

$$H_{\phi}(i, j) = \frac{4}{3} H_{\phi}(i, j-1) - \frac{1}{3} H_{\phi}(i, j-2). \quad (\text{II-13})$$

Nous avons donc l'équation qui donne le champ en différences finies sur un point situé sur les frontières métalliques parallèles à l'axe r , en fonction des valeurs du champ sur deux noeuds du maillage à l'intérieur des frontières.

Pour un point situé sur les frontières métalliques parallèles à l'axe z nous avons;

$$\frac{\partial}{\partial r} (r(i, j) H_{\phi}(i, j)) = 0, \quad (\text{II-14})$$

en faisant un calcul semblable nous trouvons;

$$H_{\phi}(i, j) = \frac{4(i-2)}{3(i-1)} H_{\phi}(i-1, j) - \frac{1-3}{3(i-1)} H_{\phi}(i-2, j). \quad (\text{II-15})$$

Nous avons maintenant l'équation scalaire de Helmholtz en H_{ϕ} et les conditions limites associées approximées en différences finies.

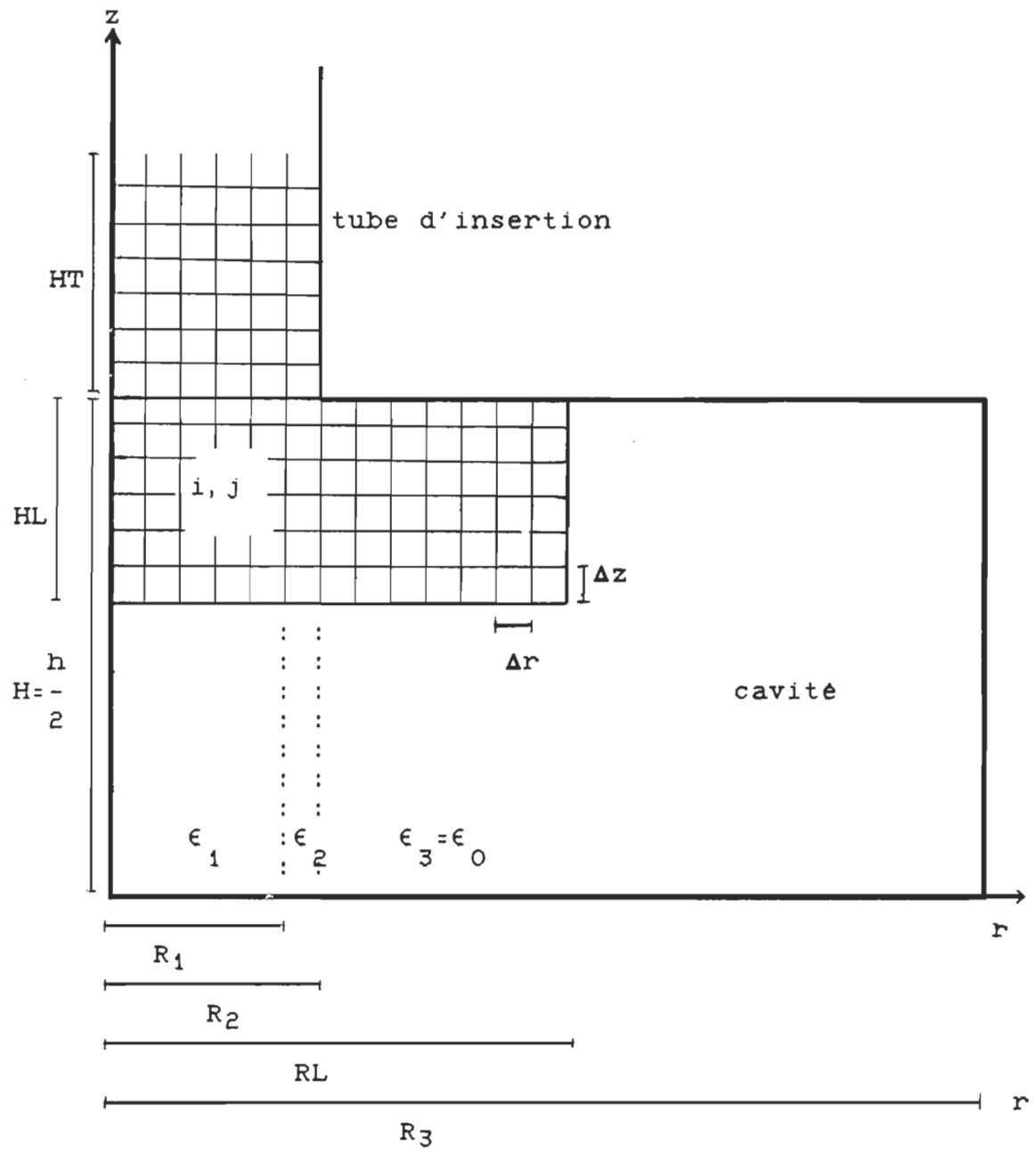


Figure II-1 Maillage

II-3 Maillage

D'une façon générale, les équations (II-8), (II-13) et (II-15) étendues sur tous les noeuds du maillage donnent:

$$[M] \{H_\phi\} + a \{H_\phi\} = \{F\}, \quad (II-16)$$

où $[M]$ est une matrice non symétrique, $a = \omega^2 \mu \epsilon$ représente un spectre de valeurs propres et $\{F\}$ est un vecteur dans lequel sont regroupés les termes portant sur le contour. En utilisant la valeur de ω , calculée à partir de l'équation caractéristique, l'équation (II-16) se réduit au système linéaire suivant;

$$[A] \{H_\phi\} = \{F\}, \quad (II-17)$$

où $[A]$ est une matrice à diagonale dominante [26].

Le rayon du tube d'insertion est très petit comparé au rayon de la cavité. Pour avoir une bonne précision de calcul, il faut donc construire un maillage avec un nombre considérable de noeuds, ce qui rend le temps de calcul très grand et la convergence vers la solution exacte difficile. Pour résoudre ce problème, nous avons construit un maillage juste au voisinage du tube d'insertion dans la région où le champ est vraiment perturbé (figure II-1). En dehors de cette région, nous gardons la solution analytique pour une cavité fermée. Sur les frontières du maillage, les valeurs de la solution analytique jouent le rôle des conditions limites de Dirichlet. Ces valeurs fixes sont représentées par le terme $\{F\}$ des équations (II-16) et (II-17).

II-4 Solution du système linéaire par une méthode itérative

Décomposons la matrice $[A]$ du système (II-17) en une matrice non singulière $[A_1]$ et une matrice $[A_2]$ telles que

$$[A_1] - [A_2] = [A]. \quad (\text{II-18})$$

En raison de (II-17) et (II-18), nous avons,

$$\{H_\phi\} = [A_1]^{-1} [A_2] \{H_\phi\} + [A_1]^{-1} \{F\} \quad (\text{II-19})$$

où $[A_1]^{-1}$, est la matrice inverse de $[A_1]$.

D'une façon générale, une méthode itérative consiste à générer, à partir d'un vecteur initial $\{H_\phi^{(0)}\}$ arbitraire, la suite

$$\begin{aligned} \{H_\phi^{(1)}\} &= [A_1]^{-1} [A_2] \{H_\phi^{(0)}\} + [A_1]^{-1} \{F\}, \\ \{H_\phi^{(2)}\} &= [A_1]^{-1} [A_2] \{H_\phi^{(1)}\} + [A_1]^{-1} \{F\}, \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \{H_\phi^{(it+1)}\} &= [A_1]^{-1} [A_2] \{H_\phi^{(it)}\} + [A_1]^{-1} \{F\}. \end{aligned} \tag{II-20}$$

Le vecteur $\{H_{\phi}^{(it+1)}\}$ doit converger vers la solution exacte. Il converge d'autant plus rapidement que l'on choisit pour $\{H_{\phi}^{(0)}\}$ des valeurs proches de la solution exacte. Les valeurs que nous avons prises au départ sont les valeurs de la solution analytique d'une cavité fermée et d'un guide d'ondes, avec un seul mode dans le tube

d'insertion [5]. Nous choisissons ensuite un ordre de parcours du réseau qui commence dans la cavité et finit dans le tube d'insertion. A chaque nouvelle itération, on devra parcourir le réseau dans l'ordre choisi initialement. Sur chaque noeud (i,j), on applique la formule de Gauss-Seidel qui peut être définie de la façon suivante:

$$A_{KK} H_{\phi K}^{(it+1)} = - \sum_{l=1}^{K-1} A_{Kl} H_{\phi l}^{(it+1)} - \sum_{l=K+1}^q A_{Kl} H_{\phi l}^{(it)} + F_K. \quad (II-21)$$

Ici $K = 1, 2, \dots, q$, et $q = (NRL) (NHL + NHT)$ est le nombre de noeuds dans le réseau. Les A_{KK} sont les éléments de la matrice $[A]$, et NRL , NHL et NHT sont les nombres de subdivisions suivant RL , HL et HT respectivement (figure II-1).

Définissons, d'un point de vue purement mathématique, une matrice diagonale $[D]$, une matrice triangulaire supérieure $[C_h]$ et une matrice triangulaire inférieure $[C_b]$ telles que,

$$[A] = [D] - [C_h] - [C_b]$$

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdot & \cdot & \cdot & A_{1q} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & A_{2q} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{q1} & A_{q2} & A_{q3} & \cdot & \cdot & \cdot & A_{qq} \end{bmatrix}, \quad (II-22)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & . & A_{qq} \end{bmatrix}, \quad (II-23)$$

$$[C_h] = - \begin{bmatrix} 0 & A_{12} & A_{13} & . & . & . & A_{1q} \\ 0 & 0 & A_{23} & . & . & . & A_{2q} \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \end{bmatrix} \quad (II-24)$$

$$[C_b] = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ A_{21} & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ A_{q1} & A_{q2} & A_{q3} & . & . & . & 0 \end{bmatrix} \quad (II-25)$$

Nous pouvons écrire (II-21) sous la forme matricielle suivante:

$$([D] - [C_b]) \{H_{\emptyset}^{(it+1)}\} = [C_h] \{H_{\emptyset}^{(it)}\} + \{F\}. \quad (II-26)$$

On peut encore écrire

$$\{H_{\emptyset}^{(it+1)}\} = [M] \{H_{\emptyset}^{(it)}\} + \{K\} \quad (II-27)$$

avec

$$\begin{aligned}
 [M] &\equiv ([I] - [L])^{-1} [U] \\
 \{K\} &\equiv ([I] - [L])^{-1} [D]^{-1} \{F\} \\
 [L] &\equiv [D]^{-1} [C_D] \\
 [U] &\equiv [D]^{-1} [C_H]
 \end{aligned}
 \tag{II-28}$$

La matrice $[M]$ est appelée la matrice d'itération de Gauss-Seidel.

Cette méthode donne de bons résultats mais la convergence vers la solution exacte est lente et le calcul est trop coûteux en nombre d'opérations. Dans le paragraphe suivant, nous allons indiquer une façon d'accélérer la convergence.

II-5 Facteur de surrelaxation

Un moyen efficace pour accélérer la convergence consiste à introduire un facteur de relaxation α dans l'équation (II-21), de sorte que

$$\begin{aligned}
 A_{KK} H_{\phi K}^{(it+1)} = & \alpha \left(- \sum_{l=1}^{K-1} A_{Kl} H_{\phi l}^{(it+1)} - \sum_{l=K+1}^Q A_{Kl} H_{\phi l}^{(it)} \right. \\
 & \left. + F_K \right) + (1 - \alpha) A_{KK} H_{\phi K}^{(it)}.
 \end{aligned}
 \tag{II-29}$$

L'équation (II-29) peut être écrite en notation matricielle sous la forme suivante;

$$\begin{aligned}
 [D] \{H_{\phi}^{(it+1)}\} = & \alpha ([C_D] \{H_{\phi}^{(it+1)}\} + [C_H] \{H_{\phi}^{(it)}\} \\
 & + \{F\}) + (1 - \alpha) [D] \{H_{\phi}^{(it)}\}.
 \end{aligned}
 \tag{II-30}$$

On peut réexprimer cette équation comme

$$\{H_{\phi}^{(it+1)}\} = [M]_{\alpha} \{H_{\phi}^{(it)}\} + \{K\}_{\alpha} \quad (II-31)$$

avec

$$[M]_{\alpha} \equiv ([I] - \alpha [L])^{-1} (\alpha [U] + (1 - \alpha) [I]) \quad (II-32)$$

et

$$\{K\}_{\alpha} \equiv ([I] - \alpha [L])^{-1} \alpha [D]^{-1} \{F\} \quad (II-33)$$

$[L]$ et $[U]$ sont données par l'équation (II-28), et la matrice $[M]_{\alpha}$ est la matrice d'itération de surrelaxation.

La difficulté principale, dans l'application de la méthode de surrelaxation, est de trouver une valeur optimum de α .

Considérons le vecteur erreur

$$\{\epsilon^{(it+1)}\} = \{H_{\phi}^{(it+1)}\} - \{\overline{H_{\phi}}\} \quad (II-34)$$

où $\{\overline{H_{\phi}}\}$ est la solution exacte. Ce vecteur satisfait la relation suivante;

$$\{\epsilon^{(it+1)}\} = [M]_{\alpha} \{\epsilon^{(it)}\} . \quad (II-35)$$

La condition nécessaire et suffisante pour avoir la convergence vers la solution exacte est que

$$S([M]_{\alpha}) < 1 \quad (\text{II-36})$$

où $S([M]_{\alpha})$ est le rayon spectral de $[M]_{\alpha}$ (la plus grande valeur propre en valeur absolue). Kahan [8], en 1958, a montré que

$$S([M]_{\alpha}) > |\alpha - 1|. \quad (\text{II-37})$$

De (II-36) et (II-37), nous déduisons que α doit être plus petit que deux. La condition nécessaire pour que la méthode converge est donc que $0 < \alpha < 2$. La valeur optimum de α est la valeur qui minimise $S([M]_{\alpha})$. Dans certaines conditions, une formule générale qui donne la valeur optimum de α peut être exprimée comme [8]

$$\alpha_{op} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\text{II-38})$$

où β est le rayon spectral de la matrice $[B]$,

$$[B] = [D]^{-1} ([C_b] + [C_h])$$

Le calcul de β est une tâche très difficile. D'une part, les dimensions de la matrice $[B]$ sont très grandes et, d'autre part, nous ne mémorisons pas explicitement les éléments de la matrice $[A]$ dans le programme de calcul. Ceci rend le calcul de β impossible. Young a cependant démontré que pour un maillage rectangulaire de $M \times N$ noeuds, un facteur de surrelaxation adéquat peut être choisi comme [25]

$$\alpha_{op} \approx 1 + \left[\frac{.5 (\cos(\pi/N) + \cos(\pi/M))}{1 + \sqrt{1 - .25 (\cos(\pi/N) + \cos(\pi/M))^2}} \right]^2 \quad (II-39)$$

CHAPITRE III

SIMULATION DU CHAMP ET CALCUL DU CHANGEMENT DE FREQUENCE

COMPLEXE

Dans ce chapitre, nous présentons les étapes suivies pour faire la simulation du champ et pour calculer la déviation de la fréquence complexe. Cette déviation peut être calculée soit à partir de l'équation (I-43), soit à partir des équations (I-44) et (I-49). Ces équations dépendent de la fréquence de résonance d'une cavité fermée ω , de l'énergie emmagasinée dans la cavité W , des champs \vec{E}_0 et \vec{H}_0 d'une cavité fermée et des champs \vec{E} et \vec{H} de la cavité avec le tube d'insertion.

III-1 Résolution numérique de l'équation caractéristique donnant ω

Nous pouvons écrire l'équation (I-32) sous la forme suivante:

$$F(\omega) = 0. \quad (\text{III-1})$$

Pour résoudre cette équation, nous utilisons une méthode basée sur le développement en série de Taylor autour d'un

estimé $\omega^{(n)}$ (méthode de Newton-Raphson [18]). Cette méthode offre de bons résultats dans le cas complexe, et de plus, sa convergence est très rapide. L'algorithme de Newton-Raphson peut être exprimé comme;

$$\omega^{(n+1)} = \omega^{(n)} - \frac{F(\omega^{(n)})}{F'(\omega^{(n)})} . \quad (\text{III-2})$$

Pour représenter géométriquement la méthode de Newton-Raphson, on trace la tangente à la courbe en chaque point $(\omega^{(n)}, F(\omega^{(n)}))$. L'intersection de cette tangente avec l'axe de ω fournit le point $\omega^{(n+1)}$. Si les racines sont proches l'une de l'autre, cette méthode risque de diverger, ou de sauter une racine. Pour éviter ça, nous avons introduit, dans l'équation (III-2), un facteur K tel que

$$\omega^{(n+1)} = \omega^{(n)} - \frac{F(\omega^{(n)})}{K F'(\omega^{(n)})} . \quad (\text{III-3})$$

L'algorithme de cette méthode est représentée dans la figure III-1. Le choix de K est arbitraire. Plus K est grand, plus la convergence est sûre mais moins elle est rapide. Le choix du premier estimé $\omega^{(1)}$ joue un rôle important dans l'accélération de la convergence. Pour cette raison, nous donnons à $\omega^{(1)}$ la valeur de la fréquence de résonance d'une cavité vide fermée. Cette valeur est obtenue à partir de l'équation (I-20). $F'(\omega)$ est la dérivée de $F(\omega)$. Nous pouvons

écrire, pour $q = 0$

$$\frac{\partial F}{\partial \omega} = \frac{\partial F}{\partial K_1} \frac{\partial K_1}{\partial \omega} + \frac{\partial F}{\partial K_2} \frac{\partial K_2}{\partial \omega} + \frac{\partial F}{\partial K_3} \frac{\partial K_3}{\partial \omega} . \quad (\text{III-4})$$

A partir de (I-32) et (I-33) nous obtenons,

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial K_1} = & (K_1 R_1) J_0(K_1 R_1) [D_1 \alpha + D_2 \beta] \\ & + R_1 J_1(K_1 R_1) [D_3 \alpha + D_4 \beta], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial K_2} = & K_1 J_1(K_1 R_1) \left[\alpha \frac{\partial D_1}{\partial K_2} + \beta \frac{\partial D_2}{\partial K_2} \right] \\ & - J_0(K_1 R_1) \left[\alpha \frac{\partial D_3}{\partial K_2} + \beta \frac{\partial D_4}{\partial K_2} \right] \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial K_3} = & [K_1 J_1(K_1 R_1) D_1 - J_0(K_1 R_1) D_3] \frac{\partial \alpha}{\partial K_3} \\ & + [K_1 J_1(K_1 R_1) D_2 - J_0(K_1 R_1) D_4] \frac{\partial \beta}{\partial K_3} \end{aligned}$$

avec

$$\frac{\partial D_1}{\partial K_2} = - \frac{R_1}{K_2} D_3 + \frac{R_2}{K_2} D_2 ,$$

$$\frac{\partial D_2}{\partial K_2} = - \frac{R_1}{K_2} D_4 - K_2 R_2 D_1 ,$$

$$\frac{\partial D_3}{\partial K_2} = \frac{R_2}{K_2} D_4 + K_2 R_1 D_1 ,$$

$$\frac{\partial D_4}{\partial K_2} = K_2 R_1 D_2 - K_2 R_2 D_3 ,$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial K_3} = K_3 R_3 [Y_1(K_3 R_3) J_1(K_3 R_2) - J_1(K_3 R_3) Y_1(K_3 R_2)] + R_2 \alpha ,$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial K_3} = R_3 [Y_1(K_3 R_3) J_0(K_3 R_2) - J_1(K_3 R_3) Y_0(K_3 R_2)] - \frac{R_2}{K_3} \alpha ,$$

$$\frac{\partial K_1}{\partial \omega} = \sqrt{\mu \epsilon_1} ,$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial \omega} = \sqrt{\mu \epsilon_2} ,$$

$$\frac{\partial K_3}{\partial \omega} = \sqrt{\mu \epsilon_3} .$$

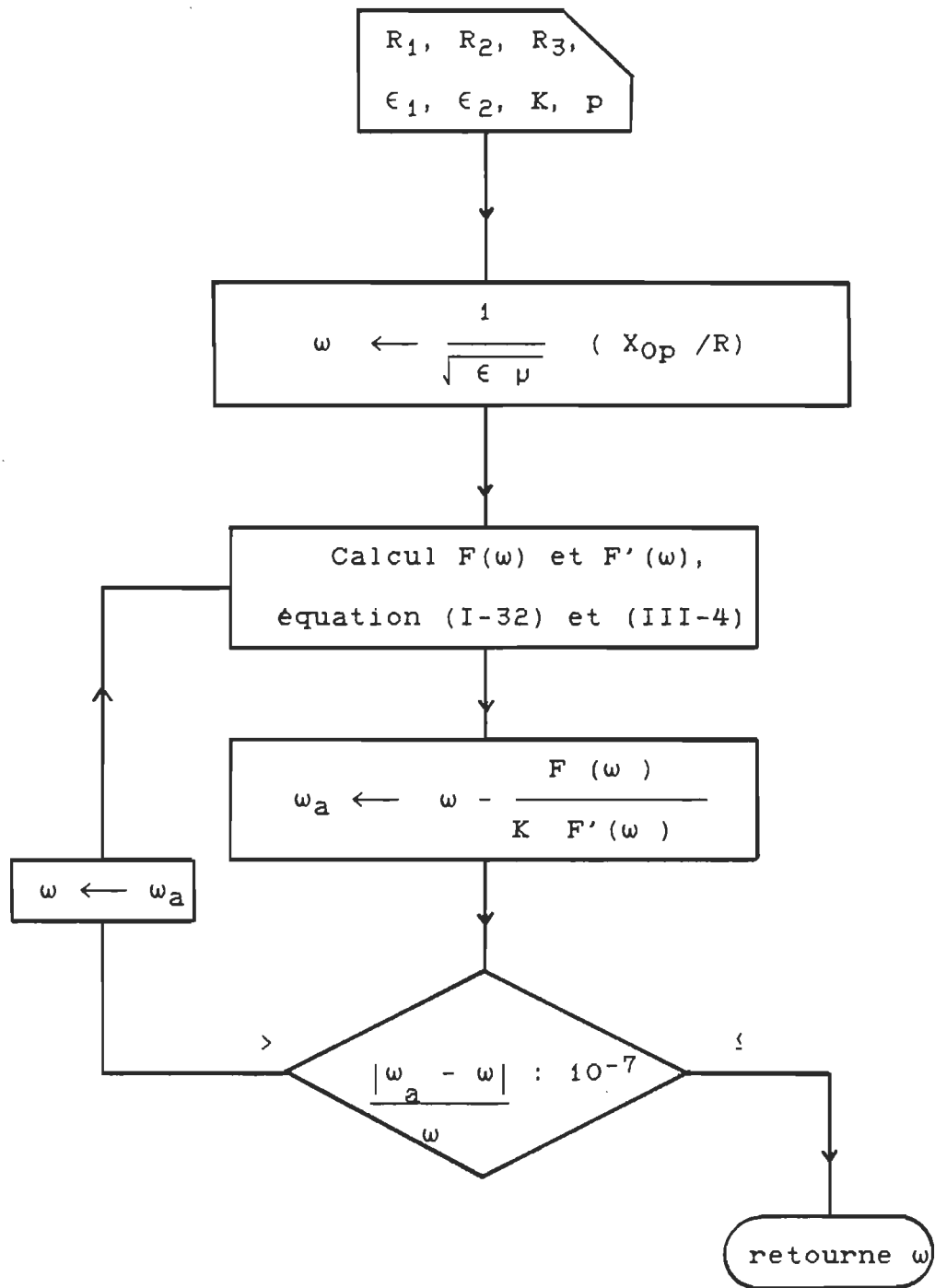


Figure III-1: Organigramme de l'utilisation de la méthode de Newton-Raphson pour calculer la fréquence de résonnance d'une cavité contenant plusieurs diélectriques

III-2 Energie emmagasinée dans la cavité idéale

L'énergie emmagasinée dans la cavité peut être exprimée sous la forme suivante [6], [16]

$$W = \mu \int_{V_C} \vec{H} \cdot \vec{H}^* dv \quad (\text{III-5})$$

où \vec{H} est donné sous forme analytique, pour une cavité fermée, par les équations (I-21) à (I-23). En substituant ces dernières dans (III-5), nous obtenons:

$$\begin{aligned} W = & \mu_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^h dz \cos^2 \left[\frac{q \pi z}{h} \right] \left\{ \int_0^{R_1} \left[\frac{\epsilon_1}{K_1} \right] \left[\frac{\epsilon_1}{K_1} \right]^* \right. \\ & A A^* J_1(K_1 r) J_1^*(K_1 r) r dr \\ & + \int_{R_1}^{R_2} \left[\frac{\epsilon_2}{K_2} \right] \left[\frac{\epsilon_2}{K_2} \right]^* [B J_1(K_2 r) + C Y_1(K_2 r)] \\ & [B J_1(K_2 r) + C Y_1(K_2 r)]^* r dr \\ & + \int_{R_2}^{R_3} \left[\frac{\epsilon_3}{K_3} \right] \left[\frac{\epsilon_3}{K_3} \right]^* [D J_1(K_3 r) + E Y_1(K_3 r)] \\ & \left. [D J_1(K_3 r) + E Y_1(K_3 r)]^* r dr \right\} \end{aligned}$$

$$= 4 \pi \hbar \nu_0 \delta \quad R_1 \operatorname{Re} [A^* J_1(K_1^* R_1) - A J_0(K_1 R_1)]$$

$$\left[\frac{\epsilon_1}{K_1} \right]^* \left[\frac{\epsilon_1}{(K_1^*)^2 - K_1^2} - \frac{\epsilon_2}{(K_2^*)^2 - K_2^2} \right]$$

$$+ R_2 \operatorname{Re} \left[[B^* J_1(K_2^* R_2) + C^* Y_1(K_2^* R_2)] \right. \\ \left. [B J_0(K_2 R_2) + C Y_0(K_2 R)] \right]$$

$$\left[\frac{\epsilon_2}{K_2} \right]^* \left[\frac{\epsilon_2}{(K_2^*)^2 - K_2^2} - \frac{\epsilon_3}{(K_3^*)^2 - K_3^2} \right]$$

(III-6)

$$\text{avec } \delta = \begin{cases} 1 & \text{si } q = 0 \\ 1/2 & \text{si } q \neq 0 \end{cases}$$

III-3 Simulation du champ

En fonction de la valeur de ω calculée dans le paragraphe III-1, nous allons calculer la nouvelle distribution du champ au voisinage du tube d'insertion. Pour faire cette simulation, nous initialisons H_ϕ sur tous les noeuds du maillage. Nous faisons ensuite des itérations jusqu'à la convergence vers la solution exacte. Une fois H_ϕ calculé, les autres composantes du champ seront faciles à calculer, à partir des équations de Maxwell.

III-3.a Initialisation de H_ϕ :

Les valeurs initiales de H_ϕ jouent un rôle important dans l'accélération de la convergence. Pour cette raison, nous initialisons H_ϕ par la solution analytique. Dans la cavité, cette solution est donnée par les équations (I-21), (I-22) et (I-23). En considérant un seul mode dans le tube d'insertion, nous pouvons écrire les équations (I-35) et (I-38) sous la forme suivante;

$$H_\phi = f(r) \exp(-\Gamma_1^{(1)} z). \quad (\text{III-7})$$

Nous donnons à $f(r)$ la valeur de H_ϕ dans la cavité sur l'interface cavité-tube. La fréquence d'oscillation est faible devant la fréquence de coupure du tube. Le champ subit une atténuation rapide dans le tube et la constante de

propagation (Γ_1) est approximativement le premier zéro de la fonction de Bessel d'ordre zéro divisé par le rayon du tube [5],

$$\Gamma_1 \approx \frac{x_{01}}{R_2} . \quad (\text{III-8})$$

Après les itérations, ces valeurs s'ajustent et convergent vers la solution exacte.

III-3.b Itérations:

Le maillage, défini dans le paragraphe II-3, est limité par les droites $r = 0$, $r = RL$, $z = H - HL$ et $z = H + HT$ (figure II-1), où RL et HL sont les limites de la région au voisinage du tube d'insertion, là où le champ est vraiment perturbé, et HT est la limite là où le champ est complètement atténué dans le tube. Au départ, nous exécutons le programme pour des valeurs appropriées de RL , HL et HT puis on exécute le programme en augmentant ces valeurs jusqu'à ce que les résultats deviennent insensibles à la variation de ces valeurs. Nous subdivisons les axes r et z par des intervalles Δr et Δz , suffisamment petits pour avoir une bonne précision. Chaque noeud du réseau ainsi obtenu, étant repéré par les indices i et j , nous choisissons un ordre de parcours qui commence par le noeud $i=2$, $j=2$ et finit par le noeud $i=NRL$, $j=NHL+NHT$. A chaque itération nous appliquons la formule de surrelaxation (II-

29) qui peut être exprimée, en raison de (II-8) et (II-29), comme;

$$\begin{aligned} H_{\phi}^{(it+1)}(i, j) = & \alpha [B(i) H_{\phi}^{(it+1)}(i-1, j) + C(i) H_{\phi}^{it}(i+1, j) \\ & + D(i) H_{\phi}^{it}(i, j+1) + E(i) H_{\phi}^{(it+1)}(i, j-1)]/A(i) \\ & + (1 - \alpha) H_{\phi}^{it}(i, j), \end{aligned} \quad (\text{III-9})$$

où α est donné par l'équation (II-39) et

$$A(i) = - \frac{2}{\Delta r^2} - \frac{2}{\Delta z^2} + \omega^2 \mu \epsilon - \frac{1}{((i-1) \Delta r)^2}$$

$$B(i) = \frac{1}{2 (i-1) \Delta r^2} - \frac{1}{\Delta r^2}$$

$$C(i) = - \frac{1}{2 (i-1) \Delta r^2} - \frac{1}{\Delta r^2}$$

$$D(i) = E(i) = - \frac{1}{\Delta z^2}.$$

En raison de (II-13), (II-14), (II-15) et (II-29), nous avons;

sur les surfaces métalliques parallèles à l'axe de r :

$$\begin{aligned} H_{\phi}^{(it+1)}(i, j) = & \alpha \left[-\frac{4}{3} H_{\phi}^{(it+1)}(i, j-1) - \frac{1}{3} H_{\phi}^{(it+1)}(i, j-2) \right] \\ & + (1 - \alpha) H_{\phi}^{it}(i, j), \end{aligned} \quad (\text{III-11})$$

sur les surfaces métalliques parallèles à l'axe de z:

$$H_{\phi}^{(it+1)}(i, j) = (1-\alpha) H_{\phi}^{it}(i, j) + \alpha \left[\frac{4(i-2)}{3(i-1)} H_{\phi}^{(it+1)}(i-1, j) + \frac{(i-3)}{3(i-1)} H_{\phi}^{(it+1)}(i-2, j) \right], \quad (\text{III-12})$$

Pour les autres composantes de champ nous avons, en raison de (I-7), (I-9), (II-4) et (II-6)

$$E_r(i, j) = \frac{j [H_{\phi}(i, j+1) - H_{\phi}(i, j-1)]}{2 \Delta z \epsilon \omega}, \quad (\text{III-13})$$

$$E_z(i, j) = \frac{-j [H_{\phi}(i+1, j) - H_{\phi}(i-1, j)]}{2 \Delta r \epsilon \omega} + \frac{-j H_{\phi}(i, j)}{(i-1) \Delta r \epsilon \omega}. \quad (\text{III-14})$$

En comparant avec la solution analytique, on peut supposer que la composante radiale du champ électrique est nulle sur l'axe de symétrie de la cavité et que la courbe de variation de la composante longitudinale du champ électrique est normale à cette axe. Ceci implique que

$$E_r(1, j) = 0 \quad \text{et} \quad E_z(1, j) \approx E_z(2, j) \quad (\text{III-15})$$

L'organigramme du programme informatique qui calcule la distribution de champ électromagnétique est donné par la figure III-2, répartie sur plusieurs pages.

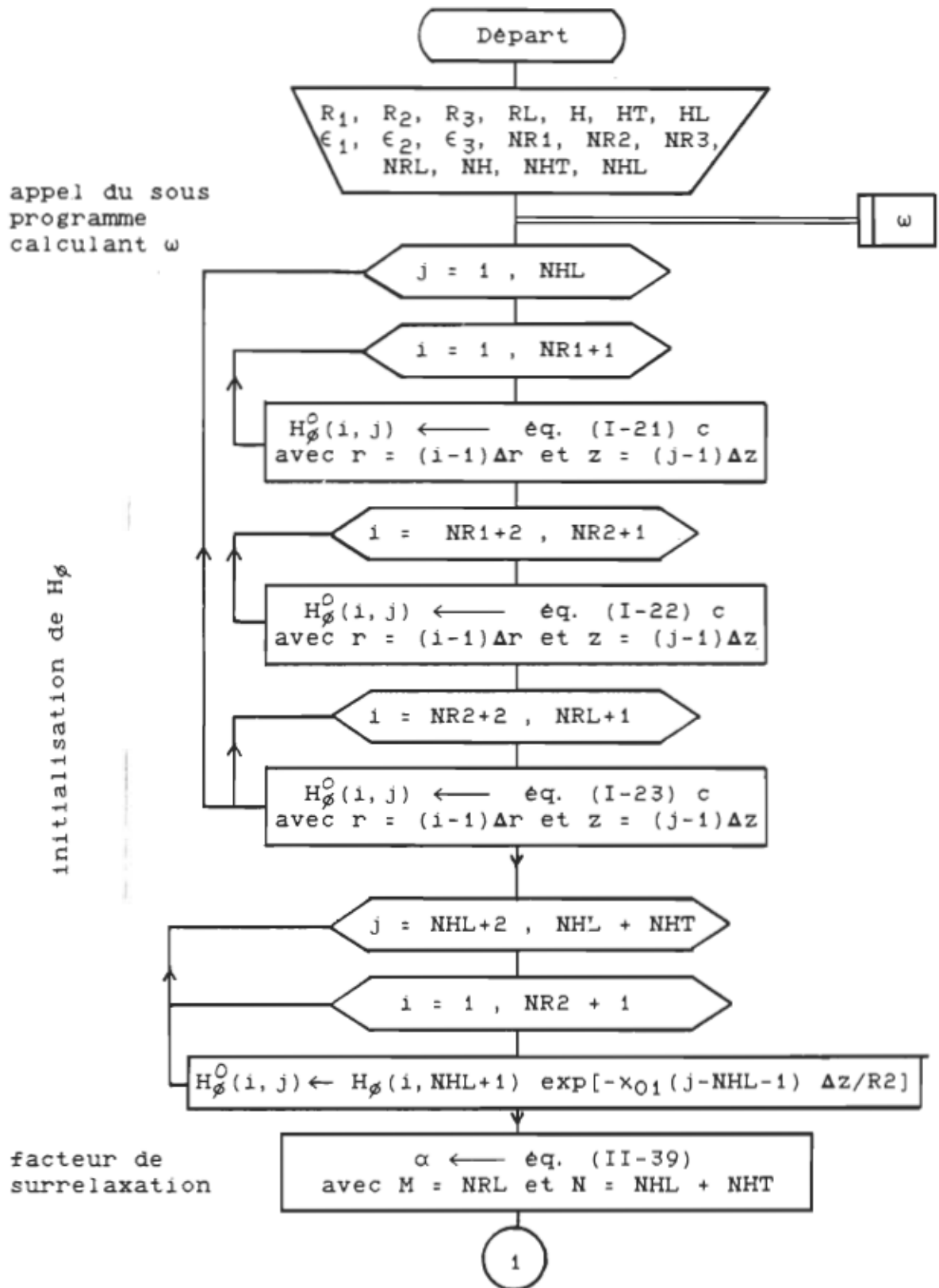
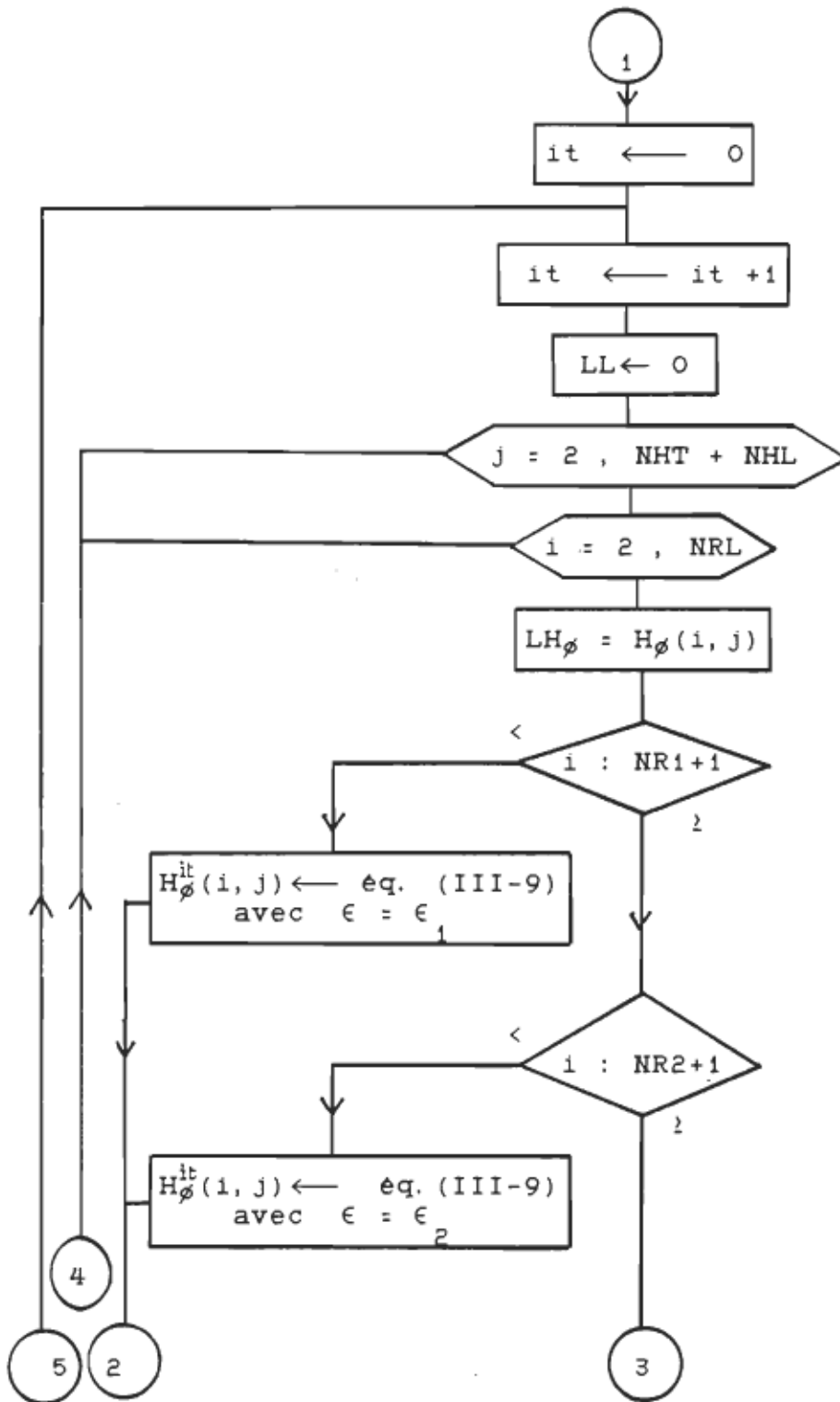


Figure III-2



itérations et calcul de la nouvelle distribution de H_0

Figure III-2 (suite)

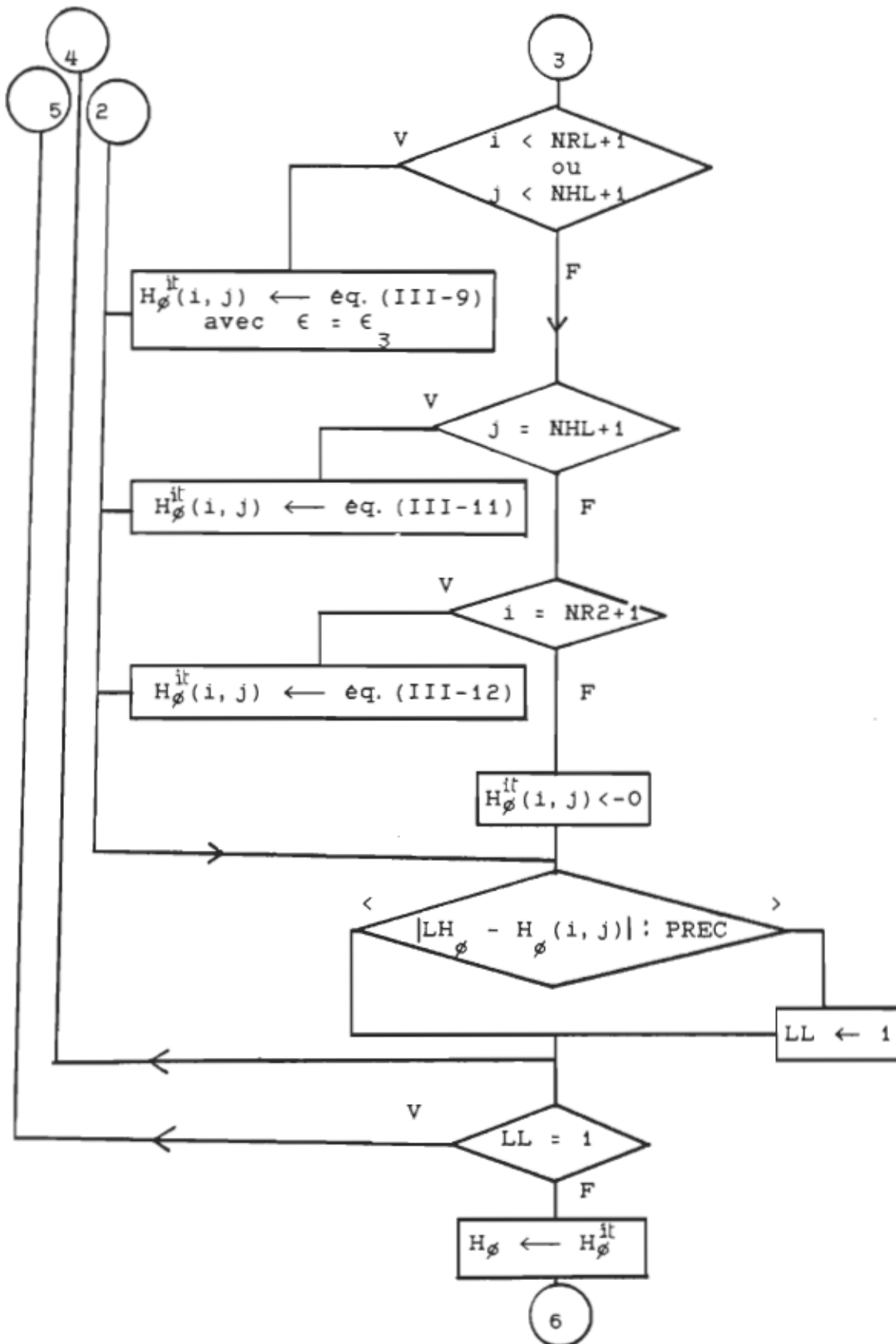
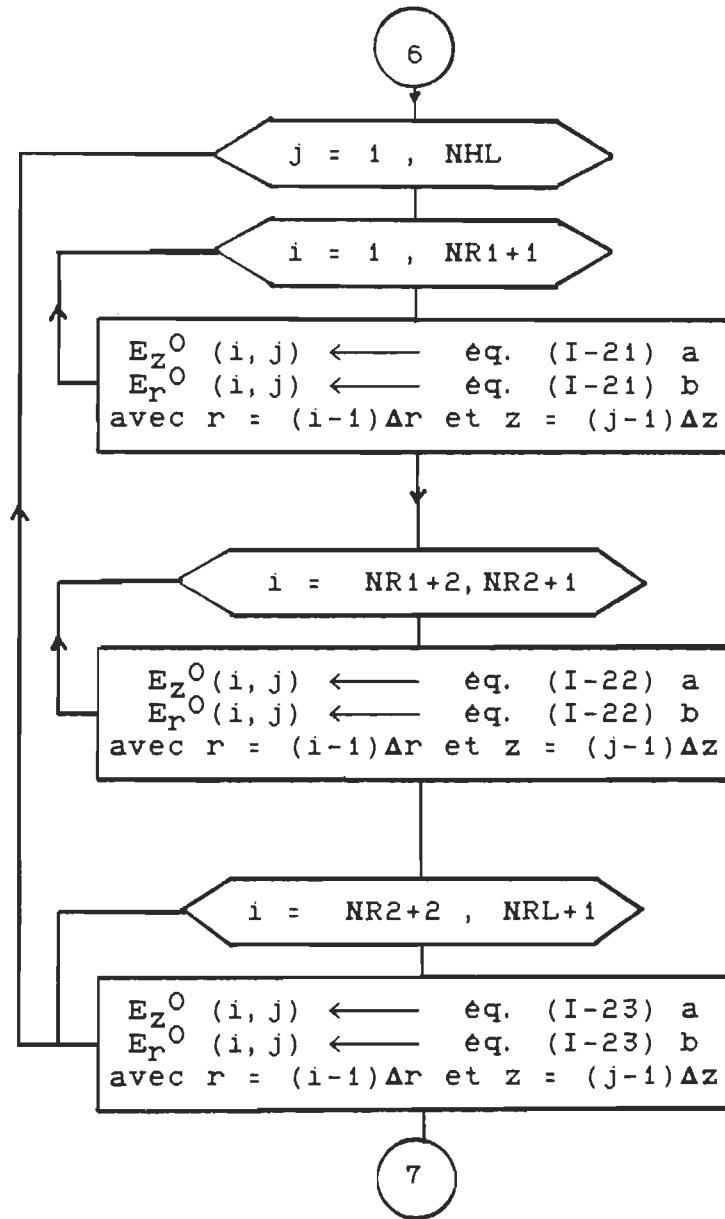
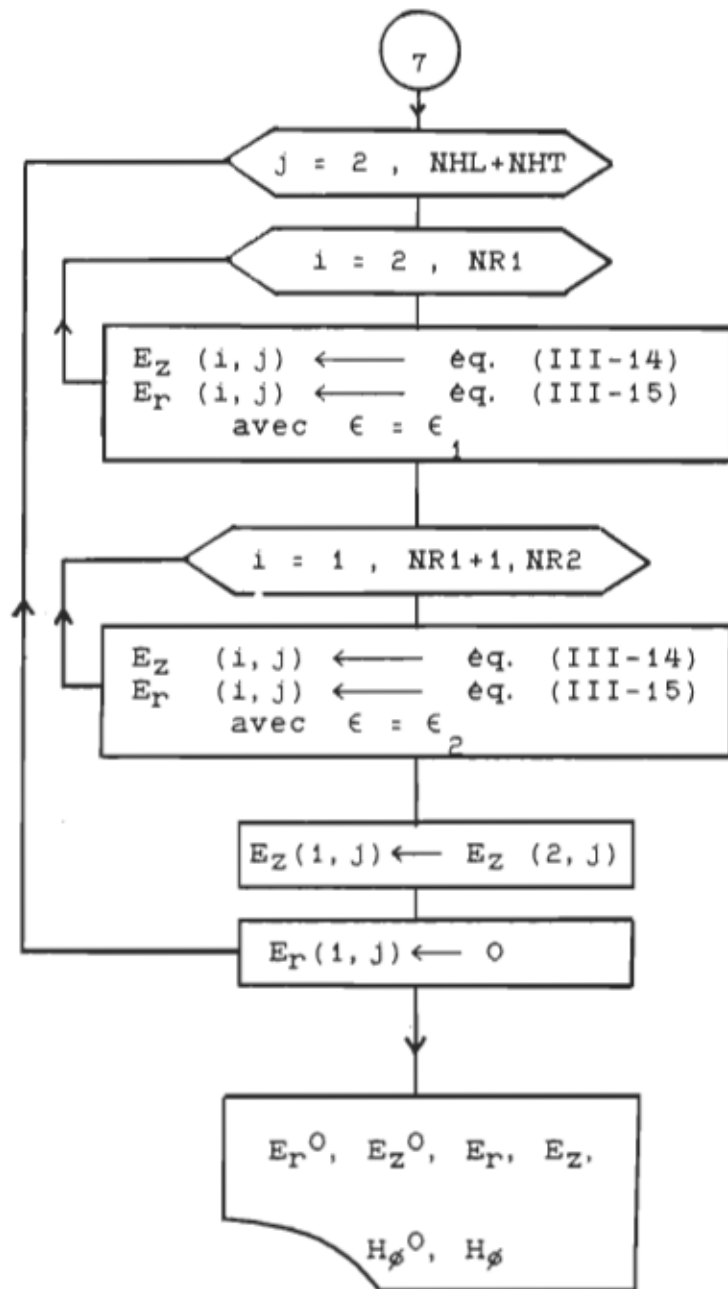


Figure III-2 (suite)



Initialisation de E_r et E_z

Figure III-2 (suite)



calcul de la nouvelle distribution de E_r et E_z

Figure III-2 (suite) Organigramme du programme qui calcule la distribution de champ électromagnétique.

III-4 Calcul numérique de $\delta\omega$

III-4.a Méthode A:

A cause de la symétrie axiale et en tenant compte du fait que H^0_r , H^0_z et E_ϕ sont nulles, nous pouvons écrire l'équation (I-43) sous la forme suivante;

$$\delta\omega = \frac{j \pi}{W} \left\{ \int_0^{R1} r dr [H^0_\phi(z=0) E_r(z=0)] + \int_{R1}^{R2} r dr [H^0_\phi(z=0) E_r(z=0)] \right\} \quad (\text{III-16})$$

où H^0_ϕ , E_r et $\omega = \omega' + \omega''$ sont calculés dans les paragraphes précédents. Nous avons donc tous les paramètres nécessaires pour calculer $\delta\omega$. La méthode du trapèze est utilisée pour calculer l'intégrale. Dans cette méthode, le nombre de discrétisations suivant r peut être égal au nombre de noeuds pris initialement pour faire les itérations. L'organigramme du programme qui calcule $\delta\omega$ avec cette méthode, pour une cavité munie de deux tubes d'insertion, est donné dans la figure III-3.

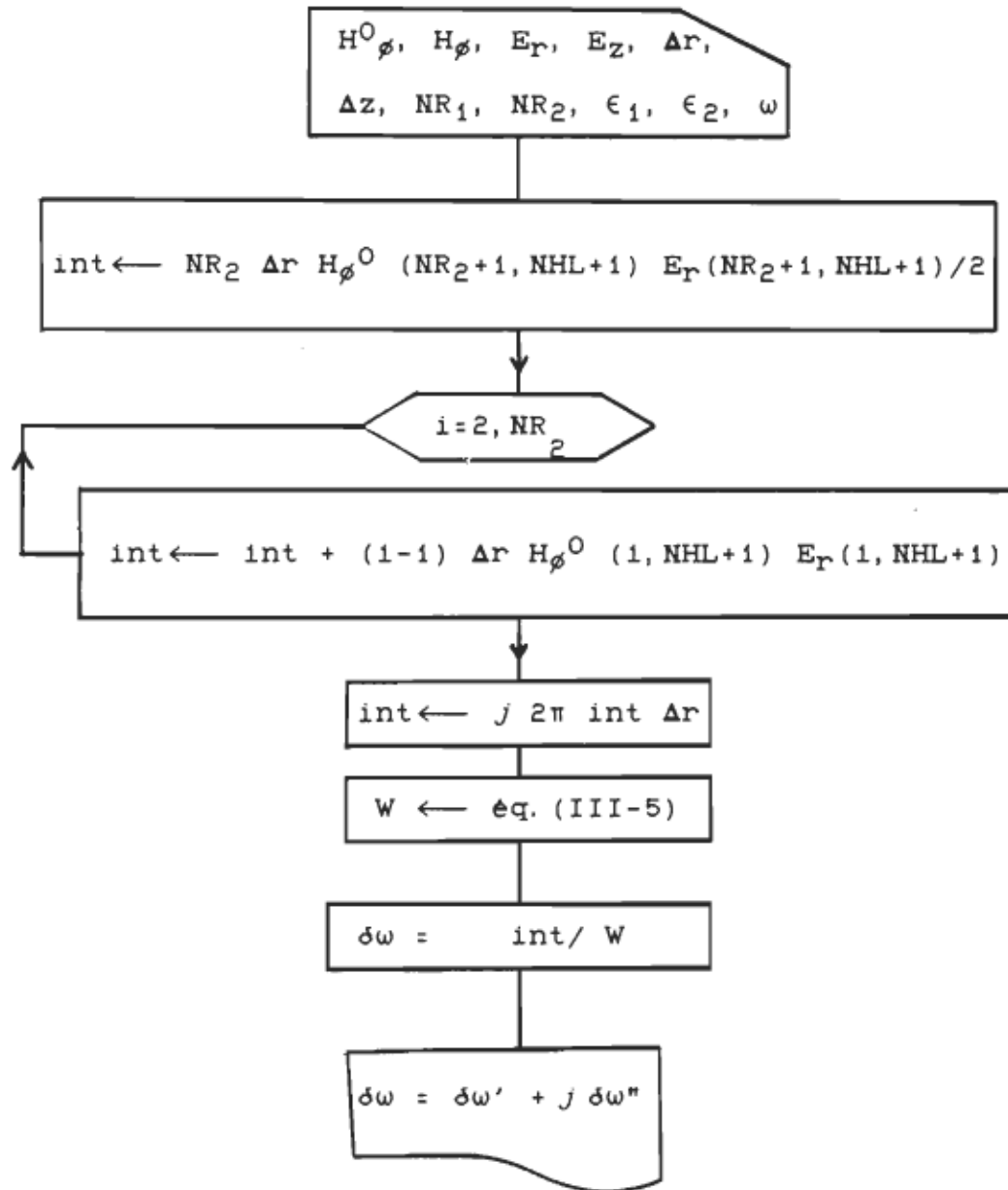


Figure III-3 Organigramme du programme qui calcule $\delta\omega$ (méthode A).

III-4.b Méthode B:

En combinant les équations (I-44) à (I-48) nous obtenons, pour la déviation de la partie réelle de ω :

$$\delta\omega' = \frac{\omega'}{2W} \int_0^{\infty} dz \int_{\Delta S} (\epsilon' E_z E_z^* - \mu_0 H_{\phi} H_{\phi}^*) dS . \quad (\text{III-17})$$

L'intégrale complète représente le travail fait pour déplacer un bouchon métallique de $z = 0$ à $z = \infty$. La distribution du champ change avec la position du bouchon. Il faut calculer, à chaque étape (c'est à dire pour différents z), la distribution du champ et l'intégrale de surface correspondante. La somme de ces intégrales de surface donne l'intégrale complète et la valeur de $\delta\omega'$. Nous avons pris des étapes de cinq discrétisations (i.e., 5 Δz) chacune. Pour augmenter la précision, il faut diminuer ce chiffre, ce qui rend le temps de calcul très long.

Pour calculer la déviation de la partie imaginaire de $\delta\omega$, nous substituons (I-50) et (I-51) dans (I-49), ce qui donne, en tenant compte du fait que les pertes diélectriques sont localisées dans l'échantillon inséré dans le tube,

$$\delta\omega'' = \frac{\pi\omega'}{W} \left\{ \int_{-h}^0 dz \int_0^{R1} |\epsilon_1''| (|E_r|^2 + |E_z|^2 - |E_r^0|^2 - |E_z^0|^2) r \, dr \right. \\ \left. + \int_0^\infty dz \int_0^{R1} |\epsilon_1''| (|E_r|^2 + |E_z|^2) r \, dr. \right\} \quad (\text{III-18})$$

Les organigrammes des programmes qui calculent $\delta\omega'$ et $\delta\omega''$ par la méthode B, pour une cavité munie de deux tubes d'insertion, sont donnés aux figures III-4 et III-5.

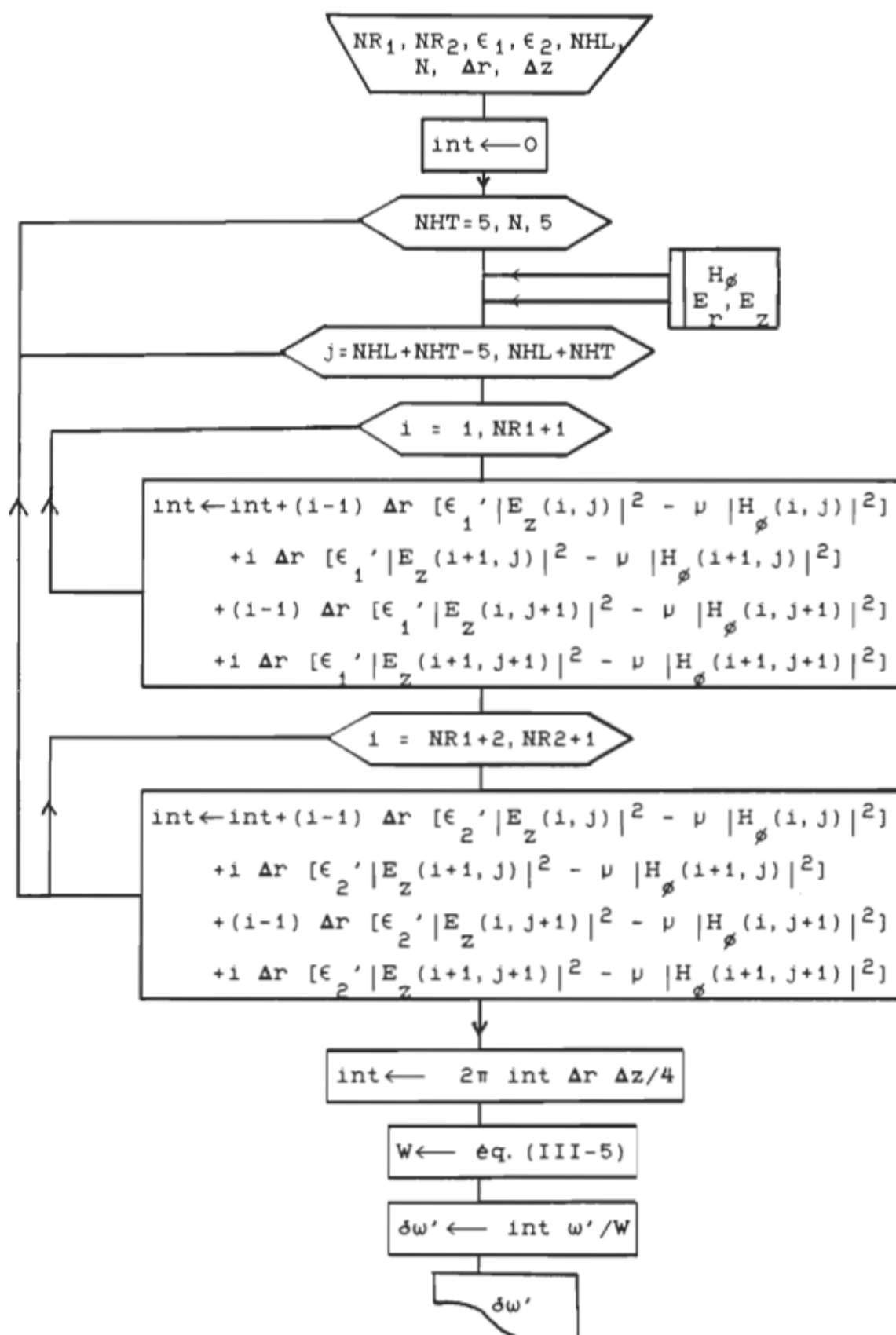


Figure III-4 Organigramme du programme qui calcule $\delta\omega'$ (méthode B)

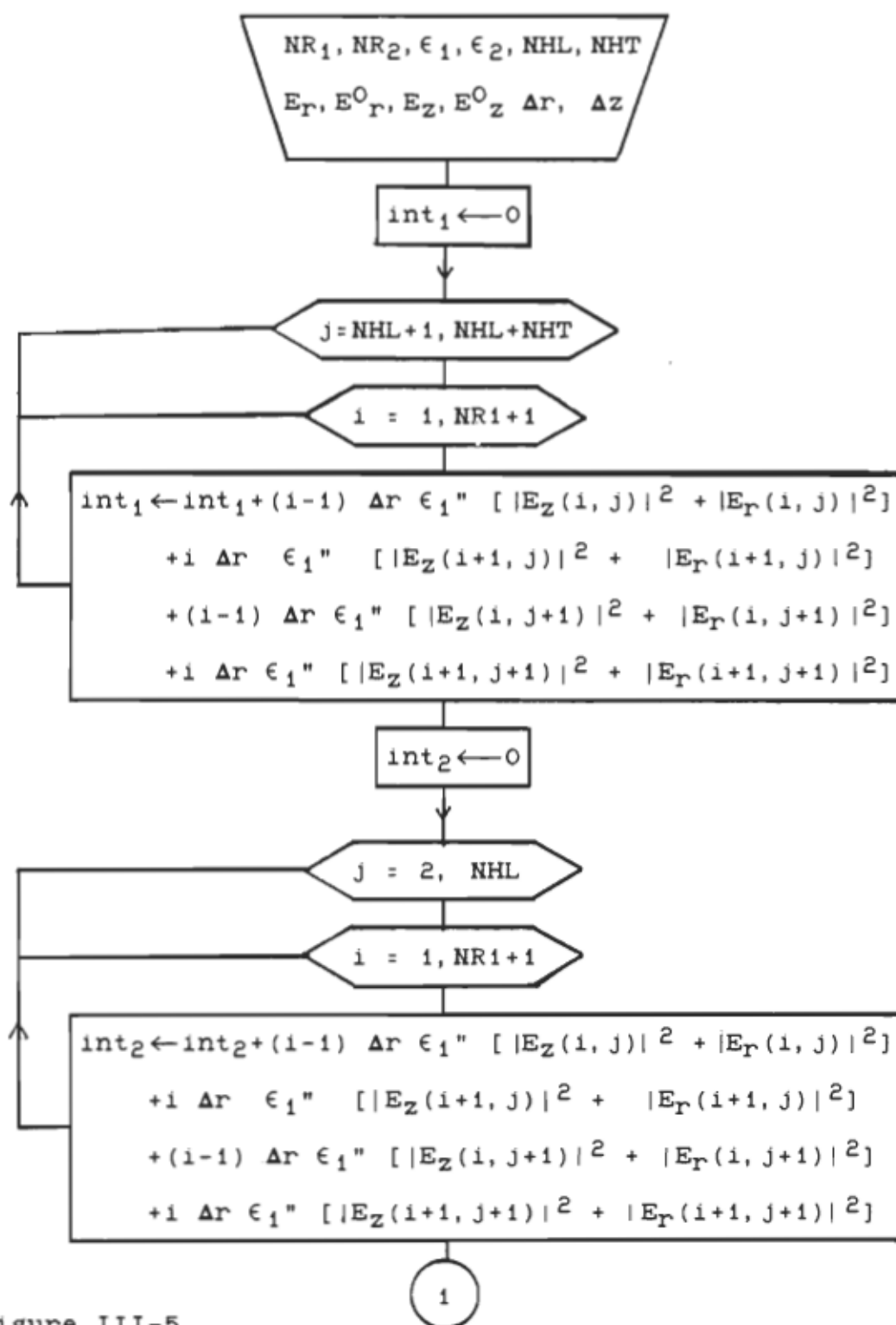


Figure III-5

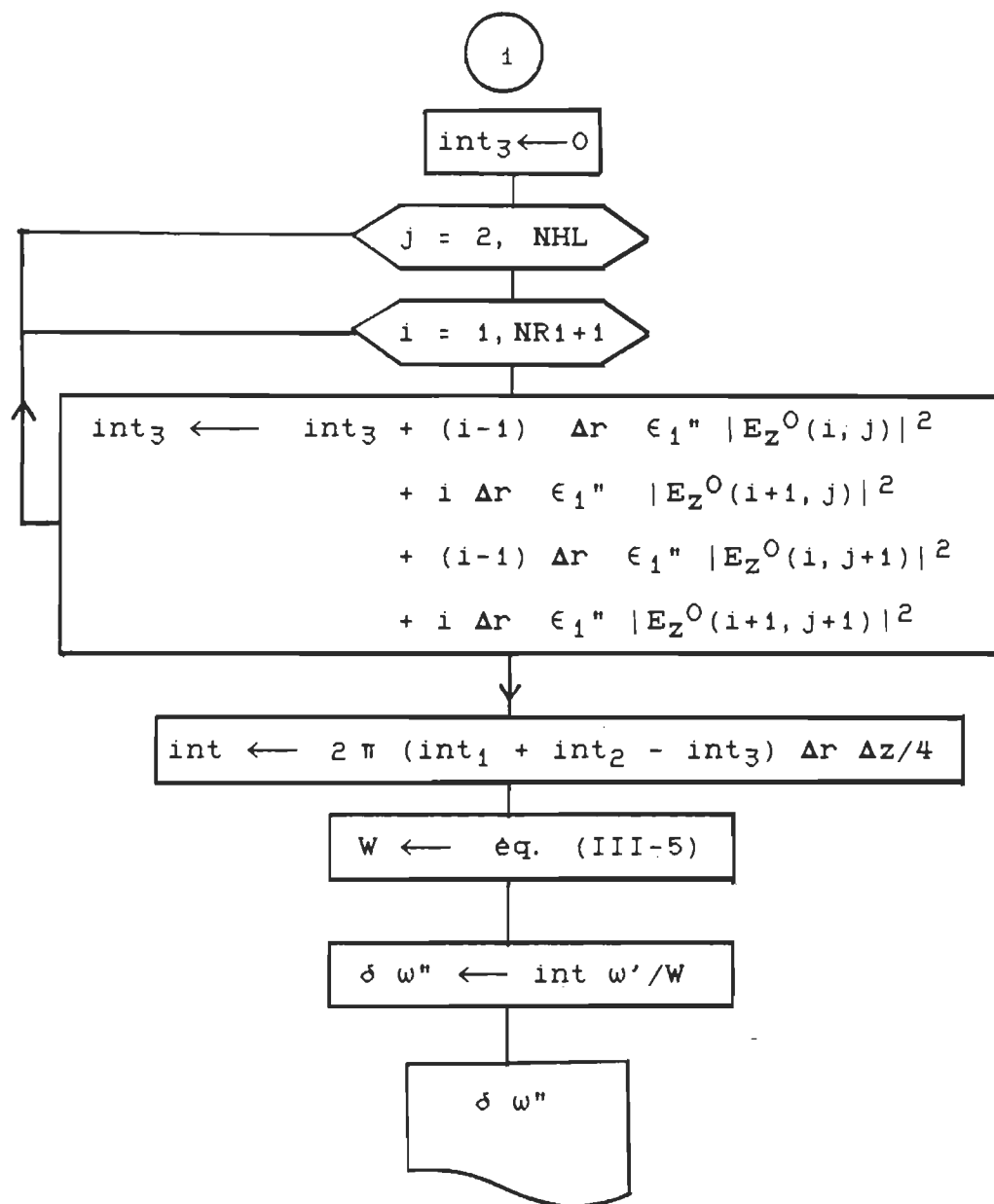


Figure III-5 (suite) Organigramme du programme qui calcule $\delta \omega''$ (méthode B)

CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV-1 Simulation de champ:

Considérons, en premier, le cas d'une cavité vide ou remplie d'un seul diélectrique sans pertes. La solution analytique montre que la composante angulaire du champ magnétique (H_ϕ) varie selon une fonction trigonométrique suivant l'axe z et selon une fonction de Bessel suivant l'axe r , équation (I-17). Après les itérations, on remarque une déviation entre la solution exacte et la solution analytique, figure (IV-2) et figure (IV-3). Cette déviation est importante sur la surface tube-cavité, mais elle devient faible en allant plus loin dans la cavité. On peut conclure que si l'on cherche les amplitudes et les nombres d'ondes des modes dans le tube d'insertion en fonction de la solution analytique sur l'interface tube-cavité, le calcul ne sera pas précis, et le passage d'un seul mode dans le tube à plusieurs modes ne corrigera pas complètement le calcul.

Dans notre travail nous avons considéré une cavité contenant deux diélectriques en plus du vide. Le calcul peut être généralisé facilement pour une cavité avec plusieurs diélectriques. Dans le tube d'insertion, on peut tenir compte du cas où il y a un vide entre les parois internes du tube d'insertion et le tube capillaire diélectrique ($R_2 < R_t$), figure (IV-1).

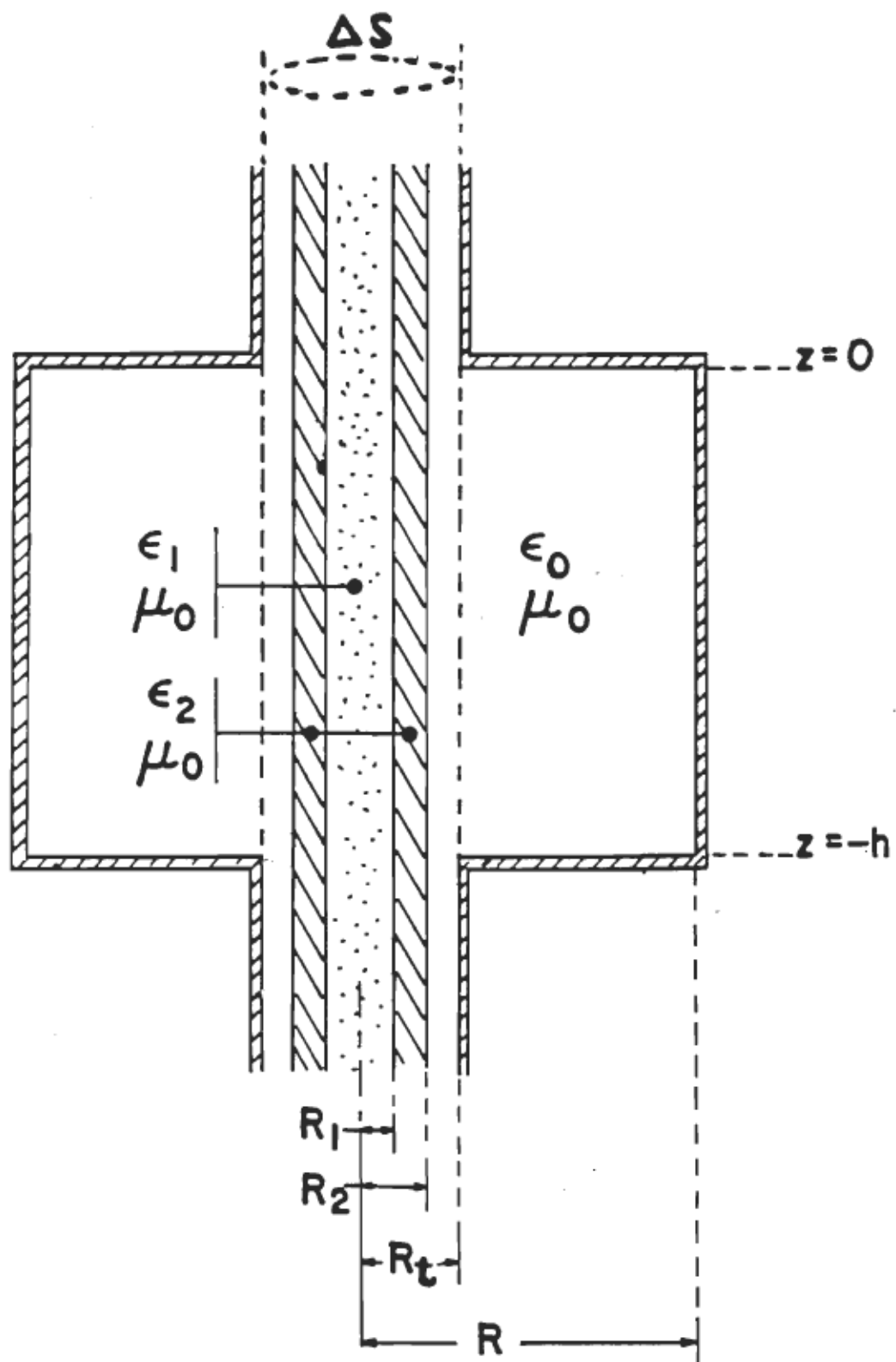


Figure IV-1 Coupe longitudinale de la cavité

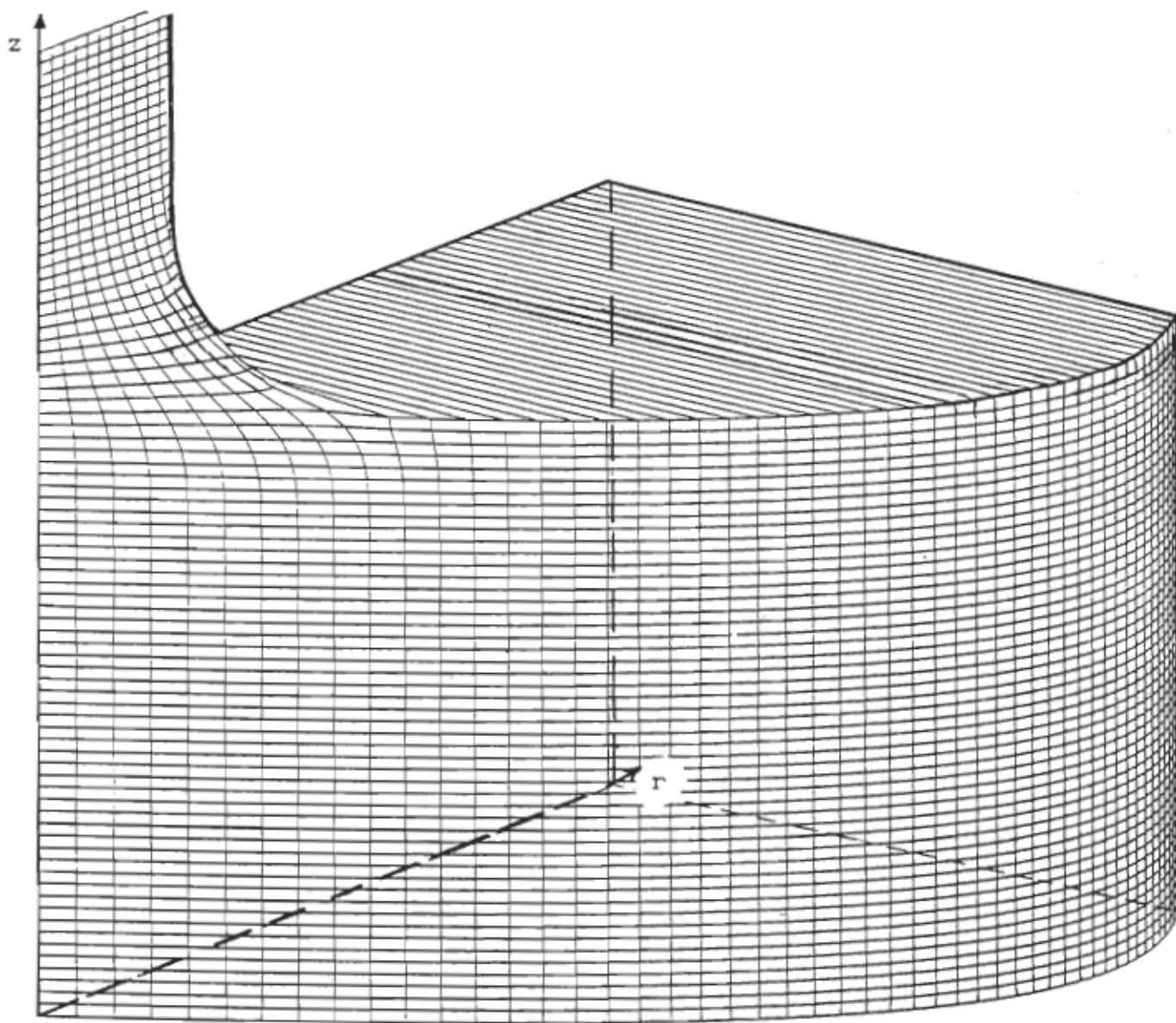


Figure IV-2 Distribution de H_z dans une cavité vide, munie d'un tube d'insertion et vibrant dans le mode fondamental (TM_{010}).

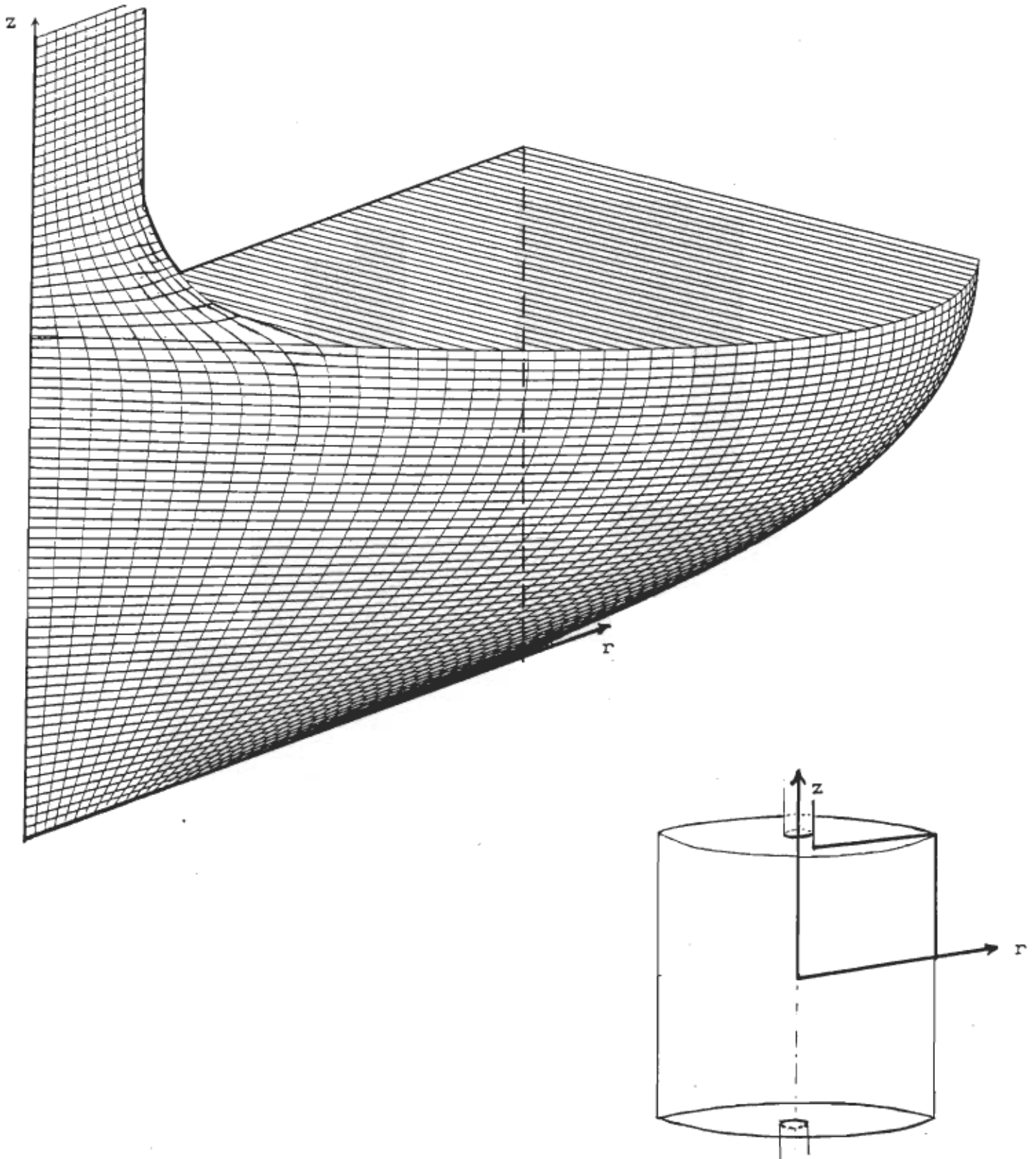


Figure IV-3 Distribution de H_0 dans une cavité vide, munie d'un tube d'insertion et vibrant dans le mode TM_{011} (La restriction à la valeur $q=0$ faite à partir de l'équation (I-25) ne s'applique pas à une cavité vide.)

Dans les tableaux (IV-1), (IV-2), (IV-3), (IV-4), (IV-5) et (IV-6), nous donnons les distributions des champs, sur l'interface tube-cavité, calculées par la solution analytique pour une cavité idéale et par la méthode itérative pour une cavité avec tube. Le calcul est fait pour deux valeurs de ϵ_1 et ϵ_2 , dans une cavité vibrant dans le mode fondamental TM_{010} . On constate qu'il y a une diminution de l'intensité du champ après les itérations. Le champ, qui décroît à peu près exponentiellement dans le tube, est aussi diminué dans la partie de la cavité qui est à proximité du tube.

IV-2 Accélération de la convergence

Dans le tableau (IV-7) nous considérons une cavité de rayon $R = 0.05$ mètre, de hauteur $H = 0.04$ mètre, contenant un échantillon sans pertes diélectriques ($\epsilon_1' = 10$, $\epsilon_1'' = 0$) de rayon $R_1 = 0.001$ mètre et un tube capillaire ($\epsilon_2' = 5$, $\epsilon_2'' = 0$) dont le rayon extérieur est $R_2 = 0.0015$ mètre. Pour des valeurs fixes des limites du maillage, nous calculons la déviation de la fréquence de résonnance donnée par l'équation (I-43). On peut voir, dans ce tableau, l'importance du facteur de surrelaxation α , pour accélérer la convergence. On remarque qu'en appliquant la méthode de surrelaxation, un critère d'arrêt de 10^{-7} est suffisant pour avoir une bonne précision. Tandis que dans la méthode de Gauss-Seidel (pour $\alpha = 1$), ce critère n'est pas suffisant.

(i, j)	solution analytique (cavité idéale)		solution exacte après itérations (cavité avec tube)	
	$H_{\phi}(i, j)$		$H_{\phi}(i, j)$	
	partie réelle	partie imag.	partie réelle	partie imag.
(1, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 0000E+00	. 0000E+00
(2, NHL)	. 2500E-04	. 0000E+00	. 9224E-05	. 0000E+00
(3, NHL)	. 5000E-04	. 0000E+00	. 2765E-04	. 0000E+00
(4, NHL)	. 7500E-04	. 0000E+00	. 4604E-04	. 0000E+00
(5, NHL)	. 1000E-03	. 0000E+00	. 6437E-04	. 0000E+00
(6, NHL)	. 1250E-03	. 0000E+00	. 8262E-04	. 0000E+00
(7, NHL)	. 1500E-03	. 0000E+00	. 1007E-03	. 0000E+00
(8, NHL)	. 1750E-03	. 0000E+00	. 1188E-03	. 0000E+00
(9, NHL)	. 2000E-03	. 0000E+00	. 1367E-03	. 0000E+00
(10, NHL)	. 2250E-03	. 0000E+00	. 1546E-03	. 0000E+00
(11, NHL)	. 2500E-03	. 0000E+00	. 1724E-03	. 0000E+00
(12, NHL)	. 2750E-03	. 0000E+00	. 1901E-03	. 0000E+00
(13, NHL)	. 3000E-03	. 0000E+00	. 2077E-03	. 0000E+00
(14, NHL)	. 3250E-03	. 0000E+00	. 2252E-03	. 0000E+00
(15, NHL)	. 3500E-03	. 0000E+00	. 2427E-03	. 0000E+00
(16, NHL)	. 3749E-03	. 0000E+00	. 2602E-03	. 0000E+00
(17, NHL)	. 3999E-03	. 0000E+00	. 2776E-03	. 0000E+00
(18, NHL)	. 4249E-03	. 0000E+00	. 2950E-03	. 0000E+00
(19, NHL)	. 4499E-03	. 0000E+00	. 3124E-03	. 0000E+00
(20, NHL)	. 4749E-03	. 0000E+00	. 3299E-03	. 0000E+00
(21, NHL)	. 4999E-03	. 0000E+00	. 3476E-03	. 0000E+00
(22, NHL)	. 5248E-03	. 0000E+00	. 3654E-03	. 0000E+00
(23, NHL)	. 5498E-03	. 0000E+00	. 3836E-03	. 0000E+00
(24, NHL)	. 5748E-03	. 0000E+00	. 4023E-03	. 0000E+00
(25, NHL)	. 5998E-03	. 0000E+00	. 4216E-03	. 0000E+00
(26, NHL)	. 6247E-03	. 0000E+00	. 4421E-03	. 0000E+00
(27, NHL)	. 6497E-03	. 0000E+00	. 4642E-03	. 0000E+00
(28, NHL)	. 6746E-03	. 0000E+00	. 4892E-03	. 0000E+00
(29, NHL)	. 6996E-03	. 0000E+00	. 5198E-03	. 0000E+00
(30, NHL)	. 7246E-03	. 0000E+00	. 5644E-03	. 0000E+00
(31, NHL)	. 7495E-03	. 0000E+00	. 6528E-03	. 0000E+00
$\epsilon_1' = 1, \quad \epsilon_1'' = 0 \quad \epsilon_2' = 1, \quad \epsilon_2'' = 0$ $R_1 = .001m \quad R_2=R_t = .0015m \quad R = .05m \quad H = .04m$				

Tableau IV-1 Champ H_{ϕ} pour une cavité idéale et une cavité
avec tube d'insertion (cavité vide)

(i, j)	solution analytique (cavité idéale)		solution exacte après itérations (cavité avec tube)	
	$E_r(i, j)$		$E_r(i, j)$	
	partie réelle	partie imag.	partie réelle	partie imag.
(1, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
(2, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.5605E-12
(3, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1678E-11
(4, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.2791E-11
(5, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.3894E-11
(6, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.5022E-11
(7, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.6141E-11
(8, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.7217E-11
(9, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.8272E-11
(10, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.9334E-11
(11, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1042E-10
(12, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1153E-10
(13, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1266E-10
(14, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1382E-10
(15, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1503E-10
(16, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1627E-10
(17, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1758E-10
(18, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1895E-10
(19, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.2041E-10
(20, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.2199E-10
(21, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.2371E-10
(22, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.2563E-10
(23, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.2780E-10
(24, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.3033E-10
(25, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.3337E-10
(26, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.3714E-10
(27, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.4206E-10
(28, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.4903E-10
(29, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.6000E-10
(30, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.7984E-10
(31, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	-.1233E-09
$\epsilon_1' = 1, \quad \epsilon_1'' = 0 \quad \epsilon_2' = 1, \quad \epsilon_2'' = 0$ $R_1 = .001m \quad R_2=R_t = .0015m \quad R = .05m \quad H = .04m$				

Tableau IV-2 Champ E_r pour une cavité idéale et une cavité avec tube d'insertion (cavité vide)

(i, j)	solution analytique (cavité idéale)		solution exacte après itérations (cavité avec tube)	
	$E_z(i, j)$		$E_z(i, j)$	
	partie réelle	partie imag.	partie réelle	partie imag.
(1, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.1923E-10
(2, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.3197E-10
(3, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.4471E-10
(4, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.4675E-10
(5, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.4769E-10
(6, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.4815E-10
(7, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.4836E-10
(8, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.4848E-10
(9, NHL)	.0000E+00	-.6935E-10	.0000E+00	-.4854E-10
(10, NHL)	.0000E+00	-.6934E-10	.0000E+00	-.4855E-10
(11, NHL)	.0000E+00	-.6934E-10	.0000E+00	-.4852E-10
(12, NHL)	.0000E+00	-.6934E-10	.0000E+00	-.4846E-10
(13, NHL)	.0000E+00	-.6934E-10	.0000E+00	-.4840E-10
(14, NHL)	.0000E+00	-.6934E-10	.0000E+00	-.4833E-10
(15, NHL)	.0000E+00	-.6933E-10	.0000E+00	-.4827E-10
(16, NHL)	.0000E+00	-.6933E-10	.0000E+00	-.4822E-10
(17, NHL)	.0000E+00	-.6933E-10	.0000E+00	-.4820E-10
(18, NHL)	.0000E+00	-.6932E-10	.0000E+00	-.4823E-10
(19, NHL)	.0000E+00	-.6932E-10	.0000E+00	-.4831E-10
(20, NHL)	.0000E+00	-.6932E-10	.0000E+00	-.4846E-10
(21, NHL)	.0000E+00	-.6931E-10	.0000E+00	-.4871E-10
(22, NHL)	.0000E+00	-.6931E-10	.0000E+00	-.4912E-10
(23, NHL)	.0000E+00	-.6930E-10	.0000E+00	-.4975E-10
(24, NHL)	.0000E+00	-.6930E-10	.0000E+00	-.5066E-10
(25, NHL)	.0000E+00	-.6930E-10	.0000E+00	-.5197E-10
(26, NHL)	.0000E+00	-.6929E-10	.0000E+00	-.5402E-10
(27, NHL)	.0000E+00	-.6929E-10	.0000E+00	-.5745E-10
(28, NHL)	.0000E+00	-.6928E-10	.0000E+00	-.6374E-10
(29, NHL)	.0000E+00	-.6927E-10	.0000E+00	-.7789E-10
(30, NHL)	.0000E+00	-.6927E-10	.0000E+00	-.1192E-09
(31, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
$\epsilon_1' = 1, \quad \epsilon_1'' = 0 \quad \epsilon_2' = 1, \quad \epsilon_2'' = 0$ $R_1 = .001m \quad R_2=R_t = .0015m \quad R = .05m \quad H = .04m$				

Tableau IV-3 Champ E_z pour une cavité idéale et une cavité
avec tube d'insertion (cavité vide)

(i, j)	solution analytique (cavité idéale)		solution exacte après itérations (cavité avec tube)	
	$H_{\phi}(i, j)$		$H_{\phi}(i, j)$	
	partie réelle	partie imag.	partie réelle	partie imag.
(1, NHL)	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.0000E+00
(2, NHL)	.2500E-03	-.1500E-03	.1684E-03	-.1105E-03
(3, NHL)	.5000E-03	-.3000E-03	.3368E-03	-.2210E-03
(4, NHL)	.7500E-03	-.4499E-03	.5055E-03	-.3317E-03
(5, NHL)	.9999E-03	-.5999E-03	.6744E-03	-.4425E-03
(6, NHL)	.1250E-02	-.7497E-03	.8438E-03	-.5537E-03
(7, NHL)	.1500E-02	-.8995E-03	.1014E-02	-.6652E-03
(8, NHL)	.1750E-02	-.1049E-02	.1184E-02	-.7771E-03
(9, NHL)	.1999E-02	-.1199E-02	.1355E-02	-.8895E-03
(10, NHL)	.2249E-02	-.1348E-02	.1528E-02	-.1003E-02
(11, NHL)	.2499E-02	-.1498E-02	.1701E-02	-.1116E-02
(12, NHL)	.2748E-02	-.1647E-02	.1876E-02	-.1231E-02
(13, NHL)	.2998E-02	-.1796E-02	.2052E-02	-.1346E-02
(14, NHL)	.3247E-02	-.1945E-02	.2229E-02	-.1463E-02
(15, NHL)	.3497E-02	-.2094E-02	.2409E-02	-.1581E-02
(16, NHL)	.3746E-02	-.2243E-02	.2591E-02	-.1700E-02
(17, NHL)	.3995E-02	-.2391E-02	.2776E-02	-.1821E-02
(18, NHL)	.4244E-02	-.2540E-02	.2965E-02	-.1944E-02
(19, NHL)	.4493E-02	-.2688E-02	.3157E-02	-.2068E-02
(20, NHL)	.4742E-02	-.2836E-02	.3353E-02	-.2196E-02
(21, NHL)	.4991E-02	-.2983E-02	.3555E-02	-.2326E-02
(22, NHL)	.4984E-02	-.2840E-02	.3565E-02	-.2222E-02
(23, NHL)	.4988E-02	-.2710E-02	.3591E-02	-.2131E-02
(24, NHL)	.5001E-02	-.2591E-02	.3632E-02	-.2052E-02
(25, NHL)	.5024E-02	-.2482E-02	.3689E-02	-.1985E-02
(26, NHL)	.5054E-02	-.2382E-02	.3763E-02	-.1928E-02
(27, NHL)	.5090E-02	-.2289E-02	.3858E-02	-.1882E-02
(28, NHL)	.5133E-02	-.2203E-02	.3982E-02	-.1847E-02
(29, NHL)	.5180E-02	-.2123E-02	.4155E-02	-.1826E-02
(30, NHL)	.5233E-02	-.2049E-02	.4434E-02	-.1831E-02
(31, NHL)	.5289E-02	-.1979E-02	.5023E-02	-.1899E-02
$\epsilon_1' = 10, \quad \epsilon_1'' = -6 \quad \epsilon_2' = 4.75, \quad \epsilon_2'' = 0$ $R_1 = .001m \quad R_2 = R_t = .0015m \quad R = .05m \quad H = .04m$				

Tableau IV-4 Champ H_{ϕ} pour une cavité idéale et une cavité avec tube d'insertion (cavité avec diélectrique)

(i, j)	solution analytique (cavité idéale)		solution exacte après itérations (cavité avec tube)	
	$E_r(i, j)$		$E_r(i, j)$	
	partie réelle	partie imag.	partie réelle	partie imag.
(1, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 0000E+00	. 0000E+00
(2, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 5861E-13	-. 7882E-12
(3, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 1176E-12	-. 1579E-11
(4, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 1775E-12	-. 2373E-11
(5, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 2388E-12	-. 3175E-11
(6, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 3020E-12	-. 3986E-11
(7, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 3676E-12	-. 4809E-11
(8, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 4363E-12	-. 5648E-11
(9, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 5086E-12	-. 6504E-11
(10, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 5854E-12	-. 7383E-11
(11, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 6674E-12	-. 8289E-11
(12, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 7557E-12	-. 9226E-11
(13, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 8515E-12	-. 1020E-10
(14, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 9560E-12	-. 1122E-10
(15, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 1071E-11	-. 1229E-10
(16, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 1199E-11	-. 1342E-10
(17, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 1341E-11	-. 1463E-10
(18, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 1502E-11	-. 1593E-10
(19, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 1686E-11	-. 1734E-10
(20, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 1897E-11	-. 1889E-10
(21, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 2144E-11	-. 2062E-10
(22, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 2016E-10	-. 4659E-10
(23, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 1910E-10	-. 4780E-10
(24, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 1831E-10	-. 4981E-10
(25, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 1779E-10	-. 5278E-10
(26, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 1758E-10	-. 5703E-10
(27, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 1776E-10	-. 6317E-10
(28, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 1853E-10	-. 7244E-10
(29, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 2037E-10	-. 8769E-10
(30, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 2455E-10	-. 1162E-09
(31, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	-. 3485E-10	-. 1797E-09
$\epsilon_1' = 10, \quad \epsilon_1'' = -6 \quad \epsilon_2' = 4.75, \quad \epsilon_2'' = 0$ $R_1 = .001m \quad R_2 = R_t = .0015m \quad R = .05m \quad H = .04m$				

Tableau IV-5 Champ E_r pour une cavité idéale et une cavité
avec tube d'insertion (cavité avec diélectrique)

(i, j)	solution analytique (cavité idéale)		solution exacte après itérations (cavité avec tube)	
	$E_z(i, j)$		$E_z(i, j)$	
	partie réelle	partie imag.	partie réelle	partie imag.
(1, NHL)	-. 3336E-12	-. 7008E-10	-. 2179E-11	-. 4836E-10
(2, NHL)	-. 3336E-12	-. 7008E-10	-. 2179E-11	-. 4836E-10
(3, NHL)	-. 3319E-12	-. 7007E-10	-. 2181E-11	-. 4839E-10
(4, NHL)	-. 3289E-12	-. 7007E-10	-. 2185E-11	-. 4844E-10
(5, NHL)	-. 3248E-12	-. 7006E-10	-. 2189E-11	-. 4850E-10
(6, NHL)	-. 3195E-12	-. 7005E-10	-. 2194E-11	-. 4859E-10
(7, NHL)	-. 3130E-12	-. 7004E-10	-. 2200E-11	-. 4870E-10
(8, NHL)	-. 3053E-12	-. 7003E-10	-. 2207E-11	-. 4884E-10
(9, NHL)	-. 2964E-12	-. 7001E-10	-. 2215E-11	-. 4900E-10
(10, NHL)	-. 2864E-12	-. 7000E-10	-. 2222E-11	-. 4919E-10
(11, NHL)	-. 2752E-12	-. 6998E-10	-. 2231E-11	-. 4941E-10
(12, NHL)	-. 2628E-12	-. 6996E-10	-. 2239E-11	-. 4966E-10
(13, NHL)	-. 2493E-12	-. 6994E-10	-. 2246E-11	-. 4996E-10
(14, NHL)	-. 2345E-12	-. 6991E-10	-. 2253E-11	-. 5030E-10
(15, NHL)	-. 2186E-12	-. 6988E-10	-. 2258E-11	-. 5069E-10
(16, NHL)	-. 2015E-12	-. 6985E-10	-. 2260E-11	-. 5114E-10
(17, NHL)	-. 1833E-12	-. 6982E-10	-. 2258E-11	-. 5167E-10
(18, NHL)	-. 1639E-12	-. 6979E-10	-. 2252E-11	-. 5227E-10
(19, NHL)	-. 1433E-12	-. 6976E-10	-. 2237E-11	-. 5298E-10
(20, NHL)	-. 1216E-12	-. 6972E-10	-. 2212E-11	-. 5382E-10
(21, NHL)	-. 5320E-13	-. 6964E-10	-. 2455E-11	-. 5461E-10
(22, NHL)	. 1515E-13	-. 6956E-10	-. 2697E-11	-. 5540E-10
(23, NHL)	. 2150E-13	-. 6954E-10	-. 3888E-11	-. 5801E-10
(24, NHL)	. 3003E-13	-. 6951E-10	-. 5090E-11	-. 6100E-10
(25, NHL)	. 4006E-13	-. 6948E-10	-. 6374E-11	-. 6462E-10
(26, NHL)	. 5113E-13	-. 6944E-10	-. 7849E-11	-. 6934E-10
(27, NHL)	. 6290E-13	-. 6941E-10	-. 9713E-11	-. 7610E-10
(28, NHL)	. 7510E-13	-. 6937E-10	-. 1244E-10	-. 8727E-10
(29, NHL)	. 8757E-13	-. 6933E-10	-. 1749E-10	-. 1103E-09
(30, NHL)	. 1002E-12	-. 6930E-10	-. 3018E-10	-. 1730E-09
(31, NHL)	. 0000E+00	. 0000E+00	. 0000E+00	. 0000E+00
$\epsilon_1' = 10, \quad \epsilon_1'' = -6 \quad \epsilon_2' = 4.75, \quad \epsilon_2'' = 0$ $R_1 = .001m \quad R_2=R_t = .0015m \quad R = .05m \quad H = .04m$				

Tableau IV-6 Champ E_z pour une cavité idéale et une cavité
avec tube d'insertion (cavité avec diélectrique)

PREC	α	$\delta\omega$	nombre d'iterations
10^{-5}	1.86	3.34 10^6	14
	1	3.32 10^6	23
10^{-6}	1.86	3.45 10^6	40
	1	3.41 10^6	73
10^{-7}	1.86	3.48 10^6	83
	1	3.43 10^6	150
10^{-8}	1.86	3.48 10^6	97
	1	3.47 10^6	735
<p> $R_1 = .001$ mètre $R_2 = .0015$ mètre $R_3 = .05$ mètre $H = .04$ mètre $\epsilon'_1 = 10$ $\epsilon''_1 = 0$ $\epsilon'_2 = 4.75$ $\epsilon''_2 = 0$ $\omega' = 14268.45 \cdot 10^6$ $\omega'' = 0$ </p>			

Tableau IV-7 Influence du facteur de surrelaxation sur la convergence

NRL	NHL	NHT	$\delta\omega$
33	18	38	$3.67 \cdot 10^6$
35	20	40	$3.62 \cdot 10^6$
35	25	50	$3.59 \cdot 10^6$
40	30	55	$3.55 \cdot 10^6$
50	40	60	$3.51 \cdot 10^6$
55	45	65	$3.48 \cdot 10^6$
60	50	70	$3.48 \cdot 10^6$
$R_1 = .001 \text{ mètre}$ $R_2 = .0015 \text{ mètre}$ $R_3 = .05 \text{ mètre}$ $H = .04 \text{ mètre}$ $\epsilon'_1 = 10$ $\epsilon''_1 = 0$ $\epsilon'_2 = 4.75$ $\epsilon''_2 = 0$ $\omega' = 14268.45 \cdot 10^6$ $\omega'' = 0$			

Tableau IV-8: Variation de la déviation de la fréquence de résonnance avec les limites du maillage.

IV-3 Choix des limites du maillage

Dans le tableau (IV-8), nous donnons au départ des valeurs appropriées à NRL, NHL et NHT. Puis nous augmentons ces valeurs progressivement. A un moment donné, les résultats se stabilisent, et $\delta\omega$ demeure insensible à la variation de ces valeurs. Nous concluons que la perturbation du champ est négligeable au delà de ces limites.

IV-4 Déviatiôn de la fréquence complexe

Si l'échantillon diélectrique, inséré dans le tube, possède des pertes diélectriques, la fréquence de résonnance est une quantité complexe. La partie imaginaire de cette fréquence est inversement proportionnelle au facteur de qualité de la cavité $\omega = \omega'(1 + j/2Q)$. Dans les travaux antérieurs, traitant ce sujet [5], [6], [7] et [14], on suppose que la présence du tube d'insertion provoque une perte additionnelle dans la cavité munie d'un tube. Ceci implique une diminution du facteur de qualité de la cavité, donc une augmentation de la partie imaginaire de la fréquence de résonnance complexe. Dans notre travail, nous constatons que la partie imaginaire de la fréquence de résonnance diminue avec la présence du tube d'insertion. Ces résultats semblent, à première vue, surprenants. Mais, puisque le champ est diminué dans la cavité au voisinage du

tube, il est fort possible que cette diminution compense la perte dans le tube. Nous présentons dans les tableaux (IV-9), (IV-10) des résultats que nous avons obtenus avec les deux méthodes A et B. Les deux méthodes donnent des valeurs négatives pour $\delta\omega''$. Les résultats obtenus par la méthode B pour la partie imaginaire ne sont pas très stables, du fait que le domaine d'intégration est très grand. Quantitativement, les deux méthodes ne donnent pas exactement les mêmes résultats. Cette différence vient d'une instabilité numérique inévitable durant le calcul. D'un point de vue qualitatif, les résultats paraissent intéressants, car ils mettent en doute plusieurs travaux qui indiquaient que $\delta\omega''$ est normalement positif [7], [14].

Pour conclure, nous croyons que notre méthode de détermination des champs dans une cavité avec tube d'insertion a une bonne précision. Nous avons montré l'importance d'un choix approprié du facteur de surrelaxation pour accélérer la convergence. Nous avons montré également l'importance d'inclure une région de la cavité suffisamment grande, telle que la variation des champs à l'extérieur de cette région soit négligable. Les résultats sur la variation des parties réelle et imaginaire de la fréquence de résonance sont moins précis que les valeurs des champs, étant sensibles aux instabilités numériques. Par l'utilisation d'algorithmes plus précis, nous espérons être en mesure de continuer à améliorer ces résultats.

					méthode A		méthode B	
ϵ_1	ϵ_1''	ϵ_2'	ω'	ω''	$\delta\omega'$	$\delta\omega''$	$\delta\omega'$	$\delta\omega''$
1.5	-.001	1	14413.16 10^6	10719.59	5.53 10^5	-440.12	4.41 10^5	-374.38
5	-1	2	14362.22 10^6	109.52 10^5	2.07 10^6	-6.06 10^5	1.78 10^6	-8.53 10^5
8	-4	4	14301.89 10^6	44.83 10^6	2.75 10^6	-2.11 10^5	1.98 10^6	-6.98 10^5
10	-6	4.75	14269.38 10^6	68.08 10^6	3.32 10^6	-3.30 10^6	2.87 10^6	-5.78 10^6
$R_1 = .001 \text{ m}$ $R_2 = R_t = .0015 \text{ m}$ $R = .05 \text{ m}$ $H = .04 \text{ m}$								

Tableau IV-9 Variation des parties réelle et imaginaire de la fréquence de résonance, obtenue par les deux méthodes.

					méthode A		méthode B	
ϵ_1	ϵ_1''	ϵ_2'	ω'	ω''	$\delta\omega'$	$\delta\omega''$	$\delta\omega'$	$\delta\omega''$
1.5	-.001	1	14417.63 10^6	2676.41	1.26 10^5	-68.58	0.87 10^5	-73.87
5	-1	2	14400.16 10^6	27.01 10^5	3.73 10^6	-0.85 10^5	2.59 10^6	-1.56 10^5
8	-4	4	14375.78 10^6	10.39 10^6	5.32 10^5	-2.97 10^5	3.96 10^6	-4.69 10^5
10	-6	4.75	14364.20 10^6	16.50 10^6	6.39 10^6	-4.59 10^5	5.76 10^6	-8.65 10^5
$R_1 = .0005\text{m}$ $R_2 = R_t = .001\text{ m}$ $R = .05\text{ m}$ $H = .04\text{ m}$								

Tableau IV-10 Variation des parties réelle et imaginaire de la fréquence de résonnance, obtenue par les deux méthodes.

ANNEXE

Nous donnons dans cette annexe le programme informatique qui calcule la distribution du champ électromagnétique et la déviation de la fréquence de résonnance (méthode A). Ce programme utilise des sous-routines de la librairie I.M.S.L. (International Mathematical Statistical Library), pour calculer les fonctions de Bessel et de Neumann.

```

PROGRAM CAVRES(INPUT,OUTPUT)
IMPLICIT COMPLEX(C)
DIMENSION CHFI(100,100),CER(100,100),CEZ(100,100)
*      ,CEP(100),A(100),B(100),C(100),CKK(100),CENR(100)
*      ,CENR1(100)
EXTERNAL CFF,CDFF,CYN,F1,FF1,CY0
COMMON/BC1/PI,VLUM,EULER
*      /BC2/R1,R2,R,H
*      /BC4/CE1,CE2
*      /BCF/CZ
DATA PI,XI01,VLUM,EULER/3.1415926535898,2.4048255577,
*2.99792458E8,0.57721566490153/
C
C.....LECTUR DES DONNES
C
      READ*,CE1,CE2,PERC,NRL,NHL,R1,R2,R,H,NR1,NR2,NHT,NR,NH
      CI=(0.,1.)
      DLTR=R/NR
      DLTZ=H/(2*NH)
C
C.....FACTEUR DE SURRELAXATION
C
      AL1=COS(PI/(NHL+NHT))+COS(PI/NRL)
      ALPHA=1+((AL1/2.)/(1+SQRT(1-(AL1**2)/4.)))*2

```

```

C
C.....IMPRETION DES DONNES
C
      PRINT*,ALPHA
      PRINT*, ' CE1 = ',CE1
      PRINT*, ' CE2 = ',CE2
      PRINT*, ' R1 = ',R1,' METRES'
      PRINT*, ' R2 = ',R2,' METRES'
      PRINT*, ' RC = ',R,' METRES'
      PRINT*, ' H = ',H,' METRES'
      PRINT*, '*****'
C
C.....FREQUENCE DE RESONNANCE
C
      WVID=VLUM*XI01/R
      CWAP=WVID
      CALL ZERO(CFF,CDFF,CWAP,CW,1.E-7)
      PRINT*, ' '
      PRINT*, 'FREQUENCE DE RES. : ',CW
      PRINT*, ' '
C
C.....INITIALISATION DU CHAMP DANS LA CAVITE
C
      CK1=CW*CSQRT(CE1)/VLUM
      CK2=CW*CSQRT(CE2)/VLUM
      CK=CW/VLUM
      CALL COF(CE1,CE2,CW,COB,COC,COD,COE)
C
      DO 10 I=1,NR1+1
      CALL JN(CK1*(I-1)*DLTR,CJ01,CJ11)
10    CHFI(I,1)=(CE1/CK1)*CJ11
C
      DO 20 I=NR1+2,NR2+1
      CALL JN(CK2*(I-1)*DLTR,CJ02,CJ12)
      CY12=CYN(CK2*(I-1)*DLTR,1,CJ12)
20    CHFI(I,1)=(CE2/CK2)*(COB*CJ12+COC*CY12)
C
      DO 30 I=NR2+2,NRL+1
      CALL JN(CK*(I-1)*DLTR,CJ03,CJ13)
      CY13=CYN(CK*(I-1)*DLTR,1,CJ13)
30    CHFI(I,1)=(1/CK)*(COD*CJ13+COE*CY13)
C
      DO 40 I=1,NRL+1
      DO 40 J=1,NHL+1
40    CHFI(I,J)=CHFI(I,1)
C
C.....INITIALISATION DU CHAMP DANS LE TUBE D INSERTION
C
      DO 50 J=NHL+2,NHL+NHT
      DO 50 I=1,NR2+1
50    CHFI(I,J)=CHFI(I,NHL+1)*EXP(-XI01*(J-NHL-1)*DLTZ/R2)

```

```

C
C.....CALCUL DES COEFICIENTS ET PREPARATION POUR LES ITERATIONS
C
    DO 51 I=2,NRL+1
    A(I)=4+1/(I-1)**2
    B(I)=1-1/(2*(I-1))
    C(I)=1+1/(2*(I-1))
    IF(I.LE.NR1+1) THEN
        CEP(I)=CE1
        CKK(I)=(CK1*DLTR)**2
    ELSE IF(I.LE.NR2+1) THEN
        CEP(I)=CE2
        CKK(I)=(CK2*DLTR)**2
    ELSE
        CEP(I)=1
        CKK(I)=(CK*DLTR)**2
    END IF
51 CONTINUE
    CEP(1)=CE1
    CKK(1)=(CK1*DLTR)**2
C
C.....ITERATIONS ET CALCUL DE LA NOUVELLE DISTRIBUTION DE CHAMP MAGNETIQUE
C
    NIT=0
60    NIT=NIT+1
    LL=0
    DO 70 J=2,NHT+NHL
    DO 70 I=2,NRL
    IF(J.EQ.NHL+1) CCHFI=CHFI(I,J)
    IF(I.LT.NR2+1.OR.J.LT.NHL+1) THEN
        CHFI(I,J)=(1-ALPHA)*CHFI(I,J)+ALPHA*(
*           B(I)*CHFI(I-1,J)/(A(I)-CKK(I-1))
*           +C(I)*CHFI(I+1,J)/(A(I)-CKK(I+1))
*           +(CHFI(I,J+1)+CHFI(I,J-1))/(2*(A(I)-CKK(I-1)))
*           +(CHFI(I,J+1)+CHFI(I,J-1))/(2*(A(I)-CKK(I+1))))
    ELSE IF(J.EQ.NHL+1) THEN
        CHFI(I,J)=4*CHFI(I,J-1)/3-CHFI(I,J-2)/3
    ELSE IF(I.EQ.NR2+1) THEN
        CHFI(I,J)=((4*(I-2)*CHFI(I-1,J)-(I-3)*CHFI(I-2,J))/(3*(I-1)))
*           *ALPHA+(1-ALPHA)*CHFI(I,J)
    END IF
    IF(J.EQ.NHL+1.AND.CABS(CCHFI-CHFI(I,J)).GT.PERC) LL=1
70 CONTINUE
    IF(LL.EQ.1) GOTO 60
    PRINT*, 'NOMBRE D ITERATIONS ',NIT
C
C.....CALCUL DES COMPOSANTES ER ET EZ DE CHAMP ELECTRIQUE
C
    DO 91 J=2,NHT+NHL
    CER(1,J)=0
    DO 81 I=2,NRL

```

```

C
C      IF(I.LT.NR2+1.OR.J.LT.NHL+1) THEN
C          CEZ(I,J)=-(CI/(CW*DLTR))*(CHFI(I,J)/(CEP(I)*(I-1))
C          *      + (CHFI(I+1,J)/(2*CEP(I+1))
C          *      - CHFI(I-1,J)/(2*CEP(I-1)))
C          CER(I,J)=CI*(CHFI(I,J+1)-CHFI(I,J-1))/(2*DLTZ*CEP(I)*CW)
C
C      ELSE IF(I.EQ.NR2+1) THEN
C          CEZ(I,J)=0.
C          CER(I,J)=CI*(CHFI(I,J+1)-CHFI(I,J-1))/(2*DLTZ*CEP(I)*CW)
C
C      ELSE IF(J.EQ.NHL+1) THEN
C          CER(I,J)=0
C          CEZ(I,J)=-CI*((CHFI(I+1,J)-CHFI(I-1,J))/(2*DLTR))+
C          *      CHFI(I,J)/((I-1)*DLTR))/(CW*CEP(I))
C
C      END IF
81      CONTINUE
C          CEZ(1,J)=2*CEZ(2,J)-CEZ(3,J)
91      CONTINUE
C
C      DO 53 I=2,NRL
53      CEZ(I,1)=-(CI/(CW*DLTR))*(CHFI(I,1)/(CEP(I)*(I-1))
C          *      + (CHFI(I+1,1)/(2*CEP(I+1))
C          *      - CHFI(I-1,1)/(2*CEP(I-1)))
C          CEZ(1,1)=2*CEZ(2,1)-CEZ(3,1)
C
C.....IMPRETION DE LA DISTRIBUTION DU CHAMP SUR L INTERFACE TUBE-CAVITE
C
C      PRINT*, '*****'
C      PRINT*, '      CHAMPS SUR L INTERFACE TUBE CAVITE'
C      PRINT*, ' '
C      PRINT*, '      CHFI      CER'
C      *      CEZ'
C      DO 12 I=1,NR2+1
12      PRINT 21,CHFI(I,NHL+1),CER(I,NHL+1),CEZ(I,NHL+1)
21      FORMAT(E11.4,1X,E11.4,4X,E11.4,1X,E11.4,4X,E11.4,1X,E11.4)
C      PRINT*, '*****'
C
C.....ENERGIE EMMAGASINE DANS LA CAVITE
C
C      CALL ENERGIE(CE1,CE2,CW,EN,ENP)
C
C.....CALCUL DE LA DEVIATION DE LA FREQUENCE DE RESONNANCE (METHODE A)
C
C      CS=(NR2*DLTR)*(CHFI(NR2+1,1))*CER(NR2+1,NHL+1)/2.
C      DO 13 I=2,NR2
13      CS=CS+(I-1)*DLTR*(CHFI(I,1))*CER(I,NHL+1)
C      CAINTS=CI*2.*PI*CS*DLTR
C
C      CDVFR=CAINTS/EN
C      PRINT*, 'DEVIATION DE LA FREQUENCE (METHODE A): ',CDVFR
C
C      STOP
C      END

```

```
SUBROUTINE CAR(CK1,CK2,CK,CF,CDFK1,CDFK2,CDFK)
  IMPLICIT COMPLEX(C)
  COMMON/BC2/R1,R2,R,H
```

```
C
C.....CETTE SOUSROUTINE CALCULE L EQUATION CARACTERISTIQUE COMPLEXE
C.....CF EN FONCTION DE CK1, CK2 ET CK. ELLE CALCULE AUSSI LES
C.....DERIVEES CDFK1, CDFK2 ET CDFK DE CF PAR RAPPORT A CK1, CK2
C.....ET CK.
```

```
C
      CKR   = CK*R
      CKR2  = CK*R2
      CK2R2 = CK2*R2
      CK2R1 = CK2*R1
      CK1R1 = CK1*R1
```

```
C
      CALL JN(CKR,CJ000,CJ100)
      CALL JN(CKR2,CJ002,CJ102)
      CALL JN(CK2R2,CJ022,CJ122)
      CALL JN(CK2R1,CJ021,CJ121)
      CALL JN(CK1R1,CJ011,CJ111)
```

```
C
      CY000 = CY0(CKR,0,CJ000)
      CY002 = CY0(CKR2,0,CJ002)
      CY022 = CY0(CK2R2,0,CJ022)
      CY021 = CY0(CK2R1,0,CJ021)
      CY100 = CYN(CKR,1,CJ100)
      CY102 = CYN(CKR2,1,CJ102)
      CY122 = CYN(CK2R2,1,CJ122)
      CY121 = CYN(CK2R1,1,CJ121)
```

```
C
      CALPHA = (CJ000*CY102-CY000*CJ102)*CK
      CBETA  = (CJ000*CY002-CY000*CJ002)
      CGAMMA = (CY100*CJ102-CJ100*CY102)*CK
      CDELTA = (CY100*CJ002-CJ100*CY002)
      CD1     = (CJ021*CY022-CY021*CJ022)
      CD2     = (CJ021*CY122-CY021*CJ122)*(-CK2)
      CD3     = (CJ121*CY022-CY121*CJ022)*CK2
      CD4     = (CJ121*CY122-CY121*CJ122)*(-(CK2**2))
      CA      = CD1*CALPHA + CD2*CBETA
      CB      = CD3*CALPHA + CD4*CBETA
```

```
C
      CF      = CK1*CJ111*CA - CJ011*CB
      CDFK1   = CK1R1*CJ011*CA + R1*CJ111*CB
      CDFK2   = CK1*CJ111*(CALPHA*(R2*CD2/CK2 - R1*CD3/CK2)
*             + CBETA*(-CK2R2*CD1 - R1*CD4/CK2))
*             - CJ011*(CALPHA*(R1*CK2*CD1 + R2*CD4/CK2)
*             + CBETA*(CK2R1*CD2 - CK2R2*CD3))
      CDFK    = (CK1*CJ111*CD1 - CJ011*CD3) * (R*CGAMMA + R2*CALPHA)
*             + (CK1*CJ111*CD2 - CJ011*CD4) * (R*CDELTA - R2*
*             CALPHA/CK)
      RETURN
      END
```

```
C
      SUBROUTINE ZERO(CF,CDF,CXAPP,CX0,PRE)
      IMPLICIT COMPLEX(C)
C
C.....CETTE SOUSROUTINE CALCULE LE ZERO COMPLEXE D UNE FONCTION CF
C.....PAR LA METHODE DE NEWTON-RAPHSON
C
      15 CONTINUE
         C1 = CF(CXAPP)
         C2 = CDF(CXAPP)
         CX = CXAPP - C1/(1.2*C2)
         IF (CABS((CX-CXAPP)/CX).LT.PRE) GO TO 25
         CXAPP = CX
         GO TO 15
      25 CONTINUE
         CX0 = CX
         RETURN
         END
C
C
C
      FUNCTION CFF(CX)
      IMPLICIT COMPLEX(C)
      COMMON /BC1/PI,VLUM,EULER
      *      /BC4/CE1,CE2
      *      /BCF/CZ
C
      CK1=CX*CSQRT(CE1)/VLUM
      CK2=CX*CSQRT(CE2)/VLUM
      CK=CX/VLUM
      CALL CAR(CK1,CK2,CK,CF,CDFK1,CDFK2,CDFK)
      CFF=CF
      CZ=CDFK1*CSQRT(CE1)/VLUM+CDFK2*CSQRT(CE2)/VLUM+CDFK/VLUM
      RETURN
      END
C
C
      FUNCTION CDF(CX)
      IMPLICIT COMPLEX(C)
      COMMON /BCF/CZ
      CDF=CZ
      RETURN
      END
```

C
C
C

```
SUBROUTINE JN(CZ,CJ0Z,CJ1Z)
  IMPLICIT COMPLEX (C)
  REAL JZR(2), JZI(2)
```

C

C.....CETTE SOUSROUTINE CALCULE LES FONCTIONS DE BESSEL D ORDRE ZERO
C.....ET UN. MMBZJN EST UN SOUSROUTINE DE LA LIBRAIRIE IMSL
C.....JZR(1) ET JZI(1) SONT LES PARTIES REELLE ET IMAGINAIRE DE CJ0(Z)
C.....JZR(2) ET JZI(2) SONT LES PARTIES REELLE ET IMAGINAIRE DE CJ1(Z)

C

```
  CALL MMBZJN(REAL(CZ),AIMAG(CZ),2,JZR,JZI,IER)
  CJ0Z = CMPLX(JZR(1),JZI(1))
  CJ1Z = CMPLX(JZR(2),JZI(2))
  RETURN
  END
```

C

```
SUBROUTINE COF(CE1,CE2,CW,COB,COC,COD,COE)
  IMPLICIT COMPLEX(C)
  COMMON/BC1/PI,VLUM,EULER
  *      /BC2/R1,R2,R,H
```

C

C.....CETTE SOUSROUTINE CALCULE LES COEFICIENTS, B, C, D, E, DE LA
C.....SOLUTION ANALYTIQUE

C

```
  CK1 = CSQRT(CE1)*CW/VLUM
  CK2 = CSQRT(CE2)*CW/VLUM
  CK  = CW/VLUM
```

C

```
  CALL JN(CK*R,CJ000,CJ100)
  CALL JN(CK*R2,CJ002,CJ102)
  CALL JN(CK2*R2,CJ022,CJ122)
  CALL JN(CK2*R1,CJ021,CJ121)
  CALL JN(CK1*R1,CJ011,CJ111)
  CY000 = CY0(CK*R,0,CJ000)
  CY002 = CY0(CK*R2,0,CJ002)
  CY022 = CY0(CK2*R2,0,CJ022)
  CY021 = CY0(CK2*R1,0,CJ021)
  CY100 = CYN(CK*R,1,CJ100)
  CY102 = CYN(CK*R2,1,CJ102)
  CY122 = CYN(CK2*R2,1,CJ122)
  CY121 = CYN(CK2*R1,1,CJ121)
```

C

```
  COB = (-PI*R1/2) * (CK2*CJ011*CY121 - CK1*CJ111*CY021)
  COC = ( PI*R1/2) * (CK2*CJ011*CJ121 - CK1*CJ111*CJ021)
  COD = (-PI*R2/2) * (CK*CY102*(COB*CJ022 + COC*CY022)
  *      -CK2*CY002*(COB*CJ122 + COC*CY122))
  COE = ( PI*R2/2) * (CK*CJ102*(COB*CJ022 + COC*CY022)
  *      -CK2*CJ002*(COB*CJ122 + COC*CY122))
```

C

```
  RETURN
  END
```



```

SUBROUTINE ENERGIE(CE1,CE2,CW,EN,ENF)
IMPLICIT COMPLEX(C)
COMMON/BC1/PI,VLUM,EULER/BC2/R1,R2,R,H
C
C.....CETTE SOUSROUTINE CALCUL L ENERGIE EMMAGASINE DANS LA CAVITE
C
      CK1 = CSQRT(CE1)*CW/VLUM
      CK2 = CSQRT(CE2)*CW/VLUM
      CK  = CW/VLUM
C
      CALL JN(CK*R,CJ000,CJ100)
      CALL JN(CK*R2,CJ002,CJ102)
      CALL JN(CK2*R2,CJ022,CJ122)
      CALL JN(CK2*R1,CJ021,CJ121)
      CALL JN(CK1*R1,CJ011,CJ111)
      CY000 = CY0(CK*R,0,CJ000)
      CY002 = CY0(CK*R2,0,CJ002)
      CY022 = CY0(CK2*R2,0,CJ022)
      CY021 = CY0(CK2*R1,0,CJ021)
      CY100 = CYN(CK*R,1,CJ100)
      CY102 = CYN(CK*R2,1,CJ102)
      CY122 = CYN(CK2*R2,1,CJ122)
      CY121 = CYN(CK2*R1,1,CJ121)
C
      COB = (-PI*R1/2) * (CK2*CJ011*CY121 - CK1*CJ111*CY021)
      COC = ( PI*R1/2) * (CK2*CJ011*CJ121 - CK1*CJ111*CJ021)
      COD = (-PI*R2/2) * (CK*CY102*(COB*CJ022 + COC*CY022)
      *
      *          -CK2*CY002*(COB*CJ122 + COC*CY122))
      COE = ( PI*R2/2) * (CK*CJ102*(COB*CJ022 + COC*CY022)
      *
      *          -CK2*CJ002*(COB*CJ122 + COC*CY122))
C
      CZ000 = COD*CJ000 + COE*CY000
      CZ022 = COB*CJ022 + COC*CY022
      CZ011 = CJ011
      CZ100 = COD*CJ100 + COE*CY100
      CZ122 = COB*CJ122 + COC*CY122
      CZ111 = CJ111
C
      CENF = PI*H*((R*CZ100)**2 - (1-CE2)*(R2*CZ022)**2
      *
      *          - (CE2-CE1)*(R1*CZ011)**2)
      ENF  = REAL(CENF)
      EN   = ENF/(CW**2)
C
      IF(AIMAG(CE1).GT.-0.001 .AND. AIMAG(CE2).GT.-0.001) GO TO 10
      CEN = PI*(0,-2)*H*CABS(CW**2) * (R1*CZ011*CONJG(CE1*CZ111/CK1)
      *
      *          *(CE2/AIMAG(CE2*CW**2) - CE1/AIMAG(CE1*CW**2))
      *
      *          + R2*CZ022*CONJG(CE2*CZ122/CK2)
      *
      *          *(1/AIMAG(CW**2) - CE2/AIMAG(CE2*CW**2)))
      EN  = REAL(CEN)/(CW**2)
10 CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

C
FUNCTION CY0(CZ,N,CJ)
IMPLICIT COMPLEX(C)
DIMENSION PSI(50),FAC(50)
DIMENSION CV(20)
COMMON/BC1/PI,VLUM,EULER
C
C.....FONCTION DE NEUMANN D ORDRE ZERO
C
FAC(1) = 1.0
PSI(1) = -EULER
DO 100 I = 2, 50
AI = I
FAC(I) = AI*FAC(I-1)
100 PSI(I) = 1/(AI-1) + PSI(I-1)
IF(CABS(CZ).GT.15) GO TO 30
CS1 = (2/PI)*CLOG(CZ/2)*CJ
CS2 = -2.0*N/(PI*CZ)
CS3 = (-1/PI)*(CZ/2)**N*(PSI(1) + PSI(1))
DO 20 I = 1, 35
CS3 = CS3 + (-1)**(I+1)*(CZ/2)**(2*I)*(PSI(I+1) + PSI(1+I))
*      /(FAC(I)*FAC(I)*PI)
20 CONTINUE
CY0 = CS1 + CS2 + CS3
GO TO 50
30 MU = 4*N*N
CV(1) = (MU-1)/(8*CZ)
DO 40 I = 2, 11
40 CV(I) = (MU - (2*I-1)**2) * CV(I-1)/(8*I*CZ)
CP = 1.0 - CV(2) + CV(4) - CV(6) + CV(8) - CV(10)
CQ = CV(1) - CV(3) + CV(5) - CV(7) + CV(9) - CV(11)
CHI = CZ - PI*(N/2.0 + 0.25)
CY0 = CSQRT(2/(PI*CZ))*(CP*CSIN(CHI) + CQ*CCOS(CHI))
50 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C-
FUNCTION CYN(CZ,N,CJ)
IMPLICIT COMPLEX(C)
DIMENSION PSI(50),FAC(50)
DIMENSION CV(20)
COMMON/BC1/PI,VLUM,EULER

```

```

C
C.....FONCTION DE NEUMANN D ORDRE N
C
FAC(1) = 1.0
PSI(1) = -EULER
DO 100 I = 2, 50
AI = I
FAC(I) = AI*FAC(I-1)
100 PSI(I) = 1/(AI-1) + PSI(I-1)
IF(CABS(CZ).GT.15) GO TO 30

```

```
CS1 = (2/PI)*CLOG(CZ/2)*CJ
CS2 = -2.0*N/(PI*CZ)
CS3 = (-1/PI)*(CZ/2)**N*(PSI(1) + PSI(2))
DO 20 I = 1, 35
  CS3 = CS3 + (-1)**(I+1)*(CZ/2)**(3*I)*(PSI(I+1) + PSI(2+I))
  *      /(FAC(I)*FAC(I+1)*PI)
20 CONTINUE
CYN = CS1 + CS2 + CS3
GO TO 50
30 MU = 4*N*N
CV(1) = (MU-1)/(8*CZ)
DO 40 I = 2, 11
40 CV(I) = (MU - (2*I-1)**2) * CV(I-1)/(8*I*CZ)
CP = 1.0 - CV(2) + CV(4) - CV(6) + CV(8) - CV(10)
CQ = CV(1) - CV(3) + CV(5) - CV(7) + CV(9) - CV(11)
CHI = CZ - PI*(N/2.0 + 0.25)
CYN = CSQRT(2/(PI*CZ))*(CP*CSIN(CHI) + CQ*CCOS(CHI))
50 CONTINUE
RETURN
END
```

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Akyel, C., Système hyperfréquentiel de mesure et de calcul de la permittivité complexe en temps réel, thèse de doctorat, Ecole Polytechnique de Montréal, 1980.
- [2] Boudouris, G., Cavités électromagnétiques, Dunod Paris, 1971.
- [3] Degauque, P., The Nguyen, Q. et Cauterman, M., "Simulation of the high-frequency response of a heterogeneous ground through the finite difference technique" IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, Vol. GE-22, pp. 368-374, (1984).
- [4] Dunsmuir, R. et Powles, J. G., "A method for the measurement of the dielectric properties of liquids in the frequency range 600-3,200 MC./sec. (50-9.4cm)", Philos. Mag. Ser. 7, Vol. 37, pp. 747-7565, (1946).
- [5] Estin, A. J. et Bussey, H. E., "Error in dielectric measurements due to a sample insertion hole in a cavity", IRE Trans. Microwave Theory Tech.", Vol. MTT-8, pp. 650-653, (1960).
- [6] Gauthier, S., Etude d'une substance diélectrique dans une cavité résonnante, mémoire de maîtrise, Université du Québec à Trois-Rivières, 1987.

- [7] Gauthier, S., Marchildon, L. et Akyel, C., "Shift of the complex resonance frequency of a dielectric-loaded cavity produced by small sample insertion holes", à paraître dans IEEE Trans. Microwave Theory Tech.
- [8] Hageman, L.A. et Young, D.M., Applied iterative methods, Academic Press, New York, 1981.
- [9] Harrington, R.F., Time-harmonic electromagnetic fields McGraw-Hill, New York, 1953.
- [10] Javid, M. et Brown, P. M., Fields analysis and electromagnetics, McGraw-Hill, New York, 1963.
- [11] Konrad, A. "A linear accelerator cavity code based on the finite element method", Computer Physics Communication, Vol. 13, pp. 349-362, (1978) .
- [12] Landau, L. et Lifchitz, E. Electrodynamique des milieux continus, éditions Mir, Moscou, 1969.
- [13] Landau, L. et Lifchitz, E. Théorie du champ, éditions Mir, Moscou, 1969.
- [14] Li, S. et Bosisio, R.G., "Composite hole conditions on complex permittivity measurements using microwave cavity perturbation techniques", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-30, pp. 100-103, (1982).

- [15] Li, S., Akyel, C. et Bosisio, R.G., "Precise calculations and measurements on the complex dielectric constant of lossy materials using TM_{010} cavity perturbation techniques", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-29, pp. 1041-1048, (1981).

- [16] Nikolsky, V., Electrodynamique et propagation des ondes radio-électriques, éditions Mir, Moscou, 1982.

- [17] Plonsey, R. et Collin, R., Principles and applications of electromagnetic fields, McGraw-Hill, New York, 1961.

- [18] Press, W.H. et Flannery, B.P., Numerical recipes Combridge University Press, New York, 1986.

- [19] Rousset, J.D., Guillon, P. et Garault, Y., "Exact determination for the resonant frequencies and fields of dielectric resonators", dans Proc. 9th European Microwave Conf., Microwave Exhibitions and publ. Ltd., Sevenoaks, England, pp. 415-418, (1979).

- [20] Schweig, E. et Bridges, W.B., "Computer analysis of dielectric waveguides: a finite difference method", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-32, pp. 531-541, (1984).

- [21] Stratton, J.A., Electromagnetic theory, McGraw-Hill, New York, 1941.

- [22] Zaki, K.A. et Atia, A.E., "Modes in dielectric-loaded waveguides and resonators", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-31, pp. 1039-1045, (1983).
- [23] Maclean, W.R., "The resonator action theorem", Quarterly of Applied Maths., Vol. 2, pp. 329-335, (1945).
- [24] Lebedev, N.N., Special functions and their application, Dover, New York, 1972.
- [25] Pelletier, J.P., Techniques numériques appliquées au calcul scientifique, Masson et C^{ie}, Paris, 1971.
- [26] Lascaux, p., Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur, Masson, Paris, 1986.