

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉLECTRONIQUE INDUSTRIELLE

PAR
MOHAMED HADJ-MAHERSI

SIMULATION DE COMMANDE DE VITESSE D'UNE MACHINE
SYNCHRONE AUTOPilotée ALIMENTÉE EN COURANT

SEPTEMBRE 1989

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

RÉSUMÉ

Les objectifs de ce travail de recherche sont:

- 1) L'étude des principales composantes du moteur synchrone autopiloté (le moteur synchrone, la source de courant et le capteur de position et de vitesse),
- 2) la modélisation d'un moteur synchrone autopiloté alimenté en courant,
- 3) la simulation d'un moteur synchrone autopiloté en boucle fermée avec:
 - un contrôleur proportionnel et intégral,
 - un contrôleur par retour d'état,
 - la loi polynomiale.

La simulation sera élaborée avec des courants sinusoïdaux et des courants non sinusoïdaux.

Au chapitre 1, on a formulé les équations d'état relatives à une alimentation en courant d'un moteur synchrone à pôles saillants et électro-aimant. Ces équations d'état qui représentent le modèle non linéaire du moteur synchrone sont utilisées par la suite pour fin de contrôle de vitesse du moteur. Dans ce même chapitre, un montage redresseur-onduleur de courant est étudié (les remèdes associés aux limitations de ce montage sont discutés) et une nouvelle stratégie d'allumage des thyristors de l'onduleur est exposée. Cette nouvelle stratégie de commande des thyristors de l'onduleur améliore d'une façon significative le temps de réponse de la source de courant. Le fonctionnement du capteur de position et de vitesse ainsi que les signaux de commande qu'il génère sont étudiés vers la fin du chapitre 1. Un modèle de l'ensemble convertisseur-moteur-capteur ainsi qu'un algorithme de calcul sont développés à la fin du chapitre 1. Le chapitre 2 est

réservé à l'aspect commande de vitesse d'un moteur synchrone autopiloté alimenté en courant: dans ce chapitre le contrôleur proportionnel et intégral (PI) ainsi que la commande par retour d'état sont étudiés. Pour cela un modèle d-q du moteur est développé et une linéarisation des équations d'état est effectuée. Les constantes K_p et K_i du contrôleur PI sont calculées à l'aide du modèle d-q du moteur. Par la suite le contrôleur PI est adapté au modèle non linéaire du moteur (modèle utilisant les variables de phase).

En ce qui a trait à la commande par retour d'état, une procédure de calcul systématique de la matrice de réaction d'état est développée pour un système d'ordre n . Les équations d'état relatives à cette commande sont développées avec et sans observateur d'état. Également, lors de la conception des observateurs d'état, des algorithmes de reconstitution rapide du vecteur d'état sont développés. Ces algorithmes utilisent des techniques de séparation des variables d'état. Vers la fin du chapitre 2, une nouvelle façon de commander la vitesse du moteur synchrone est développée. Cette nouvelle stratégie de commande qu'on a appelé commande polynomiale (PL) est basée sur l'équation mécanique en régime permanent et est développée directement à partir du modèle non linéaire du moteur. Des algorithmes de calcul utilisant la commande PL avec des courants commandés par le redresseur et des courants commandés par l'onduleur sont développés à la fin du chapitre 2. Les résultats des simulations avec des courants sinusoïdaux et des courants non sinusoïdaux sont rapportés au chapitre 3. Ces résultats des simulations couvrent les trois stratégies de commande énoncées ci-dessus. Les performances de ces lois de commande sont discutées au chapitre 4.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes remerciements à:

Monsieur Anatole Sévigny, Professeur à l'Université du Québec à Trois-Rivières, qui m'a constamment guidé et aidé au cours de ce travail. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance,

Monsieur Kamal Al-Haddad, Professeur à l'Université du Québec à Trois-Rivières,

Monsieur Venktachari Rajagopalan, pour les corrections qu'il a apportées à ce travail.

Je remercie chaleureusement le Gouvernement Tunisien et les FONDS FCAR pour l'assistance financière reçue durant ce travail.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	x
1) Moteur synchrone autopiloté alimenté en courant	2
1. 1) Moteur synchrone à pôles saillants	3
1. 1. 1) Modélisation du moteur: formulation des équations d'état d'un moteur alimenté en courant	4
1. 2) Montage redresseur-onduleur de courant	8
1. 2. 1) Fonctionnement	9
1. 2. 2) Formes d'ondes des courants à la sortie de l'onduleur . .	15
1. 2. 3) Limitations du montage	17
1. 2. 3. 1) Démarrage du moteur	17
1. 2. 3. 2) Réponse en courant: stratégie d'allumage des thyristors du commutateur	20
1. 3) Capteur de position et de vitesse	24
1. 3. 1) Fonctionnement	24
1. 3. 2) Signaux de commande	25
1. 4) Modélisation de l'ensemble convertisseur-moteur-capteur . . .	29
1. 4. 1) Algorithme de calcul	30
2) Commande de vitesse d'un moteur synchrone autopiloté alimenté en courant	32
2. 1) Commande proportionnelle et intégrale (PI)	33
2. 1. 1) Modèle d-q du moteur	34
2. 1. 2) Linéarisation des équations d'état	43
2. 1. 3) Calcul de K _p et de K _i	46
2. 1. 4) Retour au modèle utilisant les variables de phase	49

2. 2) Commande par retour d'état avec observateur	50
2. 2. 1) Calcul de la matrice de réaction d'état	51
2. 2. 2) Équations d'état sans observateur	56
2. 2. 3) Observateur d'état	57
2. 2. 3. 1) Conception	59
2. 2. 3. 2) Algorithmes numériques rapides	61
2. 2. 3. 2. 1) Séparation complète des variables d'état . . .	63
2. 2. 3. 2. 1) Séparation partielle des variables d'état . .	65
2. 2. 4) Équations d'état avec observateur	68
2. 3) Commande polynomiale	71
2. 3. 1) Établissement de la loi de commande	72
2. 3. 2) Commande du courant par le redresseur	77
2. 3. 3) Commande du courant par l'onduleur	80
2. 3. 4) Algorithme de calcul	81
3) Résultats de simulation	83
3. 1) Commande proportionnelle et intégrale	94
3. 1. 1) Alimentation en courants sinusoïdaux	94
3. 1. 2) Alimentation en courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur	101
3. 1. 3) Alimentation en courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur	107
3. 2) Commande par retour d'état	113
3. 2. 1) Systèmes de deuxième ordre	113
3. 2. 2) Choix des pôles du système	116

3. 3) Commande polynomiale	120
3. 3. 1) Alimentation en courants sinusoïdaux	120
3. 3. 2) Alimentation en courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur	126
3. 3. 3) Alimentation en courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur	132
4) Discussion et conclusion	139
4. 1) Courants d'alimentation	139
4. 1. 1) Courants sinusoïdaux	141
4. 1. 2) Courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur	141
4. 1. 3) Courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur	142
4. 2) Lois de commande	142
4. 2. 1) Commande proportionnelle et intégrale	143
4. 2. 2) Commande par retour d'état	144
4. 2. 3) Commande polynomiale	144
4. 3) Conclusion	145
Annexe A: Paramètres de la machine simulée	148
Annexe B: Calcul de la matrice de réaction d'état	150
Annexe C: Diagonalisation d'une matrice	156
Annexe D: Séparation des modes lents des modes rapides	161
Annexe E: Simulation d'un contrôleur PI	169
Annexe F: Simulation d'un contrôleur par retour d'état	172
Annexe G: Simulation de la commande polynomiale	178
ANNEXE H: Programme de séparation des modes	190
Bibliographie	195

LISTE DES FIGURES

(c): Tension de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par le redresseur.	129
(d): Evolution du couple en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par le redresseur.	130
(e): Evolution de la vitesse en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par le redresseur.	131
Figure 3. 10: Diagramme de contrôle de la commande PI avec des courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur	132
Figure 3. 10 (a): Courant de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.	133
(b): Courant de la phase A au démarrage; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.	134
(c): Tension de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.	135
(d): Evolution du couple en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.	136
(e): Evolution de la vitesse en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.	137

INTRODUCTION

Avant l'avènement des convertisseurs électroniques de puissance et du souci d'économiser l'énergie, les moteurs à courant continu furent préférés dans les entraînements à vitesse variable en raison de la facilité du réglage de leur vitesse sur une grande étendue. Lorsqu'on avait besoin d'une vitesse quasi-constante, on choisissait un moteur à induction à cause de son moindre coût. Et si on désirait une vitesse rigoureusement constante, on choisissait un moteur synchrone qui par définition donne une vitesse unique en régime permanent.

Maintenant avec les convertisseurs électroniques de puissance existants, il est possible de faire varier autant la vitesse d'un moteur à courant alternatif que celle d'un moteur à courant continu. De plus, en se servant des techniques d'asservissement, il est possible de réguler avec précision la vitesse des machines rotatives, si bien que maintenant, le choix d'un moteur repose surtout sur le coût global d'un système d'entraînement et de ses performances. Pour les applications à basse et moyenne puissance, on utilise dans la plupart des cas, des moteurs d'induction à cage alimentés par onduleurs à fréquence variable. À puissance élevée, les moteurs synchrones autopilotés alimentés par convertisseurs statiques sont utilisés dans les entraînements à vitesse variable.

La gamme de puissance des moteurs synchrones autopilotés va de quelques kW avec les moteurs à aimant jusqu'à 20 MW et plus avec les moteurs synchrones conventionnels ou homopolaires. La

gamme de vitesse dépend de la puissance du moteur, allant de 3600 à 4000 tr/mn pour une puissance de quelques dizaines de MW et peut atteindre les 20000 tr/mn pour une puissance de 1MW.

Dû à ses avantages dans les entraînements à vitesse variable, le moteur synchrone autopiloté a gagné l'attention des chercheurs durant ces dernières années. On a alors développé des modèles différents pour étudier et analyser le comportement du moteur synchrone autopiloté.

Avec l'avènement des micro-ordinateurs, on est en mesure, à l'aide d'algorithmes de simulation, d'étudier et d'analyser le comportement du moteur synchrone autopiloté en régime transitoire et en régime permanent, de plus on peut prévoir les performances de celui-ci sous différentes contraintes d'alimentation ou de charge, ce qui nous permet de modifier, si nécessaire, l'architecture du moteur et/ou du convertisseur pour répondre à des critères de fonctionnement et de performances préétablis.

OBJECTIFS DE L'OUVRAGE:

- Étude des principales composantes du moteur synchrone autopiloté (le moteur synchrone, le montage redresseur/onduleur, le capteur de position et de vitesse),
- modélisation d'un moteur synchrone autopiloté alimenté en courant,
- établissement d'une loi de commande pour commander la vitesse d'un moteur synchrone autopiloté,
- simulation d'un moteur synchrone autopiloté en boucle fermée avec des courants sinusoïdaux et des courants non sinusoïdaux.

CHAP. 1



1) Moteur synchrone autopiloté alimenté en courant

Un moteur synchrone autopiloté est un moteur synchrone (à pôles lisses ou à pôles saillants, avec ou sans enroulements amortisseurs, à aimant permanent ou à électro-aimant) alimenté par des tensions ou des courants de pulsation correspondant instantanément à la vitesse angulaire électrique du rotor et dont l'angle de puissance est maintenu constant autant en régime transitoire qu'en régime établi.

Les tensions ou les courants alimentant le moteur sont généralement générés par un onduleur de tension ou de courant ou par un cycloconvertisseur. La commande du convertisseur procède le plus souvent de la mesure de la vitesse ainsi que de la mesure de la position du rotor à l'aide d'un capteur de position. A la figure 1. 1, on représente schématiquement le principe du moteur synchrone autopiloté.

Le moteur synchrone autopiloté présente deux avantages très importants, soient:

- il demeure toujours en synchronisme autant en régime transitoire qu'en régime établi.
- il peut démarrer seul même sans amortisseur.

De plus, l'ensemble convertisseur statique-moteur à courant alternatif, n'ayant pas les contraintes du collecteur mécanique (limitation en courant et en vitesse périphérique), peut atteindre des performances allant au-delà des limites des moteurs à courant continu.

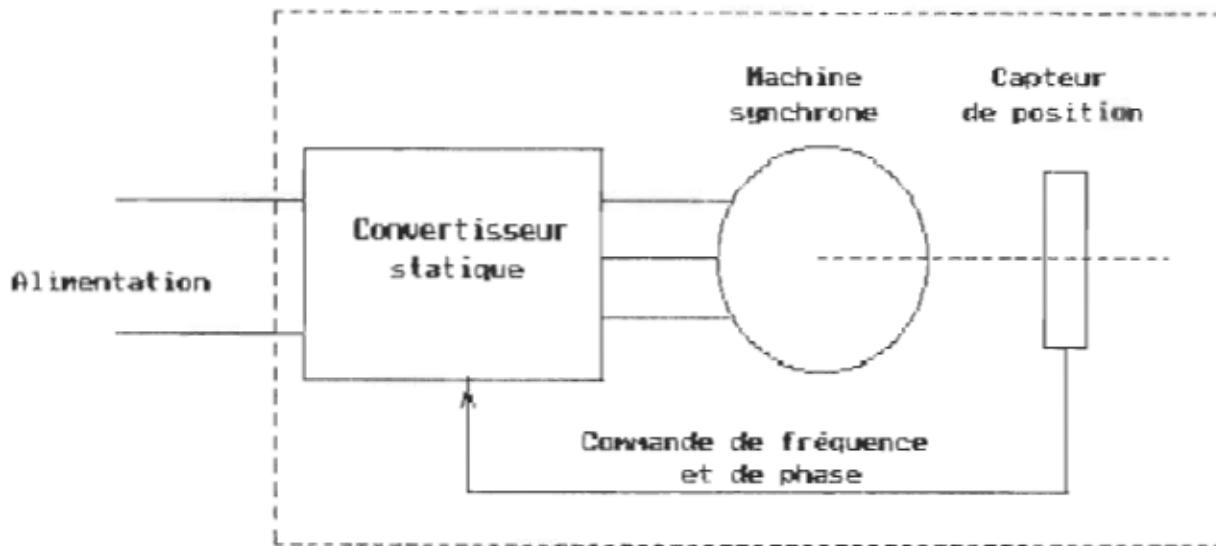


Figure 1. 1: Principe du moteur synchrone autopiloté.

1. 1) Moteur synchrone à pôles saillants

Le moteur synchrone à pôles saillants est composé essentiellement de deux armatures ferromagnétiques: l'une est fixe (stator) et l'autre mobile (rotor), d'un entrefer et de deux circuits électriques: un circuit inducteur et un circuit induit. Le circuit électrique inducteur, dans les moteurs de faible puissance, peut être remplacé par un aimant permanent.

L'inducteur crée un flux dans le circuit magnétique (formé des deux armatures et de l'entrefer) et il apparaît dans l'induit des f.e.m en charge. Il circule dans l'induit des courants qui créent à leur tour un flux magnétique qui se superpose au flux inducteur: c'est la réaction d'induit. Le flux résultant en charge est différent du flux inducteur obtenu à vide. Les tensions induites dans les enroulements sont alors fonctions du flux magnétique résultant.

1. 1. 1) Modélisation du moteur: formulation des équations d'état d'un moteur alimenté en courant

Pour être le plus général possible, on visera la formulation des équations d'état d'un moteur synchrone triphasé à pôles saillants avec amortisseurs et électro-aimant en utilisant les variables de phase.

D'après la théorie des machines électriques, les équations de flux, de tension et du couple électromagnétique sont données par:

$$\begin{aligned} [\text{flux}] &= [L] \cdot [i] \\ [v] &= [R] \cdot [i] + [L] \cdot d[i]/dt + \omega_r \cdot [G] \cdot [i] \\ T_{\text{ém}} &= P \cdot [i]^T \cdot [G] \cdot [i]/2 \\ (\text{P: nombre de paires de pôles}) \end{aligned}$$

avec

$$[\text{flux}] = \begin{bmatrix} \text{flux}_A \\ \text{flux}_B \\ \text{flux}_C \\ \text{flux}_f \\ \text{flux}_{KD} \\ \text{flux}_{KQ} \end{bmatrix} \quad [i] = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_f \\ i_{KD} \\ i_{KQ} \end{bmatrix} \quad [v] = \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \\ v_f \\ v_{KD} \\ v_{KQ} \end{bmatrix}$$

$$v_{KD} = v_{KQ} = 0$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{KD} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{KQ} \end{bmatrix}$$

La matrice des inductances est donnée par:

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix}$$

avec

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} ls + l1 + l2 \cdot \cos 2\theta_r & -l1/2 + l2 \cdot \cos(2\theta_r - 2\pi/3) & -l1/2 + l2 \cdot \cos(2\theta_r + 2\pi/3) \\ -l1/2 + l2 \cdot \cos(2\theta_r - 2\pi/3) & ls + l1 + l2 \cdot \cos(2\theta_r + 2\pi/3) & -l1/2 + l2 \cdot \cos 2\theta_r \\ -l1/2 + l2 \cdot \cos(2\theta_r + 2\pi/3) & -l1/2 + l2 \cdot \cos 2\theta_r & ls + l1 + l2 \cdot \cos(2\theta_r - 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$[L_{sr}] = \begin{bmatrix} Mo \cdot \cos \theta_r & L3 \cdot \cos \theta_r & -L4 \cdot \sin \theta_r \\ Mo \cdot \cos(\theta_r - 2\pi/3) & L3 \cdot \cos(\theta_r - 2\pi/3) & -L4 \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) \\ Mo \cdot \cos(\theta_r + 2\pi/3) & L3 \cdot \cos(\theta_r + 2\pi/3) & -L4 \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$[L_{rs}] = [L_{sr}]^T$$

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_f & L_{f,KD} & \emptyset \\ L_{f,KD} & L_{KD} & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & L_{KQ} \end{bmatrix}$$

La matrice $[G]$ est la dérivée partielle par rapport à θ_r de la matrice des inductances $[L]$:

$$[G] = \begin{bmatrix} [G_{ss}] & [G_{sr}] \\ [G_{rs}] & \emptyset \end{bmatrix}$$

avec

$$[G_{ss}] = -2 \cdot L2 \cdot \begin{bmatrix} \sin 2\theta_r & \sin(2\theta_r - 2\pi/3) & \sin(2\theta_r + 2\pi/3) \\ \sin(2\theta_r - 2\pi/3) & \sin(2\theta_r + 2\pi/3) & \sin 2\theta_r \\ \sin(2\theta_r + 2\pi/3) & \sin 2\theta_r & \sin(2\theta_r - 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$[G_{sr}] = - \begin{bmatrix} Mo \cdot \sin \theta_r & L3 \cdot \sin \theta_r & L4 \cdot \cos \theta_r \\ Mo \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) & L3 \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) & L4 \cdot \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ Mo \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) & L3 \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) & L4 \cdot \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$[G_{rs}] = [G_{sr}]^T$$

Le couple électromagnétique est donné par:

$$\begin{aligned}
 T_{\text{ém}} = & -P \cdot \{ L_2 \cdot \{ i_A^2 \cdot \sin 2\theta_r + i_B^2 \cdot \sin(2\theta_r + 2\pi/3) + i_C^2 \cdot \sin(2\theta_r - 2\pi/3) \} \\
 & + 2i_A i_B \cdot \sin(2\theta_r - 2\pi/3) + 2i_B i_C \cdot \sin 2\theta_r + 2i_A i_C \cdot \sin(2\theta_r + 2\pi/3) \} \\
 & + (M_0 \cdot i_f + L_3 \cdot i_{KD}) \cdot \{ i_A \cdot \sin \theta_r + i_B \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) + i_C \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) \} \\
 & + L_4 \cdot i_{KQ} \cdot \{ i_A \cdot \cos \theta_r + i_B \cdot \cos(\theta_r - 2\pi/3) + i_C \cdot \cos(\theta_r + 2\pi/3) \}
 \end{aligned}$$

Les équations de la machine peuvent s'exprimer sous forme matricielle comme suit:

$$[v] = [R] \cdot [i] + d[\text{flux}] / dt \quad (1.1)$$

$$[\text{flux}] = [L] \cdot [i] \quad (1.2)$$

$$T_{\text{ém}} = (P/2) \cdot [i]^T \cdot [G] \cdot [i] = \frac{J}{P} \cdot \frac{dw_r}{dt} + \frac{D}{P} \cdot w_r + T_{\text{méc}} \quad (1.3)$$

$$\theta_r = \frac{dw_r}{dt} \quad (1.4)$$

(P: nombre de paires de pôles)

Et si l'on pose i_A , i_B , i_C et v_f connus, on peut déterminer les courants au rotor (i_f , i_{KD} , i_{KQ}) et les tensions au stator (v_A , v_B , v_C) en utilisant la procédure suivante:

on pose

$$\begin{aligned}
 [v] &= [[v_s]^T \quad [v_r]^T]^T \\
 [i] &= [[i_s]^T \quad [i_r]^T]^T \\
 [\text{flux}] &= [[\text{flux}_s]^T \quad [\text{flux}_r]^T]^T
 \end{aligned}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} [R_s] & \theta \\ \theta & [R_r] \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix}$$

Les relations (1. 1) et (1. 2) peuvent être partitionnées comme suit:

$$[v_s] = [R_s] \cdot [i_s] + \frac{d}{dt} \cdot [\text{flux}_s] \quad (1. 5)$$

$$[v_r] = [R_r] \cdot [i_r] + \frac{d}{dt} \cdot [\text{flux}_r] \quad (1. 6)$$

$$\begin{bmatrix} \text{flux}_s \\ \text{flux}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix} \quad (1. 7)$$

Le système d'équations à résoudre est le suivant:

$$\begin{aligned} \frac{d[\text{flux}_r]}{dt} &= [v_r] - [R_r] \cdot [i_r] \\ \frac{dw_r}{dt} &= (P/J) \cdot \{T_{\text{ém}} - T_{\text{méc}} - (D/P) \cdot w_r\} \\ \frac{d\theta_r}{dt} &= w_r \end{aligned} \quad (1. 8)$$

L'intégration des relations (1. 8) nous donne la valeur de flux au rotor: $[\text{flux}_r]$. De la relation (1. 7), on a:

$$[\text{flux}_r] = [L_{rs}] \cdot [i_s] + [L_{rr}] \cdot [i_r] \quad (1. 9)$$

$$[i_r] = [L_{rr}]^{-1} \cdot \{[\text{flux}_r] - [L_{rs}] \cdot [i_s]\} \quad (1. 10)$$

ainsi, la relation (1. 10) nous donne les courants au rotor. Avec $[i_r]$ connu, on peut, de la relation (1. 7), déduire les flux au stator: $[\text{flux}_s]$.

$$[\text{flux}_s] = [L_{ss}] \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [i_r] \quad (1. 11)$$

En dérivant (1. 11) de part et d'autre, on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{d[\text{flux}_s]}{dt} &= \frac{d[L_{ss}]}{dt} \cdot [i_s] + \frac{d[L_{sr}]}{dt} \cdot [i_r] + [L_{ss}] \cdot \frac{d[i_s]}{dt} \\ &\quad + [L_{sr}] \cdot \frac{d[i_r]}{dt} \end{aligned} \quad (1. 12)$$

En utilisant les relations (1. 5), (1. 6), (1. 11) et (1. 12), on démontre que les tensions au stator sont données par:

$$\begin{aligned} [v_s] &= [R_s] \cdot [i_s] + \frac{d[L_{ss}]}{dt} \cdot [i_s] + \frac{d[L_{sr}]}{dt} \cdot [i_r] + [L_{ss}] \cdot \frac{d[i_s]}{dt} \\ &\quad + [L_{sr}] \cdot [L_{rr}]^{-1} \{[v_r] - [R_r] \cdot [i_r] - \frac{d[L_{rs}]}{dt} \cdot [i_s] \\ &\quad - [L_{rs}] \cdot \frac{d[i_s]}{dt}\} \end{aligned} \quad (1. 13)$$

1. 2) Montage redresseur-onduleur de courant

Parmi différentes configurations d'alimentation du moteur synchrone, nous étudierons ici l'alimentation en courant par convertisseur indirect (le montage est illustré par la figure 1. 2).

Le montage est formé de deux convertisseurs statiques à six thyristors en pont de Graetz, reliés par un étage intermédiaire à courant continu comportant une inductance de lissage.

Dans le fonctionnement en moteur, le convertisseur côté réseau opère en redresseur fournissant un courant continu au convertisseur côté machine (appelé commutateur) qui le commute d'une phase à une autre du moteur. La commutation des thyristors du commutateur est assurée (sauf au démarrage du moteur) par les tensions du moteur qui fournit la puissance réactive nécessaire. Les instants de commutation sont synchronisés à la position du rotor, déterminée par un capteur de position. Ainsi, on obtient dans les phases du moteur des courants triphasés nécessaires pour développer un couple sur l'arbre.

Le montage est symétrique électriquement car la tension continue de l'étage intermédiaire peut s'inverser pour renvoyer l'énergie du moteur vers le réseau, permettant le freinage par récupération. La machine fonctionne alors comme alternateur et les rôles des deux convertisseurs s'inversent: le commutateur côté machine devient redresseur et le convertisseur côté réseau devient commutateur.

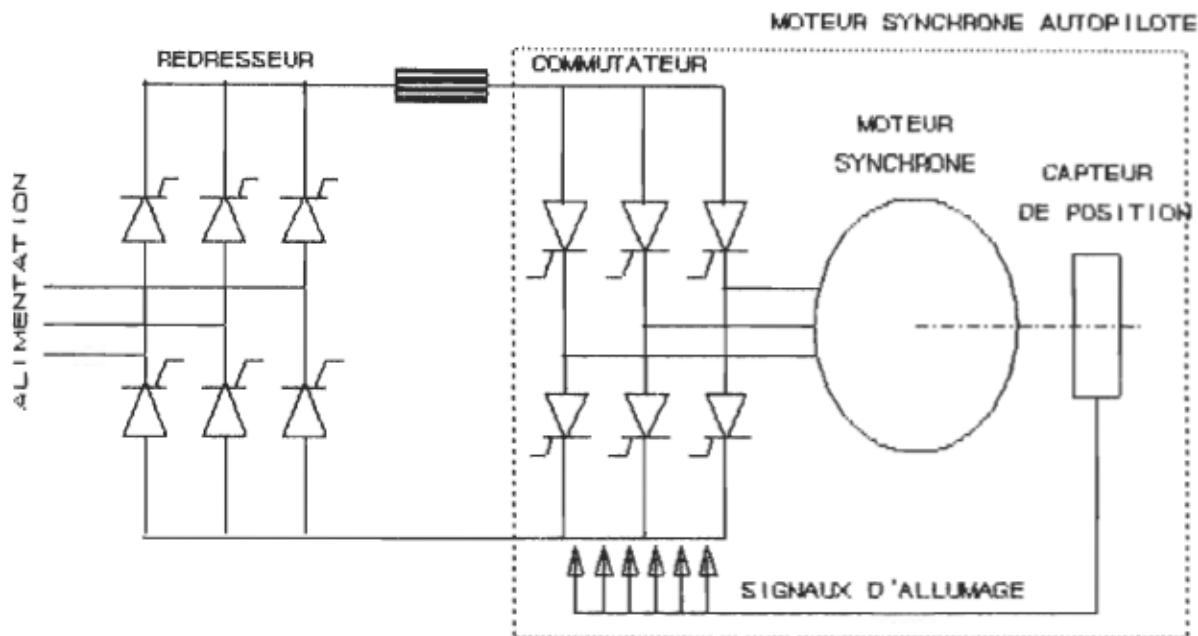


Figure 1. 2: Moteur synchrone autopiloté alimenté en courant.

1. 2. 1) Fonctionnement

Pour donner un aperçu simplifié du principe de fonctionnement de l'ensemble convertisseur statique-moteur synchrone, on pose les hypothèses simplificatrices suivantes:

- le moteur n'est pas en saturation,
- les résistances sont négligeables,
- le courant d'excitation est constant,
- le moteur tourne à une vitesse constante,
- le courant continu est parfaitement lisse,
- les thyristors sont des interrupteurs idéaux,
- la force électromotrice du moteur est sinusoïdale.

D'après les notions fondamentales de la physique, on sait qu'on a besoin d'une force résultante non nulle pour déplacer ou mettre en mouvement un corps donné. Eh bien, l'électrotechnique

ne fait pas exception à cette règle: pour qu'un moteur tourne dans un sens ou dans l'autre, il faut solliciter son rotor à un couple moteur correspondant. Ce couple moteur est en principe la conséquence d'un champ magnétique tournant au stator. Ainsi la rotation du moteur est directement liée au champ magnétique tournant au stator.

Dans le cas d'un moteur synchrone autopiloté, la production d'un tel champ magnétique est conditionnée par la distribution du courant continu entre les phases du moteur. Cette distribution du courant est assurée par l'amorçage des thyristors du commutateur selon une séquence correspondante au sens de rotation désiré.

La figure 1. 3 présente le diagramme électrique du moteur synchrone autopiloté ainsi qu'une séquence d'allumage des thyristors du commutateur produisant la rotation du moteur dans le sens anti-horaire.

En régime établi, les phénomènes électriques sont périodiques: ils se répètent à toutes les $\pi/3w$ secondes. Chaque période est composée de deux intervalles correspondants à deux modes de fonctionnement différents du commutateur: le mode de fonctionnement en conduction et le mode de fonctionnement en commutation.

Dans le mode de fonctionnement en conduction, seuls deux thyristors du commutateur sont en conduction avec un dans chaque groupe: groupe P (T1, T3, T5) et groupe N (T2, T4, T6). Dans ce mode de fonctionnement le courant continu I_d circule dans deux phases du moteur. Voir figure 1. 4.

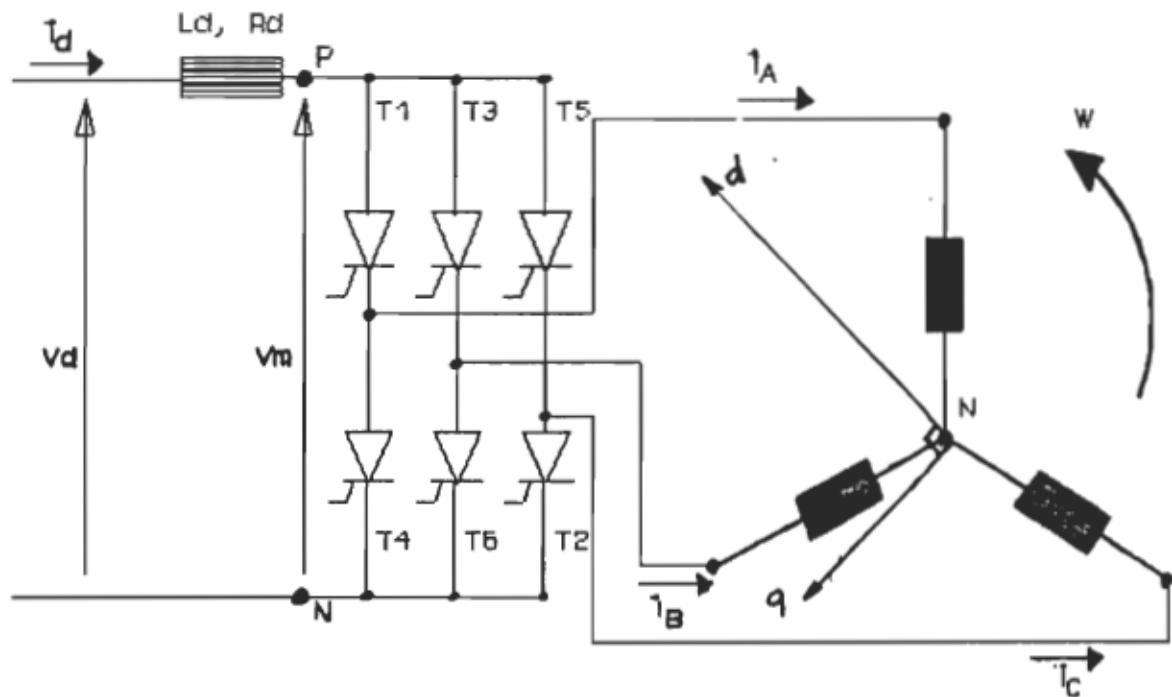


Figure 1. 3: (a) Diagramme électrique du moteur synchrone autopiloté.

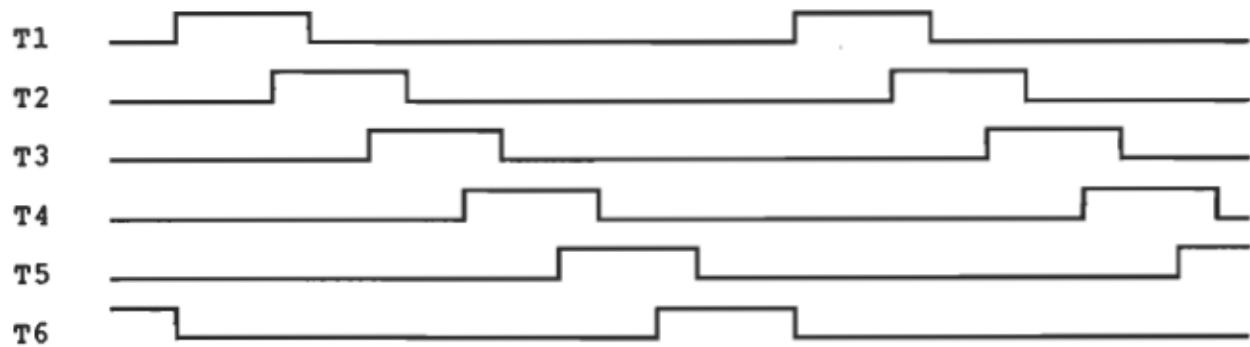


Figure 1. 3: (b) Séquence d'allumage des thyristors (sens anti-horaire).

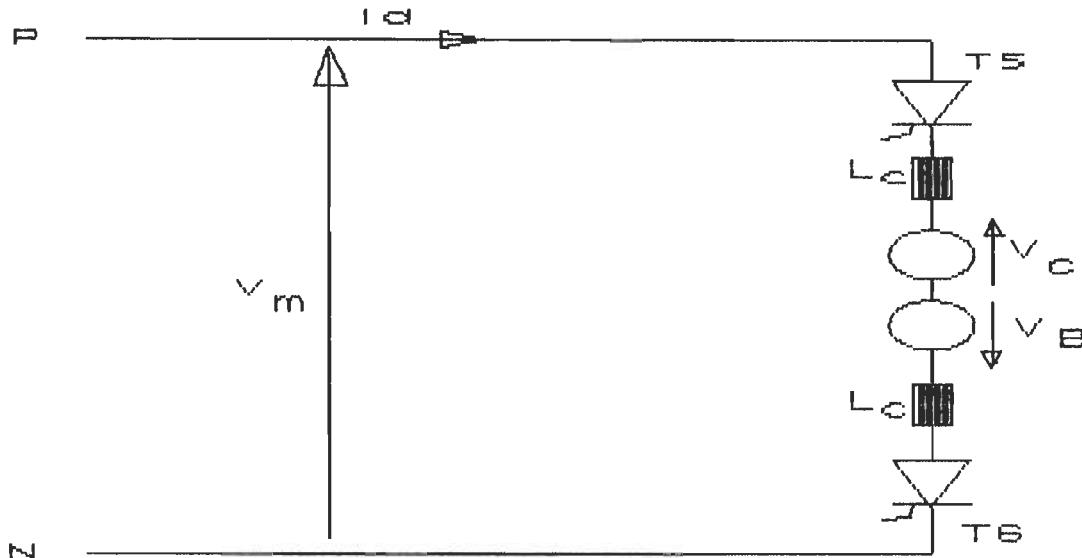


Figure 1. 4: Circuit équivalent du moteur pendant l'intervalle de conduction.

Dans le cas de la figure ci-dessus, le couple de thyristors (T5, T6) conduit le courant Id , supposé constant, dans les phases b et c du moteur. Les équations électriques sont données par: $ia = 0$, $ib = -Id$, $ic = Id$ et $vm = vc - vb$. A la fin de l'intervalle de conduction, le thyristor T1 est déclenché, et si la tension à ses bornes v_{ca} (voir figure 1. 5) est positive à cet instant, il s'amorcera: c'est le début de l'intervalle de commutation. Les deux thyristors T1 et T5 du même groupe conduisant simultanément, mettent en court-circuit les phases a et c du moteur (voir figure 1. 6), un courant i circulera alors entre ces deux phases de sorte que: $ia = i$, $ib = - Id$ et $ic = Id - i$.

D'une façon classique, les relations tension-courant dans ce mode de fonctionnement (commutation), sont données par:

$$va + lc \frac{dia}{dt} = vc + lc \frac{dic}{dt}; \quad \frac{dia}{dt} = - \frac{dic}{dt}$$

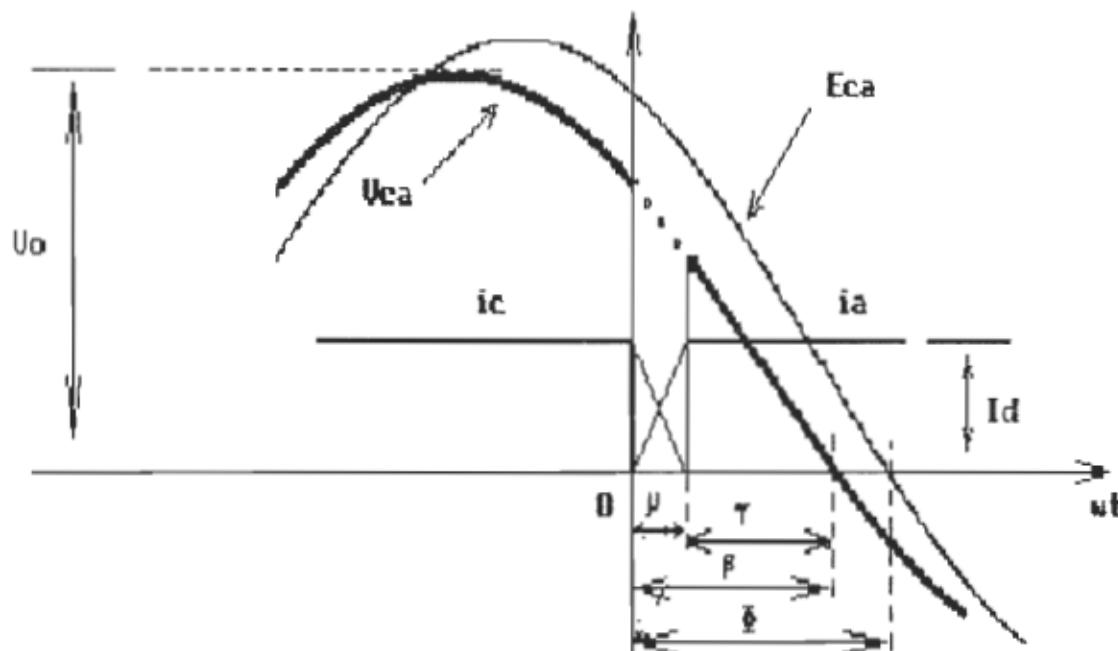


Figure 1. 5: Les formes de courants pendant la commutation.

soit

$$2lc \cdot \frac{dia}{dt} = vc - va = -vo \sin(wt - \beta)$$

Pour $ia(\theta) = 0$, la résolution de la relation transcendante donne:

$$ia = \frac{vo}{2 \cdot lc \cdot w} \cdot \{\cos(wt - \beta) - \cos\beta\}$$

La commutation se termine lorsque simultanément, la valeur du courant ia atteint la valeur du courant Id et le courant ic s'anule. L'angle de commutation μ est donné par:

$$\cos(\beta - \mu) - \cos\beta = 2 \cdot lc \cdot \frac{w}{vo} \cdot Id$$

et la tension vue aux bornes PN du commutateur pendant la com-

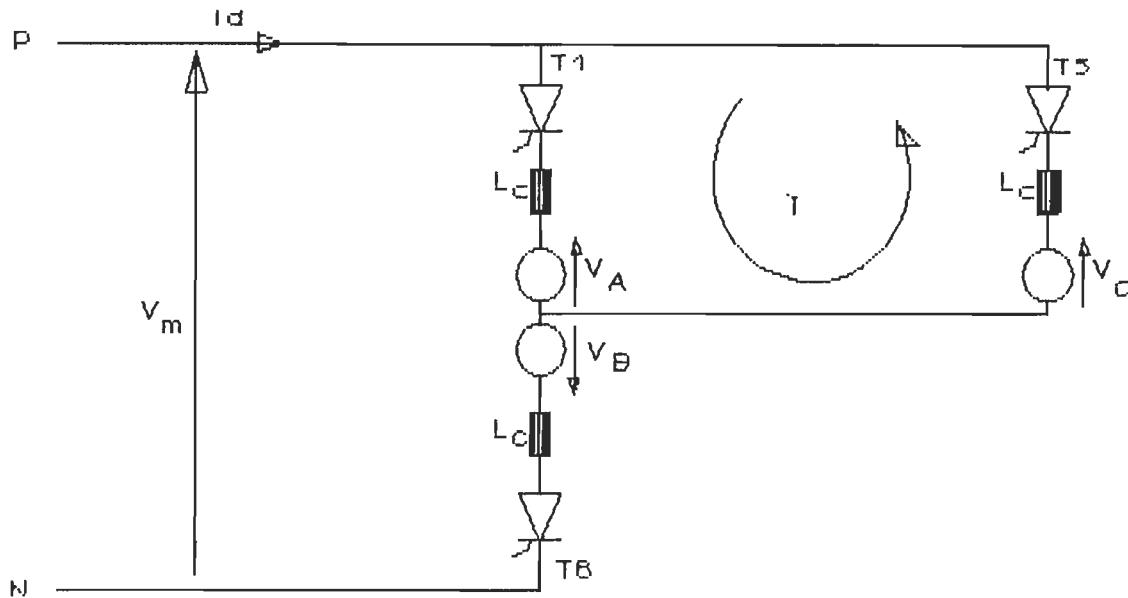


Figure 1. 6: Circuit équivalent du moteur pendant l'intervalle de commutation.

mutation de T1 à T5 est donnée par:

$$V_m = \frac{v_a + v_c}{2} - v_b$$

La figure 1. 7 est une illustration des formes d'ondes de tension et du courant dans une phase du moteur.

Dans les conditions de commutation naturelle, la composante fondamentale du courant dans une phase est en avance sur la tension de la même phase d'un angle ϕ donné par:

$$\phi \approx \beta - 0.5\mu$$

La tension V_m vue aux bornes du commutateur a pour valeur moyenne

$$V_m(\text{moy}) = \frac{3}{\pi} \cdot V_o \cdot \cos \beta + \frac{3w \cdot l_c}{2 \cdot \pi} \cdot I_d$$

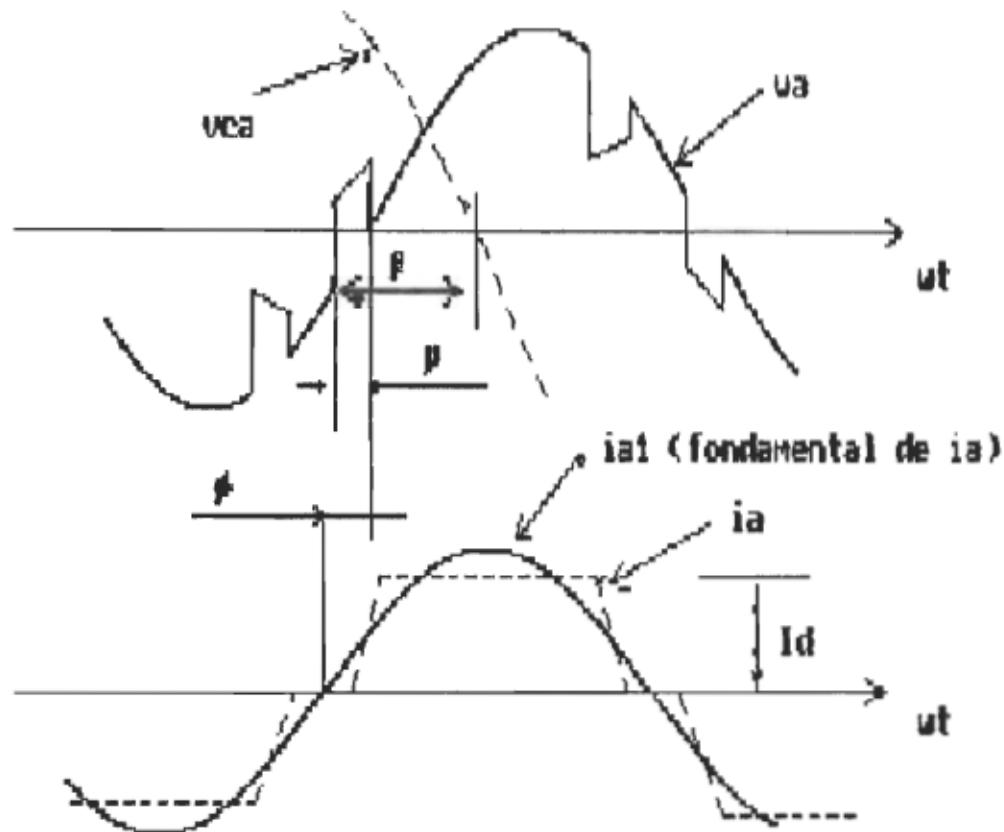


Figure 1. 7: Tension et courant dans une phase du moteur.

1. 2. 2) Formes d'ondes des courants à la sortie de l'onduleur

Si la commutation au niveau de l'onduleur est instantanée, les courants dans les phases du moteur auront la forme illustrée à la figure 1. 8.

Cependant, comme la commutation des thyristors de l'onduleur n'est pas instantanée, les formes d'ondes de courant diffèrent du cas idéal de la figure 1. 8.

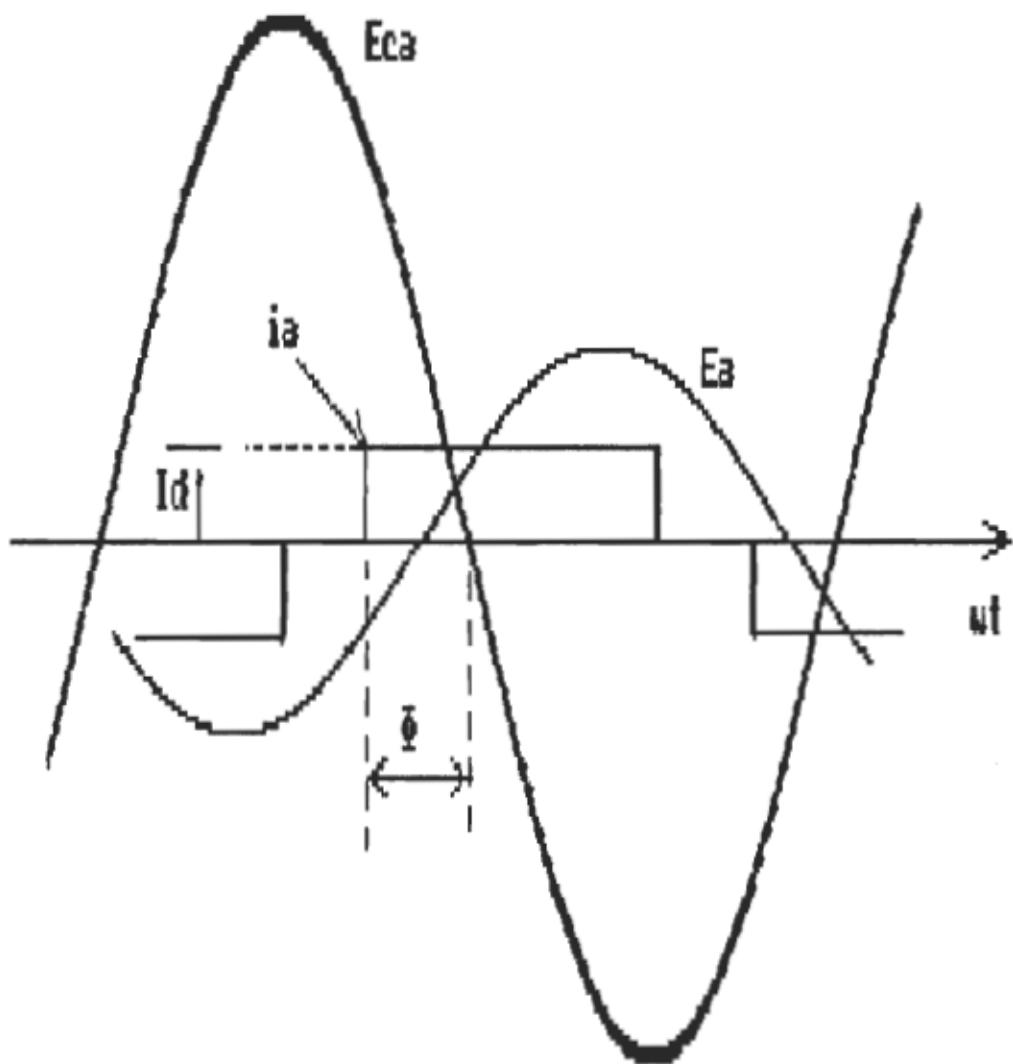


Figure 1. 8: Forme d'onde du courant (cas idéal).

1. 2. 3) Limitations du montage

En ce qui a trait à la commande et à la réalisation pratique, le montage redresseur-onduleur étudié dans ce chapitre se classe parmi les convertisseurs les plus simples, de plus, parce qu'il est composé d'un nombre réduit de composantes, il se révèle très économique. Cependant, à cause de sa structure (présence de l'inductance de lissage) et de son mode de fonctionnement (commutation naturelle), ce montage présente principalement deux faiblesses:

- 1) à très basses vitesses, la commutation naturelle est impossible. On est donc en présence d'un problème de démarrage du moteur,
- 2) pour réduire les ondulations du courant I_d , on doit augmenter la valeur de l'inductance de lissage L_d . L'augmentation de la valeur de L_d engendre une croissance de la constante de temps électrique du montage. La réponse en courant de celui-ci se trouve dégradée et le système ne pourra plus suivre rapidement la consigne.

1. 2. 3. 1) Démarrage du moteur

Dans les conditions idéales de fonctionnement, l'angle de commutation μ des thyristors du commutateur est indépendant de la vitesse du moteur, il dépend seulement du courant I_d , du courant I_f et de l'angle d'amorçage β du commutateur. En pratique, il existe une vitesse limite, au-dessous de laquelle, la commutation naturelle est impossible. Cette incapacité de commuter à basses

vitesses est due généralement à une augmentation excessive de l'angle de commutation μ des thyristors du commutateur. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'à basses vitesses, les valeurs des résistances du moteur deviennent importantes devant celles des réactances et les valeurs des inductances augmentent sensiblement.

Pour un moteur donné, la vitesse limite de commutation naturelle varie avec l'excitation du moteur et l'angle d'amorçage β des thyristors du commutateur. Cette vitesse limite est d'autant plus faible que la valeur du courant d'excitation ou de l'angle d'amorçage est grande. En pratique, cette vitesse limite varie de 5 à 10% de la vitesse nominale du moteur. Au-dessous de cette limite, la commutation doit être assurée par un moyen externe.

Une des solutions possibles pour assurer le démarrage du moteur synchrone autopiloté est d'annuler le courant continu I_d pendant un laps de temps chaque fois que la commutation est nécessaire. Le courant continu peut être annulé par un thyristor auxiliaire qui met l'inductance en court-circuit durant l'alternance négative de la tension du redresseur. Ce processus est rapide car le courant dans l'inductance n'est pas annulé mais simplement dévié dans le thyristor de roue libre.

On représente à la figure 1. 9 le principe de la commutation forcée en utilisant un thyristor auxiliaire. La figure 1. 10 illustre les formes d'ondes du courant dans l'inductance de lissage ainsi que dans le thyristor auxiliaire T_a .

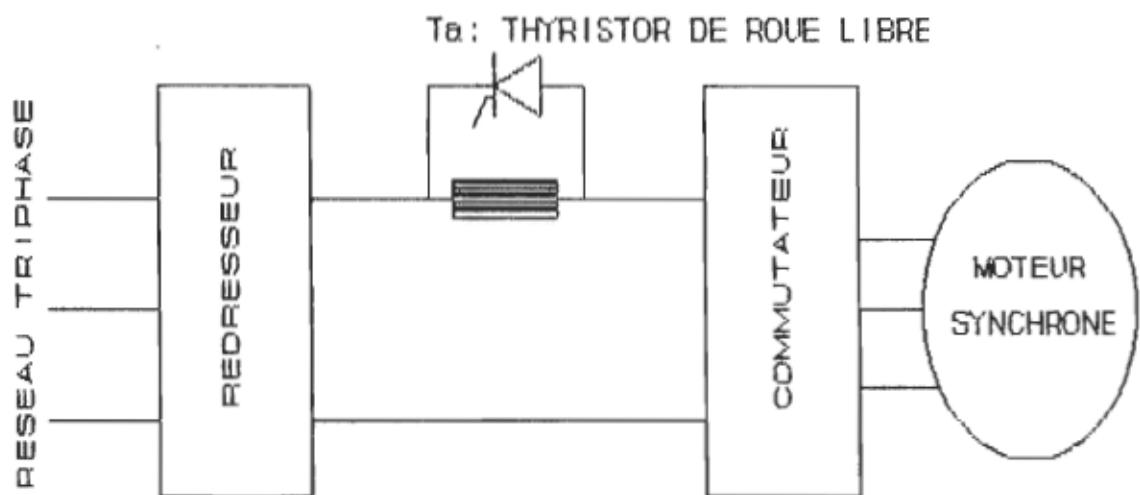


Figure 1. 9: Commutation forcée par thyristor auxiliaire de roue libre.

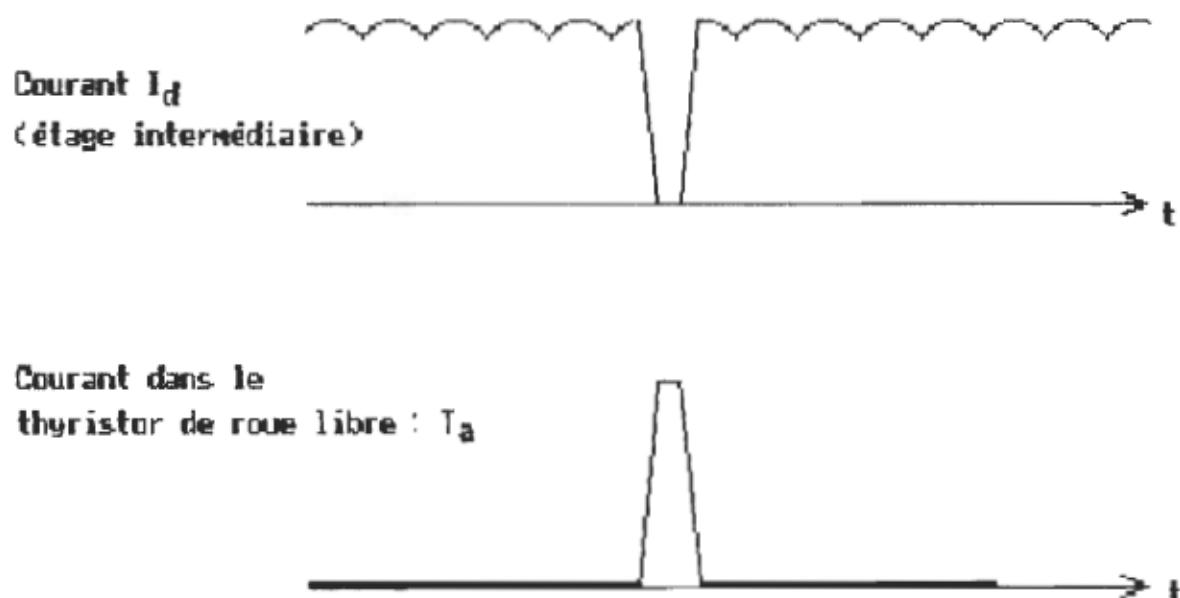


Figure 1. 10: Formes d'ondes de courants.

1. 2. 3. 2) Réponse en courant: stratégie d'allumage des thyristors du commutateur

Dans le montage redresseur-onduleur conventionnel, on fait varier l'amplitude du courant continu I_d à la sortie de l'onduleur en contrôlant l'angle d'amorçage α des thyristors du redresseur.

A cause de la présence de l'inductance de lissage L_d , la réponse du montage en courant se trouve très influencée. Le temps que prend le courant I_d pour changer d'une valeur à une autre est d'autant plus important que la valeur de l'inductance de lissage est grande. Il est possible d'améliorer la réponse du montage en courant à l'aide d'une boucle de régulation de courant à gain élevé. Cependant un gain excessif peut entraîner des problèmes de contrôle comme la saturation du redresseur et/ou la création de fortes ondulations de courant à faibles charges.

Une façon attrayante d'améliorer la réponse du montage en courant est de garder I_d constant dans l'inductance de lissage et de varier la valeur moyenne du courant à la sortie de l'onduleur. La variation de la valeur moyenne du courant à la sortie de l'onduleur est assurée par la stratégie de commande des thyristors de l'onduleur. En effet, si l'on amorce simultanément deux thyristors d'une même branche de l'onduleur pour un délai plus ou moins long, le courant dans la phase relative au thyristor du groupe P (P1, P2, P3) s'annule durant cet intervalle et sa valeur moyenne se trouve modifiée. Pour simplifier l'étude, on va considérer que la commutation des thyristors de l'onduleur est idéale.

On représente à la figure 1. 11. 1, la séquence d'allumage des thyristors de l'onduleur ainsi que les formes d'ondes des courants dans les phases du moteur pour un convertisseur conventionnel (redresseur-onduleur à commutation naturelle).

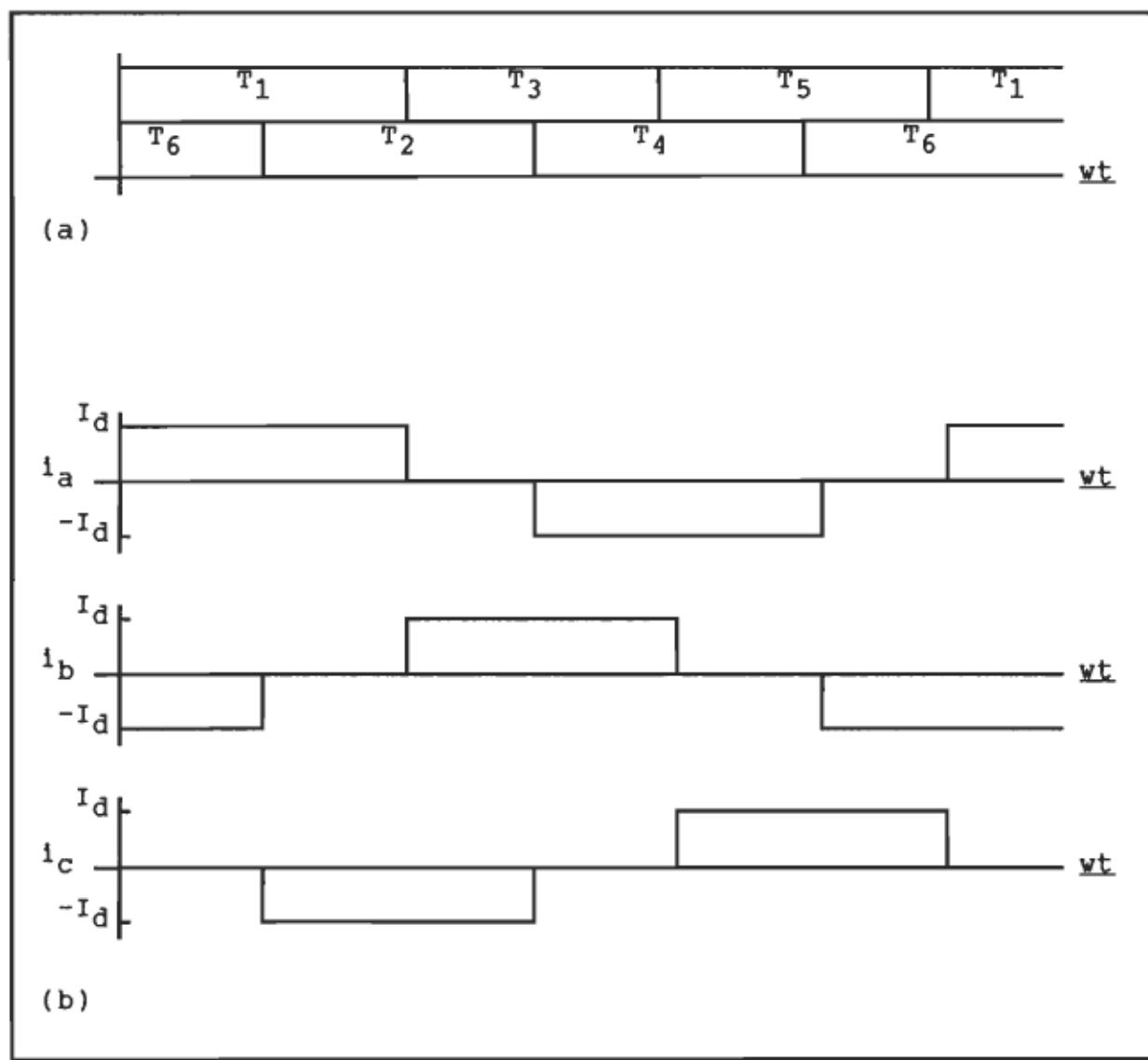


Figure 1. 11. 1: Montage conventionnel (commutation naturelle).

- a) Séquence d'allumage des thyristors de l'onduleur.
- b) Formes d'ondes des courants dans les phases du moteur.

Considérons maintenant que le courant I_d dans l'inductance de lissage L_d est constant. Dans ce cas les thyristors sont amorcés de façon à produire des court-circuits des phases du moteur pour un temps w . En variant le temps w , la valeur moyenne des courants dans les phases du moteur varie (voir figure 1. 12. 2). Pour réaliser cette séquence d'allumage, on doit introduire des

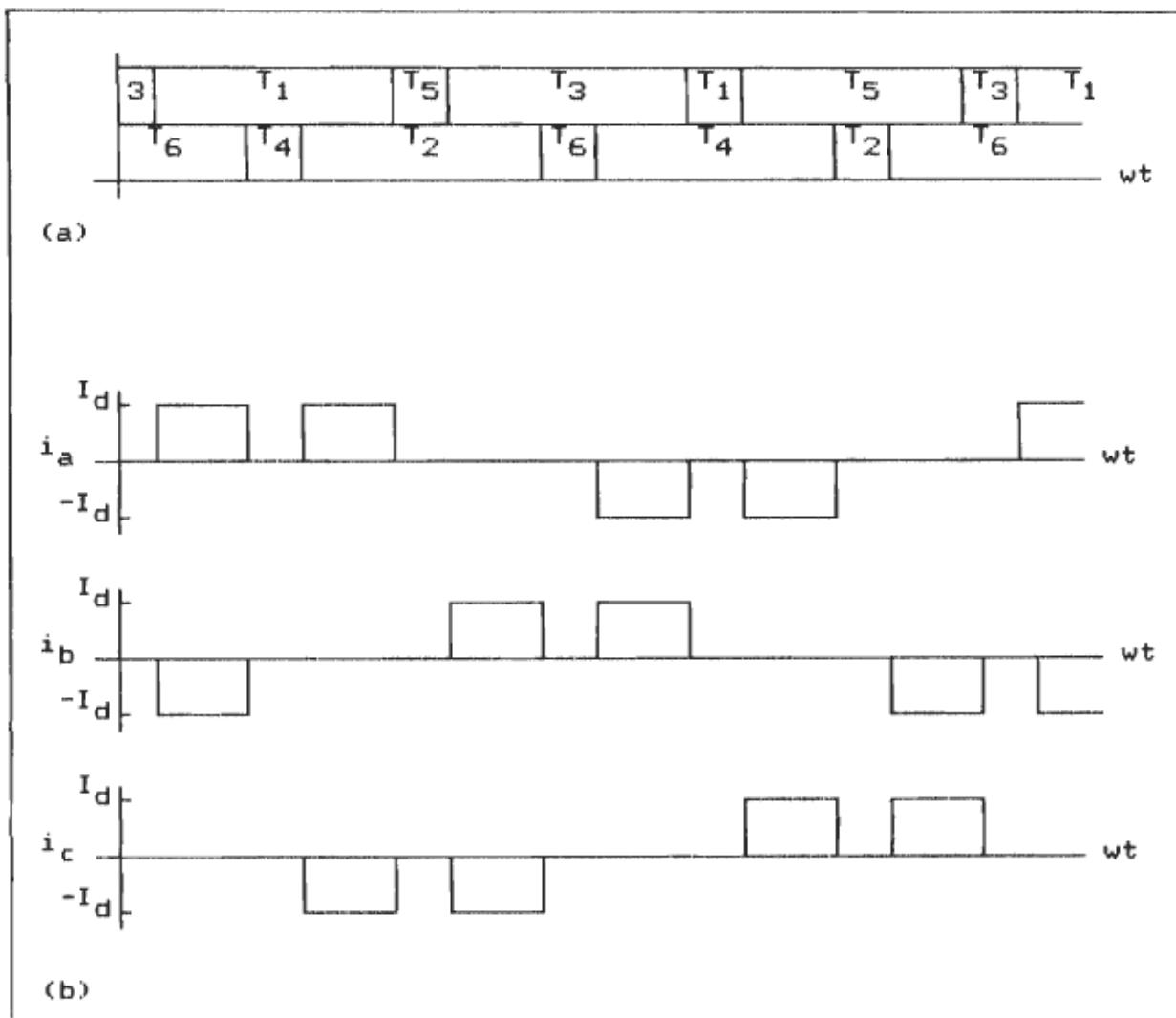


Figure 1. 11. 2: Montage à commutation forcée.

- Séquence d'allumage des thyristors de l'onduleur.
- Formes d'ondes des courants dans les phases du moteur.

signaux de commande additionnels aux instants appropriés. A la figure 1. 12. 3, on représente en détails le courant de la phase a. L'angle ξ est égal à $\pi/3 - w$ et la composante fondamentale du courant i_a est donnée par:

$$i_a = \frac{(48)^{1/2}}{\pi} \cdot I_d \cdot \sin(\xi/2) \cdot \cos(wt)$$

on peut donc ajuster le courant i_a en variant l'angle ξ ou l'intervalle du temps w du court-circuit de la source de courant.

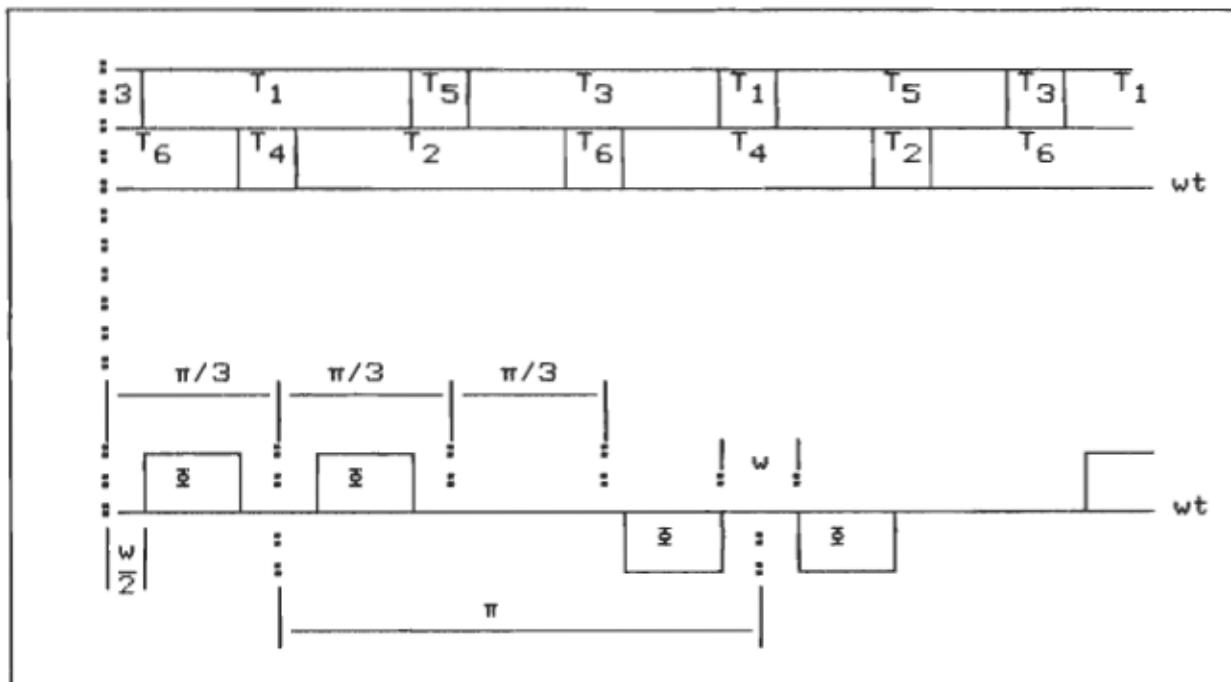


Figure 1. 11. 3: Forme d'onde du courant dans la phase a du moteur (illustration détaillée).

1. 3) Capteur de position et de vitesse

Dans les entraînements à vitesses variables, la mesure de vitesse et de position est essentielle au contrôle du fonctionnement des machines tournantes qu'il s'agit soit de surveiller, pour des raisons de sécurité, soit de servir à des conditions de fonctionnement préétablies. En particulier, dans l'autopilotage des moteurs synchrones, la mesure de vitesse et la mesure de position du rotor sont essentielles à la commande des thyristors des commutateurs. Ces mesures sont assurées à l'aide des capteurs de position et de vitesse. Ces capteurs peuvent être de différentes natures (capteurs résistifs, inductifs, capacitifs, digitaux, optiques, etc...).

1. 3. 1) Fonctionnement

Sous sa forme la plus simple, un capteur optique comprend une source lumineuse, une pièce tournante: généralement un disque et un détecteur optique: photodiode ou phototransistor. La pièce en rotation est soit munie de repères réfléchissants, régulièrement espacés, et vers lesquels est dirigé le faisceau lumineux, soit associée à un disque, à secteurs alternativement opaques et translucides, placé entre la source et le détecteur. Le détecteur recevant un flux modulé par les discontinuités de réflexion ou de transmission, délivre un signal électrique de fréquence proportionnelle à la vitesse de rotation et d'amplitude indépendante de cette vitesse. La gamme de vitesses mesurables dépend, d'une part, du nombre de discontinuités optiques (repères, fentes,

secteurs translucides) portées par le disque ou la pièce en rotation, d'autre part, de la bande passante du détecteur et des circuits électriques associés. Le nombre de fentes ou de discontinuités sur le disque est fonction de la vitesse à mesurer. Pour des faibles vitesses, par exemple 0.1 tr/mn, des disques à très grand nombre de fentes (500 à quelques 10^3 fentes) sont utilisés; pour la mesure des vitesses élevées, par exemple 10^5 à 10^6 tr/mn, le disque peut ne comporter qu'une seule fente et c'est la fréquence de coupure du circuit électrique associé qui détermine la vitesse maximale mesurable.

1. 3. 2) Signaux de commande

Si l'on considère un capteur comportant un disque codé, possédant 256 dents sur sa circonference et deux fentes en forme d'arc de 90° chacune et qu'on place les trois premiers détecteurs D1, D2 et D3 à 60° (120° degrés électriques) l'un par rapport à l'autre pour capter les passages des fentes et qu'on place le quatrième détecteur D4 de manière à détecter les dents de circonference (voir figure 1. 12. 1), on obtient trois signaux rectangulaires symétriques (S1, S2 et S3) de fréquence identique décalés de 120° l'un par rapport à l'autre, et un train d'impulsions S4 de fréquence égale à 128 fois la fréquence du signal S1.

Si l'on fixe le disque codé de telle sorte que les signaux S1, S2 et S3 soient synchronisés avec les forces électromotrices (entre phases) à vide de la machine synchrone, on peut, moyennant quelques opérations logiques sur S1, S2 et S3, générer les six signaux nécessaires pour la commande des gâchettes des thyristors (T1 à T6) du commutateur.

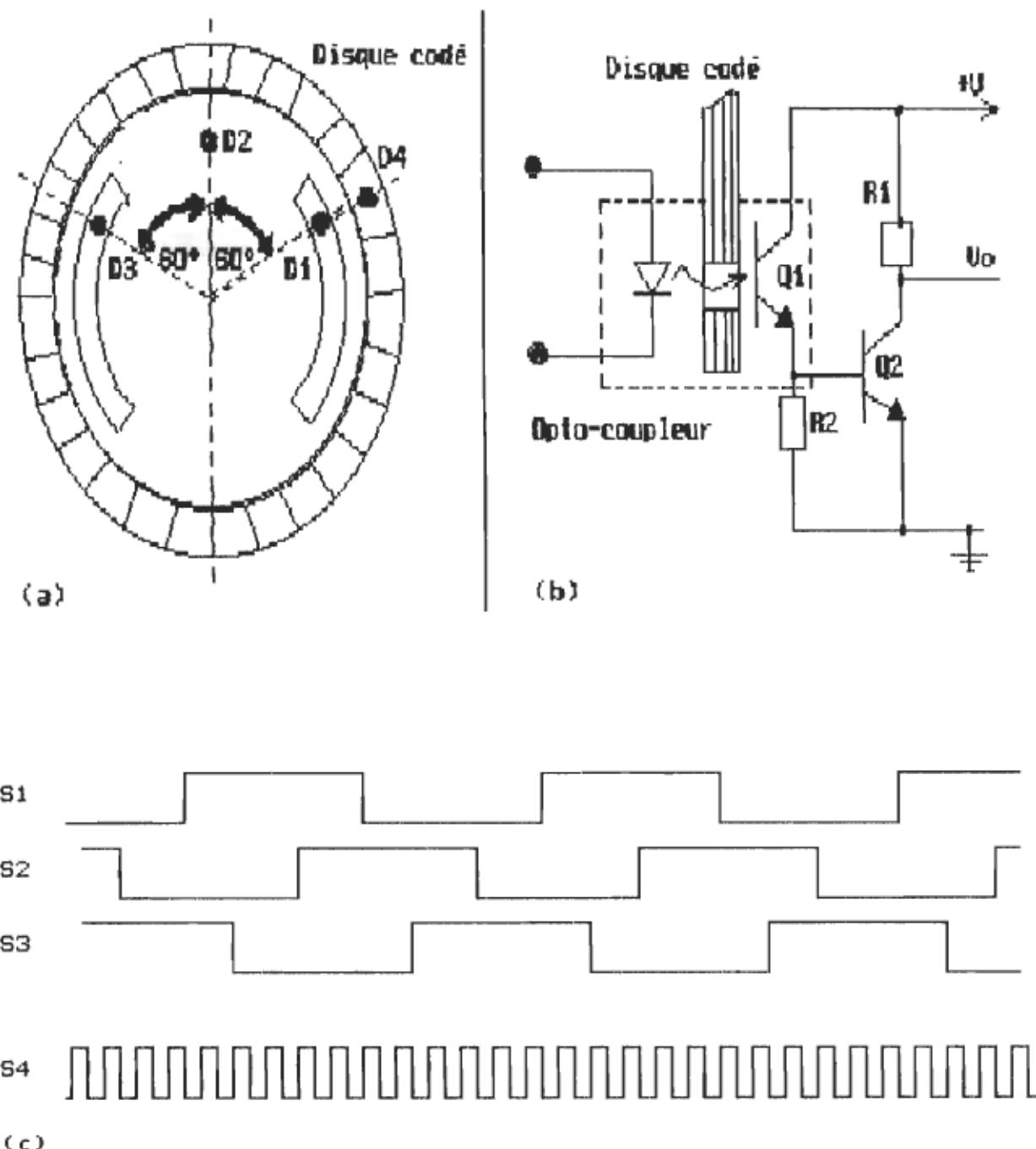


Figure 1. 12. 1:

- Disque codé
- Capteur opto-électrique
- Signaux de sortie (le disque tourne dans le sens anti-horaire).

En effet, en utilisant des inverseurs et des portes "ET" logiques, on peut par des combinaisons appropriées des signaux (S_1, S_2, S_3) et leurs inverses (R_1, R_2, R_3), générer six impulsions ($G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6$) de 120° de largeur et déphasées de 60° l'une par rapport à l'autre.

On présente ci-dessous les combinaisons nécessaires pour la logique désirée. Les impulsions résultantes sont représentées à la figure 1. 12. 2.

G1: S_1 "ET" R_3

G2: S_1 "ET" R_2

G3: S_3 "ET" R_2

G4: S_3 "ET" R_1

G5: S_2 "ET" R_1

G6: S_2 "ET" R_3

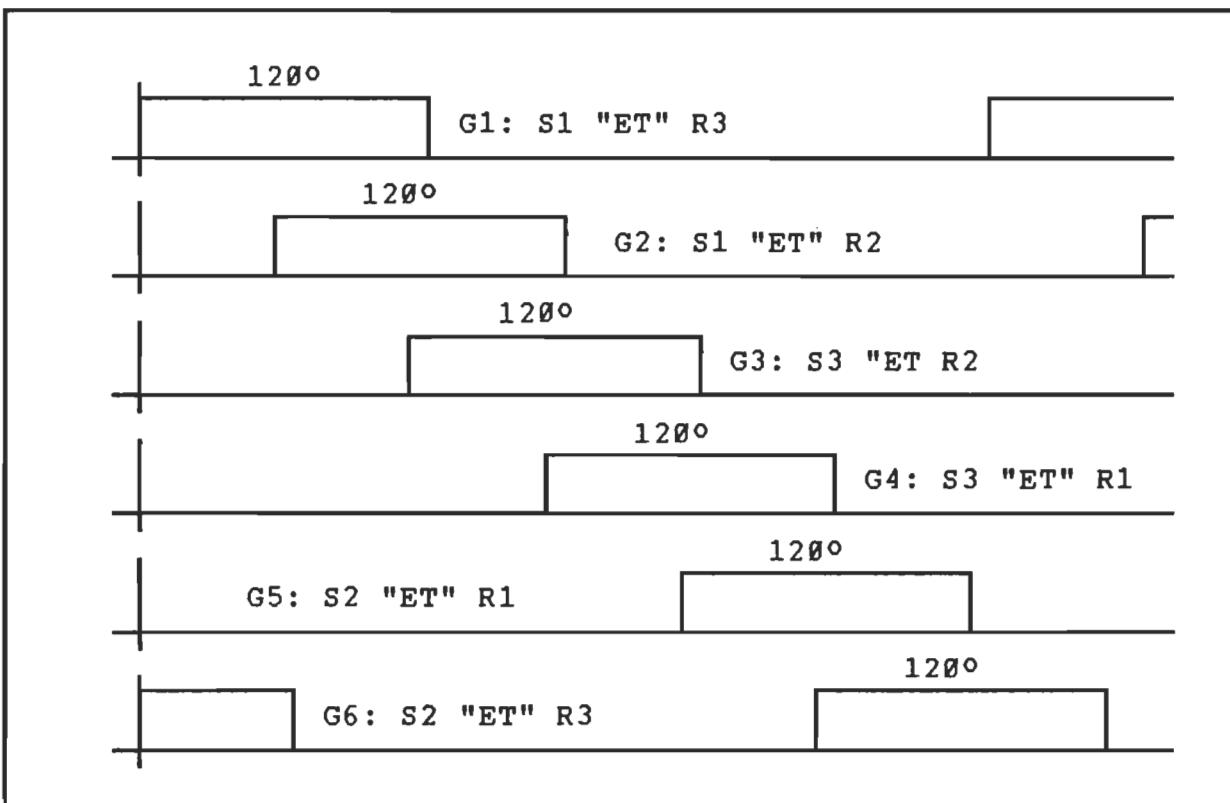


Figure 1. 12. 2: Impulsions des gâchettes du commutateur avant hachage.

Les impulsions de la figure 1. 12. 2, si appliquées au transformateur d'impulsions*, risquent de le saturer, de plus, le fait d'appliquer une large impulsion à une gâchette d'un thyristor engendre des pertes ohmiques considérables. La température de la jonction s'élève et par conséquence la durée de vie du thyristor se réduit. Une façon de remédier à ce problème consiste à transformer ces impulsions (G1 à G6) de 120° de largeur en une rafale d'impulsions. Cette transformation peut être réalisée par l'addition logique (porte "ET") des signaux (G1, ..., G6) à un signal d'une horloge de fréquence appropriée. On représente, à la figure 1. 12. 3, les signaux après hachage (G1_H à G6_H).

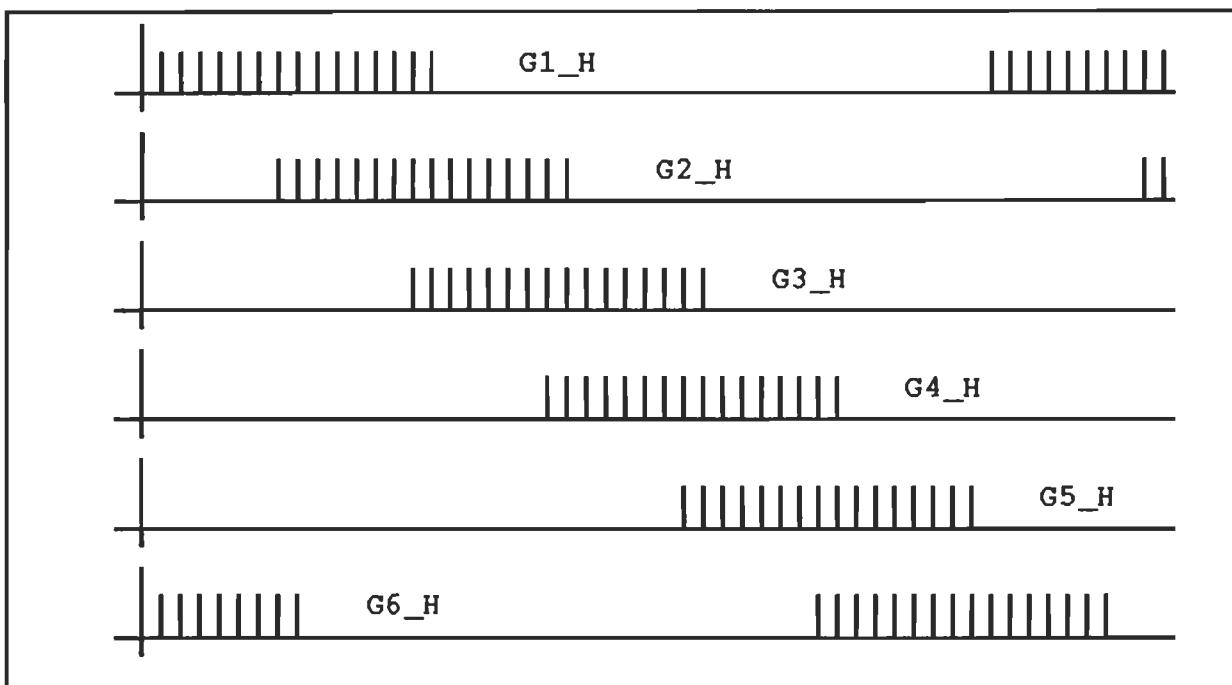


Figure 1. 12. 3: Impulsions des gâchettes du commutateur après hachage.

* Le transformateur d'impulsion a pour rôle:

- 1: d'attaquer en courant la gâchette du thyristor,
- 2: de produire une impulsion de courant capable d'amorcer le thyristor,
- 3: d'isoler galvaniquement la partie commande de la partie puissance.

1. 4) Modélisation de l'ensemble convertisseur-moteur-capteur

Le modèle de l'ensemble convertisseur-moteur-capteur est celui développé dans la section 1. 1. 1, sauf que dans ce cas, la fréquence du courant d'alimentation est égale à la vitesse électrique du rotor du moteur. En ce qui concerne la commutation, on en tiendra compte uniquement dans la génération de formes d'ondes des courants. Ici, pour faciliter le modèle, on considère que la commutation est instantanée et que la forme d'onde du courant est parfaitement rectangulaire. Les équations décrivant le fonctionnement sont listées ci-dessous.

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix} \quad (1. 14)$$

$$[G] = \begin{bmatrix} [G_{ss}] & [G_{sr}] \\ [G_{rs}] & 0 \end{bmatrix} \quad (1. 15)$$

$$d[\text{flux}_r]/dt = [v_r] - [R_r] \cdot [i_r] \quad (1. 16)$$

$$dw_r/dt = (P/J) - (T_{ém} - T_{méc} - (D/J) \cdot w_r) \quad (1. 17)$$

$$d\theta_r/dt = w_r \quad (1. 18)$$

$$[i_r] = [L_{rr}]^{-1} \cdot ([\text{flux}_r] - [L_{rs}] \cdot [i_s]) \quad (1. 19)$$

$$[\text{flux}_s] = [L_{ss}] \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [i_r] \quad (1. 20)$$

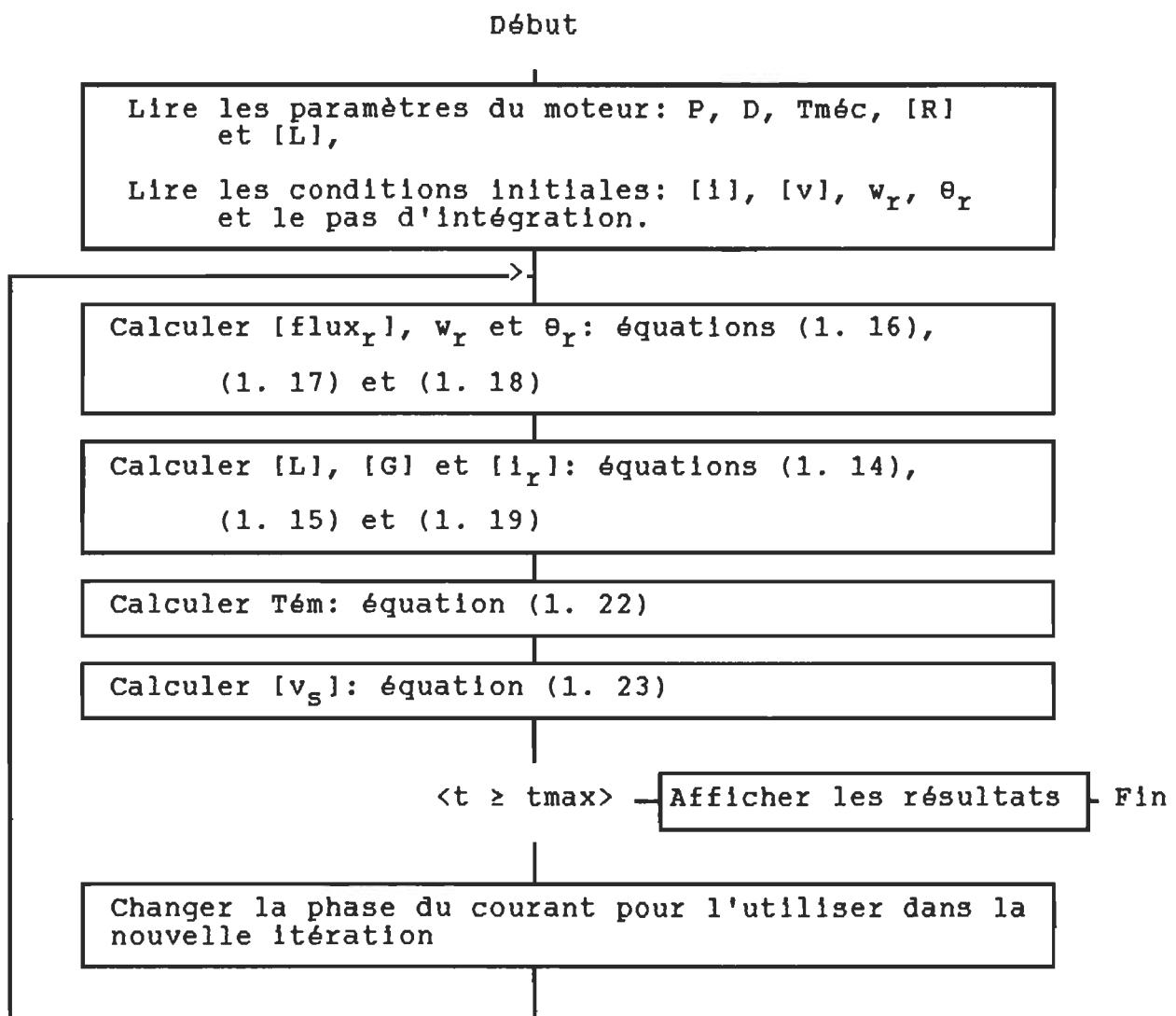
$$d[\text{flux}_s]/dt = d[L_{ss}]/dt \cdot [i_s] + d[L_{sr}]/dt \cdot [i_r] \\ + [L_{ss}] \cdot d[i_s]/dt + [L_{sr}] \cdot d[i_r]/dt \quad (1. 21)$$

$$T_{ém} = P \cdot [i]^T \cdot [G] \cdot [i] / 2 \quad (1. 22)$$

$$[v_s] = [R_s] \cdot [i_s] + d[L_{ss}]/dt \cdot [i_s] + d[L_{sr}]/dt \cdot [i_r] + [L_{ss}] \cdot d[i_s]/dt \\ + [L_{sr}] \cdot [L_{rr}]^{-1} \{ [v_r] - [R_r] \cdot [i_r] - d[L_{rs}]/dt \cdot [i_s] \\ - [L_{rs}] \cdot d[i_s]/dt \} \quad (1. 23)$$

(P: nombre de paires de pôles; p: la dérivée par rapport au temps d/dt)

1. 4. 1) Algorithme de calcul



CHAP 2



2) Commande de vitesse d'un moteur synchrone autopiloté alimenté en courant

En ce qui a trait au contrôle de vitesse des moteurs électriques, la littérature s'avère très riche, on y trouve des algorithmes de contrôle variant des plus simples tels que le contrôleur proportionnel, proportionnel-intégral (PI) et proportionnel-intégral-dérivatif (PID) aux plus laborieux tels que l'assignation et/ou la compensation des pôles et des zéros (compensation par retour d'état), l'imposition d'une trajectoire de fonctionnement (mode de glissement) et l'utilisation des techniques d'observation et de reconstitution des variables inaccessibles ou fortement bruitées (observateurs, contrôleur ARMA, ARMAX, ...).

Pour le contrôle de vitesse des moteurs synchrones autopilotés alimentés en courant, les publications ne sont pas aussi versatiles, on s'est plutôt intéressé à l'aspect électronique du convertisseur et non pas aux algorithmes de commande eux-mêmes. En fait, il est possible d'adapter n'importe quelle loi de commande existante à l'autopilotage des moteurs synchrones pourvu que le rapport qualité/prix de l'ensemble système-commande soit raisonnable. Dans ce chapitre, on étudiera trois lois de commande différentes soient:

- * La commande proportionnelle et intégrale, où l'on développera un modèle linéaire invariant, on calculera les constantes K_p et K_i du contrôleur et on adoptera le contrôleur proportionnel et intégral aux équations non linéaires utilisant les variables de phase.
- * La commande par retour d'état avec et sans observateur d'état.
- * La commande polynomiale avec commande du courant par le redresseur et commande du courant par l'onduleur.

2. 1) Commande proportionnelle et intégrale (PI)

La commande proportionnelle et intégrale est une commande très répandue dans le contrôle des systèmes. C'est une commande simple à étudier, facile à développer et qui ne coûte pas chère à implanter. Dans la plupart des applications industrielles, la commande PI constitue un compromis entre le coût total du système global et la performance désirée de celui-ci. L'ennui avec la commande PI c'est qu'elle se limite aux systèmes linéaires invariants dans le temps: l'application de la commande PI avec des systèmes non linéaires variants exige les techniques de modélisation qui sont précisées dans ce qui suit.

L'application de la commande PI au moteur synchrone autopiloté implique la transformation du modèle du moteur utilisant les variables de phases à un modèle invariant dans le temps, cette transformation est réalisée par le choix d'un référentiel mobile fixé au rotor. La théorie relative à cette transformation est présentée à la section (2. 1. 1) où l'on développera le modèle d-q. Le modèle d-q est ensuite linéarisé autour d'un point d'opération (section (2. 1. 2)). A la section (2. 1. 3), on calculera les constantes K_p et K_i du contrôleur de sorte que le système en boucle fermée soit stable et soit caractérisé par une réponse indicielle prédéfinie.

A la section (2. 1. 4), on adaptera le contrôleur PI dont la constante de proportionnalité K_p et la constante d'intégration K_i ont été calculées à la section (2. 1. 3) au modèle utilisant les variables de phases.

2. 1. 1) Modèle d-q du moteur

Pour simplifier l'étude et le contrôle des systèmes non linéaires variants, plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature. Parmi ces méthodes, il y a celles qui visent la linéarisation des équations du système autour d'un point d'opération prédefini; d'autres utilisent des transformations de repère et/ou des changements de variables. La linéarisation des équations d'état d'un système variant ne simplifie pas d'une façon substantielle le modèle du système pour fin d'étude ou de contrôle: la dépendance des paramètres du système par rapport au temps ne peut être éliminée par une simple linéarisation.

Pour certains systèmes variants dans le temps, un changement judicieux de repère d'observation peut enlever toute dépendance des paramètres du système par rapport au temps.

En ce qui a trait aux machines électriques, Park a proposé une transformation linéaire pour transformer les grandeurs statiques bipolaires (courants, tensions et flux) à des grandeurs liées à un repère orthogonal d-q avec un référentiel tournant fixé au rotor (voir figure 2.1). Dans le cas d'une transformation des courants statoriques, la transformation de Park s'exprime comme suit:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) \\ -\sin\theta_r & -\sin(\theta_r - 2\pi/3) & -\sin(\theta_r + 2\pi/3) \\ 1/(2)^{1/2} & 1/(2)^{1/2} & 1/(2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

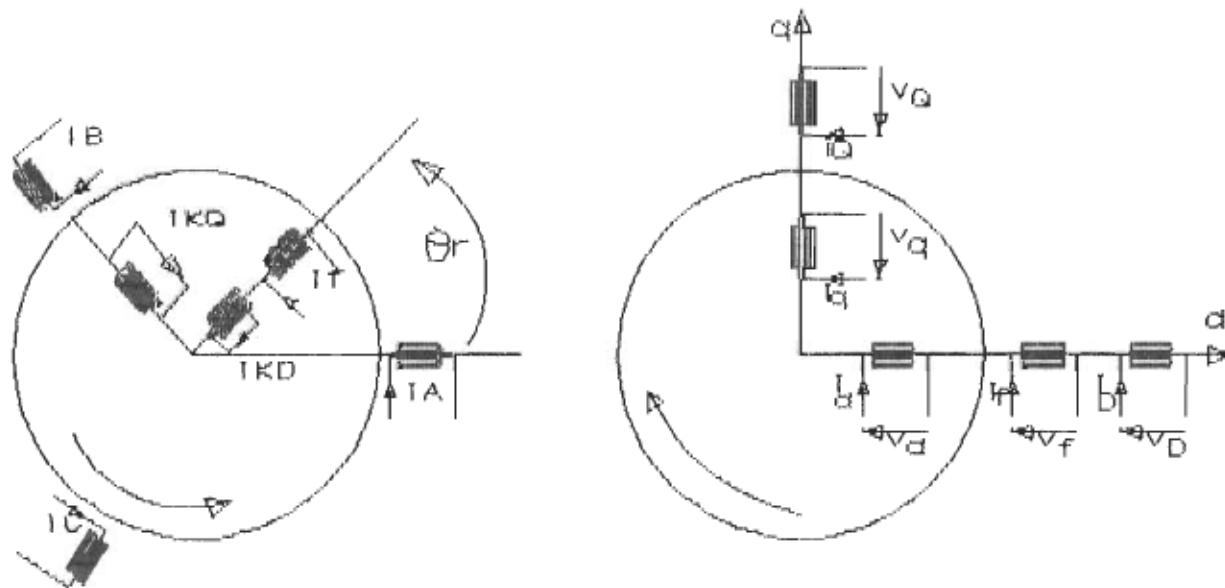


Figure 2. 1: Représentation bipolaire et modèle d-q du moteur.

Les courants rotoriques sont donnés par:

$$\begin{bmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_f \\ i_{KD} \\ i_{KQ} \end{bmatrix}$$

Par conséquent, on peut écrire

$$[i'] = [C] \cdot [i]$$

avec

$$\begin{aligned} [i'] &= [i_d \ i_q \ i_o \ i_f \ i_D \ i_Q]^T \\ [i] &= [i_A \ i_B \ i_C \ i_f \ i_{KD} \ i_{KQ}]^T \end{aligned}$$

et

$$[C] = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}^{\frac{1}{2}} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta_r & -\sin(\theta_r - 2\pi/3) & -\sin(\theta_r + 2\pi/3) & 0 & 0 & 0 \\ 1/(2)^{\frac{1}{2}} & 1/(2)^{\frac{1}{2}} & 1/(2)^{\frac{1}{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1.5)^{\frac{1}{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1.5)^{\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1.5)^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

On peut démontrer que $[C]^{-1} = [C]^T$ ce qui facilitera beaucoup la suite des calculs.

Comme on l'a présenté au chapitre 1, la matrice des résistances associées à la machine réelle est donnée par:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{KD} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{KQ} \end{bmatrix}$$

La matrice des inductances est donnée par:

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix}$$

avec

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} 1s + L1 + L2 \cdot \cos 2\theta_r & -L1/2 + L2 \cdot \cos(2\theta_r - 2\pi/3) & -L1/2 + L2 \cdot \cos(2\theta_r + 2\pi/3) \\ -L1/2 + L2 \cdot \cos(2\theta_r - 2\pi/3) & 1s + L1 + L2 \cdot \cos(2\theta_r + 2\pi/3) & -L1/2 + L2 \cdot \cos 2\theta_r \\ -L1/2 + L2 \cdot \cos(2\theta_r + 2\pi/3) & -L1/2 + L2 \cdot \cos 2\theta_r & 1s + L1 + L2 \cdot \cos(2\theta_r - 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$[L_{sr}] = \begin{bmatrix} Mo \cdot \cos\theta_r & L3 \cdot \cos\theta_r & -L4 \cdot \sin\theta_r \\ Mo \cdot \cos(\theta_r - 2\pi/3) & L3 \cdot \cos(\theta_r - 2\pi/3) & -L4 \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) \\ Mo \cdot \cos(\theta_r + 2\pi/3) & L3 \cdot \cos(\theta_r + 2\pi/3) & -L4 \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$[L_{rs}] = [L_{sr}]^T$$

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_f & L_{f,KD} & \emptyset \\ L_{f,KD} & L_{KD} & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & L_{KQ} \end{bmatrix}$$

La matrice $[G]$ est la dérivée partielle par rapport à θ_r de la matrice des inductances $[L]$, elle est donnée par:

$$[G] = \begin{bmatrix} [G_{ss}] & [G_{sr}] \\ [G_{rs}] & \emptyset \end{bmatrix}$$

avec

$$[G_{ss}] = -2 \cdot L2 \cdot \begin{bmatrix} \sin 2\theta_r & \sin(2\theta_r - 2\pi/3) & \sin(2\theta_r + 2\pi/3) \\ \sin(2\theta_r - 2\pi/3) & \sin(2\theta_r + 2\pi/3) & \sin 2\theta_r \\ \sin(2\theta_r + 2\pi/3) & \sin 2\theta_r & \sin(2\theta_r - 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$[G_{sr}] = - \begin{bmatrix} Mo \cdot \sin\theta_r & L3 \cdot \sin\theta_r & L4 \cdot \cos\theta_r \\ Mo \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) & L3 \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) & L4 \cdot \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ Mo \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) & L3 \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) & L4 \cdot \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$[G_{rs}] = [G_{sr}]^T$$

Dans le repère orthogonal d-q, on obtient

$$[R'] = [C] \cdot [R] \cdot [C]^T = [R],$$

$$[L'] = [C] \cdot [L] \cdot [C]^T = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & M_{df} & M_{dD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & M_{qQ} \\ 0 & 0 & l_s & 0 & 0 & 0 \\ M_{df} & 0 & 0 & L_f & M_{fD} & 0 \\ M_{dD} & 0 & 0 & M_{fD} & L_D & 0 \\ 0 & M_{qQ} & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix}$$

avec

$$L_D = L_{KD},$$

$$L_Q = L_{KQ},$$

$$M_{fD} = L_{f,KD},$$

$$M_{df} = (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot M_0,$$

$$M_{dD} = (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot L_3,$$

$$M_{qQ} = (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot L_4,$$

$$L_d = l_s + 1.5 \cdot (L_1 + L_2) = l_s + L_{ad},$$

$$L_q = l_s + 1.5 \cdot (L_1 - L_2) = l_s + L_{aq},$$

L_{ad} : inductance cyclique de magnétisation d'axe direct,

L_{aq} : inductance cyclique de magnétisation d'axe en quadrature.

Et la matrice $[G']$ est donnée par:

$$[G'] = [C] \cdot \left\{ \frac{[C]^T}{\theta_r} \right\} \cdot [L'] = \begin{bmatrix} 0 & -L_q & 0 & 0 & 0 & -M_{qQ} \\ L_d & 0 & 0 & M_{df} & M_{dD} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dans le repère d-q, les équations des flux, des tensions et du couple électromagnétique sont données par:

1) équations des flux

$$[\text{flux}'] = [L'] \cdot [i'] \quad (2.1)$$

$$\text{flux}_d = L_d \cdot i_d + M_{df} \cdot i_f + M_{dD} \cdot i_D \quad (2.2)$$

$$\text{flux}_q = L_q \cdot i_q + M_{qQ} \cdot i_Q \quad (2.3)$$

$$\text{flux}_o = L_s \cdot i_o \quad (2.4)$$

$$\text{flux}_f = L_f \cdot i_f + M_{df} \cdot i_d + M_{fD} \cdot i_D \quad (2.5)$$

$$\text{flux}_D = L_D \cdot i_D + M_{dD} \cdot i_d + M_{fD} \cdot i_f \quad (2.6)$$

$$\text{flux}_Q = L_Q \cdot i_Q + M_{qQ} \cdot i_q \quad (2.7)$$

2) équations des tensions

$$\begin{aligned} [v'] &= [R'] \cdot [i'] + [L'] \cdot d[i']/dt + w_r \cdot [G'] \cdot [i'] \\ &= [R'] \cdot [i'] + d[\text{flux}']/dt \end{aligned} \quad | \quad (2.8)$$

$$v_d = R_s \cdot i_d + d\text{flux}_d/dt - w_r \cdot \text{flux}_q \quad (2.9)$$

$$v_q = R_s \cdot i_q + d\text{flux}_q/dt + w_r \cdot \text{flux}_d \quad (2.10)$$

$$v_o = R_s \cdot i_o + d\text{flux}_o/dt \quad (2.11)$$

$$v_f = R_f \cdot i_f + d\text{flux}_f/dt \quad (2.12)$$

$$v_D = R_D \cdot i_D + d\text{flux}_D/dt \quad (2.13)$$

$$v_Q = R_Q \cdot i_Q + d\text{flux}_Q/dt \quad (2.14)$$

3) équation du couple électromagnétique

$$T_{\text{ém}} = P \cdot [i']^T \cdot [G'] \cdot [i']$$

Pour établir les équations d'état relatives à une alimentation en courant, on procède comme dans le chapitre 1. On peut, d'après les relations (2. 5), (2. 6) et (2. 7), établir les ex-

pressions suivantes:

$$i_f = \frac{1}{L_f \cdot L_D - M_{fD}} \cdot \left[L_D \cdot \text{flux}_f - M_{fD} \cdot \text{flux}_D + (M_{fD} \cdot M_{dD} - M_{df} \cdot L_D) \cdot i_d \right] \quad (2. 15)$$

$$i_D = \frac{-1}{L_f \cdot L_D - M_{fD}} \cdot \left[M_{fD} \cdot \text{flux}_f - L_f \cdot \text{flux}_D + (M_{dD} \cdot L_f - M_{fD} \cdot M_{df}) \cdot i_d \right] \quad (2. 16)$$

$$i_Q = [\text{flux}_Q - M_{qQ} \cdot i_Q] / L_Q \quad (2. 17)$$

En introduisant (2. 15) dans (2. 12), (2. 16) dans (2. 13) et (2. 17) dans (2. 14), on obtient les relations suivantes:

$$d\text{flux}_f/dt = A_f \cdot \text{flux}_f + B_f \cdot \text{flux}_D + C_f \cdot i_d + v_f \quad (2. 18)$$

$$d\text{flux}_D/dt = A_D \cdot \text{flux}_f + B_D \cdot \text{flux}_D + C_D \cdot i_d + v_D \quad (2. 19)$$

$$d\text{flux}_Q/dt = A_Q \cdot \text{flux}_Q + B_Q \cdot i_d + v_Q \quad (2. 20)$$

avec

$$A_f = \frac{-R_f \cdot L_D}{L_f \cdot L_D - M_{fD}} \cdot 2,$$

$$B_f = \frac{R_f \cdot M_{fD}}{L_f \cdot L_D - M_{fD}} \cdot 2,$$

$$C_f = \frac{R_f \cdot [M_{df} \cdot L_D - M_{fD} \cdot M_{dD}]}{L_f \cdot L_D - M_{fD}} \cdot 2,$$

$$A_D = \frac{R_D \cdot M_{fD}}{L_f \cdot L_D - M_{fD}} \cdot 2,$$

$$B_D = \frac{-R_D \cdot L_f}{L_f \cdot L_D - M_{fD}} \cdot 2,$$

$$C_D = \frac{R_D \cdot [M_{dD} \cdot L_f - M_{fD} \cdot M_{df}]}{L_f \cdot L_D - M_{fD}} \cdot 2,$$

$$A_Q = -R_Q / L_Q \text{ et } B_Q = R_Q \cdot M_{qQ} / L_Q.$$

En considérant les expressions des courants rotoriques, (voir relations (2. 15), (2.16) et (2. 17)), on peut démontrer que

$$T_{ém} = A_w \cdot \text{flux}_f \cdot i_Q + B_w \cdot \text{flux}_D \cdot i_Q + C_w \cdot \text{flux}_Q \cdot i_d + D_w \cdot i_d \cdot i_Q \quad (2. 21)$$

$$A_w = \frac{P \cdot [M_{df} \cdot L_D - M_{fd} \cdot M_{dd}]}{L_f \cdot L_D - M_{fd}^2}, \quad B_w = \frac{P \cdot [M_{dd} \cdot L_f - M_{fd} \cdot M_{df}]}{L_f \cdot L_D - M_{fd}^2},$$

$$C_w = -P \cdot M_{qQ} / L_Q$$

et

$$D_w = P \cdot \left[L_d - L_q + \frac{M_{qQ}^2}{L_Q} + \frac{2 \cdot M_{df} \cdot M_{fd} \cdot M_{dd} - M_{dd}^2 \cdot L_f - M_{df}^2 \cdot L_D}{L_f \cdot L_D - M_{fd}^2} \right].$$

L'équation mécanique est donnée par:

$$dw_r / dt = (P/J) \cdot \{ T_{ém} - T_{méc} - (D/P) \cdot w_r \} \quad (2.22)$$

de (2.21) et (2.22), on obtient

$$dw_r / dt = (P/J) \cdot \{ A_w \cdot \text{flux}_f \cdot i_q + B_w \cdot \text{flux}_d \cdot i_q - T_{méc} + C_w \cdot \text{flux}_Q \cdot i_d + D_w \cdot i_d \cdot i_q - (D/P) \cdot w_r \} \quad (2.23)$$

et celle de la position du rotor du moteur par:

$$d\theta_r / dt = w_r. \quad (2.24)$$

Si on considère un régime de fonctionnement équilibré tel que :

$$i_A = I_m \cdot \cos(\omega_r \cdot t + \alpha),$$

$$i_B = I_m \cdot \cos(\omega_r \cdot t + \alpha - 2\pi/3),$$

$$\text{et} \quad i_C = I_m \cdot \cos(\omega_r \cdot t + \alpha + 2\pi/3),$$

on obtient, en vertu de la transformation de Park, les expressions de i_d et de i_q suivantes:

$$i_d = (1.5)^{1/2} \cdot I_m \cdot \cos(\delta - \alpha) \quad (2.25)$$

$$i_q = -(1.5)^{1/2} \cdot I_m \cdot \sin(\delta - \alpha) \quad (2.26)$$

avec

$$\delta = \theta_r - \omega_r \cdot t.$$

En introduisant les relations (2. 25) et (2. 26) dans les relations (2. 18), (2. 19), (2. 20) et (2. 23), on obtient, en considérant $v_D = v_Q = 0$, les équations d'état suivantes:

$$\begin{aligned} d\text{flux}_f/dt &= A_f \cdot \text{flux}_f + B_f \cdot \text{flux}_D \\ &+ (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot C_f \cdot \cos(\delta - \alpha) \cdot I_m + v_f, \end{aligned} \quad | \quad (2. 27)$$

$$\begin{aligned} d\text{flux}_D/dt &= A_D \cdot \text{flux}_f + B_D \cdot \text{flux}_D \\ &+ (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot C_D \cdot \cos(\delta - \alpha) \cdot I_m, \end{aligned} \quad | \quad (2. 28)$$

$$d\text{flux}_Q/dt = A_Q \cdot \text{flux}_Q - (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot B_Q \cdot \sin(\delta - \alpha) \cdot I_m, \quad | \quad (2. 30)$$

$$\begin{aligned} dw_r/dt &= - (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot A_w \cdot \sin(\delta - \alpha) \cdot \text{flux}_f \cdot I_m \cdot P/J \\ &- (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot B_w \cdot \sin(\delta - \alpha) \cdot \text{flux}_D \cdot I_m \cdot P/J \\ &+ (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot C_w \cdot \cos(\delta - \alpha) \cdot \text{flux}_Q \cdot I_m \cdot P/J \\ &- 0.75 \cdot D_w \cdot \sin(2\delta - 2\alpha) \cdot \text{flux}_Q \cdot I_m^2 \cdot P/J \\ &- D \cdot w_r / J - P \cdot Tméc / J, \end{aligned} \quad | \quad (2. 31)$$

et

$$d\theta_r/dt = w_r. \quad | \quad (2. 32)$$

Si on pose

$$[x] = [\text{flux}_f \quad \text{flux}_D \quad \text{flux}_Q \quad w_r \quad \theta_r]^T$$

et

$$[U] = [I_m \quad v_f \quad Tméc]^T$$

il sera possible de représenter les équations d'état (2. 27) à (2. 32) sous la forme matricielle suivante:

$$d[x]/dt = [A] \cdot [x] + [B] \cdot [U] \quad | \quad (2. 33)$$

avec

$$[A] = \begin{bmatrix} A_f & B_f & 0 & 0 & 0 \\ A_D & B_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_Q & 0 & 0 \\ A_1 & A_2 & A_3 & -D/J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} B_1 & 1 & 0 \\ B_2 & 0 & 0 \\ B_3 & 0 & 0 \\ B_4 & 0 & -P/J \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = - (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot A_w \cdot \sin(\delta - \alpha) \cdot I_m \cdot P/J,$$

$$A_2 = - (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot B_w \cdot \sin(\delta - \alpha) \cdot I_m \cdot P/J,$$

$$A_3 = (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot C_w \cdot \cos(\delta - \alpha) \cdot I_m \cdot P/J,$$

$$B_1 = (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot C_f \cdot \cos(\delta - \alpha),$$

$$B_2 = (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot C_D \cdot \cos(\delta - \alpha),$$

$$B_3 = - (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot B_Q \cdot \sin(\delta - \alpha),$$

et

$$B_4 = - 0.75 \cdot D_w \cdot \sin(2\delta - 2\alpha) \cdot I_m \cdot P/J.$$

2. 1. 2) Linéarisation des équations d'état

Qu'il s'agisse de chercher une solution analytique, de calculer un contrôleur (numérique ou digital) ou tout simplement de faciliter l'étude et l'analyse des systèmes non linéaires, la linéarisation des équations d'état représente une alternative simple et efficace.

Cette linéarisation se fait toujours au voisinage d'un point d'opération prédéfini; les résultats de l'analyse qui en découlent ou les performances du contrôleur qui en dépend ne seront, bien sûr, valables qu'au voisinage de ce point d'opéra-

tion. La procédure de linéarisation est basée sur le développement en série de Taylor de la fonction à linéariser autour du point d'opération désiré. Par la suite, on considérera autant de termes de la série que la précision recherchée du modèle sera grande. Habituellement, on néglige les dérivées supérieures à la première: soit la linéarisation de la fonction $dx/dt = f(x, u)$ autour du point d'opération (x^0, u^0) . En négligeant les dérivées supérieures à la première dans la série de Taylor de la fonction $f(x, u)$, on obtient:

$$f(x, u) \approx f(x^0, u^0) + \left. \frac{f(x, u)}{x} \right|_{x = x^0, u = u^0} \cdot (x - x^0) + \left. \frac{f(x, u)}{u} \right|_{x = x^0, u = u^0} \cdot (u - u^0)$$

où $x = x^0 + x^*$ et $u = u^0 + u^*$ (2. 34)

Si le système est en équilibre au point d'opération, on obtient alors $dx^0/dt = f(x^0, u^0) = 0$.

En appliquant (2. 34) à un système non linéaire, on obtient, autour du point d'opération $([x^0], [U^0])$, un système linéarisé donné par:

$$d[x^*]/dt = [A^*] \cdot [x^*] + [B^*] \cdot [U^*] \quad (2. 35)$$

La matrice $[A^*]$ est la dérivée partielle des fonctions d'état par rapport au vecteur d'état $[x]$ pris élément par élément et évaluée à $[x] = [x^0]$ et à $[U] = [U^0]$.

La matrice $[B^*]$ est la dérivée partielle des fonctions d'état par rapport au vecteur de commande $[U]$ pris élément par élément et évaluée à $[x] = [x^0]$ et à $[U] = [U^0]$.

Maintenant, si l'on considère les équations d'état (2. 33) du modèle non linéaire développé à la section (2. 1. 1), et qu'on assume un point d'opération $([x^0], [U^0])$ tel que:

$$[x^0] = [flux_f^0 \ flux_D^0 \ flux_Q^0 \ w_r^0 \ \theta_r^0]^T$$

et

$$[U^0] = [I_m^0 \ v_f^0 \ Tmec^0]^T$$

on obtiendra, le modèle linéarisé suivant:

$$d[x^*]/dt = [A^*] \cdot [x^*] + [B^*] \cdot [U^*] \quad (2. 36)$$

avec

$$[x^*] = [flux_f^* \ flux_D^* \ flux_Q^* \ w_r^* \ \theta_r^*]^T,$$

$$[U^*] = [I_m^* \ v_f^* \ Tmec^*]^T$$

$$[A^*] = \begin{bmatrix} A_f & B_f & 0 & 0 & 0 \\ A_D & B_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_Q & 0 & 0 \\ X1 & X2 & X3 & -D/J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad [B^*] = \begin{bmatrix} B1 & 1 & 0 \\ B2 & 0 & 0 \\ B3 & 0 & 0 \\ X4 & 0 & -P/J \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$X1 = - (1.5)^k \cdot A_w \cdot \sin(\delta - \alpha) \cdot I_m^0 \cdot P/J,$$

$$X2 = - (1.5)^k \cdot B_w \cdot \sin(\delta - \alpha) \cdot I_m^0 \cdot P/J,$$

$$X_3 = (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot C_w \cdot \cos(\delta - \alpha) \cdot I_m^0 \cdot P/J,$$

et

$$X_4 = - (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot [A_w \cdot \text{flux}_f^0 + B_w \cdot \text{flux}_D^0] \cdot \sin(\delta - \alpha) \cdot P/J \\ + (1.5)^{\frac{1}{2}} \cdot C_w \cdot \text{flux}_Q^0 \cdot \cos(\delta - \alpha) \cdot P/J \\ - 1.5 \cdot I_m^0 \cdot D_w \cdot \sin(2\delta - 2\alpha) \cdot P/J$$

2. 1. 3) Calcul de Kp et de Ki

Dans la section (2. 1. 2), on a développé le modèle d-q linéarisé d'un moteur synchrone autopiloté alimenté en courant. Ce modèle représente la fonctionnalité du moteur en boucle ouverte. Si l'on désire maintenant calculer un contrôleur du type PI: proportionnel et intégral afin d'asservir le modèle développé à la section (2. 1. 2) pour qu'il représente la fonctionnalité du moteur en boucle fermée, on peut procéder comme suit:

Désignons par w_{ref}^* la vitesse de référence à laquelle on désire que le moteur tourne en régime établi et par $G(s)$, le contrôleur à utiliser (s : désigne l'opérateur de Laplace). Dans ce cas, la variation de l'amplitude des courants sera donnée par:

$$I_m^* = G(s) \cdot \{w_{ref}^* - w_r^*\} \quad (2. 37)$$

Pour un contrôleur PI, $G(s)$ prendra la forme suivante

$$G(s) = K_p + K_i/s \quad (2. 38)$$

où K_p désigne la constante de proportionnalité et K_i désigne la constante d'intégration.

Des relations (2. 37) et (2. 38), on peut écrire

$$s \cdot I_m^* = (s \cdot K_p + K_i) \cdot \{w_{ref}^* - w_r^*\} \quad (2. 39)$$

ou encore

$$dI_m^*/dt = -K_p \cdot dw_r^*/dt - K_i \cdot w_r^* + K_i \cdot w_{ref}^*. \quad (2. 40)$$

En considérant l'expression de dw_r^*/dt dans la relation (2. 36), la relation (2. 40) devient

$$\begin{aligned} dI_m^*/dt = & -K_p \cdot X_1 \cdot \text{flux}_f^* - K_p \cdot X_2 \cdot \text{flux}_D^* \\ & - K_p \cdot X_3 \cdot \text{flux}_Q^* - K_p \cdot X_4 \cdot I_m^* + K_p \cdot P \cdot T_{méc}^* / J \\ & + [K_p \cdot D / J - K_i] \cdot w_r^* + K_i \cdot w_{ref}^*. \end{aligned} \quad (2. 41)$$

La relation (2. 41) forme une nouvelle équation d'état qui vient s'ajouter aux équations d'état représentées par la relation matricielle (2. 36). Ainsi, on obtient

$$\begin{aligned} d\text{flux}_f^*/dt &= A_f \cdot \text{flux}_f^* + B_f \cdot \text{flux}_D^* + B_1 \cdot I_m^* + v_f^*, \\ d\text{flux}_D^*/dt &= A_D \cdot \text{flux}_f^* + B_D \cdot \text{flux}_D^* + B_2 \cdot I_m^*, \\ d\text{flux}_Q^*/dt &= A_Q \cdot \text{flux}_Q^* + B_3 \cdot I_m^*, \\ dw_r^*/dt &= X_1 \cdot \text{flux}_f^* + X_2 \cdot \text{flux}_D^* + X_3 \cdot \text{flux}_Q^* - D \cdot w_r^* / J \\ &+ X_4 \cdot I_m^* - P \cdot T_{méc}^* / J, \\ d\theta_r^*/dt &= w_r^*, \\ dI_m^*/dt &= -K_p \cdot X_1 \cdot \text{flux}_f^* - K_p \cdot X_2 \cdot \text{flux}_D^* - K_p \cdot X_3 \cdot \text{flux}_Q^* \\ &- K_p \cdot X_4 \cdot I_m^* + K_p \cdot P \cdot T_{méc}^* / J + \{K_p \cdot D / J - K_i\} \cdot w_r^* \\ &+ K_i \cdot w_{ref}^*. \end{aligned}$$

On peut représenter les équations d'état sous la forme matricielle suivante:

$$d[x^*]/dt = [A^*] \cdot [x^*] + [B^*] \cdot [U^*] \quad (2. 42)$$

avec

$$[x^*] = \begin{bmatrix} \text{flux}_f^* & \text{flux}_D^* & \text{flux}_Q^* & w_r^* & \theta_r^* & I_m \end{bmatrix}^T,$$

$$[U^*] = \begin{bmatrix} w_{ref}^* & v_f^* & T_{mec}^* \end{bmatrix}^T,$$

$$[A^*] = \begin{bmatrix} A_f & B_f & 0 & 0 & 0 & B1 \\ A_D & B_D & 0 & 0 & 0 & B2 \\ 0 & 0 & A_Q & 0 & 0 & B3 \\ x_1 & x_2 & x_3 & -D/J & 0 & x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_p \cdot x_1 & -K_p \cdot x_2 & -K_p \cdot x_3 & (K_p \cdot D/J - K_i) & 0 & -K_p \cdot x_4 \end{bmatrix},$$

et

$$[B^*] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -P/J \\ 0 & 0 & 0 \\ K_i & 0 & P \cdot K_p/J \end{bmatrix}.$$

La détermination des constantes K_i et K_p relève des conditions suivantes:

- 1) stabilité du système, autant en régime transitoire qu'en régime établi: toutes les valeurs propres de la matrice $[A^*]$ doivent avoir leurs parties réelles négatives,
- 2) respect du temps de montée et du dépassement imposés sur la vitesse du moteur.

Les méthodes d'évaluation des constantes K_p et K_i peuvent être purement analytiques (transformation en s ou en z et imposition des pôles) ou entièrement numériques (méthodes d'essais et d'erreurs). Dans cet ouvrage, il a été plus facile d'évaluer numériquement qu'analytiquement les constantes du contrôleur PI. Les valeurs retenues sont données au chapitre 3 avec les résultats de simulation associés.

2. 1. 4) Retour au modèle utilisant les variables de phase

Maintenant qu'on a calculé les constantes K_p et K_i du contrôleur PI, il est possible de les utiliser avec le modèle non linéaire du moteur. Au chapitre 1, on a développé le modèle non linéaire du moteur. Les équations décrivant le fonctionnement du moteur en boucle ouverte sont fournies ci-dessous.

$$[\text{flux}_s] = [L_{ss}] \cdot [i_s] + [L_{sr}] \cdot [i_r] \quad (2. 43)$$

$$\begin{aligned} d[\text{flux}_s]/dt = & d[L_{ss}]/dt \cdot [i_s] + d[L_{sr}]/dt \cdot [i_r] \\ & + [L_{ss}] \cdot d[i_s]/dt + [L_{sr}] \cdot d[i_r]/dt \end{aligned} \quad (2. 44)$$

$$d[\text{flux}_r]/dt = [v_r] - [R_r] \cdot [i_r] \quad (2. 45)$$

$$[i_r] = [L_{rr}]^{-1} \cdot \{ [flux_r] - [L_{rs}] \cdot [i_s] \} \quad (2. 46)$$

$$T_{\text{ém}} = P \cdot [i]^T \cdot [G] \cdot [i] / 2 \quad (2. 47)$$

$$dw_r/dt = (P/J) \cdot \{ T_{\text{ém}} - T_{\text{méc}} - (D/P) \cdot w_r \} \quad (2. 48)$$

$$d\theta_r/dt = w_r \quad (2. 49)$$

$$\begin{aligned} [v_s] = & [R_s] \cdot [i_s] + d[L_{ss}]/dt \cdot [i_s] \\ & + d[L_{sr}]/dt \cdot [i_r] + [L_{ss}] \cdot d[i_s]/dt \\ & + [L_{sr}] \cdot [L_{rr}]^{-1} \cdot \{ [v_r] - [R_r] \cdot [i_r] \\ & - d[L_{rs}]/dt \cdot [i_s] - [L_{rs}] \cdot d[i_s]/dt \} \end{aligned} \quad (2. 50)$$

Il suffit maintenant de trouver une expression de l'amplitude des courants statoriques I_m en fonction d'une vitesse de référence w_{ref} et du contrôleur PI calculé précédemment dans la section (2. 1. 3).

Des relations (2. 40) et (2. 48), on peut tirer après arrangement des termes la relation recherchée. Celle-ci est donnée par:

$$\frac{dI_m}{dt} = \{K_p \cdot D/J - K_i\} \cdot w_r + K_i \cdot w_{ref} - P \cdot K_p \cdot T_{em}/J + P \cdot K_p \cdot T_{mec}/J \quad | \quad (2. 51)$$

Le fonctionnement du moteur en boucle fermée est entièrement représenté par les équations d'état non linéaires définies par les relations (2. 43) à (2. 51).

2. 2) Commande par retour d'état avec observateur

La commande des systèmes par retour d'état est une méthode de régulation flexible permettant une assignation libre et facile de tous les modes gouvernables du système, agissant ainsi sur le comportement de celui-ci autant en régime dynamique qu'en régime établi. Toutefois, le réglage par retour d'état exige que toutes les grandeurs d'état du système à régler soient mesurables afin de pouvoir mettre en contre-réaction ces grandeurs et imposer au système global fermé un certain comportement dynamique.

Cependant, dans la plupart des cas, il n'est pas possible de mesurer directement certaines grandeurs d'état. On doit alors employer un observateur d'état pour reconstituer les grandeurs d'état inaccessibles. Un observateur consiste en un algorithme

qui permet de déterminer la valeur des grandeurs d'état aux instants d'échantillonnage. L'algorithme d'observation et l'algorithme de réglage peuvent être implantés ensemble dans le calculateur de processus.

Comme on peut traiter le réglage d'état et l'observateur séparément, on abordera d'abord, à la section (2. 2. 1), le calcul de la matrice de réaction d'état. Ensuite, à la section (2. 2. 2), on développera les équations d'état du système avec retour d'état et sans observateur. Le problème d'observateur d'état sera abordé aux sections (2. 2. 3), (2. 2. 3. 1) et (2. 2. 3. 2) où l'on étudiera en particulier la structure, la détermination des coefficients et l'optimisation du temps de calcul nécessaire pour la reconstitution des grandeurs d'état. À la section (2. 2. 4), on étudiera le comportement du réglage d'état combiné avec l'observateur.

2. 2. 1) Calcul de la matrice de réaction d'état

Pour un système linéaire ou linéarisé au voisinage d'un point d'opération quelconque,

$$\begin{aligned} \frac{d[x]}{dt} &= [A] \cdot [x] + [B] \cdot [U] \\ [Y] &= [C] \cdot [x] + [D] \cdot [U] \end{aligned} \quad | \quad (2. 52)$$

On peut définir la loi de commande

$$[U] = [V] - [K] \cdot [x]. \quad (2. 53)$$

[K] désigne la matrice de réaction d'état.

Pour cette loi de commande, les équations d'état de la relation (2. 52) deviennent:

$$\begin{aligned} \frac{d[x]}{dt} &= \{[A] - [B] \cdot [K]\} \cdot [x] + [B] \cdot [v] \\ [Y] &= \{[C] - [D] \cdot [K]\} \cdot [x] + [D] \cdot [v]. \end{aligned} \quad | \quad (2. 54)$$

La matrice de transfert de ce système en boucle fermée (de $[v]$ à $[Y]$) s'écrit

$$\{[C] - [D] \cdot [K]\} \cdot \{P[I] - [A] + [B] \cdot [K]\}^{-1} \cdot [B] + [D]. \quad (2. 55)$$

Les modes du système en boucle fermée sont les racines de l'équation caractéristique suivante:

$$|P[I] - [A] + [B] \cdot [K]| = 0. \quad (2. 56)$$

Il est donc possible, par le choix de la matrice $[K]$, d'imposer les modes du système en boucle fermée, agissant ainsi sur la stabilité et sur la dynamique du système.

En fait, on ne peut fixer arbitrairement tous les modes que si le système en boucle ouverte est gouvernable. Si tel n'est pas le cas, on ne pourra agir que sur les modes gouvernables.

A présent, si l'on considère le modèle d-q linéarisé développé à la section (2. 2) et un point d'opération $([x^0], [U^0])$ tel que

$$\begin{aligned} [x^0] &= [\text{flux}_f^0 \quad \text{flux}_D^0 \quad \text{flux}_Q^0 \quad \omega_r^0 \quad \theta_r^0]^T \\ &= [0.6178 \quad 0.5779 \quad 0.1264 \quad 100 \quad 132]^T \end{aligned}$$

$$[U^0] = [I_m^0 \quad v_f^0 \quad T_{mec}^0]^T = [7.4175 \quad 1.2866 \quad 0.2000]^T,$$

on obtient, pour les paramètres de la machine listés à l'annexe A, les matrices $[A]$ et $[B]$ suivantes:

$$[A] = \begin{bmatrix} -16.3334 & 15.2337 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 98.5986 & -105.3993 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -28.8043 & 0.0000 & 0.0000 \\ -119.8386 & -114.4959 & -237.0006 & -0.8000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0.0290 & 1.0000 \\ 0.1792 & 0.0000 \\ -0.3277 & 0.0000 \\ -22.6129 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}.$$

Le système en boucle ouverte est défini par les équations d'état suivantes:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= [A] \cdot [x] + [B] \cdot [U] \\ [Y] &= [C] \cdot [x] \end{aligned} \quad | \quad (2. 57)$$

avec

$$\begin{aligned} [x] &= [flux_f \ flux_D \ flux_Q \ w_r \ \theta_r]^T, \\ [U] &= [I_m \ v_f]^T \end{aligned}$$

Pour pouvoir fixer arbitrairement tous les modes, on doit vérifier et la gouvernabilité et l'observabilité du système en boucle ouverte. Pour ce faire, on examinera le rang de la matrice de gouvernabilité $[Q_1]$ définie par:

$$[Q_1] = [[B] \ [A] \cdot [B] \ [A]^2 \cdot [B] \ [A]^3 \cdot [B] \ [A]^4 \cdot [B]].$$

Et celui de la matrice d'observabilité $[Q_2]$ donnée par:

$$[Q_2] = [[C]^T \ [A]^T \cdot [C]^T \ \{[A]^T\}^2 \cdot [C]^T \ \dots \ \{[A]^T\}^4 \cdot [C]^T].$$

Pour les matrices $[A]$ et $[B]$ de la relation (2. 57), on montre que:

- le rang de la matrice $[Q_1]$ est égale à l'ordre du système. le système est donc entièrement gouvernable.
- le rang de la matrice $[Q_2]$ est égale à l'ordre du système. le système est donc entièrement observable.

Maintenant qu'on a vérifié la gouvernabilité et l'observabilité du système, on peut calculer la matrice de réaction d'état.

Si l'on pose

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} \end{bmatrix} \quad | \quad (2.58)$$

et

$$[A_f] = [A] - [B] \cdot [K] = \begin{bmatrix} [M_{11}] & [M_{12}] \\ [M_{21}] & [M_{22}] \end{bmatrix}$$

Il s'en suit que

$$[M_{11}] = \begin{bmatrix} -16.3334 - 0.029K_{11} - K_{21} & 15.2337 - 0.029K_{12} - K_{22} & -0.029K_{12} - K_{22} \\ 98.5986 - 0.1792K_{11} & -105.3993 - 0.1792K_{12} & -0.1792K_{13} \\ 0.3277K_{11} & 0.3277K_{12} & -28.8043 + 0.3277K_{11} \end{bmatrix}$$

$$[M_{21}] = \begin{bmatrix} -119.8386 + 22.6129K_{11} & -114.4959 + 22.6129K_{12} & -237.0006 + 22.6129K_{13} \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$[M_{12}] = \begin{bmatrix} -0.029K_{14} - K_{24} & -0.029K_{15} - K_{25} \\ -0.1792K_{14} & -0.1792K_{15} \\ 0.3277K_{14} & 0.3277K_{15} \end{bmatrix}$$

$$[M_{22}] = \begin{bmatrix} -0.8000 + 22.6129K_{14} & 22.6129K_{15} \\ 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

En boucle fermée, les pôles du système ne sont d'autres que les zéros de l'équation suivante:

$$|\text{Lamda} \cdot [I_5] - \{[A] - [B] \cdot [K]\}| = 0 \quad | \quad (2.59)$$

$[I_n]$ étant une matrice unitaire d'ordre n.

La résolution en Lamda de l'équation (2.59) implique le développement analytique de l'expression du déterminant d'une matrice d'ordre 5. Ce développement est d'autant plus laborieux que l'ordre de la matrice est élevé. Une façon de simplifier le

calcul consiste à annuler la matrice $[M_{12}]$ et/ou la matrice $[M_{21}]$. Dans ce cas: $[M_{12}] = [\emptyset]$ et/ou $[M_{21}] = [\emptyset]$, la relation (2. 59) devient

$$|\text{Lamda} \cdot [I_3] - [M_{11}]| \cdot |\text{Lamda} \cdot [I_2] - [M_{22}]| = \emptyset \quad (2. 60)$$

ou encore

$$\begin{cases} |\text{Lamda} \cdot [I_3] - [M_{11}]| = \emptyset \\ |\text{Lamda} \cdot [I_2] - [M_{22}]| = \emptyset. \end{cases} \quad (2. 61)$$

Ainsi, on peut imposer séparément les pôles du système en boucle fermée: imposer trois pôles à la matrice $[M_{11}]$ et deux pôles à la matrice $[M_{22}]$.

En utilisant le programme listé à l'annexe B et en imposant

$$\begin{aligned} \text{Lamda}_1 &= -40.0000 - 25.0000i \\ \text{Lamda}_2 &= -40.0000 + 25.0000i \\ \text{Lamda}_3 &= -80.0000 + 0.0000i \\ \text{Lamda}_4 &= -40.0000 - 20.0000i \\ \text{Lamda}_5 &= -40.0000 + 20.0000i \end{aligned}$$

et

$$[M_{21}] = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

on a obtenu les matrices suivantes:

$$[A_f] = \begin{bmatrix} -28.3230 & -19.7850 & -151.6700 & 0.0000 & 0.0000 \\ 97.6490 & -106.3100 & -1.8780 & 0.6276 & 15.8480 \\ 1.7366 & 1.6592 & -25.3700 & -1.1477 & -28.9820 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -80.0000 & -2000.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 5.2996 & 5.0633 & 10.4808 & -3.5024 & -88.4452 \\ 11.8365 & 34.8717 & 151.3712 & 0.1015 & 2.5628 \end{bmatrix}$$

2. 2. 2) Équations d'état sans observateur

En vertu de la loi de commande définie par la relation (2. 53), les équations d'état sont données par:

$$\frac{dx}{dt} = [A_f] \cdot [x] + [B] \cdot [v] \quad | \quad (2. 62)$$

où

$$[x] = [\text{flux}_f \quad \text{flux}_D \quad \text{flux}_Q \quad w_r \quad \theta_r]^T,$$

$$[v] = [I_m \quad v_f \quad T_{méc}]^T,$$

$$[A_f] = \begin{bmatrix} -28.3230 & -19.7850 & -151.6700 & 0.0000 & 0.0000 \\ 97.6490 & -106.3100 & -1.8780 & 0.6276 & 15.8480 \\ 1.7366 & 1.6592 & -25.3700 & -1.1477 & -28.9820 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -80.0000 & -2000.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

et

$$[B] = \begin{bmatrix} 0.0290 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.1792 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.3277 & 0.0000 & 0.0000 \\ -22.6129 & 0.0000 & 20.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}.$$

Comme on s'intéresse à l'asservissement de la vitesse, il sera plus commode que le vecteur $[v]$ soit donné par:

$$[v] = [w_{ref} \quad v_f \quad T_{méc}]^T$$

au lieu de

$$[v] = [I_m \quad v_f \quad T_{méc}]^T.$$

Pour assurer cette conversion de consigne, il suffit de se placer en régime établi et de dériver une expression du courant I_m en fonction de la vitesse.

En régime établi, si on pose $w_r = w_{ref}$, on obtient

$$-80 \cdot w_{ref} - 2000 \cdot \theta_r = -22.6129 \cdot I_m + 20 \cdot T_{méc} \quad (2. 63)$$

d'où

$$I_m = 3.5378 \cdot w_{ref} + 88.4451 \cdot \theta_r + 0.8845 \cdot T_{méc}. \quad (2. 64)$$

Pour

$$[V] = [w_{ref} \ v_f \ T_{méc}]^T$$

les matrices $[A_f]$ et $[B]$ sont modifiées et deviennent:

$$[A_f] = \begin{bmatrix} -28.3230 & -19.7850 & -151.6700 & 0.0000 & 2.5649 \\ 97.6490 & -106.3100 & -1.8780 & 0.6276 & 31.6974 \\ 1.7366 & 1.6592 & -25.3700 & -1.1477 & -57.9655 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -80.0000 & -4000.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0.1026 & 1.0000 & 0.0257 \\ 0.6340 & 0.0000 & 0.1585 \\ -1.1593 & 0.0000 & -0.2899 \\ -80.0000 & 0.0000 & -0.0011 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}.$$

Avec cette conversion de consigne, deux valeurs propres de la matrice $[A_f]$ sont affectées. On obtient dans ce cas-ci, les valeurs propres suivantes:

$$\lambda_4 = -40.0000 - 49.0000i$$

$$\lambda_5 = -40.0000 + 49.0000i$$

au lieu de

$$\lambda_4 = -40.0000 - 20.0000i$$

$$\lambda_5 = -40.0000 + 20.0000i$$

2. 2. 3) Observateur d'état

Dans le contrôle des systèmes, les approches diffèrent selon les critères de fonctionnement à satisfaire, cependant, tout

contrôle implique au moins la connaissance des variables d'état à contrôler.

En pratique, tout dépendamment du choix des variables d'état lors de la modélisation du système à contrôler, les composantes du vecteur d'état peuvent être plus ou moins directement accessibles (mesurables). Dans le cas où une ou plusieurs composante (s) du vecteur d'état n'est pas ou ne sont pas directement accessible (s), une estimation numérique partielle ou complète du vecteur d'état peut être considérée. L'estimation (observation) du vecteur d'état fait appel à la théorie des observateurs.

Le principe d'observation du vecteur d'état consiste à la simulation en temps réel, sur calculateur numérique, du modèle adopté pour le système à contrôler. La raison d'être de cette simulation est de reconstituer les composantes directement inaccessibles du vecteur d'état à fin de compenser en temps réel toute déviation du système de son point d'opération.

Pour des systèmes complexes (d'ordre élevé), le temps de calcul requis pour l'estimation du vecteur d'état peut être relativement long. Ce temps de calcul s'interprète par le système comme un délai pur retardant la commande sur la perturbation. Pour améliorer la commande des systèmes utilisant des observateurs, on a intérêt à développer, pour la reconstitution du vecteur d'état, des algorithmes nécessitant des temps de calcul réduits.

Pour réduire le temps de calcul requis par un observateur, une modélisation adéquate de celui-ci est nécessaire. Deux tech-

niques de modélisation d'un observateur seront exposées; on développera également les algorithmes de calcul associés à chacune d'entre elles.

Selon les modes imposés à l'observateur: modes distincts ou multiples, une partition partielle ou complète des équations d'état de l'observateur sera adoptée. Pour alléger la présentation, on présente aux annexes C et D les théories de partitionnement des équations d'état d'un système invariant linéaire ou linéarisé. Pour une partition partielle, on utilisera les techniques de séparation des modes et pour une partition complète on utilisera les techniques de diagonalisation d'une matrice.

2. 2. 3. 1) Conception

Soit un système linéaire invariant décrit par:

$$\begin{array}{l} \dot{x} = [A] \cdot x + [B] \cdot u \\ y = [C] \cdot x \end{array} \quad | \quad (2. 65)$$

où

$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]^T$: vecteur d'état du système,

$u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ \dots \ u_m]^T$: vecteur de commande,

$[A]$: une matrice constante d'ordre $(n * n)$,

$[B]$: une matrice constante d'ordre $(n * m)$.

En boucle ouverte, la matrice de transfert de ce système est donnée par:

$$[C] \{p[I] - [A]\}^{-1} \cdot [B] + [D]. \quad (2. 66)$$

Si l'on considère une loi de commande définie par:

$$u = v + [K] \cdot x, \quad (2. 67)$$

où $[K]$ est une matrice de réaction déterminée par la stratégie de contrôle, le système en boucle fermée sera caractérisé par:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \{[A] + [B] \cdot [K]\} \cdot x + [B] \cdot v \\ y &= \{[C] + [D] \cdot [K]\} \cdot x + [D] \cdot v \end{aligned} \quad | \quad (2. 68)$$

Les modes du système, défini par (2. 68), sont donnés par la résolution en p de la relation suivante:

$$| \{p[I] - [A] - [B] \cdot [K]\} | = 0 \quad (2. 69)$$

La loi de commande définie en (2. 67) présume accessibles les composantes du vecteurs d'état x . Dans le cas où ces composantes ne sont pas accessibles, une simulation numérique des équations d'état du système (relations (2. 65)) est envisagée. Les variables d'état du système simulé et celles du système réel seront identiques seulement si l'entrée u ainsi que les conditions initiales de la simulation et celles du système réel sont les mêmes.

Comme le système réel est sujet à des perturbations non mesurables qui ne peuvent être appliquées à la simulation, la différence entre le vecteur de sortie y du système réel et le vecteur de sortie y_o du système simulé (observateur) est utilisée comme une autre entrée dans la simulation.

L'observateur sera donc décrit par les équations d'état suivantes:

$$\begin{aligned} \frac{dx_o}{dt} &= [A] \cdot x_o + [B] \cdot u + [L] \cdot (y - y_o) \\ y_o &= [C] \cdot x_o \end{aligned} \quad | \quad (2. 70)$$

où $[L]$ est la matrice observateur. Une méthode pour obtenir $[L]$ utilise l'erreur de reconstitution définie par:

$$\frac{de}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{dx_o}{dt} \quad (2. 71)$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= [A] \cdot (x - x_o) - [L] \cdot (y - y_o) \\ &= \{[A] - [L] \cdot [C]\} \cdot e \end{aligned} \quad | \quad (2. 72)$$

Par un choix approprié de la matrice $[L]$, la valeur de $e(t)$ en régime permanent peut être nulle quelle que soit les conditions initiales. L'équation (2. 72) implique que les variables d'état de l'observateur approchent celles du système réel en régime permanent quelle que soit l'entrée du système réel.

2. 2. 3. 2) Algorithmes numériques rapides

Le modèle linéaire de l'observateur est donné par:

$$\begin{aligned} \frac{dx_o}{dt} &= [A] \cdot x_o + [B] \cdot u + [L] \cdot (y - y_o) \\ y_o &= [C] \cdot x_o \\ y &= [C] \cdot x \end{aligned} \quad | \quad (2. 73)$$

ou encore

$$\begin{aligned} \frac{dx_o}{dt} &= [A_o] \cdot x_o + [B_o] \cdot u + [L_o] \cdot x \\ y_o &= [C] \cdot x_o \end{aligned} \quad | \quad (2. 74)$$

avec

$$\begin{aligned} [A_o] &= [A] - [L] \cdot [C] \\ [B_o] &= [B] \\ [L_o] &= [L] \cdot [C] \end{aligned}$$

et la commande est donnée par:

$$u = v + [K] \cdot x. \quad (2. 75)$$

Si l'on considère une période d'échantillonnage T , les relations (2. 74) et (2. 75) deviennent:

$$x_o(k+1) = [A_s] \cdot x_o(k) + [B_s] \cdot u(k) + [L_s] \cdot x(k) \quad (2.76)$$

$$u(k+1) = v(k+1) + [K] \cdot x_o(k+1). \quad (2.77)$$

où $[A_s]$, $[B_s]$ et $[L_s]$ relèvent de la résolution de la relation (2.64) en considérant une période d'échantillonnage T et une commande constante par intervalle. On aura alors:

$$\begin{aligned} [A_s] &= e^{[A_o] \cdot T}, \\ [B_s] &= \{e^{[A_o] \cdot T} - [I]\} \cdot [A_o]^{-1} \cdot [B_o], \\ [L_s] &= \{e^{[A_o] \cdot T} - [I]\} \cdot [A_o]^{-1} \cdot [L_o] \cdot [C]. \end{aligned} \quad | \quad (2.78)$$

Pour un système d'ordre n , $[A_s]$ et $[L_s]$ sont deux matrices carrées d'ordre n . Si le vecteur de commande u est d'ordre m , la matrice $[L_s]$ sera d'ordre $(n * m)$.

Maintenant, le calcul d'une composante du vecteur x_o nécessite $(2n + m - 1)$ additions scalaires et $(2n + m)$ multiplications scalaires. La restitution complète du vecteur d'état est réalisée après $n(2n + m - 1)$ additions scalaires et $n(2n + m)$ multiplications scalaires.

Si, pour un processeur donné, l'opération d'addition requiert α cycles et l'opération de multiplication requiert β cycles, on démontre que la restitution du vecteur d'état x_o sera réalisée après $n(2n + m - 1)\alpha + n(2n + m)\beta$ cycles du processeur utilisé.

Pour des systèmes d'ordre élevé, à moins d'un processeur ultra rapide, la reconstitution du vecteur d'état peut introduire un délai néfaste pour la commande causant ainsi une instabilité de fonctionnement ou dégradant les performances de la commande.

Il est toujours possible d'avoir un processeur sur mesure pour réduire le temps de calcul évitant ainsi les inconvénients du délai sur la commande, cependant, pour la plupart des applications, cette alternative se révèle très coûteuse. Une solution attrayante à ce problème consiste à la séparation partielle ou intégrale des variables d'état du modèle de l'observateur.

2. 2. 3. 2. 1) Séparation complète des variables d'état

Le modèle de l'observateur décrit par les relations (2. 74), peut avoir, selon les matrices $[A_o]$, $[L_o]$ et $[C]$, des pôles simples et/ou multiples.

Dans le cas où les pôles de l'observateur sont simples (pas de multiplicité de valeurs propres), il est possible de diagonaliser la matrice $[A_o]$ selon la théorie présentée à l'annexe C.

En effet, si l'on pose une nouvelle variable d'état z_o tel que $z_o = [M_o]^{-1} \cdot x_o$: $[M_o]$ représente la matrice modale de l'observateur, les relations (2. 74) peuvent être représentées sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} dz_o/dt &= [Az_o] \cdot x_o + [Bz_o] \cdot u + [Lz_o] \cdot x \\ y_o &= [Cz] \cdot x_o \end{aligned} \quad | \quad (2. 79)$$

avec

$$\begin{aligned} [Az_o] &= [M_o]^{-1} \cdot [A_o] \cdot [M_o], \\ [Bz_o] &= [M_o]^{-1} \cdot [B_o], \\ [Lz_o] &= [M_o]^{-1} \cdot [L_o], \\ [Cz] &= [C] \cdot [M]. \end{aligned} \quad | \quad (2. 80)$$

Il est à noter que la matrice $[Az_o] = \text{diag}(\text{Lamda}_1, \dots, \text{Lamda}_n)$, où $\text{Lamda}_1, \dots, \text{Lamda}_n$ sont les valeurs propres de la matrice $[A_o]$ de l'observateur.

Pour une période d'échantillonnage T , les relations (2. 79) et (2. 80) deviennent:

$$z_o(k + 1) = [Az_s] \cdot x_o(k) + [Bz_s] \cdot u(k) + [Lz_s] \cdot x(k) \quad (2. 81)$$

$$u(k + 1) = v(k + 1) + [Kz] \cdot x_o(k + 1). \quad (2. 82)$$

où $[Az_s]$, $[Bz_s]$ et $[Lz_s]$ relèvent de la résolution de la relation (2. 79) en considérant une période d'échantillonnage T et une commande constante par intervalle. On aura alors:

$$\begin{aligned} [Az_s] &= \text{diag}(e^{\text{Lamda}_1}, \dots, e^{\text{Lamda}_n}) \\ [Bz_s] &= \{[Az_s] - [I]\} \cdot [A_o]^{-1} \cdot [Bz_o], \\ [Lz_s] &= \{[Az_s] - [I]\} \cdot [A_o]^{-1} \cdot [Lz_o] \cdot [Cz] \\ [Kz] &= [k] \cdot [M] \end{aligned} \quad | \quad (2. 83)$$

avec, pour un système d'ordre n et une commande u d'ordre m ,

$[Az_s]$ et $[Lz_s]$: deux matrices carrées d'ordre n ,

$[Lz_s]$: une matrice $(n * m)$.

Il est à signaler que les relations (2. 81), (2. 82) et (2. 83) sont de la même forme que les relations (2. 76), (2. 77) et (2. 78): elles impliquent le même nombre d'opérations matricielles. La différence entre les relations (2. 81), (2. 82), (2. 83) et (2. 76), (2. 77), (2. 78) réside dans le nombre d'opérations scalaires nécessaires pour la restitution du vecteur d'état.

En effet, la diagonalisation de la matrice $[A_o]$: annulation des termes hors de la diagonale, réduit les opérations scalaires

requises pour la restitution du vecteur d'état de $n(n - 1)$ additions et de $n(n - 1)$ multiplications.

Dans ce cas, la reconstitution du vecteur d'état sera réalisée après $n(n + m)\alpha + n(n + m + 1)\beta$ cycles du processeur. A titre d'exemple, posons $n = 10$, $m = 1$, $\alpha = 4$, et un processeur dont la longueur de mot est 8 bits. Il s'ensuit que $\beta = 11$ cycles. Dans ce cas, le système non diagonalisé requiert $n(2n+m-1)\alpha + n(2n+m)\beta$ cycles soit 3110 cycles. Et le système diagonalisé requiert $n(n + m)\alpha + n(n + m + 1)\beta$ cycles soit 1760 cycles. On a donc une réduction de 1350 cycles du processeur. Cette réduction se traduit par un gain temporel de

$100 \cdot \frac{1350}{3110}$, soit 43.4% du temps demandé par l'algorithme de base.

2. 2. 3. 2. 1) Séparation partielle des variables d'état

La théorie de séparation complète des variables d'état implique que les valeurs propres de l'observateur soient distinctes. Il est cependant, possible pour certains systèmes qu'une ou que plusieurs de ces valeurs propres soit (soient) multiple (s).

Dans ce cas, on ne peut pas diagonaliser la matrice $[A_0]$ selon la théorie présentée à l'annexe C. Cependant, une séparation partielle des modes basée sur la théorie de l'annexe D peut être envisagée. En effet, pour un système d'ordre n , si on a n_1 valeurs propres distinctes, on peut par une itération successive

(voir annexe D) scinder le système de base en deux sous-systèmes indépendants.

Considérons l'équation d'état de la relation (2. 74) et supposons qu'après k itérations (k : un nombre entier) le système est scindé. On obtient alors deux sous-systèmes a et b tels que:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{a_0}^{(k)}}{dt} &= [A_{a_0}^{(k)}] \cdot x_{a_0}^{(k)} + [B_{a_0}^{(k)}] \cdot u + [L_{a_0}^{(k)}] \cdot x \\ \frac{dx_{b_0}^{(k)}}{dt} &= [A_{b_0}^{(k)}] \cdot x_{b_0}^{(k)} + [B_{b_0}^{(k)}] \cdot u + [L_{b_0}^{(k)}] \cdot x \end{aligned} \quad | \quad (2. 84)$$

avec

x_{a_0} : vecteur d'ordre n_1 ,
 x_{b_0} : vecteur d'ordre $n - n_1$,
 $x_0 = [x_{a_0} \ x_{b_0}]^T = [C_t] \cdot [x_{a_0}^{(k)} \ x_{b_0}^{(k)}]^T$
 $[A_{a_0}^{(k)}]$: matrice carrée d'ordre n_1 ,
 $[A_{b_0}^{(k)}]$: matrice carrée d'ordre $n - n_1$,
 $[B_{a_0}^{(k)}]$: matrice d'ordre $(n_1 * m)$,
 $[B_{b_0}^{(k)}]$: matrice d'ordre $(n - n_1 * m)$,
 $[L_0] \cdot [C_t]^{-1} = [[L_{a_0}^{(k)}] \ [L_{b_0}^{(k)}]]^T$.

En examinant les relations (2. 84) on remarque que, dans la première équation, le terme x_{b_0} n'apparaît pas. Ce qui se traduit par un gain de $n_1(n - n_1)$ multiplications et $n_1(n - n_1)$ additions scalaires. Par analogie, l'indépendance de la deuxième équation de x_{a_0} se traduit par un gain de $n_1(n - n_1)$ multiplications et $n_1(n - n_1)$ additions scalaires. En somme, la méthode de séparation de modes peut réduire le calcul de $2n_1(n - n_1)$ multiplications et de $2n_1(n - n_1)$ additions scalaires.

Pour une période d'échantillonnage T , les relations (2. 84) et (2. 75) deviennent:

$$xa_0(k+1) = [Aa_s] \cdot xa_0(k) + [Ba_s] \cdot u(k) + [La_s] \cdot x(k) \quad (2.85)$$

$$xb_0(k+1) = [Ab_s] \cdot xb_0(k) + [Bb_s] \cdot u(k) + [Lb_s] \cdot x(k) \quad (2.86)$$

$$u(k+1) = v(k+1) + [kab] \cdot x_0(k+1). \quad (2.87)$$

avec

$$[Aa_s] = \exp([Aa_0(k)] \cdot T),$$

$$[Ba_s] = \{[Aa_s] - [I]\} \cdot [Aa_0(k)]^{-1} \cdot [Ba_0(k)],$$

$$[La_s] = \{[Aa_s] - [I]\} \cdot [Aa_0(k)]^{-1} \cdot [La_0(k)],$$

$$[Ab_s] = \exp([Ab_0(k)] \cdot T),$$

$$[Bb_s] = \{[Ab_s] - [I]\} \cdot [Ab_0(k)]^{-1} \cdot [Bb_0(k)],$$

$$[Lb_s] = \{[Ab_s] - [I]\} \cdot [Ab_0(k)]^{-1} \cdot [Lb_0(k)],$$

$$[kab] = [k] \cdot [C_t].$$

Pour $n = 10$, $n1 = 4$, $m = 1$, $\alpha = 4$, $\beta = 11$, et un processeur dont la longueur de mot est 8 bits, il s'ensuit que la restitution du vecteur d'état est réalisé

- après $n(2n + m - 1)\alpha + n(2n + m)\beta$ cycles soit 3110 cycles, en utilisant l'algorithme classique,
- après $n(n + m)\alpha + n(n + m + 1)\beta$ cycles soit 1760 cycles, en diagonalisant la matrice d'état,
- après $\{n(2n + m - 1) - 2n1(n-n1)\}\alpha + \{n(2n + m) - 2n1(n-n1)\}\beta$ cycles soit 2390 cycles, en séparant les modes du système.

En terme de pourcentage du temps requis par l'algorithme de base, la méthode de diagonalisation assure un gain temporel de 43.4% et la méthode de séparation de modes assure, pour $n1 = 4$, un gain de 23.2%. Il est à noter que l'utilisation de l'un ou l'autre des algorithmes relève de la nature du système à contrôler.

2. 2. 4) Équations d'état avec observateur

Dans la section (2. 2. 3), on a étudié l'observateur d'état et on a développé des algorithmes de calculs rapides. Il s'agit maintenant de calculer un observateur d'état pour le système de la relation (2. 62). Pour éviter toute confusion, on identifiera par un indice r , les paramètres représentant le système réel et par un indice o , les paramètres reliés à l'observateur d'état.

Ainsi, le système sera décrit par les relations (2. 88) et l'observateur par l'équation (2. 89).

$$\begin{aligned} \frac{d[x_r]}{dt} &= [A] \cdot [x_r] + [B] \cdot [U] \\ [Y_r] &= [C] \cdot [x_r] \end{aligned} \quad | \quad (2. 88)$$

$$\frac{d[x_o]}{dt} = [A] \cdot [x_o] + [B] \cdot [U] + [L] \cdot \{[C] \cdot [x_r] - [Y_o]\} \quad (2. 89)$$

L'erreur de reconstitution entre les variables d'état $[x_r]$ et $[x_o]$ satisfait l'équation (2. 89).

$$\frac{d[e]}{dt} = \{[A] - [L] \cdot [C]\} \cdot [e] \quad (2. 89)$$

La matrice $[L]$ est choisie de sorte que les valeurs propres de la matrice $\{[A] - [L] \cdot [C]\}$ soient beaucoup plus à gauche de zéro que les valeurs propres de la matrice $\{[A] - [B] \cdot [K]\}$. Pour une loi de commande telle que,

$$[U] = [V] - [K] \cdot [x_o] = [V] - [K] \cdot ([x_r] - [e]) \quad (2. 90)$$

le système réel sera décrit par la relation (2. 91) avec $[V]$ le vecteur des entrées ou des références.

$$\frac{d[x_r]}{dt} = \{[A] - [B] \cdot [K]\} \cdot [x_r] + [B] \cdot [K] \cdot [e] + [B] \cdot [V] \quad (2. 91)$$

En boucle fermée, le système, le contrôleur et l'observateur sont représentés par les équations (2. 92).

$$\begin{bmatrix} d[x]/dt \\ d[e]/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] - [B] \cdot [K] & [B] \cdot [K] \\ [0] & [A] - [L] \cdot [C] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [x] \\ [e] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B] \\ [0] \end{bmatrix} \cdot [V] \quad (2. 92)$$

Le polynôme caractéristique est

$$|\text{Lamda} \cdot [I_5] - [A] + [B] \cdot [K]| \cdot |\text{Lamda} \cdot [I_5] - [A] + [L] \cdot [C]| \quad (2. 93)$$

Dans la relation (2. 93), les valeurs propres de $([A] - [B] \cdot [K])$ et de $([A] - [L] \cdot [C])$ peuvent être assignées indépendamment par le choix approprié des matrices $[K]$ et $[L]$. Il est ainsi possible de concevoir séparément le contrôleur et l'observateur.

Dans la section (2. 2. 2), on a développé un contrôleur et on a calculé la matrice $[K]$ associée. Dans cette section, en utilisant le programme listé à l'annexe B et en imposant à l'observateur les pôles $P_1 = P_2 = -80$, $P_3 = -85$ et $P_4 = P_5 = -90$, on a déterminé la matrice $[L]$ suivante:

$$[L] = \begin{bmatrix} 5.2996 & 5.0633 & 10.4808 & -7.4825 & -318.4027 \\ 106.8365 & 30.4908 & 694.6909 & 0.2168 & 9.2259 \end{bmatrix}$$

ainsi, le système, le contrôleur et l'observateur sont représentés par les équations d'état suivantes:

$$\begin{bmatrix} d[x]/dt \\ d[e]/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\alpha_{11}] & [\alpha_{12}] \\ [0] & [\alpha_{22}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [x] \\ [e] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B] \\ [0] \end{bmatrix} \cdot [V] \quad (2. 94)$$

avec

$$[\alpha_{11}] = [A] - [B] \cdot [K]$$

$$= \begin{bmatrix} -28.3230 & -19.7850 & -151.6700 & 0.0000 & 0.0000 \\ 97.6490 & -106.3100 & -1.8780 & 0.6276 & 15.8480 \\ 1.7366 & 1.6592 & -25.3700 & -1.1477 & -28.9820 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -80.0000 & -2000.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$[\alpha_{12}] = [B] \cdot [K]$$

$$= \begin{bmatrix} 11.9902 & 35.0185 & 151.6751 & 0.0000 & -0.0021 \\ 0.9497 & 0.9073 & 1.8782 & -0.6276 & -15.8494 \\ -1.7367 & -1.6592 & -3.4346 & 1.1477 & 28.9835 \\ -119.8393 & -114.4959 & -237.0013 & 79.1994 & 2000.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

et

$$[\alpha_{22}] = [A] - [L] \cdot [C]$$

$$= \begin{bmatrix} -123.3200 & -15.4040 & -694.990 & 0.0000 & 0.000 \\ 97.6490 & -106.3100 & -1.878 & 1.3407 & 57.052 \\ 1.7366 & 1.6592 & -25.370 & -2.4519 & -104.340 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.000 & -170.0000 & -7200.000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.000 & 1.0000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

2. 3) Commande polynomiale

Dans les sections précédentes du présent chapitre, on a étudié la commande proportionnelle et intégrale (PI) ainsi que la commande modale ou par retour d'état. Ces deux lois de commande requièrent un système linéaire invariant. Dans le cas où le système à contrôler est variant dans le temps, des transformations de repère et/ou de variables sont utilisées. De plus, si le système à contrôler est non linéaire, une linéarisation autour d'un point d'opération est requise.

Dans cette section, une nouvelle approche de commande est développée. Cette approche est basée sur l'équation mécanique en régime permanent. Pour un moteur alimenté en courant, la loi de commande polynomiale calcule le courant requis par le moteur afin d'atteindre ou de conserver son régime établi. Contrairement au contrôleur PI ou au contrôle modal, la loi de commande polynomiale n'exige pas que le système à contrôler soit représenté par un modèle linéaire invariant. De plus, la loi de commande polynomiale peut être développée expérimentalement en prélevant des mesures du courant, du couple mécanique et de la vitesse et en ajustant à ces valeurs expérimentales une fonction polynomiale dont le degré variera selon la précision envisagée.

A la section (2. 3. 1), on établit la loi de commande polynomiale avec un développement détaillé de la démarche mathématique. A la section (2. 3. 2), la loi de commande polynomiale est utilisée pour commander le courant par le redresseur. La commande du courant par l'onduleur est étudiée et discutée à la section (2. 3. 3).

2. 3. 1) Établissement de la loi de commande

Considérons l'expression du couple électromagnétique suivante:

$$T_{em} = P \cdot i^T \cdot [G] \cdot i / 2$$

où

$$i = [i_A \ i_B \ i_C \ i_f \ i_{kd} \ i_{kq}]^T = [i_s^T \ i_r^T]$$

avec

$$i_s = [i_A \ i_B \ i_C]^T$$

$$i_r = [i_f \ i_{kd} \ i_{kq}]^T$$

En régime permanent on a:

$$\text{d'où, } i_{kd} = i_{kq} = \emptyset$$

$$i_r = [i_f \ \emptyset \ \emptyset]^T$$

En ce qui a trait à la matrice $[G]$, elle est représentée comme suit:

$$[G] = \begin{bmatrix} [G_{ss}] & [G_{sr}] \\ [G_{rs}] & \emptyset \end{bmatrix}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} i^T \cdot [G] \cdot i &= [i_s^T \ i_r^T] \cdot \begin{bmatrix} [G_{ss}] & [G_{sr}] \\ [G_{rs}] & \emptyset \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} i_s^T \cdot [G_{ss}] + i_r^T \cdot [G_{rs}] & i_s^T \cdot [G_{sr}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} i_s^T \cdot [G_{ss}] + i_r^T \cdot [G_{rs}] \end{bmatrix} \cdot i_s + i_s^T \cdot [G_{sr}] \cdot i_r \end{aligned}$$

- Calcul de $i_s^T \cdot [G_{ss}]$

On a:

$$[G_{ss}] = -2 \cdot L2 \cdot \begin{bmatrix} \sin(2 \cdot \theta_r) & \sin(2 \cdot \theta_r - 2 \cdot \pi/3) & \sin(2 \cdot \theta_r + 2 \cdot \pi/3) \\ \sin(2 \cdot \theta_r - 2 \cdot \pi/3) & \sin(2 \cdot \theta_r + 2 \cdot \pi/3) & \sin(2 \cdot \theta_r) \\ \sin(2 \cdot \theta_r + 2 \cdot \pi/3) & \sin(2 \cdot \theta_r) & \sin(2 \cdot \theta_r - 2 \cdot \pi/3) \end{bmatrix}$$

Si on pose

$$i_A = I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha)$$

$$i_B = I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha - 2 \cdot \pi/3)$$

$$i_C = I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha + 2 \cdot \pi/3)$$

$$\text{et } i_s^T \cdot [G_{ss}] = -2 \cdot L2 \cdot [A_1 \ A_2 \ A_3]$$

il s'en suit que

$$\begin{aligned} * \quad A_1 &= I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha) \cdot \sin(2 \cdot \theta_r) \\ &+ I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha - 2 \cdot \pi/3) \cdot \sin(2 \cdot \theta_r - 2 \cdot \pi/3) \\ &+ I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha + 2 \cdot \pi/3) \cdot \sin(2 \cdot \theta_r + 2 \cdot \pi/3) \end{aligned}$$

mais, comme $\cos\alpha \cdot \sin\beta = \{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)\}/2$, il en résulte que

$$\begin{aligned} A_1 &= I_m \cdot \{\sin(3 \cdot \theta_r + \alpha) + \sin(\theta_r - \alpha)\}/2 \\ &+ I_m \cdot \{\sin(3 \cdot \theta_r + \alpha - 4 \cdot \pi/3) + \sin(\theta_r - \alpha)\}/2 \\ &+ I_m \cdot \{\sin(3 \cdot \theta_r + \alpha + 4 \cdot \pi/3) + \sin(\theta_r - \alpha)\}/2 \\ &= 3 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_r - \alpha)/2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \quad A_2 &= I_m \cdot \cos(\theta_x + \alpha + 2\pi/3) \cdot \sin(2\theta_x) \\
 &+ I_m \cdot \cos(\theta_x + \alpha) \cdot \sin(2\theta_x - 2\pi/3) \\
 &+ I_m \cdot \cos(\theta_x + \alpha - 2\pi/3) \cdot \sin(2\theta_x + 2\pi/3) \\
 &= I_m \cdot \{\sin(3\theta_x + \alpha - 2\pi/3) + \sin(\theta_x - \alpha - 2\pi/3)\}/2 \\
 &+ I_m \cdot \{\sin(3\theta_x + \alpha) + \sin(\theta_x - \alpha - 2\pi/3)\}/2 \\
 &+ I_m \cdot \{\sin(3\theta_x + \alpha + 2\pi/3) + \sin(\theta_x - \alpha - 2\pi/3)\}/2 \\
 &= 3 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_x - \alpha - 2\pi/3)/2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \quad A_3 &= I_m \cdot \cos(\theta_x + \alpha) \cdot \sin(2\theta_x + 2\pi/3) \\
 &+ I_m \cdot \cos(\theta_x + \alpha - 2\pi/3) \cdot \sin(2\theta_x) \\
 &+ I_m \cdot \cos(\theta_x + \alpha + 2\pi/3) \cdot \sin(2\theta_x - 2\pi/3) \\
 &= I_m \cdot \{\sin(3\theta_x + \alpha + 2\pi/3) + \sin(\theta_x - \alpha + 2\pi/3)\}/2 \\
 &+ I_m \cdot \{\sin(3\theta_x + \alpha) + \sin(\theta_x - \alpha + 2\pi/3)\}/2 \\
 &+ I_m \cdot \{\sin(3\theta_x + \alpha + 2\pi/3) + \sin(\theta_x - \alpha + 2\pi/3)\}/2 \\
 &= 3 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_x - \alpha + 2\pi/3)/2
 \end{aligned}$$

Ainsi,

$$i_s^T \cdot [G_{ss}] = -3 \cdot L2 \cdot I_m \cdot \begin{bmatrix} \sin(\theta_x - \alpha) & \sin(\theta_x - \alpha - 2\pi/3) & \sin(\theta_x - \alpha - 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

- Calcul de $i_r^T \cdot [G_{rs}]$

On a :

$$i_r = [i_f \ 0 \ 0]^T$$

$$[G_{rs}] = - \begin{bmatrix} Mo \cdot \sin \theta_x & Mo \cdot \sin(\theta_x - 2\pi/3) & Mo \cdot \sin(\theta_x + 2\pi/3) \\ L3 \cdot \sin \theta_x & L3 \cdot \sin(\theta_x - 2\pi/3) & L3 \cdot \sin(\theta_x + 2\pi/3) \\ L4 \cdot \cos \theta_x & L4 \cdot \cos(\theta_x - 2\pi/3) & L4 \cdot \cos(\theta_x + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

d'où

$$i_r^T \cdot [G_{rs}] = -Mo \cdot I_f \cdot \begin{bmatrix} \sin \theta_r & \sin(\theta_r - 2\pi/3) & \sin(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2. 96)$$

Les relations (2. 95) et (2. 96) nous donnent

$$i_s^T \cdot [G_{ss}] + i_r^T \cdot [G_{rs}] = \begin{bmatrix} -3 \cdot L2 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_r - \alpha) - Mo \cdot I_f \cdot \sin \theta_r \\ -3 \cdot L2 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_r - \alpha - 2\pi/3) - Mo \cdot I_f \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) \\ -3 \cdot L2 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_r - \alpha + 2\pi/3) - Mo \cdot I_f \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}^T \quad (2. 97)$$

- Calcul de $\{i_s^T \cdot [G_{ss}] + i_r^T \cdot [G_{rs}]\} \cdot i_s$

Posons $\{i_s^T \cdot [G_{ss}] + i_r^T \cdot [G_{rs}]\} \cdot i_s = X + Y + Z$ tels que:

$$X = -\{3 \cdot L2 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_r - \alpha) + Mo \cdot I_f \cdot \sin(\theta_r)\} \cdot I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha)$$

$$Y = -\{3 \cdot L2 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_r - \alpha - 2\pi/3) + Mo \cdot I_f \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3)\} \cdot I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha - 2\pi/3)$$

$$\text{et} \quad Z = -\{3 \cdot L2 \cdot I_m \cdot \sin(\theta_r - \alpha + 2\pi/3) + Mo \cdot I_f \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3)\} \cdot I_m \cdot \cos(\theta_r + \alpha + 2\pi/3)$$

Comme $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)\}/2$, il s'en suit que

$$X = -3 \cdot L2 \cdot I_m^2 \cdot \{\sin(2 \cdot \theta_r) - \sin(2 \cdot \alpha)\}/2$$

$$- Mo \cdot I_m \cdot I_f \cdot \{\sin(2 \cdot \theta_r + \alpha) - \sin \alpha\}/2$$

$$Y = -3 \cdot L2 \cdot I_m^2 \cdot \{\sin(2 \cdot \theta_r + 2\pi/3) - \sin(2 \cdot \alpha)\}/2$$

$$- Mo \cdot I_m \cdot I_f \cdot \{\sin(2 \cdot \theta_r + \alpha + 2\pi/3) - \sin \alpha\}/2$$

$$Z = -3 \cdot L2 \cdot I_m^2 \cdot \{\sin(2 \cdot \theta_r - 2\pi/3) - \sin(2 \cdot \alpha)\}/2$$

$$- Mo \cdot I_m \cdot I_f \cdot \{\sin(2 \cdot \theta_r + \alpha - 2\pi/3) - \sin \alpha\}/2$$

d'où

$$\begin{aligned} X + Y + Z &= \{i_s^T \cdot [G_{ss}] + i_r^T \cdot [G_{rs}]\} \cdot i_s \\ &= \{9 \cdot L2 \cdot I_m^2 \cdot \sin(2\alpha) + 3 \cdot Mo \cdot I_m \cdot I_f \cdot \sin \alpha\}/2 \end{aligned} \quad (2. 98)$$

- Calcul de $i_s^T \cdot [G_{sr}] \cdot i_r$

On a:

$$i_r = [i_f \ 0 \ 0]^T$$

et

$$[G_{sr}] = - \begin{bmatrix} Mo \cdot \sin \theta_r & L3 \cdot \sin \theta_r & L4 \cdot \cos \theta_r \\ Mo \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) & L3 \cdot \sin(\theta_r - 2\pi/3) & L4 \cdot \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ Mo \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) & L3 \cdot \sin(\theta_r + 2\pi/3) & L4 \cdot \cos(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix}$$

d'où

$$[G_{sr}] \cdot i_r = -Mo \cdot I_f \cdot \begin{bmatrix} \sin \theta_r \\ \sin(\theta_r - 2\pi/3) \\ \sin(\theta_r + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2. 99)$$

Pour $i_s^T = [\cos(\theta_r + \alpha) \quad \cos(\theta_r + \alpha + 2\pi/3) \quad \cos(\theta_r + \alpha + 2\pi/2)]$, on obtient

$$i_s^T \cdot [G_{sr}] \cdot i_r = -\{Mo \cdot I_f \cdot I_m \cdot \sin(\alpha)\}/2 \quad (2. 100)$$

D'où, si l'on additionne les relations (2. 98) et (2. 100), on obtient

$$i^T \cdot [G] \cdot i = 9 \cdot \{L2 \cdot I_m^2 \cdot \sin(2\alpha) + 6 \cdot Mo \cdot I_m \cdot I_f \cdot \sin \alpha\}/2 \quad (2. 101)$$

Or le couple électromagnétique est donné par:

$$\begin{aligned} T_{em} &= P \cdot i^T \cdot [G] \cdot i / 2 \\ &= 9 \cdot \{P \cdot L2 \cdot I_m^2 \cdot \sin(2\alpha) + 6 \cdot P \cdot Mo \cdot I_m \cdot I_f \cdot \sin \alpha\}/4 \end{aligned} \quad (2. 102)$$

En régime permanent, l'équation mécanique est:

$$T_{em} = T_{mec} + D \cdot w_r / P \quad (2. 103)$$

Pour une vitesse w_{ref} donnée, on peut calculer I_m : amplitude de l'onde fondamentale du courant statorique.

Les deux équations (2. 102) et (2. 103) nous donnent

$$9 \cdot P \cdot L_2 \cdot I_m^2 \cdot \sin(2\alpha) + 6 \cdot P \cdot M_o \cdot I_m \cdot I_f \cdot \sin(\alpha) = 4 \cdot T_{méc} + \frac{4 \cdot D}{P} \cdot w_{ref} \quad (2. 104)$$

dans le cas où le courant excitant le moteur est tel que

$$i_A = - I_m \cdot \sin \theta_x = I_m \cdot \cos(\theta_x + \alpha)$$

ce qui donne $\alpha = \pi/2$.

Ainsi, pour une vitesse w_{ref} donnée, on obtient

$$3 \cdot P \cdot M_o \cdot I_m \cdot I_f = 2 \cdot T_{méc} + 2 \cdot D \cdot w_{ref} / P$$

d'où l'expression du courant statorique requis

$$I_m = 2 \cdot (P \cdot T_{méc} + D \cdot w_{ref}) / (3 \cdot P^2 \cdot M_o \cdot I_f) \quad (2. 105)$$

I_m représente l'amplitude de l'onde fondamentale excitant le stator du moteur.

2. 3. 2) Commande du courant par le redresseur

Par leur principe de fonctionnement, les convertisseurs statiques à thyristors (chapitre 1, section (1. 2)) sont de nature discrète: l'allumage des thyristors ne peut s'effectuer qu'à des instants précis. Ils peuvent être alors considérés comme des systèmes échantillonnés avec une période d'échantillonnage égale à la valeur moyenne des intervalles entre commutations. La relation entre la tension instantanée de sortie d'un convertisseur et son angle d'allumage est relativement complexe.

Dans la machine synchrone autopilotée, la période de fonctionnement du redresseur triphasé (2.78 ms) est inférieure à la constante de temps électrique du système qu'il alimente. Par conséquent, il est possible d'utiliser la valeur moyenne de la tension de sortie dans le développement d'un modèle plus simple pour le redresseur.

En supposant que le courant continu I_d est ininterrompu, la valeur moyenne de la tension à la sortie du redresseur est donnée par la relation

$$V_d = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot U_o \cdot \cos \alpha \quad (2. 106)$$

avec U_o l'amplitude de la tension de phase du réseau d'alimentation et α l'angle d'amorçage des thyristors du redresseur.

La valeur moyenne de la tension à l'entrée de l'onduleur est donnée par la relation suivante:

$$V_m = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot P \cdot M_{af} \cdot I_f \cdot \cos \beta + 2 \cdot L_s \cdot \frac{dI_d}{dt} + 2 \cdot R_s \cdot I_d. \quad (2. 107)$$

Avec L_s l'inductance moyenne d'une phase du stator, R_s la résistance d'une phase du stator, β l'angle d'allumage des thyristors du commutateur et M_{af} l'inductance mutuelle stator-rotor.

La relation entre les tensions moyennes V_d et V_m est donnée par:

$$V_d = V_m + L_d \cdot \frac{dI_d}{dt} + R_d \cdot I_d \quad (2. 108)$$

avec L_d et R_d les paramètres de l'étage à courant continu.

En tenant compte de la relation (2. 107), la relation (2. 108) peut s'écrire comme suit:

$$V_d = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot P \cdot M_{af} \cdot I_f \cdot \cos\beta + (L_d + 2 \cdot L_s) \cdot \frac{dI_d}{dt} + (R_d + 2 \cdot R_s) \cdot I_d \quad (2. 109)$$

En régime établi: $dI_d/dt = 0$, on obtient pour un angle d'allumage β donné et pour un courant d'excitation I_f constant, la relation suivante:

$$V_d = V + R \cdot I_d \quad (2. 110)$$

avec $R = R_d + 2 \cdot R_s$ et $V = (3\sqrt{3}/\pi) \cdot P \cdot M_{af} \cdot I_f \cdot \cos\beta$.

Des relations (2. 106) et (2. 110), on tire la relation suivante:

$$\alpha = \cos^{-1} \left[\frac{\pi \cdot (V + R \cdot I_d)}{3\sqrt{3} \cdot U_0} \right]. \quad (2. 111)$$

Pour obtenir la loi de commande, il suffit d'exprimer le courant I_d en fonction de l'amplitude du courant statorique I_m . Comme l'amplitude de la fondamentale d'une onde carrée telle que représentée par la figure 2. 2 est donnée par:

$$|i_{A1}| = (2\sqrt{3}/\pi) \cdot I_d \quad (2. 112)$$

on obtient en vertu de la relation (2. 105) et en égalisant $|i_{A1}|$ à I_m , l'équivalence suivante:

$$I_d = \pi \cdot (P \cdot T_{méc} + D \cdot w_{ref}) / (3\sqrt{3} \cdot P^2 \cdot M_o \cdot I_f) \quad (2. 113)$$

De (2. 113) et (2. 111), on établit la loi de commande suivante:

$$\alpha = \cos^{-1} \left[\frac{\pi \cdot V + \pi^2 \cdot R \cdot (P \cdot T_{méc} + D \cdot w_{ref}) / (3\sqrt{3} \cdot P^2 \cdot M_o \cdot I_f)}{3\sqrt{3} \cdot U_0} \right] \quad (2. 114)$$

La relation (2. 114) peut être écrite sous forme simplifiée telle que:

$$\alpha = \cos^{-1}(C_2 \cdot w_{ref} + C_1 \cdot T_{méc} + C_0) \quad (2. 115)$$

avec

$$C_0 = \pi \cdot V / (3 \cdot \sqrt{3} \cdot U_0),$$

$$C_1 = \pi^2 \cdot R \cdot P / (27 \cdot P^2 \cdot M_o \cdot I_f \cdot U_0),$$

$$\text{et } C_2 = \pi^2 \cdot R \cdot D / (27 \cdot P^2 \cdot M_o \cdot I_f \cdot U_0).$$



Figure 2. 2: Onde carrée alimentant le moteur.

2. 3. 3) Commande du courant par l'onduleur

Dans ce cas, le courant I_d de l'étage intermédiaire est maintenu constant par asservissement de l'angle d'amorçage α des thyristors du redresseur. Le contrôle du courant moyen alimentant le moteur est assuré par la variation de l'angle de court-circuit θ . La théorie relative à ce mode d'alimentation est exposée dans le chapitre 1 à la section (1. 2. 3. 2).

Pour ce mode d'alimentation, l'amplitude de l'onde fondamentale du courant est

$$|i_{A1}| = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot I_d \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (2. 116)$$

On obtient en vertu de la relation (2. 105) et en égalisant $|i_{A1}|$ à I_m , la loi de commande suivante:

$$\theta = 2 \cdot \sin^{-1}(C_3 \cdot w_{ref} + C_4 \cdot T_{méc}) \quad (2. 117)$$

avec

$$C_3 = \pi \cdot D / (6 \cdot \sqrt{3} \cdot P^2 \cdot M_0 \cdot I_f \cdot I_d),$$

$$\text{et} \quad C_4 = \pi \cdot P / (6 \cdot \sqrt{3} \cdot P^2 \cdot M_0 \cdot I_f \cdot I_d).$$

2. 3. 4) Algorithme de calcul

Début

Lire selon le cas, les paramètres du moteur: P , D , $T_{méc}$, $[R]$ et $[L]$ ou les matrice $[A]$ et $[B]$.

Lire les conditions initiales et le pas d'intégration.

Calculer $[flux_r]$, w_r et θ_r .

Si le modèle est non linéaire alors calculer $[L]$, $[G]$, $[i_r]$ et le couple électromagnétique $T_{ém}$.

Calculer les tensions $[v_s]$ si désiré.

$t \geq t_{max}$ — Afficher les résultats. — Fin.

Calculer l'amplitude I_m du courant requis.

Calculer selon le cas, l'angle d'amorçage α ou β .

Si le modèle non linéaire est utilisé, alors changer la phase du courant pour l'utiliser dans la nouvelle itération.

$t = t + \text{pas d'itération.}$

CHAP. 3



3) Résultats de simulation

Au chapitre 1, on a développé un modèle non linéaire pour le moteur synchrone autopiloté alimenté en courant. Ce modèle est ensuite validé par une simulation en boucle ouverte dont les résultats coïncident parfaitement avec ceux publiés en [4]. La machine simulée (dont les paramètres sont donnés à l'annexe A) est celle étudiée par P.C. Sen en [4]. Les résultats de simulation sont représentés par les figures 3.A à 3.G. Les figures 3.A, 3.B et 3.C représentent respectivement le courant, la tension et le couple électromagnétique en régime permanent. Les mêmes résultats sont publiés en [4] à la 8^e page. Les figures 3.D, 3.E, 3.F et 3.G représentent respectivement le courant, la tension, le couple électromagnétique et la vitesse en régime transitoire ([4] à la 10^e page).

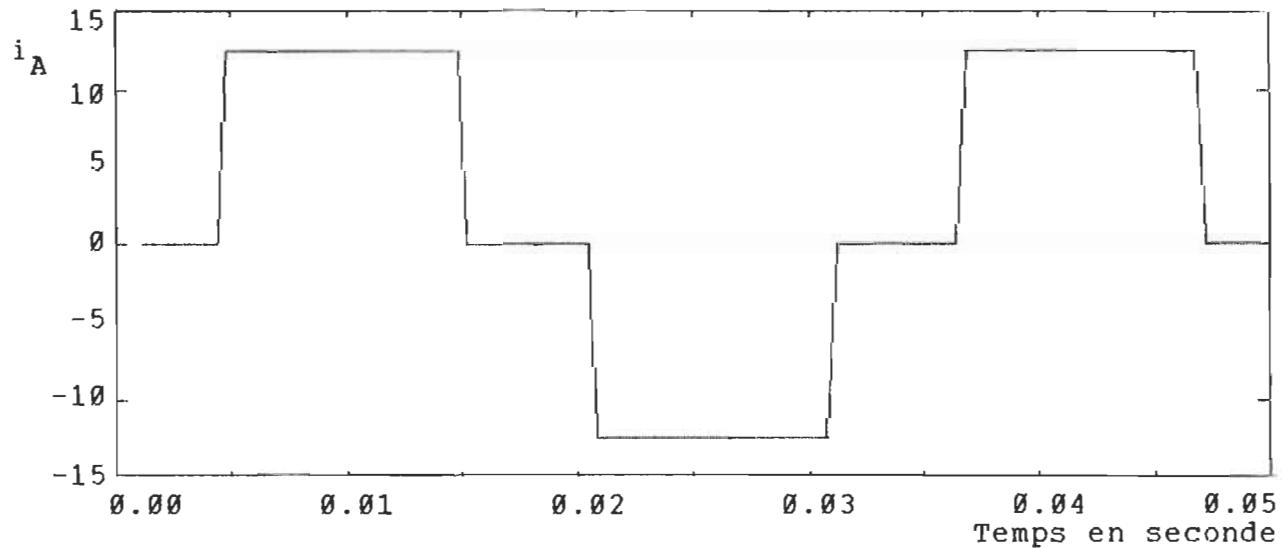


Figure 3.A: Courant statorique (i_A en A) en régime permanent.

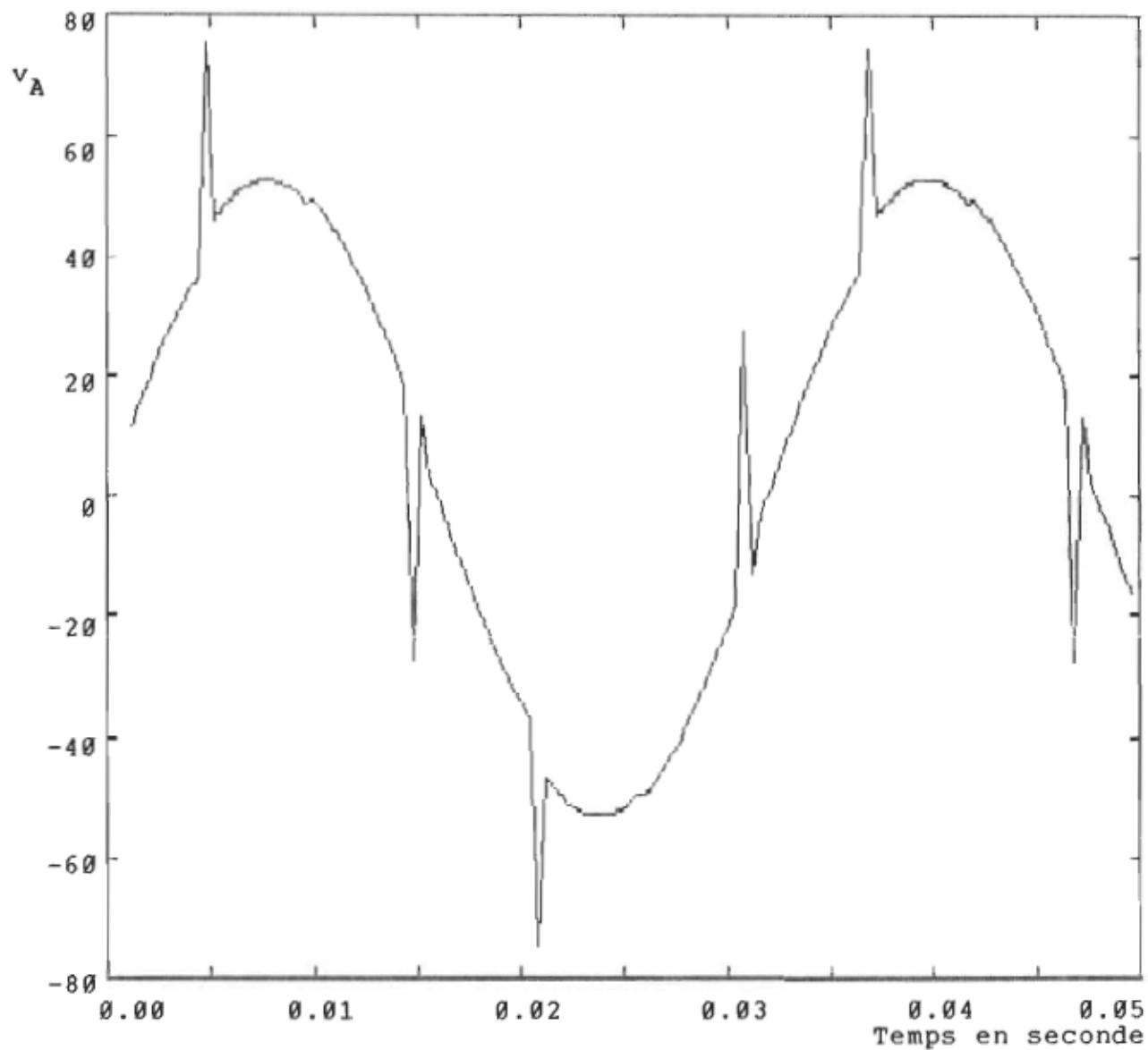


Figure 3.B: Tension statorique (v_A en V) en régime permanent.

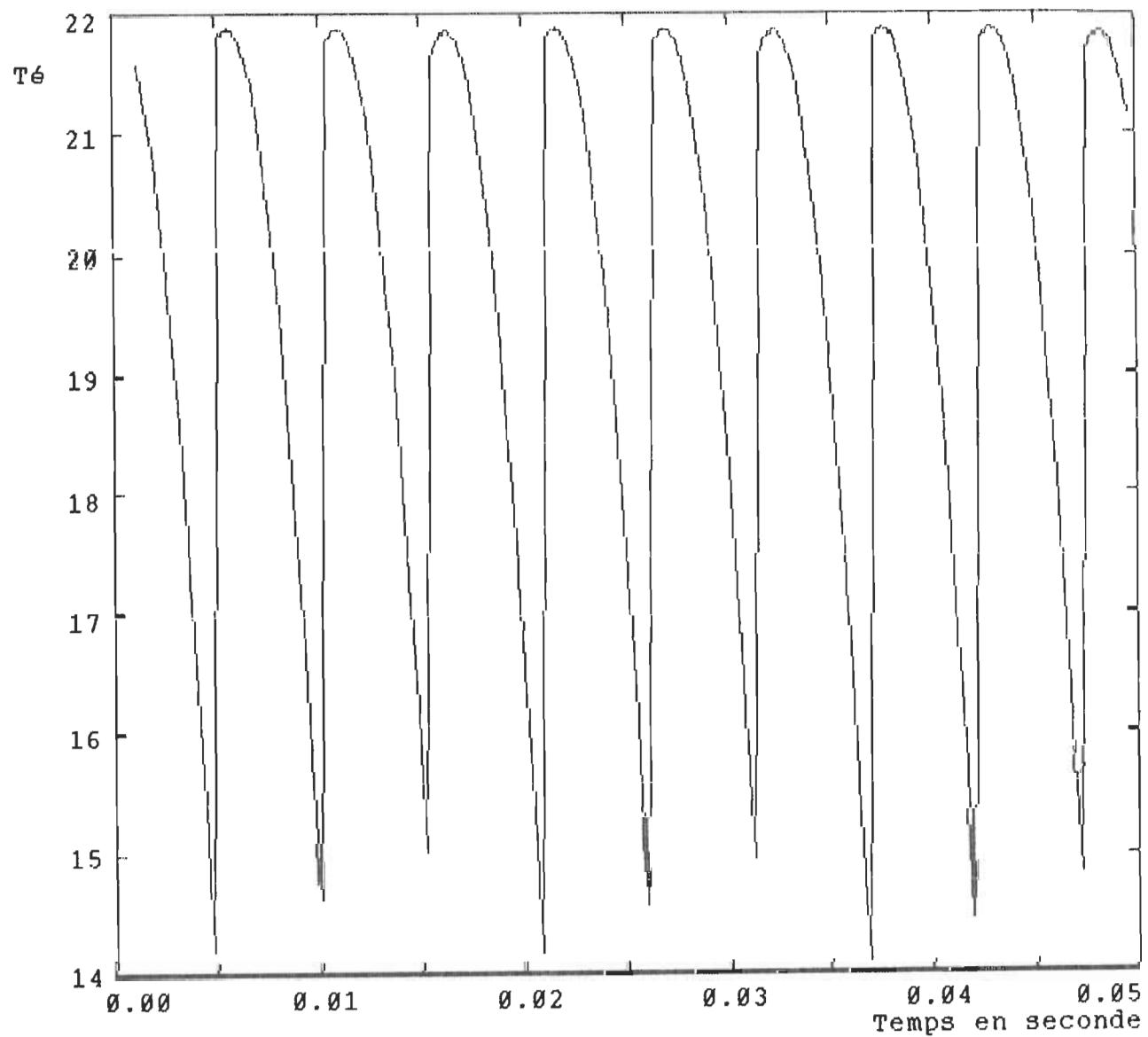


Figure 3.C: Couple électromagnétique en régime permanent en N.m.

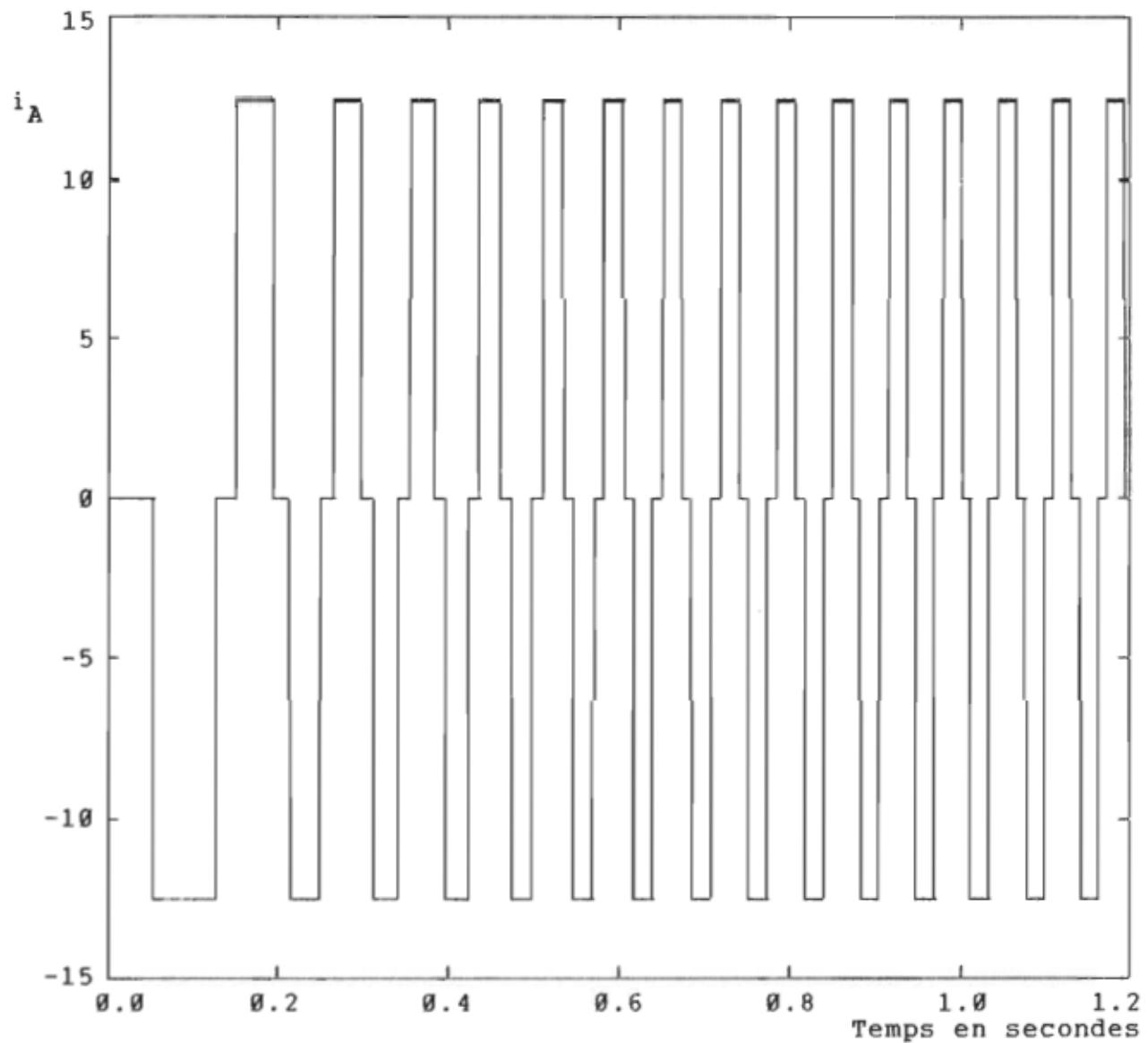


Figure 3.D: Courant statorique (i_A en A) en régime transitoire.

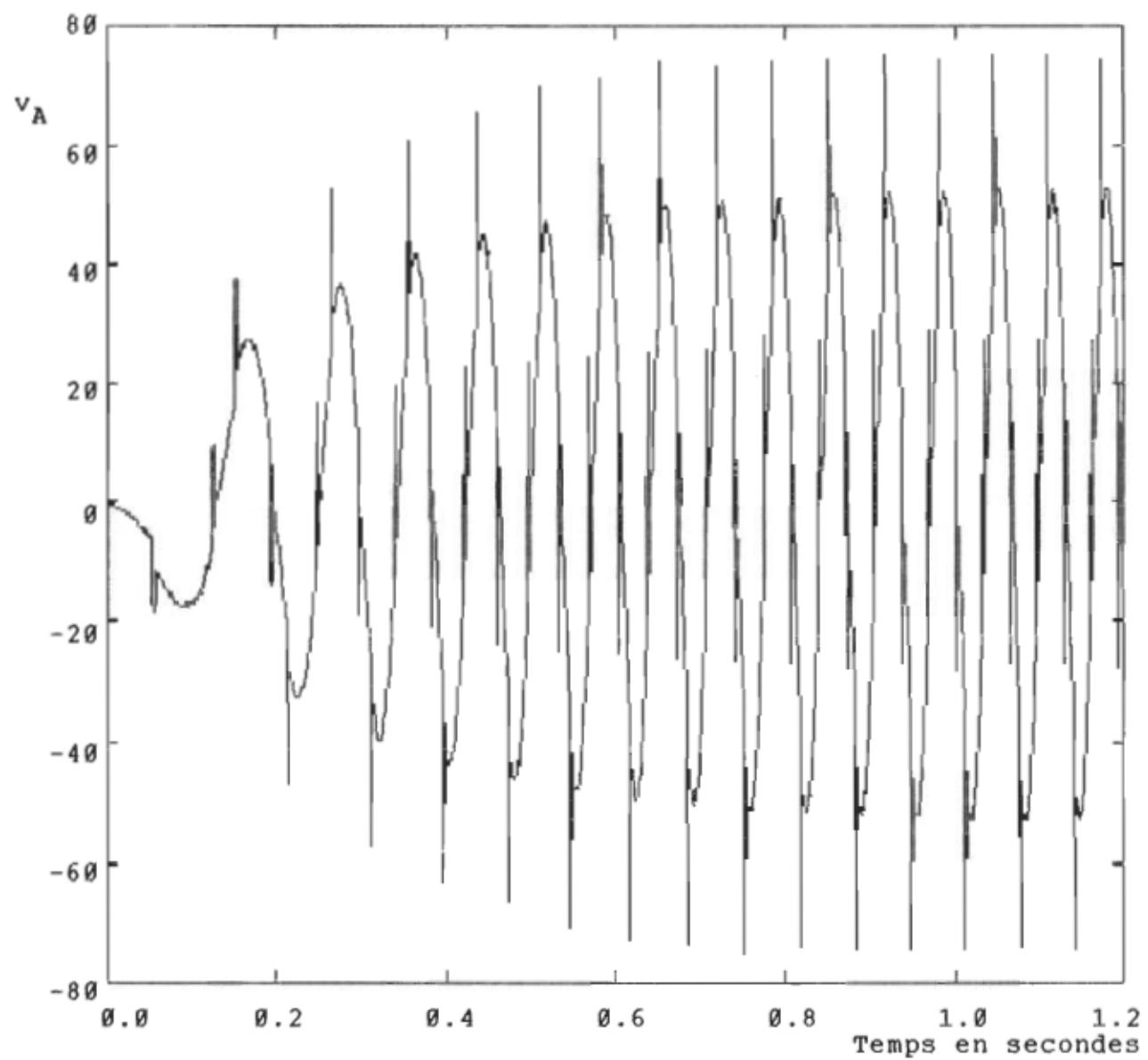


Figure 3.E: Tension statorique (v_A en V) en régime transitoire.

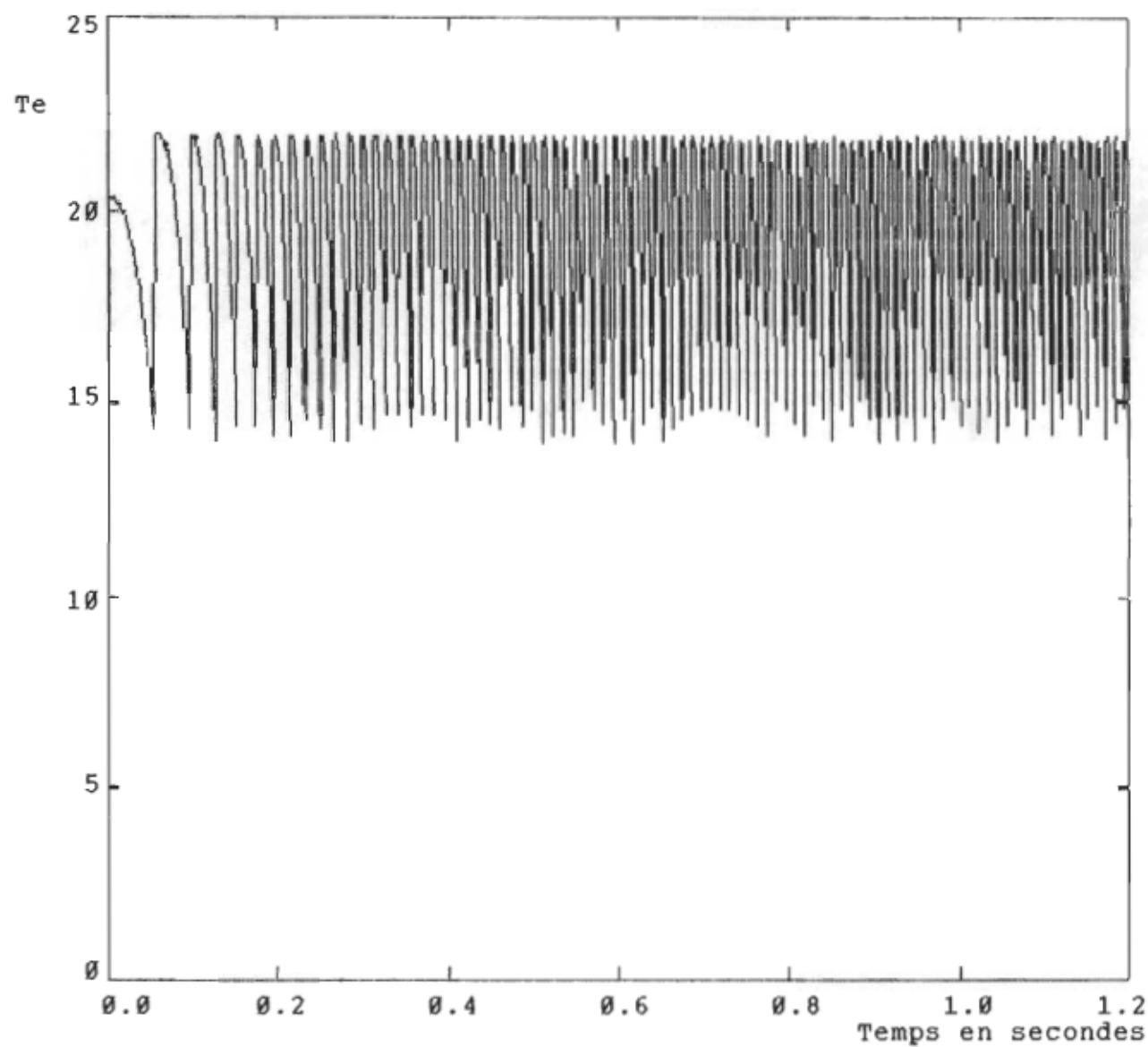


Figure 3.F: Couple électromagnétique en régime transitoire en N.m.

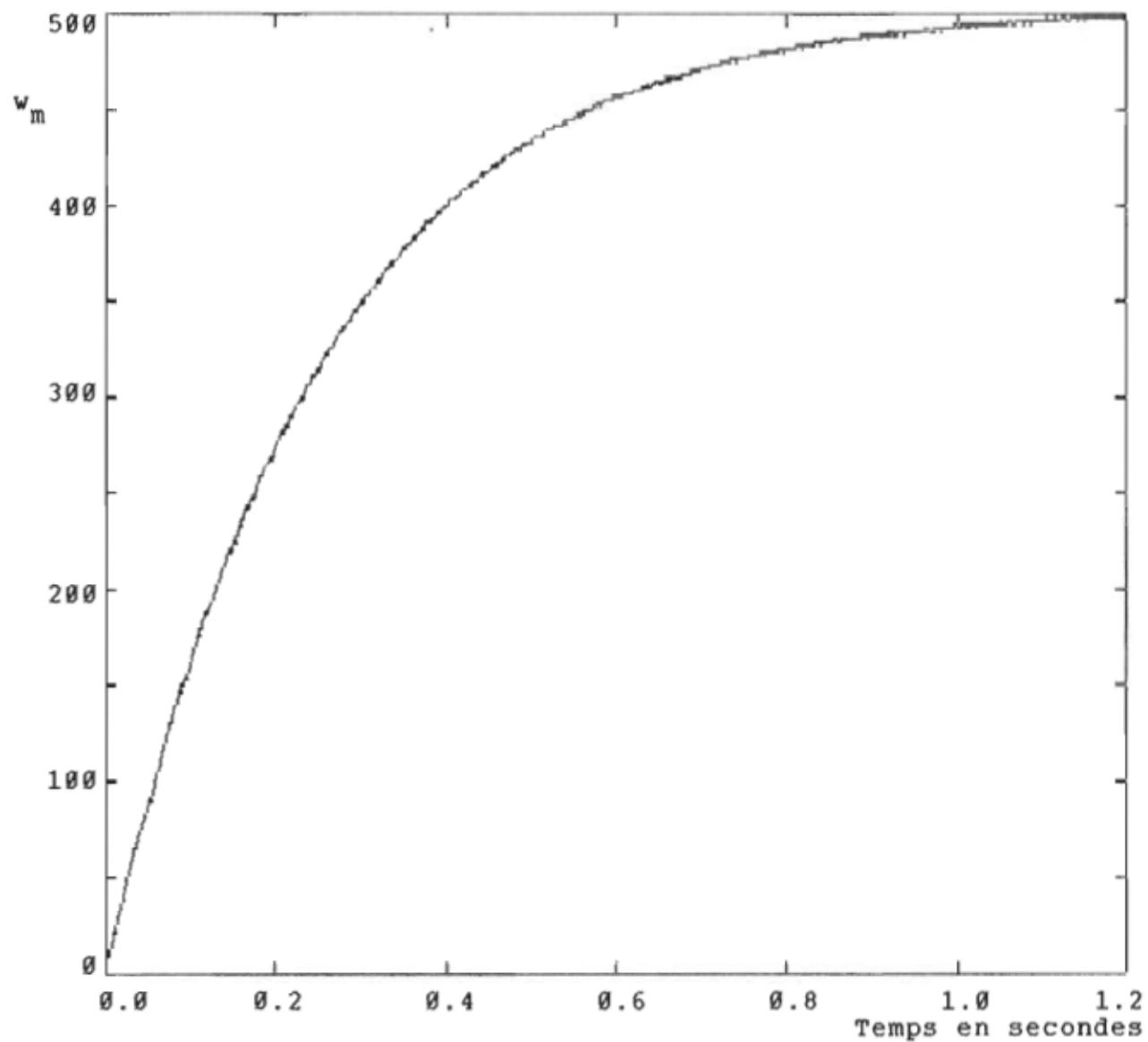


Figure 3.G: Vitesse du moteur (w_m en tr/mn).

En [5] et [8] une machine semblable à la nôtre a été l'objet d'une étude d'asservissement de vitesse en utilisant un contrôleur du type proportionnel et intégral (PI). Pour le même contrôleur et les mêmes variations de charge (10% à 90% de la charge nominale) qu'en [8], on a obtenu des résultats de simulation qui coïncident bien avec les résultats expérimentaux rapportés en [8] à la page 124. Les résultats de simulation en boucle fermée avec un contrôleur PI sont représentés à la figure 3.H. La figure 3.I représente une superposition des résultats de simulation du contrôleur PI et de la loi polynomiale. Pour la même variation de charge, on note une chute de vitesse de 85 tr/mn pour le contrôleur PI et une chute de vitesse de 5 tr/mn pour la loi polynomiale. La chute de vitesse avec la loi polynomiale est faible car la loi polynomiale calcule le courant requis par le moteur afin de conserver son régime établi. Le courant atteignant rapidement sa nouvelle valeur empêchera la vitesse de chuter. Avec le contrôleur PI la variation du courant est conditionnée par celle de la vitesse. Dans le cas du contrôleur PI, on attend que la vitesse du moteur baisse pour ensuite varier le courant. Pour une baisse légère de vitesse on aura une augmentation légère du courant. Le courant résultant n'égalant pas encore le courant requis par le moteur afin de réatteindre son régime établi ne sera pas en mesure d'empêcher la vitesse de chuter. Il est possible par le choix des constantes K_p et K_i de limiter la chute totale de la vitesse. Dans ce cas, il ne faut pas perdre de vue les problèmes du dépassement du courant et de l'instabilité de fonctionnement avec de faibles charges. Finalement, avec la loi polynomiale qui maintient un courant constant, on obtient en régime permanent, des ondulations de couple et de vitesse moins prononcées et plus constantes qu'avec un contrôleur PI.

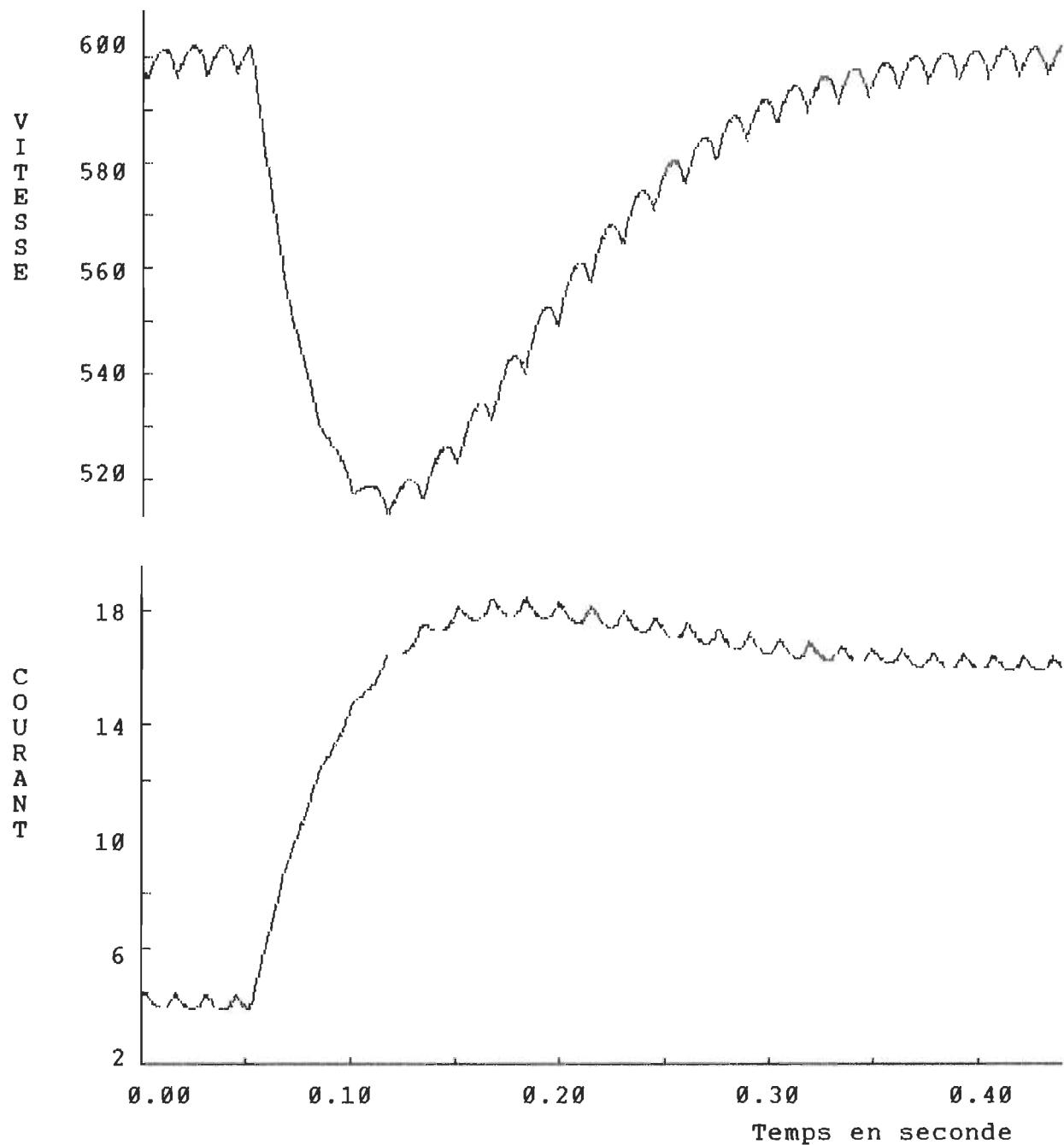


Figure 3.H: Réponse du régulateur PI à une variation brusque du couple mécanique (10 à 90% de la charge nominale).

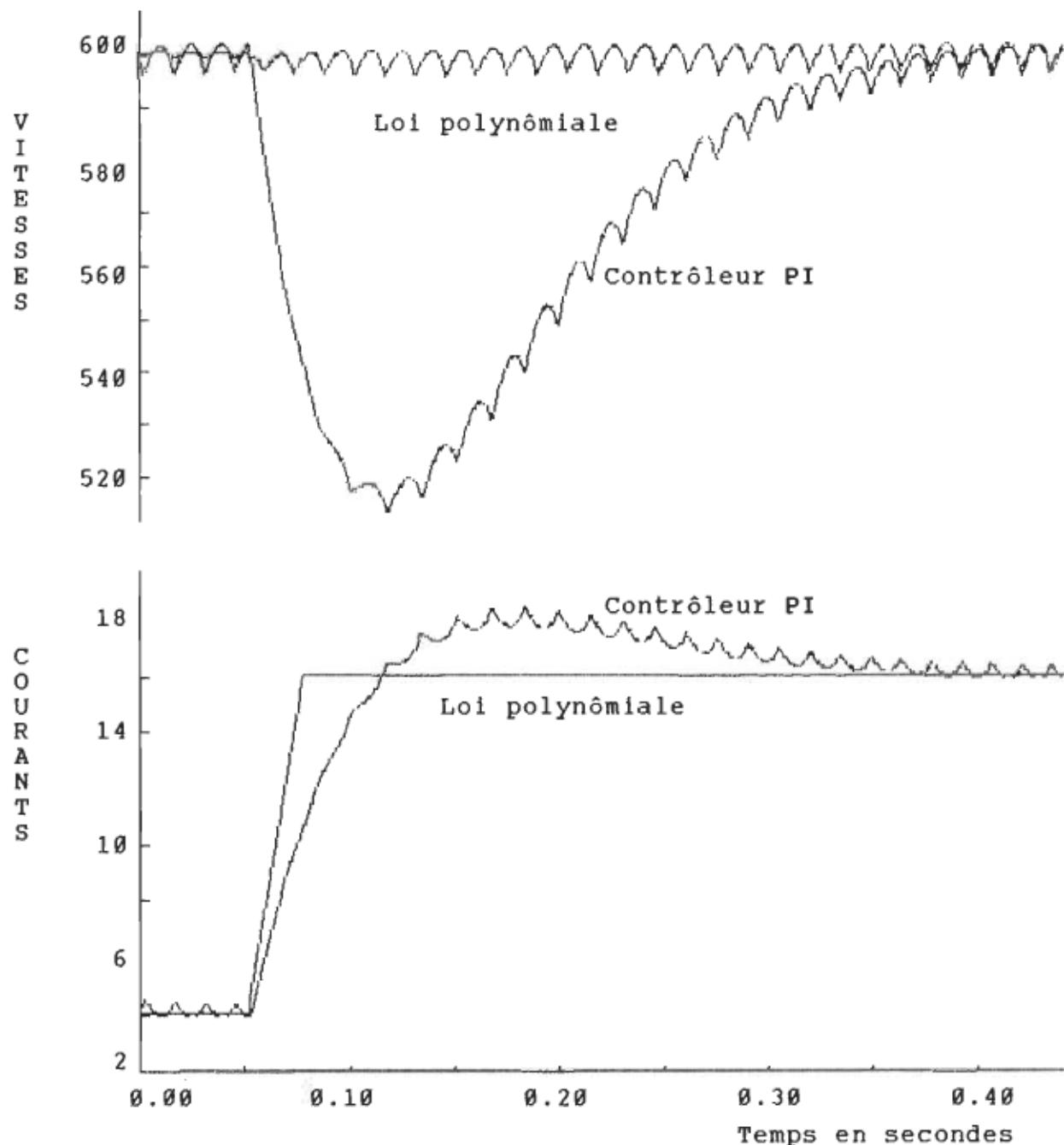


Figure 3.I: Réponse du régulateur PI et de la loi polynomiale à une variation brusque du couple mécanique (10 à 90% de la charge nominale).

Dans la suite de ce chapitre, on présente les résultats des simulations élaborées avec les commandes étudiées au chapitre 2. Soient, la commande par action proportionnelle et intégrale, la commande par retour d'état et la commande polynomiale.

Les paramètres des simulations relatifs à chaque commande sont fournis au début de chaque simulation. La commande par action proportionnelle et intégrale ainsi que la commande polynomiale sont simulées avec des courants sinusoïdaux, des courants non sinusoïdaux contrôlés par le redresseur et des courants non sinusoïdaux contrôlés par l'onduleur. Notons que dans toutes les simulations, une source de courant idéale est utilisée.

La commande par retour d'état est précédée par une étude paramétrique du comportement d'un système de deuxième ordre en fonction de ses pôles. Cette étude est par la suite appliquée au modèle du système développé au chapitre 2 à la section (2. 2. 2) pour fixer, d'une façon systématique, les pôles du système à des valeurs assurant un comportement transitoire (dépassement et temps de mise en route du système) et un comportement en régime permanent (régulation de vitesse) préétablis.

Au chapitre 4, on expose une discussion des avantages et des inconvénients de chacune des commandes déjà mentionnées ainsi que les avantages et les inconvénients de chacune des sources d'alimentation étudiées.

3. 1) Commande proportionnelle et intégrale

Les constantes K_p et K_i du contrôleur PI ont été calculées de sorte que le dépassement de la vitesse soit nul. La valeur de K_p est de 7 et celle de K_i est de 10.

La commande PI est simulée avec des courants sinusoïdaux et des courants non sinusoïdaux. Pour les courants non sinusoïdaux, on a simulé le cas où les courants sont ajustés par le redresseur ainsi que le cas où les courants sont ajustés par l'onduleur.

3. 1. 1) Alimentation en courants sinusoïdaux

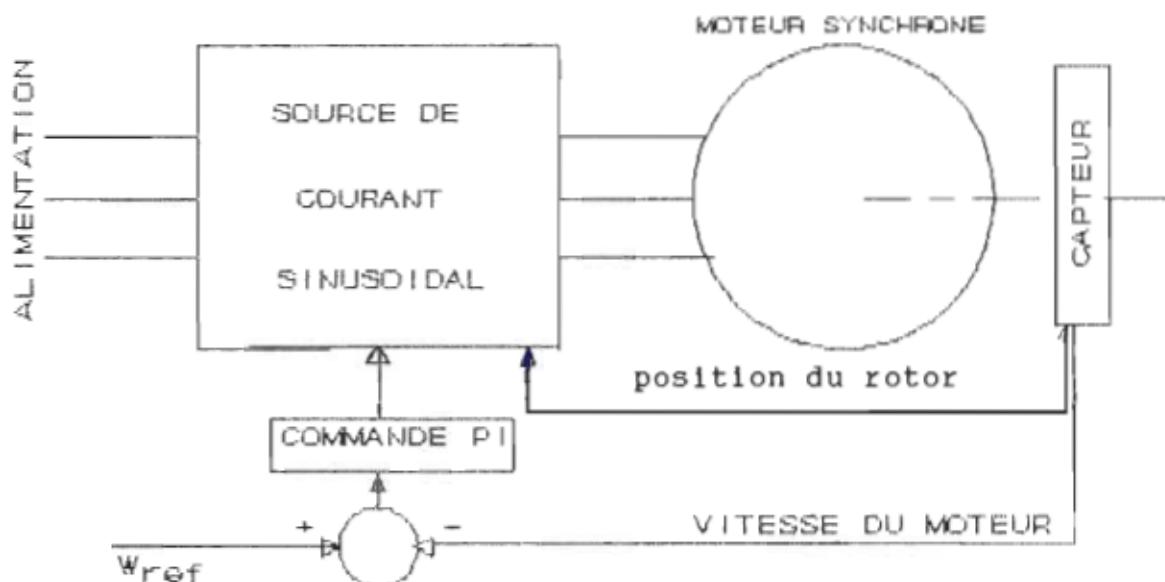


Figure 3. 1: Diagramme de contrôle de la commande PI avec des courants sinusoïdaux.

En supposant une source de courant sinusoïdal commandable (voir figure 3. 1), on a simulé la loi de commande PI avec les paramètres de simulation suivants (les paramètres de la machine utilisée sont donnés à l'annexe A):

- Vitesse de référence : $w_{ref} = 100 \text{ rad/s.}$
- Couple mécanique au démarrage : $T_{méc} = 10 \text{ N.m.}$
- Couple mécanique au temps $t > 1.4 \text{ s}$: $T_{méc} = 20 \text{ N.m.}$

Les résultats de cette simulation sont représentés par les figures de la série (3. 1).

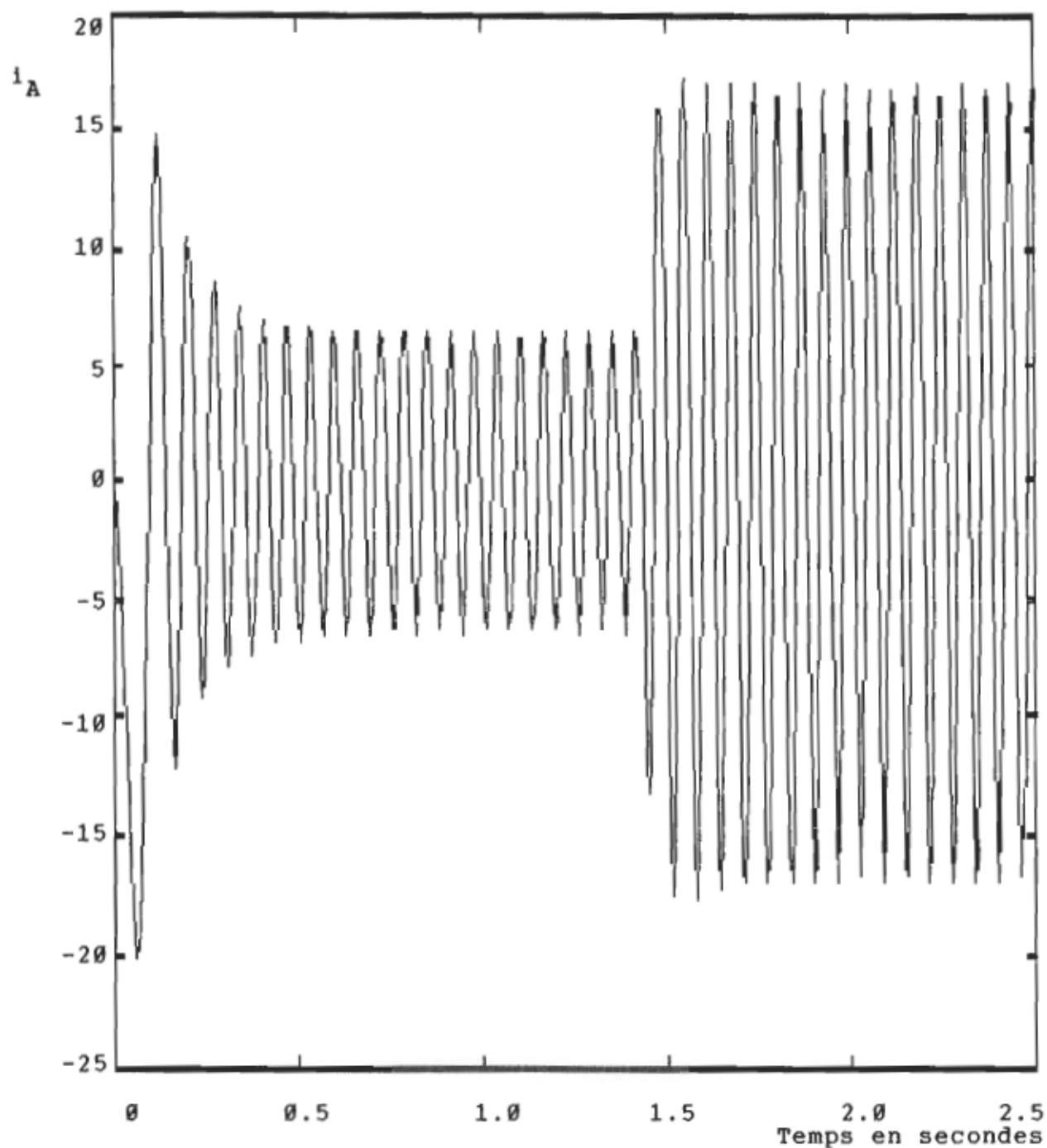


Figure 3. 1 (a): Courant de la phase A en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants sinusoïdaux.

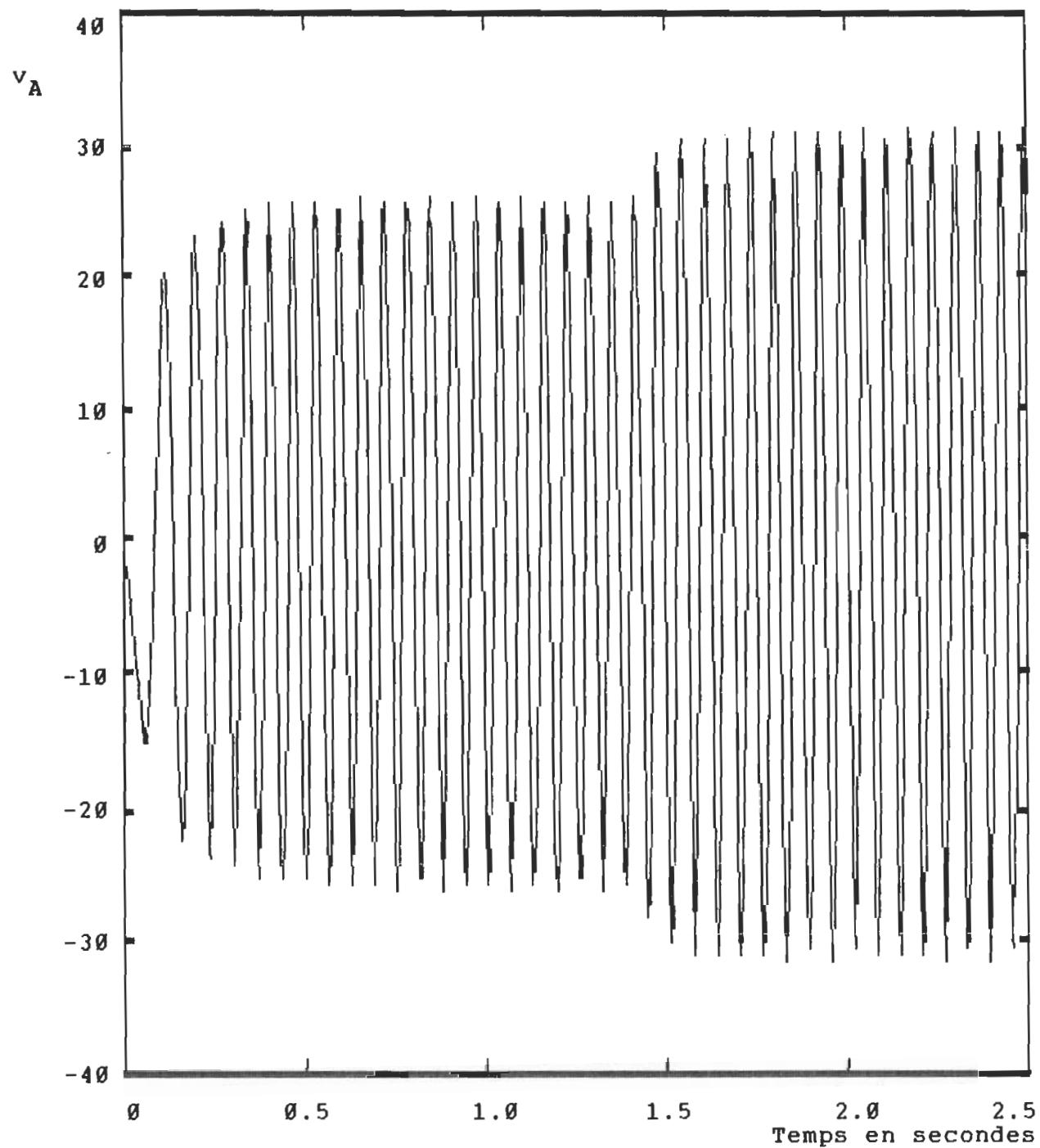


Figure 3. 1 (b): Tension de la phase A en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants sinusoïdaux.

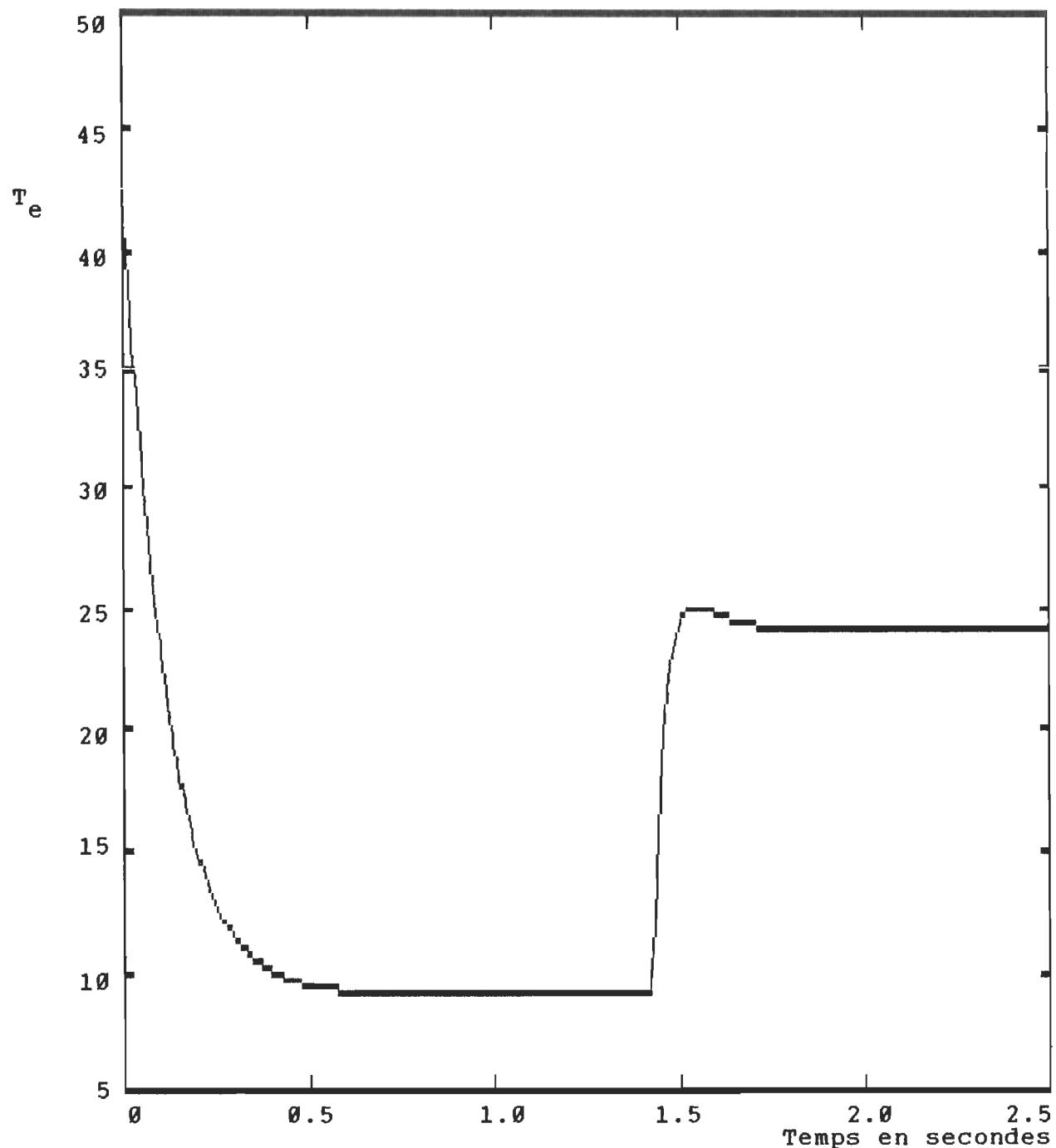


Figure 3. 1 (c): Évolution du couple en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants sinusoïdaux.

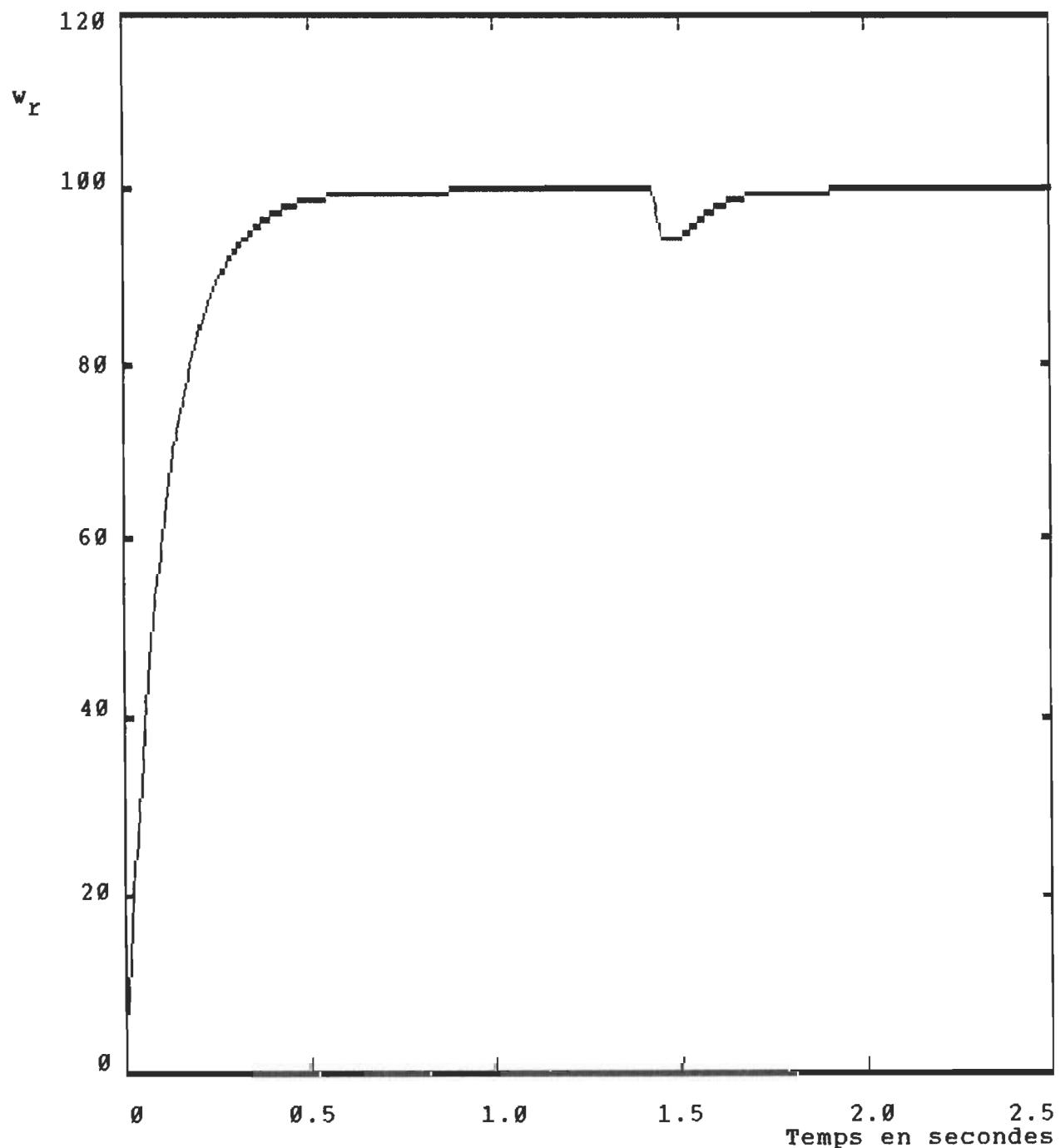


Figure 3. 1 (d): Evolution de la vitesse en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants sinusoïdaux.

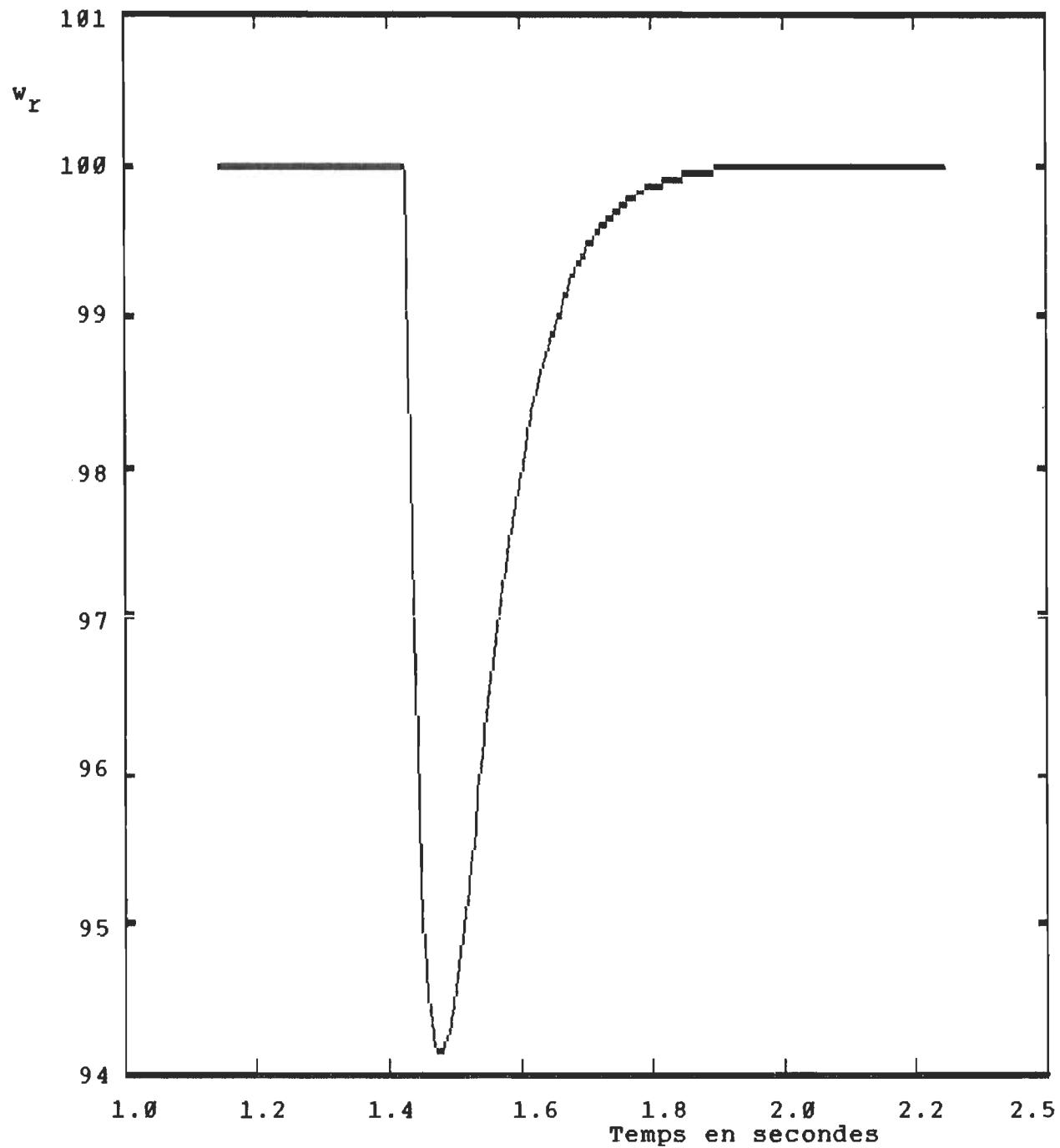


Figure 3. 1 (e): Chute de la vitesse en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants sinusoïdaux.

3. 1. 2) Alimentation en courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur

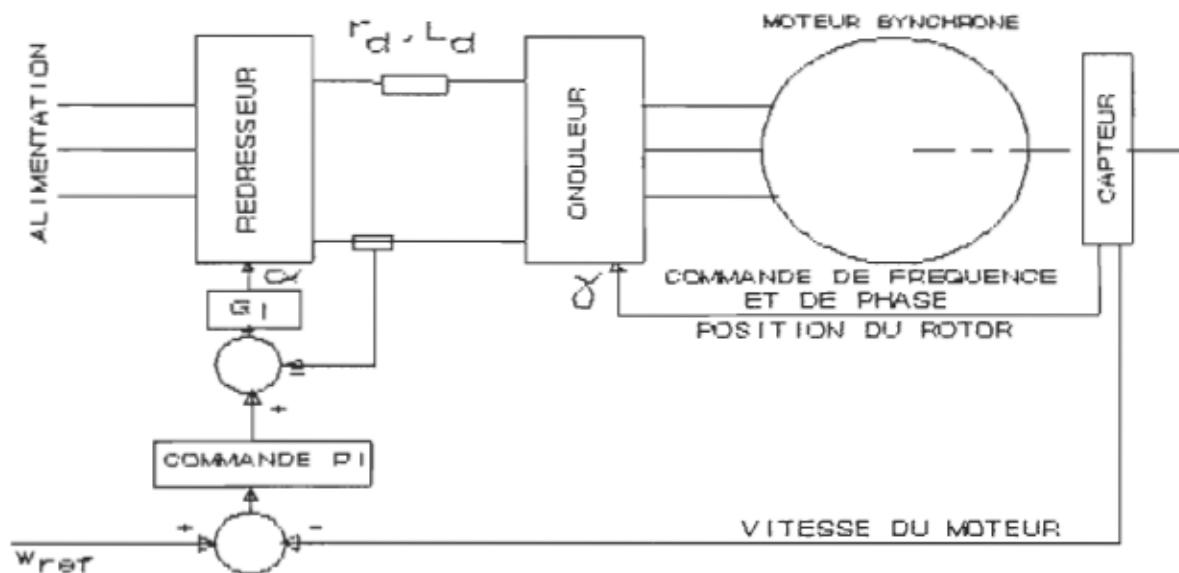


Figure 3. 2: Diagramme de contrôle de la commande PI avec des courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur.

Dans la figure 3. 2, α désigne l'angle d'amorçage des thyristors du redresseur, gamma désigne l'angle d'amorçage des thyristors de l'onduleur et G_I est un contrôleur du type PI destiné à la régulation du courant dans l'étage à courant continu.

Les paramètres de simulation sont:

- Vitesse de référence : $w_{ref} = 100 \text{ rd/s.}$
- Couple mécanique au démarrage : $T_{méc} = 10 \text{ N.m.}$
- Couple mécanique au temps $t > 2.0 \text{ s}$: $T_{méc} = 20 \text{ N.m.}$

et les résultats de simulation sont représentés par les figures de la série (3. 2).

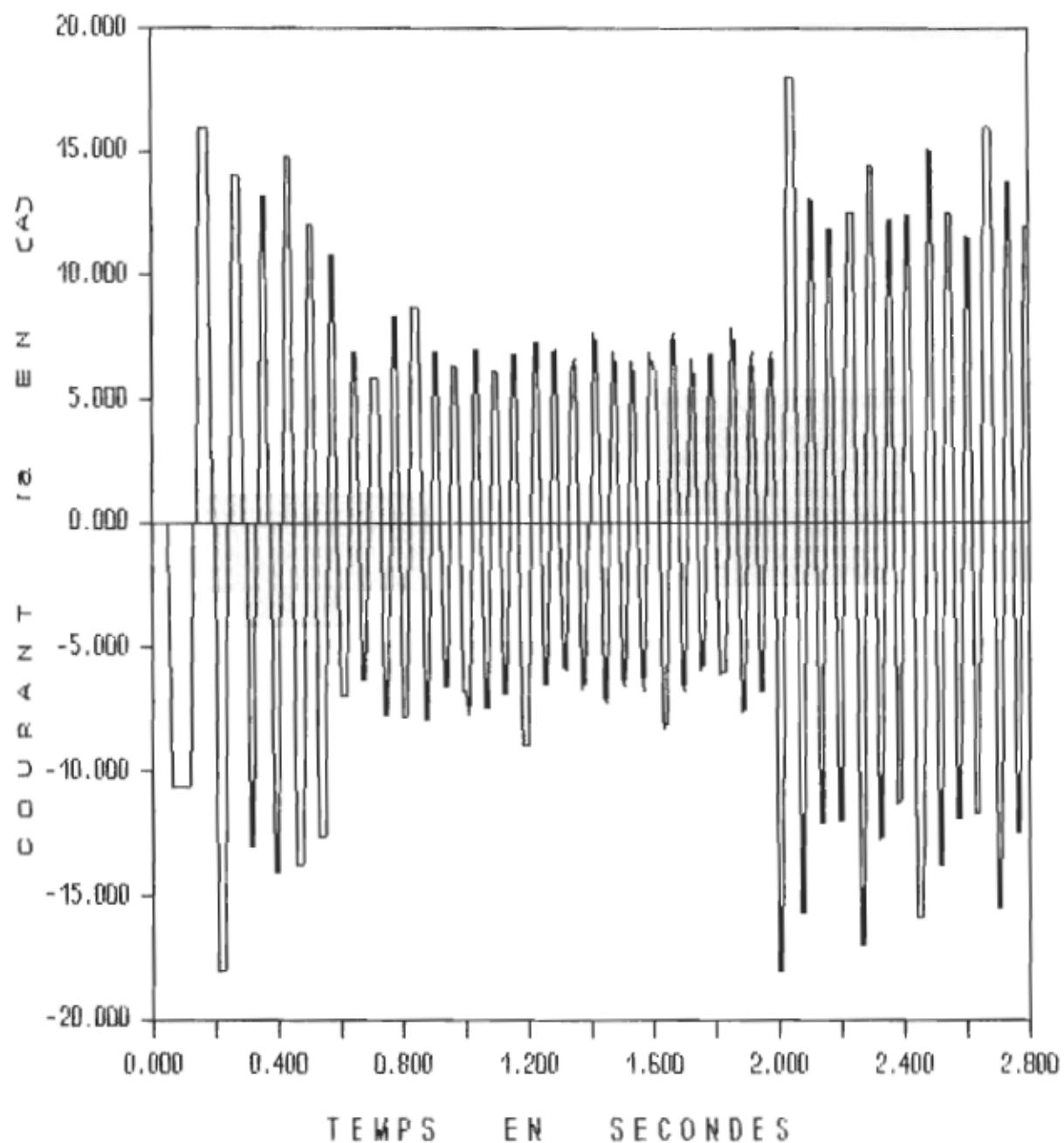


Figure 3. 2 (a): Courant de la phase A en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants commandés par le redresseur.

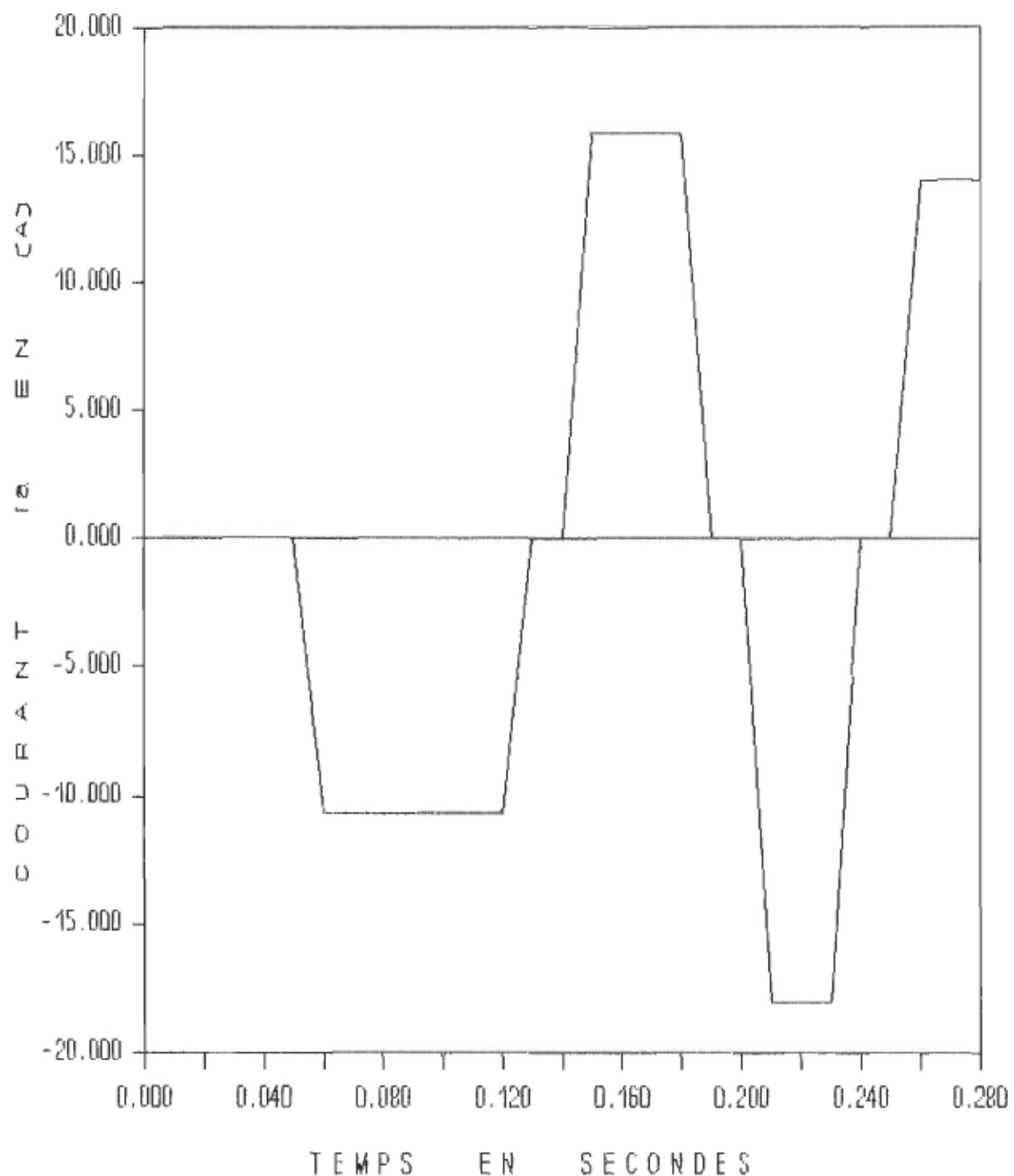


Figure 3. 2 (b): Courant de la phase A au démarrage.
Simulation du PI avec des courants commandés par le redresseur.

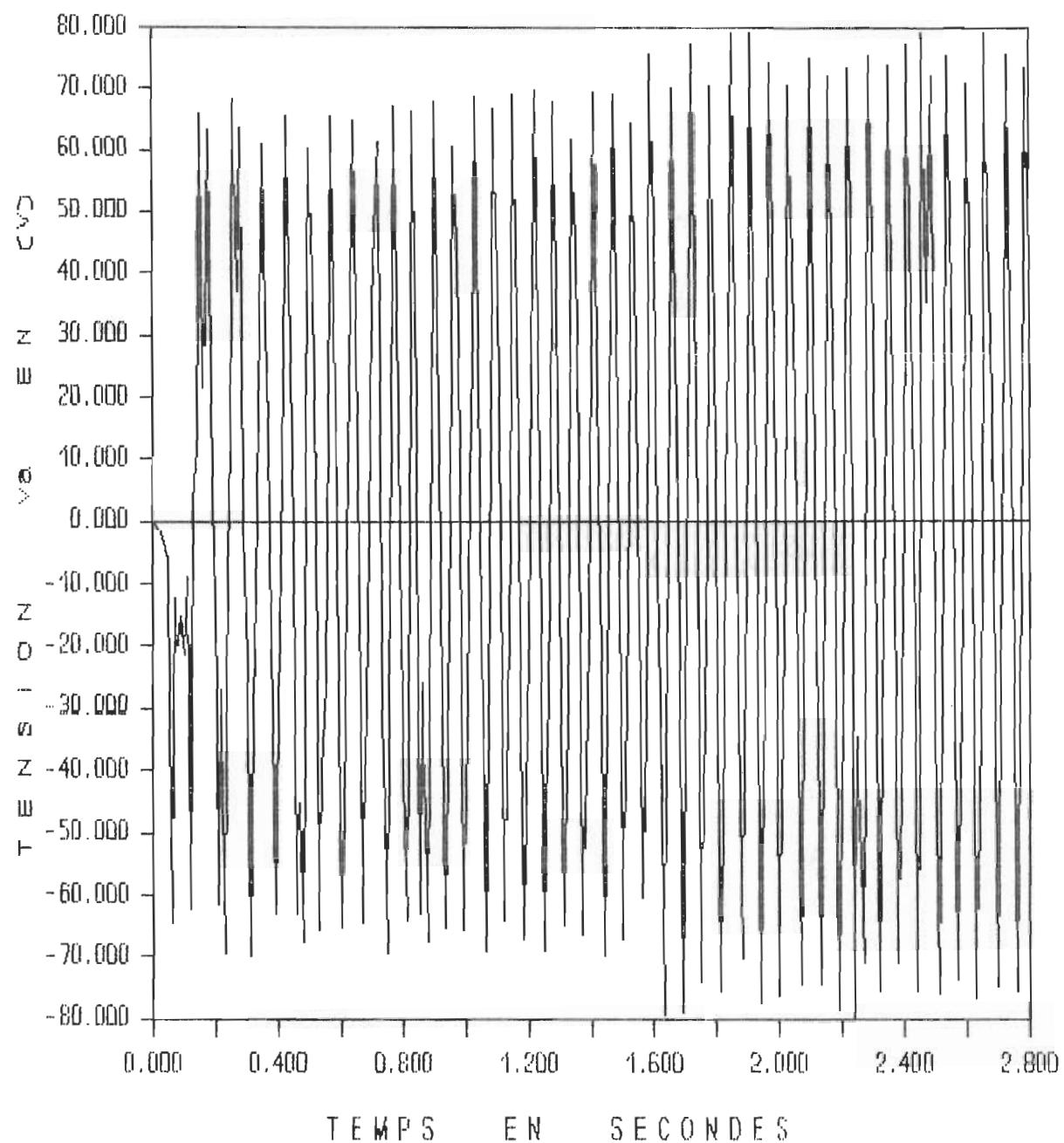


Figure 3. 2 (c): Tension de la phase A en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants commandés par le redresseur.

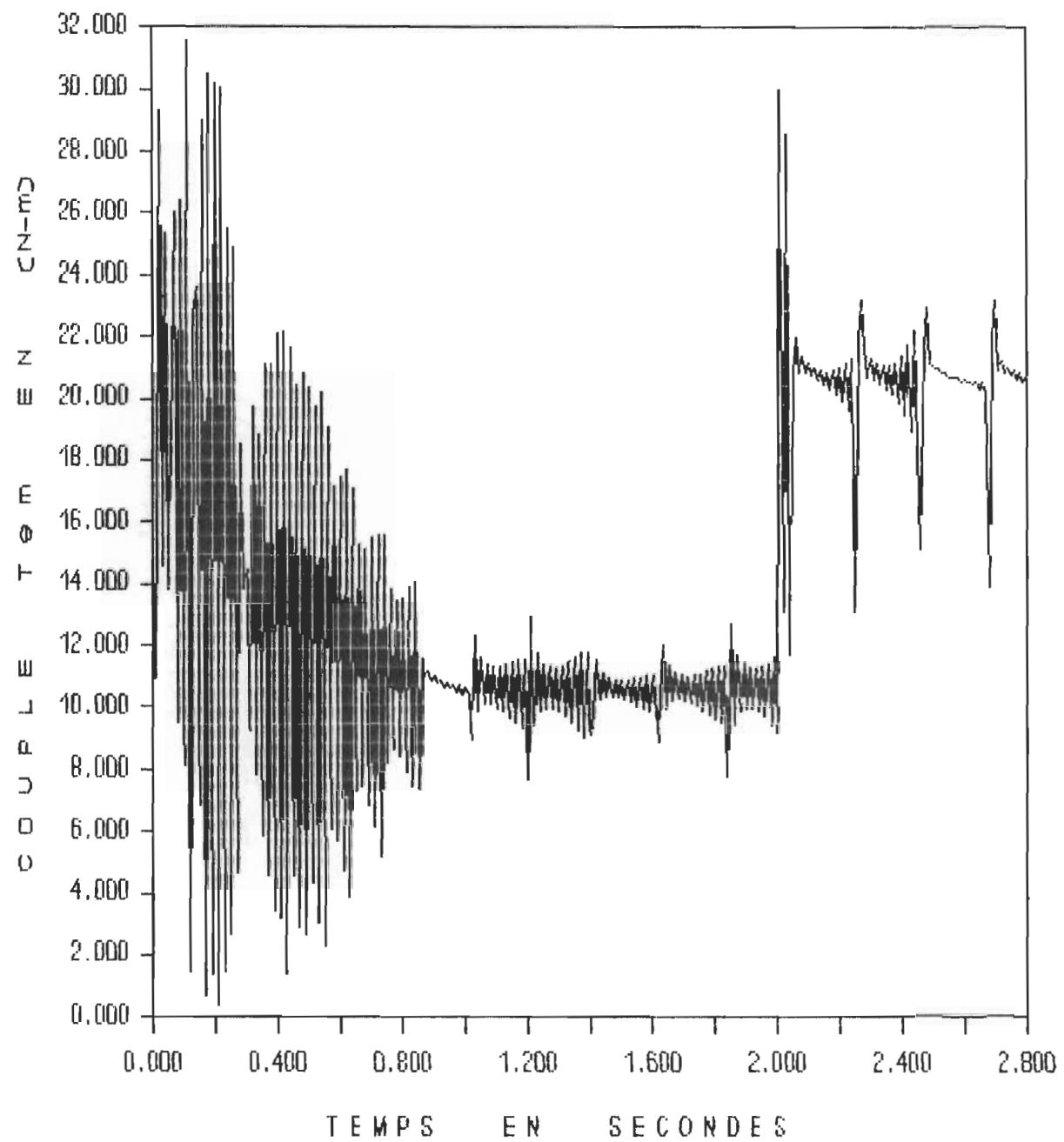


Figure 3. 2 (d): Évolution du couple en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants commandés par le redresseur.

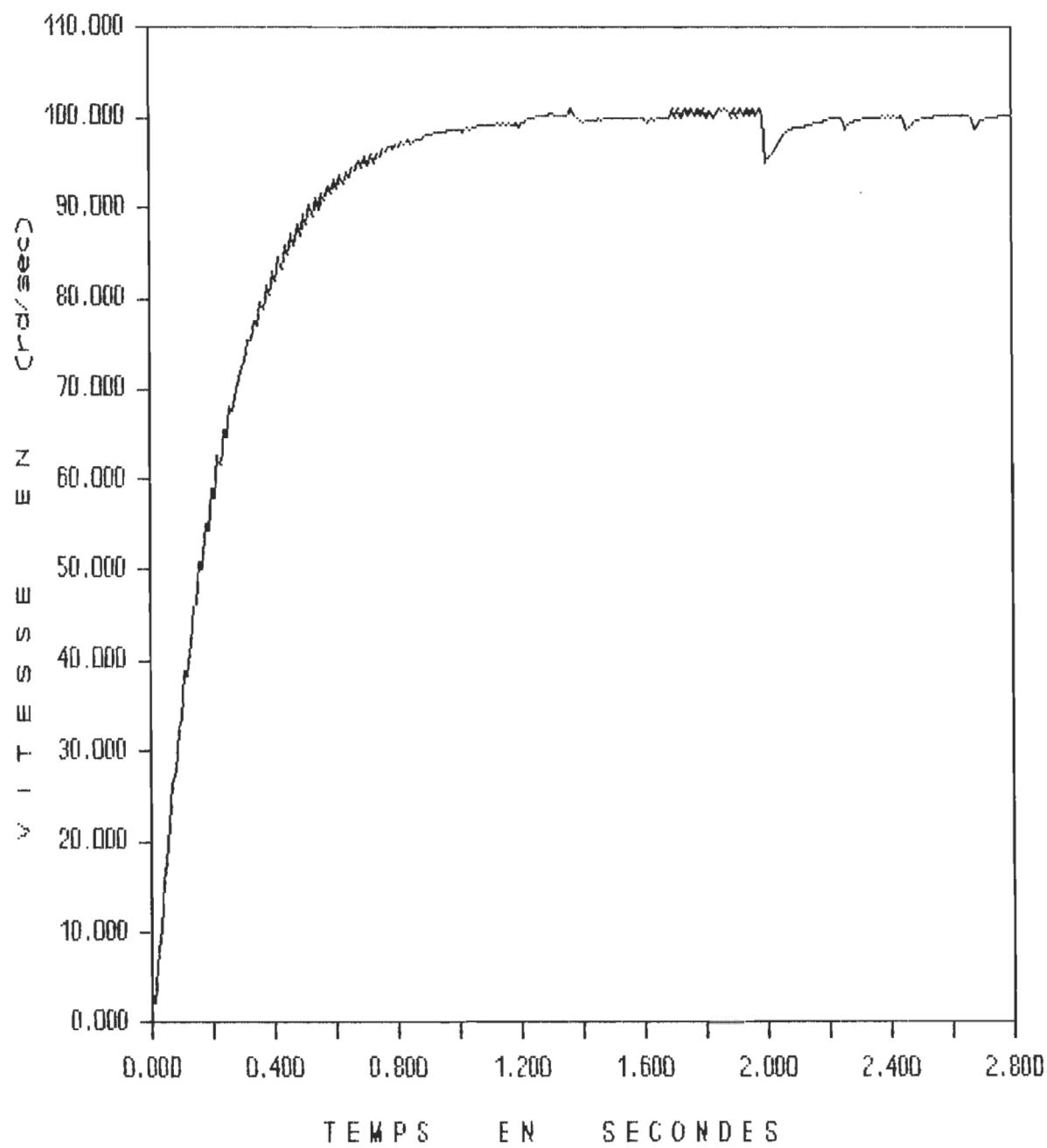


Figure 3. 2 (e): Evolution de la vitesse en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants commandés par le redresseur.

3. 1. 3) Alimentation en courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur

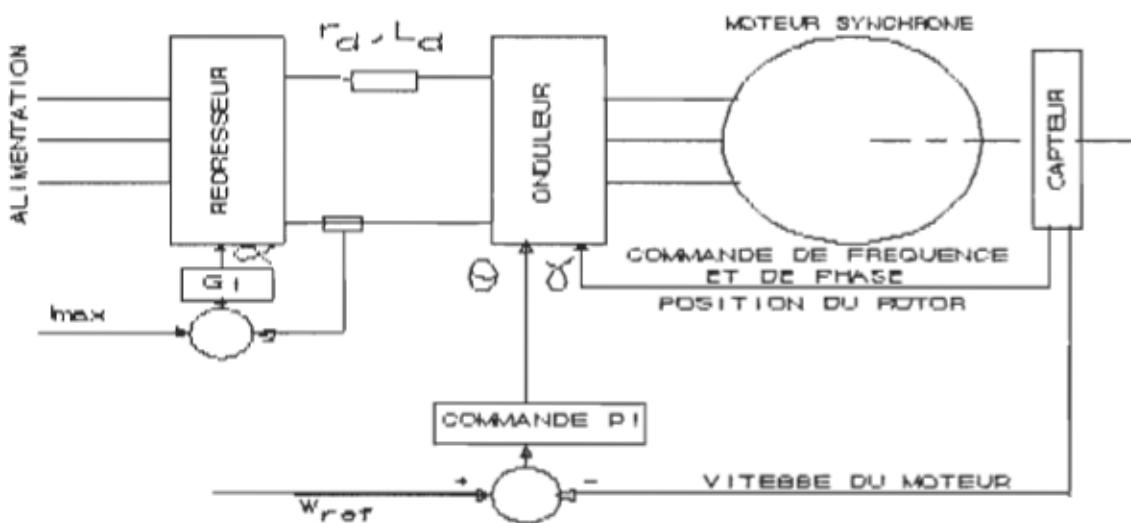


Figure 3. 3: Diagramme de contrôle de la commande PI avec des courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur.

Dans la figure 3. 3, α désigne l'angle d'amorçage des thyristors du redresseur, γ désigne l'angle d'amorçage des thyristors de l'onduleur, θ désigne la durée de conduction des thyristors de l'onduleur et G_I est un contrôleur du type PI destiné à la régulation du courant dans l'étage à courant continu.

Les paramètres de simulation sont:

- $I_d = \text{Cte} = 15 \text{ A.}$
 - Vitesse de référence : $\omega_{ref} = 100 \text{ rad/s.}$
 - Couple mécanique au démarrage : $T_{méc} = 10 \text{ N.m.}$
 - Couple mécanique au temps $t > 2.0 \text{ s: } T_{méc} = 20 \text{ N.m.}$

et les résultats de simulation sont représentés par les figures de la série (3. 3).

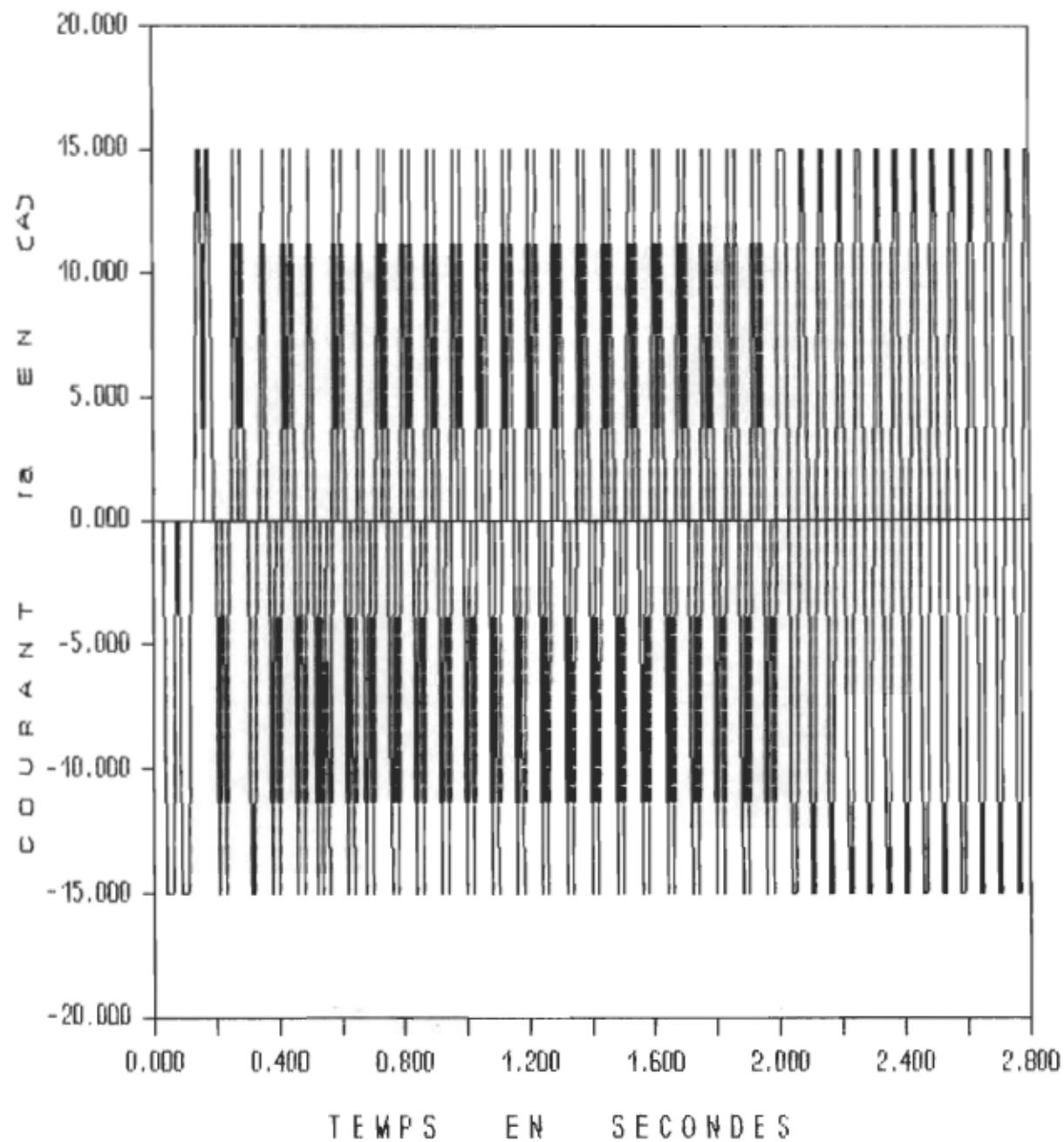


Figure 3. 3 (a): Courant de la phase A en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants commandés par l'onduleur.

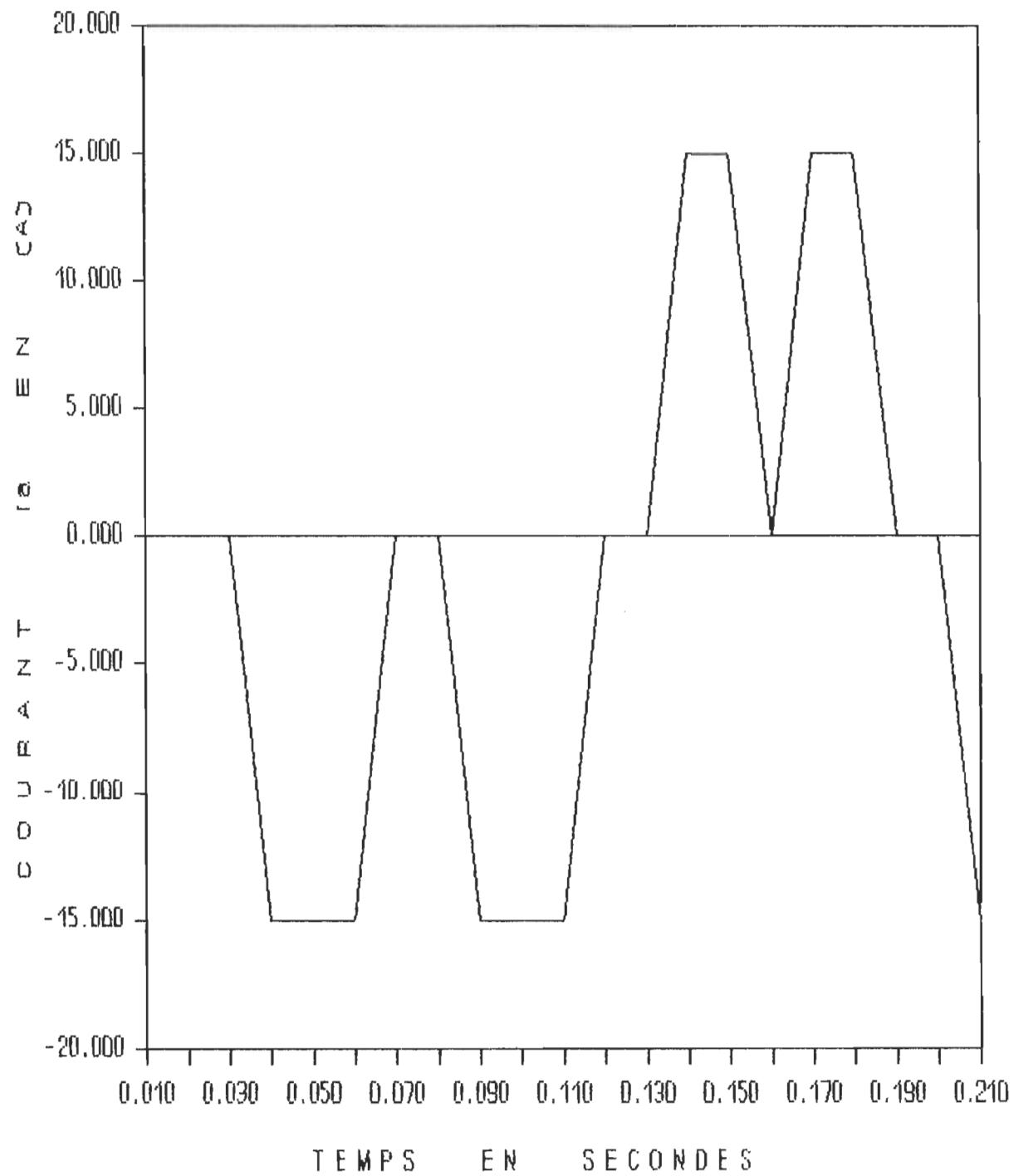


Figure 3. 3 (b): Courant de la phase A au démarrage.
Simulation du PI avec des courants commandés par l'onduleur.

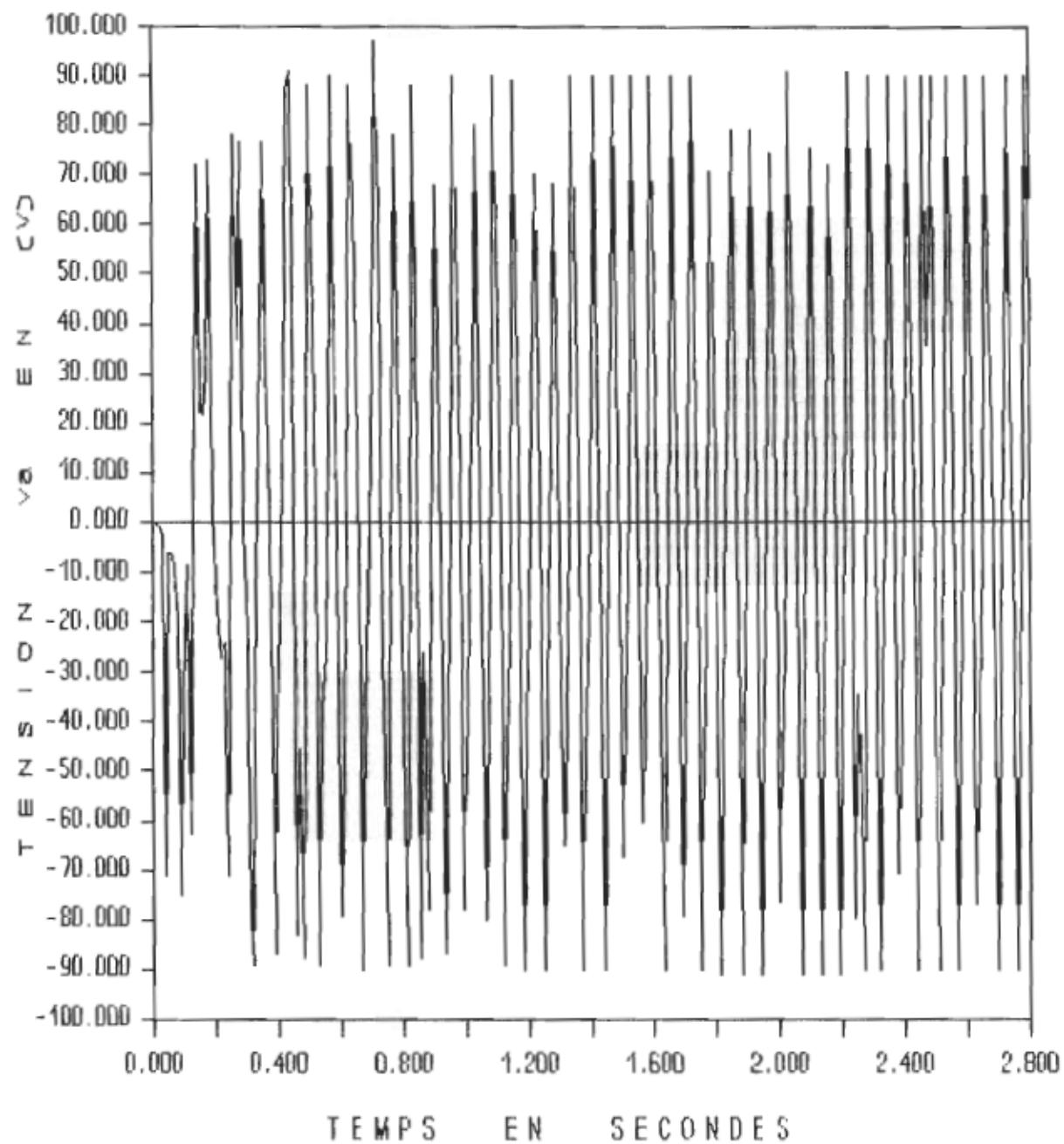


Figure 3. 3 (c): Tension de la phase A en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants commandés par l'onduleur.

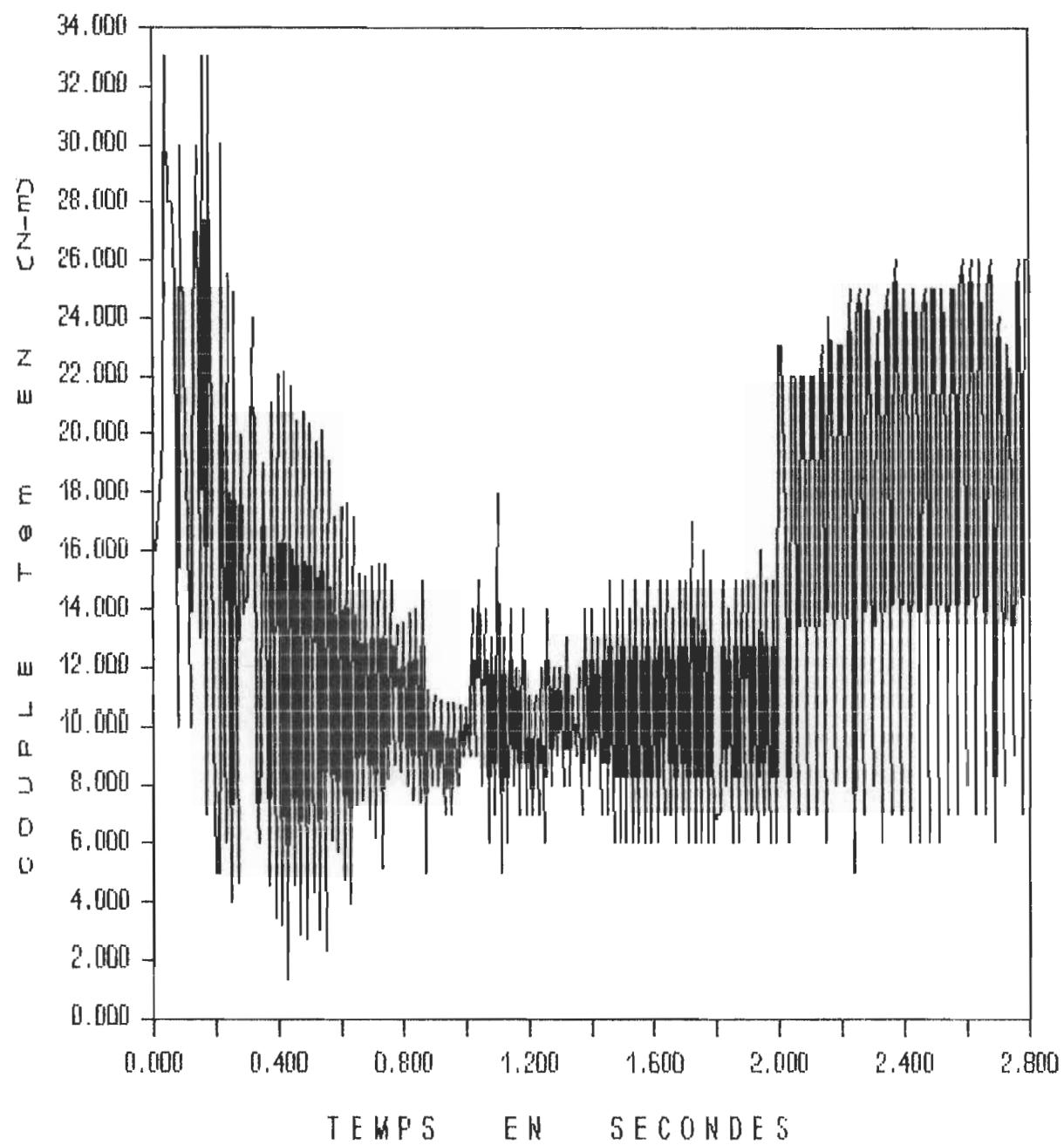


Figure 3. 3 (d): Évolution du couple en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants commandés par l'onduleur.

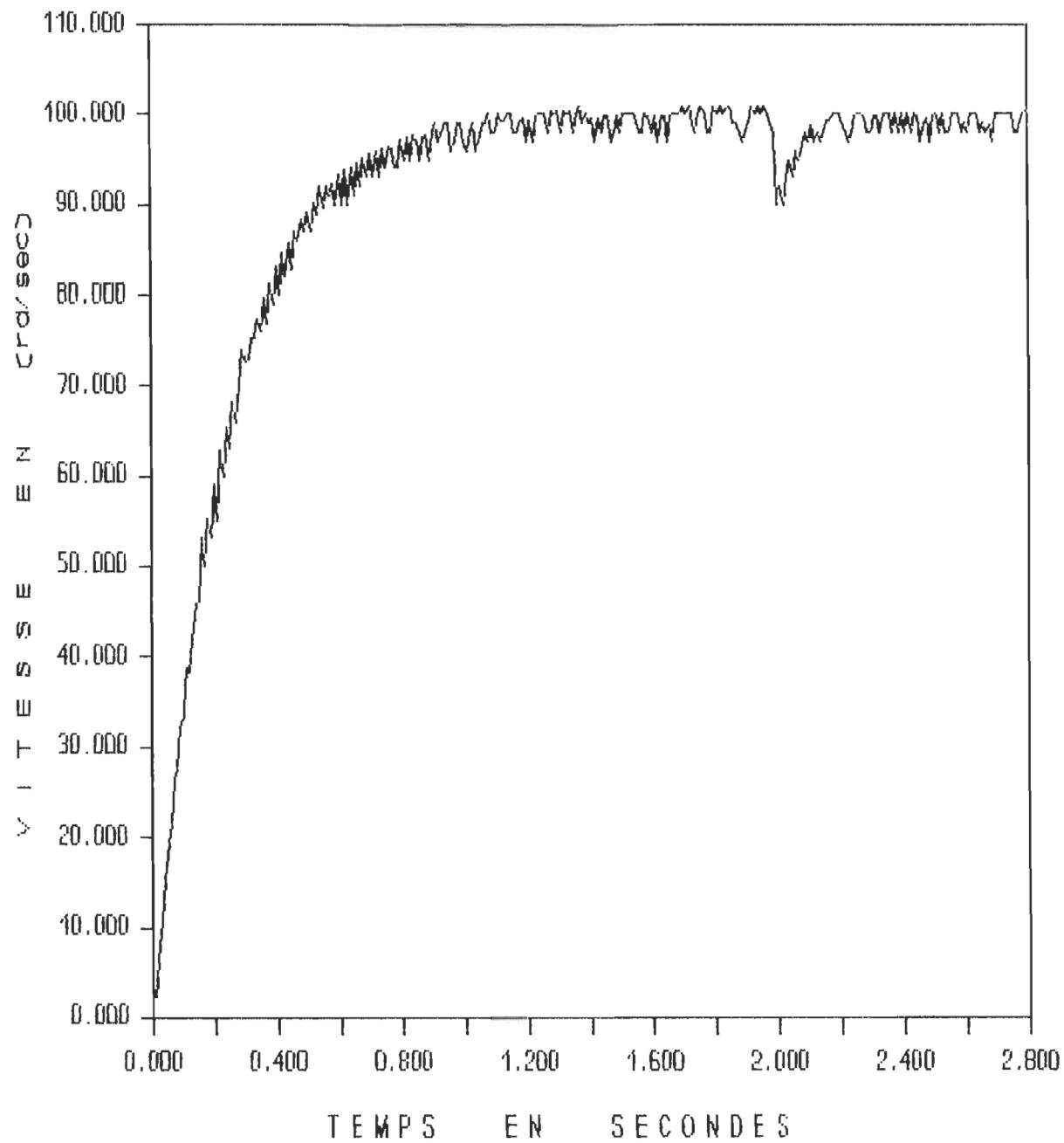


Figure 3. 3 (e): Evolution de la vitesse en fonction du temps.
Simulation du PI avec des courants commandés par l'onduleur.

3. 2) Commande par retour d'état

Dans la structure du modèle développé au chapitre 2 à la section (2. 2. 2), l'équation de la vitesse et celle de la position sont découplées des autres équations d'état. Il est donc possible de contrôler la vitesse du moteur en considérant un modèle de deuxième ordre formé par les équations de vitesse et de position. En pratique, l'imposition des pôles ne peut pas être effectuée aléatoirement, elle relève plutôt de certains critères tels que le dépassement, le temps de mise en route, le temps de stabilisation, etc...

Au lieu de fixer arbitrairement les pôles du système, il est préférable d'étudier le comportement d'un système de deuxième ordre et de déterminer ses caractéristiques afin de fixer les pôles susceptibles de favoriser le comportement désiré. Pour cela on expose, à la section (3. 2. 1), une étude paramétrique du comportement d'un système représenté par une équation différentielle linéaire de deuxième ordre à coefficients constants.

3. 2. 1) Systèmes de deuxième ordre

Dans l'étude des systèmes de commande, les équations différentielles linéaires de deuxième ordre à coefficients constants de la forme

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2 \cdot z \cdot w_n \cdot \frac{dy}{dt} + w_n^2 \cdot y = w_n^2 \cdot x \quad (3. 1)$$

sont très importantes parce que les systèmes d'ordre supérieur peuvent souvent être approchés par des systèmes de deuxième ordre. La constante z est appelée facteur d'amortissement, et la constante w_n est la pulsation naturelle du système.

En admettant que $0 \leq z < 1$, l'équation caractéristique de l'équation (3. 1) est

$$D^2 + 2 \cdot z \cdot w_n \cdot D + w_n^2 = (D - D_1) \cdot (D - D_2) = 0$$

avec $D_1 = -z \cdot w_n + j \cdot w_n \cdot [1 - z^2]^{\frac{1}{2}} = -\delta + j \cdot w_d$ (3. 2)

$$D_2 = -z \cdot w_n - j \cdot w_n \cdot [1 - z^2]^{\frac{1}{2}} = -\delta - j \cdot w_d \quad (3. 3)$$

où $\delta = z \cdot w_n$ est appelé coefficient d'amortissement, et $w_d = w_n \cdot [1 - z^2]^{\frac{1}{2}}$ est appelé pulsation amortie. δ est l'inverse de la constante de temps τ du système: $\tau = 1/\delta$.

La réponse à l'échelon unité relative à l'équation (3. 1) est donnée par

$$y_u(w_n \cdot t) = 1 - \frac{w_n \cdot e^{-z \cdot w_n \cdot t}}{[1 - z^2]^{\frac{1}{2}}} \cdot \sin \left[[1 - z^2]^{\frac{1}{2}} \cdot w_n \cdot t + \sigma \right] \quad (3. 4)$$

avec $\sigma = \arctan \left[\frac{[1 - z^2]^{\frac{1}{2}}}{z} \right]$

La figure de la page suivante donne une représentation paramétrique de la réponse à l'échelon unité. Notons que l'abscisse pour cette famille de courbes est le temps normalisé $w_n \cdot t$, et le paramètre définissant chaque courbe est le facteur d'amortissement z .

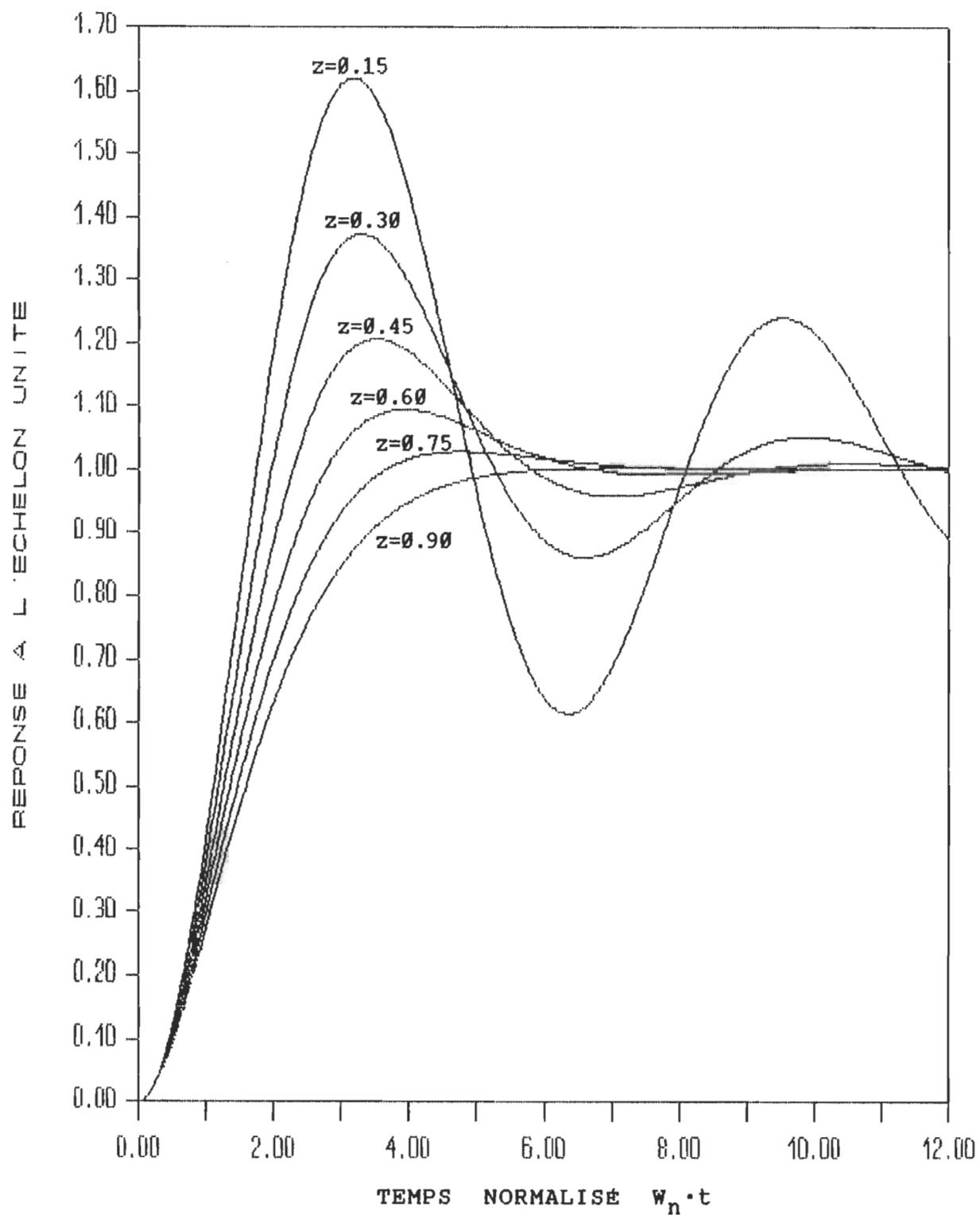


Figure 3. 4: Réponse à l'échelon unité d'un système de 2^e ordre.

3. 2. 2) Choix des pôles du système

D'après les relations (3. 2) et (3. 3), la détermination des pôles D_1 et D_2 relève de la connaissance du facteur d'amortissement z et de la pulsation naturelle w_n du système. Le choix du facteur d'amortissement z est fonction du dépassement toléré sur la réponse et le choix de la pulsation naturelle w_n est fonction du temps de stabilisation imposé au système. En supposant que le système se stabilise à $t = 1.2$ secondes, il s'en suit pour les valeurs de z supérieures à 0.5 que $1.2 \cdot w_n = 10$; d'où $w_n = 8.3333$. Pour les valeurs d'amortissement inférieures à 0.5, on identifiera sur la courbe la valeur du temps normalisé $w_n \cdot t$ à laquelle le système se stabilisera.

Exemple:

Soit à simuler les cas suivants:

Cas 1: Facteur d'amortissement $z = 0.45$,
Temps de stabilisation = 1.20 secondes.

Cas 2: Facteur d'amortissement $z = 0.60$,
Temps de stabilisation = 1.20 secondes.

Cas 3: Facteur d'amortissement $z = 0.75$,
Temps de stabilisation = 1.20 secondes.

Cas 4: Facteur d'amortissement $z = 0.90$,
Temps de stabilisation = 1.20 secondes.

Pour un temps de stabilisation de 1.2 secondes, la pulsation naturelle w_n peut être approximée à 9 rd/s. Des relations (3. 2) et (3. 3), on obtient pour le

cas 1: $D_1 = -4.0500 + 8.0373j$; $D_2 = -4.0500 - 8.0373j$,

cas 2: $D_1 = -5.4000 + 7.2000j$; $D_2 = -5.4000 - 7.2000j$,

cas 3: $D_1 = -6.7500 + 5.9529j$; $D_2 = -6.7500 - 5.9529j$,

cas 4: $D_1 = -8.1000 + 3.9230j$; $D_2 = -8.1000 - 3.9230j$.

Les résultats de simulation sont représentés par la figure 3. 5.

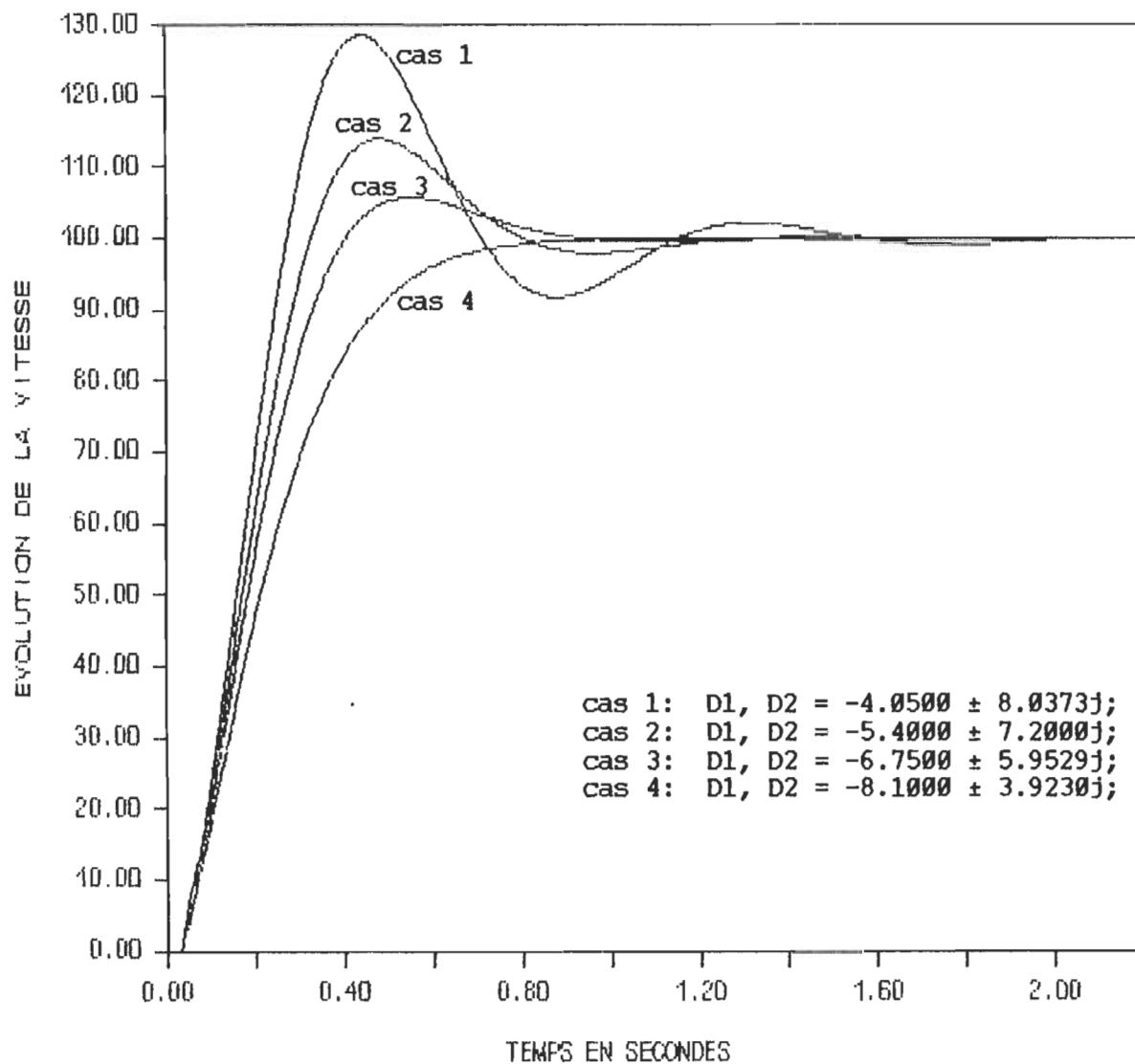


Figure 3. 5: Évolution de la vitesse avec $T_{méc} = 20 \text{ N}\cdot\text{m}$

Pour montrer la régulation de vitesse avec retour d'état, une simulation de vitesse avec des variations de charge de 30% et de 50% est élaborée. Les résultats de simulation pour une variation de charge de 30% sont représentés par la figure 3. 6. La figure 3. 7 représente les résultats de simulation pour une variation de charge de 50%.

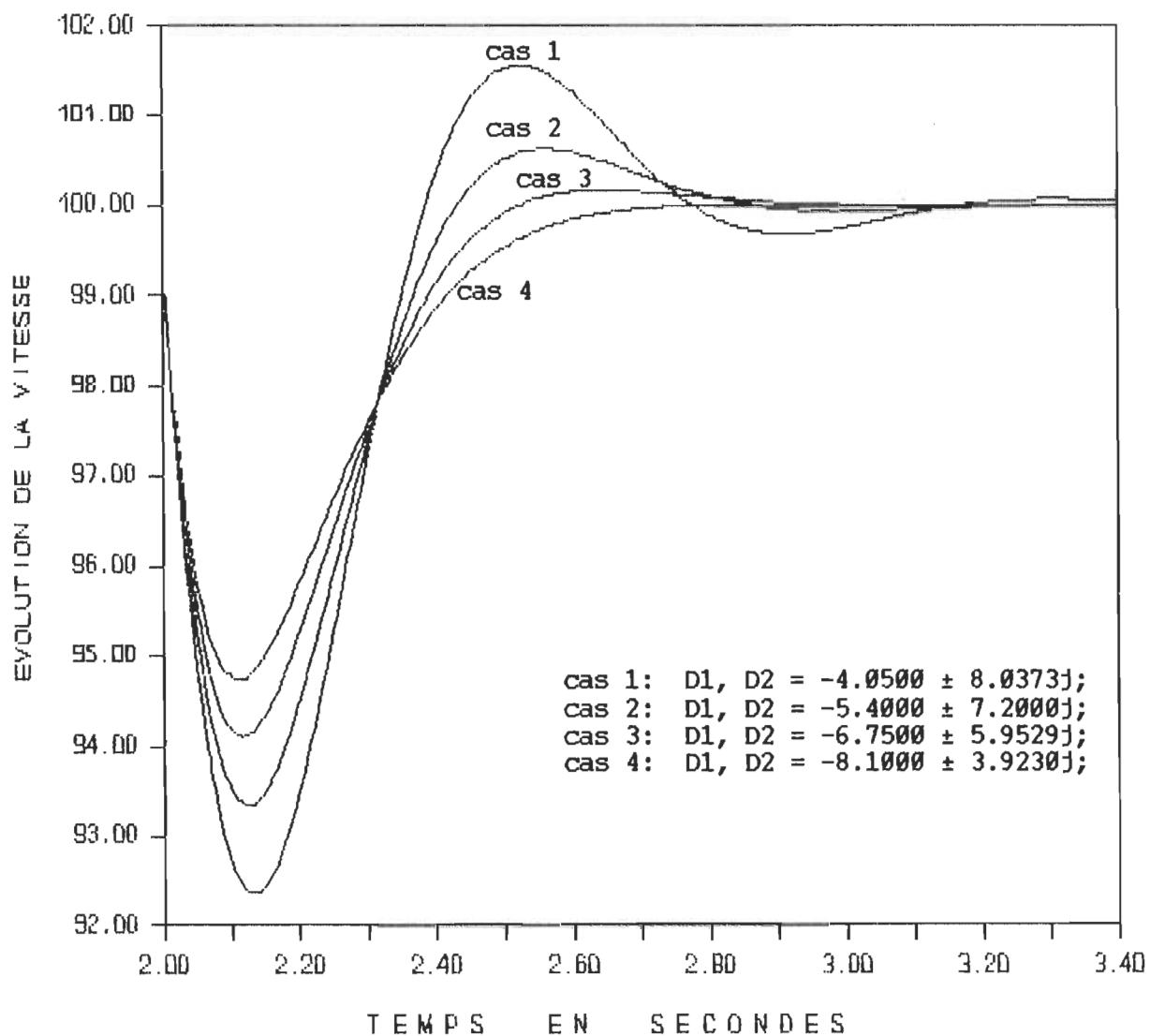


Figure 3. 6: Evolution de la vitesse sous une augmentation de 30% du couple mécanique ($T_{méc} = 26 \text{ N}\cdot\text{m}$).

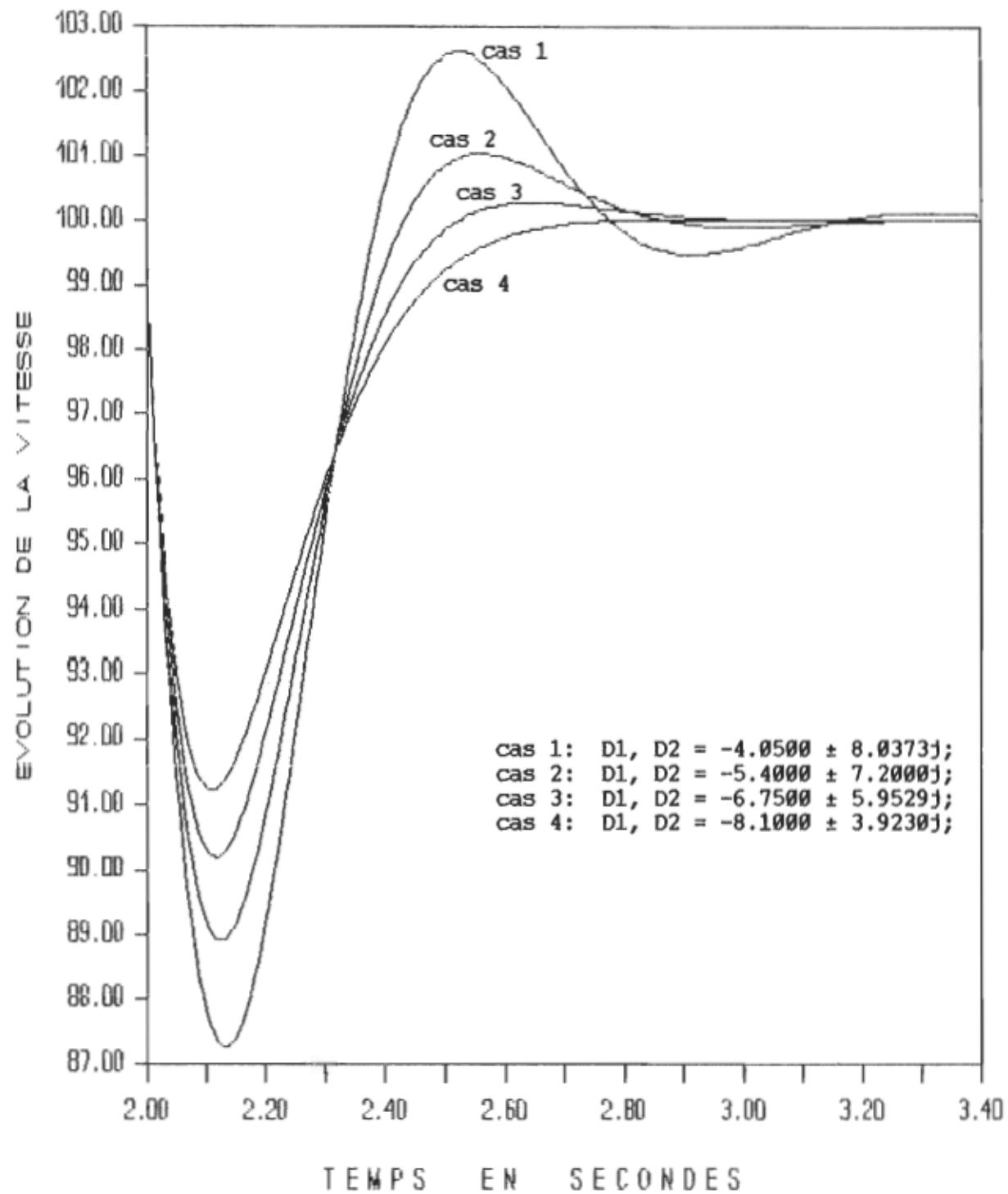


Figure 3. 7: évolution de la vitesse sous une augmentation de 50% du couple mécanique ($T_{méc} = 30 \text{ N}\cdot\text{m}$).

3. 3) Commande polynomiale

La commande polynomiale est simulée avec des courants sinusoïdaux et des courants non sinusoïdaux. Pour les courants non sinusoïdaux, on a simulé le cas où les courants sont ajustés par le redresseur ainsi que le cas où les courants sont ajustés par l'onduleur.

3. 3. 1) Alimentation en courants sinusoïdaux

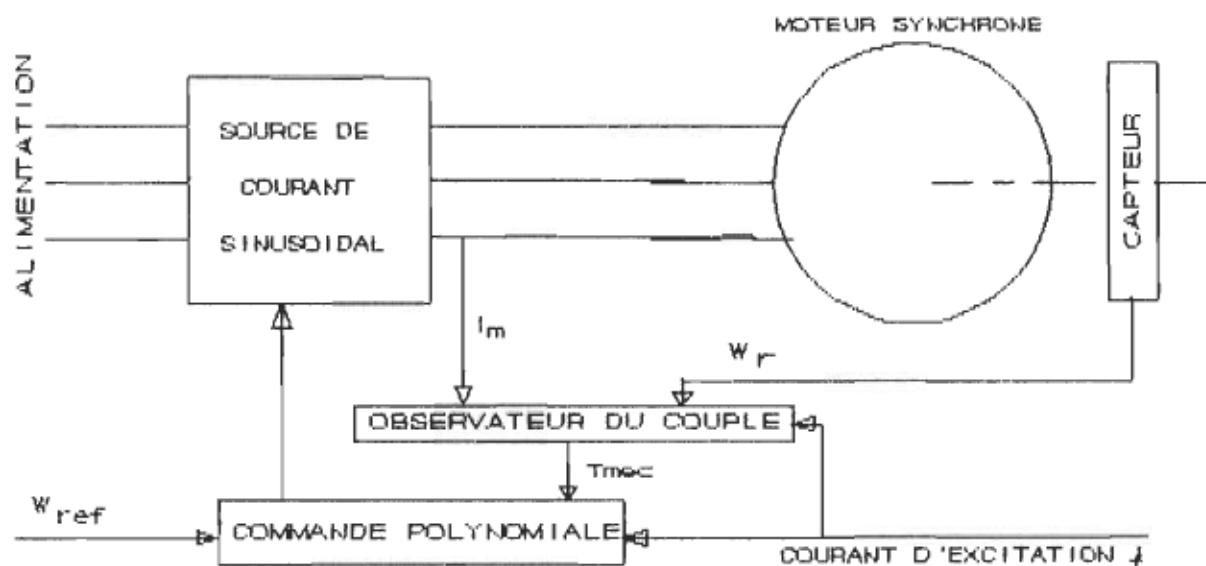


Figure 3. 8: Diagramme de contrôle de la commande polynomiale avec des courants sinusoïdaux.

En supposant une source de courant sinusoïdal commandable (voir figure 3. 8), on a simulé la loi de commande polynomiale

avec les paramètres de simulation suivants (les paramètres de la machine utilisée sont donnés à l'annexe A):

- Vitesse de référence : $w_{ref} = 100 \text{ rad/s.}$
- Couple mécanique au démarrage : $T_{méc} = 10 \text{ N.m.}$
- Couple mécanique au temps $t > 1.4 \text{ s}$: $T_{méc} = 20 \text{ N.m.}$

Les résultats de cette simulation sont représentés par les figures de la série (3. 8).

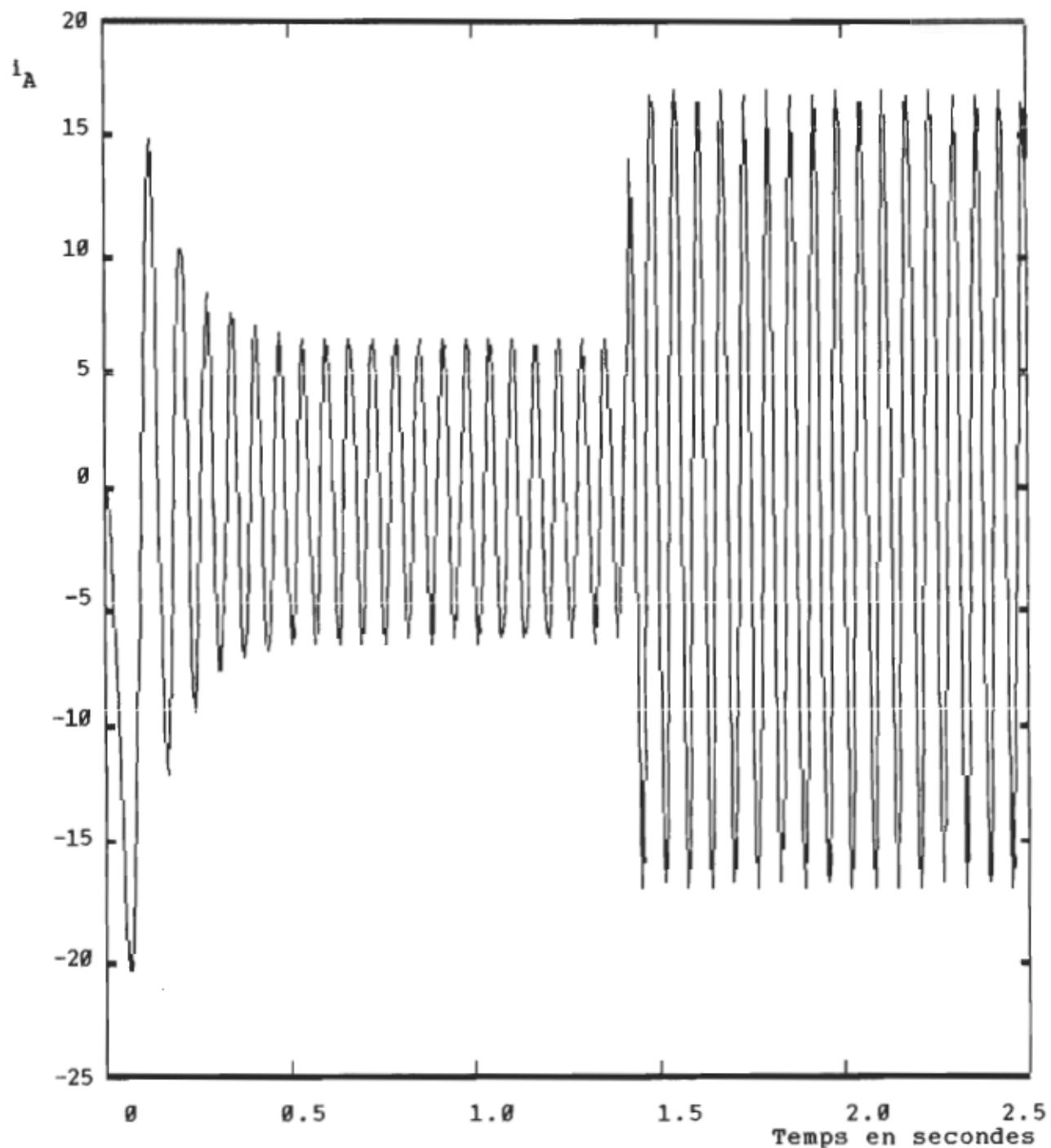


Figure 3. 8 (a): Courant de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants sinusoïdaux.

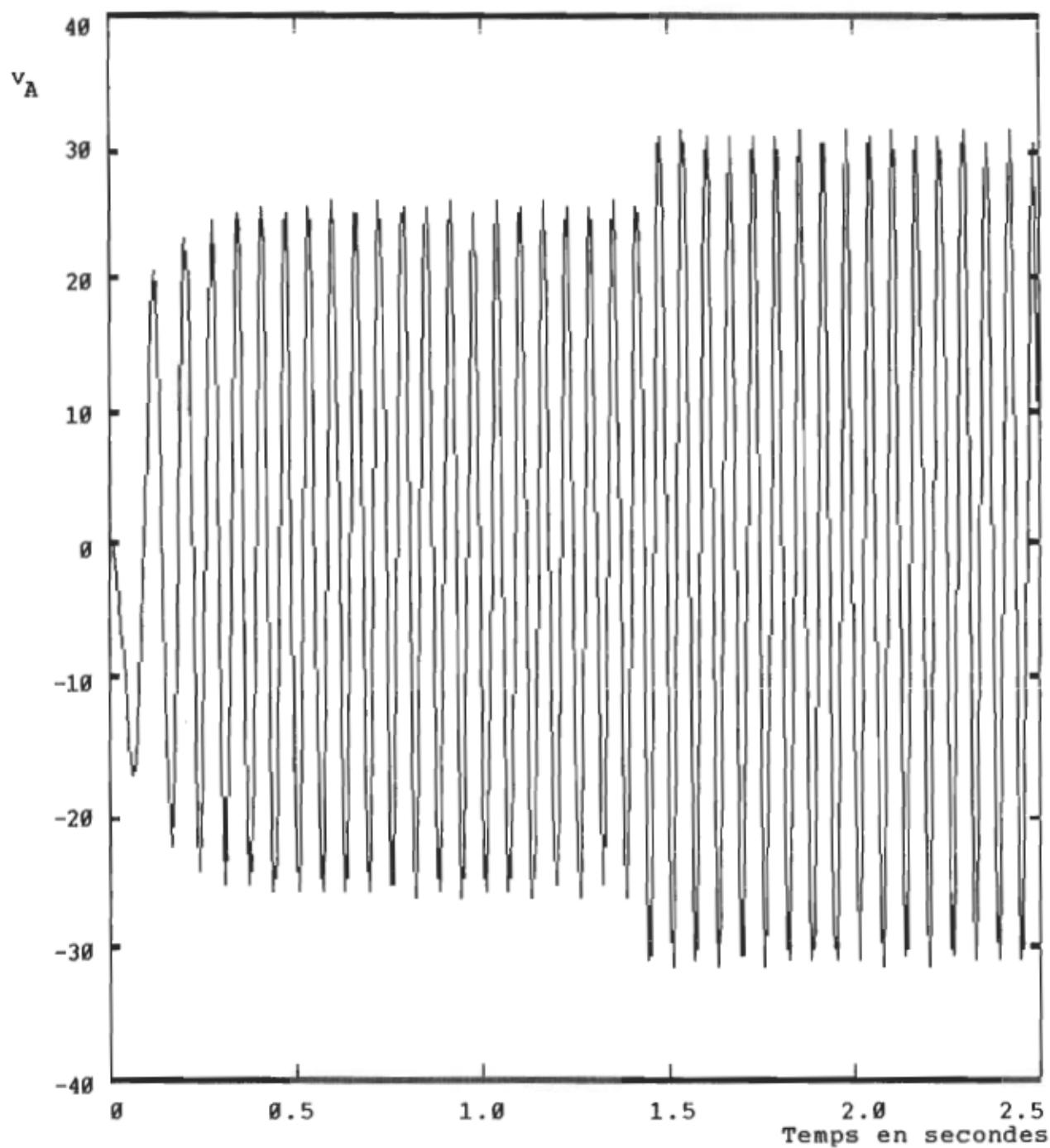


Figure 3. 8 (b): Tension de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants sinusoïdaux.

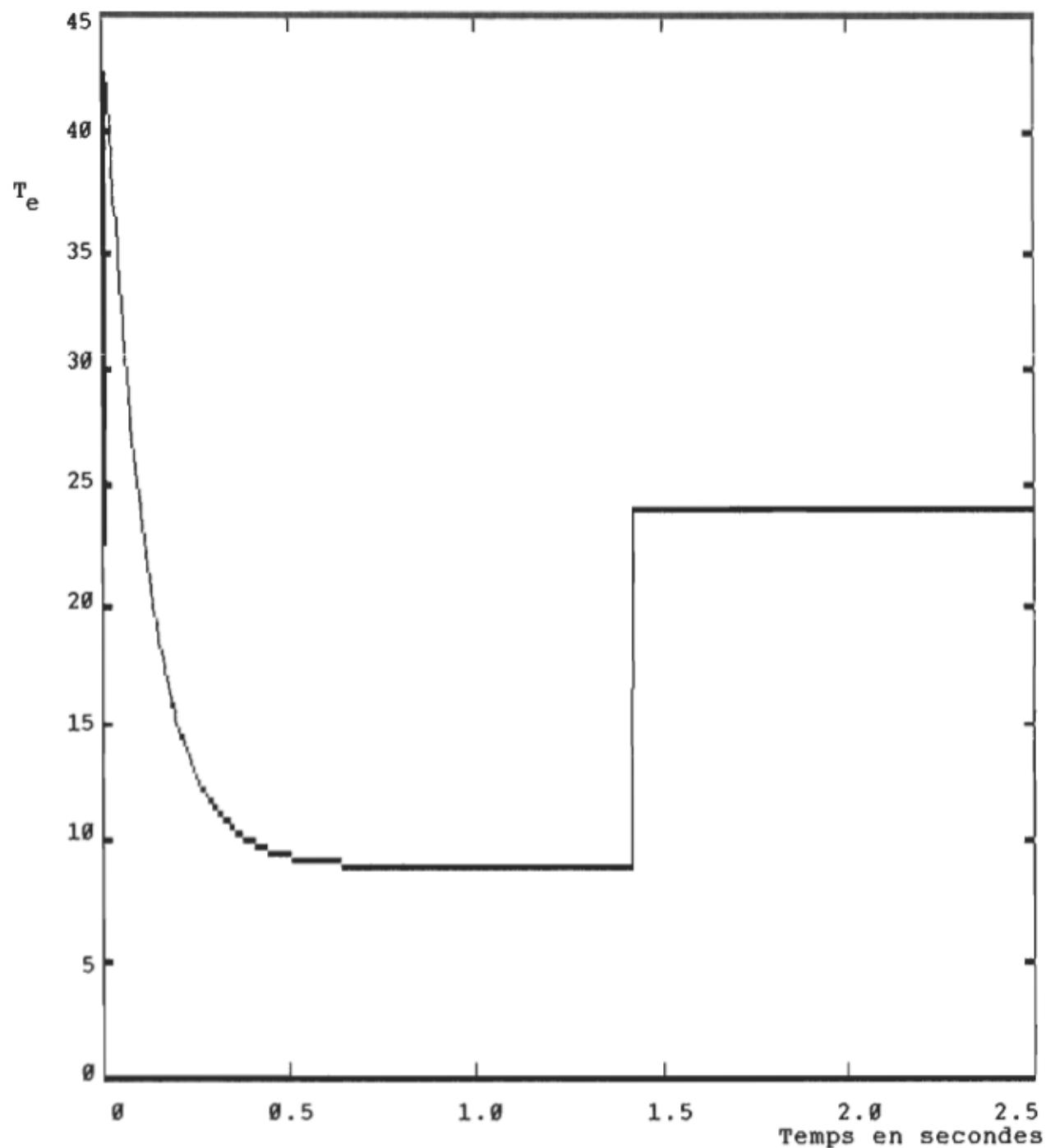


Figure 3. 8 (c): évolution du couple en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants sinusoïdaux.

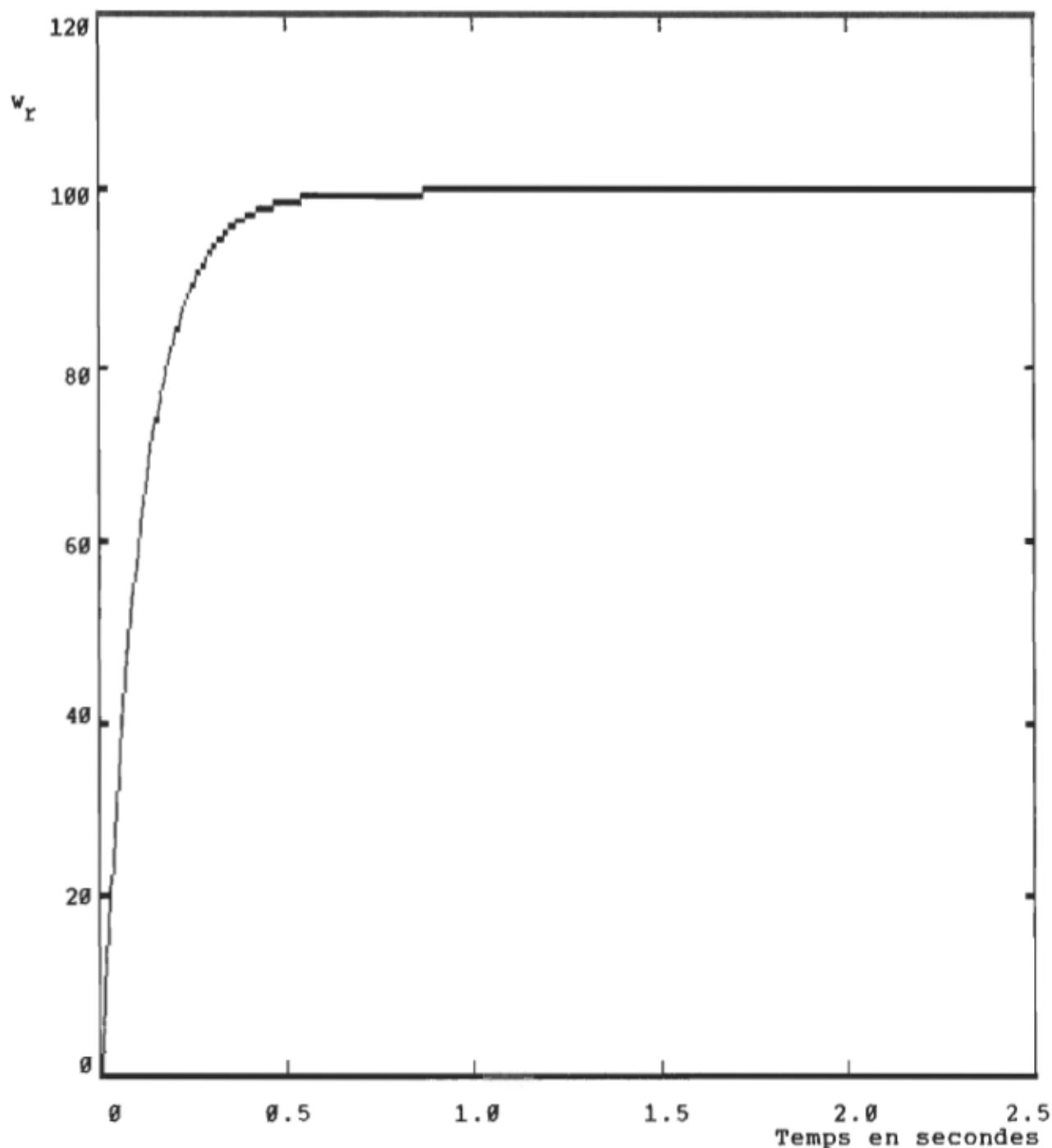


Figure 3. 8 (d): évolution de la vitesse en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants sinusoïdaux.

3. 3. 2) Alimentation en courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur

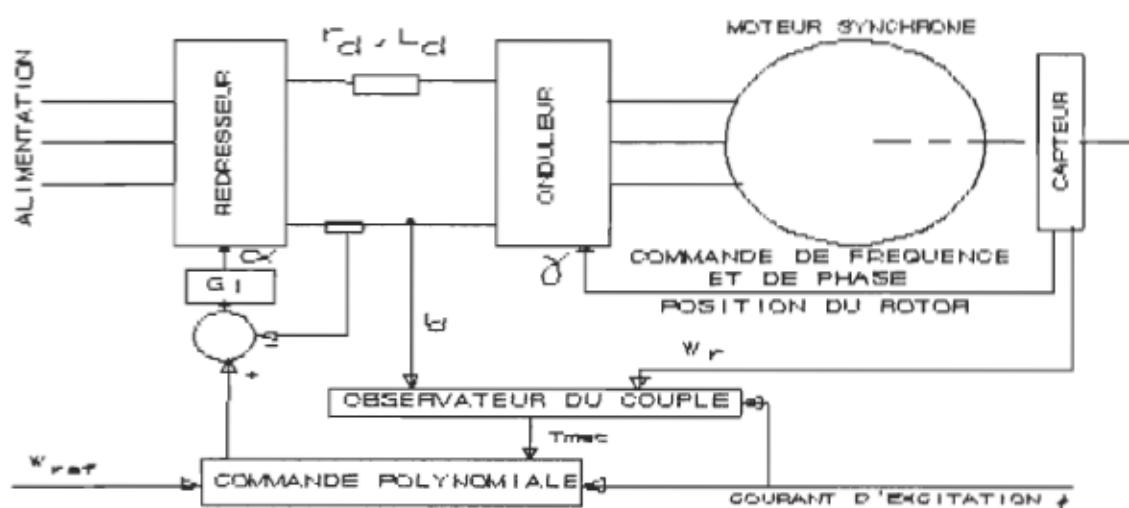


Figure 3. 9: Diagramme de contrôle de la commande polynomiale avec des courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur.

Dans la figure 3. 9, α désigne l'angle d'amorçage des thyristors du redresseur, gamma désigne l'angle d'amorçage des thyristors de l'onduleur et G_I est un contrôleur du type PI destiné à la régulation du courant dans l'étage à courant continu.

Les paramètres de simulation sont :

- Vitesse de référence : $\omega_{ref} = 100$ rd/s.
 - Couple mécanique au démarrage : $T_{méc} = 10$ N·m.
 - Couple mécanique au temps $t > 1.4$ s : $T_{méc} = 20$ N·m.
- et les résultats de simulation sont représentés par les figures de la série (3. 9).

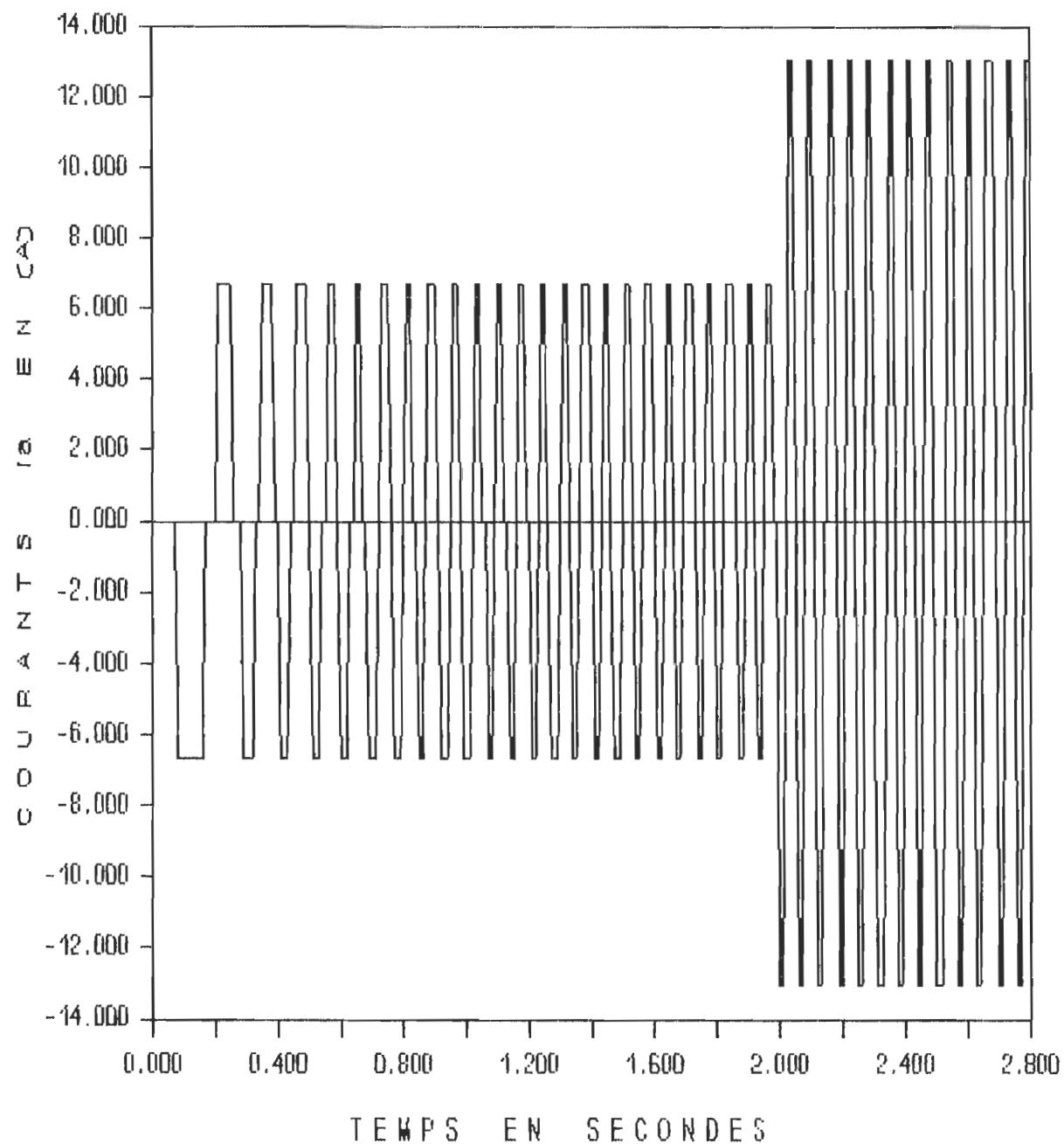


Figure 3. 9 (a): Courant de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par le redresseur.

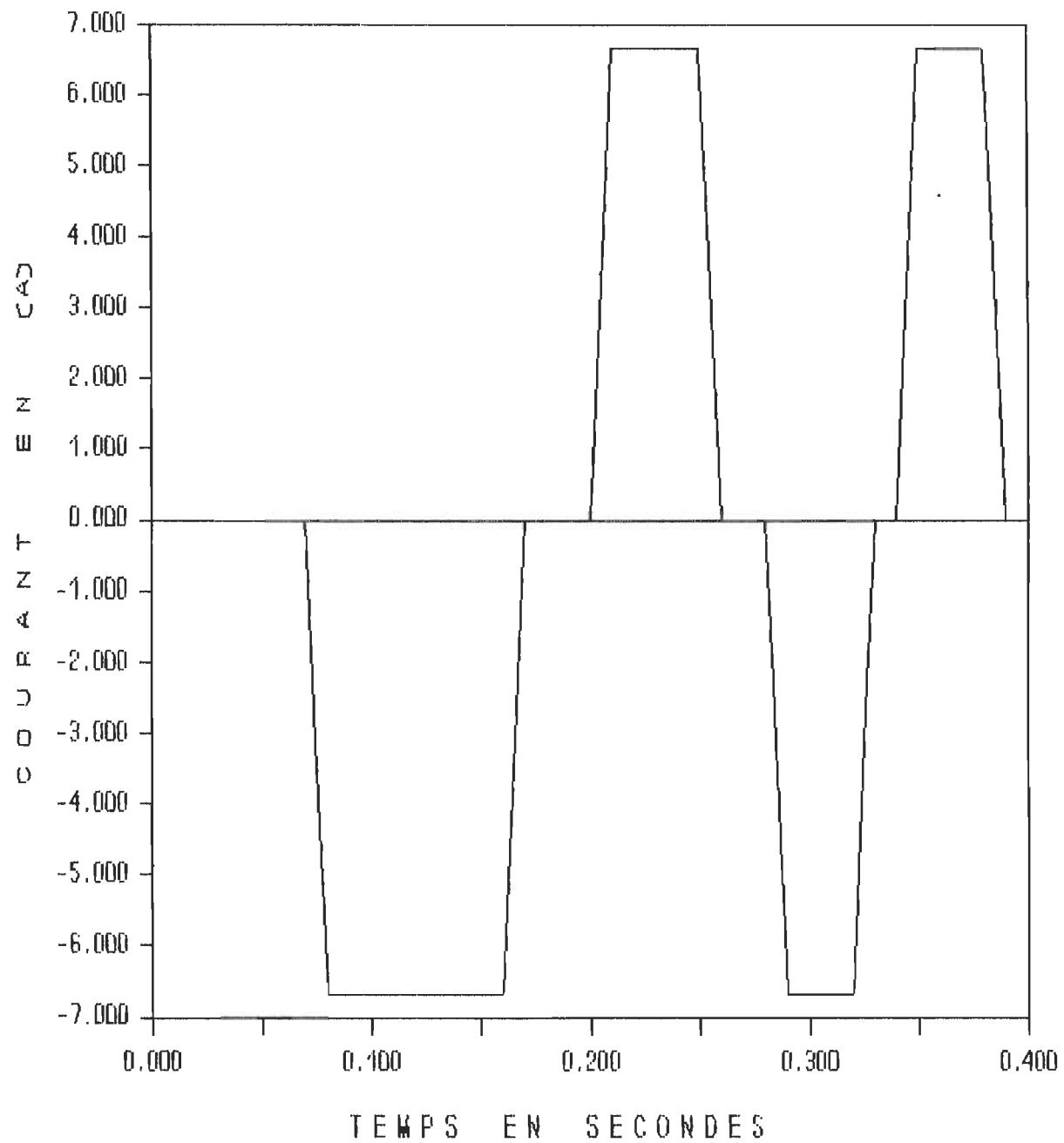


Figure 3. 9 (b): Courant de la phase A au démarrage; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par le redresseur.

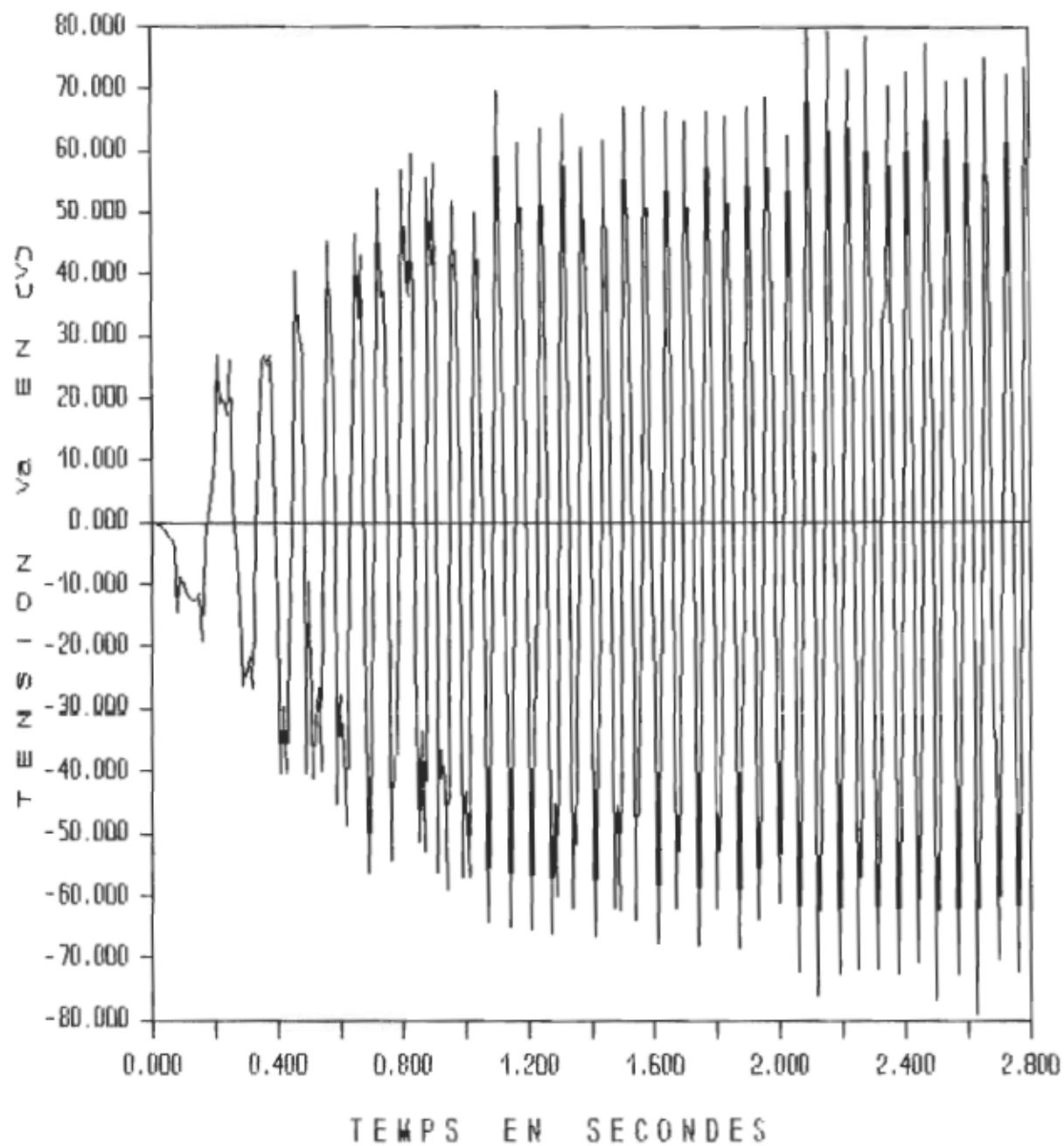


Figure 3. 9 (c): Tension de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par le redresseur.

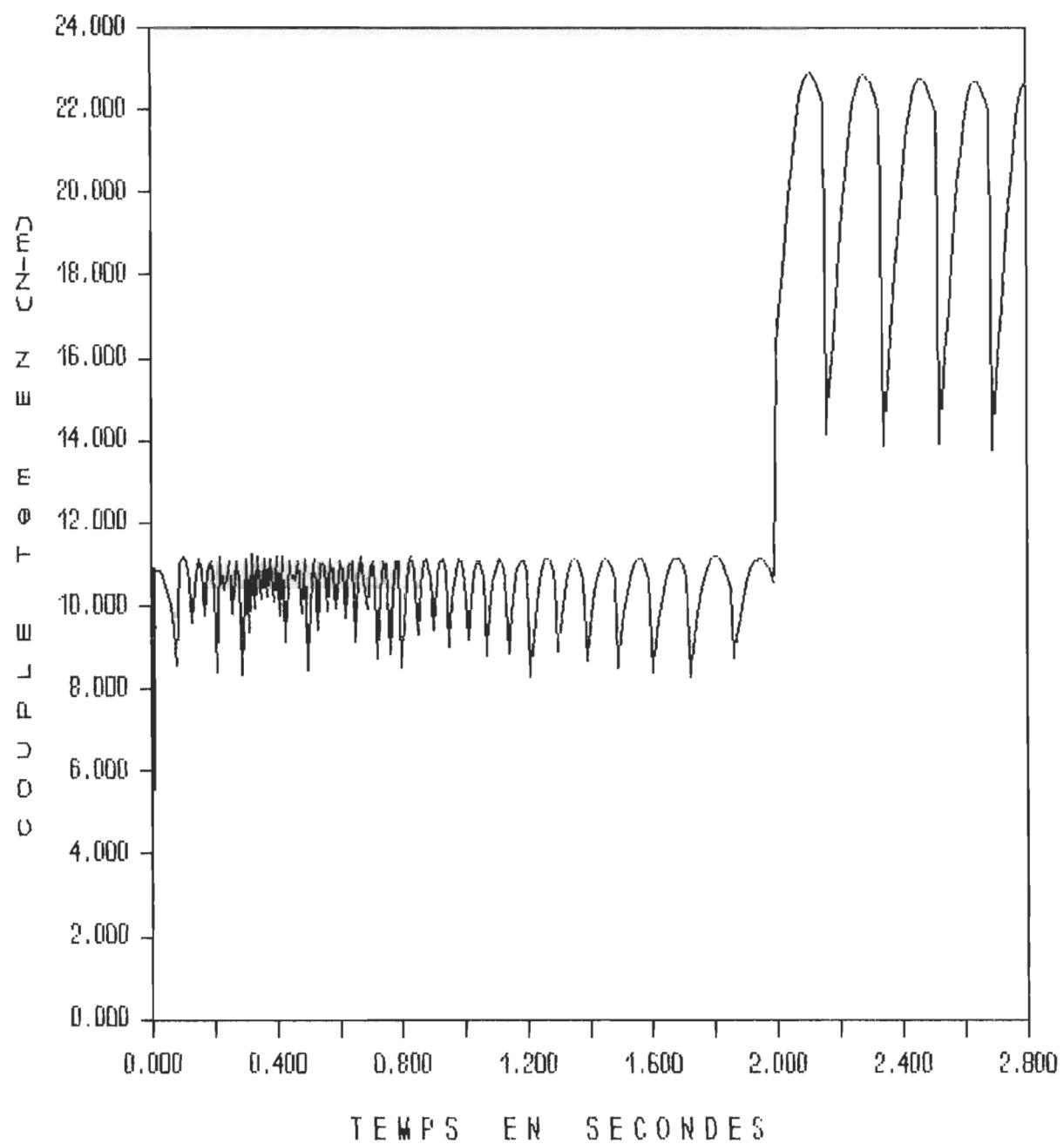


Figure 3. 9 (d): Évolution du couple en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par le redresseur.

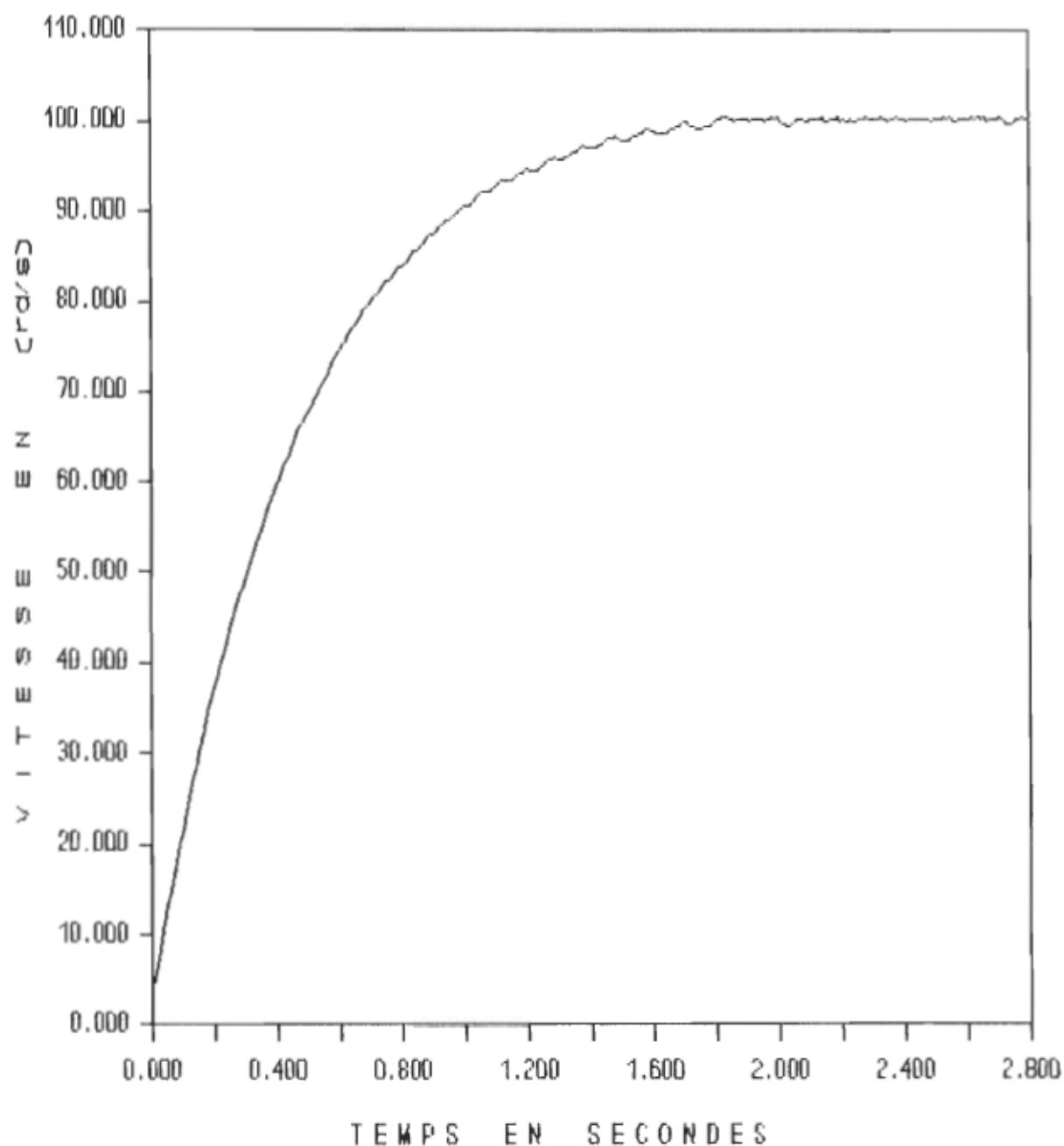


Figure 3. 9 (e): Evolution de la vitesse en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par le redresseur.

3. 3. 3) Alimentation en courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur

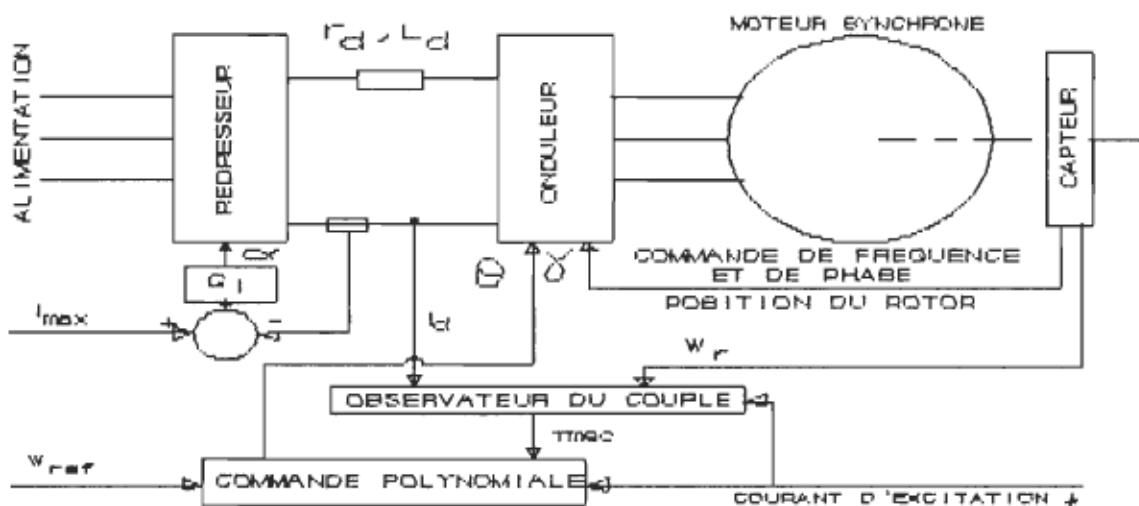


Figure 3. 10: Diagramme de contrôle de la commande polynomiale avec des courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur.

Dans la figure 3. 10, α désigne l'angle d'amorçage des thyristors du redresseur, γ désigne l'angle d'amorçage des thyristors de l'onduleur, θ désigne la durée de conduction des thyristors de l'onduleur et G_I est un contrôleur du type PI destiné à la régulation du courant dans l'étage à courant continu.

Les paramètres de simulation sont:

- $I_d = \text{Cte} = 15 \text{ A.}$
 - Vitesse de référence : $\omega_{ref} = 100 \text{ rad/s.}$
 - Couple mécanique au démarrage : $T_{méc} = 10 \text{ N.m.}$
 - Couple mécanique au temps $t > 1.4 \text{ s}$: $T_{méc} = 20 \text{ N.m.}$

et les résultats de simulation sont représentés par les figures de la série (3. 10).

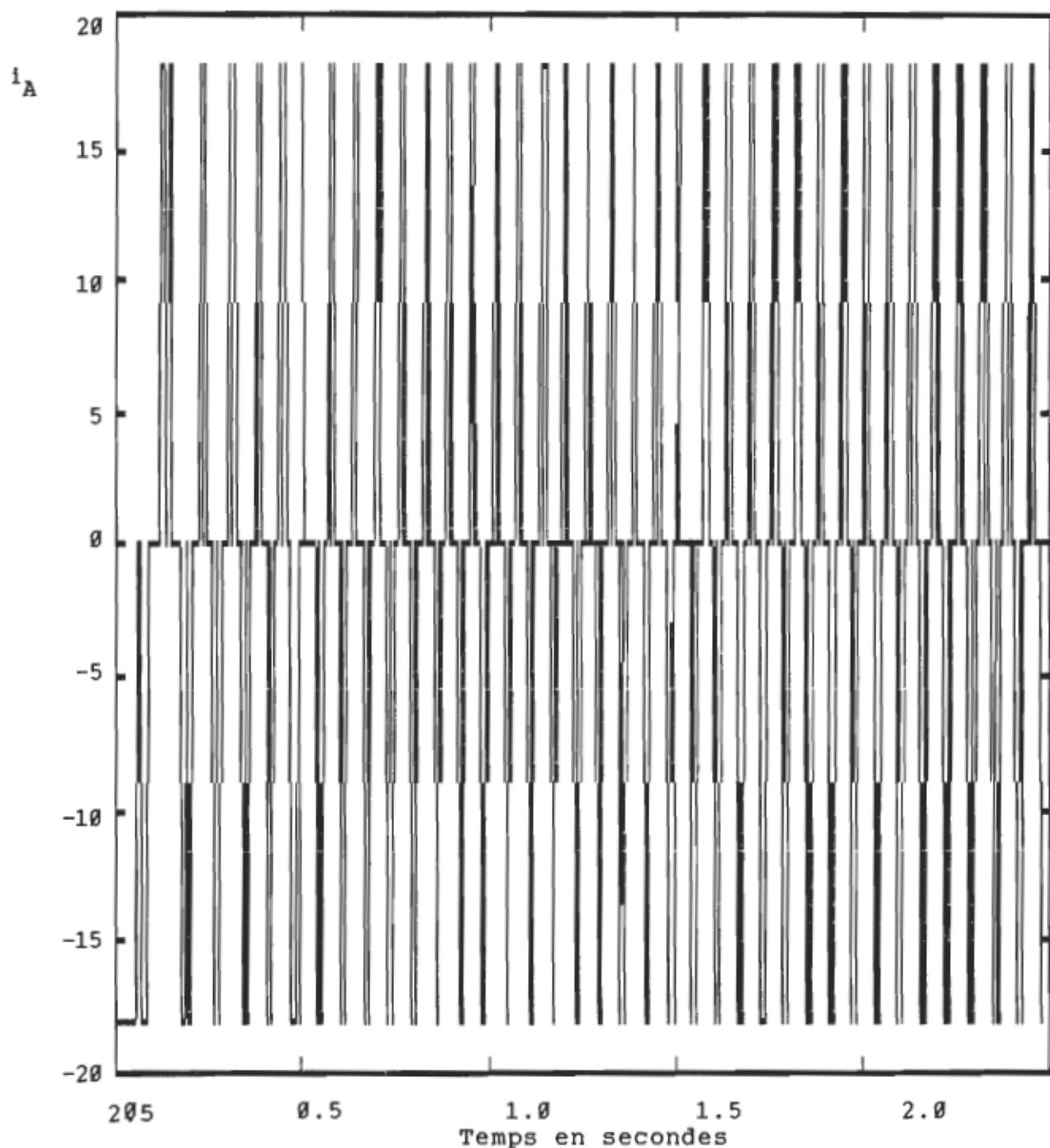


Figure 3. 10 (a): Courant de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.

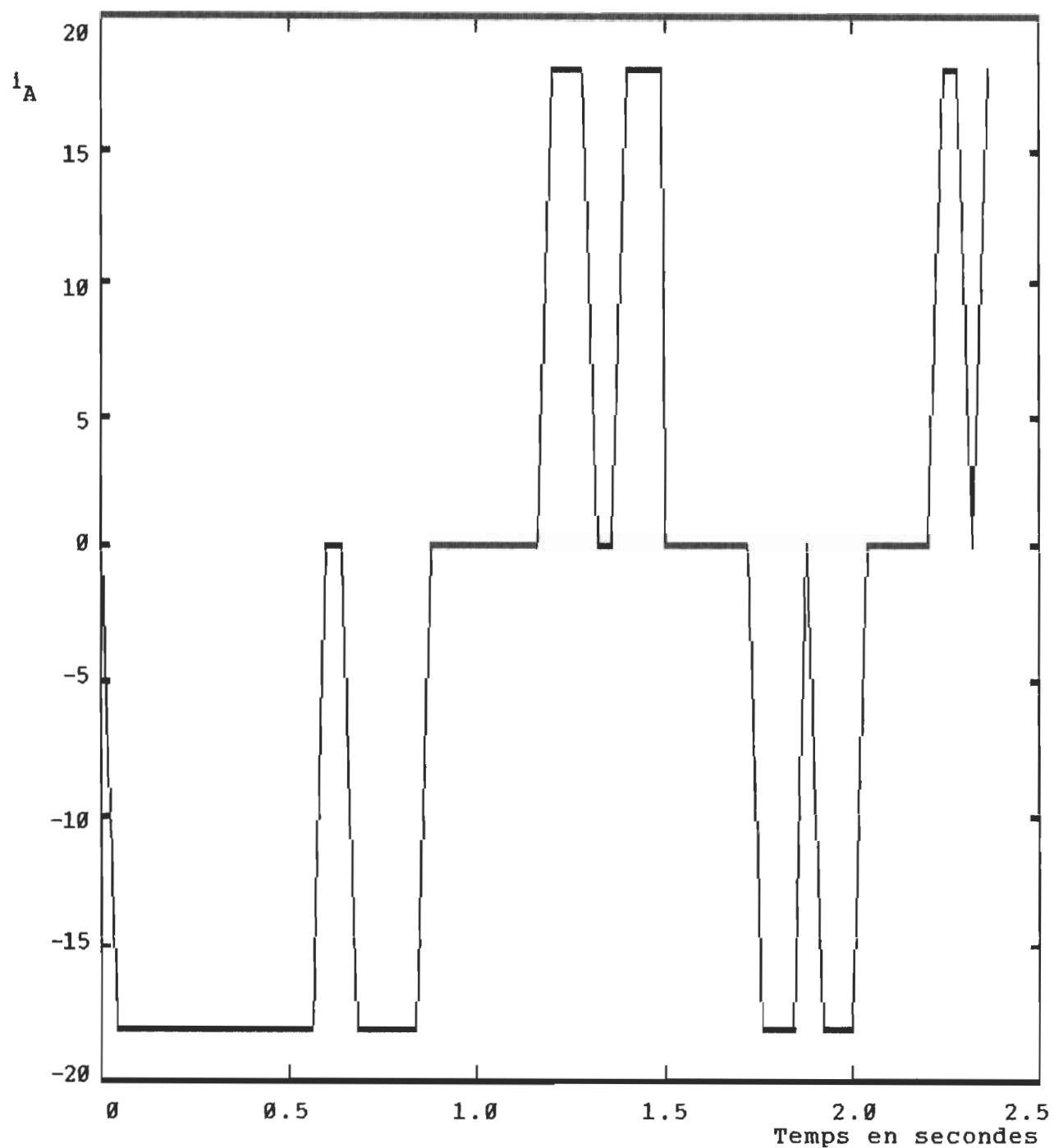


Figure 3. 10 (b): Courant de la phase A au démarrage; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.

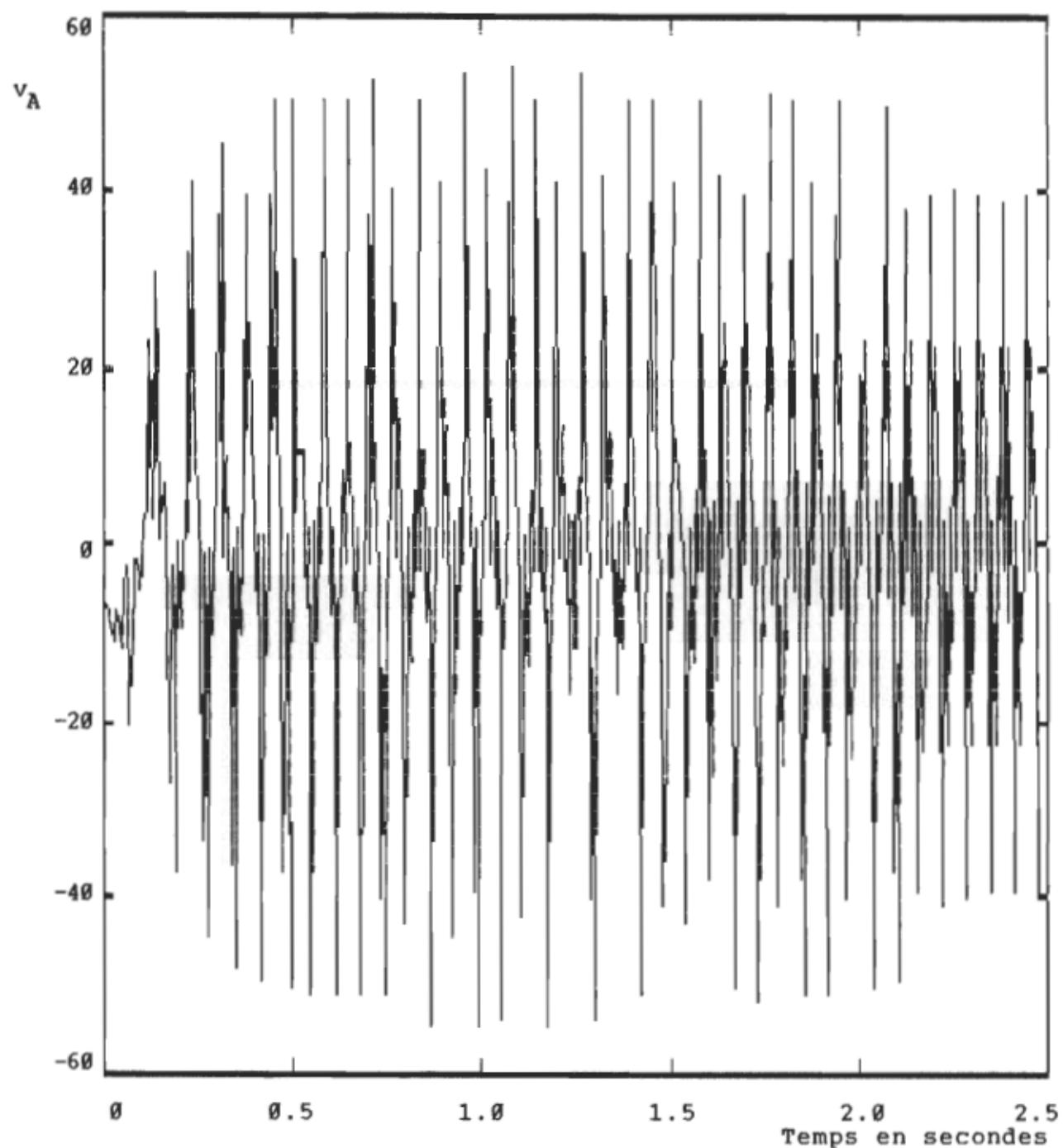


Figure 3. 10 (c): Tension de la phase A en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.

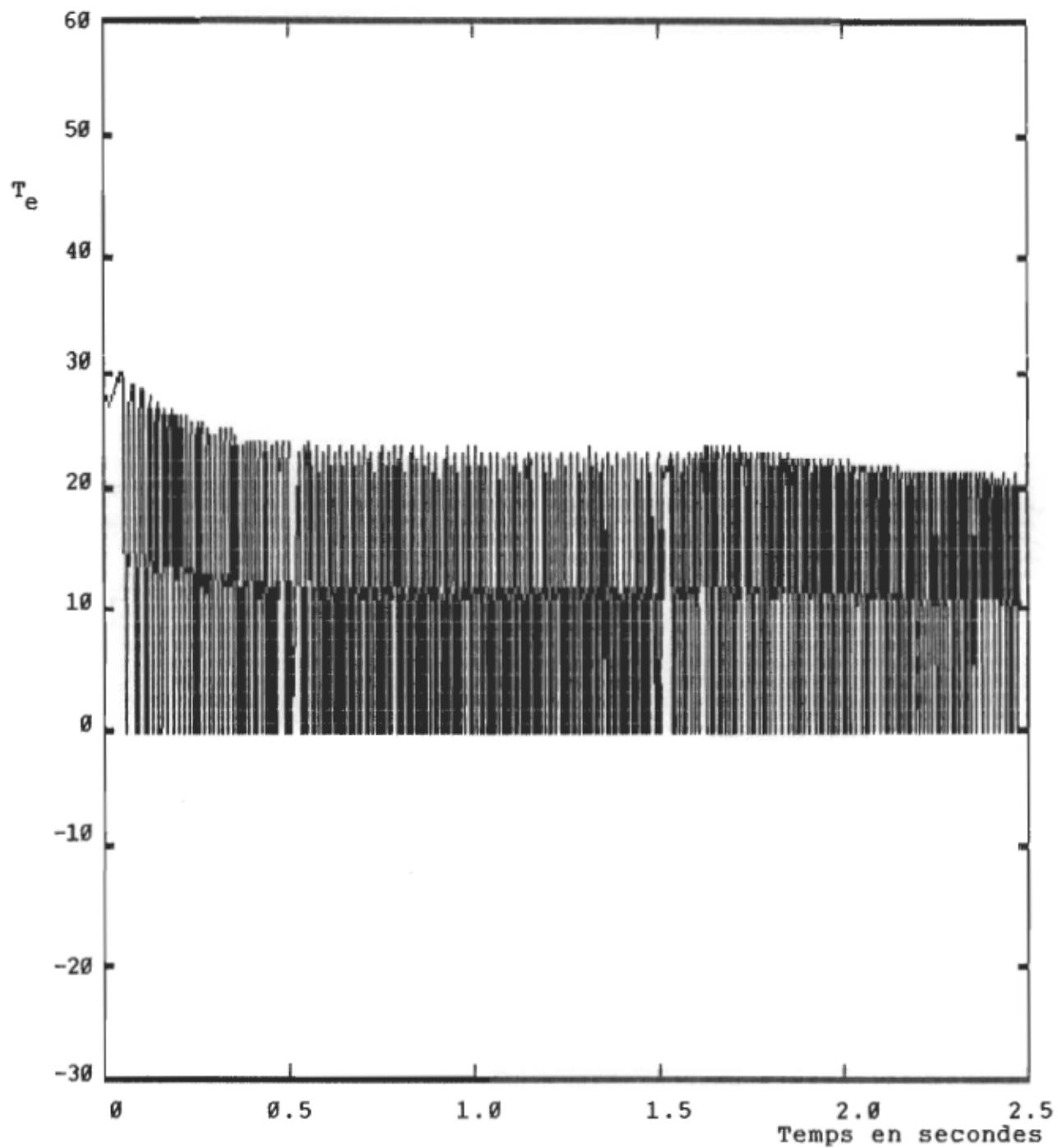


Figure 3. 10 (d): Evolution du couple en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.

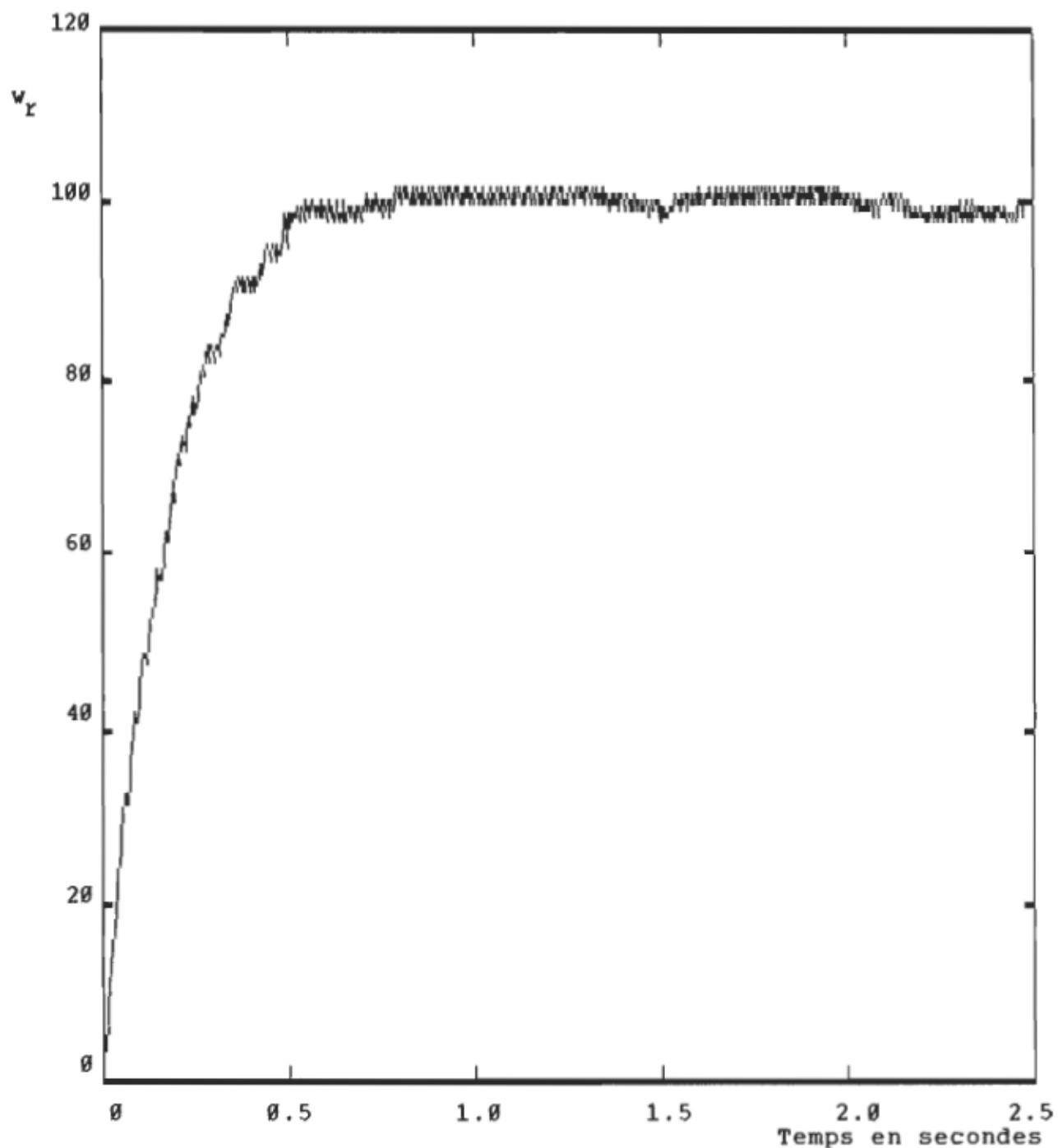


Figure 3. 10 (e): évolution de la vitesse en fonction du temps; simulation de la loi polynomiale avec des courants commandés par l'onduleur.

CHAP. 4



4) Discussion et conclusion

Au chapitre précédent, on a présenté les résultats des simulations élaborées avec les commandes étudiées au chapitre 2. Soient, la commande par action proportionnelle et intégrale, la commande par retour d'état et la commande polynomiale.

On a considéré pour la simulation des lois de commande des courants sinusoïdaux, des courants non sinusoïdaux contrôlés par le redresseur et des courants non sinusoïdaux contrôlés par l'onduleur.

Dans ce chapitre on va discuter, d'une part, les avantages et les désavantages des courants d'alimentation (courants sinusoïdaux, courants non sinusoïdaux contrôlés par le redresseur et courants non sinusoïdaux contrôlés par l'onduleur) et d'autre part, les avantages et les désavantages de chacune des lois de commande simulées au chapitre 3.

4. 1) Courants d'alimentation

L'utilisation d'un courant non sinusoïdal plutôt que d'un courant sinusoïdal relève, d'une part, de la difficulté de réalisation pratique d'une source de courant sinusoïdal à amplitude variable, et d'autre part, des tolérances imposées sur les pics des tensions induites et des perturbations de couple et de vitesse dues aux harmoniques des courants non sinusoïdaux. En ce qui a trait aux courants non sinusoïdaux, le choix d'un courant commandé

par le redresseur ou d'un courant commandé par l'onduleur relève de la réponse en courant de la source, de la fréquence de commutation minimale des semi-conducteurs et du courant maximum délivré par la source de courant. En effet, pour des systèmes à puissance élevée et à vitesse moyenne ou basse, une source de courant à thyristors dont l'amplitude du courant à la sortie de l'onduleur est commandée par la tension à la sortie du redresseur est plus adéquate qu'une source de courant dont l'amplitude des courants est commandée par l'angle d'amorçage des thyristors de l'onduleur. Car une alimentation en courants non sinusoïdaux engendre des ondulations de couple. Ces ondulations ou pulsations de couple peuvent être dangereuses pour le moteur si celui-ci est alimenté par des courants contrôlés par l'onduleur.

Pour la simulation du moteur synchrone autopiloté on a considéré des courants sinusoïdaux, des courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur et des courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur. Les avantages et les inconvénients (ou difficultés de réalisation) des uns ou des autres de ces courants sont fournis aux sections (4. 1. 1), (4. 1. 2) et (4. 1. 3).

4. 1. 1) Courants sinusoïdaux

* Avantages:

- absence d'harmonique de courants,
- absence de pic de tension dans les tensions induites,
- absence d'ondulation de couple et de vitesse en régime établi.

* Inconvénient:

- complexité de réalisation pratique.

4. 1. 2) Courants non sinusoïdaux commandés par le redresseur

* Avantages:

- réalisation pratique simple et bon marché,
- performances globales acceptables pour la plupart des applications industrielles.

* Inconvénients:

- présence d'harmoniques de courants,
- présence de pics de tension dans les tensions induites,
- présence d'ondulations de couple et de vitesse en régime établi,
- retard pur de la réponse en courant sur la commande: ce retard est causé par la constante électrique de l'étage à courant continu.

4. 1. 3) Courants non sinusoïdaux commandés par l'onduleur

* Avantages:

- réalisation pratique simple et bon marché,
- performances globales acceptables pour la plupart des applications industrielles,
- retard pur négligeable de la réponse en courant sur la commande: ce retard est pratiquement égal au temps de montée du courant dans le thyristor.

* Inconvénients:

- présence d'harmoniques de courants,
- présence de pics de tension dans les tensions induites,
- présence d'ondulations de couple et de vitesse en régime établi,
- non recommandé pour des applications à fréquence de commutation basse ou à puissance élevée car le court-circuit peut endommager les dispositifs de commutation.

4. 2) Lois de commande

Les stratégies de commande de vitesse ou de position d'un moteur sont très nombreuses et diffèrent dans leurs structures mathématiques (modélisation analytique) et dans leurs structures physiques (implantation pratique), cependant, cela ne laisse pas entendre qu'une loi de commande particulière ne peut être appliquée qu'à un système particulier. Au contraire, il est tou-

jours possible d'adapter à un système en particulier n'importe quelle loi de commande. Le seul critère de sélection d'une loi de commande réside principalement dans le rapport qualité/prix du système commandé.

Pour la simulation du moteur synchrone autopiloté on a considéré la commande proportionnelle et intégrale, la commande par retour d'état et la commande polynomiale. Les avantages et les inconvénients de ces lois de commande sont fournis aux sections (4. 2. 1), (4. 2. 2) et (4. 2. 3).

4. 2. 1) Commande proportionnelle et intégrale

* Avantages:

- conception, réalisation et implantation facile,
- composantes à prix abordables,
- performances globales acceptables dans la plupart des applications industrielles.

* Inconvénients:

- nécessité d'un modèle linéaire ou linéarisé autour d'un point d'opération,
- performances restreintes aux perturbations de faibles amplitudes,
- on ne peut imposer les modes gouvernables du système à commander comme dans le cas de la commande par retour d'état.

4. 2. 2) Commande par retour d'état

*** Avantages:**

- conception, réalisation et implantation facile,
- composantes à prix abordables,
- performances globales acceptables dans la plupart des applications industrielles.
- possibilités d'imposition de tous les modes gouvernables du système à commander.

*** Inconvénients:**

- nécessité d'un modèle linéaire ou linéarisé autour d'un point d'opération,
- nécessité d'un observateur d'état pour la reconstitution des composantes d'état directement inaccessibles,
- nécessité d'un calculateur numérique ou d'un câblage analogique complexe si un observateur est utilisé,
- performances restreintes aux perturbations de faibles amplitudes.

4. 2. 3) Commande polynomiale

*** Avantages:**

- conception, réalisation et implantation facile,
- n'exige pas que le système à commander soit représenté par un modèle linéaire ou linéarisé autour d'un point d'opération,
- très bonne performance de régulation en régime établi.

*** Inconvénients:**

- nécessite un observateur du couple mécanique,
- possibilité d'erreur de position en régime établi: nécessite d'un intégrateur.
- on ne peut imposer les modes gouvernables du système à commander comme dans le cas de la commande par retour d'état.

4. 3) CONCLUSION

Dans ce travail, on a étudié au chapitre 1, le montage redresseur-onduleur de courant (où on a discuté la commande du courant par l'onduleur), le capteur de position et de vitesse et on a élaboré un modèle non linéaire d'un moteur synchrone à pôles saillants avec amortisseurs alimenté en courant.

Au chapitre 2, on a étudié trois stratégies de commandes soient: la commande par action proportionnelle et intégrale, la commande par retour d'état et la commande polynomiale. Pour chacune de ces lois de commande, on a développé un algorithme de simulation.

Au chapitre 3, on a présenté les résultats de simulation de vitesse du moteur synchrone autopiloté avec les lois de commande étudiées au chapitre 2. Dans ces simulations, on a considéré une alimentation sinusoïdale, une alimentation non sinusoïdale dont le courant est contrôlé par le redresseur et une alimentation non sinusoïdale dont le courant est contrôlé par l'onduleur. Et au

chapitre 4, on a discuté les avantages et les inconvénients de chacune des lois de commande ainsi que de chacune des sources de courant utilisées.

L'implantation pratique d'une ou de ces lois de commande est prévue pour la session d'hiver 1990 par monsieur Ghanem Mohamed dans le cadre de son sujet du travail de recherche.

ANNEXE A

ANNEXE A: Paramètres de la machine simulée

```
rstator = 0.249800;
rf      = 0.064330;
rkd     = 0.457470;
rkq     = 0.416370;
lf      = 0.030888;
lkd     = 0.030981;
lkq     = 0.015882;
lfkd    = 0.028895;

p      = 2.000000;
j      = 0.100000;
d      = 0.01000;

tmeac  = 0.10000 * w_r;

rs     = [rstator 0 0; 0 rstator 0; 0 0 rstator];
rr     = [rf 0 0; 0 rkd 0; 0 0 rkq];
lrr    = [lf lfkd 0; lfkd lkd 0; 0 0 lkq];
invlrr = inv(lrr);
```

Annexe B

ANNEXE B: Calcul de la matrice de réaction d'état

```
% Ce programme est élaboré pour être compilé sur le logiciel
% PcMatlab <Version 2.0 ou plus >.
```

```
CLEAR % Réservation de l'espace mémoire dynamique
FORMAT SHORT % Option d'affichage scientifique
```

```
IMO = 7.4175; %
VFO = 1.2866; %
WRO = 100.0000; %
TMECO = 0.2000; % Point d'opération du moteur
FLUXFO = 0.6178; %
FLUXDO = 0.5779; %
FLUXQO = 0.1264; %
TETARO = 2.3018; %
```

```
ALPHA = PI/2; %
DELTA = 2.3018; %
ANGLE = DELTA-ALPHA;% Calcul préliminaire
COSANGLE = COS(ANGLE);%
SINANGLE = SIN(ANGLE);%
RADICAL = 1.5^0.5; %
```

```
P = 2.000000; %
J = 0.100000; %
D = 0.080000; %
RF = 0.064330; %
RQ = 0.457470; %
RD = 0.416370; % Paramètres du moteur
LS = 0.0009570; %
L1 = 0.0142693; %
L2 = 0.0049940; %
L3 = 0.0235927; %
L4 = 0.0113600; %
MO = 0.0235927; %
```

```

LF      = 0.030888; %
LKD     = 0.030981; %
LKQ     = 0.015882; %
LFKD    = 0.028895; %
LD = LKD; %
LQ = LKQ; % Paramètres du modèle d-q
MFD = LFKD; %
MDF = RADICAL * MO; %
MDD = RADICAL * L3; %
MQQ = RADICAL * L4; %
LD = LS+1.5*(L1+L2); %
LQ = LS+1.5*(L1-L2); %

%
% Calcul du modèle d-q et de la matrice de réaction d'état
%

NUMERATEUR = LF*LD-MFD*MFD;
AD = RD * MFD/NUMERATEUR;
BD = -RD * LF/NUMERATEUR;
CD = RD * (MDD * LF - MFD * MDF)/NUMERATEUR;
AF = -RF * LD/NUMERATEUR;
BF = RF * MFD/NUMERATEUR;
CF = RF * (MDF * LD - MFD * MDD)/NUMERATEUR;
AQ = -RQ/LQ;
BQ = RQ * MQQ/LQ;
AW = P * (MDF * LD - MFD * MDD)/NUMERATEUR;
BW = P * (MDD * LF - MFD * MDF)/NUMERATEUR;
CW = -P * MQQ/LQ;
TP = (2 * MDF * MFD * MDD - MDD^2 * LF - MDF^2 * LD)/NUMERATEUR;
DW = P * (LD - LQ + MQQ^2/LQ + TP);
B1 = RADICAL * CF * COSANGLE;
B2 = RADICAL * CD * COSANGLE;
B3 = -RADICAL * BQ * SINANGLE;
X1 = -RADICAL * AW * IMO * SINANGLE * P/J;
X2 = -RADICAL * BW * IMO * SINANGLE * P/J;
X3 = RADICAL * CW * IMO * COSANGLE * P/J;
X4 = -RADICAL * (AW * FLUXFO + BW * FLUXDO) * SINANGLE;
X4 = X4 + RADICAL * CW * FLUXQO * COSANGLE;
X4 = (X4 - 1.5 * IMO * DW * SIN(2 * ANGLE)) * P/J;

```

```

A = [AF BF 0 0 0
      AD BD 0 0 0
      0 0 AQ 0 0
      X1 X2 X3 -D/J 0
      0 0 0 1 0]

B = [B1 1
      B2 0
      B3 0
      X4 0
      0 0]

CONTROL = RANK([B A*B A^2*B A^3*B A^4*B]);
M(3, 3) = 0;
L(2, 2) = 0;
K(2, 5) = 0;
K(1, 1) = A(4, 1)/B(4, 1);
K(1, 2) = A(4, 2)/B(4, 1);
K(1, 3) = A(4, 3)/B(4, 1);
L(2, 1) = A(5, 4);
M(2, 1) = A(2, 1) - B(2, 1) * K(1, 1);
M(2, 2) = A(2, 2) - B(2, 1) * K(1, 2);
M(2, 3) = - B(2, 1) * K(1, 3);
M(3, 1) = - B(3, 1) * K(1, 1);
M(3, 2) = - B(3, 1) * K(1, 2);
M(3, 3) = A(3, 3) - B(3, 1) * K(1, 3);
IM = SQRT(-1);
P1 = -80
P2 = -85
P3 = -90
P4 = -80
P5 = -90
X = [P1 1 1/P1
      P2 1 1/P2
      P3 1 1/P3];
Y = [P1^2
      P2^2
      P3^2];
R = X\Y;
CLEAR X
CLEAR Y
M(1, 1) = R(1, 1) - M(2, 2) - M(3, 3);
X(1, 1) = M(2, 1);
X(1, 2) = M(3, 1);

```

```

X(2, 1) = M(2, 3) * M(3, 1) - M(2, 1) * M(3, 3);
X(2, 2) = M(2, 1) * M(3, 2) - M(3, 1) * M(2, 2);
Y(1, 1) = M(1,1) * (M(2,2) + M(3,3)) + M(2,2) * M(3,3) + R(2,1) -
M(3,2) * M(2,3);
Y(2, 1) = R(3,1) - M(1,1) * M(2,2) * M(3,3) + M(3,2) * M(2,3) * M(1,1);
R = X\Y;
CLEAR X
CLEAR Y
M(1, 2) = R(1, 1);
M(1, 3) = R(2, 1);
K(2, 1) = (A(1, 1) - M(1, 1) - B(1, 1) * K(1, 1))/B(1, 2);
K(2, 2) = (A(1, 2) - M(1, 2) - B(1, 1) * K(1, 2))/B(1, 2);
K(2, 3) = (A(1, 3) - M(1, 3) - B(1, 1) * K(1, 3))/B(1, 2);
X = [P4 L(2, 1)
      P5 L(2, 1)];
Y = [P4^2
      P5^2];
R = X\Y;
CLEAR X
CLEAR Y
L(1, 1) = R(1, 1);
L(1, 2) = R(2, 1);
K(1, 4) = (A(4, 4) - L(1, 1))/B(4, 1);
K(1, 5) = -L(1, 2)/B(4, 1);
K(2, 4) = -B(1, 1) * K(1, 4)/B(1, 2);
K(2, 5) = -B(1, 1) * K(1, 5)/B(1, 2);
K = REAL(K)
M11 = REAL(M);
FORMAT SHORT E
M22 = REAL(L)
AF = REAL(A - B * K);
CLEAR L
CLEAR R
CLEAR M
M12(3, 2) = 0;
M21(2, 3) = 0
FOR I = 1:5,
  FOR J = 1:5,
    IF ABS(AF(I, J)) < 1E-10,
      AF(I, J) = 0;
    END
  END
END
END

```

```
AF
FORMAT SHORT
FOR I = 1:3,
  FOR J = 4:5,
    M12(I, J-3) = AF(I, J);
  END;
END;
M12
LAMDAO = SORT(EIG(A))
LAMDAF = SORT(EIG(AF))
```

Annex C



ANNEXE C: Diagonalisation d'une matrice

Soit une transformation linéaire dans un espace à n dimensions:

$$y = [A] \cdot x \quad (1)$$

Cette transformation permet de passer du vecteur x au vecteur y . Ces deux vecteurs sont généralement différents, mais, il peut arriver qu'ils soient colinéaires vérifiant ainsi la relation:

$$y = \lambda x \quad (2)$$

Les scalaires λ et les vecteurs x constituent respectivement les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice $[A]$.

En effet, de (1) et (2) on peut écrire:

$$([A] - \lambda \cdot [I]) \cdot x = [0] \text{ où } [I] \text{ est la matrice unité} \quad (3)$$

Le système d'équations (3) admet des solutions non nulles en x si et seulement si le déterminant de la matrice $([A] - \lambda \cdot [I])$ est nul.

$$|[A] - \lambda \cdot [I]| = 0 \quad (4)$$

La relation (4) constitue l'équation caractéristique de $[A]$. Ses solutions en λ sont les valeurs propres définies par (2). Les valeurs propres peuvent être réelles ou complexes, distinctes ou multiples.

EXEMPLE:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[A] - \lambda \cdot [I] = \begin{bmatrix} 1 - \lambda & 3 \\ 2 & 2 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$| [A] - \lambda \cdot [I] | = \lambda^2 - 3 \cdot \lambda - 4$$

Ce déterminant s'annule pour $\lambda_1 = -1$; $\lambda_2 = 4$. Ces deux valeurs constituent les valeurs propres de $[A]$.

Une fois les valeurs propres d'une matrice déterminées par la relation (4), on peut obtenir les vecteurs propres de cette matrice en appliquant la relation (3). Ces vecteurs ne peuvent être connus qu'en direction. On peut, cependant, les normaliser par la relation

$$\|x\|^2 = c^2 \cdot (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) = 1$$

ce qui fournit la constante de proportionnalité c .

EXEMPLE:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{avec } \lambda_1 = -1 \text{ et } \lambda_2 = 4$$

On obtient le premier vecteur propre de $[A]$ en appliquant la relation (3) avec $\lambda = \lambda_1$.

$$([A] - \lambda_1 \cdot [I]) \cdot x_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ce qui donne la relation suivante:

$$2 \cdot x_{11} + 3 \cdot x_{21} = 0$$

En posant $x_{21} = c_1$, on obtient $x_{11} = -3 \cdot c_1 / 2$. Le vecteur propre x_1 est donc donné par l'expression suivante:

$$x_1 = c_1 \cdot \begin{bmatrix} -3/2 & 1 \end{bmatrix}^T$$

En appliquant (3) avec $\lambda = \lambda_2$, on obtient

$$x_2 = c_2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

MATRICE MODALE

Par définition, la matrice modale est une matrice dont les colonnes sont constituées par les composantes des vecteurs propres de $[A]$; on la désigne par $[M]$.

$$[M] = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

EXEMPLE:

La matrice modale pour l'exemple précédent est donnée par:

$$[M] = \begin{bmatrix} -3/2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Reprendons à présent les relations (1) et (2) pour chacune des valeurs propres, supposées distinctes, d'une matrice $[A]$.

$$\begin{array}{l} [A] \cdot x_1 = \lambda_1 \cdot x_1 \\ [A] \cdot x_2 = \lambda_2 \cdot x_2 \\ \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \\ [A] \cdot x_n = \lambda_n \cdot x_n \end{array} \quad \boxed{\quad} \quad (6)$$

Comme d'autre part, les vecteurs propres x_1, x_2, \dots, x_n constituent les colonnes de la matrice $[M]$, on peut écrire la matrice $[M]$ sous la forme suivante:

$$[M] = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n] \quad (7)$$

Prémultiplications (7) par $[A]$:

$$[A] \cdot [M] = ([A] \cdot x_1 \ [A] \cdot x_2 \ \cdots \ [A] \cdot x_n) \quad (8)$$

de (6) et (8) on peut écrire:

$$[A] \cdot [M] = [\lambda_1 \cdot x_1 \quad \lambda_2 \cdot x_2 \quad \dots \quad \lambda_n \cdot x_n]$$

$$= [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n] \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

d'où

$$[A] \cdot [M] = [M] \cdot [D_{\lambda}] \quad (10)$$

où $[D_{\lambda}]$ désigne la matrice diagonale des valeurs propres:

$$[D_{\lambda}] = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$$

Prémultiplications (10) par $[M]^{-1}$, on obtient

$$[M]^{-1} \cdot [A] \cdot [M] = [D_{\lambda}] \quad (11)$$

La relation (11) nous permet de diagonaliser automatiquement de nombreuses matrices.

EXEMPLE:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad [M] = \begin{bmatrix} -3/2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad [M]^{-1} = \begin{bmatrix} -2/5 & 2/5 \\ 2/5 & 3/5 \end{bmatrix}$$

En appliquant la relation (11), on trouve

$$[M]^{-1} \cdot [A] \cdot [M] = [D_{\lambda}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

ANNEXE I

ANNEXE D: Séparation des modes lents des modes rapides

L'étude et le contrôle des systèmes est d'autant plus complexe que le modèle mathématique représentant l'un ou l'autre de ces systèmes est lourd.

Mais, comme tout système électro-mécanique peut être représenté par ses modes lents (comportements liés aux constantes de temps mécaniques) et par ses modes rapides (comportements liés aux constantes de temps électriques), on peut par une transformation linéaire spécifique et successive découpler un système en deux sous-systèmes indépendants. Ces sous-systèmes représentent respectivement les modes rapides et les modes lents du système de base. D'ordre réduit et faciles à résoudre, ces sous-systèmes constituent une stratégie privilégiée de simplification des systèmes complexes pour fin d'analyse et de commande. Ainsi un système peut être étudié et asservi à travers ses modes.

En se basant sur l'article "Solution Of State Equations In Terms Of Separated Modes With Applications To Synchronous Machines", on a élaboré un programme (voir annexe H) qui permet de découpler un système linéaire et invariant en deux sous-systèmes indépendants. Les résultats numériques ont montré que les sous-systèmes représentent le système de base avec une très grande fidélité.

THÉORIE

Les équations d'état d'un système linéaire invariant de la forme

$$[\dot{X}/dt] = [A][X] + [B][U] \quad (2. 1)$$

peuvent être partitionnées en deux sous systèmes linéaires et invariants. Un des sous systèmes sera associé aux modes rapides du vecteur d'état notés $[X_f]$ et le deuxième sera associé aux modes lents notés $[X_s]$. Ainsi on peut représenter le vecteur d'état comme suit:

$$[dx/dt] = \begin{bmatrix} [X_f] \\ [X_s] \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Ici $[X_f]$ comprend n_1 variables d'état et $[X_s]$ comprend $(n-n_1)$ variables d'état (n étant l'ordre du système). La relation (2.1) peut être écrite sous la forme suivante:

$$[dx_f/dt] = [A_{ff}] \cdot [X_f] + [A_{fs}] \cdot [X_s] + [B_f] \cdot [U] \quad (2.3)$$

$$[dx_s/dt] = [A_{sf}] \cdot [X_f] + [A_{ss}] \cdot [X_s] + [B_s] \cdot [U] \quad (2.4)$$

On définit un modèle d'ordre zéro comme suit:

$$[dx_f^{(0)}/dt] = [A_{ff}^{(0)}] \cdot [X_f^{(0)}] + [A_{fs}^{(0)}] \cdot [X_s^{(0)}] + [B_f^{(0)}] \cdot [U] \quad (2.5)$$

$$[dx_s^{(0)}/dt] = [A_{sf}^{(0)}] \cdot [X_f^{(0)}] + [A_{ss}^{(0)}] \cdot [X_s^{(0)}] + [B_s^{(0)}] \cdot [U] \quad (2.6)$$

Maintenant, si on définit un nouveau vecteur d'état $[X_f]$ désigné $[X_f^{(1)}]$ (de même dimension que $[X_f^{(0)}]$), comme une combinaison linéaire de $[X_f^{(0)}]$ et de $[X_s^{(0)}]$, tel que:

$$[X_f^{(1)}] = [X_f^{(0)}] + [A_{ff}^{(0)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(0)}] \cdot [X_s^{(0)}] \quad (2.7)$$

et qu'on l'introduit dans les relations (2.3) et (2.4), on obtient

$$[dx_f^{(1)}/dt] = [\bar{A}_{ff}^{(1)}] \cdot [X_f^{(1)}] + [A_{fs}^{(1)}] \cdot [X_s^{(0)}] + [B_f^{(1)}] \cdot [U] \quad (2.8)$$

$$[dx_s^{(0)}/dt] = [A_{sf}^{(0)}] \cdot [X_f^{(1)}] + [\bar{A}_{ss}^{(1)}] \cdot [X_s^{(0)}] + [B_s^{(0)}] \cdot [U] \quad (2.9)$$

où

$$\begin{aligned} [\bar{A}_{ff}^{(1)}] &= [A_{ff}^{(0)}] + [A_{ff}^{(0)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(0)}] \cdot [A_{sf}^{(0)}] \\ [\bar{A}_{ss}^{(1)}] &= [A_{ss}^{(0)}] - [A_{sf}^{(0)}] \cdot [A_{ff}^{(0)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(0)}] \\ [A_{fs}^{(1)}] &= [A_{ff}^{(0)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(0)}] \cdot [\bar{A}_{ss}^{(1)}] \\ [B_f^{(1)}] &= [B_f^{(0)}] + [A_{ff}^{(0)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(0)}] \cdot [B_s^{(0)}] \end{aligned}$$

si on isole $[x_f^{(1)}]$ de (2. 8) et qu'on pose le résultat dans (2. 9), on obtient les relations (2. 10).

$$\begin{aligned} [A_{ss}^{(1)}] &= [A_{ss}^{(1)}] - [A_{sf}^{(0)}] \cdot [A_{ff}^{(1)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(1)}] & (2. 10) \\ [B_s^{(1)}] &= [B_s^{(0)}] - [A_{sf}^{(0)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(1)}]^{-1} \cdot [B_f^{(1)}] \end{aligned}$$

Définissons un autre nouveau vecteur d'état $[x_s]$ désigné $[x_s^{(1)}]$, de même dimension que $[x_s^{(0)}]$, et qui est une combinaison linéaire de $[x_s^{(0)}]$ et de $[x_f^{(1)}]$ tel que

$$[x_s^{(1)}] = [x_s^{(0)}] - [A_{sf}^{(0)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(1)}]^{-1} \cdot [x_f^{(1)}] \quad (2. 11)$$

Posons la relation (2. 11) dans les relations (2. 8) et (2. 10); on obtient les relations suivantes:

$$[dx_f^{(1)}/dt] = [A_{ff}^{(1)}] \cdot [x_f^{(1)}] + [A_{fs}^{(1)}] \cdot [x_s^{(1)}] + [B_f^{(1)}] \cdot [U] \quad (2. 12)$$

$$[dx_s^{(1)}/dt] = [A_{sf}^{(1)}] \cdot [x_f^{(1)}] + [A_{ss}^{(1)}] \cdot [x_s^{(1)}] + [B_s^{(1)}] \cdot [U] \quad (2. 13)$$

où

$$\begin{aligned} [A_{ff}^{(1)}] &= [\bar{A}_{ff}^{(1)}] + [A_{fs}^{(1)}] \cdot [A_{sf}^{(0)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(1)}]^{-1} \\ [A_{sf}^{(1)}] &= [A_{ss}^{(1)}] \cdot [A_{sf}^{(0)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(1)}]^{-1} \end{aligned}$$

Les nouvelles équations d'état (2. 12) et (2. 13) correspondent aux équations d'état du modèle d'ordre 1.

Si on généralise, on obtient que le modèle d'ordre k est défini par:

$$[dx_f^{(k)}/dt] = [A_{ff}^{(k)}] \cdot [x_f^{(k)}] + [A_{fs}^{(k)}] \cdot [x_s^{(k)}] + [B_f^{(k)}] \cdot [u] \quad (2.14)$$

$$[dx_s^{(k)}/dt] = [A_{sf}^{(k)}] \cdot [x_f^{(k)}] + [A_{ss}^{(k)}] \cdot [x_s^{(k)}] + [B_s^{(k)}] \cdot [u] \quad (2.15)$$

avec

$$[B_f^{(k)}] = [B_f^{(k-1)}] + [A_{ff}^{(k-1)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(k-1)}] \cdot [B_s^{(k-1)}] \quad (2.16)$$

$$[\bar{A}_{ff}^{(k)}] = [A_{ff}^{(k-1)}] + [A_{ff}^{(k-1)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(k-1)}] \cdot [A_{sf}^{(k-1)}] \quad (2.17)$$

$$[\bar{A}_{ss}^{(k)}] = [A_{ss}^{(k-1)}] - [A_{sf}^{(k-1)}] \cdot [A_{ff}^{(k-1)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(k-1)}] \quad (2.18)$$

$$[A_{fs}^{(k)}] = [A_{ff}^{(k-1)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(k-1)}] \cdot [\bar{A}_{ss}^{(k)}] \quad (2.19)$$

$$[B_s^{(k)}] = [B_s^{(k-1)}] - [A_{sf}^{(k-1)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(k)}]^{-1} \cdot [B_f^{(k)}] \quad (2.20)$$

$$[A_{ss}^{(k)}] = [\bar{A}_{ss}^{(k)}] - [A_{sf}^{(k-1)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(k)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(k)}] \quad (2.21)$$

$$[A_{sf}^{(k)}] = [A_{ss}^{(k)}] \cdot [A_{sf}^{(k-1)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(k)}]^{-1} \quad (2.22)$$

$$[A_{ff}^{(k)}] = [\bar{A}_{ff}^{(k)}] + [A_{fs}^{(k)}] \cdot [A_{sf}^{(k-1)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(k)}]^{-1} \quad (2.23)$$

Les états $[x_f^{(k)}]$ et $[x_s^{(k)}]$ sont des combinaisons linéaires de leurs ancêtres.

$$[x_f^{(k)}] = [x_f^{(k-1)}] + [A_{ff}^{(k-1)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(k-1)}] \cdot [x_s^{(k-1)}] \quad (2.24)$$

$$[x_s^{(k)}] = [x_s^{(k-1)}] + [A_{sf}^{(k-1)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(k)}]^{-1} \cdot [x_f^{(k)}] \quad (2.25)$$

Considérons maintenant les relations (2. 24) et (2. 25) et posons

$$[M^{(k-1)}] = [A_{ff}^{(k-1)}]^{-1} \cdot [A_{fs}^{(k-1)}]$$

$$[N^{(k-1)}] = [A_{sf}^{(k-1)}] \cdot [\bar{A}_{ff}^{(k)}]^{-1}$$

on obtient:

$$[x_f^{(k-1)}] = \{[I] - [M^{(k-1)}] \cdot [N^{(k-1)}]\} \cdot [x_f^{(k)}] - [M^{(k-1)}] \cdot [x_s^{(k)}] \quad (2.26)$$

$$[x_s^{(k-1)}] = [N^{(k-1)}] \cdot [x_f^{(k)}] + [x_s^{(k)}] \quad (2.27)$$

Si on pose

$$[x^{(k)}] = \begin{bmatrix} x_f^{(k)} \\ x_s^{(k)} \end{bmatrix}$$

et si on définit une matrice $[C]$ telle que

$$[C^{(k-1)}] = \begin{bmatrix} \{[I] - [M^{(k-1)}] \cdot [N^{(k-1)}]\} & -[M^{(k-1)}] \\ [N^{(k-1)}] & [I] \end{bmatrix}$$

les relations (2. 26) et (2. 27) peuvent être représentées comme suit:

$$[x^{(k-1)}] = [C^{(k-1)}] \cdot [x^{(k)}] \quad (2. 28)$$

On a donc d'après la relation (2. 28)

$$\begin{aligned} [x^{(\emptyset)}] &= [C^{(\emptyset)}] \cdot [x^{(1)}], \quad [x^{(1)}] = [C^{(1)}] \cdot [x^{(2)}], \\ [x^{(2)}] &= [C^{(2)}] \cdot [x^{(3)}], \quad \text{etc...} \end{aligned}$$

D'une façon générale

$$\begin{aligned} [x^{(\emptyset)}] &= [C^{(\emptyset)}] \cdot [C^{(1)}] \cdot [C^{(2)}] \dots [C^{(k-1)}] \cdot [x^{(k)}] \\ &= [C_t] \cdot [x^{(k)}] \end{aligned} \quad | \quad (2. 29)$$

avec

$$[C_t] = \prod_{i=0}^{k-1} [C^{(i)}]$$

Exemple:

Soit un moteur CC à excitation séparée entraînant une charge requérant un couple constant.

Les équations du moteur sont données par:

$$V_a = k\Phi \cdot w_m + R_a \cdot i_a + L_a \cdot di_a/dt$$

$$k\Phi \cdot i_a = J \cdot dw_m/dt + D \cdot w_m + T_{méc}$$

Sous forme matricielle, les équations d'état sont données par:

$$\begin{bmatrix} di_a/dt \\ dw_m/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_a/L_a & -k\Phi/L_a \\ k\Phi/J & -D/J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ w_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_a & 0 \\ 0 & -1/J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ T_{méc} \end{bmatrix}$$

Pour $R_a = 0.35 \Omega$, $L_a = 8.7 \text{ mH}$, $k\Phi = 0.6 \text{ V/rad/sec}$, $J = 0.14 \text{ kg-m}^2$ et $D = 0.005 \text{ N-m/rad/sec}$ on obtient:

$$\begin{bmatrix} di_a/dt \\ dw_m/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40.23 & -68.97 \\ 4.29 & -0.0357 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ w_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 114.9 & 0 \\ 0 & -7.143 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ T_{méc} \end{bmatrix}$$

Pour $i_a(0) = w_m(0) = 0$, $V_a = 100 \text{ V}$ et $T_{méc} = 10 \text{ N-m}$ on obtient par intégration, les expressions de $i_a(t)$ et de $w_m(t)$ suivantes:

$$i_a(t) = 17.9539 - 544.3587 \cdot e^{-30.526t} + 526.4048 \cdot e^{-9.74t}$$

$$w_m(t) = 156.1200 + 76.5919 \cdot e^{-30.526t} - 232.7121 \cdot e^{-9.74t}$$

En utilisant les techniques de séparation des modes, on obtient à $k = 22$ les résultats suivants:

$$\begin{aligned} [X_f(0)] &= 0.00000000 \\ [A_{ff}^{(22)}] &= -30.5260000 \\ [A_{fs}^{(22)}] &= -1.4412E-9 \\ [B_f^{(22)}] &= [124.723 \quad -17.539] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [X_s(0)] &= 0.00000000 \\ [A_{ss}^{(22)}] &= -9.73990000 \\ [A_{sf}^{(22)}] &= 1.3893E-10 \\ [B_s^{(22)}] &= [21.8464 \quad -9.6526] \end{aligned}$$

$$[C_t] = \begin{bmatrix} 1.35133 & -2.4554 \\ -0.19013 & 1.08549 \end{bmatrix}$$

Vu les valeurs de $[A_{fs}^{(22)}]$ et $[A_{sf}^{(22)}]$, on peut écrire

$$\begin{aligned} [dx_f^{(22)}/dt] &= [A_{ff}^{(22)}] \cdot [x_f^{(22)}] + [B_f^{(22)}] \cdot [U] \\ [dx_s^{(22)}/dt] &= [A_{ss}^{(22)}] \cdot [x_s^{(22)}] + [B_s^{(22)}] \cdot [U] \end{aligned}$$

Le modèle d'ordre 22 du moteur est donc donné par:

$$\begin{aligned} di_a^{(22)}/dt &= -30.5260 \cdot i_a^{(22)} + 12296.910 \\ dw_m^{(22)}/dt &= -9.7399 \cdot w_m^{(22)} + 2088.114 \end{aligned}$$

et la réponse est donnée par:

$$\begin{aligned} i_a^{(22)}(t) &= 402.83398 \cdot (1 - e^{-30.526t}) \\ w_m^{(22)}(t) &= 214.38762 \cdot (1 - e^{-9.7399t}) \end{aligned}$$

Maintenant, la réponse du système initial (c-à-d i_a et w_m), est obtenue en utilisant la transformation suivante:

$$[X] = [X^{(0)}] = [i_a \quad w_m]^T = [C_t] [x^{(22)}] .$$

Ainsi

$$\begin{aligned} i_a(t) &= 1.35133 \cdot 402.83398 \cdot (1 - e^{-30.526t}) \\ &\quad -2.45540 \cdot 214.38762 \cdot (1 - e^{-9.7399t}) \\ &= 17.95 - 544.36 \cdot e^{-30.526t} + 526.40 \cdot e^{-9.7399t} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} w_m(t) &= -0.19013 \cdot 402.83398 \cdot (1 - e^{-30.526t}) \\ &\quad + 1.08549 \cdot 214.38762 \cdot (1 - e^{-9.7399t}) \\ &= 156.12 + 76.59 \cdot e^{-30.526t} - 232.71 \cdot e^{-9.7399t} \end{aligned}$$

On obtient les mêmes résultats que ceux obtenus par intégration directe.

ANNEXE E



ANNEXE E: Simulation d'un contrôleur PI

```
%  
% SIMULATION D'UN MOTEUR SYNCHRONE L'AUTOPILOTE ALIMENTE EN COURANT  
% -----  
%  
Param.m      % Lecture des paramètres et calculs préliminaires  
  
% ITERATION  
% -----  
for conteuri = 1:limite,  
  
    is1= is(1, 1);  
    i = [is; irl];  
    g = [gss gsr; grs nulle];  
    te = (p/2) * i' * [g] * i;  
    b = [rrrinv1rr*llr*is+vr; p*te/j; 0; ki*wdesiree-p*kp*te/j];  
    x = x1;  
    k1 = a * x + b;  
    x = x1 + (h/2) * k1;  
    k2 = a * x + b;  
    x = x1 + (h/2) * k2;  
    k3 = a * x + b;  
    x = x1 + h * k3;  
    k4 = a * x + b;  
  
    x1 = x1 + (h/6) * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4);  
    fluxr(1, 1) = x1(1, 1);  
    fluxr(2, 1) = x1(2, 1);  
    fluxr(3, 1) = x1(3, 1);  
    wr = x1(4, 1);  
    tetar = x1(5, 1);  
    im = x1(6, 1);  
  
    if im > 20,  
        im = 20;  
    end
```

```
if tetar < 0,
    tetar = tetar + deuxpi;
elseif tetar > deuxpi,
    tetar = tetar - deuxpi;
end

x1(5, 1) = tetar;
t = t + h

if abs(t - 2.00) < h,
    tmeec = 0.20;
    charge = p * tmeec * wdesiree;
    a(4, 4) = - (p*tmeec + d)/j;
    a(6, 4) = kp * d/j - ki + p * kp * tmeec/j;
end

[lss, lsr, lrs, gss, gsr, grs] = matrice(tetar);
is = icarre * abs(im) * square(tetar);
ir = invlrr * fluxr - invlrr * lrs * is;

if abs(is1 - is(1, 1)) > 0,
    conteur2 = nombre;
end

if conteur2 == nombre,
    p_is = (im * wr) * p_square(tetar);
    vs = (rs + (wr * gss) - lsr * invlrr * (wr * grs)) * is;
    vs = (wr * gsr) - lsr * invlrr * rr * ir + vs;
    vs = (lss - lsr * invlrr * lrs) * p_is + vs;
    vs = lsr * invlrr * vr + vs;
    var1 = [is(1,1) vs(1,1) te wr t];
    var = [var; var1];
    conteur2 = 0;
end

if nombre > 0,
    conteur2 = conteur2 + 1;
end
end
Save.m % Enregistrement des resultats
```

ANNEXE F

ANNEXE F: Simulation d'un contrôleur par retour d'état

```
imag = sqrt(-1);

pp(1) = -4.0500 + 8.0373 * imag;
pp(2) = -5.4000 + 7.2000 * imag;
pp(3) = -6.7500 + 5.9529 * imag;
pp(4) = -8.1000 + 3.9230 * imag;

p1 = - 40;
p2 = - 45;
p3 = - 50;

for kernel = 1:4,
    p4 = pp(kernel);
    p5 = p4';
    Imo = 7.4175;
    vfo = 1.2866;
    wro = 100.0000;
    Tmeco = 0.2000 * wro;
    Fluxfo = 0.6178;
    FluxDo = 0.5779;
    FluxQo = 0.1264;
    Tetaro = 2.3018;
    Alpha = pi/2;
    Delta = 2.3018;
    Angle = Delta - Alpha;
    CosAngle = cos(Angle);
    SinAngle = sin(Angle);
    Radical = 1.5^0.5;
    P = 2.000000;
    J = 0.100000;
    D = 0.080000;
    Rf = 0.064330;
    RQ = 0.457470;
    RD = 0.416370;
    ls = 0.0009570;
    L1 = 0.0142693;
    L2 = 0.0049940;
    L3 = 0.0235927;
    L4 = 0.0113600;
```

```
Mo = 0.0235927;
Lf = 0.030888;
LKD = 0.030981;
LkQ = 0.015882;
LfKD = 0.028895;

LD = LKD;
LQ = LkQ;
MfD = LfKD;
Mdf = Radical * Mo;
MdD = Radical * L3;
MqQ = Radical * L4;
Ld = ls + 1.5 * (L1 + L2);
Lq = ls + 1.5 * (L1 - L2);

Numerateur = Lf * LD - MfD * MfD;

AD = RD * MfD/Numerateur;
BD = -RD * Lf/Numerateur;
CD = RD * (MdD * Lf - MfD * Mdf)/Numerateur;
Af = -Rf * LD/Numerateur;
Bf = Rf * MfD/Numerateur;
Cf = Rf * (Mdf * LD - MfD * MdD)/Numerateur;
AQ = -RQ/LQ;
BQ = RQ * MqQ/LQ;
AW = P * (Mdf * LD - MfD * MdD)/Numerateur;
BW = P * (MdD * Lf - MfD * Mdf)/Numerateur;
CW = -P * MqQ/LQ;
Tp = (2 * Mdf * MfD * MdD - MdD^2 * Lf - Mdf^2 * LD)/Numerateur;
DW = P * (Ld - Lq + MqQ^2/LQ + Tp);
B1 = Radical * Cf * CosAngle;
B2 = Radical * CD * CosAngle;
B3 = -Radical * BQ * SinAngle;
X1 = -Radical * AW * Imo * SinAngle * P/J;
X2 = -Radical * BW * Imo * SinAngle * P/J;
X3 = Radical * CW * Imo * CosAngle * P/J;
X4 = -Radical * (AW * Fluxfo + BW * FluxDo) * SinAngle;
X4 = X4 + Radical * CW * FluxQo * CosAngle;
X4 = (X4 - 1.5 * Imo * DW * sin(2 * Angle)) * P/J;
```

```

a = [Af Bf 0 0 0
      AD BD 0 0 0
      0 0 AQ 0 0
      X1 X2 X3 -D/J 0
      0 0 0 1 0];
b = [B1 1
      B2 0
      B3 0
      X4 0
      0 0];
m(3, 3) = 0;
l(2, 2) = 0;
k(2, 5) = 0;
k(1, 1) = a(4, 1)/b(4, 1);
k(1, 2) = a(4, 2)/b(4, 1);
k(1, 3) = a(4, 3)/b(4, 1);
l(2, 1) = a(5, 4);
m(2, 1) = a(2, 1) - b(2, 1) * k(1, 1);
m(2, 2) = a(2, 2) - b(2, 1) * k(1, 2);
m(2, 3) = - b(2, 1) * k(1, 3);
m(3, 1) = - b(3, 1) * k(1, 1);
m(3, 2) = - b(3, 1) * k(1, 2);
m(3, 3) = a(3, 3) - b(3, 1) * k(1, 3);
x = [p1 1 1/p1
      p2 1 1/p2
      p3 1 1/p3];
y = [p1^2
      p2^2
      p3^2];
r = x\y;
clear x
clear y
m(1, 1) = r(1, 1) - m(2, 2) - m(3, 3);
x(1, 1) = m(2, 1);
x(1, 2) = m(3, 1);
x(2, 1) = m(2, 3) * m(3, 1) - m(2, 1) * m(3, 3);
x(2, 2) = m(2, 1) * m(3, 2) - m(3, 1) * m(2, 2);
y(1, 1) = m(1, 1)*(m(2, 2)+m(3, 3)) + m(2, 2)*m(3, 3) +
r(2, 1) - m(3, 2) * m(2, 3);

```

```
y(2, 1) = r(3,1)-m(1,1)*m(2,2)*m(3,3)+m(3,2)*m(2,3)*m(1,1);
r = x\y;
clear x
clear y
m(1, 2) = r(1, 1);
m(1, 3) = r(2, 1);
k(2, 1) = (a(1, 1) - m(1, 1) - b(1, 1) * k(1, 1))/b(1, 2);
k(2, 2) = (a(1, 2) - m(1, 2) - b(1, 1) * k(1, 2))/b(1, 2);
k(2, 3) = (a(1, 3) - m(1, 3) - b(1, 1) * k(1, 3))/b(1, 2);
x = [p4 1(2, 1)
      p5 1(2, 1)];
y = [p4^2
      p5^2];
r = x\y;
clear x
clear y
l(1, 1) = r(1, 1);
l(1, 2) = r(2, 1);
k(1, 4) = (a(4, 4) - l(1, 1))/b(4, 1);
k(1, 5) = -l(1, 2)/b(4, 1);
k(2, 4) = -b(1, 1) * k(1, 4)/b(1, 2);
k(2, 5) = -b(1, 1) * k(1, 5)/b(1, 2);
k = real(k);
m11 = real(m);
m22 = real(l);
af = real(a - b * k);
clear l
clear r
clear m
m12(3, 2) = 0;
m21(2, 3) = 0;
for i = 1:5,
    for j = 1:5,
        if abs(af(i, j)) < 1e-10,
            af(i, j) = 0;
        end
    end
end
end
```

```
for i = 1:3,
    for j = 4:5,
        m12(i, j-3) = af(i, j);
    end;
end;
a = af; b(4,3)=-20;
imo      = 7.4175;
vfo       = 1.2866;
wro       = 100.0000;
tmeco     = 0.2000;
fluxfo    = 0.6178;
fluxdo    = 0.5779;
fluxqo    = 0.1264;
tetaro    = 2.3018;
tmecc     = tmeco;
h         = 0.0050;
t         = 0.0000;
tempsf    = 1.4000;
limite    = fix(tempsf / h);
nombre    = fix(limite/440);
wdesiree = 100.0000;
conteur2 = nombre ;
u = [0; 0; 10];
xo = [fluxfo; fluxdo; fluxqo; wdesiree; tetaro];
dx(5,1) = 0;
for conteur = 1:limite,
    x1 = dx;
    k1 = a * x1 + b*u;
    x1 = dx + h*k1/2;
    k2 = a*x1 + b*u;
    x1 = dx + h * k2/2;
    k3 = a * x1 + b*u;
    x1 = dx + h * k3;
    k4 = a*x1 + b*u;
    dx = dx + h * (k1 + 2*(k2+k3) + k4)/6;
    x = xo + dx;
    t = t + h;
    var(conteur, kernel) = x(4,1);
end
end
```

ANNEXE C



ANNEXE G: Simulation de la commande polynomiale

```
%  
% SIMULATION D'UN MOTEUR SYNCHRONE AUTOPILOTE ALIMENTÉ EN COURANT  
% ALIMENTATION NON-SINUSOIDALE  
%
```

```
Param.m % Lecture des paramètres et calculs préliminaires
```

```
% ITERATION
```

```
% -----
```

```
for conteur1 = 1:limite,
```

```
    is1= is(1, 1);  
    i = [is; ir];  
    g = [gss gsr; grs nulle];  
    te = (p/2) * i' * [g] * i;  
    b = [rrinvlrr*lrss*is+vr; p*te/j; 0];
```

```
    x = x1;  
    k1 = a * x + b;  
    x = x1 + (h/2) * k1;  
    k2 = a * x + b;  
    x = x1 + (h/2) * k2;  
    k3 = a * x + b;  
    x = x1 + h * k3;  
    k4 = a * x + b;
```

```
    x1 = x1 + (h/6) * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4);
```

```
    fluxr(1, 1) = x1(1, 1);  
    fluxr(2, 1) = x1(2, 1);  
    fluxr(3, 1) = x1(3, 1);
```

```
    wr = x1(4, 1);  
    tetar = x1(5, 1);
```

```
if tetar < 0,
    tetar = tetar + deuxpi;
elseif tetar > deuxpi,
    tetar = tetar - deuxpi;
end

x1(5, 1) = tetar;
t = t + h;

if abs(t - 2.00) < h,
    tmeec = 0.20;
    charge = p * tmeec * wdesiree;
    a(4, 4) = - (p*tmeec + d)/j;
end

im = icarre * commande(charge, wdesiree, c_if, d);
[lss, lsr, lrs, gss, gsr, grs] = matrice(tetar);
is = im * square(tetar);

ir = invlrr * fluxr - invlrr * lrs * is;
if abs(is1 - is(1, 1)) > 0,
    conteur2 = nombre;
end
if conteur2 == nombre,
    p_is = (im * wr) * p_square(tetar);
    vs = (rs + (wr * gss) - lsr * invlrr * (wr * grs)) * is;
    vs = (wr * gsr) - lsr * invlrr * rr * ir + vs;
    vs = (lss - lsr * invlrr * lrs) * p_is + vs;
    vs = lsr * invlrr * vr + vs;
    vari = [is(1,1) vs(1,1) te wr t];
    var = [var; vari];
    conteur2 = 0;
end
if nombre > 0,
    conteur2 = conteur2 + 1;
end
end

Save.m % Enregistrement des resultats
```

Param.m

% CONSTANTES

% -----

deuxpi = 2 * pi;
icarre = 0.9000;

% PARAMETRES DE LA MACHINE

% -----

rstator = 0.249800;
rf = 0.064330;
rkd = 0.457470;
rkq = 0.416370;
lf = 0.030888;
lkd = 0.030981;
lkq = 0.015882;
lfkd = 0.028895;p = 2.000000;
j = 0.100000;
d = 0.010000;
tmecc = 0.100000;rs = [rstator 0 0; 0 rstator 0; 0 0 rstator];
rr = [rf 0 0; 0 rkd 0; 0 0 rkq];
lrr = [lf lfkd 0; lfkd lkd 0; 0 0 lkq];
invlrr = inv(lrr);

% PARAMETRES DE CONTROLE

%-----

h = 0.01000;
vf = 20 * rf;
c_if = vf / rf;
tempsf = 2.80000;

```
limite    = fix(tempsf / h);
nombre    = fix(limite/375);
wdesiree = 100.0000;
conteur2 = nombre ;

% CONDITIONS INITIALES
% ----

t        = 0.000;
wr       = 1e-10;
tetar   = 0.000;
charge  = p * tmeec * wdesiree;
im      = icarre * commande(charge, wdesiree, c_if, d);
is      = im * square(tetar);
p_is   = (im * wr) * p_square(tetar);
ir      = [c_if; 0; 0];
vr      = [vf; 0; 0];
[lss, lsr, lrs, gss, gsr, grs] = matrice(tetar);
fluxr  = lrs * is + lrr * ir;
x1     = [fluxr; wr; tetar];
vs     = (rs + (wr * gss) - lsr * invlrr * (wr * grs) ) * is;
vs     = ( (wr * gsr) - lsr * invlrr * rr) * ir + vs;
vs     = (lss - lsr * invlrr * lrs) * p_is + vs;
vs     = lsr * invlrr * vr + vs;
var    = [is(1,1) vs(1,1) 0 0 0];

% CALCUL PRELIMINAIRE
% ----

rrinvlrr      = rr * invlrr;
nulle(3, 3)    = 0;
a(5, 5)        = 0;
a(5, 4)        = 1;
a(4, 4)        = - (p*tmeec + d)/j;
for conteur1 = 1:3
    for conteur3 = 1:3
        a(conteur1, conteur3) = -rrinvlrr(conteur1, conteur3);
    end
end
```

Save.m

```
% ENREGISTREMENT DES RESULTATS
% ----

save simul2.mat var
diary simul2.prn
var
diary off

% AFFICHAGE GRAPHIQUE
% ----

plot(var(:,5), var(:,1:4))
xlabel('Temps en secondes');
ylabel('is vs wr et Te');
title('Alimentation non sinusoïdale');
pause

plot(var(:,5), var(:,1:2))
xlabel('Temps en secondes');
ylabel('is et vs');
title('Alimentation non sinusoïdale');

pause
plot(var(:,5), var(:,1))
xlabel('Temps en secondes');
ylabel('Courant en Amperes');
title('Alimentation non sinusoïdale');
pause

plot(var(:,5), var(:,2))
xlabel('Temps en secondes');
ylabel('Tension en Volts');
title('Alimentation non sinusoïdale');
pause
```

```
plot(var(:,5), var(:,3))
xlabel('Temps en secondes');
ylabel('Couple en N.m');
title('Alimentation non sinusoïdale');
pause

plot(var(:,5), var(:,4))
xlabel('Temps en secondes');
ylabel('Vitesse en rad/sec');
title('Alimentation non sinusoïdale')
pause

Function reponse = commande(tmec, vdesiree, i_f, d);
% _____
%
% Cette fonction calcul l'amplitude d'un courant sinusoïdal
% convenable pour piloter le moteur à une vitesse donnée (vdesiree).
%
p = 2.0000000; mo = 0.0235927;
a = 2/(3 * p^2 * mo * i_f);
x = a * (tmec + d * vdesiree);
reponse=x;

Function [lss, lsr, lrs, gss, gsr, grs] = matrice(x);
% _____
%
% Cette fonction génère la matrice d'inductance et sa dérivée
%
ls = 0.0009570;
```

```
11 = 0.0142693;
12 = 0.0049940;
13 = 0.0235927;
14 = 0.0113600;
mo = 0.0235927;

x2 = 2 * x;

y = 2 * pi/3;

a11 = 1s + 11 + 12 * cos(x2);
a12 = -0.5 * 11 + 12 * cos(x2-y);
a13 = -0.5 * 11 + 12 * cos(x2+y);

a21 = -0.5 * 11 + 12 * cos(x2-y);
a22 = 1s + 11 + 12 * cos(x2+y);
a23 = -0.5 * 11 + 12 * cos(x2);

a31 = -0.5 * 11 + 12 * cos(x2+y);
a32 = -0.5 * 11 + 12 * cos(x2);
a33 = 1s + 11 + 12 * cos(x2-y);

lss = [a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33];

a11 = mo * cos(x);
a12 = 13 * cos(x);
a13 = -14 * sin(x);

a21 = mo * cos(x - y);
a22 = 13 * cos(x - y);
a23 = -14 * sin(x - y);

a31 = mo * cos(x + y);
a32 = 13 * cos(x + y);
a33 = -14 * sin(x + y);

lsr = [a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33];

lrs = lsr';
```

```
a11 = -2 * 12 * sin(x2);
a12 = -2 * 12 * sin(x2 - y);
a13 = -2 * 12 * sin(x2 + y);

a21 = -2 * 12 * sin(x2 - y);
a22 = -2 * 12 * sin(x2 + y);
a23 = -2 * 12 * sin(x2);

a31 = -2 * 12 * sin(x2 + y);
a32 = -2 * 12 * sin(x2);
a33 = -2 * 12 * sin(x2 - y);

gss = [a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33];

a11 = -mo * sin(x);
a12 = -13 * sin(x);
a13 = -14 * cos(x);

a21 = -mo * sin(x - y);
a22 = -13 * sin(x - y);
a23 = -14 * cos(x - y);

a31 = -mo * sin(x + y);
a32 = -13 * sin(x + y);
a33 = -14 * cos(x + y);

gsr = [a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33];

grs = gs'r';

Function reponse = square(angle);
%
```

%

%

% Cette fonction génère un signal d'onde carrée et d'amplitude 1

%

```
deux_pi = 2 * pi;
angle = angle + 5*pi/6;
angle = angle - fix(angle/deux_pi) * deux_pi;

if angle < 0,
    angle = deux_pi + angle;
end

limite1 = 2 * pi/3;
limite2 = pi;
limite3 = 5 * pi/3;

if angle < limite1,
    reponse(1, 1) = 1;
elseif angle < limite2,
    reponse(1, 1) = 0;
elseif angle < limite3,
    reponse(1, 1) = -1;
else
    reponse(1, 1) = 0;
end

angle = angle - deux_pi/3;
angle = angle - fix(angle/deux_pi) * deux_pi;

if angle < 0,
    angle = deux_pi + angle;
end

if angle < limite1,
    reponse(2, 1) = 1;
elseif angle < limite2,
    reponse(2, 1) = 0;
elseif angle < limite3,
    reponse(2, 1) = -1;
else
    reponse(2, 1) = 0;
end

reponse(3, 1) = -(reponse(1, 1) + reponse(2, 1));
```

```
Function reponse = p_square(angle);
% _____
%
% Cette fonction genere la derivee d'un signal d'onde carree
% d'amplitude 1
%
deux_pi = 2 * pi;
angle = angle + 5 * pi/6;
angle = angle - fix(angle/deux_pi) * deux_pi;

if angle < 0,
    angle = angle + deux_pi;
end

alpha = 4 * (pi/180); % 12 degres

limite1 = alpha;
limite2 = deux_pi/3 - alpha;
limite3 = deux_pi/3;
limite4 = pi;
limite5 = pi + alpha;
limite6 = 5 * pi/3 - alpha;
limite7 = 5 * pi/3;

if angle < limite1,
    reponse(1, 1) = 1/alpha;
elseif angle < limite2,
    reponse(1, 1) = 0;
elseif angle < limite3,
    reponse(1, 1) = -1/alpha;
elseif angle < limite4,
    reponse(1, 1) = 0;
elseif angle < limite5,
    reponse(1, 1) = -1/alpha;
elseif angle < limite6,
    reponse(1, 1) = 0;
elseif angle < limite7,
```

```
reponse(1, 1) = 1/alpha;
else
    reponse(1, 1) = 0;
end

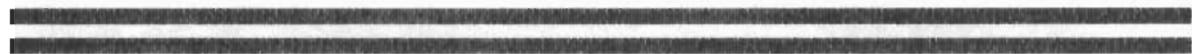
angle = angle - deux_pi/3;
angle = angle - fix(angle/deux_pi) * deux_pi;

if angle < 0,
    angle = deux_pi + angle;
end

if angle < limite1,
    reponse(2, 1) = 1/alpha;
elseif angle < limite2,
    reponse(2, 1) = 0;
elseif angle < limite3,
    reponse(2, 1) = -1/alpha;
elseif angle < limite4,
    reponse(2, 1) = 0;
elseif angle < limite5,
    reponse(2, 1) = -1/alpha;
elseif angle < limite6,
    reponse(2, 1) = 0;
elseif angle < limite7,
    reponse(2, 1) = 1/alpha;
else
    reponse(2, 1) = 0;
end

reponse(3, 1) = -(reponse(1, 1) + reponse(2, 1));
```

ANNEXE H



ANNEXE H: Programme de séparation des modes

```
{-----}
{
{
    PROGRAMME EN TURBO-PASCAL Ver 5.0
}
{
}
{
    PAR
}
{
    HADJ MAHERSI MOHAMED
}
{-----}
```

```
{-----}
{
{
    Ce programme permet:
}
{
}
{
    1: de calculer les valeurs propres du système
}
{
    2: de calculer les sous-matrices Aff, Afs, Asf, Ass, Bf et Bs ainsi
    que les conditions initiales du vecteur d'état soient Xf(0) et
    Xs(0) et cela pour un ordre K suffisament grand pour que les sous-
    matrices Afs et Asf soient pratiquement nulles.
}
{
    3: de calculer le modèle réduit relatif au système proposé en sépa-
    rant dans Xf les modes causés par la commande (Voir la théorie).
}
{-----}
```

```
Uses Crt; { Appel à l'unité d'affichage
Uses Calcul;
```

```
{----- Programme principal -----}

BEGIN
  P_Titre;

  FILLCHAR(A,      SIZEOF(A),      0);  FILLCHAR(B,      SIZEOF(B),      0);
  FILLCHAR(Xo,     SIZEOF(Xo),     0);  FILLCHAR(C_Tr,   SIZEOF(C_Tr),   0);

  Debut:= TRUE;  GOTOXY(1, 12);
  WRITE('Envoi des résultats à l''imprimante ou affichage à l''écran <I/B>?');
  REPEAT Sortie:= UpCase(ReadKey) UNTIL Sortie IN ['E', 'I'];
  CLRSCR;

  WITH A DO
  BEGIN
    GOTOXY(1, 10);
    WRITE('Entrez l''ordre de la matrice [A]: ');
    Ligne:= Entier(1, MaxOrdre);
    Colonne:= Ligne
  END;
  WITH B DO
  BEGIN
    Ligne:= A.Ligne; GOTOXY(1, 14);
    WRITE('Entrez l''ordre du vecteur de commande [U]: ');
    Colonne:= Entier(1, MaxOrdre);
  END;

  WITH Xo DO
  BEGIN
    Ligne:= A.Colonne;
    Colonne:= 1
  END;

  Mat_Donnee(A, 'Eléments de la matrice [A]');
  Mat_Donnee(B, 'Eléments de la matrice [B]');
  Mat_Donnee(Xo, 'Eléments du Vecteur [Xo] à t = 0');
```

```
GOTOXY(5, 12);
WRITE('Opération en cours ');

OrdrePolynome:= A.Ligne;

Eq_Caracteristique(A, Coeff, Erreur);
IF Erreur <> '' THEN
  MessageErreur(Erreur);
Racines_Polynome(Coeff, OrdrePolynome, Racine, Erreur);
IF Erreur <> '' THEN
  MessageErreur(Erreur);
Trie_Descendant(OrdrePolynome, Racine);

CLRSCR;

FOR I:= 1 TO OrdrePolynome DO
  WITH Racine.Element[I] DO
    WRITELN('Valeur propre ',I:2,': ',P_R:12:6, ' ',P_I:12:6,'j');

WRITELN;
WRITELN('Rapport de modules');
Maximum:=-1E+30; Suggestion:= 0;
WITH Racine DO
FOR I:= 1 TO OrdrePolynome - 1 DO
BEGIN
  IF (Module(Element[I + 1]) <> 0) THEN
    BEGIN
      Rapport:= Module(Element[I])/Module(Element[I + 1]);
      WRITELN(I,' - ',I + 1,': ',Rapport:7:3);
      IF Rapport > Maximum THEN
        BEGIN
          Maximum:= Rapport;
          Suggestion:= I
        END
    END
  END
ELSE
```

```
BEGIN
    WRITELN(I,' - ',I + 1,' : Le rapport est indéfini');
    Suggestion:= I
    END
END;

WRITELN;
WRITE('Je vous suggère un ordre de ',Suggestion);
WRITELN(' pour la sous-matrice [Aff]');

WRITELN;
WRITELN;

WRITE('Votre suggestion S.V.P. ? ');
Suggestion:= Entier(1, A.Ligne);

WRITELN;

Sous_Matrice(Aff, Afs, Asf, Ass, Bf, Bs, Suggestion);

IF Erreur <> '' THEN
    MessageErreur(Erreur);

Ordre:= 0;
N_Ordre:= 0;
REPEAT
    CLRSCR; GOTOXY(5, 13);
    WRITE('L''ordre du système est ',Ordre);

    WRITE('; entrez un nouvel ordre ? ');

    N_Ordre:= Entier(Ordre, MaxInt);

    Suggestion:= N_Ordre - Ordre;
    Ordre:= N_Ordre;

    CLRSCR; GOTOXY(5, 12);
    WRITE('Opération en cours');
```

```
Separation_mode(Aff, Afs, Asf, Ass, Bf, Bs, Xof, Xos, Suggestion);

CLRSCR; Affiche(Sortie,A,['A' = ']); Attente;
Affiche(Sortie,Aff,['Aff' = ']); Attente;
Affiche(Sortie,Afs,['Afs' = ']); Attente;
Affiche(Sortie,Asf,['Asf' = ']); Attente;
Affiche(Sortie,Ass,['Ass' = ']); Attente;
Affiche(Sortie,Bf,['Bf' = ']); Attente;
Affiche(Sortie,Bs,['Bs' = ']); Attente;
Affiche(Sortie,Xof,['Xof' = ']); Attente;
Affiche(Sortie,Xos,['Xos' = ']); Attente;

Affiche(Sortie,C_Tr,'La Matrice Résolvante est [C_T] = ');
Attente; CLRSCR; GOTOXY(5, 12);

WRITE('Voulez-vous augmenter l''ordre du système <O/N> ');
REPEAT
    Reponse:= UPCASE(ReadKey);
UNTIL Reponse IN ['O', 'N'];

UNTIL Reponse = 'N'
END.

{----- Fin du Programme principal -----}
```

Bibliographie

- [1] Anatole Sévigny, Complément d'électrotechnique, notes de cours.
- [2] Anatole Sévigny, Electrotechnique des machines II, notes de cours.
- [3] D. Deng et T. A. Lipo, "A Modified Control Method for Fast-Response Current Source Inverter Drives", IEEE Trans. Ind. App., vol. IA-22, no. 4, p. 653, Juillet/Août 1986.
- [4] C. Namuduri et P.C. Sen, "Digital Simulation of an Inverter-Fed Self-Controlled Synchronous Motor", IEEE Trans. Ind. Elec., vol. IE-34, no. 2, p. 205, Mai 1987.
- [5] H. Le-Huy, J. Alain et R. Perret, "A Self-Controlled Synchronous Motor Drive using Terminal Voltage System", IEEE Trans. Ind. App., vol. IA-18, no. 1, p.46, Janvier/Février 1982.
- [6] N. Shoji, "Dynamic Performance Analysis of Self-Controlled Synchronous Motor Speed Control Systems", IEEE Trans. Ind. App., vol. IA-18, no. 3, p. 205, Mai/Juin 1982.
- [7] Y. Diao, O. Wasynczuk et P. C. Krause, "Solution Of State Equations In Terms Of Separated Modes With Applications To Synchronous Machines", IEEE Trans. Ener. Conv., Vol. EC-1, No.3, pp 211-216, Septembre 1986.
- [8] H. Le-Huy, "Etude de la commande numérique par microprocesseur d'une machine synchrone autopilotée alimentée en courant, Thèse de doctorat L'institut National Polytechnique de Grenoble, Juin 1980.