

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN PHYSIQUE

PAR
IRINA MOCIOIU

SIGNATURE DU MOMENT ANAPOLAIRE DU QUARK TOP
DANS DES COLLISIONS ÉLECTRON - POSITRON

AVRIL 1997

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

REMERCIEMENTS

Je veux remercier M. Gilles Couture pour avoir dirigé ce travail.

Je veux aussi remercier M. Elie Boridy et M. Chérif Hamzaoui pour leur support, sans lequel ce travail n'aurait pas pu être fait.

Un merci tout particulier est dû à mon mari, Radu, qui, avec beaucoup de compréhension et patience, m'a aidée à traverser les moments difficiles.

Je remercie aussi nos parents, qui, même de loin, ont été toujours près de nous et à toutes les autres personnes qui nous ont été proches.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES	v
LISTE DES TABLEAUX	v
LISTE DES SYMBOLES	vi
RÉSUMÉ	viii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I	
NOTIONS THÉORIQUES	4
1.1 Introduction au Modèle Standard	4
1.2 Modèle Standard versus expériences	9
1.3 Construction d'une section efficace	11
CHAPITRE II	
COUPLAGE GÉNÉRAL FERMION - ANTIFERMION - BOSON DE JAUGE NEUTRE DANS LE MODÈLE STANDARD	14
2.1 Expression du vertex électromagnétique	14
2.2 Expression du vertex faible	19
CHAPITRE III	
PRODUCTION DES PAIRES TOP-ANTI-TOP PAR DES COLLISIONS POSITRON-ÉLECTRON DANS LE MODELE STANDARD	21
3.1 Définition du problème	22
3.2 Techniques de calcul	25
3.3 Résultats	29
3.4 Section efficace	41

CHAPITRE IV	
DÉSINTÉGRATION DU QUARK TOP DANS LE MODÈLE STANDARD ET SECTION EFFICACE DU PROCESSUS $e^+e^- \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$	43
4.1 Calcul du taux de désintégration des quarks top et antitop dans le Modèle Standard	43
4.2 Section efficace $e^+e^- \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$	48
CHAPITRE V	
ASYMÉTRIE ET RÉSULTATS NUMÉRIQUES	54
5.1 Asymétrie	54
5.2 Limites sur la valeur du moment anapolaire électromagnétique . .	55
5.3 Limites sur la valeur du moment anapolaire faible	59
CONCLUSIONS	62
APPENDICE A	
DÉMONSTRATION DE L'IDENTITÉ (4.22)	64
BIBLIOGRAPHIE	66

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	- Diagramme de Feynman associé au vertex $\gamma t\bar{t}$	14
Figure 2.2	- Diagramme de Feynman associé au vertex $t\bar{t}Z$	19
Figure 3.1.a	- Echange d'un photon	22
Figure 3.1.b	- Echange d'un boson Z	23
Figure 3.2	- Processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ dans le système CM	34
Figure 4.1	- Diagramme de Feynman $t \rightarrow bW^+$	42
Figure 4.2	- Diagrammes de Feynman $\bar{t} \rightarrow \bar{b}W^-$	44
Figure 4.3.a	- Energie du quark b en fonction de sa direction	46
Figure 4.3.b	- Impulsion du quark b en fonction de sa direction	46

Liste des tableaux

Tableau 1.1	- Predictions du $\overline{MS}$ et les valeurs expérimentales pour certains paramètres	10
Tableau 3.1	- Propriétés de symétrie des différents moments	21
Tableau 5.1	- Résultats numériques pour le moment anapolaire électromagnétique pour $\sqrt{s} = 500$ GeV	56
Tableau 5.2	- Résultats numériques pour le moment anapolaire électromagnétique pour $\sqrt{s} = 1000$ GeV	57
Tableau 5.3	- Résultats numériques pour le moment anapolaire électromagnétique pour $\sqrt{s} = 2000$ GeV	57
Tableau 5.4	- Résultats numériques pour les moments anapolaires électromagnétique et faible	60

LISTE DES SYMBOLES

A_μ	Champ de jauge électromagnétique Champ de jauge $SU(2)_L$
B_μ	Champ de jauge $U(1)_Y$
b	Quark bottom
C	Conjugaison de charge
c	Quark charme
D_L^μ	Dérivée covariante gauche
D_R^μ	Dérivée covariante droite
d	Quark down
e	Charge élémentaire
e^-	Electron
e^+	Positron
$F_{\mu\nu}^a$	Tenseur de type électromagnétique réalisé à partir des champs de jauge en général
G_μ	Champ de jauge $SU(3)_c$
g	Constante de couplage faible
$g^{\mu\nu}$	Tenseur métrique
I_3	La troisième composante de l'isospin faible
$\mathcal{L}$	Lagrangien
M	Masse d'un boson
$\mathcal{M}$	Amplitude d'un diagramme
MS	Modèle Standard
m	Masse d'un fermion
P	Parité
p	Impulsion d'un fermion
q	Transfert d'impulsion
q	Charge d'un fermion
s	Quark strange; Vecteur de spin; Variable de Mandelstam
T	Renversement du temps
t	Quark top; Variable de Mandelstam
$u(p)$	Fonction d'onde d'un fermion d'impulsion p dans l'espace énergie-impulsion
u	Quark up; Variable de Mandelstam
V_{ij}	Éléments de matrice de Kobayashi-Maskawa
$v(p)$	Fonction d'onde d'un antifermion d'impulsion p dans l'espace énergie-impulsion
v	Valeur moyenne du vide

Y	L'hypercharge
Z	Boson vectoriel neutre
$W^{\pm}$	Boson vectoriel chargé
ϵ	Vecteur de polarisation
$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$	Tenseur de Levi-Civita
Γ	Taux de désintégration; Largeur d'une particule
γ	Photon
γ_{μ}	Matrice de Dirac
γ_L	Projecteur d'hélicité gauche
γ_R	Projecteur d'hélicité droite
$\Lambda_{\pm}$	Projecteurs d'énergie positive ou négative
σ	Section efficace
μ	Muon
θ	Angle de diffusion
τ	Lepton tau
τ_a	Matrices de Pauli
θ_W	Angle faible

RÉSUMÉ

Dans ce travail nous étudions l'influence du moment anapolaire effectif du quark top dans le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$. Nous commençons par un résumé du Modèle Standard et une révision de ses prédictions et des résultats expérimentaux pour certains paramètres. Ensuite nous construisons le couplage le plus général entre un fermion de spin 1/2 et un boson de jauge neutre qui est covariant par rapport aux transformations de Lorentz. Ayant établi le cadre théorique du travail, nous passons au calcul de la section efficace de production des quarks $t\bar{t}$ dans une collision électron-positron. Dans ce calcul, nous utilisons comme couplage $t - \bar{t}$ - boson de jauge vectoriel neutre, le couplage le plus général déduit antérieurement, avec tous les facteurs de forme possibles. Nous ne faisons pas de sommation sur les états de spin des quarks t et $\bar{t}$. Le résultat montre que le moment anapolaire électromagnétique effectif est une vraie observable physique, avec une signature propre, ayant une distribution angulaire différente de celle des autres moments, particulièrement de celle du moment électrique dipolaire. (La charge et le moment magnétique dipolaire sont considérés comme bien connus.) Il y a aussi une différence entre les corrélations des spins de t et $\bar{t}$ pour les deux moments. Pour aller plus loin, nous calculons le taux de désintégration du quark top. Pour obtenir la section efficace du processus $t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$ nous utilisons le fait que la largeur du quark top est beaucoup plus petite que sa masse. Cela nous permet de factoriser la section efficace de production et le taux de désintégration dans la section efficace du processus complet. Pour finir, nous calculons une asymétrie dans l'énergie du quark b causée par la présence du moment anapolaire. A partir de celle-ci, nous obtenons des limites sur la valeur du moment anapolaire.

PHYSIQUE, PARTICULE, QUARK, MOMENT ANAPOLAIRE, TOP

INTRODUCTION

Ce travail a comme objet l'étude des signatures des moments électromagnétiques et faibles du quark top dans le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$, dans le Modèle Standard (MS) [1]. Nous nous intéressons en particulier aux signatures et aux valeurs possibles des moments anapolaires [2].

Le Modèle Standard est considéré présentement comme une bonne description pour les particules élémentaires et leurs interactions aux énergies accessibles. Mais on sait que ce n'est pas le modèle qui décrit complètement la nature (nombre trop grand de paramètres libres, etc.). Par conséquent, on se demande quand et dans quelles conditions les mesures expérimentales ne seront plus en accord avec le Modèle Standard. Pour attaquer ce problème, on a un choix de deux types d'expériences. Dans le premier type, on peut explorer les énergies très hautes dans l'espoir de produire des particules nouvelles. Dans le deuxième type, on peut examiner des interactions nouvelles, là où les déviations par rapport aux prédictions du MS peuvent apparaître. Pour faire cela, il faut augmenter la précision des mesures sur les coefficients de couplage. De cette manière, on peut donc obtenir de l'information sur les interactions générées par des corrections radiatives, comme par exemple le moment anapolaire.

L'étude des propriétés des particules permet une meilleure compréhension des lois de la physique et des modèles utilisés pour décrire ces particules et leurs interactions. Du point de vue de la Théorie Quantique des Champs les propriétés des particules sont exprimées en termes des *facteurs de forme*. Nous allons montrer qu'un fermion de spin 1/2 peut avoir quatre facteurs de forme électromagnétiques et cinq facteurs de forme faibles. La majorité de ces facteurs de forme ont été beaucoup étudiés. Pour une partie d'entre eux (charge, moment magnétique) on peut dire qu'on les connaît du point de vue théorique et aussi expérimental. Celui qui a reçu le moins d'attention jusqu'à maintenant est le

moment anapolaire. Par conséquent, nous allons nous consacrer à ce facteur de forme, en espérant qu'il puisse nous faire apprendre de nouvelles choses.

Pour qu'une grandeur soit une observable physique, elle doit satisfaire deux conditions: être finie et invariante de jauge. Pour qu'elle soit une quantité intrinsèque d'une particule, il faut qu'elle soit bien définie même si on ne considère pas la particule dans un processus précis. La quantité qui pourrait être appelée moment anapolaire intrinsèque d'un fermion élémentaire de spin $1/2$ ne possède pas ces qualités [3]. Par contre, un fermion de spin $1/2$ peut avoir un moment anapolaire effectif fini et invariant de jauge si on le considère dans un processus car on sait que les éléments de la matrice de diffusion S possèdent ces propriétés. Ce que nous allons chercher sont donc les signatures du moment anapolaire effectif du quark top dans le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$.

Le quark top a été découvert récemment [4] et son étude est très importante car par sa masse très grande il se distingue de tous les autres fermions et il ouvre une nouvelle région d'énergie. Avec une masse de $(175 \pm 6 \text{ GeV})$ le quark top est la plus lourde particule élémentaire connue jusqu'à présent. Une conséquence de sa grande masse est son temps de vie très court. Il se désintègre rapidement ($\sim 10^{-26} \text{ s}$) presque exclusivement en un quark "bottom" et un boson de jauge W . Il n'a pas le temps de former un état lié ou de se dépolariser avant de se désintégrer. Par conséquent, on peut reconstruire l'information sur son spin en étudiant ses produits de désintégration. Par toutes ces propriétés, le quark top peut donner de nouvelles informations sur le MS et peut-être sur la physique au-delà du MS.

Un endroit idéal pour étudier le quark top est dans une collision e^+e^- , où l'état initial "non-coloré" élimine les effets indésirables de l'interaction forte et par conséquent offre un environnement plus "propre". Un autre avantage du collisionneur e^+e^- est qu'on peut contrôler très bien l'énergie du centre de masse, par opposition aux collisionneurs proton-proton où on ne contrôle pas l'énergie du système quark-quark. De plus, il y a plusieurs projets de collisionneurs e^+e^- linéaires dans le monde pour des énergies de $500 \text{ GeV} - 2 \text{ TeV}$

Dans le premier chapitre, nous allons présenter quelques aspects théoriques sur lesquels est basé ce travail. Nous allons faire un résumé du MS et nous allons présenter quelques données expérimentales et les comparer avec les prédictions du MS.

Dans le deuxième chapitre, nous allons traiter la construction des couplages fermion de spin $1/2$ - boson de jauge neutre, sous la forme la plus générale. Cela est nécessaire pour connaître tous les facteurs de forme que le quark top puisse avoir.

Le troisième chapitre contient le calcul de la section efficace de production d'une paire $t\bar{t}$ dans une collision e^+e^- . Dans ce calcul nous allons garder explicite la dépendance des spins des quarks.

Dans le quatrième chapitre nous allons traiter la désintégration des quarks t et $\bar{t}$ dans le MS et nous allons construire la section efficace du processus $e^+e^- \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$, en tenant compte du fait que la largeur du quark top est beaucoup plus petite que sa masse.

Dans le cinquième chapitre, à partir des résultats des chapitres précédents, nous allons calculer une asymétrie dans l'énergie des produits de désintégration du quark top causée par la présence du moment anapolaire. De cette manière, nous pourrions obtenir certaines limites sur la valeur du moment anapolaire.

Cette étude est une première étape vers un calcul plus réaliste. En effet, nous nous concentrons sur le quark b par simplicité. Expérimentalement ce quark va produire des hadrons et il sera difficile de reconstruire l'information sur le quark; il serait donc avantageux de travailler avec les leptons de désintégration du boson W . Cela demande encore beaucoup de travail et on peut s'attendre à ce que, dans une chaîne de désintégration plus longue, la sensibilité aux propriétés du quark top qui nous intéressent soit réduite. Le but de ce travail est de montrer que le moment anapolaire effectif *est une observable* et qu'on peut le séparer des autres moments.

CHAPITRE I

NOTIONS THÉORIQUES

Dans les dernières décennies, le Modèle Standard de la physique des particules est devenu la description généralement acceptée de toutes les expériences qui n'impliquent pas les interactions gravitationnelles. Même si, de temps en temps, des expériences ont montré -à première vue- que ce modèle pourrait être pris en défaut, des considérations plus précises ont montré, pour l'instant, le contraire.

Dans ce chapitre nous allons, premièrement, résumer les idées de base du Modèle Standard. Ensuite, nous allons présenter quelques données expérimentales en comparaison avec les prédictions du MS. À la fin du chapitre, nous allons aborder le problème plutôt technique de la construction d'une section efficace.

1.1 Introduction au Modèle Standard

Le grand zoo des fermions peut être classifié en deux grandes catégories:

- leptons
- hadrons

Les leptons observés sont au nombre de six et sont considérés particules élémentaires, tandis que, pour les hadrons, les expériences montrent une structure interne. Tous les hadrons observés peuvent être "assemblés" à partir de 6 fermions qu'on pense élémentaires et appelés quarks.

Le MS est construit comme une théorie de champ non-abélienne invariante de jauge avec la symétrie du groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Ce groupe associe

à chaque particule deux nombres quantiques: *l'isospin faible* I_3 et *l'hypercharge* Y . Dans ce modèle, les interactions fortes, faibles et électromagnétiques sont vues comme un échange de bosons de spin 1 entre les particules de spin 1/2 qui constituent la matière. On considère ces bosons comme étant associés aux générateurs du groupe de jauge.

On caractérise les particules existantes en spécifiant leurs propriétés de transformation par rapport au groupe de jauge, autrement dit en spécifiant les nombres quantiques I_3 et Y . Cela peut se faire en donnant la représentation du groupe selon laquelle les particules se transforment. En tenant compte des observations expérimentales, on impose les lois de transformation suivantes:

- les états d'hélicité gauche forment des doublets par rapport au groupe $SU(2)$ (ce qui explique l'indice L). On appelle ces doublets *générations*.
- les états d'hélicité droite sont des singulets par rapport au même groupe.
- tous les états d'hélicité se transforment suivant la représentation fondamentale du groupe $U(1)$.

La construction du Lagrangien du modèle se base sur la méthode de substitution minimale. Autrement dit on commence avec le Lagrangien de Dirac sans masse et on le rend invariant par rapport aux transformations des groupes considérés en remplaçant la dérivée ordinaire par une *dérivée covariante*. Dans le cas du MS on a deux dérivées covariantes puisqu'on traite séparément les états d'hélicité. Elles s'écrivent comme suit:

$$\begin{aligned} D_\mu^L &= \partial_\mu - ig \frac{\tau_a}{2} A_\mu^a + ig' \frac{Y}{2} B_\mu^0 + ig_s \frac{\lambda_c}{2} G_\mu^c & a = \overline{1, 3} \\ D_\mu^R &= \partial_\mu + ig' \frac{Y}{2} B_\mu^0 + ig_s \frac{\lambda_c}{2} G_\mu^c & c = \overline{1, 8} \end{aligned} \quad (1.1)$$

où g, g' et g_s sont les constantes de couplage de $SU(2), U(1)$ et $SU(3)$. Les quantités A_μ^a, B_μ^0 et G_μ^c s'appellent *champs de jauge*. Ces champs décrivent les bosons de spin 1 associés aux interactions. Sous cette forme, ces champs sont donnés dans la base d'interaction, i.e. ils ne décrivent pas des particules observables. Les combinaisons observables, qui correspondent à des états propres

de masse, sont les suivantes:

$$\begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_3 \\ B_0 \end{pmatrix}$$

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 \mp i A_2) \quad (1.2)$$

avec

$$\begin{aligned} \cos \theta_W &= \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \\ \sin \theta_W &= \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Ici, le champ A décrit le champ électromagnétique réel qui reste sans masse, tandis que Z et $W^\pm$ décrivent des bosons qui véhiculent l'interaction faible après avoir gagné une masse. En exprimant les termes du Lagrangien en fonction des quantités observables, on obtient les couplages γff et $Z ff$ au niveau des arbres.

Sous cette forme, le modèle ne peut pas être en accord avec le monde réel parce que les particules n'ont pas de masse. L'introduction d'un terme de masse dans le Lagrangien brise explicitement la symétrie $SU(2)_L$. De plus, cela rend la théorie non-renormalisable. Par conséquent, on doit chercher un moyen de rendre le modèle plus réaliste. En fait, n'importe quelle méthode de donner une masse aux particules conduit à la brisure de la symétrie $SU(2)_L$, mais on ne veut pas faire cela d'une manière explicite.

La méthode que nous discuterons ici s'appelle *mécanisme de Higgs* ou *brisure spontanée de symétrie*. L'idée est que la symétrie du Lagrangien n'est pas une symétrie du vide. De ce point de vue, la symétrie $SU(2)_L$ n'est pas vraiment brisée dans le sens propre du mot, mais plutôt *cachée* dans le sens qu'on doit choisir un seul état de vide parmi une infinité de possibilités.

Dans le cas du Modèle Standard, ce mécanisme s'applique comme suit. On suppose l'existence d'un doublet $SU(2)_L$ qui a une valeur moyenne sur le vide non-nulle. Pour ce doublet, on utilise les transformations de jauge et on lui donne une forme plus simple. En restant tout à fait général, on peut choisir ce

doublet comme étant réel.

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ H(x) + v \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Les termes supplémentaires qui doivent apparaître dans le Lagrangien sont les suivants:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu^L \phi)^\dagger D_\mu^L \phi - \mathcal{V}(\phi) \quad (1.5)$$

Ici $\mathcal{V}(\phi)$ est un polynôme scalaire en ϕ . Pour les nécessités spécifiques de ce modèle, on prend l'expression suivante pour $\mathcal{V}(\phi)$:

$$\mathcal{V}(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.6)$$

Si on développe le Lagrangien qu'on vient d'écrire, on constate qu'il produit des termes de masse pour les bosons $W^\pm$ et Z en gardant le champ A sans masse. On obtient donc:

$$\begin{aligned} M_W &= \frac{1}{2} g v \\ M_Z &= \frac{1}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Avec ces masses, les champs Z et $W^\pm$ décrivent les bosons Z et $W^\pm$, les particules échangées lors de l'interaction faible.

Il reste à donner des masses aux fermions. On postule des interactions entre les champs fermioniques et le champ le Higgs. En tenant compte du spectre de particules observé, le Lagrangien d'interaction le plus général qu'on puisse écrire est:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = - \sum_{i,j} & \left[h_{ij} \bar{L}^i \phi R_1^j + \tilde{h}_{ij} \bar{L}^i \tilde{\phi} R_2^j \right. \\ & \left. h_{ij}^\dagger \bar{R}_1^i \phi^\dagger L^j + \tilde{h}_{ij}^\dagger \bar{R}_2^i \tilde{\phi}^\dagger L^j \right] \end{aligned} \quad (1.8)$$

où

$$\begin{aligned} L^i &= \gamma_L \begin{pmatrix} f_1^i \\ f_2^i \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad R_{1,2}^i = \gamma_R f_{1,2}^i \\ \tilde{\phi} &= i \tau_2 \phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} H(x) + v \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.9)$$

On appelle les quantités h_{ij} et $\tilde{h}_{ij}$ couplages de Yukawa pour les fermions de type 1 ($I_3 = \frac{1}{2}$) et 2 ($I_3 = -\frac{1}{2}$) respectivement. Ce sont des matrices arbitraires 3×3 . Les doublets ϕ et $\tilde{\phi}$ sont reliés par l'opération de conjugaison de charge. En développant et en gardant juste la valeur moyenne dans le vide v , on obtient la partie du Lagrangien qui produit des masses pour les fermions:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = - \sum_{i,j} \left[\bar{f}_{1L}^i M_{ij}^1 f_{1R}^j + \bar{f}_{2L}^i M_{ij}^2 f_{2R}^j + \right. \\ \left. + \bar{f}_{1R}^i M_{ij}^{1\dagger} f_{1L}^j + \bar{f}_{2R}^i M_{ij}^{2\dagger} f_{2L}^j \right] \end{aligned} \quad (1.10)$$

où on a introduit la notation:

$$M_{ij}^1 = \tilde{h}_{ij} \frac{v}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad M_{ij}^2 = h_{ij} \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (1.11)$$

Les matrices introduites sont de dimension 3 et portent le nom de *matrices de masse*. Puisque pendant leur construction on n'a pas supposé que les matrices de masse étaient diagonales, on doit les diagonaliser pour obtenir les états physiques pour les champs qui composent les doublets $SU(2)_L$. On peut toujours faire cela par une transformation biunitaire:

$$U_L^1 M^1 U_R^{1\dagger} = M_{diag}^1 \quad \text{et} \quad U_L^2 M^2 U_R^{2\dagger} = M_{diag}^2 \quad (1.12)$$

Cette procédure transforme les champs f qui forment la base des vecteurs propres aux transformations de jauge dans d'autres champs qui sont les vecteurs propres des matrices de masse. Ces derniers champs sont en fait les champs physiques. En gardant la même notation pour les matrices diagonales que pour celles non-diagonales, le Lagrangien s'écrit:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = - \sum_{i,j} \left[\bar{\psi}_{1L}^i M_{ij}^1 \psi_{1R}^j + \bar{\psi}_{2L}^i M_{ij}^2 \psi_{2R}^j + \right. \\ \left. + \bar{\psi}_{1R}^i M_{ij}^{1\dagger} \psi_{1L}^j + \bar{\psi}_{2R}^i M_{ij}^{2\dagger} \psi_{2L}^j \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

avec

$$\psi_{L,R}^{1,2} = U_{L,R}^{1,2} f_{L,R}^{1,2} \quad (1.14)$$

Les valeurs propres des matrices de masse sont des quantités arbitraires, puisque les couplages de Yukawa ne sont pas fixés par le modèle. La diagonalisation introduit des mélanges entre les fermions dans le secteur des courants chargés à travers la matrice $V_{KM} = U_L^1 U_L^{2\dagger}$. Plus exactement, le terme du Lagrangien qui décrit cette interaction est:

$$L = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_L^i \gamma^\mu \psi_L^j W_\mu^\pm V_{ij} \quad (1.15)$$

Notons que les courants neutres (i.e. termes d'interaction entre les photons ou bosons Z et les fermions) restent inchangés après la diagonalisation des matrices de masse. Les interactions fortes n'ont pas été traitées ici, parce que dans les calculs qui suivent nous n'allons pas rencontrer ce type d'interaction.

1.2 Modèle Standard versus expérience

Les physiciens sont maintenant à la recherche d'informations sur la physique au-delà du MS. Une des voies suivies est d'augmenter la précision des mesures expérimentales, dans l'espoir de trouver des traces de la théorie complète aux "basses" énergies. Toutes les données expérimentales étant en accord avec les prédictions du MS dans la limite des bornes des erreurs expérimentales, certains modèles sont éliminés, tandis que plusieurs voient leur échelle d'énergie (i.e. masses typiques des nouvelles particules du modèle par exemple) poussée vers des valeurs de plus en plus grandes. .

Avec l'augmentation de la précision, on sonde aussi un autre phénomène important: les corrections radiatives dans le MS lui-même. Puisque ces corrections sont générées par des diagrammes contenant des boucles, elles sont d'habitude petites à cause d'un facteur de type $\left(\frac{\alpha_W}{4\pi}\right)^n$ où n est le nombre de boucles présentes dans le diagramme. Cela conduit à une valeur de quelques pourcents de l'approximation de Born.

Une autre caractéristique des corrections radiatives est qu'elles rendent les observables sensibles aux particules virtuelles. On peut voir à basse énergie des effets des particules trop lourdes pour être produites directement. Par

conséquent, on peut se servir des corrections radiatives pour mettre des limites sur les masses des particules prédites théoriquement mais qui ne sont pas découvertes expérimentalement [5]. Maintenant que le quark top a été découvert, on peut tenter de mettre des limites sur la masse du boson de Higgs - la seule particule prédite par le MS et qui n'a pas encore été découverte. Malheureusement, il est difficile de prédire la masse du Higgs de cette façon pour deux raisons. Premièrement, l'erreur expérimentale sur la masse du quark top est encore relativement grande et deuxièmement, le boson de Higgs est le sujet du théorème d'écrantage [6]: dans les observables physiques la masse du boson de Higgs apparaît dans un logarithme et, par conséquent, elle n'a pas beaucoup d'effet sur ces observables.

Les erreurs expérimentales étant de plus en plus petites, il est très important d'inclure les corrections radiatives dans les predictions du MS. Par conséquent, il est très important d'étudier toutes les interactions qui peuvent être générées à travers les corrections radiatives. C'est le cas des moments anapolaires effectifs électromagnétique et faible, qui font l'objet de ce travail.

Pour illustrer la démarche pour comparer la théorie et l'expérience, on va choisir une observable physique quelconque, O pour laquelle on a une valeur théorique O^T et une valeur expérimentale O^{exp} . Si, dans la limite des erreurs expérimentales, on a $O^T = O^{exp}$, alors on va éliminer tous les indices supérieurs et on va assigner à O la valeur commune. Puisque la théorie exacte n'est pas connue, on part du MS comme une bonne approximation. Alors, premièrement on fait l'identification $O^T = O^{MS}$.

Si l'égalité $O^T = O^{MS} = O^{exp}$ n'est pas vraie, alors il y a une physique au-delà du MS qui doit entrer dans l'observable O . Ou bien, peut être y a-t-il plusieurs physiques au-delà du MS et, par conséquent, on écrit:

$$O = O^{MS} + \sum_i O^i \quad (1.16)$$

Dans cette situation, on arrive à mettre des limites sur les contributions nouvelles. Cela aide à sélectionner la bonne théorie dans la multitude des modèles existants.

Dans ce qui suit, on va faire une comparaison entre les prédictions du MS et les valeurs expérimentales pour certaines quantités d'intérêt, comme, par exemple, les masses des bosons de jauge, l'angle faible et les couplages vectoriel et axial du boson Z . Les valeurs théoriques et expérimentales sont illustrées dans le tableau qui suit [7].

Tableau 1.1 Prédications du MS et les valeurs expérimentales pour certains paramètres.

Quantité (O)	O^{MS}	ΔO^{MS}	O^{exp}	ΔO^{exp}	ΔO_{futur}^{exp}
$M_Z(GeV)$	—	—	91,177	$\pm 0,031$	$\pm 0,02$
$M_W(GeV)$	80,34	$\pm 0,05$	80,26	$\pm 0,16$	$\pm 0,105$
$\epsilon_L(u)$	0.345	$\pm 0,0003$	0,332	$\pm 0,016$	—
$\epsilon_L(d)$	- 0,429	$\pm 0,0004$	-0,438	$\pm 0,012$	—
$\epsilon_R(u)$	- 0,156	—	-0,178	$\pm 0,013$	—
$\epsilon_R(d)$	0,078	—	-0,026	$\pm 0,075$	—

Dans le tableau 1.1, les quatre dernières lignes représentent les paramètres de couplage entre un boson Z et les quarks up et down [7]. Maintenant que LEP I a mesuré la masse du boson Z avec une excellente précision, cette masse est un des paramètres de base du MS et donc elle n'est pas prédite par ce modèle. A partir des données expérimentales, on peut tenter de mettre une limite sur le moment anapolaire faible des quarks up et down. Puisque l'opérateur du moment anapolaire a une structure axial-vectorielle, on peut deviner que le moment anapolaire faible du quark up est plus petit que la moitié de la différence des erreurs expérimentales de $\epsilon_R(u)$ et $\epsilon_L(u)$. Malheureusement, on ne connaît pas encore expérimentalement $\epsilon_R(t)$ et $\epsilon_L(t)$. Donc on doit trouver un autre moyen pour mettre des limites sur sa valeur. C'est le but de ce travail.

1.2. Construction d'une section efficace

Dans les expériences qui étudient les particules élémentaires, on collisionne, en général, deux faisceaux de particules d'impulsions bien définies et on observe

ce qui sort. Dans ce type de collision, on utilise toute l'énergie, ce qui n'est pas vrai dans le cas des cibles fixes. La probabilité d'avoir un certain état final est exprimée à l'aide de la quantité appelée *section efficace*.

La section efficace a les dimensions d'une surface. En fait, c'est la surface effective qu'une particule d'un faisceau "prend" dans l'autre faisceau pour créer un autre état final.

On considère un processus où deux faisceaux de particules de type 1 et 2 respectivement entrent en collision pour donner comme état final les particules de type 3 et 4. Nous voulons construire la section efficace de ce processus.

Le taux de transition par unité de volume est défini par:

$$R = \frac{|S_{fi}|^2}{VT} \quad (1.17)$$

où S_{fi} est l'amplitude du processus considéré, V est le volume et T est le temps d'interaction.

La section efficace doit être une quantité bien définie, qui ne dépend pas de l'expérience considérée. Donc, elle ne doit pas dépendre du flux des particules incidentes et du nombre de cibles présentes dans chaque expérience. On doit alors diviser R par ces quantités.

On choisit une normalisation dans laquelle on a:

$$\frac{2E_2}{V} \quad (1.18)$$

particules dans l'unité de volume.

Le flux des particules incidentes sur une cible fixe est donné par le nombre de particules par unité de surface qui peuvent atteindre la cible par unité de temps:

$$\frac{2E_1}{V} |v| \quad (1.19)$$

où $|v|$ est la vitesse des particules incidentes. Dans le cas où les deux faisceaux de particules sont en mouvement avec les vitesses v_1 et v_2 , $|v|$ est tout simplement la vitesse relative des deux faisceaux, $|v_1 - v_2|$.

Le nombre des états finaux accessibles à chaque particule (l'espace de phases) est donné par:

$$\frac{V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{2E_4}. \quad (1.20)$$

En mettant toutes ces relations ensemble, nous obtenons pour la section efficace:

$$d\sigma = R \frac{V^2}{2E_1 2E_2 |v|} \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{2E_4}. \quad (1.21)$$

L'amplitude S_{fi} du processus peut s'écrire:

$$S_{fi} = (2\pi)^4 \delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) N_1 N_2 N_3 N_4 \mathcal{M} \quad (1.22)$$

où la fonction δ de Dirac exprime la conservation de l'énergie et de l'impulsion. Pour la normalisation considérée (2E particules dans un volume V), $N_i = \frac{1}{\sqrt{V}}$. On a de plus:

$$\begin{aligned} [(2\pi)^4 \delta^4(k)]^2 &= \left[\int d^4 x e^{ikx} \right]^2 = (2\pi)^4 \delta^4(x) \int d^4 x e^{ikx} = \\ &= (2\pi)^4 \delta^4(x) \int d^4 x = VT (2\pi)^4 \delta^4(x) \end{aligned} \quad (1.23)$$

R devient alors:

$$R = \frac{1}{V^4} (2\pi)^4 \delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) |\mathcal{M}|^2 \quad (1.24)$$

et la section efficace:

$$d\sigma = \frac{1}{4F} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{2E_4} \quad (1.25)$$

où $F = E_1 E_2 |v|$ est le facteur de flux. Dans le cas où les deux faisceaux incidents sont colinéaires, le flux F peut être écrit d'une manière invariante sous la forme:

$$F = [(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2]^{1/2}. \quad (1.26)$$

En plus de l'expression d'une section efficace, nous avons besoin du taux de désintégration d'une particule instable, qui est le nombre de désintégrations divisé par le nombre de particules présentes. On peut facilement écrire cette expression à partir de celle de la section efficace de la manière suivante:

$$d\Gamma = \frac{1}{2m} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_2}{2E_2} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \quad (1.27)$$

où m est la masse de la particule qui se désintègre, p_1 son impulsions, et p_2, p_3 , E_2 et E_3 les impulsions et les énergies des particules sortant de la désintégration (supposés deux dans notre cas) [8].

CHAPITRE II

COUPLAGE GÉNÉRAL FERMION-ANTIFERMION-BOSON DE JAUGE NEUTRE DANS LE MODÈLE STANDARD

Nous avons dit dès le début que nous voulons étudier les divers moments du quark top. Pour faire cela, il faut d'abord savoir quels sont ces moments. Nous allons donc construire le couplage le plus général permis par la relativité restreinte entre un fermion de spin $1/2$ et un boson de jauge neutre, couplage qui va inclure tous les facteurs de forme possibles.

2.1 Expression du vertex électromagnétique

Nous voulons d'abord construire le couplage permis par la covariance de Lorentz et la conservation du courant entre un fermion de spin $\frac{1}{2}$, t , et le photon. Cela nous permet de voir quels sont les facteurs de forme électromagnétiques qui peuvent être retrouvés dans ce couplage au-delà du niveau des arbres.

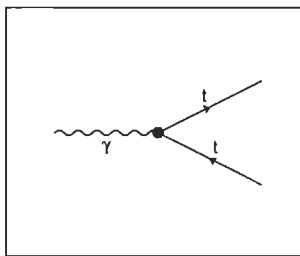


Figure 2.1 - Diagramme de Feynman associé au vertex $\gamma t\bar{t}$

Soit p_1 l'impulsion de $\bar{t}$ et q celle du photon. Les 4-vecteurs p_1 et q sont les seules grandeurs indépendantes qu'on ait. Donc, pour la particule t de spin $\frac{1}{2}$,

l'expression la plus générale du courant covariant qu'on puisse écrire à partir du diagramme de la figure (2.1), est [9]:

$$J^\mu = \bar{u}(p_2) \left\{ [A_1 \gamma^\mu + A_2 p_1^\mu + A_3 q^\mu + A_4 \gamma^\mu p_1^2 + A_5 \gamma^\mu q^2 + \right. \\ + A_6 \gamma^\mu q \cdot p_1 + A_7 \gamma^\mu \not{q} + A_8 \not{q} \gamma^\mu \not{p}_1 + A_9 \not{p}_1 p_1^\mu + \\ + A_{10} \not{p}_1 q^\mu + A_{11} \not{q} p_1^\mu + A_{12} \not{q} q^\mu + A_{13} \gamma^\mu \not{p}_1] \gamma_L + \\ + [B_1 \gamma^\mu + B_2 p_1^\mu + B_3 q^\mu + B_4 \gamma^\mu p_1^2 + B_5 \gamma^\mu q^2 + \\ + B_6 \gamma^\mu q \cdot p_1 + B_7 \gamma^\mu \not{q} + B_8 \not{q} \gamma^\mu \not{p}_1 + B_9 \not{p}_1 p_1^\mu + \\ \left. + B_{10} \not{p}_1 q^\mu + B_{11} \not{q} p_1^\mu + B_{12} \not{q} q^\mu + B_{13} \gamma^\mu \not{p}_1] \gamma_R \right\} v(p_1) \quad (2.1)$$

où

$$\gamma_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \quad \text{et} \quad \gamma_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$$

En utilisant l'équation de Dirac:

$$(i\not{\partial} - m)\psi = 0$$

et la forme explicite des fonctions d'onde nous obtenons les relations suivantes:

$$\begin{aligned} \bullet_1 \quad \not{p}_j v(p_j) &= -m_t v(p_j) \\ \bullet_2 \quad \bar{u}(p_j) \not{p}_j &= m_t \bar{u}(p_j) \\ \bullet_3 \quad p_j^2 &= m_t^2 \quad j \in \{1, 2\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Nous allons nous servir de ces identités pour obtenir les expressions contenant aussi les projecteurs de chiralité qui apparaissent dans le courant (2.1):

$$\begin{aligned} \bullet_1 \quad \not{p}_1 \gamma_{L,R} v(p_1) &= -m_t \gamma_{L,R} v(p_1) \\ \bullet_2 \quad \bar{u}(p_2) \not{q} \gamma_{L,R} v(p_1) &= \bar{u}(p_2) (\not{p}_1 + \not{p}_2) \gamma_{L,R} v(p_1) = \bar{u}(p_2) [m_t (\gamma_{L,R} - \gamma_{R,L})] v(p_1) \\ \bullet_3 \quad \bar{u}(p_2) \not{q} \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma_{L,R} v(p_1) &= -m_t \bar{u}(p_2) \not{q} \gamma^\mu \gamma_{L,R} v(p_1) \\ &= -m_t^2 \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma_{R,L} v(p_1) - m_t \bar{u}(p_2) \not{p}_1 \gamma^\mu \gamma_{R,L} v(p_1) \\ &= -m_t^2 \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma_{R,L} v(p_1) + m_t \bar{u}(p_2) [\gamma^\mu \gamma_{L,R} m_t - 2 p_1^\mu \gamma_{R,L}] v(p_1) \\ &= \bar{u}(p_2) [m_t^2 \gamma^\mu (\gamma_{R,L} + \gamma_{L,R}) - 2 m_t p_1^\mu \gamma_{R,L}] v(p_1) \end{aligned} \quad (2.3)$$

L'équation (2.1) peut donc s'écrire sous la forme:

$$J^\mu = \bar{u}(p_2)[A\gamma^\mu + C\gamma^\mu\gamma_5 + B(p_2 - p_1)^\mu + Gq^\mu + D(p_2 - p_1)^\mu\gamma_5 + Eq^\mu\gamma_5]v(p_1) \quad (2.4)$$

où:

$$\begin{aligned} \bullet_1 \quad A &= \frac{1}{2} \{ A_1 + B_1 + m_t^2 [A_4 + B_4 + 2(A_8 + B_8 + A_{13} + B_{13})] + \\ &\quad + q^2(A_5 + B_5) + q \cdot p_1(A_6 + B_6) \} \\ \bullet_2 \quad B &= \frac{1}{4} \{ m_t [2(A_8 + B_8 + A_{13} + B_{13}) + (A_9 + B_9)] - (A_2 + B_2) \} \\ \bullet_3 \quad C &= \frac{1}{2} \{ B_1 - A_1 + m_t^2 [B_4 - A_4 + 2(B_7 - A_7) + \\ &\quad + q^2(B_5 - A_5) + q \cdot p_1(B_6 - A_6) \} \\ \bullet_4 \quad D &= \frac{1}{4} \{ B_2 - A_2 + 2(B_3 - A_3) + m_t [B_9 - A_9 + B_{10} - A_{10} + \\ &\quad + 2(B_8 - A_8 + B_{11} - A_{11} + B_{12} - A_{12} + B_{13} - A_{13})] \} \\ \bullet_5 \quad E &= \frac{1}{4} \{ A_2 - B_2 + m_t [A_9 - B_9 + 2(A_8 - B_8 + A_{11} - B_{11} + A_{13} - B_{13})] \} \\ \bullet_6 \quad G &= \frac{1}{4} \{ A_2 + B_2 + 2(A_3 + B_3) - \\ &\quad - m_t [A_9 + B_9 + 2(A_8 + B_8 + A_{10} + B_{10} + A_{13} + B_{13})] \} \quad (2.5) \end{aligned}$$

Puisque nous voulons que J^μ représente un courant électromagnétique, il faut imposer la loi de conservation:

$$q_\mu J^\mu = 0$$

Avec cette contrainte, nous obtenons:

$$\begin{aligned} G &= 0 \\ 2m_t C + q^2 E &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

On a, de plus, les décompositions de Gordon:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu v(p_1) &= \frac{i}{2}\bar{u}(p_2)[\gamma^\mu(\not{p}_2 + \not{p}_1) - (\not{p}_2 + \not{p}_1)\gamma^\mu]v(p_1) = \\ &= i\bar{u}(p_2)[-2m_t\gamma^\mu + (p_2 - p_1)^\mu]v(p_1) \end{aligned} \quad (2.7a)$$

$$\begin{aligned}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu\gamma_5v(p_1) &= \frac{i}{2}\bar{u}(p_2)[\gamma^\mu(\not{p}_2 + \not{p}_1) - (\not{p}_2 + \not{p}_1)\gamma^\mu]\gamma_5v(p_1) = \\ &= i\bar{u}(p_2)(p_2 - p_1)^\mu\gamma_5v(p_1)\end{aligned}\quad (2.7b)$$

qui nous permettent de mettre le courant (2.4) sous la forme:

$$\begin{aligned}J^\mu = \bar{u}(p_2) \left[A^\gamma \gamma^\mu - \frac{q^2}{2m_t} E^\gamma \gamma^\mu \gamma_5 + B^\gamma (-i\sigma^{\mu\nu}q_\nu + 2m_t\gamma^\mu) + \right. \\ \left. + D^\gamma (-i\sigma^{\mu\nu}q_\nu \gamma_5) + \frac{E^\gamma}{2m_t} \not{q} q^\mu \gamma_5 \right] v(p_1) \quad (2.8)\end{aligned}$$

La forme la plus générale du vertex électromagnétique $t\bar{t}\gamma$ (fig. 2.1) est donc:

$$\begin{aligned}J^\mu = \bar{u}(p_2) \left[\mathcal{F}_1^\gamma \gamma^\mu - i \frac{\mathcal{F}_2^\gamma}{2m_t} \sigma^{\mu\alpha} q_\alpha - i \frac{\mathcal{F}_3^\gamma}{2m_t} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 + \right. \\ \left. + \frac{\mathcal{F}_4^\gamma}{m_t^2} (q^2 \gamma^\mu - \not{q} q^\mu) \gamma_5 \right] v(p_1)\end{aligned}$$

(2.9)

avec:

$$\begin{cases} \mathcal{F}_1^\gamma = A^\gamma + 2m_t B^\gamma \\ \mathcal{F}_2^\gamma = 2m_t B^\gamma \\ \mathcal{F}_3^\gamma = 2m_t D^\gamma \\ \mathcal{F}_4^\gamma = -\frac{m_t}{2} E^\gamma \end{cases} \quad (2.10)$$

Les quatre termes du courant (2.9) correspondent aux quatre moments électromagnétiques:

- Charge électrique, dont le facteur de forme est $\mathcal{F}_1^\gamma$
- Moment magnétique dipolaire, dont le facteur de forme est $\mathcal{F}_2^\gamma$
- Moment électrique dipolaire, dont le facteur de forme est $\mathcal{F}_3^\gamma$
- Moment anapolaire, dont le facteur de forme est $\mathcal{F}_4^\gamma$

De ces quatre facteurs de forme, seulement $\mathcal{F}_1^\gamma$ est présent au niveau des arbres, où il a une valeur égale à la charge de la particule qui produit ce courant. Plus tard, nous allons extraire comme facteur commun la charge de la particule, de telle manière que $\mathcal{F}_1^\gamma$ devient égal à 1. Les trois autres facteurs de forme vont aussi être des quantités sans dimensions, les masses ont été introduites dans le courant précisément dans ce but. Ces facteurs de forme apparaissent comme des effets d'ordres supérieurs. Dans la normalisation précisée auparavant, $\mathcal{F}_2^\gamma$ est d'ordre α . Quant à $\mathcal{F}_3^\gamma$, la limite expérimentale est de l'ordre est de 10^{-9} et dans le MS, ce terme est nul à deux boucles pour un quark et à trois boucles pour les leptons.

On peut voir que ces effets sont d'ordre supérieur simplement en regardant le lagrangien de l'électrodynamique quantique:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\partial - eA - m)\psi$$

Les trois derniers opérateurs dans le courant (2.9) contiennent des impulsions "q" qui, par une transformation de Fourier, deviennent des dérivées dans l'espace des positions. On voit que ces termes ne sont pas permis par ce lagrangien. Ils peuvent donc apparaître seulement comme effets d'ordres supérieurs.

Parce que l'équation (2.9) donne le courant conservé le plus général permis par la covariance de Lorentz, les quatres facteurs de forme renferment les contributions de tous les ordres dans la théorie des perturbations. C'est cela qu'on peut mesurer dans une expérience. Si on veut calculer théoriquement ces facteurs de forme, en pratique on peut le faire seulement pour un nombre limité d'ordres dans la théorie des perturbations. On peut donc s'attendre à de

petites différences entre les résultats théoriques calculés aux premiers ordres et ceux obtenus dans une expérience où les mesures seraient très précises.

2.2 Expression du vertex faible

On considère maintenant le vertex $t\bar{t}Z$ et nous voulons, comme précédemment, trouver les facteurs de forme.

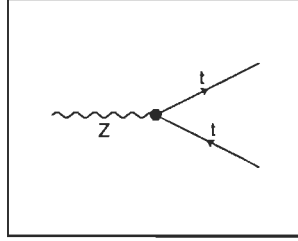


Figure 2.2 - Diagramme de Feynman associé au vertex $t\bar{t}Z$

La seule chose différente par rapport au photon est que le courant axial n'est plus conservé. En considérant la décomposition de Gordon dans la forme (2.4) du courant, nous obtenons:

$$J^\mu = \bar{u}(p_2) \left[A^Z \gamma^\mu + C^Z \gamma^\mu \gamma_5 + B^Z (-i\sigma^{\mu\nu} q_\nu + 2m_t \gamma^\mu) + D^Z (-i\sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5) + E^Z \not{q} \gamma^\mu \gamma_5 \right] v(p_1) \quad (2.11)$$

Le courant faible le plus général est alors:

$$J^\mu = \bar{u}(p_2) \left[\mathcal{F}_1^Z \gamma^\mu - i \frac{\mathcal{F}_2^Z}{2m_t} \sigma^{\mu\nu} q_\nu - i \frac{\mathcal{F}_3^Z}{2m_t} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 + \frac{\mathcal{F}_4^Z}{m_t^2} (q^2 \gamma^\mu - \not{q} q^\mu) \gamma_5 + \mathcal{F}_5^Z \gamma^\mu \gamma_5 \right] v(p_1)$$

(2.12)

Dans cette expression, nous avons utilisé les notations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_1^Z = A^Z + 2m_t B^Z \\ \mathcal{F}_2^Z = 2m_t B^Z \\ \mathcal{F}_3^Z = 2m_t D^Z \\ \mathcal{F}_4^Z = -\frac{1}{2}m_t E^Z \\ \mathcal{F}_5^Z = C^Z + \frac{q^2}{2m_t} E^Z \end{array} \right. \quad (2.13)$$

On voit que dans ce cas, on a un facteur de forme de plus à cause de la non-conservation du courant axial.

Maintenant nous avons tous les facteurs de forme électromagnétiques et faibles qui peuvent apparaître dans l'interaction d'un fermion de spin $\frac{1}{2}$ avec un boson de jauge neutre. Nous pouvons passer à la prochaine étape: les insérer dans un processus donné pour extraire $\mathcal{F}_4^\gamma, \mathcal{F}_4^Z$.

CHAPITRE III

PRODUCTION DES PAIRES TOP-ANTITOP PAR DES COLLISIONS POSITRON-ÉLECTRON DANS LE MODÈLE STANDARD

Dans ce chapitre nous allons calculer la section efficace pour le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$. Puisque le quark t a une masse très grande (175 GeV), nous ne pourrions pas la négliger par rapport à son énergie. Par contre, dans le cas de l'électron nous pouvons faire cette approximation, car sa masse est seulement de 0,51 MeV.

Nous ne ferons pas de sommation sur les états de spin des quarks t et $\bar{t}$, car c'est à l'aide de ces spins que nous pouvons obtenir l'information supplémentaire dont nous avons besoin. Sans le spin, dans la section efficace vont apparaître seulement les combinaisons des facteurs de forme qui ont les mêmes propriétés de symétrie par rapport aux transformations: C (conjugaison de charge), P (parité), T (renversement du temps).

Ces propriétés sont présentées dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 Propriétés de symétrie des différents moments

SYMÉTRIE MOMENT	C	P	T	CP	CPT
charge électrique	+	+	+	+	+
anapôle	−	−	+	+	+
dipôle magnétique	+	+	+	+	+
dipôle électrique	+	−	−	−	+

Pour chaque moment, un signe "+" sous une opération de symétrie signifie que cette symétrie est conservée, pendant qu'un signe "−" signifie qu'elle est brisée.

On voit dans ce tableau que seulement la charge et le moment magnétique ont les mêmes propriétés (conservent P, C et T). Par conséquent, à part des carrés de chaque moment, on aura un seul terme d'interférence: $\mathcal{F}_1\mathcal{F}_2$.

Puisqu'on a des indications théoriques [3] que le moment anapolaire est très petit, nous allons négliger le terme $|\mathcal{F}_4|^2$ par rapport aux autres termes. Par conséquent on doit garder les spins des quarks t et $\bar{t}$ pour obtenir des termes de premier ordre en $\mathcal{F}_4$. On s'attend qu'un terme de type $\mathcal{F}_1\mathcal{F}_4$ puisse avoir une valeur assez grande pour nous permettre d'obtenir une limite intéressante sur $\mathcal{F}_4$.

Nous allons quand même faire la moyenne des spins des électrons et des positrons. En faisant cela, nous pouvons perdre de l'information, mais dans le cadre de ce travail il suffit de garder les spins des quarks.

Dans le Modèle Standard, le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ peut se produire avec l'échange d'un photon, d'un boson de jauge Z ou bien d'une particule de Higgs. Nous allons tenir compte seulement des deux premières possibilités. Nous pouvons négliger la contribution du Higgs puisque le couplage du boson de Higgs aux fermions est proportionnel à $\frac{m_f}{M_H}$ et la masse de l'électron est très petite.

3.1 Définition du problème

En tenant compte des considérations précédentes, les diagrammes que nous allons calculer sont:

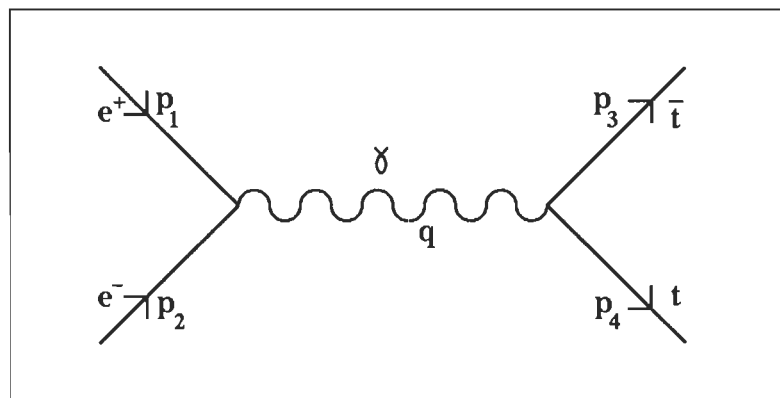


Figure 3.1.a - Échange d'un photon

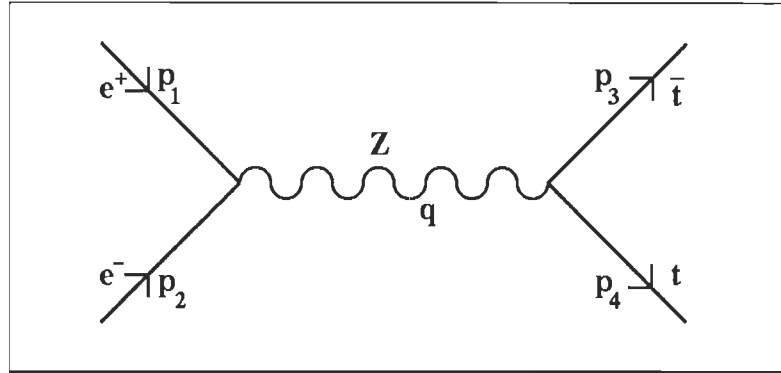


Figure 3.1.b - Échange d'un boson Z

Soit $\mathcal{M}$ l'amplitude du processus; nous aurons alors:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_\gamma + \mathcal{M}_Z \quad (3.1)$$

où $\mathcal{M}_\gamma$ est l'amplitude correspondant au diagramme avec un échange de photon et $\mathcal{M}_Z$ est l'amplitude du processus avec l'échange du boson de jauge Z .

Puisque dans la section efficace nous avons besoin du carré de la valeur absolue de l'amplitude, nous allons calculer:

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_\gamma|^2 + |\mathcal{M}_Z|^2 + \mathcal{M}_\gamma^\dagger \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_Z^\dagger \mathcal{M}_\gamma \quad (3.2)$$

En fait, nous allons calculer $|\mathcal{M}_\gamma|^2$ de manière détaillée pour illustrer les techniques de calcul et nous allons passer plus vite sur les autres termes, le calcul étant très similaire.

On voit que pour le premier diagramme, avec l'échange d'un photon, on a besoin du couplage $\gamma e^+ e^-$, du couplage $t \bar{t} \gamma$ et du propagateur du photon.

En principe, le couplage $\gamma e^+ e^-$ est donné par une expression de type (2.9). Mais puisque l'électron est une particule très bien connue, nous allons nous contenter de considérer le couplage au niveau des arbres:

$$i e \gamma^\nu \quad (3.3)$$

Cette simplification est justifiée par le fait qu'on connaît le moment magnétique [10] et on a une très bonne limite sur son moment électrique dipolaire [11]. Ils sont très petits à cause de la masse très petite de l'électron. Le

moment anapolaire effectif de l'électron est aussi négligeable[3]. Nous adoptons le point de vue que ce vertex est beaucoup mieux connu que les meilleures limites que nous espérons imposer sur le moment anapolaire du quark top.

Pour le vertex $\gamma t \bar{t}$ nous allons utiliser le couplage le plus général donné par l'expression (2.9):

$$i \frac{2}{3} e \left[\mathcal{F}_1^\gamma \gamma^\mu - i \frac{\mathcal{F}_2^\gamma}{2m_t} \sigma^{\mu\alpha} q_\alpha - i \frac{\mathcal{F}_3^\gamma}{2m_t} \sigma^{\mu\alpha} q_\alpha \gamma_5 + \frac{\mathcal{F}_4^\gamma}{m_t^2} (q^2 \gamma^\mu - \not{q} q^\mu) \gamma_5 \right] \quad (3.4)$$

Le propagateur du photon est:

$$\frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \quad (3.5)$$

où q^μ est l'impulsion du photon. " q^2 " dans l'expression (3.5) est non-nul parce que le photon est virtuel. On a $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$ et $q^2 = s$, une des variables de Mandelstam. En fait, $\sqrt{s}$ est l'énergie disponible dans le système du centre de masse.

L'amplitude $\mathcal{M}_\gamma$ s'écrit donc:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_\gamma = i \frac{2}{3} e \bar{u}(p_4, s_4) i \left[\mathcal{F}_1^\gamma \gamma_\mu - i \frac{\mathcal{F}_2^\gamma}{2m_t} \sigma_{\mu\alpha} q^\alpha - i \frac{\mathcal{F}_3^\gamma}{2m_t} \sigma_{\mu\alpha} q^\alpha \gamma_5 + \right. \\ \left. + \frac{\mathcal{F}_4^\gamma}{m_t^2} (q^2 \gamma_\mu - \not{q} q_\mu) \gamma_5 \right] v(p_3, s_3) \cdot \left(\frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \right) \cdot \bar{v}(p_1, s_1) (ie\gamma_\nu) u(p_2, s_2) \end{aligned} \quad (3.6)$$

où $\bar{u}$ et $\bar{v}$ représentent des notations pour $u^\dagger \gamma^0$ et $v^\dagger \gamma^0$.

Pour le deuxième diagramme, avec échange d'un boson Z , on a besoin du couplage Ze^+e^- , du couplage $Zt\bar{t}$ et du propagateur du boson Z .

Par des considérations similaires à celles faites pour le couplage γe^+e^- , nous avons pour le couplage Ze^+e^- l'expression suivante:

$$\frac{ie}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \gamma_\mu (c_L \gamma_L + c_R \gamma_R) \quad (3.7)$$

où:

$$\begin{aligned} c_L &= -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \\ c_R &= \sin^2 \theta_W. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Dans le cas du vertex $Zt\bar{t}$ nous considérons aussi le couplage général trouvé dans l'expression (2.12):

$$ie \left[\mathcal{F}_1^Z \gamma^\mu - i \frac{\mathcal{F}_2^Z}{2m_t} \sigma^{\mu\nu} q_\nu - i \frac{\mathcal{F}_3^Z}{2m_t} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 + \frac{\mathcal{F}_4^Z}{m_t^2} (q^2 \gamma^\mu - \not{q} q^\mu) \gamma_5 + \mathcal{F}_5^Z \gamma^\mu \gamma_5 \right] \quad (3.9)$$

Le propagateur du boson de jauge Z est:

$$\frac{i}{q^2 - M_Z^2} \cdot \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M_Z^2} \right) \quad (3.10)$$

En mettant ces relations ensemble nous obtenons pour l'amplitude $\mathcal{M}_Z$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_Z = ie \bar{u}(p_4, s_4) i \left[\mathcal{F}_1^Z \gamma_\mu - i \frac{\mathcal{F}_2^Z}{2m_t} \sigma_{\mu\alpha} q^\alpha - i \frac{\mathcal{F}_3^Z}{2m_t} \sigma_{\mu\alpha} q^\alpha \gamma_5 + \right. \\ \left. + \frac{\mathcal{F}_4^Z}{m_t^2} (q^2 \gamma_\mu - \not{q} q_\mu) \gamma_5 + \mathcal{F}_5^Z \gamma_\mu \gamma_5 \right] v(p_3, s_3) \cdot \\ \cdot \frac{i}{q^2 - M_Z^2} \cdot \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M_Z^2} \right) \cdot \\ \bar{v}(p_1, s_1) \left(\frac{ie}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \gamma_\nu (c_L \gamma_L + c_R \gamma_R) \right) u(p_2, s_2) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Cette équation ainsi que l'équation (3.6) nous permet de calculer la section efficace de production des paires $t\bar{t}$ par des collisions $e^+ e^-$.

3.2 Techniques de calcul

On a vu dans le sous-chapitre précédent que les amplitudes sont de la forme:

$$\bar{u}(p_4, s_4) A v(p_3, s_3) \bar{v}(p_1, s_1) B u(p_2, s_2) \quad (3.12)$$

où A et B sont des matrices carrées 4×4 .

Nous avons alors:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 = \bar{u}(p_4, s_4) A v(p_3, s_3) \bar{v}(p_1, s_1) B u(p_2, s_2) \cdot \\ \cdot \bar{u}(p_2, s_2) B^\dagger v(p_1, s_1) \bar{v}(p_3, s_3) A^\dagger u(p_4, s_4) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Nous pouvons écrire la même expression en mettant en évidence les indices matriciels:

$$|\mathcal{M}|^2 = \bar{u}_i(p_4, s_4) A_{ij} v_j(p_3, s_3) \bar{v}_k(p_1, s_1) B_{kl} u_l(p_2, s_2) \cdot \bar{u}_m(p_2, s_2) B_{mn}^\dagger v_n(p_1, s_1) \bar{v}_p(p_3, s_3) A_{pr}^\dagger u_r(p_4, s_4) \quad (3.14)$$

La sommation sur les indices qui se répètent est sous-entendue.

Les spineurs $u(p, s)$ et $v(p, s)$ sont représentés par des matrices colonnes et $\bar{u}(p, s)$ et $\bar{v}(p, s)$ par des matrices lignes, donc leurs produits sont:

$$\begin{aligned} u_r(p_4, s_4) \bar{u}_i(p_4, s_4) &= X_{ri} \\ v_j(p_3, s_3) \bar{v}_p(p_3, s_3) &= Y_{jp} \\ u_l(p_2, s_2) \bar{u}_m(p_2, s_2) &= Z_{lm} \\ v_n(p_1, s_1) \bar{v}_k(p_1, s_1) &= W_{nk} \end{aligned} \quad (3.15)$$

avec X, Y, Z, W des matrices carrées 4×4 .

Puisque les éléments des matrices sont des nombres, ils peuvent être déplacés sans restriction. L'équation (3.14) peut alors s'écrire:

$$|\mathcal{M}|^2 = Y_{jp} A_{pr}^\dagger X_{ri} A_{ij} W_{nk} B_{kl} Z_{lm} B_{mn}^\dagger \quad (3.16)$$

On peut maintenant voir que le résultat est en fait le produit de deux traces:

$$|\mathcal{M}|^2 = \text{Tr}[Y A^\dagger X A] \text{Tr}[W B Z B^\dagger] \quad (3.17)$$

Cette forme permet de calculer plus facilement le module de l'amplitude au carré.

La forme explicite des produits des spineurs $u(p, s) \bar{u}(p, s)$ et $v(p, s) \bar{v}(p, s)$ est donnée respectivement par les projecteurs d'énergie positive ($\Lambda_+(p) = \not{p} + m$) et négative ($\Lambda_-(p) = \not{p} - m$) et par le projecteur de spin $\left(\Sigma(s) = \frac{1 + \gamma_5 \not{s}}{2}\right)$.

$$\begin{aligned} u(p, s) \bar{u}(p, s) &= \Lambda_+(p) \Sigma(s) \\ v(p, s) \bar{v}(p, s) &= \Lambda_-(p) \Sigma(s) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Si on veut faire les calculs avec la forme (3.4) du couplage $\gamma t\bar{t}$, on va se retrouver avec des traces des produits de jusqu'à dix matrices γ , ce qui est assez compliqué. Nous pouvons simplifier beaucoup les calculs en utilisant une forme équivalente, mais beaucoup plus simple à manipuler. Il s'agit de la forme (2.4) du courant, dans laquelle on impose les conditions (2.6). Dans le cas du couplage $Zt\bar{t}$, on utilise aussi la forme (2.4) du courant avec $G = 0$.

Pour le premier diagramme, où on a un échange d'un photon, le carré de l'amplitude peut s'écrire:

$$|\mathcal{M}_\gamma|^2 = \frac{4}{9} \frac{\alpha^2 \pi^2}{q^4} T_{\mu\nu}^{(\gamma)} E_{(\gamma)}^{\mu\nu} \quad (3.19)$$

Dans cette expression nous avons utilisé:

$$E_{(\gamma)}^{\mu\nu} = \text{Tr}[(\not{p}_1 - m_e)\gamma^\mu(\not{p}_2 - m_e)\gamma^\nu] \quad (3.20)$$

ainsi que

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(\gamma)} = & \text{Tr}[(1 + \gamma_5 \not{p}_4)(\not{p}_4 + m_t)\{A^{(\gamma)}\gamma_\mu + B^{(\gamma)}(p_4 - p_3)_\mu + \\ & + C^{(\gamma)}\gamma_\mu\gamma_5 + D^{(\gamma)}(p_4 - p_3)_\mu\gamma_5 + E^{(\gamma)}q_\mu\gamma_5\} \cdot \\ & \cdot (1 + \gamma_5 \not{p}_3)(\not{p}_3 - m_t)\{A^{(\gamma)*}\gamma_\nu + B^{(\gamma)*}(p_4 - p_3)_\nu + \\ & + C^{(\gamma)*}\gamma_\nu\gamma_5 - D^{(\gamma)*}(p_4 - p_3)_\nu\gamma_5 - E^{(\gamma)*}q_\nu\gamma_5\}] \end{aligned} \quad (3.21)$$

On voit que maintenant on a à calculer seulement des traces de 4 matrices γ ou 4 matrices γ et une matrice γ_5 qui sont données par:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}] &= 4[(a \cdot b)(c \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c) - (a \cdot c)(b \cdot d)] \\ \text{Tr}[\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\gamma_5] &= 4i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}a_\mu b_\nu c_\alpha d_\beta \end{aligned} \quad (3.22)$$

ou bien de 6 matrices γ qu'on peut réduire à 4 en utilisant la relation:

$$\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu = g^{\alpha\beta} \gamma^\mu + g^{\beta\mu} \gamma^\alpha - g^{\alpha\mu} \gamma^\beta - i\epsilon^{\alpha\beta\mu\delta} \gamma_\delta \gamma_5 \quad (3.23)$$

En tenant compte de ces expressions et du fait, mentionné dès le début, qu'on peut négliger la masse de l'électron, le terme $E_{(\gamma)}^{\mu\nu}$ devient:

$$E_{(\gamma)}^{\mu\nu} = 4[p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu - p_1 p_2 g^{\mu\nu}] \quad (3.24)$$

Nous pouvons voir que:

$$\begin{aligned} q_\mu E_{(\gamma)}^{\mu\nu} &= 0 \\ q_\nu E_{(\gamma)}^{\mu\nu} &= 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Donc nous n'avons plus besoin de calculer les termes qui contiennent q_μ ou q_ν dans $T_{\mu\nu}^{(\gamma)}$ car nous savons déjà qu'ils vont être nuls après la contraction avec $E_{(\gamma)}^{\mu\nu}$. Nous pouvons aussi laisser tomber tous les termes antisymétriques par rapport aux indices μ et ν dans $T_{\mu\nu}^{(\gamma)}$ qui sont aussi nuls après la contraction avec $E_{(\gamma)}^{\mu\nu}$ qui est symétrique par rapport aux mêmes indices. Pour obtenir le résultat sous une forme plus facile à manipuler, nous allons calculer les traces, faire les contractions et exprimer les produits des impulsions en fonction des variables de Mandelstam:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Il est facile de montrer que:

$$s + t + u = \sum_i m_i^2 \quad (3.27)$$

Puisqu'on a négligé la masse de l'électron par rapport à la masse du quark top, ceci se réduit à $2m_t^2$.

Dans le cas où on a un échange d'un boson Z le carré de l'amplitude s'écrit:

$$|\mathcal{M}_Z|^2 = \frac{\alpha^2 \pi^2}{(q^2 - M_Z^2)^2} \frac{1}{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} T_{\mu\nu}^{(Z)} E_{(Z)}^{\mu\nu} \quad (3.28)$$

Ici on a posé

$$E_{(Z)}^{\mu\nu} = \text{Tr}[(\not{p}_1 - m_e)\gamma^\mu (c_L \gamma_L + c_R \gamma_R)(\not{p}_2 + m_e)\gamma^\nu (c_L \gamma_L + c_R \gamma_R)] \quad (3.29)$$

et

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(Z)} = & Tr[(1 + \gamma_5 \not{p}_4)(\not{p}_4 + m_t)\{A^{(Z)} Z_\mu + B^{(Z)}(p_4 - p_3)_\mu + \\
& + C^{(Z)} \gamma_\mu \gamma_5 + D^{(Z)}(p_4 - p_3)_\mu \gamma_5 + E^{(Z)} q_\mu \gamma_5\} \cdot \\
& \cdot (1 + \gamma_5 \not{p}_3)(\not{p}_3 - m_t)\{A^{(Z)*} \gamma_\nu + B^{(Z)*}(p_4 - p_3)_\nu + \\
& + C^{(Z)*} \gamma_\nu \gamma_5 - D^{(Z)*}(p_4 - p_3)_\nu \gamma_5 - E^{(Z)*} q_\nu \gamma_5\}] \quad (3.30)
\end{aligned}$$

$E_{(Z)}^{\mu\nu}$ peut être écrit aussi sous la forme:

$$E_{(Z)}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(c_L^2 + c_R^2)E_{(\gamma)}^{\mu\nu} - 2i(c_R^2 - c_L^2)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}p_{1\alpha}p_{2\beta} \quad (3.31)$$

qui permet d'utiliser le résultat obtenu dans le cas du photon pour retrouver une partie du résultat de $|\mathcal{M}_Z|^2$.

3.3 Résultats

Nous pouvons maintenant revenir aux facteurs de forme $\mathcal{F}$ en utilisant les relations (2.10) et (2.6). Le résultat du carré du module de l'amplitude pour le diagramme avec un échange de photon est alors:

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_\gamma|^2 = & \frac{4}{9} \frac{\alpha^2 \pi^2}{s^2} \left\{ 8|\mathcal{F}_1^\gamma|^2 \{2(m_t^2 - t)^2 + s^2 + 2st - 2s_3 \cdot s_4 [st + (m_t^2 - t)^2] - \right. \\
& - 2sp_3 \cdot s_4 p_4 \cdot s_3 - 2s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) + \\
& + 2p_3 \cdot s_4 [p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] + \\
& + 2p_4 \cdot s_3 [p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \} + \\
& + \frac{4}{m_t^2} |\mathcal{F}_2^\gamma|^2 \{2m_t^2 s^2 s_3 \cdot s_4 - 4m_t^2 s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) + \\
& + [s(1 - s_3 \cdot s_4) + 2p_4 \cdot s_3 p_3 \cdot s_4][s(2m_t^2 - t) - (m_t^2 - t)^2] \} - \\
& - \frac{4}{m_t^2} |\mathcal{F}_3^\gamma|^2 [st + (m_t^2 - t)^2][s(1 + s_3 \cdot s_4) - 2s_4 \cdot p_3 s_3 \cdot p_4] + \\
& + \frac{16s^2}{m_t^4} |\mathcal{F}_4^\gamma|^2 \left\{ \frac{s^2}{2} + s(t - 2m_t^2) + (m_t^2 - t)^2 + s_3 \cdot s_4 [(m_t^2 - t)^2 + st] + \right. \\
& + sp_4 \cdot s_3 p_3 \cdot s_4 - (4m_t^2 - s)(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - \\
& - p_3 \cdot s_4 [p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] - \left. \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -p_4 \cdot s_3 [p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \} + \\
& + 8\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^\gamma \{ -2s^2 + 2ss_4 \cdot p_3 s_3 \cdot p_4 + 4s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 + p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - \\
& - p_3 \cdot s_4 [(p_1 \cdot s_3 - p_2 \cdot s_3)(s + 2t - 2m_t^2) + \\
& + 4p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + 4p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] - \\
& - p_4 \cdot s_3 [(p_2 \cdot s_4 - p_2 \cdot s_3)(s + 2t - 2m_t^2) + \\
& + 4p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + 4p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \} + \\
& + \frac{4}{m_t} \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma [(s_3 \cdot p_4 + s_4 \cdot p_3)(4m_t^2 s + (s + 2t - 2m_t^2)^2) + \\
& + s(s + 2t - 2m_t^2)(s_4 - s_3) \cdot (p_2 - p_1)] + \\
& + \frac{32s}{m_t} \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma [(t + s - m_t^2)(p_1 \cdot s_4 - p_2 \cdot s_3) + (m_t^2 - t)(p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_3)] - \\
& - \frac{4s}{m_t} \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma [s(s_3 \cdot p_4 + s_4 \cdot p_3) - (s + 2t - 2m_t^2)(s_4 - s_3) \cdot (p_2 - p_1)] + \\
& + \frac{4s}{m_t^3} \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma [(s_3 \cdot p_4 - s_4 \cdot p_3)(4m_t^2 s - (s + 2t - 2m_t^2)^2) + \\
& + s(s + 2t - 2m_t^2)(s_4 + s_3) \cdot (p_2 - p_1)] - \\
& - \frac{8s}{m_t^2} \mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma (s + 2t - 2m_t^2) [p_3 \cdot s_4 (p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3) + \\
& p_4 \cdot s_3 (p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4)] \} \quad (3.32)
\end{aligned}$$

Pour le diagramme avec un échange d'un boson Z nous obtenons:

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_Z|^2 &= \frac{\alpha^2 \pi^2}{(s - M_Z^2)^2} \frac{1}{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \frac{1}{2} (c_L^2 + c_R^2) \cdot \\
& \cdot \left\{ 8|\mathcal{F}_1^Z|^2 \{ 2(m_t^2 - t)^2 + s^2 + 2st - 2s_3 \cdot s_4 [st + (m_t^2 - t)^2] - \right. \\
& - 2sp_3 \cdot s_4 p_4 \cdot s_3 - 2s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) + \\
& + 2p_3 \cdot s_4 [p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] + \\
& + 2p_4 \cdot s_3 [p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \} + \\
& + \frac{4}{m_t^2} |\mathcal{F}_2^Z|^2 \{ 2m_t^2 s^2 s_3 \cdot s_4 - 4m_t^2 s (p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) + \\
& + [s(1 - s_3 \cdot s_4) + 2p_4 \cdot s_3 p_3 \cdot s_4] [s(2m_t^2 - t) - (m_t^2 - t)^2] \} - \\
& - \frac{4}{m_t^2} |\mathcal{F}_3^Z|^2 [st + (m_t^2 - t)^2] [s(1 + s_3 \cdot s_4) - 2s_4 \cdot p_3 s_3 \cdot p_4] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{16s^2}{m_t^4} |\mathcal{F}_4^Z|^2 \left\{ \frac{s^2}{2} + s(t - 2m_t^2) + (m_t^2 - t)^2 + s_3 \cdot s_4 [(m_t^2 - t)^2 + st] + \right. \\
& \quad + sp_4 \cdot s_3 p_3 \cdot s_4 - (4m_t^2 - s)(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - \\
& \quad - p_3 \cdot s_4 [p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] - \\
& \quad - p_4 \cdot s_3 [p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \Big\} + \\
& + 16 |\mathcal{F}_5^Z|^2 \left\{ \frac{s^2}{2} + s(t - 2m_t^2) + (m_t^2 - t)^2 + s_3 \cdot s_4 [(m_t^2 - t)^2 + st] + \right. \\
& \quad + sp_4 \cdot s_3 p_3 \cdot s_4 - (4m_t^2 - s)(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - \\
& \quad - p_3 \cdot s_4 [p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] - \\
& \quad - p_4 \cdot s_3 [p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \Big\} + \\
& + 8 \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^Z \left\{ -2s^2 + 2s s_4 \cdot p_3 s_3 \cdot p_4 + 4s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 + p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - \right. \\
& \quad - p_3 \cdot s_4 [(p_1 \cdot s_3 - p_2 \cdot s_3)(s + 2t - 2m_t^2) + \\
& \quad + 4p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + 4p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] - \\
& \quad - p_4 \cdot s_3 [(p_2 \cdot s_4 - p_2 \cdot s_3)(s + 2t - 2m_t^2) + \\
& \quad + 4p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + 4p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \Big\} + \\
& + \frac{4}{m_t} \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_3^Z [(s_3 \cdot p_4 + s_4 \cdot p_3)(4m_t^2 s + (s + 2t - 2m_t^2)^2) + \\
& \quad + s(s + 2t - 2m_t^2)(s_4 - s_3) \cdot (p_2 - p_1)] + \\
& + \frac{32s}{m_t} \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^Z [(t + s - m_t^2)(p_1 \cdot s_4 - p_2 \cdot s_3) + (m_t^2 - t)(p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_3)] + \\
& + 32m_t \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_5^Z [(t + s - m_t^2)(p_1 \cdot s_4 - p_2 \cdot s_3) + (m_t^2 - t)(p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_3)] - \\
& - \frac{4s}{m_t} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_3^Z [s(s_3 \cdot p_4 + s_4 \cdot p_3) - (s + 2t - 2m_t^2)(s_4 - s_3) \cdot (p_2 - p_1)] + \\
& + \frac{4s}{m_t^3} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^Z [(s_3 \cdot p_4 - s_4 \cdot p_3)(4m_t^2 s - (s + 2t - 2m_t^2)^2) + \\
& \quad + s(s + 2t - 2m_t^2)(s_4 + s_3) \cdot (p_2 - p_1)] + \\
& + \frac{4}{m_t} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_5^Z [(s_3 \cdot p_4 - s_4 \cdot p_3)(4m_t^2 s - (s + 2t - 2m_t^2)^2) + \\
& \quad + s(s + 2t - 2m_t^2)(s_4 + s_3) \cdot (p_2 - p_1)] - \\
& - \frac{8s}{m_t^2} \mathcal{F}_3^Z \mathcal{F}_4^Z (s + 2t - 2m_t^2) [p_3 \cdot s_4 (p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3) + p_4 \cdot s_3 (p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4)] \Big\} - \\
& - 8 \mathcal{F}_3^Z \mathcal{F}_5^Z (s + 2t - 2m_t^2) [p_3 \cdot s_4 (p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3) + p_4 \cdot s_3 (p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4)] \Big\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha^2 \pi^2}{(s - M_Z^2)^2} \frac{1}{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} 8(c_R^2 - c_L^2) \cdot \\
& \cdot \left\{ sm_t |\mathcal{F}_1^Z|^2 (p_1 - p_2) \cdot (s_4 + s_3) + \right. \\
& + \frac{s}{2m_t} |\mathcal{F}_2^Z|^2 [(t - m_t^2)(p_4 \cdot s_3 - p_3 \cdot s_4) + s(p_1 \cdot s_3 - p_2 \cdot s_4)] + \\
& + \frac{s^2}{m_t^3} |\mathcal{F}_4^Z|^2 (s + 2t - 2m_t^2)(p_3 \cdot s_4 - p_4 \cdot s_3) + \\
& + m_t |\mathcal{F}_5^Z|^2 (s + 2t - 2m_t^2)(p_3 \cdot s_4 - p_4 \cdot s_3) + \\
& + \frac{s}{2m_t} \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^Z [(m_t^2 - t)(p_4 \cdot s_3 - p_3 \cdot s_4) - s(p_1 \cdot s_3 - p_2 \cdot s_4) - \\
& \quad - 2m_t^2(p_1 - p_2) \cdot (s_3 + s_4)] + \\
& + \frac{s}{2} \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_3^Z [p_3 \cdot s_4 (p_1 - p_2) \cdot s_3 + p_4 \cdot s_3 (p_1 - p_2) \cdot s_4] - \\
& - \frac{s}{2} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_3^Z [p_3 \cdot s_4 (p_1 - p_2) \cdot s_3 + p_4 \cdot s_3 (p_1 - p_2) \cdot s_4] + \\
& + \frac{s}{m_t^2} \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^Z [s(s + 2t - 2m_t^2) + 4m_t^2(p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3)] + \\
& + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_5^Z [s(s + 2t - 2m_t^2) + 4m_t^2(p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3)] + \\
& + \frac{s^2}{m_t^4} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^Z [s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - (s + 2t - 2m_t^2)(s + p_3 \cdot s_4 p_4 \cdot s_3)] + \\
& + \frac{s}{m_t^2} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_5^Z [s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - (s + 2t - 2m_t^2)(s + p_3 \cdot s_4 p_4 \cdot s_3)] + \\
& + \frac{s^2}{4m_t^3} \mathcal{F}_3^Z \mathcal{F}_4^Z [(p_4 \cdot s_3 + p_3 \cdot s_4)(s + 2t - 2m_t^2) - (4m_t^2 - s)(p_1 - p_2) \cdot (s_3 - s_4)] + \\
& + \frac{s}{4m_t} \mathcal{F}_3^Z \mathcal{F}_5^Z [(p_4 \cdot s_3 + p_3 \cdot s_4)(s + 2t - 2m_t^2) - (4m_t^2 - s)(p_1 - p_2) \cdot (s_3 - s_4)] + \\
& \left. + \frac{2s}{m_t} \mathcal{F}_4^Z \mathcal{F}_5^Z (s + 2t - 2m_t^2)(p_3 \cdot s_4 - p_4 \cdot s_3) \right\} \quad (3.33)
\end{aligned}$$

Pour compléter le résultat de l'amplitude au carré, il faut ajouter les termes d'interférence $\mathcal{M}_\gamma^\dagger \mathcal{M}_Z$ et $\mathcal{M}_Z^\dagger \mathcal{M}_\gamma$. Ils peuvent être déduits facilement de $|\mathcal{M}_Z|^2$. Le résultat est:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_\gamma^\dagger \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_Z^\dagger \mathcal{M}_\gamma = & -\frac{8}{3} \frac{\alpha^2 \pi^2}{s(s - M_Z^2)} \frac{1}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \frac{1}{2} (c_L + c_R) \cdot \\
& \cdot \left\{ 8 \cdot 2\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_1^Z \{2(m_t^2 - t)^2 + s^2 + 2st - 2s_3 \cdot s_4 [st + (m_t^2 - t)^2] - \right. \\
& \quad \left. - 2sp_3 \cdot s_4 p_4 \cdot s_3 - 2s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2p_3 \cdot s_4 [p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] + \\
& + 2p_4 \cdot s_3 [p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \} + \\
& + \frac{4}{m_t^2} \cdot 2\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_2^Z \{ 2m_t^2 s^2 s_3 \cdot s_4 - 4m_t^2 s (p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) + \\
& + [s(1 - s_3 \cdot s_4) + 2p_4 \cdot s_3 p_3 \cdot s_4] [s(2m_t^2 - t) - (m_t^2 - t)^2] \} - \\
& - \frac{4}{m_t^2} \cdot 2\mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_3^Z [st + (m_t^2 - t)^2] [s(1 + s_3 \cdot s_4) - 2s_4 \cdot p_3 s_3 \cdot p_4] + \\
& + \frac{16s^2}{m_t^4} \cdot 2\mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_4^Z \{ \frac{s^2}{2} + s(t - 2m_t^2) + (m_t^2 - t)^2 + s_3 \cdot s_4 [(m_t^2 - t)^2 + st] + \\
& + sp_4 \cdot s_3 p_3 \cdot s_4 - (4m_t^2 - s)(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - \\
& - p_3 \cdot s_4 [p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] - \\
& - p_4 \cdot s_3 [p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \} + \\
& + 8(\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^\gamma) \{ -2s^2 + 2s s_4 \cdot p_3 s_3 \cdot p_4 + 4s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 + p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - \\
& - p_3 \cdot s_4 [(p_1 \cdot s_3 - p_2 \cdot s_3)(s + 2t - 2m_t^2) + \\
& + 4p_2 \cdot s_3 (t + s - m_t^2) + 4p_1 \cdot s_3 (m_t^2 - t)] - \\
& - p_4 \cdot s_3 [(p_2 \cdot s_4 - p_2 \cdot s_3)(s + 2t - 2m_t^2) + \\
& + 4p_1 \cdot s_4 (t + s - m_t^2) + 4p_2 \cdot s_4 (m_t^2 - t)] \} + \\
& + \frac{4}{m_t} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_3^\gamma) [(s_3 \cdot p_4 + s_4 \cdot p_3)(4m_t^2 s + (s + 2t - 2m_t^2)^2) + \\
& + s(s + 2t - 2m_t^2)(s_4 - s_3) \cdot (p_2 - p_1)] + \\
& + \frac{32s}{m_t} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^\gamma) [(t + s - m_t^2)(p_1 \cdot s_4 - p_2 \cdot s_3) + (m_t^2 - t)(p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_3)] + \\
& + 32m_t \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_5^Z [(t + s - m_t^2)(p_1 \cdot s_4 - p_2 \cdot s_3) + (m_t^2 - t)(p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_3)] - \\
& - \frac{4s}{m_t} (\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^Z + \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_3^\gamma) [s(s_3 \cdot p_4 + s_4 \cdot p_3) - (s + 2t - 2m_t^2)(s_4 - s_3) \cdot (p_2 - p_1)] + \\
& + \frac{4s}{m_t^3} (\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^\gamma) [(s_3 \cdot p_4 - s_4 \cdot p_3)(4m_t^2 s - (s + 2t - 2m_t^2)^2) + \\
& + s(s + 2t - 2m_t^2)(s_4 + s_3) \cdot (p_2 - p_1)] + \\
& + \frac{4}{m_t} \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_5^Z [(s_3 \cdot p_4 - s_4 \cdot p_3)(4m_t^2 s - (s + 2t - 2m_t^2)^2) + \\
& + s(s + 2t - 2m_t^2)(s_4 + s_3) \cdot (p_2 - p_1)] - \\
& - \frac{8s}{m_t^2} (\mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_3^Z \mathcal{F}_4^\gamma) (s + 2t - 2m_t^2) [p_3 \cdot s_4 (p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + p_4 \cdot s_3 (p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4)] - \\
& - 8 \mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_5^Z + (s + 2t - 2m_t^2) [p_3 \cdot s_4 (p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3) + \\
& + p_4 \cdot s_3 (p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4)] \Big\} - \\
& - \frac{8}{3} \frac{\alpha^2 \pi^2}{s(s - M_Z^2)} \frac{1}{\sin \theta_W \cos \theta_W} 8(c_R - c_L) \cdot \\
& \cdot \Big\{ sm_t \cdot 2 \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_1^Z (p_1 - p_2) \cdot (s_4 + s_3) + \\
& + \frac{s}{2m_t} \cdot 2 \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_2^Z [(t - m_t^2)(p_4 \cdot s_3 - p_3 \cdot s_4) + s(p_1 \cdot s_3 - p_2 \cdot s_4)] + \\
& + \frac{s^2}{m_t^3} \cdot 2 \mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_4^Z (s + 2t - 2m_t^2)(p_3 \cdot s_4 - p_4 \cdot s_3) + \\
& + \frac{s}{2m_t} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^\gamma) [(m_t^2 - t)(p_4 \cdot s_3 - p_3 \cdot s_4) - s(p_1 \cdot s_3 - p_2 \cdot s_4) - \\
& - 2m_t^2 (p_1 - p_2) \cdot (s_3 + s_4)] + \\
& + \frac{s}{2} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_3^\gamma) [p_3 \cdot s_4 (p_1 - p_2) \cdot s_3 + p_4 \cdot s_3 (p_1 - p_2) \cdot s_4] - \\
& - \frac{s}{2} (\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^Z + \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_3^\gamma) [p_3 \cdot s_4 (p_1 - p_2) \cdot s_3 + p_4 \cdot s_3 (p_1 - p_2) \cdot s_4] + \\
& + \frac{s}{m_t^2} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^\gamma) [s(s + 2t - 2m_t^2) + 4m_t^2 (p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3)] + \\
& + \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_5^Z [s(s + 2t - 2m_t^2) + 4m_t^2 (p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4 - p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3)] + \\
& + \frac{s^2}{m_t^4} (\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^\gamma) [s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - \\
& - (s + 2t - 2m_t^2)(s + p_3 \cdot s_4 p_4 \cdot s_3)] + \\
& + \frac{s}{m_t^2} \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_5^Z [s(p_1 \cdot s_4 p_2 \cdot s_3 - p_1 \cdot s_3 p_2 \cdot s_4) - (s + 2t - 2m_t^2)(s + p_3 \cdot s_4 p_4 \cdot s_3)] + \\
& + \frac{s^2}{4m_t^3} (\mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_3^Z \mathcal{F}_4^\gamma) [(p_4 \cdot s_3 + p_3 \cdot s_4)(s + 2t - 2m_t^2) - \\
& - (4m_t^2 - s)(p_1 - p_2) \cdot (s_3 - s_4)] + \\
& + \frac{s}{4m_t} \mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_5^Z [(p_4 \cdot s_3 + p_3 \cdot s_4)(s + 2t - 2m_t^2) - (4m_t^2 - s)(p_1 - p_2) \cdot (s_3 - s_4)] + \\
& + \frac{2s}{m_t} \mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_5^Z (s + 2t - 2m_t^2)(p_3 \cdot s_4 - p_4 \cdot s_3) \Big\} \tag{3.34}
\end{aligned}$$

Nous avons présentement le résultat du carré de l'amplitude écrit sous une forme covariante. Il faut maintenant expliciter ce résultat dans le système du centre de masse (CM) qui, dans le cas du processus considéré, co incide aussi

avec le système réel du laboratoire où se passe l'expérience. Comme on peut voir dans la figure 3.2, on fait une collision d'un électron et d'un positron et le quark top sort à un angle θ par rapport à la direction de l'électron.

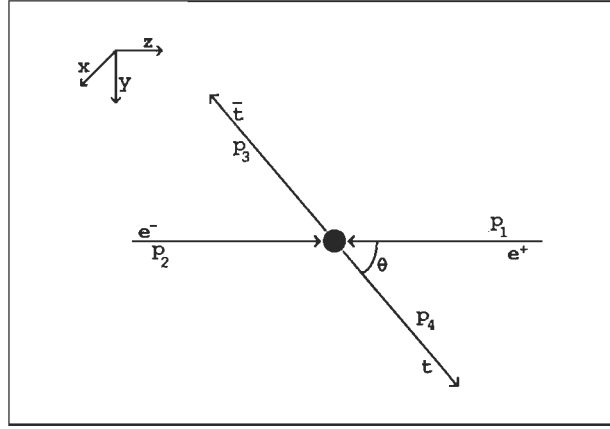


Figure 3.2 - Processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ dans le système CM

Dans ce repère (CM) les impulsions des particules s'écrivent sous la forme:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= (E, 0, 0, -E) = (\gamma m_t, 0, 0, -\gamma m_t) \\
 p_2 &= (E, 0, 0, E) = (\gamma m_t, 0, 0, \gamma m_t) \\
 p_3 &= \left(E, -\sqrt{E^2 - m_t^2} \sin \theta, 0, -\sqrt{E^2 - m_t^2} \cos \theta \right) = \\
 &= (\gamma m_t, -\gamma \beta m_t \sin \theta, 0, -\gamma \beta m_t \cos \theta) \\
 p_4 &= \left(E, \sqrt{E^2 - m_t^2} \sin \theta, 0, \sqrt{E^2 - m_t^2} \cos \theta \right) = \\
 &= (\gamma m_t, \gamma \beta m_t \sin \theta, 0, \gamma \beta m_t \cos \theta)
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

où $\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_t^2}{s}}$ et $\gamma = \frac{\sqrt{s}}{2m_t}$.

Nous n'avons pas introduit de dépendance sur l'angle azimutal φ car le système est symétrique par rapport à une rotation autour de l'axe de z . Donc, même si on introduit la dépendance de φ , cet angle va disparaître dans la réponse finale. En le considérant nul dès le début, nous ne faisons que simplifier les calculs. Pour avoir une dépendance sur l'angle φ , il faudrait garder le spin des particules incidentes. Dans ce cas, nous aurions la possibilité d'introduire

une distribution angulaire non-triviale autour de la direction de mouvement des électrons. Cette distribution va dépendre de l'angle entre le plan de production et le plan défini par l'axe z et la direction du spin des électrons polarisés.

Pour les spins des particules on sait qu'ils obéissent aux relations suivantes:

$$\begin{aligned} s_i \cdot s_i &= -1 \\ s_i \cdot p_i &= 0 \end{aligned} \quad (3.36)$$

Dans le repère propre de chaque particule, les vecteurs de spin ont la forme la plus simple: $s_i = (0, \mathbf{s}_i)$ où $\mathbf{s}_i = (s_{ix}, s_{iy}, s_{iz})$, l'axe z étant choisi selon la direction de mouvement de la particule. Dans notre cas, nous allons considérer comme sens positif le sens du déplacement du quark top, donc pour le top nous allons utiliser $\mathbf{s}_4$ et pour l'antitop $-\mathbf{s}_3$. Pour passer du repère propre de chaque particule au système du laboratoire, on doit faire un "boost" suivi d'une rotation d'angle θ pour le quark top et d'angle $\theta + \pi$ pour le quark antitop. Le résultat est:

$$\begin{aligned} s_3 &= (-\beta\gamma s_3^z, s_3^x \cos \theta + \gamma s_3^z \sin \theta, -s_3^y + \gamma s_3^z \sin \theta, -s_3^x \sin \theta + \gamma s_3^z \cos \theta) \\ s_4 &= (\beta\gamma s_4^z, s_4^x \cos \theta + \gamma s_4^z \sin \theta, s_4^y + \gamma s_4^z \sin \theta, -s_4^x \sin \theta + \gamma s_4^z \cos \theta) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Une relation qui s'avérera très utile est:

$$s\beta \cos \theta = s + 2t - 2m_t^2 \quad (3.38)$$

Nous obtenons alors pour chaque partie du carré de l'amplitude dans le repère du centre de masse les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_\gamma|^2 &= \frac{16\pi^2\alpha^2}{9} \left\{ |\mathcal{F}_1^\gamma|^2 \left[2 - \beta^2 + \beta^2 \cos^2 \theta + (2 - \beta^2) s_3^x s_4^x \sin^2 \theta + \right. \right. \\ &\quad \left. + \beta^2 s_3^y s_4^y \sin^2 \theta - \frac{2}{\gamma} (s_3^z s_4^x + s_3^x s_4^z) \sin \theta \cos \theta + \right. \\ &\quad \left. + [\beta^2 + (2 - \beta^2) \cos^2 \theta] s_3^z s_4^z \right] + \\ &\quad \left. + \gamma^2 |\mathcal{F}_2^\gamma|^2 \left[2 - \beta^2 - \beta^2 \cos^2 \theta + (2 - \beta^2) s_3^x s_4^x \sin^2 \theta - \beta^2 s_3^y s_4^y \sin^2 \theta + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{\gamma}(s_3^z s_4^x + s_3^x s_4^z) \sin \theta \cos \theta + ((2 - \beta^2) \cos^2 \theta - \beta^2) s_3^z s_4^z] + \\
& + \beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_3^\gamma|^2 (-1 + s_3^x s_4^x - s_3^y s_4^y + s_3^z s_4^z) \sin^2 \theta + \\
& + 4\beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_4^\gamma|^2 [1 + \cos^2 \theta - (s_3^x s_4^x + s_3^y s_4^y) \sin^2 \theta + (1 + \cos^2 \theta) s_3^z s_4^z] + \\
& + 2\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^\gamma [-2 - 2s_3^x s_4^x \sin^2 \theta + \gamma(2 - \beta^2)(s_4^z s_3^x + s_3^z s_4^x) \sin \theta \cos \theta - \\
& - 2s_3^z s_4^z \cos^2 \theta] + \\
& + 2\beta \gamma \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma [(s_4^x - s_3^x) \sin \theta \cos \theta + \frac{1}{\gamma}(s_4^z - s_3^z) \sin^2 \theta] + \\
& + 8\beta \gamma \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma [-(s_4^x + s_3^x) \sin \theta \cos \theta + \gamma(s_4^z + s_3^z)(1 + \cos^2 \theta)] + \\
& + 2\beta \gamma \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma [-(s_4^x - s_3^x) \sin \theta \cos \theta - \gamma(s_4^z - s_3^z) \sin^2 \theta] + \\
& + 8\beta \gamma \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma [(s_4^x + s_3^x) \sin \theta \cos \theta - \frac{1}{\gamma}(s_4^z + s_3^z)(1 + \cos^2 \theta)] + \\
& + 8\beta^2 \gamma^3 \mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma (-s_3^z s_4^x + s_4^z s_3^x) \sin \theta \} \tag{3.39}
\end{aligned}$$

Le carré de l'amplitude du diagramme avec échange d'un boson Z devient:

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_Z|^2 &= 4\pi^2 \alpha^2 \frac{s^2}{(s - M_Z^2)^2} \frac{1}{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \frac{1}{2} (c_L^2 + c_R^2) \cdot \\
& \cdot \left\{ |\mathcal{F}_1^Z|^2 [2 - \beta^2 + \beta^2 \cos^2 \theta + (2 - \beta^2) s_3^x s_4^x \sin^2 \theta + \right. \\
& + \beta^2 s_3^y s_4^y \sin^2 \theta - \frac{2}{\gamma}(s_3^z s_4^x + s_3^x s_4^z) \sin \theta \cos \theta + \\
& + [\beta^2 + (2 - \beta^2) \cos^2 \theta] s_3^z s_4^z] + \\
& + \gamma^2 |\mathcal{F}_2^Z|^2 [2 - \beta^2 - \beta^2 \cos^2 \theta + (2 - \beta^2) s_3^x s_4^x \sin^2 \theta - \beta^2 s_3^y s_4^y \sin^2 \theta + \\
& + \frac{2}{\gamma}(s_3^z s_4^x + s_3^x s_4^z) \sin \theta \cos \theta + ((2 - \beta^2) \cos^2 \theta - \beta^2) s_3^z s_4^z] + \\
& + \beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_3^Z|^2 (-1 + s_3^x s_4^x - s_3^y s_4^y + s_3^z s_4^z) \sin^2 \theta + \\
& + 4\beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_4^Z|^2 [1 + \cos^2 \theta - (s_3^x s_4^x + s_3^y s_4^y) \sin^2 \theta + (1 + \cos^2 \theta) s_3^z s_4^z] + \\
& + 4\beta^2 \gamma^2 \frac{m_t^4}{s^2} |\mathcal{F}_5^Z|^2 [1 + \cos^2 \theta - (s_3^x s_4^x + s_3^y s_4^y) \sin^2 \theta + (1 + \cos^2 \theta) s_3^z s_4^z] + \\
& + 2\mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^Z [-2 - 2s_3^x s_4^x \sin^2 \theta + \gamma(2 - \beta^2)(s_4^z s_3^x + s_3^z s_4^x) \sin \theta \cos \theta - \\
& - 2s_3^z s_4^z \cos^2 \theta] + \\
& + 2\beta \gamma \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_3^Z [(s_4^x - s_3^x) \sin \theta \cos \theta + \frac{1}{\gamma}(s_4^z - s_3^z) \sin^2 \theta] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +8\beta\gamma\mathcal{F}_1^Z\mathcal{F}_4^Z[-(s_4^x+s_3^x)\sin\theta\cos\theta+\gamma(s_4^z+s_3^z)(1+\cos^2\theta)]+ \\
& +8\beta\gamma\frac{mt^2}{s}\mathcal{F}_1^Z\mathcal{F}_5^Z[-(s_4^x+s_3^x)\sin\theta\cos\theta+\gamma(s_4^z+s_3^z)(1+\cos^2\theta)]+ \\
& +2\beta\gamma\mathcal{F}_2^Z\mathcal{F}_3^Z[-(s_4^x-s_3^x)\sin\theta\cos\theta-\gamma(s_4^z-s_3^z)\sin^2\theta]+ \\
& +8\beta\gamma\mathcal{F}_2^Z\mathcal{F}_4^Z[(s_4^x+s_3^x)\sin\theta\cos\theta-\frac{1}{\gamma}(s_4^z+s_3^z)(1+\cos^2\theta)]+ \\
& +8\beta\gamma\frac{mt^2}{s}\mathcal{F}_2^Z\mathcal{F}_5^Z[(s_4^x+s_3^x)\sin\theta\cos\theta-\frac{1}{\gamma}(s_4^z+s_3^z)(1+\cos^2\theta)]+ \\
& +8\beta^2\gamma^3\mathcal{F}_3^Z\mathcal{F}_4^Z(-s_3^zs_4^x+s_4^zs_3^x)\sin\theta\Big\}+ \\
& +8\beta^2\gamma^3\frac{mt^2}{s}\mathcal{F}_3^Z\mathcal{F}_5^Z(-s_3^zs_4^x+s_4^zs_3^x)\sin\theta\Big\}+ \\
& +\frac{\pi^2\alpha^2}{(s-M_Z^2)^2}\frac{1}{\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W}8(c_R^2-c_L^2)\cdot \\
& \cdot\Big\{-2\gamma sm_t^2|\mathcal{F}_1^Z|^2[\gamma(s_3^z+s_4^z)\cos\theta-(s_3^x+s_4^x)\sin\theta]\Big\}+ \\
& +\frac{s^2}{2}|\mathcal{F}_2^Z|^2[(s_3^z+s_4^z)\cos\theta-\gamma(s_3^x+s_4^x)\sin\theta]\Big\}+ \\
& +\frac{2}{m_t^2}s^3\beta^2\gamma^2|\mathcal{F}_4^Z|^2(s_3^z+s_4^z)\cos\theta+2s\beta^2\gamma^2m_t^2|\mathcal{F}_5^Z|^2(s_3^z+s_4^z)\cos\theta+ \\
& +\frac{s}{2}\mathcal{F}_1^Z\mathcal{F}_2^Z[(4m_t^2\gamma^2-s)(s_3^z+s_4^z)\cos\theta+\gamma(s-4m_t^2)(s_3^x+s_4^x)\sin\theta]+ \\
& +2s\beta\gamma^2m_t^2(\mathcal{F}_1^Z\mathcal{F}_3^Z-\mathcal{F}_2^Z\mathcal{F}_3^Z)(s_3^xs_4^z-s_3^zs_4^x)+ \\
& +\frac{\beta s}{m_t^2}\mathcal{F}_1^Z\mathcal{F}_4^Z\{s^2\cos\theta+8m_t^2\gamma^2[2\gamma^2s_3^zs_4^z\cos\theta-\gamma(s_3^xs_4^z+s_3^zs_4^x)\sin\theta]\}+ \\
& +\beta\mathcal{F}_1^Z\mathcal{F}_5^Z\{s^2\cos\theta+8m_t^2\gamma^2[2\gamma^2s_3^zs_4^z\cos\theta-\gamma(s_3^xs_4^z+s_3^zs_4^x)\sin\theta]\}+ \\
& +\frac{s^3}{m_t^4}\beta\mathcal{F}_2^Z\mathcal{F}_4^Z\{-s\cos\theta-2m_t^2\gamma^2[2s_3^zs_4^z\cos\theta-\gamma(s_3^xs_4^z+s_3^zs_4^x)\sin\theta]\}+ \\
& +\frac{s^2}{m_t^2}\beta\mathcal{F}_2^Z\mathcal{F}_5^Z\{-s\cos\theta-2m_t^2\gamma^2[2s_3^zs_4^z\cos\theta-\gamma(s_3^xs_4^z+s_3^zs_4^x)\sin\theta]\}+ \\
& +\frac{s^2}{2m_t^2}\mathcal{F}_3^Z\mathcal{F}_4^Z[\gamma(s+s\beta^2-4m_t^2)(s_4^z-s_3^z)\cos\theta+(4m_t^2-s)(s_4^x-s_3^x)\sin\theta]+ \\
& +\frac{s}{2}\mathcal{F}_3^Z\mathcal{F}_5^Z[\gamma(s+s\beta^2-4m_t^2)(s_4^z-s_3^z)\cos\theta+(4m_t^2-s)(s_4^x-s_3^x)\sin\theta]+ \\
& +4s^2\beta^2\gamma^2\mathcal{F}_4^Z\mathcal{F}_5^Z(s_4^z+s_3^z)\cos\theta\Big\} \tag{3.40}
\end{aligned}$$

La somme des termes d'interférence prend la forme suivante:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_\gamma^\dagger \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_Z^\dagger \mathcal{M}_\gamma = & -\frac{8}{3} \frac{s\alpha^2\pi^2}{(s-M_Z^2)} \frac{1}{\sin\theta_W \cos\theta_W} \frac{1}{2} (c_L + c_R) \cdot \\
& \cdot \left\{ 2\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_1^Z \left[2 - \beta^2 + \beta^2 \cos^2\theta + (2 - \beta^2) s_3^x s_4^x \sin^2\theta + \right. \right. \\
& \quad + \beta^2 s_3^y s_4^y \sin^2\theta - \frac{2}{\gamma} (s_3^z s_4^x + s_3^x s_4^z) \sin\theta \cos\theta + \\
& \quad \left. + [\beta^2 + (2 - \beta^2) \cos^2\theta] s_3^z s_4^z \right] + \\
& + \gamma^2 \cdot 2\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_2^Z \left[2 - \beta^2 - \beta^2 \cos^2\theta + (2 - \beta^2) s_3^x s_4^x \sin^2\theta - \beta^2 s_3^y s_4^y \sin^2\theta + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{\gamma} (s_3^z s_4^x + s_3^x s_4^z) \sin\theta \cos\theta + ((2 - \beta^2) \cos^2\theta - \beta^2) s_3^z s_4^z \right] + \\
& + \beta^2 \gamma^2 \cdot 2\mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_3^Z (-1 + s_3^x s_4^x - s_3^y s_4^y + s_3^z s_4^z) \sin^2\theta + \\
& + 4\beta^2 \gamma^2 \cdot 2\mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_4^Z \left[1 + \cos^2\theta - (s_3^x s_4^x + s_3^y s_4^y) \sin^2\theta + (1 + \cos^2\theta) s_3^z s_4^z \right] + \\
& + 2(\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^\gamma) \left[-2 - 2s_3^x s_4^x \sin^2\theta + \gamma(2 - \beta^2)(s_4^z s_3^x + s_3^z s_4^x) \sin\theta \cos\theta - \right. \\
& \quad \left. - 2s_3^z s_4^z \cos^2\theta \right] + \\
& + 2\beta\gamma(\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_3^\gamma) \left[(s_4^x - s_3^x) \sin\theta \cos\theta + \frac{1}{\gamma}(s_4^z - s_3^z) \sin^2\theta \right] + \\
& + 8\beta\gamma(\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^\gamma) \left[-(s_4^x + s_3^x) \sin\theta \cos\theta + \gamma(s_4^z + s_3^z)(1 + \cos^2\theta) \right] + \\
& + 8\beta\gamma \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_5^Z \left[-(s_4^x + s_3^x) \sin\theta \cos\theta + \gamma(s_4^z + s_3^z)(1 + \cos^2\theta) \right] + \\
& + 2\beta\gamma(\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^Z + \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_3^\gamma) \left[-(s_4^x - s_3^x) \sin\theta \cos\theta - \gamma(s_4^z - s_3^z) \sin^2\theta \right] + \\
& + 8\beta\gamma(\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^\gamma) \left[(s_4^x + s_3^x) \sin\theta \cos\theta - \frac{1}{\gamma}(s_4^z + s_3^z)(1 + \cos^2\theta) \right] + \\
& + 8\beta\gamma \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_5^Z \left[(s_4^x + s_3^x) \sin\theta \cos\theta - \frac{1}{\gamma}(s_4^z + s_3^z)(1 + \cos^2\theta) \right] + \\
& + 8\beta^2 \gamma^3 (\mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_3^Z \mathcal{F}_4^\gamma) (-s_3^z s_4^x + s_4^z s_3^x) \sin\theta + \\
& + 8\beta^2 \gamma^3 \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_5^Z (-s_3^z s_4^x + s_4^z s_3^x) \sin\theta \left. \right\} - \\
& - \frac{8}{3} \frac{\alpha^2\pi^2}{s(s-M_Z^2)} \frac{1}{\sin\theta_W \cos\theta_W} 8(c_R - c_L) \cdot \\
& \cdot \left\{ -2\gamma s m_t^2 \cdot 2\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_1^Z [\gamma(s_3^z + s_4^z) \cos\theta - (s_3^x + s_4^x) \sin\theta] + \right. \\
& \quad \left. + \frac{s^2}{2} \cdot 2\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_2^Z [(s_3^z + s_4^z) \cos\theta - \gamma(s_3^x + s_4^x) \sin\theta] + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{m_t^2} s^3 \beta^2 \gamma^2 \cdot 2\mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_4^Z (s_3^z + s_4^z) \cos \theta + \\
& + \frac{s}{2} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^\gamma) [(4m_t^2 \gamma^2 - s)(s_3^z + s_4^z) \cos \theta + \gamma(s - 4m_t^2)(s_3^x + s_4^x) \sin \theta] + \\
& + 2s\beta\gamma^2 m_t^2 (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_3^\gamma - \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^Z - \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_3^\gamma) (s_3^x s_4^z - s_3^z s_4^x) + \\
& + \frac{\beta s}{m_t^2} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^\gamma) \{s^2 \cos \theta + 8m_t^2 \gamma^2 [2\gamma^2 s_3^z s_4^z \cos \theta - \gamma(s_3^x s_4^z + s_3^z s_4^x) \sin \theta]\} + \\
& + \beta \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_5^Z \{s^2 \cos \theta + 8m_t^2 \gamma^2 [2\gamma^2 s_3^z s_4^z \cos \theta - \gamma(s_3^x s_4^z + s_3^z s_4^x) \sin \theta]\} + \\
& + \frac{s^3}{m_t^4} \beta (\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^\gamma) \{-s \cos \theta - 2m_t^2 \gamma^2 [2s_3^z s_4^z \cos \theta - \gamma(s_3^x s_4^z + s_3^z s_4^x) \sin \theta]\} + \\
& + \frac{s^2}{m_t^2} \beta \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_5^Z \{-s \cos \theta - 2m_t^2 \gamma^2 [2s_3^z s_4^z \cos \theta - \gamma(s_3^x s_4^z + s_3^z s_4^x) \sin \theta]\} + \\
& + \frac{s^2}{2m_t^2} (\mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_3^Z \mathcal{F}_4^\gamma) [\gamma(s + s\beta^2 - 4m_t^2)(s_4^z - s_3^z) \cos \theta + \\
& + (4m_t^2 - s)(s_4^x - s_3^x) \sin \theta] + \\
& + \frac{s}{2} \mathcal{F}_3^\gamma \mathcal{F}_5^Z [\gamma(s + s\beta^2 - 4m_t^2)(s_4^z - s_3^z) \cos \theta + (4m_t^2 - s)(s_4^x - s_3^x) \sin \theta] + \\
& + 4s^2 \beta^2 \gamma^2 \mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_5^Z (s_4^z + s_3^z) \cos \theta \} \tag{3.41}
\end{aligned}$$

Nous avons présentement la section efficace de production d'une paire de quarks $t\bar{t}$ dans une collision e^+e^- , exprimée dans le système du CM. En regardant cette section efficace, nous pouvons voir que le moment anapolaire effectif du quark top *est une vraie observable*. Cela se voit par le fait que le moment anapolaire ($\mathcal{F}_4$) a une distribution angulaire différente de celle des autres moments, particulièrement de celle du moment électrique dipolaire ($\mathcal{F}_3$). (La charge et le moment magnétique dipolaire sont considérés comme bien connus.) Nous remarquons aussi la différence entre les corrélations des spins de t et $\bar{t}$ pour les deux moments: pour $\mathcal{F}_4$ nous avons la somme des deux spins et pour $\mathcal{F}_3$ nous avons leur différence. Nous pourrions donc distinguer $\mathcal{F}_4$ de $\mathcal{F}_3$ et nous pouvons espérer mettre certaines limites sur les valeurs possibles de $\mathcal{F}_4$. Nous remarquons aussi que $\mathcal{F}_4^Z$ apparaît dans deux types de termes: le premier a la même dépendance angulaire que $\mathcal{F}_4^\gamma$ et le deuxième a une distribution différente. Par conséquent nous pouvons essayer de faire la différence entre le moment anapolaire électromagnétique et le moment anapolaire faible.

À part toutes ces différences entre le moment anapolaire et le moment électrique dipolaire, nous constatons aussi un point commun: le moment anapolaire, comme le moment électrique dipolaire, a tendance à polariser le quark top.

Comme prévu au début du chapitre par des considérations de symétrie, les carrés des facteurs de forme et la combinaisons $\mathcal{F}_1\mathcal{F}_2$ sont les seuls à avoir des termes qui ne contiennent pas de spin. En regardant la deuxième partie des équations (3.40) et (3.41) on pourrait penser qu'il y a aussi d'autres termes de ce type, mais tous ces termes vont disparaître dans la section efficace totale à cause de l'intégration sur les angles. Même dans une section efficace différentielle, ces termes vont être peu importants à cause du facteur $(c_R^2 - c_L^2)$, qui est une quantité très petite ($\sin^2 \theta_W \simeq 0.22$ dans (3.8)). Une autre chose à remarquer est le fait que les termes d'intérêt ($\mathcal{F}_1\mathcal{F}_4$) sont multipliés par des facteurs γ , qui sont plus grands aux hautes énergies. Par conséquent, il serait avantageux de travailler à de grandes énergies.

3.4 Section efficace

Nous pouvons simplifier encore l'expression (1.24):

$$d\sigma = \frac{1}{4F} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{2E_3} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{2E_4} \quad (1.24)$$

déduite dans le premier chapitre.

Nous pouvons faire l'intégrale sur p_3 en utilisant la fonction δ^3 pour les vecteurs impulsion. Nous pouvons aussi exprimer $d^3 p_4$ en variables angulaires comme: $d^3 p_4 = d\Omega p_4^2 dp_4$. De plus, en utilisant la relation $E_4^2 = \mathbf{p}_4^2 + m_t^2$, nous obtenons: $E_4 dE_4 = p_4 dp_4$. La section efficace différentielle s'écrit alors:

$$d\sigma = \frac{1}{4F} |\mathcal{M}|^2 \frac{1}{16\pi^2} d\Omega \frac{p_4 dE_4}{E_3} \delta(E_3 + E_4 - E_1 - E_2) \quad (3.42)$$

Nous pouvons aller plus loin en passant dans le repère CM où nous avons:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 = 0 \quad (3.43)$$

Dans ce cas, nous avons $|\mathbf{p}_3| = |\mathbf{p}_4| = p$. En tenant compte de cela, $E_3^2 = E_4^2 = p^2 + m_t^2$.

Nous obtenons alors:

$$E_3 dE_3 = E_4 dE_4 = p dp \quad (3.44)$$

Si on note: $E_1 + E_2 = W$ et $E_3 + E_4 = W'$ nous avons:

$$dW' = dE_3 + dE_4 = \left(\frac{1}{E_3} + \frac{1}{E_4} \right) p dp = \frac{W' dE_4}{E_3} \quad (3.45)$$

et

$$\frac{p_4 dE_4}{E_3} \delta(E_3 + E_4 - E_1 - E_2) = \frac{p dW'}{W'} \delta(W' - W) = \frac{p}{W} \quad (3.46)$$

Nous voyons que W est en fait $\sqrt{s}$. Nous pouvons écrire p comme
 $p = \sqrt{E^2 - m_t^2} = \sqrt{\frac{s}{4} \left(1 - \frac{4m_t^2}{s} \right)} = \beta \frac{\sqrt{s}}{2}$. Pour le flux F nous avons:
 $F = p_1 \cdot p_2 = \frac{s}{2}$

La section efficace différentielle dans le repère CM est donc:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2 \beta}{64\pi^2 s} \quad (3.47)$$

où $\sqrt{s}$ est l'énergie disponible dans le système du centre de masse.

CHAPITRE IV

DÉSINTÉGRATION DU QUARK TOP DANS LE MODÈLE STANDARD ET SECTION EFFICACE DU PROCESSUS $e^+e^- \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$

Comme nous avons déjà dit, le quark top a un temps de vie très court et il se désintègre (après $\sim 10^{-26}$ s) presque exclusivement en un quark b et un boson de jauge W . Il est donc impossible de détecter directement le quark top; les expérimentateurs voient plutôt les produits de sa désintégration. Dans ce chapitre, nous allons donc traiter ce problème. Nous allons présenter aussi le lien entre la section efficace du processus $e^+e^- \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$ et les parties qui le composent: $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$, $t \rightarrow bW^+$, $\bar{t} \rightarrow \bar{b}W^-$.

4.1 Calcul du taux de désintégration des quarks top et anti-top dans le Modèle Standard

La désintégration du quark top dans le Modèle Standard est représentée par le diagramme de Feynman suivant:

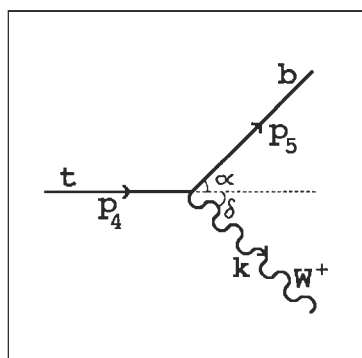


Figure 4.1 - Diagramme de Feynman $t \rightarrow bW^+$

Le couplage associé au vertex btW^+ est:

$$i V_{tb} \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \quad (4.1)$$

L'amplitude du processus peut donc s'écrire:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2 &= i \epsilon^{*\mu}(k) \bar{u}(p_5) \left[\frac{ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu V_{tb} (1 - \gamma_5) \right] u(p_4) = \\ &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} V_{tb} \epsilon^{*\mu}(k) \bar{u}(p_5) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u(p_4) \end{aligned} \quad (4.2)$$

En élevant au carré et en utilisant la méthode et les expressions des traces déjà utilisées dans le calcul de la section efficace de production de t et $\bar{t}$ nous obtenons:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_2|^2 &= \frac{1}{4} g^2 |V_{tb}|^2 \epsilon^\nu(k) \epsilon^{*\mu}(k) [p_{5\mu} p_{4\nu} + p_{4\mu} p_{5\nu} - p_4 \cdot p_5 g_{\mu\nu} + \\ &\quad + m_t (s_4 \cdot p_5 g_{\mu\nu} - p_{5\mu} s_{4\nu} - p_{5\nu} s_{4\mu}) + \\ &\quad + m_b (s_5 \cdot p_4 g_{\mu\nu} - p_{4\mu} s_{5\nu} - p_{4\nu} s_{5\mu}) + \\ &\quad + m_b m_t (s_{5\mu} s_{4\nu} + s_{4\mu} s_{5\nu} - s_4 \cdot s_5 g_{\mu\nu}) - \\ &\quad - i \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} (p_5^\alpha p_4^\beta + m_b m_t s_5^\alpha s_4^\beta - m_b s_5^\alpha p_4^\beta - m_t p_5^\alpha s_4^\beta)] \end{aligned} \quad (4.3)$$

En faisant la somme sur les polarisations du W^+ , le résultat devient:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_2|^2 &= \frac{1}{2} g^2 |V_{tb}|^2 \left[p_4 \cdot p_5 - m_t s_4 \cdot p_5 - m_b p_4 \cdot s_5 + m_b m_t s_4 \cdot s_5 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{M_W^2} (k \cdot p_4 k \cdot p_5 - m_t k \cdot p_5 k \cdot s_4 - m_b k \cdot p_4 k \cdot s_5 + m_b m_t k \cdot s_4 k \cdot s_5) \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

Comme on a vu dans le premier chapitre, dans l'équation (1.26), le taux de désintégration du quark top est donné par:

$$d\Gamma_2 = \frac{1}{2m} |\mathcal{M}_2|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_4 - p_5 - k) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_5}{2E_5} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k}{2E_W} \quad (4.5)$$

En tenant compte du fait que:

$$\frac{d^3 k}{2E_W} = \delta(k^2 - M_W^2) d^4 k \quad (4.6)$$

nous pouvons faire l'intégration sur k et nous pouvons écrire le taux de désintégration comme étant:

$$d\Gamma_2 = \frac{|\mathcal{M}_2|^2}{8\pi^2 m_t} \delta(m_t^2 - M_W^2 - 2p_4 \cdot p_5) \frac{d^3 p_5}{2E_5} \quad (4.7)$$

L'élément d'intégration est:

$$\frac{d^3 p_5}{2E_5} = \frac{|\mathbf{p}_5|^2 d|\mathbf{p}_5|}{2E_5} d\Omega = \frac{|\mathbf{p}_5|}{2} dE_5 d\Omega \quad (4.8)$$

et le taux de désintégration devient:

$$d\Gamma_2 = \frac{|\mathcal{M}_2|^2}{16\pi^2 m_t} \delta(m_t^2 - M_W^2 - 2p_4 \cdot p_5) |\mathbf{p}_5| dE_5 d\Omega \quad (4.9)$$

Pour la désintégration du $\bar{t}$ le diagramme de Feynmann est:

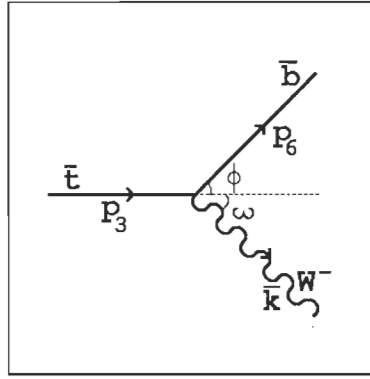


Figure 4.2 - Diagramme de Feynman $\bar{t} \rightarrow \bar{b} W^-$

L'amplitude du processus est:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_3 &= i\epsilon^{*\mu}(k') \bar{v}(p_6) \left[\frac{ig}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu V_{tb} (1 - \gamma_5) \right] v(p_3) = \\ &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} V_{tb} \epsilon^{*\mu}(k) \bar{v}(p_6) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(p_3) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Pour le carré de l'amplitude nous obtenons:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_3|^2 &= \frac{1}{4} g^2 |V_{tb}|^2 \epsilon^\nu(k') \epsilon^{*\mu}(k') [p_{6\mu} p_{3\nu} + p_{3\mu} p_{6\nu} - p_3 \cdot p_6 g_{\mu\nu} + \\ &\quad - m_t (s_3 \cdot p_6 g_{\mu\nu} - p_{6\mu} s_{3\nu} - p_{6\nu} s_{3\mu}) + \\ &\quad - m_b (s_6 \cdot p_3 g_{\mu\nu} - p_{3\mu} s_{6\nu} - p_{3\nu} s_{6\mu}) + \\ &\quad + m_b m_t (s_{6\mu} s_{3\nu} + s_{3\mu} s_{6\nu} - s_3 \cdot s_6 g_{\mu\nu}) - \\ &\quad - i\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} (p_6^\alpha p_3^\beta + m_b m_t s_6^\alpha s_3^\beta + m_b s_6^\alpha p_3^\beta + m_t p_6^\alpha s_3^\beta)] \end{aligned} \quad (4.11)$$

Si on fait la somme sur les polarisations du boson W le résultat est:

$$|\mathcal{M}_3|^2 = \frac{1}{2}g^2|V_{tb}|^2 \left[p_3 \cdot p_6 + m_t s_3 \cdot p_6 + m_b p_3 \cdot s_6 + m_b m_t s_3 \cdot s_6 + \right. \\ \left. + \frac{2}{M_W^2} (k' \cdot p_3 k' \cdot p_6 + m_t k' \cdot p_6 k' \cdot s_3 + m_b k' \cdot p_3 k' \cdot s_6 + m_b m_t k' \cdot s_3 k' \cdot s_6) \right] \quad (4.12)$$

Le taux de désintégration du $\bar{t}$ est:

$$d\Gamma_3 = \frac{|\mathcal{M}_3|^2}{16\pi^2 m_t} \delta(m_t^2 - M_W^2 - 2p_3 \cdot p_6) |\mathbf{p}_6| dE_6 d\Omega \quad (4.13)$$

Nous avons déjà dit que les produits de désintégration du quark top gardent l'information sur son spin dû à son temps de vie très court. D'une manière concrète, on peut établir un lien entre le spin du quark top et l'énergie du quark b . En regardant le terme en $s_4 \cdot p_5$ dans l'expression (4.4) on peut voir que si le spin du quark top est orienté vers la direction positive de l'axe z , alors le quark b a tendance à sortir vers l'avant. Dans ce cas on aura une énergie moyenne du quark b plus grande. Par contre, si le spin du quark top est orienté vers la direction négative de l'axe z , le quark b a tendance à sortir vers l'arrière et l'énergie moyenne du quark b sera plus petite. La variation de l'énergie du quark b en fonction de l'angle α entre sa direction de mouvement et la direction du quark top est présentée dans les figures 4.3.a et 4.3.b. La liaison entre l'énergie du quark b et l'angle α est obtenue par des considérations cinématiques. On peut la retrouver dans la fonction delta de Dirac de l'équation (4.9). La même discussion peut se faire dans le cas du quark anti-top.

À partir de l'information qu'on peut avoir sur les produits de désintégration du quark top, nous pourrions donc extraire les informations d'intérêt sur celui-ci. Le moment anapolaire - qui nous intéresse - va influencer la polarisation du quark top. Comme nous avons dit, le changement dans la polarisation du quark top va influencer l'énergie du quark b . Par conséquent, nous pouvons dire que la présence d'un moment anapolaire va changer l'énergie moyenne du quark b et nous pouvons obtenir des indications sur la valeur du moment anapolaire à partir de la différence entre l'énergie moyenne dans le cas où on n'a pas de moment anapolaire et l'énergie moyenne dans le cas où ce moment existe.

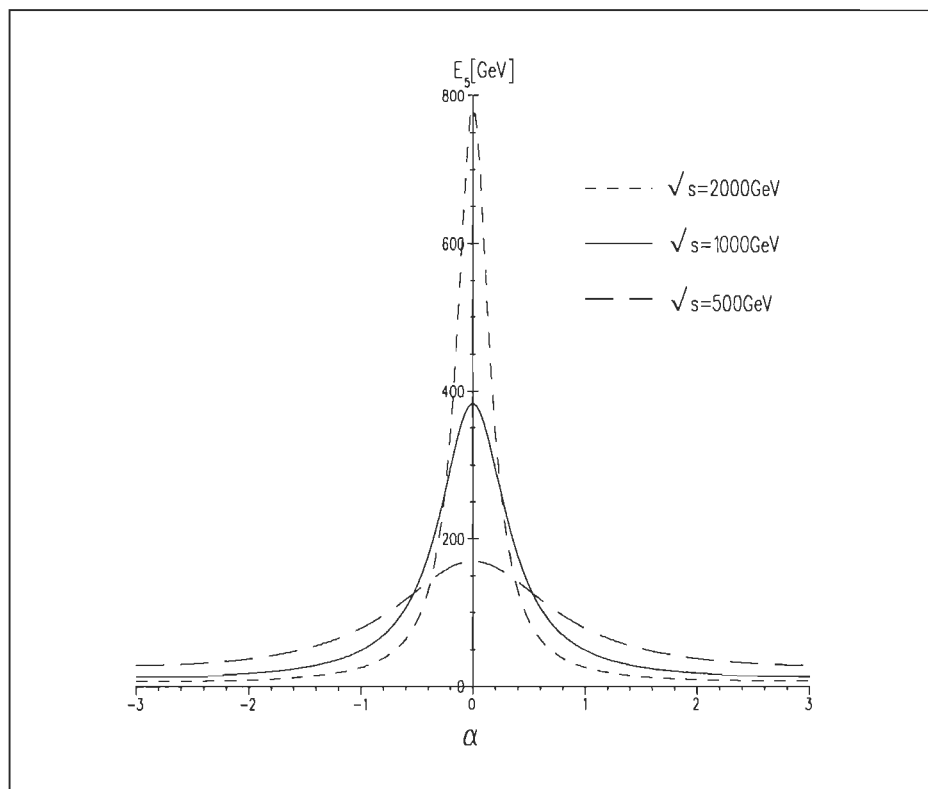


Figure 4.3.a - Énergie du quark b en fonction de sa direction

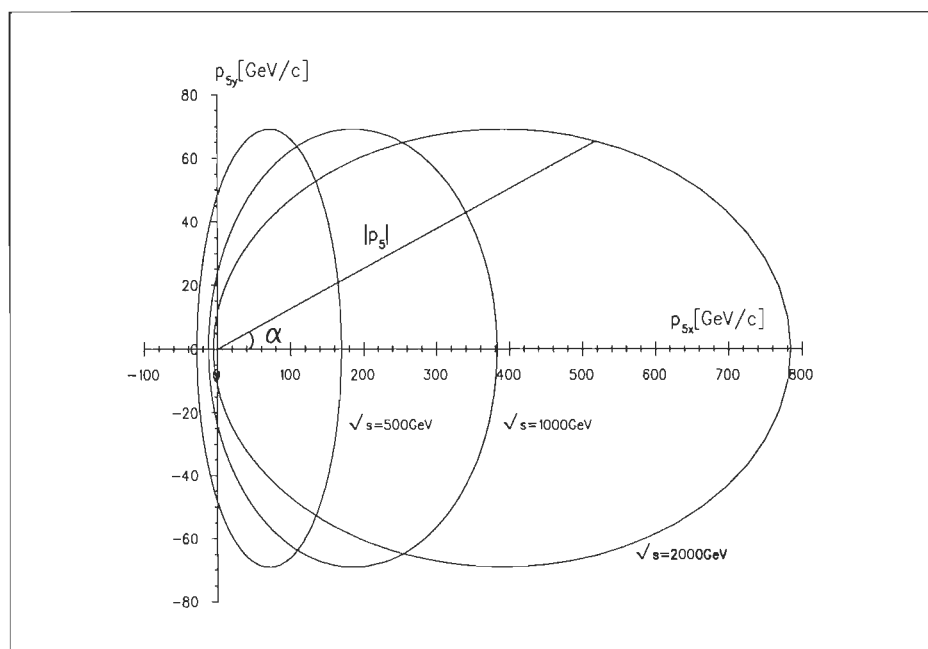


Figure 4.3.b - Impulsion du quark b en fonction de sa direction

On voit que l'énergie du quark b a un maximum prononcé pour $\alpha = 0$, d'autant plus prononcé que l'énergie des électrons et positrons est grande.

4.2 Section efficace $e^+e^- \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$

Le but de ce sous-chapitre est de construire le lien entre la section efficace du processus $e^+e^- \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$ et les parties qui le composent: $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$, $t \rightarrow bW^+$, $\bar{t} \rightarrow \bar{b}W^-$ [12]. Nous procédons de cette façon parce qu'on ne peut pas détecter les quarks t ou $\bar{t}$, mais seulement leurs produits de désintégration et il est très difficile de calculer la section efficace du processus tout entier.

Nous allons traiter en détail la moitié du processus d'intérêt (i.e. nous allons traiter seulement la désintégration du quark t), la généralisation pour le processus tout entier étant évidente.

La section efficace du processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ est donnée par:

$$d\sigma_1 = \frac{1}{4F} |\mathcal{M}_1|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_3}{2E} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_4}{2E} \quad (4.14)$$

où $F = p_1 \cdot p_2$ est le flux covariant.

Le taux de désintégration pour $t \rightarrow bW^+$, est:

$$d\Gamma_2 = \frac{1}{2m_t} |\mathcal{M}_2|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_4 - p_5 - k) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_5}{2E_5} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3k}{2E_W} \quad (4.15)$$

La section efficace différentielle pour le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \bar{t}bW^+$ est donnée par:

$$d\sigma_{12} = \frac{1}{4F} |\mathcal{M}_{12}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_5 - k) \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_3}{2E} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_5}{2E_5} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3k}{2E_W} \quad (4.16)$$

Nous pouvons écrire les éléments de matrice sous la forme:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= \bar{u}(p_4, s_4) A \\ \mathcal{M}_2 &= \bar{B} u(p_4, s_4) \\ \mathcal{M}_{12} &= \bar{B} \frac{i(\not{p}_4 + m_t)}{p_4^2 - m_t^2 + im_t \Gamma_t} A \end{aligned} \quad (4.17)$$

où A et B ont la structure d'un spineur.

Nous obtenons alors pour les carrés des éléments de matrice:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_1|^2 &= \bar{A}\Lambda_+ \frac{1 + \gamma_5 \not{p}_4}{2} A \\ |\mathcal{M}_2|^2 &= \bar{B}\Lambda_+ \frac{1 + \gamma_5 \not{p}_4}{2} B \\ |\mathcal{M}_{12}|^2 &= \left| \frac{1}{p_4^2 - m_t^2 + im_t\Gamma_t} \right|^2 \bar{B}\Lambda_+ A \bar{A}\Lambda_+ B \end{aligned} \quad (4.18)$$

où $\Lambda_+ = \not{p}_4 + m_t$ est le projecteur d'énergie positive d'une particule (le quark top).

Le quark top est une particule très lourde, sa masse étant d'environ 175 GeV. Par contre, sa largeur est beaucoup plus faible, d'environ 1,5 GeV ($\Gamma_t \ll m_t$).

On connaît une des représentations de la fonction delta de Dirac comme:

$$\delta(x) = \frac{1}{\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\epsilon}{x^2 + \epsilon^2} \quad (4.19)$$

et

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{1}{|f'(x_i)|} \delta(x - x_i) \quad (4.20)$$

où x_i sont les pôles simples de la fonction $f(x)$.

Cela permet de trouver une forme plus convenable pour une partie de $|\mathcal{M}_{12}|^2$, en tenant compte du fait que $\frac{\Gamma_t}{m_t} \ll 1$:

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{p_4^2 - m_t^2 + im_t\Gamma_t} \right|^2 &= \frac{1}{(p_4^2 - m_t^2)^2 + \Gamma_t^2 m_t^2} = \\ &= \frac{1}{m_t^3 \Gamma_t} \frac{\frac{\Gamma_t}{m_t}}{\frac{(p_4^2 - m_t^2)^2}{m_t^4} + \frac{\Gamma_t^2}{m_t^2}} \rightarrow \frac{\pi}{m_t \Gamma_t} \delta(p_4^2 - m_t^2) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Pour le reste nous utilisons l'identité:

$$2(\bar{A}\Lambda_+ B)(\bar{B}\Lambda_+ A) = (\bar{A}\Lambda_+ A)(\bar{B}\Lambda_+ B) - \eta_{\mu\nu}(\bar{A}\gamma^\mu \gamma_5 \Lambda_+ A)(\bar{B}\gamma^\nu \gamma_5 \Lambda_+ B) \quad (4.22)$$

où:

$$\eta^{\mu\nu} \equiv g^{\mu\nu} - \frac{p_4^\mu p_4^\nu}{m_t^2} \quad (4.23)$$

La démonstration de cette identité fait l'objet de l'appendice A. Elle est valable pour $p_4^2 = m_t^2$. Cette condition n'est pas rigoureusement vraie, car la particule est dans un état intermédiaire. Mais l'approximation $\frac{\Gamma_t}{m_t} \ll 1$ mène à la conclusion que nous pouvons l'utiliser.

En utilisant toutes ces relations nous obtenons pour le carré de l'élément de matrice considéré:

$$|\mathcal{M}_{12}|^2 = \frac{1}{2} \frac{\pi}{m_t \Gamma_t} \delta(p_4^2 - m_t^2) (\bar{B} \Lambda_+ B) \left[(\bar{A} \Lambda_+ A) - \eta_{\mu\nu} \frac{(\bar{A} \gamma^\mu \gamma_5 \Lambda_+ A) (\bar{B} \gamma^\nu \gamma_5 \Lambda_+ B)}{(\bar{B} \Lambda_+ B)} \right] \quad (4.24)$$

Introduisons la notation:

$$n_4^\mu = \eta^{\mu\nu} \frac{\bar{B} \gamma_\nu \gamma_5 \Lambda_+ B}{\bar{B} \Lambda_+ B} \quad (4.25)$$

Ce vecteur satisfait les relations :

$$n_4^2 = -1 \quad n_4 \cdot p_4 = 0 \quad (4.26)$$

Il possède donc les propriétés d'un vecteur de spin, mais sans représenter un état de spin physique.

La section efficace s'écrit alors:

$$d\sigma_{12} = \frac{1}{4F} \frac{1}{2} \frac{\pi}{m_t \Gamma_t} \delta(p_4^2 - m_t^2) (\bar{B} \Lambda_+ B) \left(\bar{A} \frac{(1 + \gamma_5 \not{n}_4)}{2} \Lambda_+ A \right) \cdot (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_5 - k) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{2E} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_5}{2E_5} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k}{2E_W} \quad (4.27)$$

Nous reconnaissons dans $\left(\bar{A} \frac{(1 + \gamma_5 \not{n}_4)}{2} \Lambda_+ A \right)$ l'expression de $|\mathcal{M}_1|^2$, mais avec le vrai vecteur de spin s_4 remplacé par le faux vecteur de spin n_4 .

Nous pouvons utiliser aussi:

$$\begin{aligned}\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_5 - k) &= \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \delta^4(p_4 - p_5 - k) d^4 p_4 \\ \delta(p_4^2 - m_t^2) d^4 p_4 &= \frac{d^3 p_4}{2E}\end{aligned}\quad (4.28)$$

et nous obtenons:

$$\begin{aligned}d\sigma_{12} &= \frac{1}{4F} \frac{1}{\Gamma_t} |\mathcal{M}_1(n_4)|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{2E} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{2E} \\ &\quad \cdot \frac{1}{2m_t} \sum_{s_4} |\mathcal{M}_2|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_4 - p_5 - k) \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_5}{2E_5} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k}{2E_W}\end{aligned}\quad (4.29)$$

Le résultat cherché est alors:

$$d\sigma_{12} = d\sigma_1(n_4) \frac{1}{\Gamma_t} \sum_{s_4} d\Gamma_2 \quad (4.30)$$

Jusqu'à maintenant nous n'avons pas tenu compte de la désintégration du quark $\bar{t}$. Pour obtenir le résultat complet du processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$ il faut ajouter aussi cette contribution. Par un raisonnement identique au précédent, on inclut la partie qui a été mise de côté au début et nous obtenons la section efficace du processus d'intérêt $d\sigma$:

$$\begin{aligned}d\sigma &= d\sigma_{12}(n_4) \frac{1}{\Gamma_t} \sum_{s_3} d\Gamma_3 \\ &= d\sigma_1(n_3, n_4) \frac{1}{\Gamma_t^2} \sum_{s_4} d\Gamma_2 \sum_{s_3} d\Gamma_3\end{aligned}\quad (4.31)$$

où $d\Gamma_3$ est le taux de désintégration de $\bar{t}$ et n_3 est le faux vecteur de spin qu'on substitue à s_3 dans le calcul de $d\sigma_1$.

Nous avons présentement l'équation qui nous permettra d'exprimer la section efficace du processus au complet en utilisant les sections efficaces calculées séparément pour la production et la désintégration des quarks t et $\bar{t}$. Il faut quand même introduire une petite modification, remplacer les vrais vecteurs de spin (s) par les faux-vecteurs de spin (n). Pour cela il faut expliciter la forme de n .

Le vecteur n_4 était défini (équation (4.25)) à l'aide du spineur B . Celui-ci était défini par:

$$\mathcal{M}_2 = \bar{B}u(p_4, s_4) = -\frac{g}{2\sqrt{2}}V_{tb} \epsilon^{*\mu}(k) \bar{u}(p_5, s_5)\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u(p_4, s_4) \quad (4.32)$$

Le terme $\bar{B}\Lambda_+B = \bar{B}(\not{p}_4 + m_t)B$ est égal à $\sum_{s_4} |\mathcal{M}_2|^2$:

$$\begin{aligned} \bar{B}\Lambda_+B = \frac{g^2}{2}|V_{tb}|^2\epsilon^\nu(k)\epsilon^{*\mu}(k) [p_{5\mu}p_{4\nu} + p_{4\mu}p_{5\nu} - p_4 \cdot p_5 g_{\mu\nu} + \\ + m_b(s_5 \cdot p_4 g_{\mu\nu} - p_{4\mu}s_{5\nu} - p_{4\nu}s_{5\mu}) + \\ - i\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu}(p_5^\alpha p_4^\beta - m_b s_5^\alpha p_4^\beta)] \end{aligned} \quad (4.33)$$

ou si on fait la somme sur les polarisations du boson W :

$$\bar{B}\Lambda_+B = \frac{g^2}{2}|V_{tb}|^2 \left[p_4 \cdot p_5 - m_b s_5 \cdot p_4 + \frac{2}{M_W^2}(k \cdot p_4 k \cdot p_5 - m_b k \cdot p_4 k \cdot s_5) \right] \quad (4.34)$$

Nous pouvons aussi exprimer le terme $\bar{B}\gamma^\nu\gamma_5\Lambda_+B$ comme:

$$\bar{B}\gamma^\nu\gamma_5\Lambda_+B = \frac{g^2}{8}m_t|V_{tb}|^2 Tr[\not{\epsilon}(\not{p}_5 + m_b)(1 + \gamma_5\not{s}_5)\not{\epsilon}^*\gamma^\nu(1 + \gamma_5)] \quad (4.35)$$

Nous obtenons donc pour le vecteur n_4 :

$$\begin{aligned} n_4^\mu = \frac{g^2}{2}|V_{tb}|^2 \sum_{s_4} \frac{m_t}{|\mathcal{M}_2|^2} \epsilon_\beta^* \epsilon_\alpha [g^{\mu\alpha}(p_5^\beta - m_b s_5^\beta) + g^{\mu\beta}(p_5^\alpha - m_b s_5^\alpha) - \\ - g^{\alpha\beta}(p_5^\mu - m_b s_5^\mu) - i\epsilon_{\delta\beta\mu\alpha}(p_5^\delta - m_b s_5^\delta)] - \frac{p_4^\mu}{m_t} \end{aligned} \quad (4.36)$$

qui, dans le cas où nous faisons la somme sur les polarisations du boson W , devient:

$$n_4^\mu = \frac{g^2}{2}|V_{tb}|^2 \sum_{s_4} \frac{m_t}{|\mathcal{M}_2|^2} \left[(p_5^\mu - m_b s_5^\mu) + \frac{2}{M_W^2} k^\mu (k \cdot p_5 - m_b k \cdot s_5) \right] - \frac{p_4^\mu}{m_t} \quad (4.37)$$

Pour n_3 il faut tenir compte du fait qu'il s'agit d'une anti-particule. Il faut donc remplacer le projecteur d'énergie positive dans la définition de n avec le projecteur d'énergie négative $\Lambda_- = \not{p}_3 - m_t$:

$$n_3^\mu = \left(g^{\mu\nu} - \frac{p_3^\mu p_3^\nu}{m_t^2} \right) \frac{\bar{B}'\gamma^\nu\gamma_5\Lambda_-B'}{\bar{B}'\Lambda_-B'} \quad (4.38)$$

Dans ce cas nous obtenons:

$$\begin{aligned} \bar{B}'\Lambda_-B' = \sum_{s_3} |\mathcal{M}_3|^2 = \frac{g^2}{2} |V_{tb}|^2 \epsilon^\nu(k') \epsilon^{*\mu}(k') [p_{6\mu} p_{3\nu} + p_{3\mu} p_{6\nu} - p_3 \cdot p_6 g_{\mu\nu} - \\ - m_b(s_6 \cdot p_3 g_{\mu\nu} - p_{3\mu} s_{6\nu} - p_{3\nu} s_{6\mu}) - i\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu}(p_6^\alpha p_3^\beta + m_b s_6^\alpha p_3^\beta)] \end{aligned} \quad (4.39)$$

qui, si nous faisons la somme sur les polarisations du boson W , devient:

$$\bar{B}'\Lambda_-B' = \frac{g^2}{2} |V_{tb}|^2 \left[p_3 \cdot p_6 + m_b s_6 \cdot p_3 + \frac{2}{M_W^2} (k' \cdot p_3 k' \cdot p_6 + m_b k' \cdot p_3 k' \cdot s_6) \right] \quad (4.40)$$

Le terme $\bar{B}'\gamma^\nu\gamma_5\Lambda_-B'$ s'écrit:

$$\bar{B}'\gamma^\nu\gamma_5\Lambda_-B' = \frac{g^2}{8} m_t |V_{tb}|^2 \text{Tr}[\not{\epsilon}(p_6 - m_b)(1 + \gamma_5 \not{p}_6) \not{\epsilon}^* \gamma^\nu (1 + \gamma_5)] \quad (4.41)$$

Le faux vecteur de spin n_3 est donc:

$$\begin{aligned} n_3^\mu = \frac{g^2}{2} |V_{tb}|^2 \frac{m_t}{\sum_{s_3} |\mathcal{M}_3|^2} \epsilon_\beta^* \epsilon_\alpha [g^{\mu\alpha} (p_6^\beta + m_b s_6^\beta) + g^{\mu\beta} (p_6^\alpha + m_b s_6^\alpha) - \\ - g^{\alpha\beta} (p_6^\mu + m_b s_6^\mu) + i\epsilon_{\delta\beta\mu\alpha} (p_{6\delta} + m_b s_{6\delta})] - \frac{p_3^\mu}{m_t} \end{aligned} \quad (4.42)$$

et après la somme sur les polarisations du W :

$$n_3^\mu = \frac{g^2}{2} |V_{tb}|^2 \frac{m_t}{\sum_{s_3} |\mathcal{M}_2|^3} \left[(p_6^\mu + m_b s_6^\mu) + \frac{2}{M_W^2} k'^\mu (k' \cdot p_6 + m_b k' \cdot s_6) \right] - \frac{p_3^\mu}{m_t} \quad (4.43)$$

A ce point nous connaissons toutes les grandeurs intervenant dans l'équation (4.31), donc nous connaissons complètement la section efficace du processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^-$.

Dans ce chapitre, ainsi que tout au long de ce travail, nous considérons le couplage tbW comme standard. Si ce couplage change, le spectre d'énergie du b ou du W va probablement changer. Le sujet de ce travail étant le moment anapolaire, nous considérons justifié d'utiliser le couplage standard tbW .

CHAPITRE V

ASYMÉTRIES ET RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Après avoir vu que le moment anapolaire effectif du quark top est une *vraie observable*, nous nous proposons maintenant de chercher des limites pour sa valeur. Pour arriver à ce but, nous allons calculer une asymétrie dans l'énergie du quark b . Ensuite nous mettons la limite sur la valeur du moment anapolaire effectif du quark top en imposant que son influence sur l'asymétrie calculée soit dans les limites de l'erreur statistique.

5.1 Asymétrie

Nous définissons l'asymétrie dans l'énergie du quark b comme suit:

$$A = \frac{\int_{E_{min}}^{\overline{E}} \frac{d\sigma}{dE_5} dE_5 - \int_{\overline{E}}^{E_{max}} \frac{d\sigma}{dE_5} dE_5}{\int_{E_{min}}^{\overline{E}} \frac{d\sigma}{dE_5} dE_5 + \int_{\overline{E}}^{E_{max}} \frac{d\sigma}{dE_5} dE_5} \quad (5.1)$$

où $\overline{E}$ est une énergie entre E_{min} et E_{max} . Les limites d'énergie du quark b correspondent aux angles $\alpha = \pi$ et $\alpha = 0$. Elles prennent les valeurs:

$$\begin{aligned} E_{min} &= \frac{m_t^2 - M_W^2}{2\gamma m_t(1 + \beta)} \\ E_{max} &= \frac{m_t^2 - M_W^2}{2\gamma m_t(1 - \beta)} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Ici nous avons négligé la masse du quark b par rapport à M_W et m_t .

Dans les expressions (3.39, 3.40, 3.41) nous avons présenté le résultat complet pour le carré de l'amplitude du processus de production, avec toutes les composantes des spins. Les termes qui contiennent s_x et s_y n'ont aucune importance car l'énergie du quark b ne dépend pas de ces composantes. s_x et s_y pourraient être utiles si on tenait compte de la désintégration du quark b , car on pourrait définir un plan de désintégration par rapport auquel on pourrait définir s_x et s_y . Tout ce qui nous intéresse dans notre cas est la projection du spin sur la direction de mouvement de chaque particule, s_z . Par conséquent, nous allons faire la somme sur s_x et s_y .

Nous avons déjà remarqué une différence entre la corrélation des spins dans les termes de moment électrique dipolaire et de moment anapolaire. Cela peut être utile si nous voulons distinguer ces deux moments, en considérant simultanément les produits de désintégration de t et $\bar{t}$. Mais nous pouvons aussi "regarder" une seule particule à la fois. C'est ce que nous allons faire dans ce qui suit. Nous faisons la somme sur le spin de $\bar{t}$ et nous nous intéressons seulement au spin du quark top.

5.2 Limites sur la valeur du moment anapolaire électromagnétique

Pour commencer, nous pouvons, en première approximation, considérer seulement la partie de la section efficace qui provient de l'échange d'un photon, qui domine sur la partie qui provient de l'échange d'un boson Z à des énergies assez basses. Dans ce cas, nous allons chercher des limites pour la valeur du moment anapolaire électromagnétique.

L'expression de la section efficace différentielle est alors:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dE_5} dE_5 = \frac{\kappa}{9} \bigg\{ & |\mathcal{F}_1^\gamma|^2(2 - \beta^2 + \beta^2 \cos^2 \theta) + \gamma^2 |\mathcal{F}_2^\gamma|^2(2 - \beta^2 - \beta^2 \cos^2 \theta) - \\ & - \beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_3^\gamma|^2 \sin^2 \theta + 4\beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_4^\gamma|^2(1 + \cos^2 \theta) - 4\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^\gamma + \\ & + 2\beta n_4^z [\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma \sin^2 \theta + 4\gamma^2 \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma(1 + \cos^2 \theta) - \gamma^2 \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma \sin^2 \theta - \\ & - 4\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma(1 + \cos^2 \theta)] \bigg\} d\Omega \end{aligned} \quad (5.3)$$

où:

$$n_4^z = \frac{2m_t E_5 (2M_W^2 - m_t^2)}{\beta \gamma (m_t^2 - M_W^2)(2M_W^2 + m_t^2)} - \frac{(2M_W^2 - m_t^2)}{\beta (2M_W^2 + m_t^2)} \quad (5.4)$$

et

$$\kappa = \frac{m_t \alpha^2}{4\gamma s(m_t^2 - M_W^2)} \quad (5.5)$$

Si nous intégrons sur tout l'espace et calculons l'asymétrie (5.1), nous obtenons comme numérateur:

$$\begin{aligned} N = \frac{8}{9} \pi \kappa \left\{ \left[|\mathcal{F}_1^\gamma|^2 \left(1 - \frac{\beta^2}{3} \right) + \gamma^2 |\mathcal{F}_2^\gamma|^2 \left(1 - \frac{2\beta^2}{3} \right) - \frac{1}{3} \beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_3^\gamma|^2 + \frac{8}{3} \beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_4^\gamma|^2 - \right. \right. \\ \left. - 2\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^\gamma + \frac{2(m_t^2 - 2M_W^2)}{3\beta(m_t^2 + 2M_W^2)} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma - \gamma^2 \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma + 8\gamma^2 \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^\gamma - \right. \\ \left. - 8\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma) \left[2\bar{E} - \gamma \frac{m_t^2 - M_W^2}{m_t} \right] + \frac{4m_t(2M_W^2 - m_t^2)}{3\beta \gamma (m_t^2 - M_W^2)(2M_W^2 + m_t^2)} \cdot \right. \\ \left. \cdot (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma - \gamma^2 \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_3^\gamma + 8\gamma^2 \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_4^\gamma - 8\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^\gamma) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[\bar{E}^2 - \frac{(m_t^2 - M_W^2)^2}{m_t^2} \frac{\gamma^2 (1 + \beta^2)}{4} \right] \right\} \quad (5.6) \end{aligned}$$

Le dénominateur de l'asymétrie est la section efficace totale donnée par:

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{8}{9} \pi \kappa \beta \gamma \frac{(m_t^2 - M_W^2)}{m_t} \left\{ |\mathcal{F}_1^\gamma|^2 \left(1 - \frac{\beta^2}{3} \right) + \gamma^2 |\mathcal{F}_2^\gamma|^2 \left(1 - \frac{2\beta^2}{3} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{3} \beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_3^\gamma|^2 + \frac{8}{3} \beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_4^\gamma|^2 - 2\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^\gamma \right\} \quad (5.7) \end{aligned}$$

À partir de cette asymétrie, nous voulons mettre une limite sur le moment anapolaire électromagnétique. Pour pouvoir faire cela il est très important de savoir d'abord quelle est l'erreur statistique sur l'asymétrie. En considérant un nombre assez grand d'événements dans chaque région d'énergie, l'expression de l'erreur est [13]:

$$\sigma_A = \frac{2}{N_p + N_g} \sqrt{\frac{N_p N_g}{N_p + N_g}} \quad (5.8)$$

où $N_p = \mathcal{L} \int_{E_{min}}^{\bar{E}} \frac{d\sigma}{dE_5} dE_5$ est le nombre d'événements pour une énergie plus petite que $\bar{E}$ et $N_g = \mathcal{L} \int_{\bar{E}}^{E_{max}} \frac{d\sigma}{dE_5} dE_5$ est le nombre d'événements pour une énergie plus grande que $\bar{E}$. Ici $\mathcal{L}$ est la luminosité, pour laquelle nous allons considérer la valeur $\mathcal{L} = 100 fb^{-1}$ ($1 fb \sim 10^{-29} cm^2$).

Nous allons d'abord considérer le cas où nous avons seulement la charge et le moment magnétique dipolaire, qui sont très bien connus. ($\mathcal{F}_1^\gamma = 1, \mathcal{F}_2^\gamma \simeq \frac{\alpha}{2\pi} = 0,001161$). Dans ce cas, nous allons prendre plusieurs valeurs possibles de l'asymétrie et nous allons calculer les valeurs correspondantes de $\bar{E}$ et de l'erreur. Après cela, nous allons considérer encore $\mathcal{F}_3^\gamma = 0$ et chercher la valeur de $\mathcal{F}_4^\gamma$ qui peut amener une modification de l'asymétrie de $1\sigma_A$. Cette valeur va être la limite à $1\sigma_A$ pour le moment anapolaire.

Les résultats numériques obtenus pour diverses énergies initiales et asymétries sont donnés dans les tableaux 5.1, 5.2, 5.3 et 5.4.

Tableau 5.1 Résultats numériques pour le moment anapolaire électromagnétique pour $\sqrt{s} = 500$ GeV

A	$\bar{E}$ (GeV)	N_p	N_g	σ_A	$ \mathcal{F}_4^\gamma $
0,4	126,2	2 746	1 176	0,0146	$9,18 \times 10^{-3}$
0,5	133,6	2 942	981	0,0138	$9,72 \times 10^{-3}$
0,6	140,7	3 138	785	0,0128	$10,52 \times 10^{-3}$
0,7	147,7	3 334	588	0,0118	$11,78 \times 10^{-3}$
0,8	154,8	3 531	392	0,0096	$14,03 \times 10^{-3}$

Dans ce cas, la section efficace totale a la valeur $\sigma = 39,23$ fb. On observe qu'on obtient des valeurs proches pour toutes les asymétries, mais on a une meilleure limite pour des asymétries plus petites, même si l'erreur sur A est plus grande dans ce cas. Cela est dû au fait que le changement de σ_A est très

petit, pendant que $\overline{E}$ croît avec l'asymétrie d'une manière plus significative. Le terme en $\overline{E}^2$ de l'équation (5.6) qui a la plus grande influence sur la limite qu'on peut mettre sur $\mathcal{F}_4^\gamma$ va donc déterminer une meilleure limite pour des asymétries petites.

Pour $\sqrt{s} = 1000$ GeV, la section efficace totale est $\sigma = 10,96$ fb.

Tableau 5.2 Résultats numériques pour le moment anapolaire électromagnétique pour $\sqrt{s} = 1000$ GeV

A	$\overline{E}$ (GeV)	N_p	N_g	σ_A	$ \mathcal{F}_4^\gamma $
0,4	270,8	767	329	0,0277	$2,82 \times 10^{-3}$
0,5	289,2	822	274	0,0262	$2,98 \times 10^{-3}$
0,6	307,7	876	219	0,0242	$3,23 \times 10^{-3}$
0,7	326,1	932	164	0,0216	$3,62 \times 10^{-3}$
0,8	344,6	986	110	0,0181	$4,31 \times 10^{-3}$

Pour $\sqrt{s} = 2000$ GeV la section efficace totale est $\sigma = 2,75$ fb.

Tableau 5.3 Résultats numériques pour le moment anapolaire électromagnétique pour $\sqrt{s} = 2000$ GeV

A	$\overline{E}$ (GeV)	N_p	N_g	σ_A	$ \mathcal{F}_4^\gamma $
0,4	549,1	193	83	0,0552	$1,28 \times 10^{-3}$
0,5	587,9	207	69	0,0522	$1,35 \times 10^{-3}$
0,6	626,6	220	55	0,0482	$1,47 \times 10^{-3}$
0,7	665,4	234	41	0,0430	$1,64 \times 10^{-3}$
0,8	704,2	248	28	0,0361	$1,95 \times 10^{-3}$

Dans les derniers tableaux on remarque le même comportement de la limite sur $\mathcal{F}_4^\gamma$ en fonction de l'asymétrie.

On voit aussi qu'on a des meilleurs limites sur la valeur du moment anapolaire quand l'énergie initiale augmente. Cela est dû au fait que les facteurs γ

qui multiplient $\mathcal{F}_4$ dans les expressions (3.39), (3.40), (3.41) sont plus grands pour des énergies plus grandes.

Les valeurs obtenues comme limites pour le moment anapolaire sont plus grandes que la valeur du moment électrique dipolaire, qui est plus petite que 10^{-9} . Cela justifie le fait qu'on peut négliger $\mathcal{F}_3^\gamma$ par rapport à $\mathcal{F}_4^\gamma$.

5.3 Limites sur la valeur du moment anapolaire faible

Aux énergies considérées dans ce travail, la contribution qui provient de l'échange d'un boson Z a une importance assez grande. Par conséquent, on doit aussi tenir compte de cette contribution.

Pour obtenir la section efficace complète, il faut ajouter à celle de l'équation (5.3) les termes suivants (où nous avons négligé les termes en $\mathcal{F}_3$):

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{dE_5} dE_5 = & \kappa \frac{(c_R^2 + c_L^2)}{8} \frac{s^2}{(s - M_Z^2)^2} \frac{1}{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \left\{ |\mathcal{F}_1^Z|^2 (2 - \beta^2 + \beta^2 \cos^2 \theta) + \right. \\
& + \gamma^2 |\mathcal{F}_2^Z|^2 (2 - \beta^2 - \beta^2 \cos^2 \theta) + 4\beta^2 \gamma^2 |\mathcal{F}_4^Z|^2 (1 + \cos^2 \theta) - 4\mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^Z + \\
& + 4\beta^2 \gamma^2 \frac{m_t^4}{s^2} |\mathcal{F}_5^Z|^2 (1 + \cos^2 \theta) + 8\beta^2 \gamma^2 \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_4^Z \mathcal{F}_5^Z (1 + \cos^2 \theta) + \\
& + 8\beta n_4^z \left[\gamma^2 (\mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^Z + \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_5^Z) - \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^Z - \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_5^Z \right] (1 + \cos^2 \theta) \Big\} - \\
& - \kappa \frac{(c_R + c_L)}{12} \frac{s}{s - M_Z^2} \frac{1}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \left\{ 2\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_1^Z (2 - \beta^2 + \beta^2 \cos^2 \theta) + \right. \\
& + 2\gamma^2 \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_2^Z (2 - \beta^2 - \beta^2 \cos^2 \theta) + 8\beta^2 \gamma^2 \mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_4^Z (1 + \cos^2 \theta) - \\
& - 4(\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^Z + \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_1^Z) + 4\beta^2 \gamma^2 \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_5^Z (1 + \cos^2 \theta) + \\
& + 8\beta n_4^z \left[\gamma^2 (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_1^Z) + \gamma^2 \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_5^Z - \frac{m_t^2}{s} \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_5^Z - \right. \\
& \left. - (\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^\gamma) \right] (1 + \cos^2 \theta) \Big\} + \\
& + \kappa \frac{c_R^2 - c_L^2}{2} \frac{s}{(s - M_Z^2)^2} \frac{1}{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \cos \theta \left\{ \beta s \left[\frac{s}{m_t^2} \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^Z + \right. \right. \\
& + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_5^Z - \frac{s^2}{m_t^4} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_4^Z - \frac{s}{m_t^2} \mathcal{F}_2^Z \mathcal{F}_5^Z \Big] + n_4^z \left[-2\gamma^2 m_t^2 |\mathcal{F}_1^Z|^2 + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{s}{2} |\mathcal{F}_2^Z|^2 + \frac{1}{2} (4m_t^2 - s) \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_2^Z + 4s\beta^2\gamma^2 \mathcal{F}_4^Z \mathcal{F}_5^Z + 2m_t^2\beta^2\gamma^2 |\mathcal{F}_5^Z|^2 \Big] \Big\} - \\
& - \kappa \frac{4(c_R - c_L)}{3} \frac{1}{(s - M_Z^2)} \frac{1}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \cos \theta \Big\{ \beta s \left[\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_5^Z - \frac{s}{m_t^2} \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_5^Z + \right. \\
& + \frac{s}{m_t^2} (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_1^Z \mathcal{F}_4^\gamma) - \frac{s^2}{m_t^4} (\mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_4^Z + \mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_2^Z) \Big] + n_z^z \left[s \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_2^Z - \right. \\
& \left. \left. - 4\gamma^2 m_t^2 \mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_1^Z + \frac{1}{2} (4m_t^2 - s) (\mathcal{F}_1^\gamma \mathcal{F}_2^Z + \mathcal{F}_2^\gamma \mathcal{F}_1^Z) + 4s\beta^2\gamma^2 \mathcal{F}_4^\gamma \mathcal{F}_5^Z \right] \right\} \quad (5.9)
\end{aligned}$$

Dans cette expression, on considère comme connues les quantités suivantes:

$$\mathcal{F}_1^\gamma = 1, \mathcal{F}_2^\gamma = 0,001161$$

$$\mathcal{F}_1^Z = \frac{1}{\sin 2\theta_W} \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W \right) = 0.229703$$

$$\mathcal{F}_2^Z = 0.000267, \mathcal{F}_5^Z = -\frac{1}{2 \sin 2\theta_W} = -0.594061$$

Dans ce cas, nous avons deux inconnues: $\mathcal{F}_4^\gamma$ et $\mathcal{F}_4^Z$ et nous voulons chercher des limites pour les deux.

Si on intègre complètement sur les angles, les termes en $\mathcal{F}^Z$ qui viennent du couplage axial entre le Z et l'électron vont disparaître à cause de leur dépendance en $\cos \theta \sin \theta$. Nous avons donc pensé utiliser aussi une asymétrie dans la distribution angulaire pour pouvoir séparer $\mathcal{F}_4^\gamma$ de $\mathcal{F}_4^Z$. Cela ne s'est pas avéré être une voie efficace, car dans la section efficace $\mathcal{F}_4^Z$ n'a pas de terme avec une distribution angulaire complètement différente de celle du $\mathcal{F}_4^\gamma$ à cause des termes d'interférence $\mathcal{M}_\gamma^\dagger \mathcal{M}_Z$ et $\mathcal{M}_Z^\dagger \mathcal{M}_\gamma$.

Nous allons donc procéder comme dans le cas plus simple où on avait seulement $\mathcal{F}_4^\gamma$. Pour une asymétrie fixée, on obtient une seule équation, ce qui n'est pas suffisant pour déterminer les deux inconnues. Par conséquent, cette fois nous allons considérer deux asymétries différentes pour chaque énergie initiale et nous allons obtenir deux équations pour $\mathcal{F}_4^\gamma$ et $\mathcal{F}_4^Z$. En considérant que les deux équations doivent être satisfaites en même temps, nous pouvons extraire les valeurs limites pour les deux moments.

À partir de l'expression complète de la section efficace différentielle (obtenue en ajoutant les équations (5.3) et (5.9)) nous recalculons les asymétries en intégrant aussi sur les angles. Après cela nous cherchons les valeurs des moments anapolaires électromagnétique et faible.

Pour toutes les combinaisons d'asymétries considérées (avec les asymétries de 0,4; 0,5; 0,6; 0,7 et 0,8), les résultats pour les limites sur les moments anapolaires sont presque les mêmes pour une même énergie initiale donnée. Ces résultats sont présentés dans les tableau 5.4, pour différentes énergies.

Tableau 5.4 Résultats numériques pour les moments anapolaires électromagnétique et faible

$\sqrt{s}$ (GeV)	$ \mathcal{F}_4^\gamma $	$ \mathcal{F}_4^Z $	σ (fb)
500	0,164	0,656	42,93
1000	0,0834	0,338	11,87
2000	0,073	0,294	2,97

On peut voir que dans ce cas nous n'obtenons pas de très bonnes limites pour les moments anapolaires. Cela est dû aux couplages du boson Z et spécialement à la charge axiale $\mathcal{F}_5^Z$, qui apparaît dans les mêmes combinaisons que $\mathcal{F}_4^Z$, avec la même dépendance angulaire. Par conséquent, la présence de $\mathcal{F}_5^Z$ va toujours "masquer" $\mathcal{F}_4^Z$, ne permettant pas d'obtenir une bonne limite sur celui-ci. Puisqu'on ne peut pas déterminer $\mathcal{F}_4^\gamma$ et $\mathcal{F}_4^Z$ séparément, la limite sur $\mathcal{F}_4^\gamma$ devient aussi moins bonne que dans le cas où nous avons négligé la contribution de l'échange du boson Z .

CONCLUSIONS

Dans ce travail nous avons vu que le moment anapolaire effectif du quark top a une signature propre dans sa distribution angulaire et dans la corrélation entre les spins de t et $\bar{t}$. Cela le distingue de tous les autres moments et nous permet de dire qu'il est une vraie observable physique, contrairement au moment anapolaire intrinsèque. À l'aide d'une asymétrie dans la distribution d'énergie du quark b nous avons pu aussi mettre des limites sur la valeur de ce moment. Les calculs ont montré que le résultat n'est pas très sensible à l'asymétrie. La différence entre les résultats donnés par la plus petite et la plus grande asymétrie dans le cas où on néglige la contribution du boson Z n'est même pas un facteur de 2 pour une énergie donnée.

Dans le cas où on tient compte aussi de la contribution du boson Z , on obtient des limites moins bonnes que dans le cas précédent. Cela est dû au fait qu'on veut avoir des informations aussi sur F_4^Z . Puisque les deux quantités d'intérêt, F_4^γ et F_4^Z , ont des termes avec la même distribution angulaire, nous sommes forcés d'utiliser une combinaison de deux asymétries pour une énergie donnée. Les calculs ont montré que les limites obtenues sont insensibles à la sixième décimale près aux paires d'asymétries utilisées.

Nous avons constaté que la qualité des limites obtenues augmente avec la croissance de l'énergie des électrons, bien qu'aux grandes énergies la section efficace totale diminue. Ceci est dû à la présence du facteur γ - qui augmente avec l'énergie - dans les termes d'intérêt.

Pour faire suite à ce travail, nous avons deux voies possibles: s'intéresser plutôt au boson W et étudier les produits de sa désintégration, ou bien considérer un modèle précis, inclure toutes les boucles dans un processus donné et isoler leur contribution au moment anapolaire effectif. Toutes les deux demandent énormément de travail. Dans la première approche, nous faisons un

calcul plus réaliste et complet de l'influence du moment anapolaire effectif sur un processus observable expérimentalement et, par conséquent, nous pouvons mettre des limites sur sa valeur. Dans la deuxième approche nous considérons, dans un modèle au-delà du Modèle Standard, les corrections radiatives (à une boucle) à un processus physique et nous calculons le moment anapolaire effectif en fonction des masses et constantes de couplage. En comparant les résultats trouvés par les deux voies nous pourrions mettre des contraintes sur la "nouvelle physique".

Notons que, pour des photons réels, le moment anapolaire est nul. Par conséquent, les données expérimentales qui le concernent ne sont pas détériorées par les photons mous qui peuvent apparaître dans l'état initial ou final. Voilà un avantage de ce moment par rapport aux autres moments électro-faibles!

En conclusion, l'étude du moment anapolaire nous donne un outil supplémentaire pour étudier la physique au-delà du Modèle Standard parce que cette nouvelle physique peut contribuer aux processus observables à travers ce moment.

APPENDICE A

DÉMONSTRATION DE L'IDENTITÉ (4.22)

On doit démontrer l'identité:

$$2(\bar{A}\Lambda_+(p)B)(\bar{B}\Lambda_+(p)A) = (\bar{A}\Lambda_+(p)A)(\bar{B}\Lambda_+(p)B) - \eta_{\mu\nu}(\bar{A}\gamma^\mu\gamma_5\Lambda_+(p)A)(\bar{B}\gamma^\nu\gamma_5\Lambda_+(p)B) \quad (\text{A1})$$

Nous pouvons le faire facilement dans le repère propre de la particule où $p = (M, 0)$. Dans ce repère on a:

$$\Lambda_+(p) = \not{p} + M = M(\gamma^0 + \mathbb{I}) \quad (\text{A2})$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{cases} g_{\mu\nu} & \text{pour } \mu, \nu = i, j \\ 0 & \text{pour } \mu, \nu = 0 \end{cases} \quad (\text{A3})$$

Nous utilisons la forme explicite des matrices de Dirac:

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \gamma^i &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \\ \gamma_5 &= i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \gamma^i\gamma_5 &= \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & -\sigma_i \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

Nous obtenons alors dans le repère de la particule:

$$\begin{aligned}
& (\bar{A}\Lambda_+(p)A)(\bar{B}\Lambda_+(p)B) - \eta_{\mu\nu}(\bar{A}\gamma^\mu\gamma_5\Lambda_+(p)A)(\bar{B}\gamma^\nu\gamma_5\Lambda_+(p)B) = \\
& = M[\bar{A}(\gamma_0 + \mathbb{I})A]M[\bar{B}(\gamma_0 + \mathbb{I})B] + \\
& + [\bar{A}\begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}M(\gamma_0 + \mathbb{I})A]\left[\bar{B}\begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix}M(\gamma_0 + \mathbb{I})B\right] = \\
& = 4M^2[(A_1^\dagger A_1 + A_2^\dagger A_2)(B_1^\dagger B_1 + B_2^\dagger B_2) - (A_1^\dagger A_1 - A_2^\dagger A_2)(B_1^\dagger B_1 - B_2^\dagger B_2) - \\
& - (A_1^\dagger A_2 - A_2^\dagger A_1)(B_1^\dagger B_2 - B_2^\dagger B_1) + (A_1^\dagger A_2 + A_2^\dagger A_1)(B_1^\dagger B_2 + B_2^\dagger B_1)] = \\
& = 8M^2[A_1^\dagger A_1 B_1^\dagger B_1 + A_2^\dagger A_2 B_2^\dagger B_2 + A_1^\dagger A_2 B_2^\dagger B_1 + A_2^\dagger A_1 (B_1^\dagger B_2)] = \\
& = 2[\bar{A}M(\gamma_0 + \mathbb{I})B][\bar{B}M(\gamma_0 + \mathbb{I})A] = 2(\bar{A}\Lambda_+(p)B)(\bar{B}\Lambda_+(p)A) \tag{A5}
\end{aligned}$$

Nous sommes arrivés au résultat cherché.

Bibliographie

- [1] S. Glashow, *Partial Symmetries of weak interactions*,
Nuc. Phys. **22**, (1961), 579.

A. Salam, *Elementary particle theory: relativistic groups and analicity*,
Nobel Symposium no.8 édité par N. Svartholm
(Almqvist, Wiksell, Stockholm), (1968), 367.

S. Weinberg, *A model of leptons*, Phys. Rev. Lett. **19**, (1967), 1264-1266.
- [2] F. Boudjema, C. Hamzaoui, *Massive and massless Majorana particles
of arbitrary spin: Covariant gauge couplings and production properties*
Phys.Rev. **D43** (1991), 3748.
- [3] R. Roiban, *Moment anapolaire et invariance de jauge*,
mémoire en préparation.
- [4] S. Abachi et al. (D0 Collaboration), *Observation of the top quark*,
Phys. Rev. Lett. **74**, (1995), 2632-2637, hep-ex-9503003.

F. Abe et al. (CDF Collaboration), *Observation of the top quark
production in anti-p p collisions*, Phys. Rev. Lett. **74**, (1995), 2626-2631,
hep-ex-9503002.

J. Erler and P. Langacker, preprint UPR-0632T, hep-ph-9411203.
- [5] J. Carter, *Precision tests of the Standard Model at LEP*. In *Proceedings of
the Joint International Lepton-Photon Symposium & Europhysics
Conference on High Energy Physics* (Geneva, 25 Juillet - 1 Août 1991),
édité par S. Hegarty, K. Potter, E. Quercigh, p. 1-27., World Scientific.
- [6] M. Veltman, *The screening theorem and the Higgs system*,
Acta Phys. Pol. **B25**, (1994), p.1627-1636.

S. Kanemura, T. Kubota, H.-A. Tohyama, *Generalized screening theorem
for Higgs decay processes in the two doublet model*, hep-ph 9604381.
- [7] P. Langacker, M. Luo, A. K. Mann, *High-precision electroweak experiments:*

A global search for new physics beyond the Standard Model,

Rev. Mod. Phys. **64**, No.1, (1992), 87 - 192.

Review of Particle Physics, Phys. Rev. **D54**, (1996).

- [8] J. D. Bjorken, S. D. Drell, *Relativistic quantum mechanics*, vol.I,
McGraw-Hill, New York, 1964.

I.J.R. Aitchison, A.J. Hey, *Gauge Theories in Particle Physics*, Bristol,
1993, Editeur Douglas Brewer.

- [9] Deshpande, Nazerimonfared, *Flavor-changing electromagnetic vertex in a
non-linear R_ξ gauge*, Nuc. Phys. **B213**, (1983), 390-408.

- [10] A. Czarnecki, B. Krause, W. J. Marciano, *Electroweak corrections to the
muon anomalous magnetic moment*, Phys. Rev. Lett. **76**, (1996),
p.3267-3270.

A. Czarnecki, B. Krause, W. J. Marciano, *Anomalous Magnetic Moment*,
Phys. Rev. **D52**, (1995), p. 2619-2623.

et références

- [11] W. Bernreuther, M. Suzuki, *The electric dipole moment of the electron*,
Rev. Mod. Phys. **63**, (1991), p. 313-340, ERRATUM-ibid.64, (1992),
p. 633.
- [12] S. Kawasaki, T. Shirafuji, S. Y. Tsai, *Productions and decays of short-lived
particles in e^+e^- colliding beam experiments*, Prog. Theor. Phys., **49**
No.5, (1973), 1656-1679.
- [13] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, , M. Roos, B. Sadoulet, *Statistical
methods in experimental physics*, Amsterdam: North-Holland Publishing
Co., 1982, ch.4.