

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN PHYSIQUE

PAR  
JEAN DESFORGES

SIGNATURE DE COUPLAGES ANOMAUX  
DANS LE COLLISIONNEUR  
ÉLECTRON-POSITRON À 500 GEV

DÉCEMBRE 1998

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

## REMERCIEMENTS

Je tiens avant tout à remercier mon directeur de recherche, Gilles Couture, dont j'ai surtout apprécié l'efficacité dans sa fonction de superviseur de projet de recherche. Grâce à ses démarches, j'ai également pu bénéficier d'une subvention de recherche du CRSNG.

Un merci spécial aussi à Chérif Hamzaoui, co-directeur de recherche, pour ses précisions théoriques et ses encouragements constants à persévérer dans mes efforts.

Je voudrais aussi mentionner l'aide de Marc Baillargeon, stagiaire postdoctoral, qui m'a permis d'incorporer aisément les diagrammes de Feynman à mon travail.

Je remercie finalement le département de physique de l'UQAM, et spécialement tous les professeurs qui m'ont offert une charge d'auxiliaire d'enseignement, pour l'aide financière et l'expérience pertinente que j'en ai retiré.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	ii
TABLE DES MATIÈRES .....	iii
LISTE DES FIGURES .....	v
LISTE DES SYMBOLES .....	vii
RÉSUMÉ .....	xii
INTRODUCTION .....	1
<b>CHAPITRE I</b>	
THÉORIE DES CHAMPS .....	4
1.1 Particules et champs quantiques .....	4
1.2 Section efficace de diffusion .....	7
1.3 Approche perturbative .....	9
1.4 Modèle Standard .....	10
1.5 Interaction électrofaible .....	12
1.6 Brisure spontanée de symétrie .....	13
1.7 Règles de Feynman .....	17
<b>CHAPITRE II</b>	
COUPLAGE TRILINÉAIRE DE BOSONS .....	21
2.1 Forme du lagrangien .....	21
2.2 Règles de Feynman .....	24
<b>CHAPITRE III</b>	
TECHNIQUE DES SPINEURS .....	28
3.1 Avantages de la méthode des spineurs .....	29
3.2 Quelques résultats utiles .....	30

<b>CHAPITRE IV</b>	
CALCUL DES AMPLITUDES .....	37
<b>CHAPITRE V</b>	
RÉSULTATS ET ANALYSE.....	55
5.1 Variation de $\kappa_Z$ . . . . .	56
5.2 Variation de $\kappa_\gamma$ . . . . .	61
5.3 Variation de $\lambda_Z$ . . . . .	66
5.4 Variation de $\lambda_\gamma$ . . . . .	67
<b>CONCLUSION</b> .....	70
<b>APPENDICE A</b>	
PROGRAMME DE SIMULATION MONTE CARLO UTILISÉ ..	72
<b>APPENDICE B</b>	
SOUS-ROUTINE QUI CALCULE L'AMPLITUDE .....	81
<b>APPENDICE C</b>	
SOUS-ROUTINES SUPPLÉMENTAIRES .....	90
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	93

## LISTE DES FIGURES

1.1	Exemple de diagramme de Feynman impliqué dans le processus à l'étude.	18
2.1	Diagramme de Feynman qui implique le couplage de jauge.	21
2.2	Couplage de jauge.	25
4.1	Diagramme de Feynman A	39
4.2	Diagramme B	42
4.3	Diagramme C	43
4.4	Diagramme D	44
4.5	Diagramme E	45
4.6	Diagramme F	46
4.7	Diagramme G	47
4.8	Diagramme H	48
4.9	Diagramme I	49
4.10	Diagramme J	50
4.11	Diagramme M	51
4.12	Diagramme N	54
5.1	Section efficace différentielle pour trois valeurs de $\kappa_Z$ .	56
5.2	Variation de la section efficace totale en fonction de $\kappa_Z$ .	57
5.3	Comportement de $\sigma$ en fonction de la direction du quark sortant.	58
5.4	Comportement de $\sigma$ en fonction du cosinus relatif entre les quarks.	59

5.5	Comportement de $\sigma$ en fonction du cosinus relatif transverse des quarks. . . . .	59
5.6	Section efficace totale en fonction de $\kappa_Z$ calculée en élargissant la plage de $\kappa_Z$ . . . . .	60
5.7	Comportement de $\sigma$ en fonction du momentum transverse du quark sortant. . . . .	61
5.8	Section efficace différentielle pour trois valeurs de $\kappa_\gamma$ . . . . .	61
5.9	Section efficace différentielle pour trois valeurs de $\kappa_\gamma$ en imposant une borne inférieure à la masse invariante des propagateurs. . . . .	62
5.10	Variation de l'incertitude sur $\kappa_\gamma$ en fonction du choix de la borne inférieure imposée à la masse invariante des propagateurs. . . . .	63
5.11	Variation de la section efficace en fonction de $\kappa_\gamma$ avec borne inférieure sur la masse invariante des propagateurs. . . . .	64
5.12	Exemple de variation de la section efficace en fonction de $\kappa_\gamma$ , dans la plage d'énergie située en deçà de 91 GeV. . . . .	65
5.13	Section efficace différentielle pour trois valeurs de $\lambda_Z$ . . . . .	66
5.14	Variation de la section efficace en fonction de $\lambda_Z$ . . . . .	67
5.15	Variation de l'incertitude sur $\lambda_\gamma$ en fonction du choix de la borne inférieure imposée à la masse invariante des propagateurs. . . . .	68
5.16	Variation de la section efficace en fonction de $\lambda_\gamma$ avec borne inférieure sur $M_{inv}$ . . . . .	69

## LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition
$a_n$	opérateur annihilation d'une particule de momentum $\mathbf{k}_n$
$a_n^\dagger$	opérateur création d'une particule de momentum $\mathbf{k}_n$
$A^\mu$	quadri-vecteur associé au champ électromagnétique
$B^\mu$	champ de jauge associé au groupe $U(1)$
$c_n$	opérateur annihilation d'une anti-particule de momentum $\mathbf{k}_n$
$c_n^\dagger$	opérateur création d'une anti-particule de momentum $\mathbf{k}_n$
$C^\pm$	constantes de couplage associées aux projecteurs droite-gauche
$D_\mu$	dérivée covariante
$e$	charge électrique élémentaire
$e^-$	électron
$e^+$	positron
$E_n$	énergie associée au niveau quantique $n$
$fb$	femtobarne ( $10^{-36} cm^2$ )
$pb$	picobarne ( $10^{-39} cm^2$ )
$F_{\mu\nu}$	tenseur électromagnétique
$g$	constante de couplage associée au groupe $SU(2)$

$g'$	constante de couplage associée au groupe $U(1)$
$g^{\mu\nu}$	tenseur métrique
$H$	opérateur hamiltonien (peut aussi d'écrire le champ de Higgs)
$H_0$	hamiltonien libre du système (sans interaction)
$H_I$	hamiltonien d'interaction
$\mathcal{H}$	densité hamiltonienne
$i$	nombre imaginaire
$I$	matrice identité
$\mathbf{k}_n$	momentum associé au niveau quantique $n$
$\mathcal{L}_0$	densité lagrangienne d'un système libre
$\mathcal{L}_{int}$	terme d'interaction de la densité lagrangienne
$m$	masse de la particule considérée
$M_W$	masse du boson $W$
$M_Z$	masse du boson $Z$
$p^\mu$	quadri-vecteur momentum
$p, q, k$	différents quadri-momenta utilisés dans les diagrammes
$\bar{p}, \bar{q}, \bar{k}$	quadri-momenta des anti-particules
$\mathbf{p}$	vecteur momentum (à trois dimensions)
$\not{p}$	contraction $p_\mu \gamma^\mu$
$P, P', Q$	quadri-momenta des bosons (dans le couplage de jauge)

$\mathcal{P}_\pm$ ou $\omega_\pm$	opérateurs projection droite-gauche
$Q$	moment quadrupolaire électrique
$\mathbf{r}$	vecteur position
$s(p, q), t(p, q)$	produits spinoriels décrits dans la méthode des spineurs
$S$	chaîne de matrices $\gamma^\mu$
$S_{\beta\alpha}$	amplitude de probabilité de la transition d'un état $\alpha$ à un autre état $\beta$
$u_\lambda(p)$	spineur d'un fermion de momentum $p$ et d'hélicité $\lambda$
$\bar{u}_\lambda(p)$	spineur adjoint de $u_\lambda(p)$
$U$	opérateur d'évolution
$U(1)$	groupe unitaire
$SU(n)$	groupe unitaire spécial pour l'espace de dimension $n$
$u, c, t$	quarks <i>up</i> , <i>charme</i> , et <i>top</i>
$d, s, b$	quarks <i>down</i> , <i>strange</i> , et <i>bottom</i>
$v$	constante associée au champ de Higgs mesuré dans l'état fondamental
$V^\mu$	champ qui décrit à la fois le photon ou le boson $Z$
$\mathcal{V}$	densité d'énergie potentielle
$W_\mu^\pm$	champs associés aux bosons chargés $W^\pm$
$W_{\mu\nu}$	tenseur associé aux champs des bosons $W^\pm$
$x^\mu$	quadri-vecteur position
$Z^\mu$	champ associé au boson $Z$

$\alpha$	constante de structure fine
$\alpha, \beta, \mu, \nu$	indices associés à chaque vertex d'un diagramme de Feynman
$\alpha_i$	matrices de Dirac
$ \alpha\rangle$	état quantique en notation de Dirac
$\beta$	première matrice de Dirac
$\gamma^\mu$	matrices de Dirac en notation tensorielle
$\Gamma$	taux de désintégration
$\partial_\mu$	dérivée partielle en notation tensorielle
$\epsilon_\mu^\alpha$	vecteur de polarisation associé au champ $\phi_\mu$
$\theta_W$	angle de Weinberg
$\kappa, \lambda$	constantes de couplage utilisées pour décrire le couplage de jauge
$\lambda$	hélicité
$\mu$	moment dipolaire magnétique
$\nu$	neutrino
$\bar{\nu}$	anti-neutrino
$\sigma$	section efficace de diffusion
$\sigma_i$	matrices de Pauli
$\phi$	fonction d'onde d'une particule sans spin
$\dot{\phi}$	dérivée par rapport au temps de la fonction $\phi$
$\psi$	fonction d'onde d'un fermion

$\psi^\dagger$	adjoint de la fonction $\psi$
$\psi_L$	champ gauche (sous la forme d'un doublet)
$\psi_R$	champ droit (sous la forme d'un singulet)
$\nabla$	opérateur gradient
$\square$	opérateur d'alembertien

## RÉSUMÉ

L'objectif principal de cette recherche est de tester les limites du Modèle Standard (MS) de la physique des particules. À partir d'un processus spécifique d'interaction électron-positron à 500 GeV, le travail consiste à étudier les couplages de jauge, c'est-à-dire les couplages qui concernent uniquement les champs de jauge (les bosons W, Z et le photon). Ces couplages étant très bien définis dans le contexte du MS, toute déviation par rapport à ses prédictions serait une indication qu'on est en présence de couplages que le MS ne prévoit pas (couplages anomaux), et donc que le modèle est incomplet.

Ce travail de recherche comporte plusieurs points qui se présentent comme suit. D'abord, pour introduire le cadre théorique de la recherche, on commence par décrire sommairement les concepts les plus importants qui font partie du formalisme de la théorie des champs. On parle ensuite brièvement de la méthode de Feynman pour calculer les amplitudes de transition associées à un processus d'interaction. Une seconde partie théorique est consacrée au couplage de jauge, à la forme du lagrangien le plus général qui puisse le décrire, et à l'expression de la règle de Feynman qu'on peut lui faire correspondre. On introduit ensuite la Méthode des Spineurs qui est couramment utilisée pour le calcul des interactions qui se produisent à hautes énergies, c'est-à-dire là où on peut négliger la masse des fermions. Un calcul complet d'amplitude est donné en exemple pour deux des douze diagrammes qui concernent notre étude, ce qui est suffisant ici pour bien illustrer cette méthode de calcul. Un programme de simulation *Monte Carlo* a été utilisé pour faire les calculs d'amplitude et de section efficace pour un grand nombre d'événements fictifs, ce qui permet d'étudier l'effet produit par une variation des constantes de couplage de jauge.

En tenant compte de la densité des faisceaux incidents électron-positron qu'il est possible de produire aujourd'hui, et des niveaux d'énergie qu'il sera possible d'atteindre bientôt dans les accélérateurs de pointe, cette étude suggère une limite

aux valeurs que peuvent prendre les constantes de couplage pour que les mesures expérimentales demeurent ou non en accord avec les prédictions du MS. Notre analyse donne une façon de déterminer les limites au-delà desquelles une signature de couplages anomaux devient évidente.

## COUPLAGE DE JAUGE, MODÈLE STANDARD, MÉTHODE DES SPINEURS

## INTRODUCTION

On connaît quatre forces fondamentales dans la nature : la gravitation, la force électromagnétique, la force nucléaire faible et la force nucléaire forte. On soupçonne très fortement que ces quatre forces ne soient, en fait, que des manifestations différentes d'un phénomène unique d'interaction. Nos efforts pour comprendre ces forces afin d'en arriver à un schéma théorique unifié ont connu un succès considérable à travers le Modèle Standard (MS) développé en physique des particules.

Dans le cadre du MS, il n'y a que deux sortes de particules : les fermions de spin demi-entier (leptons et quarks) et les bosons de spin entier, médiateurs des forces fondamentales. Les fermions sont classifiés en fonction des forces qu'ils peuvent sentir. Les quarks sont sensibles aux forces nucléaires forte et faible, ainsi qu'à la force électromagnétique. La gravitation n'est pas traitée par le MS car elle est négligeable dans l'étude des interactions entre un petit nombre de particules. Quant aux leptons, ils ne sont sensibles qu'aux forces électromagnétique et faible, unifiées dans le MS sous le nom de force électrofaible.

Parmi les succès qu'a accumulés le MS depuis son élaboration, mentionnons le fait que les bosons intermédiaires  $W, Z$  ont été prédits avant d'être observés. La première signature du  $Z$  a été enregistrée dans le processus  $e^+e^- \rightarrow \mu\bar{\mu}$  au cours duquel on a pu mesurer une asymétrie due au fait que pour le  $Z$ , contrairement au photon, le couplage gauche diffère du couplage droit (voir section 1.5). Les mesures qui proviennent de plusieurs processus différents montrent aussi que le couplage  $W$ -fermion est universel et qu'on mesure l'angle de Weinberg (section 1.6) avec une valeur qui est en accord avec les masses du  $Z$  et du  $W$ .

Dans le MS, la description des interactions fondamentales se fait sur la base des propriétés des groupes de transformations unitaires  $SU(3)$ ,  $SU(2)$  et  $U(1)$ . Le groupe  $SU(3)$  est associé à la force forte, alors que  $SU(2) \otimes U(1)$  est utilisé pour le

secteur électrofaible. L’interaction électrofaible entre les fermions s’interprète en terme d’échanges de bosons chargés  $W^\pm$  ou de bosons neutres  $Z$  et  $\gamma$ . Ces bosons sont aussi appelés des *champs de jauge* puisque le MS est une théorie construite à partir du concept d’invariance de jauge. On parle alors de *couplage de jauge* pour désigner l’interaction qui se produit uniquement entre champs de jauge.

Pour le Modèle Standard, la forme de ce couplage est bien définie dans l’expression du lagrangien. La seule liberté qui reste est au niveau de la valeur numérique des constantes de couplage. Cependant, cette liberté disparaît si des mesures expérimentales permettent de cerner la valeur numérique du couplage, qui devient alors parfaitement déterminé.

Au cours de ce travail, on veut étudier les couplages  $WWZ$  et  $WW\gamma$  à partir d’un processus spécifique, dans le but de tester les limites du MS. Puisque les couplages de jauge sont maintenant parfaitement définis dans le contexte du MS, toute déviation indiquerait très clairement que celui-ci est incomplet. Pour ce faire, on considère le processus d’interaction  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}$  impliquant 500 GeV d’énergie dans le centre de masse. L’avantage de choisir un collisionneur leptonique pour cette étude réside dans son environnement qui est beaucoup plus propre que celui d’un collisionneur hadronique tel  $p\bar{p}$ . Le choix d’une énergie de 500 GeV vient à point aussi, puisqu’il y a présentement des projets sérieux en Allemagne et au Japon pour construire un tel accélérateur.

Le signal, ou plutôt l’observable physique qui nous intéresse dans le processus choisi, est donc le couplage de jauge puisqu’on cherche la signature de couplages que le MS ne prévoit pas. On les appelle *couplages anomaux* (expression qui provient de *anomalous couplings*). La signature de tels couplages pourrait conduire à de la nouvelle physique, voire même, à l’introduction de nouvelles particules.

Ce mémoire de recherche est constitué de cinq parties. Le premier chapitre est une introduction à la physique des particules, et décrit sommairement les concepts les plus importants qui sont au cœur du formalisme de la théorie des champs. On y traite notamment, de l’important mécanisme de brisure spontanée de symétrie par lequel les particules acquièrent une masse dans la théorie. Le

chapitre se termine sur une description de la méthode de Feynman (diagrammes et règles associées) pour calculer les amplitudes de transition.

Le deuxième chapitre se concentre sur le couplage de jauge qui constitue l'objet principal de ce travail de recherche. On commence par chercher la forme du lagrangien le plus général qui lui convient, pour ensuite déterminer la règle de Feynman qui peut lui être associée.

Le chapitre 3 introduit la méthode de calcul qui sera utilisée au chapitre 4 pour obtenir les amplitudes associées à chacun des diagrammes de Feynman. On l'appelle la *technique des spineurs*. Elle est très efficace pour traiter les interactions qui se produisent à hautes énergies puisque dans ce cas, on peut négliger la masse des fermions et utiliser une représentation d'états basée sur le quadrimomentum et l'hélicité.

Au chapitre 4, on donne tous les diagrammes de Feynman qui correspondent au processus  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}$ , ainsi que les amplitudes associées à chacun. On illustre aussi ces résultats par quelques exemples complets de calcul.

Le dernier chapitre présente une analyse des résultats qui ont été obtenus par simulation du processus d'interaction à l'aide d'un programme *Monte Carlo* qui est capable de comptabiliser suffisamment d'événements fictifs pour avoir des résultats qui sont statistiquement satisfaisants.

# CHAPITRE I

## THÉORIE DES CHAMPS

L'outil théorique principal qui sert le mieux actuellement à comprendre le comportement des objets fondamentaux qui composent notre univers physique est la théorie des champs. Par ce formalisme (voir références [1],[2]), le concept de champ quantique est appliqué à la description des particules élémentaires et de leurs interactions. La théorie quantique des champs est une brillante construction qui fait le pont entre les résultats importants de la relativité et ceux de la mécanique quantique. En plus de traiter les interactions entre particules de façon covariante (invariance des lois physiques lors du passage d'un référentiel à un autre) comme l'exige la relativité, la théorie des champs permet aussi d'expliquer les processus de création et d'annihilation.

### 1.1 Particules et champs quantiques

Le point de départ de ce cadre théorique [1] consiste à modifier l'équation de Schrödinger (équation fondamentale de la mécanique quantique)

$$H\psi = E\psi \quad (1.1)$$

en utilisant la forme relativiste de l'énergie totale d'une particule libre.

$$E^2 = (mc^2)^2 + c^2 p^2 \quad (1.2)$$

Si on adopte le système naturel d'unités dans lequel on pose

$$\hbar = c = 1 \quad (1.3)$$

et le formalisme de la mécanique quantique [3],[4] pour décrire les opérateurs Energie et Momentum (impulsion de la particule),

$$E \equiv i \frac{\partial}{\partial t} \quad , \quad \mathbf{P} \equiv -i\nabla \quad (1.4)$$

l'expression de l'énergie totale peut prendre deux formes différentes selon que l'on considère la première ou la deuxième dérivée par rapport au temps.

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2} = m^2 - \nabla^2 \quad (1.5)$$

ou

$$i \frac{\partial}{\partial t} = \sqrt{m^2 - \nabla^2} \quad (1.6)$$

Lorsque la première forme est appliquée directement sur une fonction d'onde  $\psi$ , on obtient l'équation de Klein-Gordon

$$(\square + m^2)\psi = 0 \quad (1.7)$$

où

$$\square = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (1.8)$$

est le D'Alembertien qui agit sur  $\psi(\mathbf{r}, t)$ . La solution de l'équation de Klein-Gordon est une onde plane associée à la propagation d'une particule sans spin de momentum fixe  $\mathbf{k}_n$ .

$$\phi_n^{(\pm)}(\mathbf{r}, t) = N e^{i(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r} \mp E_n t)} \quad (1.9)$$

La solution la plus générale de l'équation doit, en fait, être exprimée sous la forme d'un développement complet sur tous les momentum  $\mathbf{k}_n$ .

$$\phi = \sum_n \left[ a_n \phi_n^{(+)} + c_n^\dagger \phi_{-n}^{(-)} \right] \quad (1.10)$$

Pour que le champ  $\phi$  soit quantifié, il suffit d'interpréter les coefficients possibles  $a_n, a_n^\dagger, c_n, c_n^\dagger$  en terme (dans l'ordre) d'opérateurs annihilation, création de particules et annihilation, création d'anti-particules.

L'autre forme possible de l'énergie conduit à l'équation de Dirac pour la description de particules qui possèdent un spin demi-entier. Puisque la forme de l'opérateur  $\sqrt{m^2 - \nabla^2}$  n'est pas vraiment utilisable, on demandera plutôt que l'équation traite l'espace et le temps de façon symétrique (dérivées premières partout), qu'elle présente une forme covariante et qu'elle conduise à une norme définie positive (hermiticité de l'hamiltonien). La forme cherchée s'écrit [1],[2]

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi = (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m) \psi \quad (1.11)$$

avec  $\alpha_i$  et  $\beta$  hermitiques. On obtient

$$\begin{aligned} (p^2 + m^2) \psi &= E^2 \psi \\ &= \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi \\ &= (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m)^2 \psi \\ &= \left\{ (\alpha_i)^2 (p^i)^2 + \beta^2 m^2 + \{\beta, \alpha_i\} m p^i \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \{\alpha_i, \alpha_j\}_{i \neq j} p^i p^j \right\} \psi \end{aligned} \quad (1.12)$$

On doit donc choisir des matrices  $\alpha_i$  et  $\beta$  anticommutatives entre elles et dont le carré donne la matrice identité.

$$\beta^2 = (\alpha_i)^2 = I \quad (1.13)$$

$$\{\beta, \alpha_i\} = \{\alpha_i, \alpha_j\} = 0 \quad (1.14)$$

On peut montrer que ces matrices doivent être au moins de dimension  $(4 \times 4)$  et on les construit à partir des matrices de Pauli  $\sigma_i$  et de la matrice identité  $I_{(2 \times 2)}$ . Elles sont définies par

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

Ces matrices engendrent l'espace nécessaire à la description des fermions de spin demi-entier (espace spinoriel de Dirac). L'interaction électromagnétique peut être incorporée à l'équation de Dirac grâce à la substitution minimale

$$p^\mu \rightarrow p^\mu - e A^\mu \quad (1.16)$$

couramment utilisée en électrodynamique classique [5] lorsqu'on cherche à construire un lagrangien ou un hamiltonien relativiste. L'équation prend une forme covariante lorsqu'elle est exprimée à l'aide des matrices  $\gamma^\mu$  suivantes,

$$\gamma^\mu = (\beta, \beta\alpha_i) \quad (1.17)$$

ce qui donne

$$\left[ \gamma^\mu \left( i \frac{\partial}{\partial x^\mu} - e A_\mu \right) - m \right] \psi = 0 \quad (1.18)$$

Comme pour les particules sans spin, le champ quantifié associé aux particules de Dirac se présente sous la forme d'un développement complet en momentum (et en spin), également avec coefficients exprimés en terme d'opérateurs création et annihilation.

$$\psi = \sum_{n,s} \left[ b_{n,s} \psi_{n,s}^{(+)} + d_{n,s}^\dagger \psi_{-n,-s}^{(-)} \right] \quad (1.19)$$

## 1.2 Section efficace de diffusion

L'interaction entre deux particules peut être décrite quantitativement en utilisant la notion de section efficace de diffusion.

$$\sigma = \frac{(\text{nb. de particules diffusées / seconde})}{(\text{nb. de part. incidentes / seconde})(\text{nb. de centres de diffusion / m}^2)} \quad (1.20)$$

On voit que  $\sigma$  est une mesure de quantité de surface par centre de diffusion. On peut la définir comme étant une grandeur de surface effective ayant la capacité de faire dévier une particule incidente lorsqu'elle se dirige vers une cible.

La raison pour laquelle cette quantité est si importante en théorie des champs est qu'elle représente à peu près la seule grandeur physique qu'on peut mesurer directement au laboratoire. Connaissant les propriétés de la cible et du faisceau incident, il ne reste qu'à compter et à identifier les particules qui sortent et de paramétriser le tout par la quantité  $\sigma$ .

Le lien avec les prédictions théoriques se fait de la façon suivante. Partant d'un état initial  $|\alpha\rangle$ , tout état ultérieur  $|t\rangle$  du système total peut être décrit à l'aide d'un l'opérateur d'évolution  $U$ .

$$U |\alpha\rangle = |t\rangle \quad (1.21)$$

Appliquons à cela une relation de fermeture provenant d'une base complète d'états  $|\beta\rangle$ .

$$\left( \sum_{\beta} |\beta\rangle\langle\beta| \right) U |\alpha\rangle = |t\rangle \quad (1.22)$$

On obtient

$$\sum_{\beta} S_{\beta\alpha} |\beta\rangle = |t\rangle \quad (1.23)$$

avec

$$S_{\beta\alpha} = \langle\beta|U|\alpha\rangle \quad (1.24)$$

Le coefficient  $S_{\beta\alpha}$  correspond à l'amplitude de probabilité d'une transition de l'état initial  $|\alpha\rangle$  à tout état final  $|\beta\rangle$  quelconque.  $|S_{\beta\alpha}|^2$  est donc proportionnel à la probabilité d'observer une particule sortante décrite par l'état  $|\beta\rangle$ . Cette probabilité correspond justement à la définition de la section efficace.

$$\sigma \sim \frac{(flux\ sortant)}{(flux\ incident)} \quad (1.25)$$

On aura donc  $\sigma \sim |S_{\beta\alpha}|^2$  c'est-à-dire qu'à tout produit d'interaction  $|\alpha\rangle \rightarrow |\beta\rangle$ , on peut associer une section efficace caractérisée par l'élément de matrice  $S_{\beta\alpha}$ .

### 1.3 Approche perturbative

Pour décrire l'interaction qui se produit entre particules au cours d'une collision, on utilise la méthode des perturbations qui consiste à poser [1],[6]

$$H = H_0 + H_I \quad (1.26)$$

$$H_I \ll H_0 \quad (1.27)$$

où

$H_I$  est l'hamiltonien d'interaction,

$H_0$  est l'hamiltonien *libre* du système (sans interaction).

Lorsque l'hamiltonien d'un système est indépendant du temps, son évolution est décrite par l'opérateur

$$U = e^{-iHt} \quad (1.28)$$

qui est solution de l'équation

$$\frac{dU}{dt} = -iHU \quad (1.29)$$

Dans le cas d'une interaction qui se produit dans un court laps de temps, l'hamiltonien doit dépendre explicitement du temps (à travers le potentiel d'interaction) et l'équation

$$dU(t) = -iH(t) U(t) dt \quad (1.30)$$

a pour solution

$$U(t, t_0) = \int_{t_0}^t dU(t') = 1 - i \int_{t_0}^t H(t') U(t') dt' \quad (1.31)$$

L'ordre zéro de la perturbation est obtenu en posant  $H(t') \simeq 0$  et alors

$$U^{(0)}(t, t_0) = 1 \quad (1.32)$$

Par itération, la substitution de  $U(t, t_0)$  dans l'équation précédente permet d'obtenir les ordres suivants de l'interaction.

$$\begin{aligned}
U^{(1)}(t, t_0) &= 1 - i \int_{t_0}^t H(t') U^{(0)}(t', t_0) dt' \\
&= 1 - i \int_{t_0}^t H(t') dt'
\end{aligned} \tag{1.33}$$

$$\begin{aligned}
U^{(2)}(t, t_0) &= 1 - i \int_{t_0}^t H(t_1) \left[ 1 - i \int_{t_0}^{t_1} H(t_2) dt_2 \right] dt_1 \\
&= 1 - i \int_{t_0}^t H(t_1) dt_1 + (-i)^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} H(t_1) H(t_2) dt_2
\end{aligned} \tag{1.34}$$

$$U^{(3)}(t, t_0) = \dots \tag{1.35}$$

Connaissant  $U(t, t_0)$  à l'ordre de précision désiré, on peut alors calculer la probabilité d'obtenir un état final particulier en utilisant

$$|S_{\beta\alpha}|^2 = |\langle \beta | U | \alpha \rangle|^2 \tag{1.36}$$

## 1.4 Modèle Standard

Deux sortes de particules existent dans le Modèle Standard : les fermions de spin demi-entier (leptons et quarks) et les bosons de spin entier, médiateurs des forces fondamentales. Le MS prévoit aussi l'existence de particules de Higgs de spin 0, introduites dans la théorie par un processus de brisure spontanée de symétrie (section 1.6) pour donner une masse aux particules tout en préservant la renormalisation du modèle. L'interaction entre ces différentes particules se définit en identifiant d'abord la forme du lagrangien (ou de la densité lagrangienne) qui pourra le mieux décrire le système.

La variable dynamique fondamentale avec laquelle on a coutume de travailler en théorie des champs est la densité lagrangienne. Le lagrangien est ici plus utile que l'hamiltonien (énergie totale) parce que celui-ci est une constante du mouvement et n'apporte pas d'information dynamique sur l'évolution d'un système.

La densité lagrangienne peut être paramétrisée par les champs  $\phi_j$  de chaque particule  $j$  et les dérivées  $\partial_\mu \phi_j = \frac{\partial \phi_j}{\partial x^\mu}$  de façon analogue au lagrangien classique  $L(q_j, \dot{q}_j, t)$  qui s'exprime en terme de coordonnées généralisées  $q_j$ . En général, on peut écrire

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int} \quad (1.37)$$

où

$\mathcal{L}_0$  est la densité lagrangienne qui décrit le système libre (sans interaction),

$\mathcal{L}_{int}$  est le terme d'interaction.

La partie libre  $\mathcal{L}_0$  est elle-même décomposable en plusieurs termes indépendants et associés à chaque particule. Par exemple, le terme provenant d'une particule neutre décrite par le champ scalaire  $\phi_j$  sera

$$\mathcal{L}_j = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi_j}{\partial x^\mu} \frac{\partial \phi_j}{\partial x_\mu} - m^2 \phi_j^2 \right) \quad (1.38)$$

Cette façon d'écrire le lagrangien provient en fait du formalisme canonique où on peut également définir un moment conjugué et une densité hamiltonienne par les expressions

$$\pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \quad (1.39)$$

$$\mathcal{H} = \pi \dot{\phi} - \mathcal{L} \quad (1.40)$$

La partie cinétique du lagrangien  $\mathcal{L}_j$  est reconnaissable par sa forme quadratique en  $(\partial_\mu \phi_j)^2$  par analogie avec la forme  $\dot{q}^2$  qui figure dans le lagrangien classique.

Quant au terme d'interaction  $\mathcal{L}_{int}$ , il s'exprime sous forme de produits de champs  $\phi_j$  (couplage des champs) et doit obéir à certaines symétries, notamment à l'invariance de jauge. De plus, chacun des champs  $\phi_j(x)$  qui apparaît dans  $\mathcal{L}_{int}$  doit être évalué au même point de l'espace-temps  $x^\mu = (t, x, y, z)$  afin d'assurer la localité de l'interaction.

## 1.5 Interaction électrofaible

Dans le cadre du Modèle Standard [7-9], la densité lagrangienne de l'interaction électrofaible est construite de façon à être invariante lorsqu'elle est décrite à l'aide du groupe de transformations unitaires  $SU(2) \otimes U(1)$ . Le groupe  $U(1)$  est formé des nombres complexes de grandeur unitaire alors que le groupe  $SU(2)$  permet la description de rotations dans un espace complexe à deux dimensions.

L'utilisation de ces groupes de transformations est suggérée par l'observation que la nature fait une distinction entre la droite et la gauche. Si on définit par exemple l'hélicité d'une particule d'après la projection de son spin sur la direction de propagation, on s'aperçoit que l'hélicité des fermions ne se présente parfois que sous une seule forme dans la nature. On n'observe pas par exemple de neutrino droit (spin parallèle à la direction de propagation) ou d'anti-neutrino gauche. De plus, l'interaction faible a la particularité de n'agir que sur les états gauches des particules.

Une façon simple de représenter l'état quantique des fermions est de les considérer sans masse, ce qui constitue une approximation acceptable aux niveaux d'énergies accessibles aujourd'hui. Seul le quark top peut causer des difficultés dans ce procédé. L'état d'un fermion peut donc être caractérisé uniquement par son quadri-momentum  $p^\mu$  et son hélicité  $\lambda$ . Dans l'espace de Dirac, on utilise les opérateurs de projection droite-gauche

$$\mathcal{P}_\pm \equiv \omega_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5) \quad \text{où } \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

pour isoler les états (ou particules) droits ou gauches car ils n'obéissent pas aux mêmes propriétés de transformation. Les champs gauches sont regroupés en doublots pour permettre leur description à l'aide du groupe  $SU(2)$ . Quant aux champs droits, puisqu'ils ne sentent pas l'interaction électrofaible, ils peuvent demeurer des singulets et être représentés par l'élément unité de  $SU(2)$ . Enfin, la symétrie  $U(1)$  est respectée par tous les états puisqu'une transformation provenant de ce groupe n'ajoute qu'un facteur de phase global.

Par exemple, la première génération de leptons qui comprend l'électron  $e$  et le neutrino électronique  $\nu_e$ , est représentée par le doublet

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \begin{pmatrix} \psi_\nu \\ \psi_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_L} \\ \psi_{e_L} \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

tandis qu'un électron droit (hélicité positive) doit être décrit par le singulet

$$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \psi_e = \psi_{e_R} \quad (1.43)$$

La représentation la plus naturelle d'un groupe de transformations  $SU(n)$  se fait à l'aide de ses  $(n^2 - 1)$  générateurs, pour chacun desquels on associe un champ de jauge. On note généralement par  $A_\mu^i$  les trois champs associés au groupe  $SU(2)$ , et par  $B_\mu$  celui qui provient de  $U(1)$ . Notons que ces champs ne représentent pas nécessairement des champs physiques puisque la masse ne fait pas encore partie de l'analyse. Ces champs de jauge ne servent pour l'instant qu'à rendre la théorie invariante par rapport à la symétrie  $SU(2) \otimes U(1)$ .

## 1.6 Brisure spontanée de symétrie

Si on introduit des termes de masse dans le lagrangien associé aux particules libres, on rend la théorie non-renormalisable. Pour tenir compte de la masse des particules dans la théorie, on utilisera plutôt le mécanisme de Higgs [8],[9] où la masse est considérée comme faisant partie de l'interaction. Ce mécanisme brise spontanément la symétrie du groupe  $SU(2)$  en introduisant un champ scalaire dont la valeur moyenne ne s'annule pas dans le vide. On dit alors que la symétrie est brisée spontanément par le vide, puisqu'elle n'est pas respectée par le niveau fondamental du système.

D'autre part, le théorème de Goldstone nous dit que tout mécanisme qui brise spontanément une symétrie continue fait nécessairement apparaître une particule sans masse. On la nomme *boson de Goldstone*. Il ne doit pas être confondu avec le photon, puisque celui-ci est associé à la charge électrique qui elle, est toujours conservée.

On arrive donc à la situation suivante : d'une part, essayer d'introduire des termes de masse rend la théorie non-renormalisable, et d'autre part, l'utilisation d'une brisure spontanée de symétrie fait apparaître une nouvelle particule sans masse qui ne peut correspondre à rien de connu dans la nature.

Cette situation se résout par le fait que, dans le mécanisme de Higgs, les deux effets se compensent l'un et l'autre. Les champs de jauge  $A_\mu^i$  et  $B_\mu$  associés aux générateurs du groupe qui appartiennent à la symétrie brisée, peuvent être recombinés entre eux pour former des quantités (des nouveaux champs) qui absorbent les degrés de liberté qui correspondent au boson de Goldstone. De cette façon, les bosons de jauge acquièrent une masse non nulle et deviennent des champs physiques réels, médiateurs des forces fondamentales.

Le champ scalaire qu'on introduit par le mécanisme de Higgs est exprimé sous la forme d'un doublet pour accommoder la symétrie  $SU(2)$  et au moins une de ses composantes est non-nulle dans l'état fondamental (le vide). On pose donc

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(H + v) \end{pmatrix}, \quad \langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

où  $\langle \phi \rangle_0$  est la valeur moyenne dans l'état fondamental. La forme quadratique  $(\partial_\mu \phi)^2$  qui provient de ce champ pour construire le lagrangien va produire le mélange entre les champs de jauge  $A_\mu^i$  et  $B_\mu$  cités plus haut. Une façon directe de le voir est de considérer à nouveau la substitution minimale

$$p_\mu \rightarrow p_\mu - eA_\mu \quad (1.45)$$

afin de définir une dérivée covariante  $D_\mu$  utile aux calculs où figurent des transformations de jauge. On a

$$p_\mu = (E, -\mathbf{p}) \equiv \left( i \frac{\partial}{\partial t}, i\nabla \right) = i\partial_\mu \quad (1.46)$$

$$(p_\mu - eA_\mu) \rightarrow iD_\mu \quad (1.47)$$

Si la théorie n'est pas en train de traiter uniquement l'interaction électromagnétique, mais inclut également l'interaction faible à l'aide de la symétrie  $SU(2) \otimes U(1)$ ,

la substitution minimale doit comprendre les quatre champs de jauge  $A_\mu^i$  et  $B_\mu$ . La dérivée covariante propre à satisfaire cette théorie prendra la forme suivante

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{i}{2}gA_\mu^i\sigma^i - \frac{i}{2}g'B_\mu \quad (1.48)$$

où  $g$  et  $g'$  sont les constantes de couplage associées respectivement aux groupes  $SU(2)$  et  $U(1)$ , tandis que les  $\sigma^i$  sont les matrices de Pauli, générateurs du groupe  $SU(2)$ . Le lagrangien covariant qui tient compte du champ de Higgs doit donc contenir un terme de la forme

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu\phi)^\dagger D^\mu\phi - \mathcal{V}(\phi) \quad (1.49)$$

où  $\mathcal{V}(\phi)$  désigne le potentiel. Cette forme montre clairement le couplage des champs de jauge. La masse des champs physiques correspondants apparaît en calculant la valeur moyenne de  $D_\mu\phi$  évaluée dans l'état fondamental.

$$\frac{1}{2} \left[ D_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right]^\dagger D^\mu \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

En développant cette expression, les termes pertinents qui restent sont

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \left( -\frac{i}{2}gA_\mu^i\sigma^i - \frac{i}{2}g'B_\mu \right) \left( \frac{i}{2}gA^{i,\mu}\sigma^i + \frac{i}{2}g'B^\mu \right) \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

Puisque  $(\sigma^i)^2 = I_{2 \times 2}$ , les termes carrés vont donner

$$\frac{1}{2} \frac{v^2}{4} \left[ g^2(A_\mu^1)^2 + g^2(A_\mu^2)^2 + g^2(A_\mu^3)^2 + g'^2(B_\mu)^2 \right] \quad (1.52)$$

Les termes croisés des champs  $A_\mu^i$  vont donner des contributions nulles parce que les matrices de Pauli sont anticommutatives.

$$\sigma^i\sigma^j + \sigma^j\sigma^i = 2\delta_{ij} \quad (1.53)$$

Et pour les autres termes croisés qui impliquent le champ  $B_\mu$ , on forme les produits matriciels suivants

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \sigma^1 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} v & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$= 0 \quad (1.54)$$

$$\begin{aligned} (0 \ v) \ \sigma^2 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} &= (0 \ v) \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= (iv \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (1.55)$$

$$\begin{aligned} (0 \ v) \ \sigma^3 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} &= (0 \ v) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= (0 \ -v) \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= -v^2 \end{aligned} \quad (1.56)$$

ce qui génère un seul double terme.

$$\frac{1}{2} \frac{v^2}{4} \cdot 2(-gg' A_\mu^3 B_\mu) \quad (1.57)$$

Il en résulte finalement l'expression

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2} \frac{v^2}{4} [g^2 (A_\mu^1)^2 + g^2 (A_\mu^2)^2 + (g A_\mu^3 - g' B_\mu)^2] \quad (1.58)$$

Si on interprète le résultat de ce développement comme étant l'expression des nouveaux champs physiques en terme des champs de jauge initiaux  $A_\mu^i$  et  $B_\mu$ , on peut écrire

$$\mathcal{L}' = M_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 0 A_\mu A^\mu \quad (1.59)$$

où les définitions suivantes correspondent aux nouveaux champs physiques.

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp i A_\mu^2) \quad (1.60)$$

$$Z_\mu^0 = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g A_\mu^3 - g' B_\mu) \quad (1.61)$$

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g' A_\mu^3 + g B_\mu) \quad (1.62)$$

Les bosons chargés  $W_\mu^\pm$  ont une forme complexe pour pouvoir être exprimables en tant qu'adjoint l'un de l'autre (avec  $W_\mu \equiv W^-$ ), tandis que les champs neutres  $Z_\mu^0$

et  $A_\mu$  sont définis de façon à être orthogonaux dans la base initiale  $(A_\mu^i, B_\mu)$ . La masse de ces nouveaux bosons est donnée par les coefficients qui accompagnent les termes  $W_\mu^\dagger W^\mu$ , etc. Le facteur  $1/2$  devant le terme  $Z_\mu Z^\mu$  est caractéristique d'une particule neutre. On trouve

$$M_W = g \frac{v}{2} , \quad M_Z = \sqrt{g^2 + g'^2} \frac{v}{2} , \quad M_A = 0 \quad (1.63)$$

Le champ  $A_\mu$  non massif qui ressort de cette analyse peut maintenant être associé au photon. Il est possible aussi d'exprimer le mélange des champs  $Z_\mu^0$  et  $A_\mu$  par un seul paramètre  $\theta_W$  appelé *angle de Weinberg* ou *angle faible*.

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta_W & \cos \theta_W \\ \cos \theta_W & -\sin \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (1.64)$$

On vérifie aisément que l'angle de Weinberg est relié aux constantes de couplage  $g$  et  $g'$  par les relations

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} , \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (1.65)$$

et que les masses des bosons ne sont pas indépendantes.

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos \theta_W \quad (1.66)$$

Enfin, la charge électrique (qui tient lieu de constante de couplage pour l'interaction électromagnétique) peut s'écrire

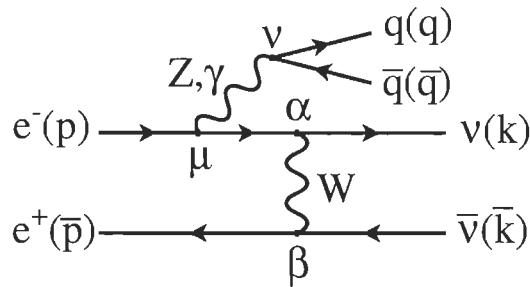
$$e = g \sin \theta_W \quad (1.67)$$

Le champ  $A_\mu$  associé au photon est médiateur de la force électromagnétique, tandis que les champs  $W_\mu^+, W_\mu^-$  et  $Z_\mu^0$  sont des bosons médiateurs de la force faible. La théorie contient ainsi des champs physiques observables et décrit de façon cohérente une première unification de forces fondamentales.

## 1.7 Règles de Feynman

Une méthode efficace et originale pour obtenir rapidement l'expression de l'amplitude  $S_{\beta\alpha}$  pour toute forme d'interaction a été développée en 1949 par

R.P.Feynman. À partir de diagrammes qui permettent de schématiser les interactions à étudier, on fait ressortir des règles standard qui permettent de construire l'amplitude. Par exemple, le processus d'interaction  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}$  qu'on étudie présentement, doit être schématisé par plusieurs diagrammes afin de tenir compte de toutes les façons dont les bosons intermédiaires sont impliqués pour donner l'état final qui nous concerne. A l'ordre de précision qui nous intéresse (en  $\alpha^2$ , où  $\alpha$  est la constante de structure fine), il existe douze diagrammes au total à pouvoir contenir quatre vertex. On aura, entre autres, un diagramme de ce genre.



**Figure 1.1:** Exemple de diagramme de Feynman impliqué dans le processus à l'étude.

Une barre sur un momentum indique simplement qu'il appartient à une anti-particule, mais sa structure mathématique demeure celle d'un quadri-vecteur ordinaire. Les particules qui relient deux vertex  $\alpha, \beta$ , etc., sont appelées des *propagateurs*. À l'origine, on calculait l'amplitude associée à un tel processus en considérant les propagateurs comme des particules réelles. Pour cela, on imposait à son quadri-momentum de respecter la condition

$$p^2 = E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 \quad (1.68)$$

Même si, par cette contrainte, l'énergie et le momentum associés au propagateur peuvent ne pas être localement conservés, l'existence d'une telle particule est néanmoins permise pendant un court laps de temps en empruntant de l'énergie au vide par l'intermédiaire de la relation d'incertitude  $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ .

L'expression finale qui décrit l'amplitude doit cependant satisfaire à la condition que l'énergie et le momentum soient conservés de façon globale au cours du processus d'interaction.

Une approche récente plus directe, proposée par Feynman, conduit cependant au même résultat. En demandant la conservation de l'énergie et du momentum à chaque vertex, le propagateur peut s'exprimer sous la forme d'une transformée de Fourier directe à calculer, dont l'argument est une fonction du quadri-momentum  $p$  virtuel. On le dit virtuel au sens où la relation (1.68) n'est pas respectée (*off-mass-shell*). Dans ce travail, nous utiliserons les règles suivantes au chapitre 4 pour construire les amplitudes [1],[2],[7].

- Chaque vertex est identifié par un indice de Dirac qui servira à la contraction avec le quadri-vecteur approprié.
- Chaque ligne fermionique
  - contient un opérateur d'interaction associé à chaque vertex,
  - est multipliée par la gauche par un spinor  $\bar{u}(p)$  pour chaque fermion sortant de momentum  $p$  (ou anti-fermion entrant, puisqu'on les considère sans masse),
  - est multipliée par la droite par un spinor  $u(p)$  pour chaque fermion entrant (ou anti-fermion sortant) de momentum  $p$ .
- Opérateurs d'interaction dont nous aurons besoin.

$$\left(\frac{-ig}{\sqrt{2}}\right)\gamma^\mu \omega_- \leftrightarrow \text{vertex (fermion, } W, \text{ fermion)}$$

$$\left(\frac{-ig}{2 \cos \theta_w}\right)\gamma^\mu \omega_- \leftrightarrow \text{vertex } (\nu, Z, \nu)$$

$$-ie\gamma^\mu(C^+\omega_+ + C^-\omega_-) \leftrightarrow \text{vertex (fermion, } V, \text{ fermion)}$$

- Termes associés aux propagateurs.

$$\left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{p^2 - M^2} \right) \leftrightarrow \text{boson de masse } M \text{ et de momentum } p$$

$$\pm i \frac{\not{p}}{p^2} \leftrightarrow \text{fermion (anti - fermion) non massif de momentum } p$$

Dans l'expression  $(C^+ \omega_+ + C^- \omega_-)$  associée aux vertex (fermion, boson neutre, fermion), les constantes de couplage  $C^\pm$  correspondent à la charge du fermion si  $V$  représente le photon, ou aux valeurs suivantes dans le cas du boson  $Z$  (chacune de ces valeurs doit, en fait, être divisée par le facteur  $\sin \theta_W \cos \theta_W$ ).

On a:

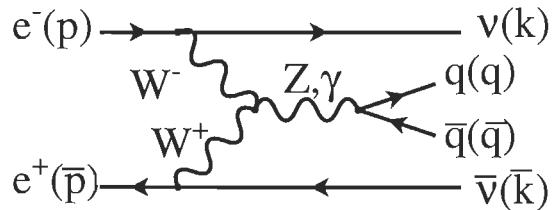
$$\begin{aligned} C^+ &= -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, & C^- &= \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, & \text{pour quark } u \text{ et } c \\ C^+ &= \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W, & C^- &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W, & \text{pour quark } d, s \text{ et } b \\ C^+ &= \sin^2 \theta_W, & C^- &= -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W, & \text{pour l'électron} \end{aligned}$$

## CHAPITRE II

### COUPLAGE TRILINÉAIRE DE BOSONS

#### 2.1 Forme du lagrangien

Parmi les douze diagrammes mentionnés précédemment qui se rapportent au processus  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}$  à l'ordre de précision qu'on considère, on retrouve celui-ci qui implique un couplage de jauge, c'est-à-dire un couplage uniquement entre trois bosons  $WWZ$  ou  $WW\gamma$ .



**Figure 2.1:** Diagramme de Feynman qui implique le couplage de jauge.

Dans le Modèle Standard, ce couplage est parfaitement défini, mais dans l'étude présente où on cherche la signature de couplages que le Modèle Standard ne prévoit pas (couplages anomaux), il constitue notre signal à étudier. Pour trouver les règles de Feynman qui s'appliquent à ce couplage trilinéaire de bosons de jauge, on doit d'abord déterminer la forme de la partie du lagrangien qui lui correspond [10-12].

Pour ce faire, considérons d'abord de façon générale, l'interaction entre une particule chargée de spin 1 (les bosons  $W^\pm$ ) et le champ électromagnétique (photon  $\gamma$ ). En se basant uniquement sur l'invariance de Lorentz et la conservation du courant électromagnétique, le couplage le plus général d'un  $W$  à un photon se paramétrise par sept facteurs de forme : la charge électrique; les moments dipolaires électrique et magnétique; les moments quadrupolaires électrique et magnétique; et deux moments anapolaires. Ces facteurs de forme peuvent être classifiés selon leurs transformations par rapport aux symétries discrètes C, P, T.

Parmi les sept, il y en a quatre qui conservent la symétrie CP, alors que les trois autres la brisent. Si on se borne à retenir seulement les interactions qui conservent CP, et si on laisse de côté les interactions contact qui sont dues aux moments anapolaires, on peut associer à la particule chargée, outre sa charge  $e$ , un moment dipolaire magnétique  $\mu$  et un moment quadrupolaire électrique  $Q$ . Ces trois quantités peuvent être paramétrisées par les constantes  $e$ ,  $\kappa$  et  $\lambda$ , grâce aux définitions suivantes des moments.

$$\mu = (1 + \kappa + \lambda)e/2m \quad (2.1)$$

$$Q = 2(\lambda - \kappa)e/m^2 \quad (2.2)$$

Dans ces expressions,  $m$  est la masse de la particule de spin 1 (ici,  $m = M_W$ ) et  $1 + \kappa$  est le rapport gyromagnétique de la particule.

Dans le cadre du Modèle Standard, le couplage trilinéaire de bosons est complètement déterminé si on impose à la théorie de respecter la symétrie du groupe  $SU(2) \otimes U(1)$ . Dans ce cas, au niveau du lagrangien,  $\kappa$  et  $\lambda$  prennent respectivement les valeurs 1 et 0. En introduisant des boucles d'interaction aux ordres supérieurs, des corrections en  $\Delta\kappa$  et  $\Delta\lambda$  viennent s'ajouter, mais de quelques pour cent seulement. Si les mesures expérimentales nous obligaient à construire une théorie avec des corrections plus importantes pour  $\kappa$  et  $\lambda$ , ce serait une indication qu'il existe une physique au-delà du Modèle Standard. Considérons donc le cas où seule la charge  $e$  est déterminée et où les deux autres moments peuvent être arbitraires.

Si on associe au photon le champ  $A_\mu$  et aux bosons chargés  $W^-, W^+$  les champs respectifs  $W_\mu$  et  $W_\mu^\dagger$ , le lagrangien libre de ces particules sera donné par

$$\mathcal{L}_\gamma = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (2.3)$$

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^\dagger W_{\mu\nu} - M_W^2 W_\mu^\dagger W_\mu \quad (2.4)$$

où les tenseurs associés aux différents champs sont définis par

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.5)$$

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu \quad (2.6)$$

$$W_{\mu\nu}^\dagger = \partial_\mu W_\nu^\dagger - \partial_\nu W_\mu^\dagger \quad (2.7)$$

Le lagrangien global qui tient compte de l'interaction doit être construit à partir du lagrangien libre de chacun des champs auquel on aura ajouté des termes capables de décrire l'interaction. Cependant, pour assurer la covariance de la théorie, on doit encore ajouter au lagrangien des termes supplémentaires qui n'ont pas d'équivalent classique en électrodynamique. On verra, entre autres, apparaître des termes directs d'interaction entre les bosons chargés, ce qui indique que l'interaction électromagnétique seule n'est pas suffisante pour décrire correctement le système.

Définissons d'abord de nouveaux tenseurs [10].

$$\hat{W}_{\mu\nu} = W_{\mu\nu} - ie(A_\mu W_\nu - A_\nu W_\mu) \quad (2.8)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^\dagger = W_{\mu\nu}^\dagger + ie(A_\mu W_\nu^\dagger - A_\nu W_\mu^\dagger) \quad (2.9)$$

$$\hat{F}_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} + ie\kappa(W_\mu^\dagger W_\nu - W_\nu^\dagger W_\mu) \quad (2.10)$$

Ces nouveaux tenseurs permettent d'exprimer le lagrangien qui décrit l'interaction sous la forme covariante suivante.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_{CT} \quad (2.11)$$

avec

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{1}{2}\hat{W}_{\mu\nu}^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} - M_W^2 W_\mu^\dagger W_\mu \quad (2.12)$$

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{4}\hat{F}_{\mu\nu} \hat{F}_{\mu\nu} \quad (2.13)$$

$$\mathcal{L}_3 = (ie\lambda/m^2) \hat{F}_{\mu\nu} \hat{W}_{\mu\rho}^\dagger \hat{W}_{\nu\rho} \quad (2.14)$$

- $\mathcal{L}_{CT}$  est la partie du lagrangien qui contient des contre-termes (ici, en  $\phi^4$ ) nécessaires pour assurer la covariance de la théorie.
- $\mathcal{L}_1$  provient simplement du lagrangien libre des bosons chargés  $\mathcal{L}_W$  auquel on a appliqué la substitution minimale usuelle  

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu.$$
- $\mathcal{L}_2$  est une modification plus compliquée du tenseur électromagnétique  $\mathcal{L}_\gamma$ . Il contient le terme de Corben-Schwinger ( $\sim ie\kappa F_{\mu\nu}W_\mu^\dagger W_\nu$ ) et un autre terme direct d'interaction entre les bosons chargés.
- La forme de  $\mathcal{L}_3$  est encore plus compliquée, mais elle demeure la plus simple qu'on puisse trouver qui décrive un moment quadrupolaire électrique qui ne contienne en même temps que des dérivées premières.

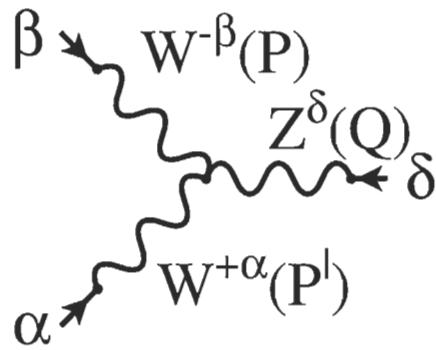
## 2.2 Règles de Feynman

Pour le vertex à trois branches qui nous intéresse et qui représente l'interaction entre trois bosons, on ne prendra en considération que les termes en  $\phi^3$  de l'analyse précédente. Le lagrangien le plus général qui satisfait à l'invariance de jauge et qui respecte la symétrie CP est le plus souvent écrit sous la forme suivante [12],[13].

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WWV} = -ig_V & \left[ (W_{\mu\nu}^\dagger W^\mu V^\nu - W_\mu^\dagger V_\nu W^{\mu\nu}) + \kappa_V W_\mu^\dagger W_\nu F^{\mu\nu} \right. \\ & \left. - \frac{\lambda_V}{M_W^2} W_{\lambda\mu}^\dagger W_\nu^\mu F^{\nu\lambda} \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dans cette expression,  $V_\mu$  représente soit le champ du photon, soit celui du boson non chargé  $Z^0$ . Dans le cas du photon, la constante de couplage  $g_V$  n'est rien d'autre que la charge  $e$ , tandis qu'elle vaut  $e \cot \theta_W$  pour le boson  $Z^0$ .

Pour obtenir les règles de Feynman qui s'appliquent à ce lagrangien, on procède de la façon suivante. D'abord, pour éviter de s'embarrasser de signes encombrants  $\pm$ , on fait les calculs comme si toutes les particules entraient dans le vertex.



**Figure 2.2:** Couplage de jauge.

Il suffira d'inverser le signe du momentum  $Q$  du champ  $V_\mu$  à la fin des calculs pour tenir compte du fait que dans notre diagramme, ce champ est sortant. Se référant à la figure 2.1, les momenta qui apparaissent ici valent

$$P = p - k, \quad P' = \bar{p} - \bar{k}, \quad Q = q + \bar{q} \quad (2.16)$$

Ensuite, pour chacun des termes de  $\mathcal{L}_{WWV}$ ,

- on associe un vecteur de polarisation  $\epsilon_\mu^\alpha$  à chacun des champs  $\phi_\mu$  présents,
- on remarque qu'une dérivée de la forme  $\partial_\mu V_\nu$  fait ressortir la composante  $q_\mu$  du momentum associé au champ  $V_\nu$  puisque celui-ci prend la forme d'une onde plane de phase  $e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-Et)}$
- enfin, les règles suivantes seront utilisées pour manipuler les contractions d'indices.

$$\epsilon_\mu^\alpha \epsilon^{\beta\mu} = g^{\alpha\beta} \quad (2.17)$$

$$P'_\mu \epsilon^{\beta\mu} = P'^\beta \quad (2.18)$$

Le premier terme donne

$$W_{\mu\nu}^\dagger W^\mu V^\nu = (\partial_\mu W_\nu^\dagger - \partial_\nu W_\mu^\dagger) W^\mu V^\nu$$

$$\begin{aligned}
&= (\partial_\mu W_\nu^\dagger) W^\mu V^\nu - (\partial_\nu W_\mu^\dagger) W^\mu V^\nu \\
&\rightarrow P'_\mu \epsilon_\nu^\alpha \epsilon^{\beta\mu} \epsilon^{\delta\nu} - P'_\nu \epsilon_\mu^\alpha \epsilon^{\beta\mu} \epsilon^{\delta\nu} \\
&= (P'_\mu \epsilon^{\beta\mu})(\epsilon_\nu^\alpha \epsilon^{\delta\nu}) - (P'_\nu \epsilon^{\delta\nu})(\epsilon_\mu^\alpha \epsilon^{\beta\mu}) \\
&= P'^\beta g^{\alpha\delta} - P'^\delta g^{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Deuxième terme

$$\begin{aligned}
-W_\mu^\dagger V_\nu W^{\mu\nu} &= -W_\mu^\dagger V_\nu (\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) \\
&= -W_\mu^\dagger V_\nu (\partial^\mu W^\nu) + W_\mu^\dagger V_\nu (\partial^\nu W^\mu) \\
&\rightarrow -\epsilon_\mu^\alpha \epsilon_\nu^\delta P^\mu \epsilon^{\beta\nu} + \epsilon_\mu^\alpha \epsilon_\nu^\delta P^\nu \epsilon^{\beta\mu} \\
&= -P^\alpha g^{\delta\beta} + g^{\alpha\beta} P^\delta
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Terme avec  $\kappa_V$

$$\begin{aligned}
W_\mu^\dagger W_\nu F^{\mu\nu} &= W_\mu^\dagger W_\nu (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) \\
&= W_\mu^\dagger W_\nu (\partial^\mu V^\nu) - W_\mu^\dagger W_\nu (\partial^\nu V^\mu) \\
&\rightarrow \epsilon_\mu^\alpha \epsilon_\nu^\beta Q^\mu \epsilon^{\delta\nu} - \epsilon_\mu^\alpha \epsilon_\nu^\beta Q^\nu \epsilon^{\delta\mu} \\
&= Q^\alpha g^{\beta\delta} - g^{\alpha\delta} Q^\beta
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Terme avec  $-\frac{\lambda_V}{M_W^2}$

$$W_{\lambda\mu}^\dagger W_\nu^\mu F^{\nu\lambda} = (\partial_\lambda W_\mu^\dagger - \partial_\mu W_\lambda^\dagger) (\partial^\mu W_\nu - \partial_\nu W^\mu) (\partial^\nu V^\lambda - \partial^\lambda V^\nu) \tag{2.22}$$

Cette expression donne huit termes dont les deux premiers par exemple s'écrivent

$$\begin{aligned}
(\partial_\lambda W_\mu^\dagger)(\partial^\mu W_\nu)(\partial^\nu V^\lambda) &\rightarrow P'_\lambda \epsilon_\mu^\alpha P^\mu \epsilon_\nu^\beta Q^\nu \epsilon^{\delta\lambda} \\
&= (P'_\lambda \epsilon^{\delta\lambda})(\epsilon_\mu^\alpha P^\mu)(\epsilon_\nu^\beta Q^\nu) \\
&= P'^\delta P^\alpha Q^\beta
\end{aligned} \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned}
-(\partial_\lambda W_\mu^\dagger)(\partial^\mu W_\nu)(\partial^\lambda V^\nu) &\rightarrow -P'_\lambda \epsilon_\mu^\alpha P^\mu \epsilon_\nu^\beta Q^\lambda \epsilon^{\delta\nu} \\
&= -(P'_\lambda Q^\lambda)(\epsilon_\mu^\alpha P^\mu)(\epsilon_\nu^\beta \epsilon^{\delta\nu}) \\
&= -(P' \cdot Q) P^\alpha g^{\beta\delta}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Enfin, en prenant soin d'inverser le signe du momentum  $Q$  puisque le boson  $Z$  sort du vertex, ces huit termes et les trois précédents donnent la règle de Feynman

suivante [13] pour le vertex qui comprend les trois bosons  $W^+, W^-, V$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WWV} \rightarrow -ig_V & \left\{ \begin{array}{l} g^{\alpha\beta} \left[ \left(1 + \frac{\lambda_V}{M_W^2}(P' \cdot Q)\right) P^\delta - \left(1 + \frac{\lambda_V}{M_W^2}(P \cdot Q)\right) P'^\delta \right] \\ + g^{\alpha\delta} \left[ \left(\kappa_V - \frac{\lambda_V}{M_W^2}(P \cdot P')\right) Q^\beta + \left(1 + \frac{\lambda_V}{M_W^2}(P \cdot Q)\right) P'^\beta \right] \\ + g^{\beta\delta} \left[ \left(\frac{\lambda_V}{M_W^2}(P \cdot P') - \kappa_V\right) Q^\alpha - \left(1 + \frac{\lambda_V}{M_W^2}(P' \cdot Q)\right) P^\alpha \right] \\ + \frac{\lambda_V}{M_W^2} \left(P^\alpha Q^\beta P'^\delta - Q^\alpha P'^\beta P^\delta\right) \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Pour s'assurer que tous les termes présents soient de même dimension, la constante  $\lambda$  doit être divisée par une énergie au carré puisqu'elle accompagne toujours le produit des trois momenta  $P, P', Q$ . Pour ce faire, on a coutume de prendre la masse du  $W$  comme unité d'énergie, bien qu'il semblerait plus raisonnable d'utiliser un paramètre  $\Lambda$  caractérisé par la quantité d'énergie impliquée.

# CHAPITRE III

## TECHNIQUE DES SPINEURS

L'espace de Dirac permet d'accommoder le degré de liberté associé au spin des fermions. Le champ  $\psi$  d'un fermion de momentum  $\mathbf{p}$  et de spin  $s$  peut être exprimé à l'aide d'une quantité  $u(\mathbf{p}, s)$  appelée spineur.

$$\psi_{p,s}(\mathbf{r}, t) = N u(\mathbf{p}, s) e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et)} \quad (3.1)$$

Les spineurs sont représentés dans l'espace de Dirac par des vecteurs-colonne à quatre composantes. Si on considère des fermions non massifs, on peut utiliser les spineurs  $u$  pour décrire indifféremment les fermions et les anti-fermions. Les règles de Feynman qui permettent d'associer une amplitude particulière à chaque diagramme font ressortir des expressions construites à l'aide de ces spineurs. Elles sont, par exemple, de la forme

$$A \sim [\bar{u}(p_1) \gamma^\mu u(p_2)] [\bar{u}(p_3) \gamma^\nu u(p_4)] \quad (3.2)$$

Conformément au principe de superposition quantique, on doit faire la somme de toutes ces amplitudes pour obtenir une amplitude totale de probabilité de transition  $S_{fi}$  d'un état initial  $i$  à un état final  $f$ . Alors seulement, la section efficace totale non polarisée peut être calculée en formant le carré

$$\sum_s |S_{fi}|^2 \quad (3.3)$$

L'expression *non polarisée* signifie qu'il faut tenir compte de toutes les combinaisons possibles de spins à la sortie (ou de couleurs dans le cas des quarks). On l'obtient en faisant une somme sur les spins finaux, le tout normalisé par la moyenne des spins initiaux. La méthode standard pour obtenir la probabilité donnée par l'expression (3.3) conduit au calcul de traces telles que  $Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \dots)$  dont l'argument est un produit de matrices  $\gamma$ .

Ce genre de calcul devient rapidement laborieux à mesure qu'on s'intéresse à des ordres supérieurs d'interaction, ou dans le cas où il y a plusieurs particules sortantes (plusieurs lignes externes ainsi que plusieurs diagrammes différents). Si  $N$  est le nombre de diagrammes de Feynman par exemple, ce calcul de probabilité produira  $N(N + 1)/2$  termes. C'est pourquoi, toute méthode de calcul qui pourrait servir d'alternative à la méthode standard serait la bienvenue, notamment la méthode des spineurs, aussi appelée méthode HAM pour *helicity amplitude method* [14],[15].

### 3.1 Avantages de la méthode des spineurs

Cette technique est efficace pour calculer les interactions qui se produisent à hautes énergies, car alors, on peut négliger la masse des fermions et utiliser une représentation d'état basée sur le quadri-momentum et l'hélicité. Les spineurs représentés dans une telle base possèdent des propriétés intéressantes qui seront développées à la section suivante. L'avantage d'utiliser la méthode des spineurs peut être résumé comme suit :

#### méthode standard de calcul

- Probabilité  $| S_{fi} |^2$  lourde à calculer;
- vecteurs de polarisation  $\epsilon^\mu$  des bosons et indices de Dirac  $\gamma^\nu$  se contractent avec d'autres pour former des quantités scalaires ( $\epsilon^\mu \epsilon_\mu$ );
- produit de spineurs (*spinor sandwiches*) tel que  $\bar{u}(p_1) \gamma^\mu u(p_2)$  réécrit en terme de trace  $Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \dots)$ ;
- résultat du calcul exprimé en terme de quadri-produits scalaires  $p_1 \cdot p_2$  évalués en des points précis de l'espace-temps.

#### méthode des spineurs

- Les calculs principaux se font au niveau de l'amplitude de chaque diagramme, facile à obtenir;
- états polarisés à tenir compte (pas de contraction directe);
- transformation des amplitudes en terme de produits spinoriels  $s(p_1, p_2)$  ou  $t(p_1, p_2)$  définis en 3.2.4;
- calculs faciles à programmer par ordinateur;
- carré de l'amplitude fait par l'ordinateur;
- produits  $p_1 \cdot p_2$  remplacés par produits spinoriels  $\bar{u}(p_1) u(p_2)$  plus fondamentaux, au sens où le résultat final redonne facilement celui de la méthode standard.

$$\begin{aligned} s(p_1, p_2) &= \bar{u}_+(p_1) u_-(p_2) \\ |s(p_1, p_2)|^2 &= 2 p_1 \cdot p_2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

La seule difficulté apparente de la méthode est que les produits *spinor sandwiches* qui apparaissent dans une amplitude ne sont pas des scalaires, mais possèdent un indice libre de Dirac  $\gamma^\mu$  contracté avec un autre indice libre provenant d'autres *sandwiches*. À la section 3.2.3 qui va suivre, on résout ce problème en introduisant l'équation (3.34) qui permet d'établir le lien entre ces indices libres.

### 3.2 Quelques résultats utiles

Dans les calculs qui suivent, on utilisera les définitions et propriétés suivantes.

$$\omega_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5) \quad (3.5)$$

$$\not{p} = p_\mu \gamma^\mu \quad (3.6)$$

$$\gamma^5 \gamma^\mu = -\gamma^\mu \gamma^5 \quad (3.7)$$

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\vec{1} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$p_\mu g^{\mu\nu} = p^\nu \quad (3.9)$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (3.10)$$

Pour former une base qui dépend de l'hélicité  $\lambda = \pm$  et d'un quadri-momentum de référence  $k_o$ , on peut choisir les deux spineurs suivants

$$u_-(k_o) \quad \text{et} \quad u_+(k_o) \quad (3.11)$$

à partir desquels plusieurs propriétés intéressantes seront développées.

### 3.2.1 Relation de projection

La relation générale de fermeture

$$\sum_s u(\mathbf{p}, s) \bar{u}(\mathbf{p}, s) = \not{p} + m \quad (3.12)$$

devient, dans le cas où  $m = 0$  et  $s \rightarrow \lambda = \pm$ ,

$$u_+(k_o) \bar{u}_+(k_o) + u_-(k_o) \bar{u}_-(k_o) = \not{k}_o \quad (3.13)$$

Alors, les opérateurs de projection  $\mathcal{P}_{\pm} = \omega_{\lambda}$  permettent d'écrire

$$\boxed{\omega_{\lambda} \not{k}_o = u_{\lambda}(k_o) \bar{u}_{\lambda}(k_o)} \quad (3.14)$$

A partir de cette base spinorielle, on peut construire d'autres spineurs associés à n'importe quel momentum  $p$ .

$$u_{\lambda}(p) = \frac{\not{p} u_{-\lambda}(k_o)}{\sqrt{2p \cdot k_o}} \quad (3.15)$$

On peut vérifier que cette définition est conforme à l'opération de projection sur  $\not{p}$ .

$$\begin{aligned} \omega_{\lambda} \not{p} &= u_{\lambda}(p) \bar{u}_{\lambda}(p) \\ &= \frac{\not{p} u_{-\lambda}(k_o)}{\sqrt{2p \cdot k_o}} \frac{\bar{u}_{-\lambda}(k_o) \not{p}}{\sqrt{2p \cdot k_o}} \\ &= \frac{1}{(2p \cdot k_o)} \not{p} \omega_{-\lambda} \not{k}_o \not{p} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Le développement du numérateur donne

$$\not{p} \omega_{-\lambda} \not{k}_o \not{p} = p_{\mu} \gamma^{\mu} \frac{1}{2} (1 - \lambda \gamma^5) \not{k}_o \not{p}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} p_\mu \gamma^\mu \not{k}_o \not{p} - \frac{1}{2} \lambda p_\mu \gamma^\mu \gamma^5 \not{k}_o \not{p} \\
&= \frac{1}{2} p_\mu \gamma^\mu \not{k}_o \not{p} + \frac{1}{2} \lambda p_\mu \gamma^5 \gamma^\mu \not{k}_o \not{p} \\
&= \frac{1}{2} (1 + \lambda \gamma^5) p_\mu k_{o\nu} \gamma^\mu \gamma^\nu \not{p} \\
&= \omega_\lambda p_\mu k_{o\nu} (2g^{\mu\nu} - \gamma^\nu \gamma^\mu) \not{p} \\
&= \omega_\lambda (2p^\nu k_{o\nu} - \not{k}_o \not{p}) \not{p} \\
&= \omega_\lambda [(2p \cdot k_o) \not{p} - 0]
\end{aligned} \tag{3.17}$$

ce qui redonne l'expression  $\omega_\lambda \not{p}$  en tenant compte du dénominateur précédent. On a aussi utilisé le fait que pour un fermion sans masse,

$$\not{p} \not{p} = p^2 = E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 = 0 \tag{3.18}$$

### 3.2.2 Relations d'orthogonalité

Les spineurs  $u_\lambda(p)$  sont orthogonaux entre eux lorsque leur hélicité ou leur momentum sont différents. On peut en effet écrire

$$\begin{aligned}
\bar{u}_\lambda(p) u_{-\lambda}(p) &= \frac{\bar{u}_{-\lambda}(k_o) \not{p}}{\sqrt{2p \cdot k_o}} \frac{\not{p} u_\lambda(k_o)}{\sqrt{2p \cdot k_o}} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{3.19}$$

car  $\not{p} \not{p} = 0$  pour un fermion sans masse. Et lorsque les momenta sont différents, on a

$$\bar{u}_\lambda(p) u_\lambda(q) = \frac{\bar{u}_{-\lambda}(k_o) \not{p}}{\sqrt{2p \cdot k_o}} \frac{\not{q} u_{-\lambda}(k_o)}{\sqrt{2q \cdot k_o}} \tag{3.20}$$

et puisque le numérateur est un scalaire, on peut écrire

$$\begin{aligned}
\bar{u}_{-\lambda}(k_o) \not{p} \not{q} u_{-\lambda}(k_o) &= Tr[\bar{u}_{-\lambda}(k_o) \not{p} \not{q} u_{-\lambda}(k_o)] \\
&= Tr[u_{-\lambda}(k_o) \bar{u}_{-\lambda}(k_o) \not{p} \not{q}] \\
&= Tr[\omega_{-\lambda} \not{k}_o \not{p} \not{q}] \\
&= Tr\left[\frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5) \not{k}_o \not{p} \not{q}\right] \\
&= \frac{1}{2} Tr[\not{k}_o \not{p} \not{q}] \pm \frac{1}{2} Tr[\gamma^5 \not{k}_o \not{p} \not{q}]
\end{aligned} \tag{3.21}$$

La première trace est nulle car elle contient un nombre impair de matrice  $\gamma$ . La deuxième s'annule aussi puisque

$$\begin{aligned} Tr[\gamma^5 \not{k}_o \not{p}] &= Tr[\not{k}_o \not{p} \gamma^5] \\ &= Tr[(-1)^3 \gamma^5 \not{k}_o \not{p}] \\ &= -Tr[\gamma^5 \not{k}_o \not{p}] \end{aligned} \quad (3.22)$$

On peut donc écrire les relations d'orthogonalité suivantes pour les spineurs  $u_\lambda(p)$

$$\boxed{\bar{u}_\lambda(p) u_{-\lambda}(p) = 0} \quad (3.23)$$

$$\boxed{\bar{u}_\lambda(p) u_\lambda(q) = 0} \quad (3.24)$$

### 3.2.3 Contraction d'indices de Dirac

Une autre relation utile est obtenue de la façon suivante [15]. Soit  $S$ , une chaîne impaire de matrices  $\gamma$ . Elle peut être décomposée à l'aide d'un vecteur  $V^\mu$  et d'un vecteur axial  $A^\mu$  tels que

$$S = V_\mu \gamma^\mu + A_\mu \gamma^5 \gamma^\mu \quad (3.25)$$

On a

$$\begin{aligned} Tr(S \gamma^\mu) &= Tr[(V_\nu \gamma^\nu + A_\nu \gamma^5 \gamma^\nu) \gamma^\mu] \\ &= V_\nu Tr(\gamma^\nu \gamma^\mu) + A_\nu Tr(\gamma^5 \gamma^\nu \gamma^\mu) \end{aligned} \quad (3.26)$$

On peut vérifier que la deuxième trace est nulle. Il reste donc

$$\begin{aligned} Tr(S \gamma^\mu) &= V_\nu Tr\left(\frac{1}{2} \gamma^\nu \gamma^\mu + \frac{1}{2} \gamma^\mu \gamma^\nu\right) \\ &= V_\nu \left[\frac{1}{2} Tr(\gamma^\nu \gamma^\mu) + \frac{1}{2} Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu)\right] \\ &= V_\nu \left[\frac{1}{2} Tr(\gamma^\nu \gamma^\mu) + \frac{1}{2} Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu)\right] \\ &= \frac{1}{2} V_\nu Tr(\gamma^\nu \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^\nu) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} V_\nu \operatorname{Tr}(2g^{\nu\mu}) \\
&= \frac{1}{2} V_\nu 2g^{\nu\mu} \operatorname{Tr}(I_{(4 \times 4)}) \\
&= \frac{1}{2} V_\nu 2g^{\nu\mu} \times 4 \\
&= 4V_\nu g^{\nu\mu} \\
&= 4V^\mu
\end{aligned} \tag{3.27}$$

La chaîne inverse  $S^R$  permet d'écrire

$$S^R = V_\mu \gamma^\mu + A_\mu \gamma^\mu \gamma^5 \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned}
2(S + S^R) &= 2 [ 2V_\mu \gamma^\mu + A_\mu (\gamma^5 \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^5) ] \\
&= 4V_\mu \gamma^\mu + 0 \\
&= 4V^\mu \gamma_\mu \\
&= \operatorname{Tr}(S \gamma^\mu) \gamma_\mu
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Prenons maintenant une chaîne particulière définie par

$$\begin{aligned}
S &= \frac{\not{p}_2 \omega_- \not{k}_o \not{p}_1}{\sqrt{4(p_1 \cdot k_o)(p_2 \cdot k_o)}} \\
&= \frac{\not{p}_2 u_-(k_o) \bar{u}_-(k_o) \not{p}_1}{\sqrt{4(p_1 \cdot k_o)(p_2 \cdot k_o)}} \\
&= u_+(p_2) \bar{u}_+(p_1)
\end{aligned} \tag{3.30}$$

La forme de la chaîne inverse s'obtient de

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow \not{p}_2 \omega_- \not{k}_o \not{p}_1 \\
&= p_{2\alpha} \gamma^\alpha \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) k_{o\beta} \gamma^\beta p_{1\delta} \gamma^\delta \\
&= \frac{1}{2} p_{2\alpha} k_{o\beta} p_{1\delta} (\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\delta - \gamma^\alpha \gamma^5 \gamma^\beta \gamma^\delta) \\
S^R &\rightarrow \frac{1}{2} p_{2\alpha} k_{o\beta} p_{1\delta} (\gamma^\delta \gamma^\beta \gamma^\alpha - \gamma^\delta \gamma^5 \gamma^\beta \gamma^\alpha) \\
&= \frac{1}{2} p_{2\alpha} k_{o\beta} p_{1\delta} (\gamma^\delta \gamma^\beta \gamma^\alpha + \gamma^\delta \gamma^5 \gamma^\beta \gamma^\alpha)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= p_{1\delta} \gamma^\delta \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) k_{o\beta} \gamma^\beta p_{2\alpha} \gamma^\alpha \\
&= \not{p}_1 \omega_+ \not{k}_o \not{p}_2
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
S^R &= \frac{\not{p}_1 \omega_+ \not{k}_o \not{p}_2}{\sqrt{4(p_1 \cdot k_o)(p_2 \cdot k_o)}} \\
&= \frac{\not{p}_1 u_+(k_o) \bar{u}_+(k_o) \not{p}_2}{\sqrt{4(p_1 \cdot k_o)(p_2 \cdot k_o)}} \\
&= u_-(p_1) \bar{u}_-(p_2)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

L'équation (3.29) permet donc d'écrire

$$\begin{aligned}
2(S + S^R) &= Tr(S \gamma^\mu) \gamma_\mu \\
2 [ u_+(p_2) \bar{u}_+(p_1) + u_-(p_1) \bar{u}_-(p_2) ] &= Tr[ u_+(p_2) \bar{u}_+(p_1) \gamma^\mu ] \gamma_\mu \\
&= Tr[ \bar{u}_+(p_1) \gamma^\mu u_+(p_2) ] \gamma_\mu \\
&= [ \bar{u}_+(p_1) \gamma^\mu u_+(p_2) ] \gamma_\mu
\end{aligned} \tag{3.33}$$

où on a utilisé la propriété de permutation cyclique des traces et le fait que  $\bar{u}\gamma u$  est un scalaire. De façon générale, on peut écrire

$[ \bar{u}_\lambda(p_1) \gamma^\mu u_\lambda(p_2) ] \gamma_\mu = 2 [ u_\lambda(p_2) \bar{u}_\lambda(p_1) + u_{-\lambda}(p_1) \bar{u}_{-\lambda}(p_2) ]$

(3.34)

### 3.2.4 Produits spinoriels

Dans les calculs d'amplitude qui font l'objet du chapitre suivant, la relation (3.34) sera très utile pour transformer une longue chaîne de termes en produits spinoriels simples définis par

$$\boxed{\bar{u}_+(p) u_-(q) \equiv s(p, q)} \quad (3.35)$$

$$\boxed{\bar{u}_-(p) u_+(q) \equiv t(p, q)} \quad (3.36)$$

En terme des composantes des quadri-vecteurs  $p$  et  $q$ , ces produits spinoriels prennent la forme [15]

$$s(p, q) = (p_y + ip_z)\sqrt{\frac{E_q - q_x}{E_p - p_x}} - (q_y + iq_z)\sqrt{\frac{E_p - p_x}{E_q - q_x}} \quad (3.37)$$

$$t(p, q) = [s(q, p)]^* \quad (3.38)$$

$$= (q_y - iq_z)\sqrt{\frac{E_p - p_x}{E_q - q_x}} - (p_y - ip_z)\sqrt{\frac{E_q - q_x}{E_p - p_x}} \quad (3.39)$$

## CHAPITRE IV

### CALCUL DES AMPLITUDES

Il y a douze diagrammes de Feynman à calculer si on s'intéresse au processus  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}$  à l'ordre  $\alpha^2$ . Ce chapitre sera consacré au calcul de l'amplitude qui correspond à chacun en utilisant la méthode des spineurs décrite au chapitre précédent. Les dix premiers diagrammes seront désignés par les lettres A à J et les deux derniers par M et N. À titre d'exemple, on fera en détail les calculs qui se rapportent au diagramme A, ainsi qu'une partie de ceux qui impliquent le diagramme M. Le diagramme M est le plus imposant à calculer car c'est celui qui correspond au signal qui nous intéresse, c'est-à-dire au couplage de jauge.

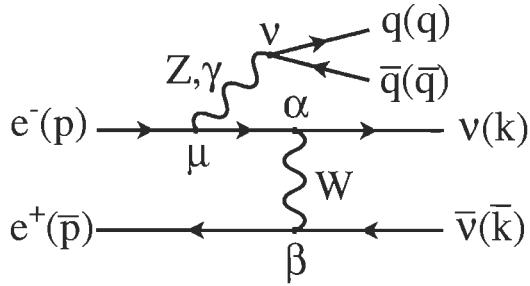
Le diagramme N aussi est particulier, mais pas vraiment long à calculer. C'est le seul qui implique des couplages entre quarks et bosons  $W$ . Les quarks sortants forment des paires qui appartiennent à la première ou à la deuxième composante de chaque génération (sans tenir compte du quark top):  $(u\bar{u})$ ,  $(c\bar{c})$  ou  $(d\bar{d})$ ,  $(s\bar{s})$ ,  $(b\bar{b})$ . On dénote les amplitudes correspondantes par NLLU et NLLD. Il n'y a pas de projection droite pour ce diagramme car il n'implique que des bosons  $W$ .

Toutes les amplitudes qui apparaissent dans ce chapitre peuvent être comparées à celles qui figurent dans le programme fortran donné en annexe. Dans ce programme, les quadri-momentum des six particules impliquées sont désignés par les indices 1,2,3,4,5,6. Ils correspondent, dans l'ordre, au quark, anti-quark, neutrino, anti-neutrino, électron, positron. Dans les diagrammes, ces mêmes quadri-momentum sont désignés par les lettres  $q, \bar{q}, k, \bar{k}, p, \bar{p}$ .

Le programme de l'annexe qui a servi à faire les calculs est une simulation de *Monte Carlo* pour étudier le comportement de la section efficace  $\sigma$  à partir d'un grand nombre d'événements fictifs. En lui spécifiant l'énergie des faisceaux incidents, le programme

- distribue de façon aléatoire l'énergie et le momentum des particules sortantes en respectant la conservation de l'énergie et du momentum;
- calcule l'amplitude associée à chaque diagramme;
- fait la somme des amplitudes et élève le tout au carré pour obtenir la section efficace totale;
- tient compte des générations de neutrinos qui peuvent être émis selon la forme du diagramme (seulement des neutrinos électroniques si l'électron et le neutrino appartiennent à la même ligne fermionique);
- tient compte de toutes les paires de quarks sortants possibles;
- donne la section efficace en fonction de différents paramètres, comme l'énergie ou l'angle des quarks sortants.

Le résultat final dépend des valeurs qu'on aura préalablement assignées aux constantes  $\kappa$  et  $\lambda$  associées au couplage de jauge. L'analyse de ces résultats fera l'objet du dernier chapitre.



**Figure 4.1:** Diagramme de Feynman A

Les règles de Feynman permettent d'écrire l'amplitude suivante à partir du diagramme A. On développe ici les calculs pour le cas du boson  $Z$ , mais seuls la valeur des constantes de couplage et le dénominateur du propagateur changent si on le remplace par un photon.

- Ligne principale ( $e^-$ ,  $\nu$ )

$$\bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\alpha \omega_- \right] i \frac{(\not{p} - \not{q} - \not{\bar{q}})}{(p - q - \bar{q})^2} \left[ -ie\gamma^\mu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) \right] u(p)$$

- Deux propagateurs ( $Z$  et  $W^-$ )

$$* \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\alpha\beta}}{(\bar{k} - \bar{p})^2 - M_W^2} \right)$$

- Ligne ( $e^+$ ,  $\bar{\nu}$ )

$$* \bar{u}(\bar{p}) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\beta \omega_- \right] u(\bar{k})$$

- Ligne des quarks

$$* \bar{u}(q) [ -ie\gamma^\nu (C_2^+ \omega_+ + C_2^- \omega_-) ] u(\bar{q})$$

Puisque nous sommes en train de considérer les fermions comme étant sans masse, tous les vertex qui se trouvent sur une même ligne fermionique doivent présenter la même hélicité. Par conséquent, l'électron incident qui entre au vertex  $\mu$  est sur la même ligne que le neutrino qui lui, ne peut être associé qu'à une projection gauche au vertex  $\alpha$ . On pose donc  $C_1^+ = 0$ . Le rassemblement des constantes donne

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{i}{(p - q - \bar{q})^2} \right) (-ie C_1^-) \left( \frac{-i}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right) \\
 & * \left( \frac{-i}{(\bar{k} - \bar{p})^2 - M_W^2} \right) \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) (-ie C_2^\lambda) \\
 = & \frac{-ie^2 g^2}{2} C_2^\lambda C_1^- * \frac{1}{(p - q - \bar{q})^2} * \frac{1}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} * \frac{1}{(\bar{k} - \bar{p})^2 - M_W^2}
 \end{aligned}$$

### calcul des spineurs:

$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(k) \gamma^\alpha \omega_- (\not{p} - \not{q} - \not{\bar{q}}) \gamma^\mu \omega_- u(p) g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} [ \bar{u}(\bar{p}) \gamma^\beta \omega_- u(\bar{k}) ] \\
 & * [ \bar{u}(q) \gamma^\nu \omega_\lambda u(\bar{q}) ]
 \end{aligned}$$

On applique les métriques "g" en remarquant que les quantités entre crochets sont des scalaires et peuvent être déplacées à volonté.

$$\begin{aligned}
 = & \bar{u}(k) ([ \bar{u}(\bar{p}) \gamma^\alpha \omega_- u(\bar{k}) ] \gamma^\alpha) \omega_- (\not{p} - \not{q} - \not{\bar{q}}) \\
 * & ([ \bar{u}(q) \gamma^\mu \omega_\lambda u(\bar{q}) ] \gamma^\mu) \omega_- u(p)
 \end{aligned}$$

On fait agir les projecteurs  $\omega_\pm$  en utilisant notamment la propriété (3.14).

$$\begin{aligned}
 = & \bar{u}_-(k) ([ \bar{u}_-(\bar{p}) \gamma^\alpha u_-(\bar{k}) ] \gamma^\alpha) \\
 * & [ u_-(p) \bar{u}_-(p) - u_-(q) \bar{u}_-(q) - u_-(\bar{q}) \bar{u}_-(\bar{q}) ] \\
 * & ([ \bar{u}_\lambda(q) \gamma^\mu u_\lambda(\bar{q}) ] \gamma^\mu) u_-(p)
 \end{aligned}$$

On applique la propriété (3.34).

$$\begin{aligned}
 &= \bar{u}_-(k) * 2 [ u_-(\bar{k}) \bar{u}_-(\bar{p}) + u_+(\bar{p}) \bar{u}_+(\bar{k}) ] \\
 &* [ u_-(p) \bar{u}_-(p) - u_-(q) \bar{u}_-(q) - u_-(\bar{q}) \bar{u}_-(\bar{q}) ] \\
 &* 2 [ u_\lambda(\bar{q}) \bar{u}_\lambda(q) + u_{-\lambda}(q) \bar{u}_{-\lambda}(\bar{q}) ] u_-(p)
 \end{aligned}$$

L'amplitude dénotée  $ARL$  est obtenue en choisissant  $\lambda \equiv +$  et en appliquant les relations d'orthogonalité (3.23) et (3.24). La lettre  $R$  est associée à la projection droite (*right*) tirée du vertex  $\nu$ , alors que la lettre  $L$  est associée à la projection gauche (*left*) qui provient du vertex  $\mu$ . C'est la seule projection possible à ce vertex à cause de la présence d'un neutrino sur la même ligne. Pour les diagrammes des pages suivantes, la première lettre dans  $(RL)$  se rapportera toujours à la projection associée à la ligne de quarks.

$$\begin{aligned}
 ARL &= 4 \bar{u}_-(k) [ u_+(\bar{p}) \bar{u}_+(\bar{k}) ] [ u_-(p) \bar{u}_-(p) - u_-(q) \bar{u}_-(q) ] \\
 &* [ u_+(\bar{q}) \bar{u}_+(q) ] u_-(p)
 \end{aligned}$$

On obtient enfin, à l'aide des définitions (3.35) et (3.36)

$$\begin{aligned}
 ARL &= 4 t(k, \bar{p}) [ s(\bar{k}, p) t(p, \bar{q}) - s(\bar{k}, q) t(q, \bar{q}) ] s(q, p) \\
 &\equiv 4 t(3, 6) [ s(4, 5) t(5, 2) - s(4, 1) t(1, 2) ] s(1, 5)
 \end{aligned}$$

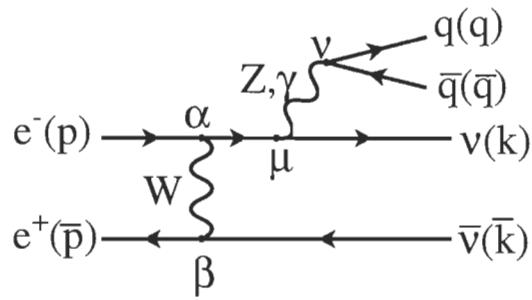
Pour  $\lambda = -1$ , on a

$$ALL = 4 \bar{u}_-(k) [ u_+(\bar{p}) \bar{u}_+(\bar{k}) ] [ u_-(p) \bar{u}_-(p) - u_-(\bar{q}) \bar{u}_-(\bar{q}) ]$$

$$* [ u_+(q) \bar{u}_+(q) ] u_-(p)$$

$$ALL = 4 t(k, \bar{p}) [ s(\bar{k}, p) t(p, q) - s(\bar{k}, \bar{q}) t(\bar{q}, q) ] s(\bar{q}, p)$$

$$\equiv 4 t(3, 6) [ s(4, 5) t(5, 1) - s(4, 2) t(2, 1) ] s(2, 5)$$



**Figure 4.2:** Diagramme B

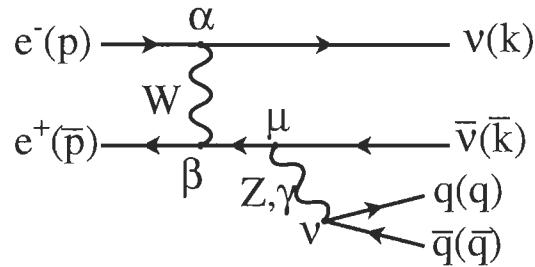
$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{2 \cos \theta_w} \right) \gamma^\mu \omega_- \right] i \frac{(\not{k} + \not{q} + \not{\bar{q}})}{(k + q + \bar{q})^2} \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\alpha \omega_- \right] u(p) \\
 * & \left( \frac{-ig^{\alpha\beta}}{(\bar{k} - \bar{p})^2 - M_W^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right) \\
 * & \bar{u}(\bar{p}) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\beta \omega_- \right] u(\bar{k}) \\
 * & \bar{u}(q) [ -ie\gamma^\nu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) ] u(\bar{q})
 \end{aligned}$$

Constantes:

$$\frac{-ieg^3}{4 \cos \theta_w} C_1^\lambda * \frac{1}{(k + q + \bar{q})^2} * \frac{1}{(\bar{k} - \bar{p})^2 - M_W^2} * \frac{1}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned}
 BRL &= 4 t(k, \bar{q}) [ s(q, \bar{q}) t(\bar{q}, \bar{p}) + s(q, k) t(k, \bar{p}) ] s(\bar{k}, p) \\
 BLL &= 4 t(k, q) [ s(\bar{q}, q) t(q, \bar{p}) + s(\bar{q}, k) t(k, \bar{p}) ] s(\bar{k}, p)
 \end{aligned}$$



**Figure 4.3:** Diagramme C

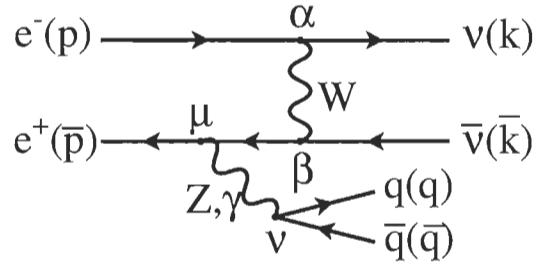
$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(\bar{p}) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\beta \omega_- \right] (-i) \frac{(\bar{k} + \not{q} + \not{\bar{q}})}{(\bar{k} + q + \bar{q})^2} \left[ \left( \frac{-ig}{2 \cos \theta_w} \right) \gamma^\mu \omega_- \right] u(\bar{k}) \\
 * & \left( \frac{-ig^{\alpha\beta}}{(p - k)^2 - M_W^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right) \\
 * & \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\alpha \omega_- \right] u(p) \\
 * & \bar{u}(q) [ -ie\gamma^\nu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) ] u(\bar{q})
 \end{aligned}$$

Constantes:

$$\frac{ieg^3}{4 \cos \theta_w} C_1^\lambda * \frac{1}{(\bar{k} + q + \bar{q})^2} * \frac{1}{(p - k)^2 - M_W^2} * \frac{1}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned}
 CRL &= 4 t(\bar{p}, k) [ s(p, q) t(q, \bar{q}) + s(p, \bar{k}) t(\bar{k}, \bar{q}) ] s(q, \bar{k}) \\
 CLL &= 4 t(\bar{p}, k) [ s(p, \bar{q}) t(\bar{q}, q) + s(p, \bar{k}) t(\bar{k}, q) ] s(\bar{q}, \bar{k})
 \end{aligned}$$



**Figure 4.4:** Diagramme D

$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(\bar{p}) \left[ -ie\gamma^\mu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) \right] (-i) \frac{(\not{p} - \not{q} - \not{\bar{q}})}{(\bar{p} - q - \bar{q})^2} \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\beta \omega_- \right] u(\bar{k}) \\
 * & \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\alpha\beta}}{(p - k)^2 - M_W^2} \right) \\
 * & \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\alpha \omega_- \right] u(p) \\
 * & \bar{u}(q) \left[ -ie\gamma^\nu (C_2^+ \omega_+ + C_2^- \omega_-) \right] u(\bar{q})
 \end{aligned}$$

Constantes:

$$\frac{ie^2 g^2}{2} C_2^\lambda C_1^- * \frac{1}{(\bar{p} - q - \bar{q})^2} * \frac{1}{(p - k)^2 - M_W^2} * \frac{1}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned}
 DRL &= 4 t(\bar{p}, \bar{q}) [ s(q, \bar{p}) t(\bar{p}, k) - s(q, \bar{q}) t(\bar{q}, k) ] s(p, \bar{k}) \\
 DLL &= 4 t(\bar{p}, q) [ s(\bar{q}, \bar{p}) t(\bar{p}, k) - s(\bar{q}, q) t(q, k) ] s(p, \bar{k})
 \end{aligned}$$

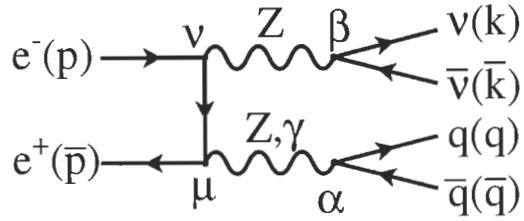


Figure 4.5: Diagramme E

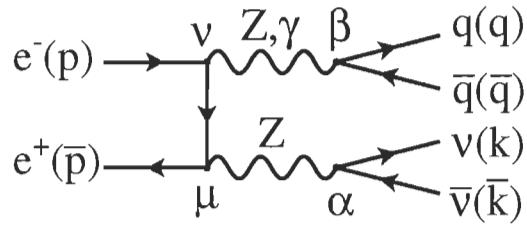
$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(\bar{p}) \left[ -ie\gamma^\mu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) \right] i \frac{(\not{p} - \not{k} - \not{\bar{k}})}{(\not{p} - \not{k} - \not{\bar{k}})^2} \left[ -ie\gamma^\nu (C_2^+ \omega_+ + C_2^- \omega_-) \right] u(p) \\
 * & \left( \frac{-ig^{\mu\alpha}}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\nu\beta}}{(k + \bar{k})^2 - M_Z^2} \right) \\
 * & \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{2\cos\theta_w} \right) \gamma^\beta \omega_- \right] u(\bar{k}) * \bar{u}(q) \left[ -ie\gamma^\alpha (C_3^+ \omega_+ + C_3^- \omega_-) \right] u(\bar{q})
 \end{aligned}$$

Constantes:

$$\frac{-ie^3 g}{2\cos\theta_w} C_3^\lambda (C_1^\lambda)^2 * \frac{1}{(\not{p} - \not{k} - \not{\bar{k}})^2} * \frac{1}{(\not{q} + \not{\bar{q}})^2 - M_Z^2} * \frac{1}{(\not{k} + \not{\bar{k}})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned}
 ERR &= 4 s(\bar{p}, q) [ t(\bar{q}, p) s(p, \bar{k}) - t(\bar{q}, k) s(k, \bar{k}) ] t(k, p) \\
 ELR &= 4 s(\bar{p}, \bar{q}) [ t(q, p) s(p, \bar{k}) - t(q, k) s(k, \bar{k}) ] t(k, p) \\
 ERL &= 4 t(\bar{p}, \bar{q}) [ s(q, p) t(p, k) - s(q, \bar{k}) t(\bar{k}, k) ] s(\bar{k}, p) \\
 ELL &= 4 t(\bar{p}, q) [ s(\bar{q}, p) t(p, k) - s(\bar{q}, \bar{k}) t(\bar{k}, k) ] s(\bar{k}, p)
 \end{aligned}$$



**Figure 4.6:** Diagramme F

$$\bar{u}(\bar{p}) \left[ -ie\gamma^\mu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) \right] i \frac{(\not{p} - \not{q} - \not{\bar{q}})}{(p - q - \bar{q})^2} \left[ -ie\gamma^\nu (C_2^+ \omega_+ + C_2^- \omega_-) \right] u(p)$$

$$* \quad \left( \frac{-ig^{\mu\alpha}}{(k + \bar{k})^2 - M_Z^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\nu\beta}}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right)$$

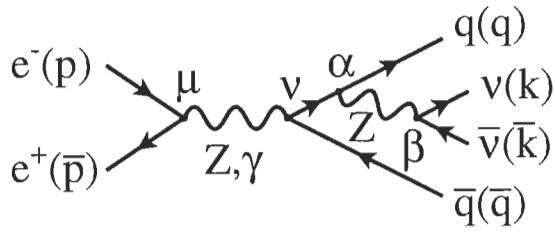
$$* \quad \bar{u}(q) \left[ -ie\gamma^\beta (C_3^+ \omega_+ + C_3^- \omega_-) \right] u(\bar{q}) * \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{2\cos\theta_w} \right) \gamma^\alpha \omega_- \right] u(\bar{k})$$

Constantes:

$$\frac{-ie^3 g}{2\cos\theta_w} C_3^\lambda (C_1^\lambda)^2 * \frac{1}{(p - q - \bar{q})^2} * \frac{1}{(k + \bar{k})^2 - M_Z^2} * \frac{1}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned} FRR &= 4 s(\bar{p}, \bar{k}) [ t(k, p) s(p, q) - t(k, \bar{q}) s(\bar{q}, q) ] t(\bar{q}, p) \\ FLR &= 4 s(\bar{p}, \bar{k}) [ t(k, p) s(p, \bar{q}) - t(k, q) s(q, \bar{q}) ] t(q, p) \\ FRL &= 4 t(\bar{p}, k) [ s(\bar{k}, p) t(p, \bar{q}) - s(\bar{k}, q) t(q, \bar{q}) ] s(q, p) \\ FLL &= 4 t(\bar{p}, k) [ s(\bar{k}, p) t(p, q) - s(\bar{k}, \bar{q}) t(\bar{q}, q) ] s(\bar{q}, p) \end{aligned}$$



**Figure 4.7:** Diagramme G

$$\bar{u}(q) \left[ -ie\gamma^\alpha (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) \right] i \frac{(\not{q} + \not{k} + \not{\bar{k}})}{(q + k + \bar{k})^2} \left[ -ie\gamma^\nu (C_2^+ \omega_+ + C_2^- \omega_-) \right] u(\bar{q})$$

$$* \quad \left( \frac{-ig^{\alpha\beta}}{(k + \bar{k})^2 - M_Z^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{(p + \bar{p})^2 - M_Z^2} \right)$$

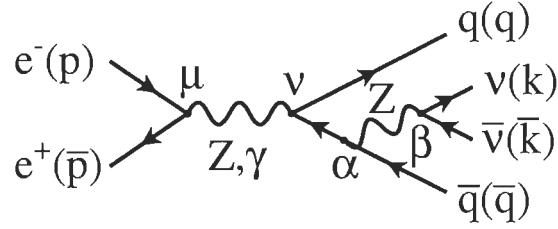
$$* \quad \bar{u}(\bar{p}) \left[ -ie\gamma^\mu (C_3^+ \omega_+ + C_3^- \omega_-) \right] u(p) * \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{2\cos\theta_w} \right) \gamma^\beta \omega_- \right] u(\bar{k})$$

Constantes:

$$\frac{-ie^3 g}{2\cos\theta_w} (C_1^\lambda)^2 C_3^\lambda * \frac{1}{(q + k + \bar{k})^2} * \frac{1}{(k + \bar{k})^2 - M_Z^2} * \frac{1}{(p + \bar{p})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned} GRR &= 4 s(q, \bar{k}) [ t(k, q) s(q, \bar{p}) + t(k, \bar{k}) s(\bar{k}, \bar{p}) ] t(p, \bar{q}) \\ GLR &= 4 t(q, k) [ s(\bar{k}, q) t(q, p) + s(\bar{k}, k) t(k, p) ] s(\bar{p}, \bar{q}) \\ GRL &= 4 s(q, \bar{k}) [ t(k, q) s(q, p) + t(k, \bar{k}) s(\bar{k}, p) ] t(\bar{p}, \bar{q}) \\ GLL &= 4 t(q, k) [ s(\bar{k}, q) t(q, \bar{p}) + s(\bar{k}, k) t(k, \bar{p}) ] s(p, \bar{q}) \end{aligned}$$



**Figure 4.8:** Diagramme H

$$\bar{u}(q) \left[ -ie\gamma^\nu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) \right] (-)i \frac{(\not{q} + \not{k} + \not{\bar{k}})}{(\bar{q} + k + \bar{k})^2} \left[ -ie\gamma^\alpha (C_2^+ \omega_+ + C_2^- \omega_-) \right] u(\bar{q})$$

$$* \quad \left( \frac{-ig^{\alpha\beta}}{(k + \bar{k})^2 - M_Z^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{(p + \bar{p})^2 - M_Z^2} \right)$$

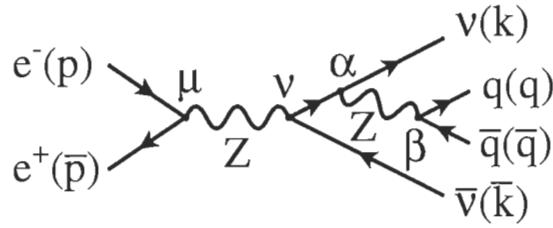
$$* \quad \bar{u}(\bar{p}) \left[ -ie\gamma^\mu (C_3^+ \omega_+ + C_3^- \omega_-) \right] u(p) * \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{2\cos\theta_w} \right) \gamma^\beta \omega_- \right] u(\bar{k})$$

Constantes:

$$\frac{ie^3 g}{2\cos\theta_w} (C_1^\lambda)^2 C_3^\lambda * \frac{1}{(\bar{q} + k + \bar{k})^2} * \frac{1}{(k + \bar{k})^2 - M_Z^2} * \frac{1}{(p + \bar{p})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned} HRR &= 4 s(q, \bar{p}) [ t(p, k) s(k, \bar{k}) + t(p, \bar{q}) s(\bar{q}, \bar{k}) ] t(k, \bar{q}) \\ HLR &= 4 t(q, p) [ s(\bar{p}, \bar{k}) t(\bar{k}, k) + s(\bar{p}, \bar{q}) t(\bar{q}, k) ] s(\bar{k}, \bar{q}) \\ HRL &= 4 s(q, p) [ t(\bar{p}, k) s(k, \bar{k}) + t(\bar{p}, \bar{q}) s(\bar{q}, \bar{k}) ] t(k, \bar{q}) \\ HLL &= 4 t(q, \bar{p}) [ s(p, \bar{k}) t(\bar{k}, k) + s(p, \bar{q}) t(\bar{q}, k) ] s(\bar{k}, \bar{q}) \end{aligned}$$



**Figure 4.9:** Diagramme I

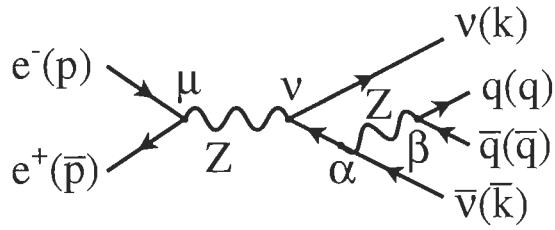
$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{2 \cos \theta_w} \right) \gamma^\alpha \omega_- \right] i \frac{(\not{k} + \not{q} + \not{\bar{q}})}{(k + q + \bar{q})^2} \left[ \left( \frac{-ig}{2 \cos \theta_w} \right) \gamma^\nu \omega_- \right] u(\bar{k}) \\
 * & \left( \frac{-ig^{\alpha\beta}}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{(p + \bar{p})^2 - M_Z^2} \right) \\
 * & \bar{u}(\bar{p}) \left[ -ie\gamma^\mu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) \right] u(p) \\
 * & \bar{u}(q) \left[ -ie\gamma^\beta (C_2^+ \omega_+ + C_2^- \omega_-) \right] u(\bar{q})
 \end{aligned}$$

Constantes:

$$\frac{-ie^2 g^2}{4(\cos \theta_w)^2} C_2^\lambda C_1^\lambda * \frac{1}{(k + q + \bar{q})^2} * \frac{1}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} * \frac{1}{(p + \bar{p})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned}
 IRR &= 4 t(k, \bar{q}) [ s(q, k) t(k, p) + s(q, \bar{q}) t(\bar{q}, p) ] s(\bar{p}, \bar{k}) \\
 ILR &= 4 t(k, q) [ s(\bar{q}, k) t(k, p) + s(\bar{q}, q) t(q, p) ] s(\bar{p}, \bar{k}) \\
 IRL &= 4 t(k, \bar{q}) [ s(q, k) t(k, \bar{p}) + s(q, \bar{q}) t(\bar{q}, \bar{p}) ] s(p, \bar{k}) \\
 ILL &= 4 t(k, q) [ s(\bar{q}, k) t(k, \bar{p}) + s(\bar{q}, q) t(q, \bar{p}) ] s(p, \bar{k})
 \end{aligned}$$



**Figure 4.10:** Diagramme J

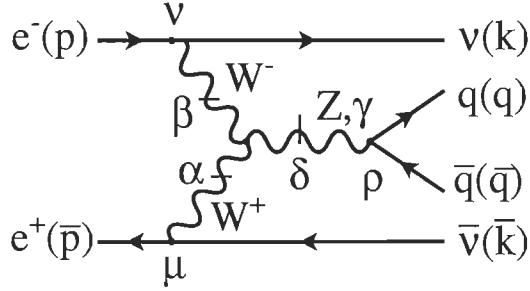
$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{2 \cos \theta_w} \right) \gamma^\nu \omega_- \right] (-i) \frac{(\bar{k} + \not{q} + \not{\bar{q}})}{(\bar{k} + q + \bar{q})^2} \left[ \left( \frac{-ig}{2 \cos \theta_w} \right) \gamma^\alpha \omega_- \right] u(\bar{k}) \\
 * & \left( \frac{-ig^{\alpha\beta}}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{(p + \bar{p})^2 - M_Z^2} \right) \\
 * & \bar{u}(\bar{p}) \left[ -ie\gamma^\mu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) \right] u(p) \\
 * & \bar{u}(q) \left[ -ie\gamma^\beta (C_2^+ \omega_+ + C_2^- \omega_-) \right] u(\bar{q})
 \end{aligned}$$

Constantes:

$$\frac{ie^2 g^2}{4(\cos \theta_w)^2} C_2^\lambda C_1^\lambda * \frac{1}{(\bar{k} + q + \bar{q})^2} * \frac{1}{(q + \bar{q})^2 - M_Z^2} * \frac{1}{(p + \bar{p})^2 - M_Z^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned}
 JRR &= 4 t(k, p) [ s(\bar{p}, q) t(q, \bar{q}) + s(\bar{p}, \bar{k}) t(\bar{k}, \bar{q}) ] s(q, \bar{k}) \\
 JLR &= 4 t(k, p) [ s(\bar{p}, \bar{q}) t(\bar{q}, q) + s(\bar{p}, \bar{k}) t(\bar{k}, q) ] s(\bar{q}, \bar{k}) \\
 JRL &= 4 t(k, \bar{p}) [ s(p, q) t(q, \bar{q}) + s(p, \bar{k}) t(\bar{k}, \bar{q}) ] s(q, \bar{k}) \\
 JLL &= 4 t(k, \bar{p}) [ s(p, \bar{q}) t(\bar{q}, q) + s(p, \bar{k}) t(\bar{k}, q) ] s(\bar{q}, \bar{k})
 \end{aligned}$$



**Figure 4.11:** Diagramme M

- Lignes extérieures

$$\bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\nu \omega_- \right] u(p) * \bar{u}(\bar{p}) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\mu \omega_- \right] u(\bar{k})$$

- Trois propagateurs

$$* \left( \frac{-ig^{\nu\beta}}{(p-k)^2 - M_W^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\mu\alpha}}{(\bar{p}-\bar{k})^2 - M_W^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\delta\rho}}{(q+\bar{q})^2 - M_Z^2} \right)$$

- Ligne des quarks

$$* \bar{u}(q) [ -ie\gamma^\rho (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) ] u(\bar{q})$$

- Couplage trilinéaire, d'après l'analyse de la section 2.2

Pour simplifier l'écriture, on pose  $\bar{\lambda} = \frac{\lambda_V}{M_W^2}$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WWV} \rightarrow -ig_V & \left\{ g^{\alpha\beta} \left[ (1 + \bar{\lambda}(P' \cdot Q)) P^\delta - (1 + \bar{\lambda}(P \cdot Q)) P'^\delta \right] \right. \\ & + g^{\alpha\delta} \left[ (\kappa_V - \bar{\lambda}(P \cdot P')) Q^\beta + (1 + \bar{\lambda}(P \cdot Q)) P'^\beta \right] \\ & + g^{\beta\delta} \left[ (\bar{\lambda}(P \cdot P') - \kappa_V) Q^\alpha - (1 + \bar{\lambda}(P' \cdot Q)) P^\alpha \right] \\ & \left. + \bar{\lambda} (P^\alpha Q^\beta P'^\delta - Q^\alpha P'^\beta P^\delta) \right\} \end{aligned}$$

### Exemple de calcul avec la troisième ligne du couplage trilinéaire.

Par conservation de l'énergie, on a

$$\begin{aligned} P + P' &= Q \\ P^\alpha &\rightarrow Q^\alpha - P'^\alpha \end{aligned}$$

On peut donc transformer le terme qui accompagne  $g^{\beta\delta}$  par

$$\begin{aligned} &\rightarrow (\bar{\lambda}(P \cdot P') - \kappa_V) Q^\alpha - (1 + \bar{\lambda}(P' \cdot Q)) P^\alpha \\ &= (\bar{\lambda}([Q - P'] \cdot P') - \kappa_V) Q^\alpha - (1 + \bar{\lambda}(P' \cdot Q)) (Q^\alpha - P'^\alpha) \\ &= \bar{\lambda}(Q \cdot P') Q^\alpha - \bar{\lambda}(P' \cdot P') Q^\alpha - \kappa_V Q^\alpha - Q^\alpha + P'^\alpha - \bar{\lambda}(P' \cdot Q) Q^\alpha + \bar{\lambda}(P' \cdot Q) P'^\alpha \\ &= [1 + \bar{\lambda}(P' \cdot Q)] P'^\alpha - [(1 + \kappa_V) + \bar{\lambda} P'^2] Q^\alpha \end{aligned}$$

Le terme avec  $P'^\alpha$  donne une contribution nulle comme on peut voir à la remarque de la page suivante. Les termes qui contiennent les facteurs  $(1 + \kappa_V)$  et  $\bar{\lambda} P'^2$  correspondent respectivement aux amplitudes *M3RL* et *M4RLB* du programme *Monte Carlo* qui est donné en annexe.

### Calcul des spineurs:

$$\begin{aligned} &\bar{u}(k) \gamma^\nu \omega_- u(p) * \bar{u}(\bar{p}) \gamma^\mu \omega_- u(\bar{k}) * g^{\nu\beta} g^{\mu\alpha} g^{\delta\rho} \\ &* \bar{u}(q) \gamma^\rho (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) u(\bar{q}) * g^{\beta\delta} Q^\alpha \end{aligned}$$

Application des métriques "g".

$$\begin{aligned} &= \bar{u}(k) \gamma^\nu \omega_- u(p) * \bar{u}(\bar{p}) \gamma^\mu \omega_- u(\bar{k}) \\ &* \bar{u}(q) \gamma^\nu (C_1^+ \omega_+ + C_1^- \omega_-) u(\bar{q}) * Q^\mu \end{aligned}$$

Application des projecteurs  $\omega_\pm$  (en sortant la constante  $C_1^\lambda$ ).

$$= \bar{u}_-(k) \gamma^\nu u_-(p) * \bar{u}_-(\bar{p}) \gamma^\mu u_-(\bar{k}) * \bar{u}_\lambda(q) \gamma^\nu u_\lambda(\bar{q}) * Q^\mu$$

Contraction  $\mu$  et  $\nu$ .

$$\begin{aligned}
 &= \bar{u}_-(\bar{p}) \not Q u_-(\bar{k}) * \bar{u}_\lambda(q) \left( [ \bar{u}_-(k) \gamma^\nu u_-(p) ] \gamma^\nu \right) u_\lambda(\bar{q}) \\
 &= \bar{u}_-(\bar{p}) [u_+(q) \bar{u}_+(q) + u_-(q) \bar{u}_-(q) + u_+(\bar{q}) \bar{u}_+(\bar{q}) + u_-(\bar{q}) \bar{u}_-(\bar{q})] u_-(\bar{k}) \\
 &\quad * \bar{u}_\lambda(q) 2[u_-(p) \bar{u}_-(k) + u_+(k) \bar{u}_+(p)] u_\lambda(\bar{q})
 \end{aligned}$$

**Remarque:** le même développement avec  $P'^\alpha$  à la place de  $Q^\alpha$  s'annulerait puisque la première ligne de l'expression précédente donnerait

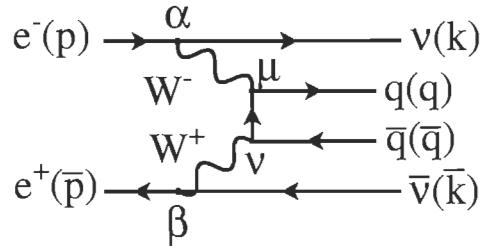
$$\bar{u}_-(\bar{p}) [u_+(\bar{p}) \bar{u}_+(\bar{p}) + u_-(\bar{p}) \bar{u}_-(\bar{p}) - u_+(\bar{k}) \bar{u}_+(\bar{k}) - u_-(\bar{k}) \bar{u}_-(\bar{k})] u_-(\bar{k})$$

qui s'annule à cause des relations d'orthogonalité (3.23) et (3.24).

Enfin, si on choisit  $\lambda = +1$ , on trouve l'amplitude suivante qui correspond à la fois à  $M3RL$  et  $M4RLB$  du programme.

$$\begin{aligned}
 M3RL &= 2 \bar{u}_-(\bar{p}) [u_+(q) \bar{u}_+(q) + u_+(\bar{q}) \bar{u}_+(\bar{q})] u_-(\bar{k}) \\
 &\quad * \bar{u}_+(q) [u_-(p) \bar{u}_-(k)] u_+(\bar{q}) \\
 &= 2 [t(\bar{p}, q) s(q, \bar{k}) + t(\bar{p}, \bar{q}) s(\bar{q}, \bar{k})] s(q, p) t(k, \bar{q}) \\
 &\equiv 2 [t(6, 1) s(1, 4) + t(6, 2) s(2, 4)] s(1, 5) t(3, 2)
 \end{aligned}$$

Le même calcul avec  $\lambda = -1$ , correspond aux amplitudes  $M3LL$  et  $M4LLB$  du programme.



**Figure 4.12:** Diagramme N

$$\begin{aligned}
 & \bar{u}(q) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\mu \omega_- \right] i \frac{(\not{q} - \not{p} + \not{k})}{(q - p + k)^2} \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\nu \omega_- \right] u(\bar{q}) \\
 * & \left( \frac{-ig^{\alpha\mu}}{(p - k)^2 - M_W^2} \right) * \left( \frac{-ig^{\beta\nu}}{(\bar{p} - \bar{k})^2 - M_W^2} \right) \\
 * & \bar{u}(k) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\alpha \omega_- \right] u(p) * \bar{u}(\bar{p}) \left[ \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right) \gamma^\beta \omega_- \right] u(\bar{k})
 \end{aligned}$$

Constantes:

$$\frac{-ig^4}{4} * \frac{1}{(p - k)^2 - M_W^2} * \frac{1}{(\bar{p} - \bar{k})^2 - M_W^2} * \frac{1}{(q - p + k)^2}$$

Résultat du calcul:

$$\begin{aligned}
 NLLD &= 4 t(q, k) [ s(p, q) t(q, \bar{p}) + s(p, k) t(k, \bar{p}) ] s(\bar{k}, \bar{q}) \\
 NLLU &= 4 t(q, \bar{p}) [ s(\bar{k}, q) t(q, k) - s(\bar{k}, \bar{p}) t(\bar{p}, k) ] s(p, \bar{q})
 \end{aligned}$$

## CHAPITRE V

### RÉSULTATS ET ANALYSE

Tous les résultats que nous présentons ici proviennent de simulations qui comptabilisent 10 millions d'événements par exécution de programme. L'énergie des faisceaux incidents (électrons-positrons) est de 250 GeV chacun. Certaines restrictions dans les entrées et sorties du programme ont également été imposées pour que la simulation puisse s'ajuster aux contraintes expérimentales. On demande, par exemple, que les quarks produits sortent avec un angle minimum de 10 degrés par rapport à l'axe des faisceaux incidents. On demande aussi que les calculs tiennent compte d'un momentum transverse manquant et d'une énergie manquante de 10 GeV chacun, pour être certain que des neutrinos (non détectés) font partie du processus. À la section 5.2, on introduit une borne sur la masse invariante associée aux propagateurs afin d'isoler l'effet du photon de celui du boson  $Z$ . Enfin, les valeurs numériques utilisées pour les calculs sont les suivantes.

$$\alpha = 1/128 \quad (5.1)$$

$$\sin^2 \theta_W = 0.23 \quad (5.2)$$

$$M_Z = 91.172 \text{ GeV} \quad (5.3)$$

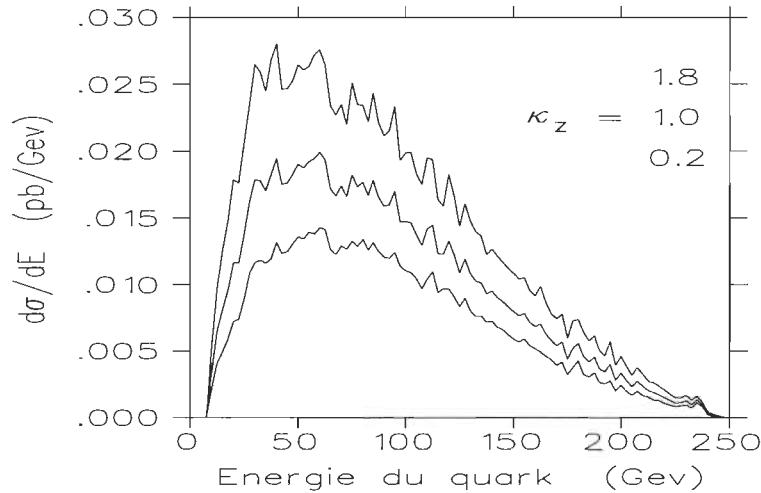
$$M_W = 81 \text{ GeV} \quad (5.4)$$

$$\Gamma_Z = 2.5 \quad (5.5)$$

$$\Gamma_W = 2.1 \quad (5.6)$$

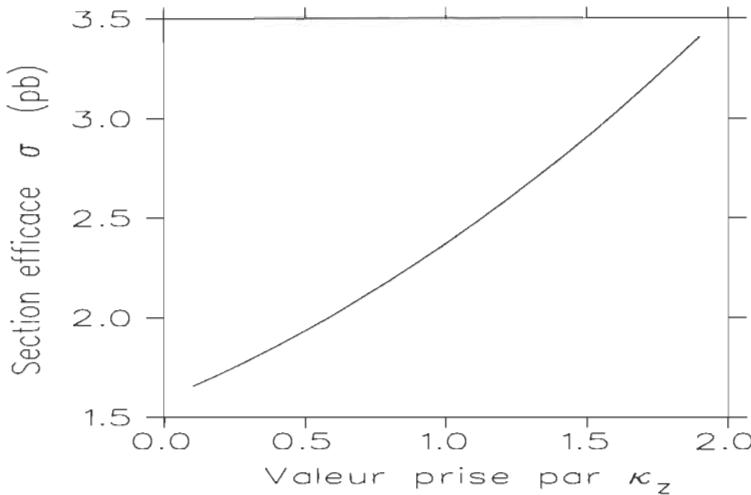
### 5.1 Variation de $\kappa_Z$

La figure 5.1 montre comment varie la section efficace du processus  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}$  lorsqu'on donne trois valeurs différentes à la constante de couplage  $\kappa_Z$  associée au boson  $Z$ . Pour l'étude de la présente section, les trois autres constantes  $\kappa_\gamma$ ,  $\lambda_Z$  et  $\lambda_\gamma$  ne varient pas et valent respectivement 1, 0 et 0 (Modèle Standard). Quant à la masse invariante utilisée ici pour calculer les propagateurs, elle s'étend 25 à 500 GeV, soit à peu près toute la plage d'énergie disponible.



**Figure 5.1:** Section efficace différentielle pour trois valeurs de  $\kappa_Z$ .

Ces tracés représentent en fait, une section efficace différentielle en fonction de l'énergie du quark sortant, c'est-à-dire que chaque point représente la contribution au calcul de  $\sigma$  de tous les événements contenus dans une tranche de 2.5 GeV. L'allure générale de ces courbes est celle d'une distribution de Planck puisqu'elles représentent un nombre d'événements observés par énergie disponible. Cependant, le point essentiel qui en ressort est l'effet produit par la variation de la constante de couplage  $\kappa_Z$ . En prenant un plus grand nombre de valeurs différentes pour  $\kappa_Z$ , on obtient une variation de  $\sigma$  telle qu'illustrée par la figure 5.2



**Figure 5.2:** Variation de la section efficace totale en fonction de  $\kappa_Z$ .

D'après cette figure, la valeur de  $\sigma$  qui correspond au  $\kappa_Z$  du Modèle Standard ( $\kappa_Z = 1.0$ ) est de 2.37 picobarnes. Si on considère un faisceau incident de luminosité intégrée de 5 femtobarnes inverse ( $5(fb)^{-1}$ ), on peut estimer à 11850 le nombre d'événements qui devraient être expérimentalement enregistrés pour que le processus à l'étude puisse être associé à cette section efficace de 2.37 pb.

$$\begin{aligned}
 N &= 5(fb)^{-1} * 2.37 pb \\
 &= 5 \cdot 10^{15} b^{-1} * 2.37 \cdot 10^{-12} b \\
 &= 11850
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

L'erreur statistique (à un  $\sigma$ ) sur ce nombre est de

$$\begin{aligned}
 \Delta N &= \sqrt{11850} \\
 &\approx 109 \\
 &\rightarrow 0.92\%
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Au point considéré,  $\sigma$  évalué à 0.92% correspond à une incertitude de

$$\sigma = (2.37 \pm 0.02) pb \tag{5.9}$$

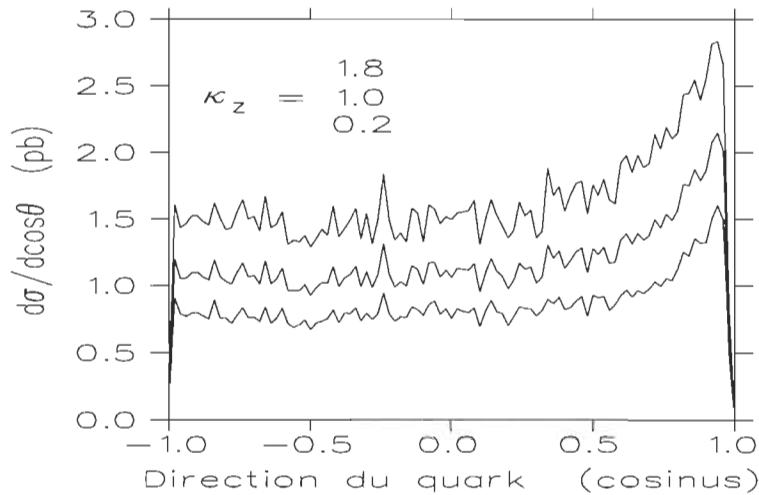
L'extrapolation linéaire de la courbe de la figure 5.2 au point  $\kappa_Z = 1.0$  montre qu'à  $\Delta\sigma = \pm 0.02 pb$  correspond aussi une incertitude  $\Delta\kappa_Z = \pm 0.02$ , puisque la pente de la courbe est tout près de 1 (en fait, 0.99) en ce point. Ce résultat suggère

qu'avec une luminosité de  $5(fb)^{-1}$ , il serait possible de vérifier expérimentalement si la valeur de la constante  $\kappa_Z$  est en accord avec le Modèle Standard, et ce, à l'intérieur de la limite

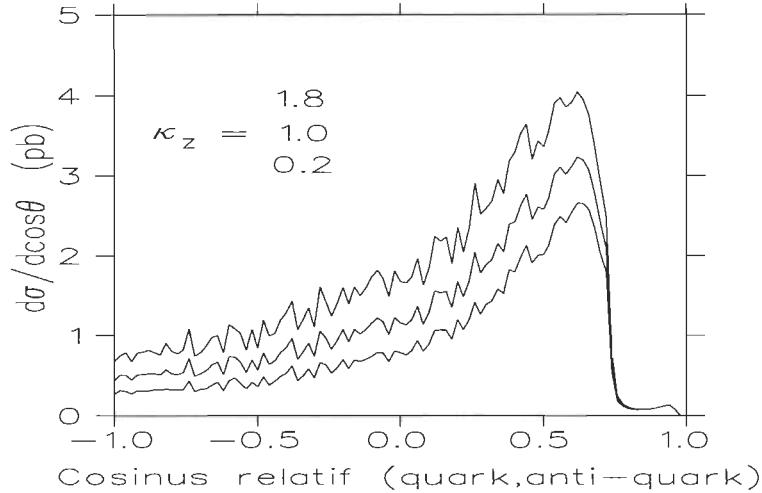
$$\kappa_Z = 1.00 \pm 0.02 \quad (5.10)$$

L'obligation de prendre  $\kappa_Z$  à l'extérieur de cette limite pour rendre compte de résultats expérimentaux possibles, impliquerait une physique au-delà du Modèle Standard.

Le programme *Monte Carlo* utilisé permet aussi d'étudier le comportement de  $\sigma$  en fonction de différents paramètres tels qu'illustrés par les figures suivantes. Le centre de masse du système étant le repère du laboratoire, on définit la direction des quarks sortants par rapport à la direction du faisceau d'électrons incidents. On utilisera le qualificatif *transverse* pour désigner le plan perpendiculaire à l'axe des faisceaux incidents. Ainsi, le cosinus relatif transverse des quarks est le cosinus de l'angle formé par les projections transverses des directions prises par les quarks.

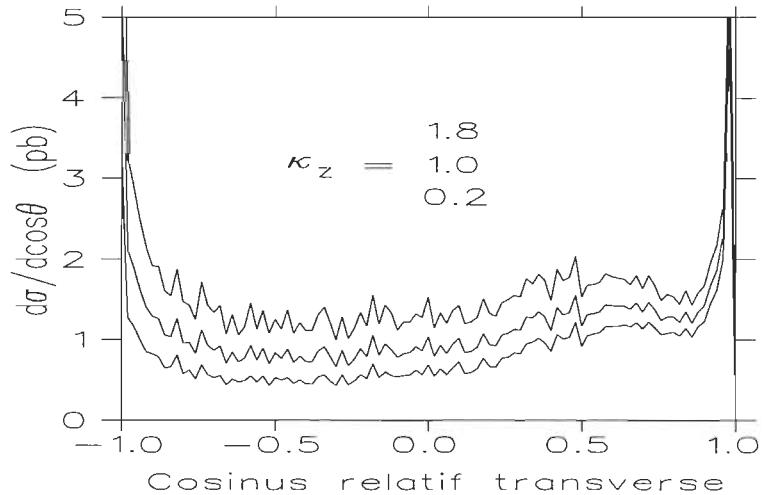


**Figure 5.3:** Comportement de  $\sigma$  en fonction de la direction du quark sortant.



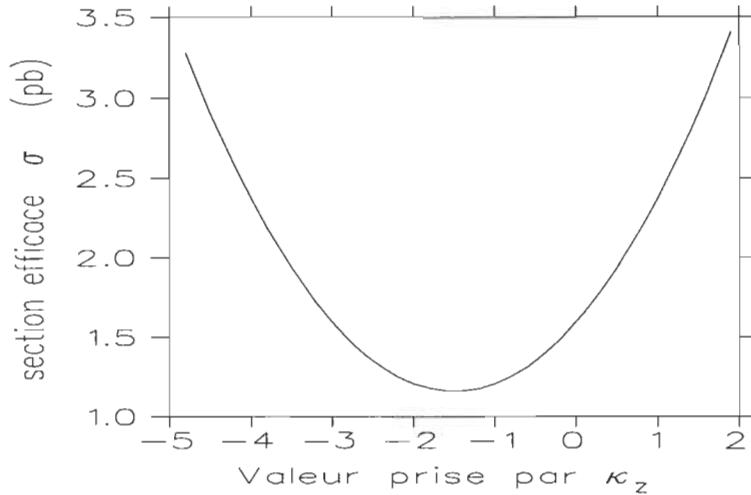
**Figure 5.4:** Comportement de  $\sigma$  en fonction du cosinus relatif entre les quarks.

La figure 5.4 montre qu'il est très peu probable que les quarks sortent colinéaires ( $\sigma$  tend vers 0 lorsque le cosinus de l'angle entre les quarks tend vers 1). Ceci facilite grandement l'analyse des *jets* sortants qui permet d'identifier les quarks.



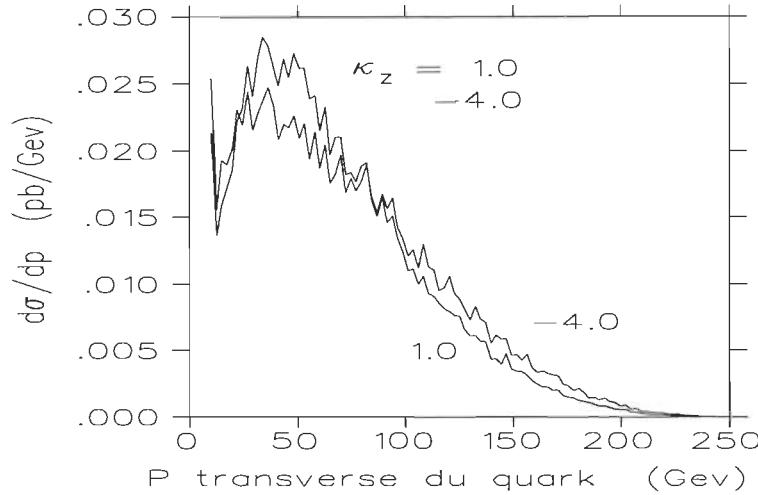
**Figure 5.5:** Comportement de  $\sigma$  en fonction du cosinus relatif transverse des quarks.

Un dernier point à noter avant de passer à l'étude des autres constantes. La figure 5.6 montre qu'on pourrait associer une même valeur expérimentale de  $\sigma$  à deux valeurs différentes de  $\kappa_Z$ . Un résultat de 2.37 pb par exemple, peut tout aussi bien provenir de  $\kappa_Z = 1.0$  ou de  $\kappa_Z = -4.0$



**Figure 5.6:** Section efficace totale en fonction de  $\kappa_Z$  calculée en élargissant la plage de  $\kappa_Z$ .

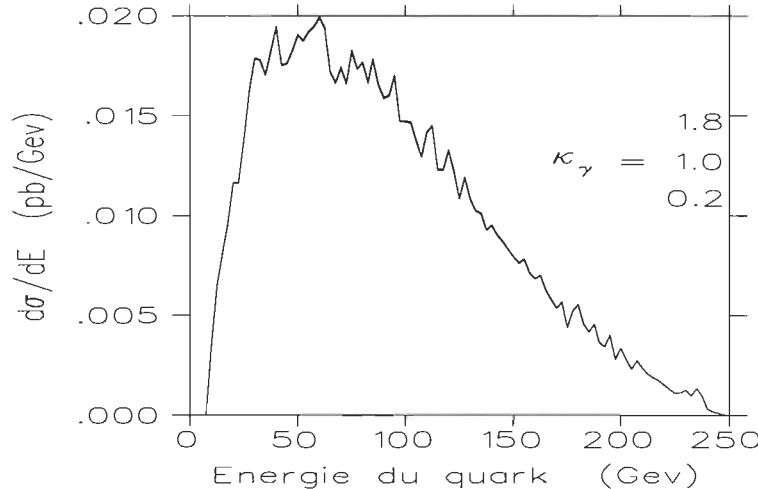
On peut lever l’ambiguïté de ce résultat en comparant l’allure que prend le profil de  $\sigma$  par rapport à un paramètre pertinent. Par exemple, en fonction du momentum transverse du quark sortant, on obtient



**Figure 5.7:** Comportement de  $\sigma$  en fonction du momentum transverse du quark sortant.

## 5.2 Variation de $\kappa_\gamma$

Le même genre d'analyse, en donnant cette fois trois valeurs différentes à la constante  $\kappa_\gamma$ , conduit à la figure suivante.

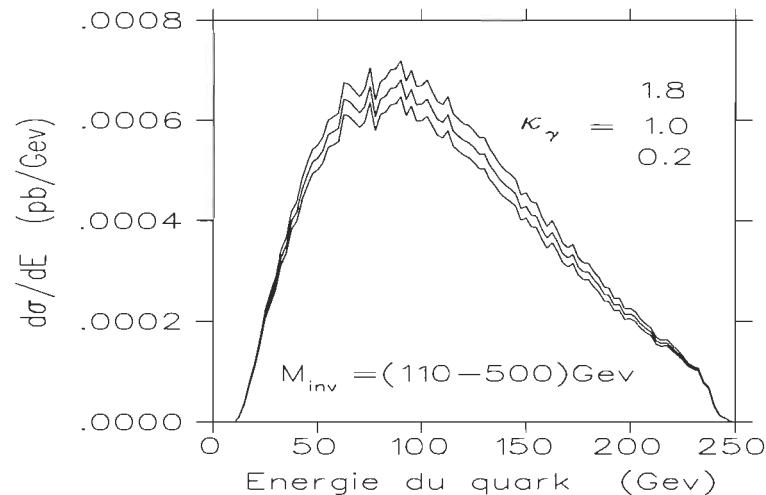


**Figure 5.8:** Section efficace différentielle pour trois valeurs de  $\kappa_\gamma$ .

Cette figure comporte trois tracés superposés. On voit que dans ce cas-ci, le résultat final n'est pas vraiment sensible à la valeur que prend la constante

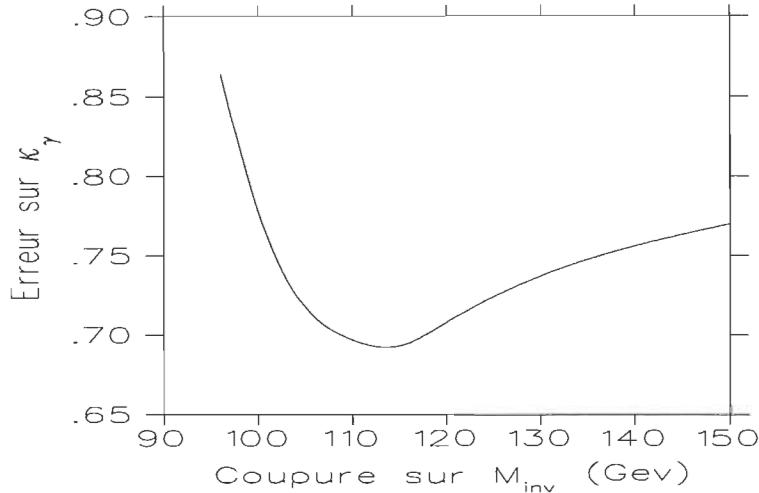
$\kappa_\gamma$ . Ceci s'explique par le fait que, dans le calcul des amplitudes où un boson  $Z$  est impliqué, on rencontre des termes tels que  $(\frac{1}{p^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z})$ , où le taux de désintégration  $\Gamma_Z$  est de l'ordre de quelques unités. Ces termes deviennent assez grands lorsque la masse invariante  $M_{inv}$  d'un propagateur (avec  $p^2 = M_{inv}^2$ ) est sensiblement égale à la masse  $M_Z = 91$  GeV. Si on remplace le  $Z$  par un photon, le terme  $(1/p^2)$  n'a pas le même comportement et devient négligeable devant celui du  $Z$ .

Pour obtenir des résultats sensibles à la variation de  $\kappa_\gamma$ , il faut imposer une borne à la masse invariante des propagateurs afin d'exclure ce comportement singulier autour de 91 GeV. De cette façon, on isole en quelque sorte, l'effet du photon de celui du boson  $Z$ . La figure suivante a été obtenue en prenant 110 GeV comme borne inférieure.



**Figure 5.9:** Section efficace différentielle pour trois valeurs de  $\kappa_\gamma$  en imposant une borne inférieure à la masse invariante des propagateurs.

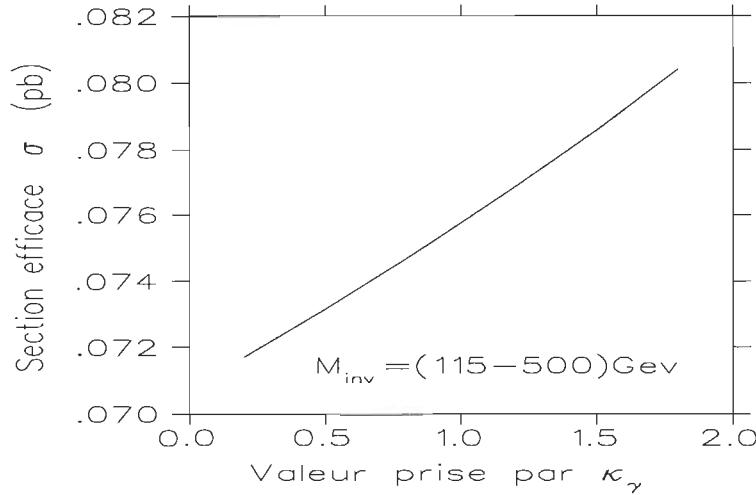
La sensibilité de  $\sigma$  envers  $\kappa_\gamma$  est maintenant visible. Cependant, le prix à payer pour avoir introduit une telle coupure est une diminution de la section efficace totale, ce qui rend le résultat statistiquement moins intéressant. La figure suivante permet de voir quelle coupure on doit utiliser pour avoir le résultat le plus intéressant.



**Figure 5.10:** Variation de l'incertitude sur  $\kappa_\gamma$  en fonction du choix de la borne inférieure imposée à la masse invariante des propagateurs.

La figure est construite à partir de quelques exécutions du programme pour chacun desquels on a essayé une borne inférieure différente. Pour chaque exécution donc, une erreur  $\Delta\kappa_\gamma$  a pu être calculée suivant le même procédé qui a conduit au résultat (5.10). La figure est très qualitative puisqu'elle résulte d'un simple lissage obtenu à partir de seulement six points, mais elle montre que l'incertitude sur  $\kappa_\gamma$  peut être minimisée en choisissant une coupure sur la masse invariante des propagateurs quelque part entre 110 et 120 GeV. Si on coupe plus haut,  $\sigma$  diminue et son pourcentage d'erreur devient trop grand pour être intéressant. Si on coupe plus bas, la variation de  $\sigma$  avec  $\kappa$  diminue (pente de la figure 5.11 plus faible), ce qui augmente  $\Delta\kappa$ .

Avec une coupure à 115 GeV, on obtient le résultat illustré à la figure 5.11



**Figure 5.11:** Variation de la section efficace en fonction de  $\kappa_\gamma$  avec borne inférieure sur la masse invariante des propagateurs.

Comme à la section précédente, les valeurs qui ont servi à construire cette figure permettent de calculer le domaine  $\Delta\kappa_\gamma$  qui nous intéresse.

$$\begin{aligned}
 N &= 5 \text{ (fb)}^{-1} * 0.076 \text{ pb} \\
 &= 5 \cdot 10^{15} \text{ b}^{-1} * 0.076 \cdot 10^{-12} \text{ b} \\
 &= 380
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta N &= \sqrt{380} \\
 &\simeq 19 \\
 &\rightarrow 5.0\%
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

$$\sigma = (0.076 \pm 0.004) \text{ pb} \tag{5.13}$$

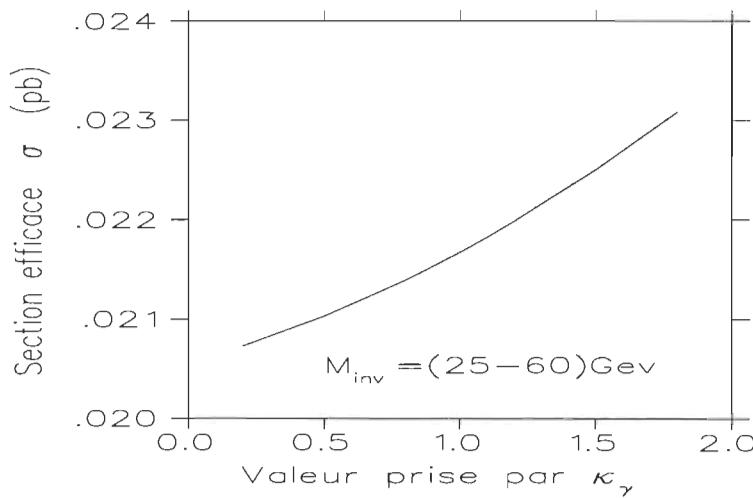
$$\Delta\kappa_\gamma \rightarrow \pm 0.7 \tag{5.14}$$

ce qui correspond au minimum de la figure 5.10. La valeur que peut prendre la constante de couplage  $\kappa$  associée au photon est donc beaucoup plus difficile à cerner que celle associée au boson  $Z$ . Sans être obligé de chercher au-delà du Modèle Standard, on pourrait accepter cette valeur à l'intérieur de la limite

$$\kappa_\gamma = 1.0 \pm 0.7 \tag{5.15}$$

On n'obtient pas de meilleur résultat en étudiant la plage d'énergie qui se situe en bas de 91 GeV. En effet, si on impose une borne supérieure trop petite, la valeur

de  $\sigma$  est trop faible, alors que si la borne est trop près de 91 GeV, la variation de  $\sigma$  n'est pas assez sensible. Le mieux que nous avons obtenu est illustré par la figure suivante.



**Figure 5.12:** Exemple de variation de la section efficace en fonction de  $\kappa_\gamma$ , dans la plage d'énergie située en deçà de 91 GeV.

On obtient, à partir de cette borne

$$\begin{aligned} N &= 5 \text{ (fb)}^{-1} * 0.0217 \text{ pb} \\ &= 5 \cdot 10^{15} \text{ b}^{-1} * 0.0217 \cdot 10^{-12} \text{ b} \\ &= 108 \end{aligned} \tag{5.16}$$

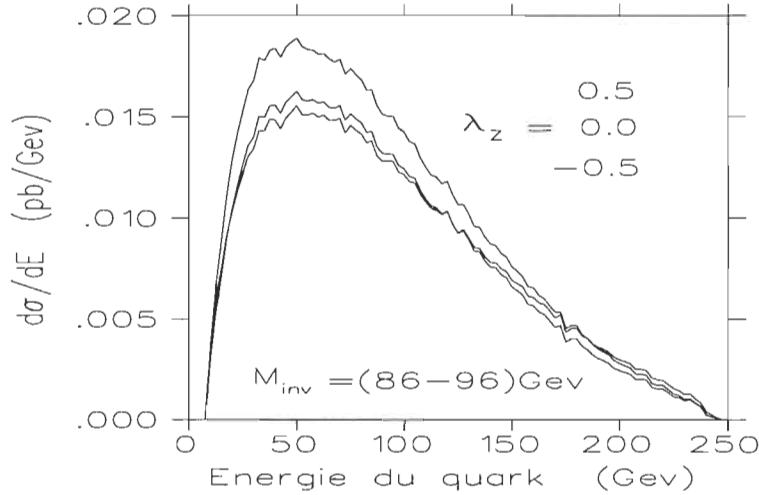
$$\begin{aligned} \Delta N &= \sqrt{108} \\ &\approx 10 \\ &\rightarrow 9.3\% \end{aligned} \tag{5.17}$$

$$\sigma = (0.0217 \pm 0.0020) \text{ pb} \tag{5.18}$$

$$\Delta \kappa_\gamma \rightarrow \pm 1.3 \tag{5.19}$$

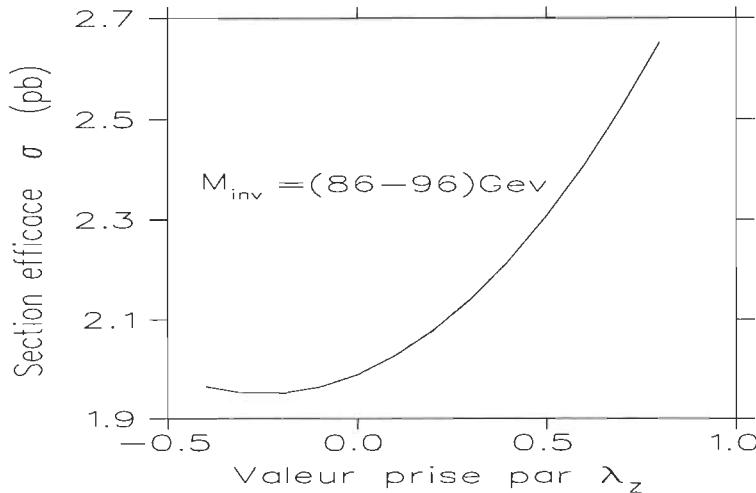
### 5.3 Variation de $\lambda_Z$

Les tracés de la figure 5.13 ont été obtenus en donnant trois valeurs différentes à la constante  $\lambda_Z$ . Puisque le comportement de  $\sigma$ , en présence du boson  $Z$ , est dominé par le pic  $M_{inv} = (86 - 96)$  GeV autour de la valeur critique 91 GeV, nous avons choisi d'illustrer l'effet de  $\lambda_Z$  directement à l'intérieur de ce pic.



**Figure 5.13:** Section efficace différentielle pour trois valeurs de  $\lambda_Z$

Comme pour les sections précédentes, le calcul de l'écart  $\Delta\lambda_Z$  se fait à partir des valeurs qui ont permis de construire la figure 5.14



**Figure 5.14:** Variation de la section efficace en fonction de  $\lambda_Z$

L'écart acceptable pour  $\lambda_Z$  devient

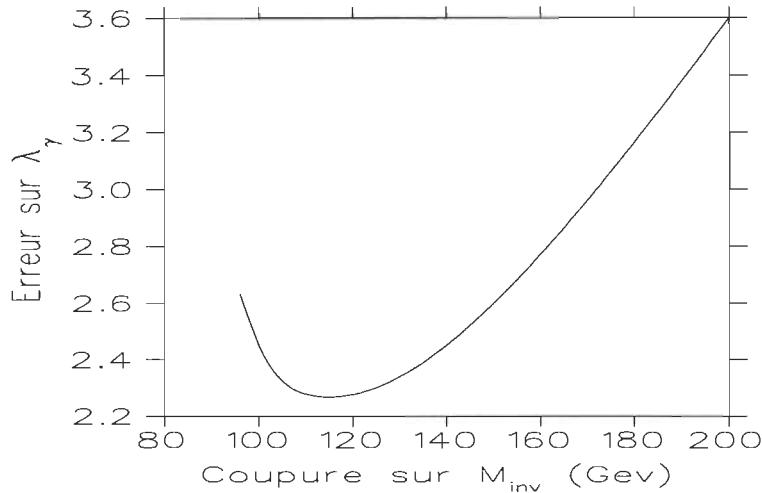
$$\begin{aligned} N &= 5 \text{ } (fb)^{-1} * 1.99 \text{ } pb \\ &= 9950 \pm 1.0\% \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\sigma = (1.99 \pm 0.02) \text{ } pb \quad (5.21)$$

$$\lambda_Z = 0.00 \pm 0.05 \quad (5.22)$$

#### 5.4 Variation de $\lambda_\gamma$

Pour voir l'effet de la variation de la constante  $\lambda_\gamma$ , il faut s'éloigner à nouveau du pic centré autour de 91 GeV. La figure suivante, construite à l'aide du même procédé que la figure 5.10, permet d'avoir une idée de la borne inférieure la plus intéressante. Elle se situe encore quelque part entre 110 et 120 GeV. Nous prendrons donc 115 GeV comme borne acceptable.



**Figure 5.15:** Variation de l'incertitude sur  $\lambda_\gamma$  en fonction du choix de la borne inférieure imposée à la masse invariante des propagateurs.

Calcul de l'écart acceptable pour  $\lambda_\gamma$ .

$$\begin{aligned} N &= 5 \text{ (fb)}^{-1} * 0.0758 \text{ pb} \\ &= 379 \pm 5.0\% \end{aligned} \quad (5.23)$$

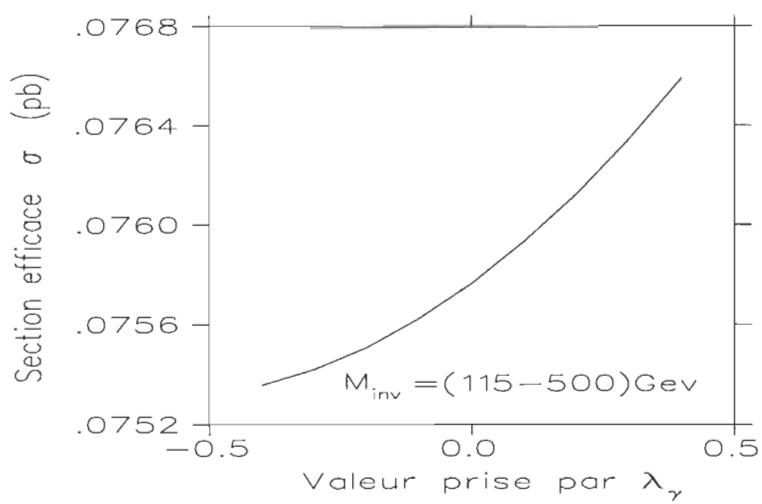
$$\sigma = (0.0758 \pm 0.0038) \text{ pb} \quad (5.24)$$

$$\lambda_\gamma = 0.0 \pm 2.3 \quad (5.25)$$

On peut résumer l'ensemble des résultats obtenus par le tableau suivant.

$\sigma$	couplage	$5 \text{ (fb)}^{-1}$	$50 \text{ (fb)}^{-1}$	$500 \text{ (fb)}^{-1}$
$2.373 \text{ pb}$	$\kappa_Z$	$1.00 \pm 0.02$	$\pm 0.007$	$\pm 0.002$
$0.0758 \text{ pb}$	$\kappa_\gamma$	$1.0 \pm 0.7$	$\pm 0.2$	$\pm 0.07$
$1.989 \text{ pb}$	$\lambda_Z$	$0.00 \pm 0.05$	$\pm 0.02$	$\pm 0.005$
$0.0758 \text{ pb}$	$\lambda_\gamma$	$0.0 \pm 2.3$	$\pm 0.7$	$\pm 0.2$

Tableau comparatif des écarts permis pour chacune des constantes.



**Figure 5.16:** Variation de la section efficace en fonction de  $\lambda_\gamma$  avec borne inférieure sur  $M_{inv}$ .

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'objectif principal de ce travail de recherche était d'étudier les couplages  $WWZ$  et  $WW\gamma$  à partir d'un processus spécifique ( $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}$  à 500 GeV) dans le but de tester les limites du Modèle Standard. Les couplages de jauge étant très bien définis dans le contexte du MS, toute déviation par rapport à ses prédictions serait une indication qu'on est en présence de couplages que le MS ne prévoit pas (couplages anomaux), et donc que le modèle est incomplet.

Les étapes que nous avons suivies au cours de ce travail se présentent comme suit.

- Trouver tous les diagrammes de Feynman qui décrivent le processus d'interaction auquel on s'intéresse;
- chercher dans la littérature comment exprimer la forme du lagrangien le plus général qui permet de décrire les couplages de jauge;
- déterminer la règle de Feynman qui se rapporte à ce lagrangien;
- étudier et utiliser la Méthode des Spineurs pour calculer les amplitudes associées à chaque diagramme de Feynman;
- utiliser un programme *Monte Carlo* qui permet de simuler le processus à l'étude en calculant sa section efficace totale  $\sigma$ , et le lancer un nombre de fois suffisamment grand pour obtenir une description statistiquement valable;
- relancer le programme en faisant varier les constantes de couplage afin d'observer un changement de comportement de la part de  $\sigma$  et de ses différentes distributions.

Les résultats les plus sensibles qui ressortent de notre étude sont ceux qui concernent le couplage  $WWZ$ . En choisissant une luminosité intégrée de 5 femtobarnes inverse pour les faisceaux incidents, (ce qui correspond à une densité bien

raisonnable), on obtient, pour les constantes de couplage  $\kappa_Z$  et  $\lambda_Z$ , des écarts respectifs de  $\pm 0.02$  et  $\pm 0.05$  par rapport à leur valeur prédictive par le Modèle Standard. En comparaison, ceux des constantes  $\kappa_\gamma$  et  $\lambda_\gamma$  sont respectivement de  $\pm 0.7$  et  $\pm 2.3$ .

L'interprétation que nous donnons à ce résultat est la suivante : si, au cours d'une mesure expérimentale sur la section efficace du processus  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}$ , on peut donner, par exemple à la constante  $\kappa_Z$ , une valeur comprise à l'intérieur de la limite  $1.00 \pm 0.02$  pour expliquer les résultats, ceux-ci demeurent en accord avec le MS. Dans le cas contraire, on est en présence d'une signature de couplages anomaux (et ceci, pour une déviation standard de un  $\sigma$ ).

La raison pour laquelle nos résultats présentent une plus faible sensibilité envers le couplage associé au photon ( $WW\gamma$ ), est qu'on ne peut pas isoler son effet du  $Z$ , et que pour pouvoir éliminer l'effet prédominant du couplage  $WWZ$ , il a fallu avoir recours à des bornes sur la masse invariante des propagateurs. Ces bornes ont eu pour effet de réduire aussi la section efficace totale calculée, ce qui a rendu les résultats statistiquement moins précis.

Mentionnons enfin, qu'une façon d'obtenir une étude plus précise serait d'étudier la sensibilité des différentes distributions, et de refaire les calculs en se concentrant sur les parties des distributions qui sont les plus sensibles à une variation des couplages. On serait aussi en droit de s'attendre à ce que le processus soit plus sensible aux couplages anomaux à plus grande énergie parce que les couplages anomaux font intervenir les momenta en général. Et puisque notre processus procède par un canal T (au diagramme M, on a les deux W et le Z) la section efficace devrait être raisonnablement grande, même à de très grandes énergies.

## APPENDICE A

### PROGRAMME DE SIMULATION MONTE CARLO UTILISÉ

```
IMPLICIT REAL*8(A-Z)
EXTERNAL RAN
REAL*4 MBIG,MSEED,MZZ,MA,MJ,MK,FAC,RAN
COMPLEX*16 S,T
COMPLEX*16 TLL1U,TLR1U,TRL1U,TRR1U
COMPLEX*16 TLL3U,TLR3U,TRL3U,TRR3U
COMPLEX*16 TLL1D,TLR1D,TRL1D,TRR1D
COMPLEX*16 TLL3D,TLR3D,TRL3D,TRR3D
COMPLEX*16 ARL,ALL,BRL,BLL,CRL,CLL,DRL,DLL
COMPLEX*16 ERR,ERL,ELR,ELL,FRR,FRL,FLR,FLL
COMPLEX*16 GRR,GRL,GLR,GLL,HRR,HRL,HLR,HLL
COMPLEX*16 IRR,IRL,ILR,ILL,JRR,JRL,JLR,JLL
COMPLEX*16 M4RLA,M4RLB,M4RLC,M4RLD,M4LLA,M4LLB,M4LLC,M4LLD
COMPLEX*16 M1RL,M1LL,M2RL,M2LL,M3RL,M3LL,NLLU,NLLD
COMPLEX*16 PROP1,PROP2,PROP3,PROP4,PROP5,PROP6,PROP7

DIMENSION S(6,6),T(6,6)
DIMENSION P(4,6),D(4,9),G(4,10),DD(9),DG(10)
DIMENSION MA(55)

INTEGER II,IJ,IL,IT,J,JK,K,KK,KM,N,START,NPTS,POS,RAT
INTEGER NNC1,NNC2,NNC3,NNC4,NNC5,IA,KH
INTEGER SEED
INTEGER NUMERO,CL,NO
INTEGER IFF,INEXT,INEXTP,IJI,IJK,IJII,IDUM

DIMENSION M(9),M2(9),MSUM(9),MX(9),MX2(9),BB(4,4,9),LAMBDA(8)
DIMENSION K4V(4,9),LK4V(4,9),DV1(4)
DIMENSION KAPG(9),KAPZ(9),LAMG(9),LAMZ(9)
DIMENSION PXS(9),SUMW(9),INTE(9)
```

```

DIMENSION AMPU(9),AMPD(9),AMP(9)
DIMENSION COSS3(9,101),COSS4(9,101)
DIMENSION ENEE3(9,101),ENEE4(9,101)
DIMENSION CORR(9,101),CORT(9,101)
COMMON/AA1/SINSQ,MW,WIW,MZ,WIZ,ALPHA
COMMON/AAA/SEED
COMMON/CC1/AMP,NUMERO,CL
COMMON/AAA/SEED
COMMON/B1B/LK4V,PP,KAPG,KAPZ,LAMG,LAMZ
COMMON/SS1/IL,KK,KH
COMMON/RRR/YR1,YR2
COMMON/A/MBIG,MSEED,MZZ,FAC
COMMON/D/MA
COMMON/E/IFF,INEXT,INEXTP

PI=3.141592653589793238
TRA=0.3893857D+09
MBIG=0.4E+07
MSEED=0.1618033E+07
MZZ=0.0
FAC=1.0/MBIG
8 FORMAT(I2)
9 FORMAT(4D11.3)
10 FORMAT(I1)
11 FORMAT(I10)
12 FORMAT(D15.6)
13 FORMAT(I4)
14 FORMAT(I9)

      WRITE(6,15)
15 FORMAT(' NUMBER OF EVENTS DESIRED AND SEED')
      READ(5,11)NPTS
      READ(5,14)IDUM
      IDUM=-IDUM
      WRITE(6,16)
16 FORMAT(' ENTER BEAM ENERGY IN GEV ')
      READ(5,12)PP
      WRITE(6,17)
17 FORMAT(' MIN. AND MAX. INV.MASS OF THE Z ')
      READ(5,12)MZMIN
      READ(5,12)MZMAX
      WRITE(6,18)

```

```

18 FORMAT(' ENTER QUARKS Emin-max AND MINIMUM ANGLE IN
DEGREES ')
READ(5,12)EEMIN
READ(5,12)EEMAX
READ(5,12)TMINN
WRITE(6,19)
19 FORMAT(' ENTER MISSING PT IN GEV ')
READ(5,12)PTMIN
WRITE(6,20)
20 FORMAT(' VARIATIONS ON COUPLINGS, UP TO 9 AND FILE')
READ(5,10)NUMERO
READ(5,8)NO
C OPEN(UNIT=NO,STATUS='OLD',file='fort.NO')
DO 22 IL=1,NUMERO
READ(NO,9)KAPG(IL),KAPZ(IL),LAMG(IL),LAMZ(IL)
PRINT *,KAPG(IL),KAPZ(IL),LAMG(IL),LAMZ(IL)
SUMW(IL)=0.0D0
22 CONTINUE
C CLOSE(UNIT=NO)
START=1
PEE=PP
N=4
DO 25 IL=1,N
M(IL)=0.0D0
M2(IL)=M(IL)**2
25 CONTINUE

ALPHA=128.0D0
SINSQ=0.23D0
MW=81.0D00
MZ=91.172D00
WIW=2.1D00
WIZ=2.5D00
C _____
DO 42 IL=1,N
MSUM(IL)=0.0D0
DO 41 J=IL,N
41 MSUM(IL)=MSUM(IL)+M(J)
42 CONTINUE
C _____
c MSUM(1)=M(1)+M(2)+MZ
c MSUM(2)=M(2)+MZ

```

```

c   MSUM(3)=M(3)+M(4)
c   MSUM(4)=M(4)
C-----
      KK=N-1
      II=3*N-4
      STOT=4.0D0*PP*PEE
      IF(DSQRT(STOT).LE.MSUM(1)) THEN
      WRITE(6,43)
43  FORMAT(' NOT ENOUGH ENERGY FOR REACTION')
      STOP
      END IF

      NNC1=0
      NNC2=0
      NNC3=0
      NNC4=0
      NNC5=0

      MX(N)=M(N)
      MX2(N)=M2(N)
      WRITE(6,48)
48  FORMAT(' BEGINNING MAIN MONTE CARLO LOOP ')
      DO 999 IJ=START,NPTS

50  X1=1.0D0
      X2=1.0D0
      CME=X1*X2*STOT
      MX(1)=DSQRT(CME)
      MX2(1)=CME
      IF(MX(1).LE.MSUM(1)) GO TO 50
C-----
      DO 65 IL=2,KK
      MX(IL)=(MX(IL-1)-MSUM(IL-1))*RAN(IDUM)+MSUM(IL)
      MX2(IL)=MX(IL)**2
65  CONTINUE
C-----
c   MX(2)=(MX(1)-MSUM(1))*RRN(SEED)+MSUM(2)
c   MX(3)=MZ
c   MX2(2)=MX(2)**2
c   MX2(3)=MX(3)**2
C-----
```

C THIS WHOLE TRICK HERE IS TO GET UNIFORM PROBABILITY  
 c DISTRIBUTION IN THE ENERGY OF THE FOUR PARTICLES...  
 C AS MUCH AS POSSIBLE

---

C MX2(2)=(MX(1)\*\*2)\*RRN(SEED)  
 C MX(2)=DSQRT(MX2(2))  
 C YEXP=RRN(SEED)\*\*(0.75D0)  
 C MX2(3)=(MX(2)\*\*2)\*RRN(SEED)\*\*(CRITEXP\*YEXP)  
 C MX(3)=DSQRT(MX2(3))

---

V=(X1-X2)/(X1+X2)  
 XI=DLOG((1.0D0+V)/(1.0D0-V))/2.0D0  
 COSTHETA=2.0D0\*RAN(IDUM)-1.0D0  
 THETA=DACOS(COSTHETA)  
 PHI=2.0D0\*PI\*RAN(IDUM)  
 CALL BOOST(BB(1,1,1),XI,THETA,PHI)

KH=1  
 DO 79 IL=1,KK  
 YR1=RAN(IDUM)  
 YR2=RAN(IDUM)  
 CALL DECAY(MX(IL),MX(IL+1),M(IL),K4V(1,IL),BB(1,1,IL+1))  
 IF(KH.EQ.2)THEN  
 NNC5=NNC5+1  
 GOTO 50  
 END IF

79 CONTINUE

K4V(1,N)=MX(KK)-K4V(1,KK)  
 K4V(2,N)=-K4V(2,KK)  
 K4V(3,N)=-K4V(3,KK)  
 K4V(4,N)=-K4V(4,KK)

DO 88 IL=1,N  
 DO 81 K=1,4  
 81 DV1(K)=K4V(K,IL)  
 DO 84 JK=1,IL  
 J=IL-JK+1  
 IF(IL.EQ.N) J=IL-JK  
 IF(J.EQ.0) GO TO 84  
 CALL MULT(BB(1,1,J),DV1,LK4V(1,IL))  
 DO 83 K=1,4

```

83 DV1(K)=LK4V(K,IL)
84 CONTINUE
88 CONTINUE

C IF(LK4V(1,3).LT.EEMIN.OR.LK4V(1,4).LT.EEMIN.OR.
C LK4V(1,3).GT.EEMAX.OR.LK4V(1,4).GT.EEMAX)THEN
  NNC4=NNC4+1
  GOTO 50
END IF

TTT=DSQRT((LK4V(2,3)+LK4V(2,4))**2+(LK4V(3,3)+LK4V(3,4))**2)
IF(TTT.LT.PTMIN)THEN
  NNC3=NNC3+1
  GOTO 50
END IF

CCO3=LK4V(4,3)/LK4V(1,3)
CCO4=LK4V(4,4)/LK4V(1,4)
TMAX=PI*TMINN/180.0D0
TMIN=PI*(180.0D0-TMINN)/180.0D0
CAX=DCOS(TMAX)
CIN=DCOS(TMIN)
IF(CCO3.GT.CAX.OR.CCO3.LT.CIN.OR.CCO4.GT.CAX.OR.CCO4.LT.CIN)THEN
  NNC2=NNC2+1
  GOTO 50
END IF

C MZ1=(LK4V(1,3)+LK4V(1,4))**2-(LK4V(2,3)+LK4V(2,4))**2-
  (LK4V(3,3)+LK4V(3,4))**2-(LK4V(4,3)+LK4V(4,4))**2
  MZ1=DSQRT(dabs(MZ1))
  IF(MZ1.LT.MZMIN.OR.MZ1.GT.MZMAX)THEN
    NNC1=NNC1+1
    GOTO 50
  END IF

CALL EEZAMP
DO 888 CL=1,NUMERO

AA=AMP(CL)
PXS(CL)=1.0D0
DO 94 IL=1,KK
  LAMBDA(IL)=-4.0D0*M2(IL)*MX2(IL+1)+(MX2(IL)-M2(IL)-MX2(IL+1))**2

```

```

LAMBDA(IL)=DSQRT(LAMBDA(IL))/(2.0*MX(IL))
PXS(CL)=PXS(CL)*LAMBDA(IL)
94 CONTINUE
JAC=(4.0D0*PI)**KK
C
C-----DO 95 IL=1,KK-1
C-----DO 95 IL=1,1
C-----JAC=JAC*(MX(IL)-MSUM(IL))
C-----FLUX=1.0D0/(2.0D0*CME)
C-----FACTOR=DSQRT(CME)*(2.0D0*PI)**II
C-----FACTOR=FACTOR*(2.0D0**N)
C-----PXS(CL)=PXS(CL)*AA*JAC*FLUX/FACTOR
C-----SUMW(CL)=SUMW(CL)+PXS(CL)

PPT3=DSQRT(LK4V(2,3)**2+LK4V(3,3)**2)
PPT4=DSQRT(LK4V(2,4)**2+LK4V(3,4)**2)
CCOR=((LK4V(2,3)*LK4V(2,4))+(LK4V(3,3)*LK4V(3,4))+  

C      (LK4V(4,3)*LK4V(4,4)))/LK4V(1,3)/LK4V(1,4)
CCRT=((LK4V(2,3)*LK4V(2,4))+(LK4V(3,3)*LK4V(3,4)))/  

C      ((DSQRT(LK4V(2,3)**2+LK4V(3,3)**2))*  

C      (DSQRT(LK4V(2,4)**2+LK4V(3,4)**2)))

CCZED=(LK4V(4,3)+LK4V(4,4))/DSQRT((LK4V(2,3)+LK4V(2,4))**2  

C      +(LK4V(3,3)+LK4V(3,4))**2+(LK4V(4,3)+LK4V(4,4))**2)
RR=LK4V(1,3)/LK4V(1,4)
EEMAX=PP
EEZED=LK4V(1,3)+LK4V(1,4)
EZEDM=2.0D0*PP
COS3=LK4V(4,3)/DSQRT(LK4V(4,3)**2+LK4V(3,3)**2+LK4V(2,3)**2)
COS4=LK4V(4,4)/DSQRT(LK4V(4,4)**2+LK4V(3,4)**2+LK4V(2,4)**2)

CALL BINN(COS3,COSS3,-1.0D0,1.0D0,PXS(CL))
CALL BINN(COS4,COSS4,-1.0D0,1.0D0,PXS(CL))
CALL BINN(LK4V(1,3),ENEE3,0.0D0,PP,PXS(CL))
CALL BINN(LK4V(1,4),ENEE4,0.0D0,pp,PXS(CL))
CALL BINN(CCOR,CORR,-1.0D0,1.0D0,PXS(CL))
CALL BINN(CCRT,CORT,-1.0D0,1.0D0,PXS(CL))

888 CONTINUE
229 FORMAT(I9,D15.6)

```

```

C   RAT=MOD(IJ,10000)
C   IF(RAT.EQ.0)THEN
C     OPEN(UNIT=30,file='fort.30',status='unknown')
C     WRITE(30,229)IJ,SUMW(1)*TRA/FLOAT(IJ+NNC1+NNC2+NNC3+NNC4)
C     END IF

999 CONTINUE

OPEN(UNIT=40,file='fort.40',status='unknown')
WRITE(40,119)NPTS,NNC1,NNC2,NNC3,NNC4,NNC5
WRITE(40,120)PP,MZMIN,MZMAX
DO 500 CL=1,NUMERO
  INTE(CL)=SUMW(CL)*TRA/FLOAT(NPTS+NNC1+NNC2+NNC3+NNC4)
  WRITE(40,122)KAPG(CL),KAPZ(CL),LAMG(CL),LAMZ(CL),INTE(CL)
500 CONTINUE
CLOSE(UNIT=40)

N1=(2.0D0/100.0D0)*FLOAT(NPTS+NNC1+NNC2+NNC3+NNC4+NNC5)
N2=(PP/100.0d0)*FLOAT(NPTS+NNC1+NNC2+NNC3+NNC4+NNC5)
OPEN(UNIT=41,file='fort.41',status='unknown')
OPEN(UNIT=51,file='fort.51',status='unknown')
OPEN(UNIT=61,file='fort.61',status='unknown')
OPEN(UNIT=71,file='fort.71',status='unknown')
DO 555 IT=1,101
  KOS=-1.0D0+(2.0D0/100.0D0)*FLOAT(IT-1)
  ENE=0.0D0+PP/100.0D0*FLOAT(IT-1)
  WRITE(41,121)KOS,COSS3(1,IT)*TRA/N1,COSS4(1,IT)*TRA/N1
  WRITE(51,121)ENE,ENEE3(1,IT)*TRA/N2,ENEE4(1,IT)*TRA/N2
  WRITE(61,121)KOS,CORR(1,IT)*TRA/N1
  WRITE(71,121)KOS,CORT(1,IT)*TRA/N1
555 CONTINUE
CLOSE(UNIT=41)
CLOSE(UNIT=51)
CLOSE(UNIT=61)
CLOSE(UNIT=71)

119 FORMAT(6I12)
120 FORMAT(3D15.6)
121 FORMAT(4d15.6)
122 FORMAT(4D12.4,d15.6)
STOP
END

```

```

FUNCTION RAN(IDUM)
REAL*4 MBIG,MSEED,MZZ,FAC,MJ,MK
INTEGER IJK,IJI,IJII,IDUM,IFF,INEXT,INEXTP
COMMON/D/MA
COMMON/A/MBIG,MSEED,MZZ,FAC
COMMON/E/IFF,INEXT,INEXTP
DIMENSION MA(55)
IF(IDUM.LT.0.OR.IFF.EQ.0)THEN
IFF=1
MJ=MSEED-FLOAT(ABS(IDUM))
MJ=MOD(MJ,MBIG)
MA(55)=MJ
MK=1
DO 911 IJI=1,54
IJII=MOD(21*IJI,55)
MA(IJII)=MK
MK=MJ-MK
IF(MK.LT.MZZ)MK=MK+MBIG
MJ=MA(IJII)
911 CONTINUE
DO 913 IJK=1,44
DO 912 IJI=1,55
MA(IJI)=MA(IJI)-MA(1+MOD(IJI+30,55))
IF(MA(IJI).LT.MZZ)MA(IJI)=MA(IJI)+MBIG
912 CONTINUE
913 CONTINUE
INEXT=0
INEXTP=31
IDUM=1
END IF
INEXT=INEXT+1
INEXTP=INEXTP+1
IF(INEXT.EQ.56)INEXT=1
IF(INEXTP.EQ.56)INEXTP=1
MJ=MA(INEXT)-MA(INEXTP)
MA(INEXT)=MJ
IF(MJ.LT.MZZ)MJ=MJ+MBIG
RAN=MJ*FAC
RETURN
END

```

## APPENDICE B

### SOUS-ROUTINE QUI CALCULE L'AMPLITUDE

#### SUBROUTINE EEZAMP

```
C-----  
C THIS ROUTINE CALCULATES THE AMPLITUDE  
C FOR THE PROCESS e(+)e(-) → Z nu nubar  
C AND THEN Z → b bar  
C-----  
IMPLICIT REAL*8(A-Z)  
INTEGER K,J,IA,NUMERO,CL  
COMPLEX*16 S,T  
COMPLEX*16 TLL1U,TLR1U,TRL1U,TRR1U  
COMPLEX*16 TLL3U,TLR3U,TRL3U,TRR3U  
COMPLEX*16 TLL1D,TLR1D,TRL1D,TRR1D  
COMPLEX*16 TLL3D,TLR3D,TRL3D,TRR3D  
COMPLEX*16 ARL,ALL,BRL,BLL,CRL,CLL,DRL,DLL  
COMPLEX*16 ERR,ERL,ELR,ELL,FRR,FRL,FLR,FLL  
COMPLEX*16 GRR,GRL,GLR,GLL,HRR,HRL,HLR,HLL  
COMPLEX*16 IRR,IRL,ILR,ILL,JRR,JRL,JLR,JLL  
COMPLEX*16 M4RLA,M4RLB,M4RLC,M4RLD,M4LLA,M4LLB,M4LLC,M4LLD  
COMPLEX*16 M1RL,M1LL,M2RL,M2LL,M3RL,M3LL,NLLD,NLLU  
COMPLEX*16 PROP1,PROP2,PROP3,PROP4,PROP5,PROP6,PROP7  
  
DIMENSION S(6,6),T(6,6),LK4V(4,9)  
DIMENSION P(4,6),D(4,9),G(4,10),DD(9),DG(10)  
DIMENSION KAPG(9),KAPZ(9),LAMG(9),LAMZ(9)  
DIMENSION AMPU(9),AMPD(9),AMP(9)  
  
COMMON/AA1/SINSQ,MW,WIW,MZ,WIZ,ALPHA  
COMMON/B1B/LK4V,PP,KAPG,KAPZ,LAMG,LAMZ  
COMMON/CC1/AMP,NUMERO,CL  
C-----
```

C DEFINE THE FOUR-VECTORS FROM THE RESULTS  
C OF THE EVENT GENERATOR.

---

C

```

DO 50 K=1,4
P(K,1)=LK4V(K,3)
P(K,2)=LK4V(K,4)
P(K,3)=LK4V(K,1)
P(K,4)=LK4V(K,2)
50 CONTINUE
DO 52 K=1,4
P(K,5)=0.0D0
52 P(K,6)=0.0D0
P(1,5)=PP
P(4,5)=PP
P(1,6)=PP
P(4,6)=-PP

```

---

C

C DEFINE THE ELEMENTS OF THE S(I,J), T(I,J) MATRICES.

---

C

```

DO 100 K=1,6
DO 101 J=K,6
RQ1=DSQRT((P(1,J)-P(2,J))/(P(1,K)-P(2,K)))
RQ2=DSQRT((P(1,K)-P(2,K))/(P(1,J)-P(2,J)))
REEL=P(3,K)*RQ1-P(3,J)*RQ2
HIMA=P(4,K)*RQ1-P(4,J)*RQ2
S(K,J)=DCMPLX(-HIMA,REEL)
S(J,K)=DCMPLX(HIMA,-REEL)
T(K,J)=DCONJG(S(J,K))
T(J,K)=DCONJG(S(K,J))

```

101 CONTINUE  
100 CONTINUE

---

C

C NOW, THE AMPLITUDE.

---

```

ARL=4.0D0*S(1,5)*T(3,6)*(S(4,5)*T(5,2)-S(4,1)*T(1,2))
ALL=4.0D0*S(2,5)*T(3,6)*(S(4,5)*T(5,1)-S(4,2)*T(2,1))
BRL=4.0D0*S(4,5)*T(3,2)*(S(1,2)*T(2,6)+S(1,3)*T(3,6))
BLL=4.0D0*S(4,5)*T(3,1)*(S(2,1)*T(1,6)+S(2,3)*T(3,6))
CRL=4.0D0*S(1,4)*T(6,3)*(S(5,1)*T(1,2)+S(5,4)*T(4,2))
CLL=4.0D0*S(2,4)*T(6,3)*(S(5,2)*T(2,1)+S(5,4)*T(4,1))
DRL=4.0D0*S(5,4)*T(6,2)*(S(1,6)*T(6,3)-S(1,2)*T(2,3))
DLL=4.0D0*S(5,4)*T(6,1)*(S(2,6)*T(6,3)-S(2,1)*T(1,3))

```

ERR=4.0D0\*T(3,5)\*S(6,1)\*(T(2,5)\*S(5,4)-T(2,3)\*S(3,4))  
 ERL=4.0D0\*S(4,5)\*T(6,2)\*(S(1,5)\*T(5,3)-S(1,4)\*T(4,3))  
 ELR=4.0D0\*T(3,5)\*S(6,2)\*(T(1,5)\*S(5,4)-T(1,3)\*S(3,4))  
 ELL=4.0D0\*S(4,5)\*T(6,1)\*(S(2,5)\*T(5,3)-S(2,4)\*T(4,3))  
  
 FRR=4.0D0\*T(2,5)\*S(6,4)\*(T(3,5)\*S(5,1)-T(3,2)\*S(2,1))  
 FRL=4.0D0\*S(1,5)\*T(6,3)\*(S(4,5)\*T(5,2)-S(4,1)\*T(1,2))  
 FLR=4.0D0\*T(1,5)\*S(6,4)\*(T(3,5)\*S(5,2)-T(3,1)\*S(1,2))  
 FLL=4.0D0\*S(2,5)\*T(6,3)\*(S(4,5)\*T(5,1)-S(4,2)\*T(2,1))  
  
 GRR=4.0D0\*T(5,2)\*S(1,4)\*(T(3,1)\*S(1,6)+T(3,4)\*S(4,6))  
 GRL=4.0D0\*T(6,2)\*S(1,4)\*(T(3,1)\*S(1,5)+T(3,4)\*S(4,5))  
 GLR=4.0D0\*S(6,2)\*T(1,3)\*(S(4,1)\*T(1,5)+S(4,3)\*T(3,5))  
 GLL=4.0D0\*S(5,2)\*T(1,3)\*(S(4,1)\*T(1,6)+S(4,3)\*T(3,6))  
  
 HRR=4.0D0\*T(3,2)\*S(1,6)\*(T(5,2)\*S(2,4)+T(5,3)\*S(3,4))  
 HRL=4.0D0\*T(3,2)\*S(1,5)\*(T(6,2)\*S(2,4)+T(6,3)\*S(3,4))  
 HLR=4.0D0\*S(4,2)\*T(1,5)\*(S(6,2)\*T(2,3)+S(6,4)\*T(4,3))  
 HLL=4.0D0\*S(4,2)\*T(1,6)\*(S(5,2)\*T(2,3)+S(5,4)\*T(4,3))  
  
 IRR=4.0D0\*S(6,4)\*T(3,2)\*(S(1,3)\*T(3,5)+S(1,2)\*T(2,5))  
 IRL=4.0D0\*S(5,4)\*T(3,2)\*(S(1,3)\*T(3,6)+S(1,2)\*T(2,6))  
 ILR=4.0D0\*S(6,4)\*T(3,1)\*(S(2,3)\*T(3,5)+S(2,1)\*T(1,5))  
 ILL=4.0D0\*S(5,4)\*T(3,1)\*(S(2,3)\*T(3,6)+S(2,1)\*T(1,6))  
  
 JRR=4.0D0\*S(1,4)\*T(3,5)\*(S(6,4)\*T(4,2)+S(6,1)\*T(1,2))  
 JRL=4.0D0\*S(1,4)\*T(3,6)\*(S(5,4)\*T(4,2)+S(5,1)\*T(1,2))  
 JLR=4.0D0\*S(2,4)\*T(3,5)\*(S(6,4)\*T(4,1)+S(6,2)\*T(2,1))  
 JLL=4.0D0\*S(2,4)\*T(3,6)\*(S(5,4)\*T(4,1)+S(5,2)\*T(2,1))  
  
 M1RL=-2.0D0\*T(6,2)\*S(1,4)\*(T(3,1)\*S(1,5)+T(3,2)\*S(2,5))  
 M1LL=-2.0D0\*T(1,6)\*S(4,2)\*(T(3,1)\*S(1,5)+T(3,2)\*S(2,5))  
 M2RL=4.0D0\*T(3,6)\*S(4,5)\*(S(1,6)\*T(6,2)-S(1,4)\*T(4,2))  
 M2LL=4.0D0\*T(3,6)\*S(4,5)\*(T(1,6)\*S(6,2)-T(1,4)\*S(4,2))  
 M3RL=2.0D0\*S(1,5)\*T(3,2)\*(T(6,1)\*S(1,4)+T(6,2)\*S(2,4))  
 M3LL=2.0D0\*T(1,3)\*S(5,2)\*(T(6,1)\*S(1,4)+T(6,2)\*S(2,4))  
 M4LLA=2.0D0\*T(3,6)\*S(4,5)\*(T(1,5)\*S(5,2)-T(1,3)\*S(3,2))  
 M4LLB=2.0D0\*T(1,3)\*S(5,2)\*(T(6,1)\*S(1,4)+T(6,2)\*S(2,4))  
 M4LLC=2.0D0\*T(1,6)\*S(4,2)\*(T(3,6)\*S(6,5)-T(3,4)\*S(4,5))  
 M4LLD=1.0D0\*((T(3,6)\*S(6,5)-T(3,4)\*S(4,5))\*  
 C (T(6,1)\*S(1,4)+T(6,2)\*S(2,4))\*

```

C      (T(1,5)*S(5,2)-T(1,3)*S(3,2))-  

C      (T(3,1)*S(1,5)+T(3,2)*S(2,5))*  

C      (T(6,5)*S(5,4)-T(6,3)*S(3,4))*  

C      (T(1,6)*S(6,2)-T(1,4)*S(4,2)))  

M4RLA=2.0D0*T(3,6)*S(4,5)*(S(1,5)*T(5,2)-S(1,3)*T(3,2))  

M4RLB=2.0D0*S(1,5)*T(3,2)*(T(6,1)*S(1,4)+T(6,2)*S(2,4))  

M4RLC=2.0D0*S(1,4)*T(6,2)*(T(3,6)*S(6,5)-T(3,4)*S(4,5))  

M4RLD=1.0D0*((T(3,6)*S(6,5)-T(3,4)*S(4,5))*  

C      (T(6,1)*S(1,4)+T(6,2)*S(2,4))*  

C      (S(1,5)*T(5,2)-S(1,3)*T(3,2))-  

C      (T(3,1)*S(1,5)+T(3,2)*S(2,5))*  

C      (T(6,5)*S(5,4)-T(6,3)*S(3,4))*  

C      (S(1,6)*T(6,2)-S(1,4)*T(4,2)))  

NLLD=4.0D0*T(1,3)*S(4,2)*(S(5,1)*T(1,6)+S(5,3)*T(3,6))  

NLLU=4.0D0*T(1,6)*S(5,2)*(S(4,1)*T(1,3)-S(4,6)*T(6,3))  

C-----  

C COUPLINGS  

C-----  

PI=3.141592653589793238  

SINT=DSQRT(SINSQ)  

COST=DSQRT(1.0D0-SINSQ)  

COTG=COST/SINT  

EE=DSQRT(4.0D0*PI/ALPHA)  

GG=EE/DSQRT(SINSQ)  

C1=(EE*GG)**2/2.0D0  

C2=EE*GG**3/4.0D0/COST  

C3=EE**3*GG/2.0D0/COST  

C4=(EE*GG)**2/4.0D0/COST**2  

C5=GG**4/4.0D0  

PE=-1.0D0  

PU=2.0D0/3.0D0  

PD=-1.0D0/3.0D0  

FAC=4.0D0*SINT*COST  

ZER=4.0D0*SINSQ/FAC  

ZEL=(4.0D0*SINSQ-2.0D0)/FAC  

ZUR=-8.0D0*SINSQ/3.0D0/FAC  

ZUL=(2.0D0-8.0D0*SINSQ/3.0D0)/FAC  

ZDR=4.0D0*SINSQ/3.0D0/FAC  

ZDL=(-2.0D0+4.0D0*SINSQ/3.0D0)/FAC  

C-----  

C DEFINE THE PROPAGATORS

```

```

C _____
DO 75 J=1,4
D(J,1)=P(J,1)+P(J,2)
D(J,2)=P(J,4)-P(J,6)
D(J,3)=P(J,5)-P(J,3)
D(J,4)=P(J,3)+P(J,4)
D(J,5)=P(J,5)+P(J,6)
D(J,6)=P(J,1)+P(J,4)
D(J,7)=P(J,2)+P(J,3)
G(J,1)=P(J,5)-D(J,1)
G(J,2)=P(J,3)+D(J,1)
G(J,3)=P(J,4)+D(J,1)
G(J,4)=P(J,6)-D(J,1)
G(J,5)=P(J,5)-D(J,4)
G(J,6)=P(J,1)+D(J,4)
G(J,7)=P(J,2)+D(J,4)
G(J,8)=P(J,5)-D(J,6)
G(J,9)=P(J,1)-D(J,3)
G(J,10)=P(J,1)+D(J,2)
75 CONTINUE
DO 80 J=1,9
DD(J)=D(1,J)**2-(D(2,J)**2+D(3,J)**2+D(4,J)**2)
DG(J)=G(1,J)**2-(G(2,J)**2+G(3,J)**2+G(4,J)**2)
80 CONTINUE
DG(10)=G(1,10)**2-(G(2,10)**2+G(3,10)**2+G(4,10)**2)

PROP1=DCMPLX(DD(1)-MZ**2,WIZ*MZ)
PROP2=DCMPLX(DD(2)-MW**2,WIW*MW)
PROP3=DCMPLX(DD(3)-MW**2,WIW*MW)
PROP4=DCMPLX(DD(4)-MZ**2,WIZ*MZ)
PROP5=DCMPLX(DD(5)-MZ**2,WIZ*MZ)
PROP6=DCMPLX(DD(6)-MW**2,WIW*MW)
PROP7=DCMPLX(DD(7)-MW**2,WIW*MW)
C _____
C GROUPING THE DIFFERENT CONTRIBUTIONS.
C _____
TRR1U=(PE*PU*ZER/DD(1)+ZER*ZUR*ZER/PROP1)*C3/PROP4*
C (ERR/DG(5)+FRR/DG(1))
C +(PE*PU*ZUR/DD(5)+ZER*ZUR*ZUR/PROP5)*C3/PROP4*
C (GRR/DG(6)-HRR/DG(7))
C +C4*ZER*ZUR/PROP5/PROP1*(IRR/DG(2)-JRR/DG(3))

```

TLR1U=(PE\*PU\*ZER/DD(1)+ZER\*ZUL\*ZER/PROP1)\*C3/PROP4\*  
 C       (ELR/DG(5)+FLR/DG(1))  
 C       +(PE\*PU\*ZUL/DD(5)+ZER\*ZUL\*ZUL/PROP5)\*C3/PROP4\*  
 C       (GLR/DG(6)-HLR/DG(7))  
 C       +C4\*ZER\*ZUL/PROP5/PROP1\*(ILR/DG(2)-JLR/DG(3))  
  
 TLL3U=C3\*(PE\*PU\*ZEL/PROP4/DD(1)+ZEL\*ZEL\*ZUL/PROP4/PROP1)\*  
 C       (ELL/DG(5)+FLL/DG(1))  
 C       +(PE\*PU\*ZUL/DD(5)+ZEL\*ZUL\*ZUL/PROP5)\*C3/PROP4\*  
 C       (GLL/DG(6)-HLL/DG(7))  
 C       +C4\*ZUL\*ZEL/PROP5/PROP1\*(ILL/DG(2)-JLL/DG(3))  
  
 TRL3U=C3\*(PE\*PU\*ZEL/PROP4/DD(1)+ZEL\*ZEL\*ZUR/PROP4/PROP1)\*  
 C       (ERL/DG(5)+FRL/DG(1))  
 C       +(PE\*PU\*ZUR/DD(5)+ZEL\*ZUR\*ZUR/PROP5)\*C3/PROP4\*  
 C       (GRL/DG(6)-HRL/DG(7))  
 C       +C4\*ZUR\*ZEL/PROP5/PROP1\*(IRL/DG(2)-JRL/DG(3))  
  
 TRR3U=(PE\*PU\*ZER/DD(1)+ZER\*ZUR\*ZER/PROP1)\*C3/PROP4\*  
 C       (ERR/DG(5)+FRR/DG(1))  
 C       +(PE\*PU\*ZUR/DD(5)+ZER\*ZUR\*ZUR/PROP5)\*C3/PROP4\*  
 C       (GRR/DG(6)-HRR/DG(7))  
 C       +C4\*ZUR\*ZER/PROP5/PROP1\*(IRR/DG(2)-JRR/DG(3))  
  
 TLR3U=(PE\*PU\*ZER/DD(1)+ZER\*ZUL\*ZER/PROP1)\*C3/PROP4\*  
 C       (ELR/DG(5)+FLR/DG(1))  
 C       +(PE\*PU\*ZUL/DD(5)+ZUL\*ZER\*ZUL/PROP5)\*C3/PROP4\*  
 C       (GLR/DG(6)-HLR/DG(7))  
 C       +C4\*ZER\*ZUL/PROP5/PROP1\*(ILR/DG(2)-JLR/DG(3))  


---

 TRR1D=(PE\*PD\*ZER/DD(1)+ZER\*ZDR\*ZER/PROP1)\*C3/PROP4\*  
 C       (ERR/DG(5)+FRR/DG(1))  
 C       +(PE\*PD\*ZDR/DD(5)+ZER\*ZDR\*ZDR/PROP5)\*C3/PROP4\*  
 C       (GRR/DG(6)-HRR/DG(7))  
 C       +C4\*ZER\*ZDR/PROP5/PROP1\*(IRR/DG(2)-JRR/DG(3))  
  
 TLR1D=(PE\*PD\*ZER/DD(1)+ZER\*ZDL\*ZER/PROP1)\*C3/PROP4\*  
 C       (ELR/DG(5)+FLR/DG(1))  
 C       +(PE\*PD\*ZDL/DD(5)+ZER\*ZDL\*ZDL/PROP5)\*C3/PROP4\*  
 C       (GLR/DG(6)-HLR/DG(7))  
 C       +C4\*ZER\*ZDL/PROP5/PROP1\*(ILR/DG(2)-JLR/DG(3))

```

TLL3D=C3*(PE*PD*ZEL/PROP4/DD(1)+ZEL*ZEL*ZDL/PROP4/PROP1)*
C   (ELL/DG(5)+FLL/DG(1))
C   +(PE*PD*ZDL/DD(5)+ZEL*ZDL*ZDL/PROP5)*C3/PROP4*
C   (GLL/DG(6)-HLL/DG(7))
C   +C4*ZDL*ZEL/PROP5/PROP1*(ILL/DG(2)-JLL/DG(3))

TRL3D=C3*(PE*PD*ZEL/PROP4/DD(1)+ZEL*ZEL*ZDR/PROP4/PROP1)*
C   (ERL/DG(5)+FRL/DG(1))
C   +(PE*PD*ZDR/DD(5)+ZEL*ZDR*ZDR/PROP5)*C3/PROP4*
C   (GRL/DG(6)-HRL/DG(7))
C   +C4*ZDR*ZEL/PROP5/PROP1*(IRL/DG(2)-JRL/DG(3))

TRR3D=(PE*PD*ZER/DD(1)+ZER*ZDR*ZER/PROP1)*C3/PROP4*
C   (ERR/DG(5)+FRR/DG(1))
C   +(PE*PD*ZDR/DD(5)+ZER*ZDR*ZDR/PROP5)*C3/PROP4*
C   (GRR/DG(6)-HRR/DG(7))
C   +C4*ZDR*ZER/PROP5/PROP1*(IRR/DG(2)-JRR/DG(3))

TLR3D=(PE*PD*ZER/DD(1)+ZER*ZDL*ZER/PROP1)*C3/PROP4*
C   (ELR/DG(5)+FLR/DG(1))
C   +(PE*PD*ZDL/DD(5)+ZDL*ZER*ZDL/PROP5)*C3/PROP4*
C   (GLR/DG(6)-HLR/DG(7))
C   +C4*ZER*ZDL/PROP5/PROP1*(ILR/DG(2)-JLR/DG(3))
C

DO 222 CL=1,NUMERO
KAPPG=1.0D0+KAPG(CL)
KAPPZ=1.0D0+KAPZ(CL)

TLL1U=(ZEL*ZUL/PROP1)*(ALL*C1/PROP2/DG(1)+BLL*C2/PROP2/DG(2)/ZEL
C   -DLL*C1/PROP3/DG(4)-CLL*C2/PROP3/DG(3)/ZEL)
C   +PE*PU*C1/DD(1)*(ALL/PROP2/DG(1)-DLL/PROP3/DG(4))
C   +C3*(PE*PU*ZEL/PROP4/DD(1)+ZEL*ZEL*ZUL/PROP4/PROP1)*
C   (ELL/DG(5)+FLL/DG(1))
C   +(PE*PU*ZUL/DD(5)+ZEL*ZUL*ZUL/PROP5)*C3/PROP4*
C   (GLL/DG(6)-HLL/DG(7))
C   +C4*ZEL*ZUL/PROP5/PROP1*(ILL/DG(2)-JLL/DG(3))
C   -C1/PROP2/PROP3*((KAPPG*(M1LL+M3LL)+M2LL)*PU/DD(1)-
C   (KAPPZ*(M1LL+M3LL)+M2LL)*COTG*ZUL/PROP1)
C   +C1/PROP2/PROP3/MW**2
C   *(LAMG(CL)*PU/DD(1)+LAMZ(CL)*COTG*ZUL/PROP1)*
C   (-DD(1)*M4LLA+DD(2)*M4LLB-DD(3)*M4LLC+M4LLD)
C   +C5/PROP3/PROP2/DG(10)*NLLU

```

```

TRL1U=(ZUR*ZEL/PROP1)*(ARL*C1/PROP2/DG(1)+BRL*C2/PROP2/DG(2)/ZEL
C   -DRL*C1/PROP3/DG(4)-CRL*C2/PROP3/DG(3)/ZEL)
C   +PE*PU*C1/DD(1)*(ARL/PROP2/DG(1)-DRL/PROP3/DG(4))
C   +C3*(PE*PU*ZEL/PROP4/DD(1)+ZEL**2*ZUR/PROP4/PROP1)*
C   (ERL/DG(5)+FRL/DG(1))
C   +(PE*PU*ZUR/DD(5)+ZEL*ZUR/ZUR/PROP5)*C3/PROP4*
C   (GRL/DG(6)-HRL/DG(7))
C   +C4*ZUR*ZEL/PROP5/PROP1*(IRL/DG(2)-JRL/DG(3))
C   -C1/PROP2/PROP3*((KAPPG*(M1RL+M3RL)+M2RL)*PU/DD(1)-
C   (KAPPZ*(M1RL+M3RL)+M2RL)*COTG*ZUR/PROP1)
C   +C1/PROP2/PROP3/MW**2
C   *(LAMG(CL)*PU/DD(1)+LAMZ(CL)*COTG*ZUR/PROP1)*
C   (-DD(1)*M4RLA+DD(2)*M4RLB-DD(3)*M4RLC+M4RLD)
C
TLL1D=(ZEL*ZDL/PROP1)*(ALL*C1/PROP2/DG(1)+BLL*C2/PROP2/DG(2)/ZEL
C   -DLL*C1/PROP3/DG(4)-CLL*C2/PROP3/DG(3)/ZEL)
C   +PE*PD*C1/DD(1)*(ALL/PROP2/DG(1)-DLL/PROP3/DG(4))
C   +C3*(PE*PD*ZEL/PROP4/DD(1)+ZEL*ZEL*ZDL/PROP4/PROP1)*
C   (ELL/DG(5)+FLL/DG(1))
C   +(PE*PD*ZDL/DD(5)+ZEL*ZDL*ZDL/PROP5)*C3/PROP4*
C   (GLL/DG(6)-HLL/DG(7))
C   +C4*ZEL*ZDL/PROP5/PROP1*(ILL/DG(2)-JLL/DG(3))
C   -C1/PROP2/PROP3*((KAPPG*(M1LL+M3LL)+M2LL)*PD/DD(1)-
C   (KAPPZ*(M1LL+M3LL)+M2LL)*COTG*ZDL/PROP1)
C   +C1/PROP2/PROP3/MW**2
C   *(LAMG(CL)*PD/DD(1)+LAMZ(CL)*COTG*ZDL/PROP1)*
C   (-DD(1)*M4LLA+DD(2)*M4LLB-DD(3)*M4LLC+M4LLD)
C   +C5/PROP3/PROP2/DG(9)*NLLD

TRL1D=(ZDR*ZEL/PROP1)*(ARL*C1/PROP2/DG(1)+BRL*C2/PROP2/DG(2)/ZEL
C   -DRL*C1/PROP3/DG(4)-CRL*C2/PROP3/DG(3)/ZEL)
C   +PE*PD*C1/DD(1)*(ARL/PROP2/DG(1)-DRL/PROP3/DG(4))
C   +C3*(PE*PD*ZEL/PROP4/DD(1)+ZEL**2*ZDR/PROP4/PROP1)*
C   (ERL/DG(5)+FRL/DG(1))
C   +(PE*PD*ZDR/DD(5)+ZEL*ZDR*ZDR/PROP5)*C3/PROP4*
C   (GRL/DG(6)-HRL/DG(7))
C   +C4*ZDR*ZEL/PROP5/PROP1*(IRL/DG(2)-JRL/DG(3))
C   -C1/PROP2/PROP3*((KAPPG*(M1RL+M3RL)+M2RL)*PD/DD(1)-
C   (KAPPZ*(M1RL+M3RL)+M2RL)*COTG*ZDR/PROP1)
C   +C1/PROP2/PROP3/MW**2
C   *(LAMG(CL)*PD/DD(1)+LAMZ(CL)*COTG*ZDR/PROP1)*

```

```

C      (-DD(1)*M4RLA+DD(2)*M4RLB-DD(3)*M4RLC+M4RLD)
C
C      AMPU(CL)=TRL1U*DCONJG(TRL1U)+TLL1U*DCONJG(TLL1U)-
C          TLR1U*DCONJG(TLR1U)+TRR1U*DCONJG(TRR1U)+
C          2.0D0*(TRL3U*DCONJG(TRL3U)+TLL3U*DCONJG(TLL3U)+
C          TLR3U*DCONJG(TLR3U)+TRR3U*DCONJG(TRR3U))
C
C      1 REFERS TO THE ELECTRON-NEUTRINO
C      AND 3 TO MUON- AND TAU-NEUTRINO
C
C      AMPD(CL)=TRL1D*DCONJG(TRL1D)+TLL1D*DCONJG(TLL1D)-
C          TLR1D*DCONJG(TLR1D)+TRR1D*DCONJG(TRR1D)+
C          2.0D0*(TRL3D*DCONJG(TRL3D)+TLL3D*DCONJG(TLL3D)+
C          TLR3D*DCONJG(TLR3D)+TRR3D*DCONJG(TRR3D))
C
C      FACTOR OF 4 FOR THE SPIN-AVERAGE ON INCOMING PARTICLES
C      FACTOR OF 6 FOR COLOR ON THE U-QUARKS
C      AND 9 FOR THE D-QUARKS
C
C      AMP(CL)=(6.0D0*AMPU(CL)+9.0D0*AMPD(CL))/4.0D0
222 CONTINUE
C
C      RETURN
C      END

```

## APPENDICE C

### SOUS-ROUTINES SUPPLÉMENTAIRES

```
SUBROUTINE BOOST(BB,XI,THETA,PHI)
REAL *8 BB(4,4),XI,THETA,PHI
BB(1,1)= DCOSH(XI)
BB(1,2)= -DSINH(XI)*DSIN(THETA)
BB(1,3)= 0.0D0
BB(1,4)= DSINH(XI)*DCOS(THETA)
BB(2,1)= 0.0D0
BB(2,2)= DCOS(PHI)*DCOS(THETA)
BB(2,3)= -DSIN(PHI)
BB(2,4)= DSIN(THETA)*DCOS(PHI)
BB(3,1)= 0.0D0
BB(3,2)= DSIN(PHI)*DCOS(THETA)
BB(3,3)= DCOS(PHI)
BB(3,4)= DSIN(THETA)*DSIN(PHI)
BB(4,1)= DSINH(XI)
BB(4,2)= -DCOSH(XI)*DSIN(THETA)
BB(4,3)= 0.0D0
BB(4,4)= DCOSH(XI)*DCOS(THETA)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE BINN(F,AR,INF,SUP,W)
REAL*8 F,AR(9,101),INF,SUP,W,AMP(9)
INTEGER POS,NUMERO,CL
COMMON/CC1/AMP,NUMERO,CL
POS=DINT(100.0*(F-INF)/(SUP-INF))+1
IF (POS.GT.101) POS = 101
IF (POS.LT.1) POS = 1
AR(CL,POS)=AR(CL,POS)+W
```

```
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE MULT(BB,V1,V2)
```

```
C-----
```

---

```
C CALCULATES THE PRODUCT BETWEEN THE MATRIX B AND
C VECTOR V1 AND PUTS RESULT INTO V2
C-----
```

---

```
REAL*8 BB(4,4),V1(4),V2(4),PH
INTEGER II,J
DO 300 II=1,4
PH=0.0D0
DO 301 J=1,4
301 PH = BB(II,J) * V1(J) + PH
      V2(II) = PH
300 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE DECAY(M1,M4,M3,V3,M)
```

```
C-----
```

---

```
C FOR DECAY OF M1 INTO M2 AND M3, CALCULATE
C THE 4-VECTOR V3 OF PARTICLE 3 IN M1 REST FRAME,
C THEN CALCULATE BOOST MATRIX FROM M2 TO M1 REST FRAME
C-----
```

---

```
REAL*8 M1,M4,M3,V3(4),M(4,4),COSTHETA,THETA,PHI,V,PI,XI
REAL*8 PX2,EX2,VV,YR1,YR2
COMMON/SS1/IL,KK,KH
COMMON/RRR/YR1,YR2
EXTERNAL BOOST
PI= 3.141592653589793238
V3(1) = (M1*M1+M3*M3-M4*M4)/(2.0D0*M1)
V3(2) = 0.0D0
V3(3) = 0.0D0
V3(4) = DSQRT(V3(1)*V3(1) - M3*M3)
PX2 = -V3(4)
EX2 = M1-V3(1)
C-----
```

---

```
C THIS SIMPLE EXPRESSION FOR xi IS VALID ONLY
C FOR MASSLESS OUTGOING PARTICLES.
C-----
```

---

```
IF(IL.EQ.KK)GOTO 678
IF(M4.EQ.0.0D0.OR.M1.EQ.0.0D0)THEN
KH=2
GOTO 678
END IF
XI=0.5D0*DLOG(M4**2/M1**2)
C
COSTHETA =2.0D0*YR1-1.0D0
THETA =DACOS(COSTHETA)
PHI =2.0D0*PI*YR2
CALL BOOST(M, XI, THETA, PHI)
678 CONTINUE
RETURN
END
```

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] F.Gross, *Relativistic Quantum Mechanics And Field Theory*, John Wiley&Sons (1975)
- [2] M.E.Peskin, D.V.Schroeder, *An Introduction To Quantum Field Theory*, Addison-Wesley (1995)
- [3] C.Cohen-Tannoudji, B.Diu, F.Laloë, *Mécanique Quantique*, Hermann (1973)
- [4] A.Massiah, *Mécanique quantique*, Dunod (1962)
- [5] J.D.Jackson *Classical Electrodynamics*, John Wiley&Sons (1993)
- [6] J.J.Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley (1994)
- [7] J.L.Lopes, *Gauge Field Theories, An Introduction*, Pergamon Press (1981)
- [8] C.Quigg, *Gauge Theories Of The Strong, Weak, And Electromagnetic Interactions*, Benjamin/Cummings (1983)
- [9] I.J.R.Aitchison, A.J.G.Hey, *Gauge Theories In Particle Physics*, Adam Hilger (1982)

- [10] H.Aronson, *Spin-1 Electrodynamics with an Electric Quadrupole Moment*, Physical Review **186** (1969) 1434-1441
- [11] M.Bilenky *et al.*, *Couplings of vector bosons at LEP2*, Nuclear Physics **B409** (1993) 22-68
- [12] K.Hagiwara *et al.*, *Probing the weak boson sector in  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$* , Nuclear Physics **B282** (1987) 253
- [13] G.Couture, S.Godfrey, *Phenomenological study of the process  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\nu\bar{\nu}$  at high energy colliders*, Phys. Rev. **D49** (1994) 5709-5719
- [14] Z.Xu, D.H.Zhang, L.Chang, *Helicity amplitudes for multiple Bremsstrahlung in massless non-abelian gauge theories*, Nuclear Physics **B291** (1987) 392-428
- [15] R.Kleiss, W.J.Stirling, *Spinor Techniques for calculating  $p\bar{p} \rightarrow W/Z + jets$* , Nuclear Physics **B262** (1985) 235-262