

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE DE LA MAÎTRISE
EN GÉNIE INDUSTRIEL

PAR
PHILIPPE LAFOND

PROPOSITION D'UNE MÉTHODOLOGIE POUR L'ÉVALUATION RELATIVE DES
DISPERSIONS TOLÉRANCIELLES AFFECTANT UNE CONDITION
FONCTIONNELLE EN CONCEPTION MÉCANIQUE

JANVIER 1999

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

Résumé

Le tolérancement et la cotation fonctionnelle des pièces mécaniques exigent de bonnes connaissances en conception mécanique mais aussi en fabrication. Le choix des tolérances dans des cas d'ensembles mécaniques composés de plusieurs pièces peut s'annoncer complexe et fastidieux et les calculs s'y rattachant peuvent s'avérer très longs. L'emploi de l'ordinateur pour la réalisation des chaînes de cotes et pour la sélection des tolérances ou cotes fonctionnelles des composantes devient donc non seulement utile et intéressant mais souvent même indispensable.

Le but des travaux de recherche est de mieux comprendre les interactions entre les tolérances dimensionnelles et géométriques ainsi que leur impact sur la fonctionnalité, la fabrication et l'assemblage du produit. Le point culminant de cette recherche réside dans la capacité d'identifier, parmi toutes les chaînes d'éléments fonctionnels déjà générées, la chaîne ayant la plus grande signification ou influence sur l'exigence fonctionnelle préalablement identifiée pour un assemblage mécanique donné.

La base de l'étude proposée repose en fait sur une approche utilisant la théorie des graphes ainsi que sur la théorie de la cinématique directe empruntée à la robotique. L'élaboration des graphes se fait à partir d'une modélisation solide obtenue par l'intermédiaire d'un logiciel de conception tridimensionnelle. Ceci implique que le développement de la présente approche doit son fondement à des données retrouvées de façon implicite dans la librairie du système ou logiciel de conception assistée par ordinateur. Ces données en question qui deviennent intéressantes et nécessaires pour l'approche présentée peuvent être en fait la position, la forme, la dimension ou bien l'orientation d'un objet dans l'espace proprement décrit. Un programme d'analyse fonctionnelle composé par trois modules est proposé. Les modules discutés sont le GEF, pour Graphe des Éléments Fonctionnels, le MID, pour Module d'Identifications des Dispersions, et finalement le dernier module, le MQD, pour Module de Quantification des Dispersions. Ces différents modules seront plus largement expliqués dans la section prévue à cette fin. L'essentiel de la présente thèse réside dans l'élaboration du second module soit le MID.

TABLE DES MATIÈRES

| | PAGE |
|--|------|
| RÉSUMÉ | III |
| LISTE DES FIGURES | VII |
| CHAPITRES | |
| PREMIER. DÉFINITION DU PROBLÈME | 8 |
| 1.1 Définition générale | 8 |
| 1.2 Les motivations | 8 |
| DEUXIÈME. REVUE DE LA LITTÉRATURE | 13 |
| 2.1 En général | 13 |
| 2.2 Les différentes représentations | 13 |
| 2.3 État des recherches | 14 |
| TROISIÈME. MÉTHODOLOGIE GÉNÉRALE | 18 |
| 3.1 Présentation de l'approche | 18 |
| 3.2 Description des trois modules | 19 |
| 3.2.1 Le graphe des éléments fonctionnels (GEF) | 19 |
| 3.2.2 Le module d'identification des dispersions (MID) | 22 |
| 3.2.3 Le module de quantification des dispersions (MQD) | 26 |
| 3.3 Le point d'intérêt | 27 |
| QUATRIÈME. MODÉLISATION DES JOINTS VIRTUELS | 28 |
| 4.1 Introduction | 28 |
| 4.2 Modélisation des petits déplacements | 28 |
| 4.2.1 Méthodologie des transformations T_0^i pour une chaîne cinématique | 29 |
| 4.2.2 Obtention de la matrice du Jacobien | 31 |
| 4.3 Application à la cotation fonctionnelle assistée | 34 |
| 4.4 Identification des chaînes cinématiques ayant le plus d'influence | 36 |
| 4.5 Élimination des équations non influentes des chaînes cinématiques | 37 |
| CINQUIÈME. EXEMPLE D'APPLICATION | 40 |
| 5.1 Notation | 40 |
| 5.2 Première chaîne cinématique pour la condition fonctionnelle EF1 sans DDL | 40 |
| 5.3 Deuxième chaîne cinématique pour la condition fonctionnelle EF1 sans DDL | 50 |
| 5.4 Première chaîne cinématique pour EF1 en considérant des DDL | 53 |
| 5.5 Première chaîne cinématique pour EF1 en considérant le degré de liberté | |
| Cylindre- Cylindre :Une translation et une rotation sont permises | 58 |
| 5.6 Analyse des résultats | 60 |
| 5.6.1 Élimination des expressions à partir des deux règles | 60 |
| 5.6.2 Analyse détaillée des équations restantes | 60 |
| 5.6.2.1 Liaisons entre équations cinématiques et éléments fonctionnels | 61 |
| 5.7 Transposition des équations cinématiques | 63 |

| | | |
|----------|---|----|
| SIXIÈME. | CONCLUSION | 66 |
| | 6.1 Origine et interprétation de l'approche | 66 |
| | 6.1.1 <i>La synthèse des tolérances</i> | 66 |
| | 6.1.2 <i>L'analyse et le traitement des tolérances</i> | 67 |
| | 6.1.3 <i>L'identification des chaînes les plus influentes</i> | 68 |
| | 6.2 Les forces et faiblesses de l'approche | 68 |
| | 6.3 Études ultérieures | 70 |
| | RÉFÉRENCES | 72 |
| | BIBLIOGRAPHIE | 74 |

LISTE DES FIGURES

FIGURES

| | |
|--|----|
| 1.1 Chaîne de cotes de l'écrou introduit dans la clé | 10 |
| 1.2 Dimensions maximum et minimum de matière | 10 |
| 1.3 Valeurs extrêmes de JA | 11 |
| 3.1 Représentations des différentes dispersions associées à un axe | 19 |
| 3.2 Signature d'une forme de base | 20 |
| 3.3 Modèle solide et identification des éléments fonctionnels | 21 |
| 3.4 GEF et illustration des deux chaînes cinématiques possibles | 22 |
| 3.5 Regroupement des paires d'éléments | 23 |
| 3.6 Schéma de l'arborescence des paires possibles d'éléments fonctionnels | 24 |
| 4.1 Degrés de liberté des joints virtuels (Rotations et Translations) | 29 |
| 4.2 Systèmes d'axes associés aux différentes transformations | 30 |
| 4.3 Systèmes d'axe correspondant successivement aux translations et aux rotations | 31 |
| 4.4 Ajout de joints virtuels et de systèmes de coordonnées à l'élément fonctionnel tolérancé d'une paire d'éléments | 35 |
| 4.5 Espaces associés à des exigences fonctionnelles quelconques | 38 |
| 5.1 Assemblage quelconque avec ces éléments fonctionnels identifiés | 40 |
| 5.2 Établissement des chaînes cinématiques | 41 |
| 5.3 Arborescence de la première chaîne cinématique | 41 |
| 5.4 Association des systèmes d'axes aux éléments. | 42 |
| 5.5 Systèmes d'axe associés aux transformations | 43 |
| 5.6 Établissement des chaînes cinématiques | 51 |
| 5.7 Association des systèmes d'axes aux éléments (seconde chaîne) | 51 |
| 5.8 Arborescence de la deuxième chaîne cinématique | 52 |
| 5.9 Association des systèmes d'axes aux éléments pour des dimensions angulaires. | 54 |
| 5.10 Association des systèmes d'axes aux différents éléments pour la première chaîne cinématique en considérant un degré de liberté | 59 |
| 6.1 Position ponctuelle à l'intérieur de la zone de tolérance | 70 |

CHAPITRE PREMIER

DÉFINITION DU PROBLÈME

1.1 Définition générale

Toutes conceptions mécaniques réalisées à l'heure actuelle requièrent, nous le savons, des cotes fonctionnelles et ceci bien sûr dans le but d'en assurer la réalisation mais plus encore, pour assurer le bon fonctionnement des composantes lors de l'étape de l'assemblage. Ce constat prend d'ailleurs plus d'importance lorsque les conceptions mécaniques sont composées de plusieurs pièces. Les cotes fonctionnelles sont principalement caractérisées par deux grandes classes de dispersions appelées dispersions ou tolérances géométriques ainsi que dispersions ou tolérances dimensionnelles.

Spécifions quelque peu la différence entre les dispersions géométriques et les dispersions dimensionnelles. Les dispersions dimensionnelles sont les dispersions concernant principalement les cotes de dimensions linéaires, radiales et angulaires. Ce sont des dispersions associées aux dimensions proprement dites des pièces. Quant aux dispersions géométriques, elles sont associées à des défauts de forme, de position et d'orientation plus spécifiquement. Ces deux types de dispersions sont, en quelque sorte, la colonne vertébrale de la cotation fonctionnelle. La cotation fonctionnelle quant à elle est une étape indispensable entre la conception d'un produit et sa réalisation. Elle prend alors une importance majeure lorsque des pièces de série interchangeables sont à produire.

1.2 Les motivations

Avec l'arrivée des ordinateurs dans les secteurs de la conception (Computer Aided Design), de la fabrication (Computer Aided Manufacturing), du contrôle de la qualité ainsi que dans l'inspection (Coordinate Measuring Machine), nous tentons sans cesse d'intégrer ces secteurs ensemble dans le but d'en arriver à un automatisme complet depuis la conception jusqu'aux pièces ou encore produits finis et assemblés. L'intégration de la conception et de la fabrication ne peut se faire encore aujourd'hui de façon systématique en raison de l'incapacité des logiciels de conception assistée par ordinateur à coter de façon fonctionnelle un dessin. La plupart de ces logiciels possèdent malgré tout des modules qui dimensionnent et qui font de la cotation nominale où les jeux ainsi que les serrages n'apparaissent pas ou ne sont tout simplement pas traités.

Traditionnellement, la cotation fonctionnelle cause de sérieux problèmes pour les concepteurs. En effet, c'est aux étapes de conception que la fonctionnalité et l'interchangeabilité de la ou des pièce(s) et de ses composantes doivent être assurées. L'approche empruntée traditionnellement ou encore, la méthode manuelle pour la cotation, ne tient en aucun cas compte des conditions de maximum de matière. Comment est-il alors possible d'apposer ou de déterminer l'intervalle de tolérance et de quantifier les dispersions associées à ces intervalles?

Certains diront que des logiciels présentement disponibles offrent des modules ou assistance pour la cotation. Après analyse détaillée, il est rapidement possible de se rendre compte que ces modules ou assistances pour la cotation fournis avec les logiciels actuellement commercialisés sont incapables de coter un dessin avec l'aide des chaînes de cotes pour des tolérances géométriques. Il est seulement possible de coter de façon dimensionnelle à partir de chaînes de cote.

La cotation assistée actuelle exploite en fait l'approche traditionnelle de cotation. C'est une méthode qui est entièrement réalisée de façon manuelle et qui nécessite un temps considérable que l'on tente sans cesse de diminuer ou même d'éliminer. En fait, le temps requis varie en fonction de la complexité de la pièce ou de la conception. De plus, aucun module de cotation n'offre un modèle géométrique ou même mathématique pouvant servir éventuellement de base pour la cotation fonctionnelle assistée. Ces modules actuels ne tiennent pas non plus compte des conditions de matière. C'est-à-dire que les cotes sont données sans avoir pris en considération l'état ou les conditions de maximum et de minimum de matière. Voyons par l'exemple qui suit l'importance de tenir compte des conditions de matière:

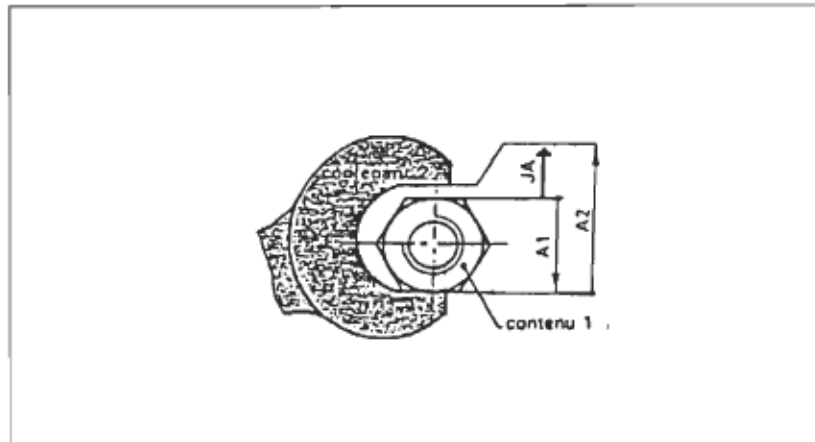


Figure 1.1: *Chaîne de cotes de l'écrou introduit dans la clé.*

En faisant abstraction du jeu fonctionnel JA, cette chaîne de cotes comprend deux cotes, A1, la cote du contenu et A2, la cote du contenant. Ces cotes ne peuvent prendre des valeurs fixes; chacune d'entre elles devra avoir un intervalle de tolérance pour des raisons de fabrication. La figure 1.2 montre les schémas des deux pièces à leur cotes maximum et minimum.

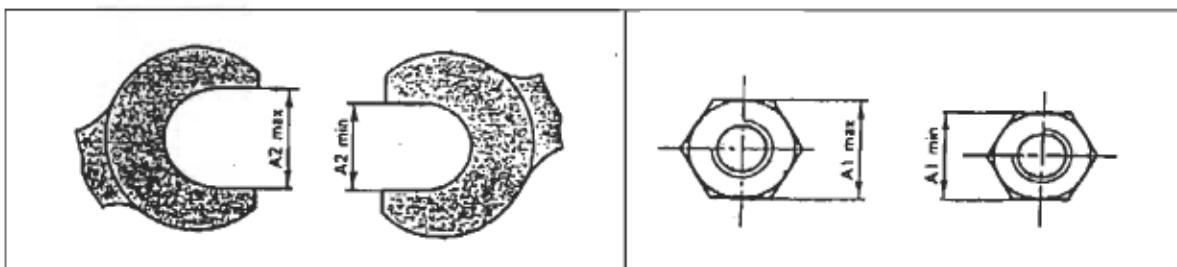


Figure 1.2: *Dimensions maximum et minimum de matière.*

Du fait que les deux dimensions A1 et A2 soient variables à l'intérieur de leur intervalle de tolérance, le jeu fonctionnel JA sera donc affecté. Les deux cas extrêmes sont schématisés à la figure 1.3. La valeur maximum de JA (JA max.) est

obtenue avec la cote A2 maximum (A2 max.) et la cote A1 minimum (A1 min.). JA maximum peut alors s'écrire de la façon suivante:

$$JA \text{ max.} = A2 \text{ max.} - A1 \text{ min.}$$

De la même façon, la valeur minimale de JA (JA min.) est obtenue avec la cote A2 minimum (A2 min.) et la cote maximum A1 (A1 max.). JA minimum s'exprime alors comme suit:

$$JA \text{ min.} = A2 \text{ min.} - A1 \text{ max.}$$

où A2 est la cote contenante et A1, la cote contenue.

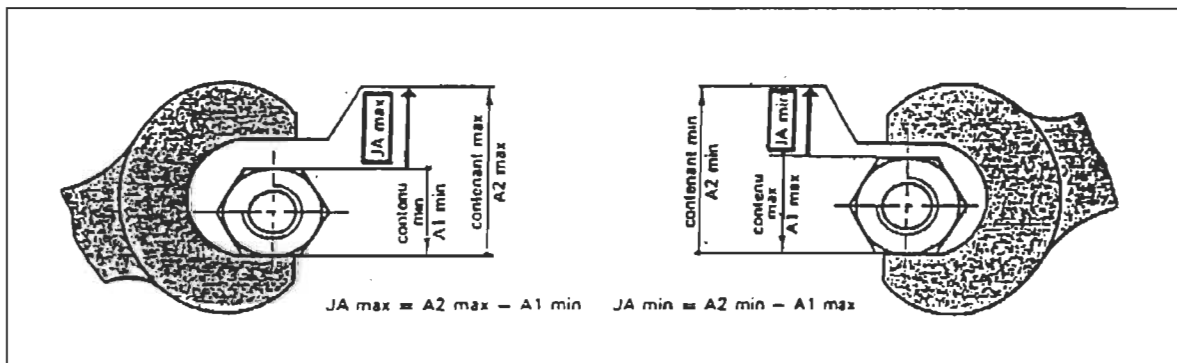


Figure 1.3: Valeurs extrêmes de JA

Nous dirons alors que pour une cotation avec jeu, les expressions sont les suivantes:

$$J \text{ max.} = \Sigma (\text{cotes contenantes max.}) - \Sigma (\text{cotes contenues min.})$$

$$J \text{ min.} = \Sigma (\text{cotes contenantes min.}) - \Sigma (\text{cotes contenues max.})$$

Partant de ces équations il est possible de déterminer les intervalles de tolérance qui sont tant recherchés en cotation fonctionnelle. L'intervalle de tolérance se trouve en faisant la différence entre le jeu maximum (J max.) et le jeu minimum (J min.). De plus, l'intervalle de tolérance de la cote fonctionnelle J est en fait la somme des intervalles de tolérances des cotes composant la chaîne de cotes. Les intervalles de tolérance doivent se répartir entre les cotes constituant la chaîne de cotes. Pour des raisons économiques, les conditions de matière seront prises en compte car elles permettent une plus grande plage d'acceptabilité des pièces ou encore une diminution des pièces rejetées.

Comme aucune assistance n'est encore disponible pour le concepteur lorsque vient le moment d'exécuter les tâches de la cotation fonctionnelle, celui-ci est laissé complètement à lui-même ainsi qu'à son expertise dans le domaine pour réaliser le travail. Ces nombreuses difficultés que vivent actuellement les concepteurs mécaniques, sont solutionnées par le savoir ou l'expérience acquise antérieurement par l'intermédiaire de conceptions similaires. C'est donc dire que la cotation fonctionnelle de deux conceptions identiques réalisées par deux personnes différentes peut s'avérer complètement différente et ainsi avoir une influence considérable sur les coûts et procédés de fabrication.

À le constater, il s'agit d'un problème majeur qui brise la chaîne de la conception et de la fabrication assistée. On appelle ici " Chaîne de conception-fabrication assistée ", une production manufacturière complètement automatisée. Il peut s'agir par exemple d'une assistance en développement, en conception ainsi qu'en fabrication et inspection. L'impact de la résolution de ce problème sur le secteur touché est d'une importance capitale. Des gains en temps, en argent ainsi qu'en productivité seraient rapidement remarqués.

CHAPITRE DEUXIÈME

REVUE DE LA LITTÉRATURE

2.1 En général

Tel que décrit au premier chapitre, il existe principalement deux types de tolérancement soit le tolérancement dimensionnel et le tolérancement géométrique. Mais il existe aussi le tolérancement statistique. Le tolérancement statistique se base principalement sur des données statistiques pour minimiser les coûts de production en acceptant une légère détérioration dans la qualité des pièces. La méthode statistique fait l'utilisation de distributions statistiques réalisées autour des dimensions nominales dans le but de permettre plus de flexibilité à l'intérieur des procédés de fabrication. Actuellement certains chercheurs portent une attention particulière aux méthodes statistiques pour la cotation fonctionnelle assistée[14].

La cotation fonctionnelle assistée par ordinateur a connu ses débuts dans les années 80 lorsque le système "TOLTECH" mis au point par "Production Engineering Laboratory" a vu le jour [20]. Ce système a été mis sur pied dans le but d'optimiser les calculs des tolérances proprement dites. Les analyses que réalisait le TOLTECH se limitaient à des combinaisons linéaires de dimensions et arrivaient à calculer les chaînes de tolérance d'une pièce.

Très peu de développements ont été réalisés à l'heure actuelle en matière de dimensionnement et de tolérancement systématique. Il est possible de noter le travail réalisé par Bond[1] au sujet du dimensionnement automatique d'un modèle tridimensionnel. L'approche qu'il préconise par contre, ne prend pas en considération les tolérances en particulier. Par contre, Bernstein et Preiss[2] ont proposé un modèle pour représenter les tolérances qui lui, intègre les dimensions. Les modèles qu'ils proposent utilisent une approche ne se limitant qu'aux tolérances dimensionnelles ce qui en font des modèles plutôt limités pour la recherche ciblée ici.

2.2 Les différentes représentations

Différents modèles et approches sont actuellement proposés par différents groupes de recherches pour identifier les éléments qui interviennent dans la cotation fonctionnelle. Il suffit de penser aux représentations de types B-REP et CSG.

Dans un modèle B-REP, un objet est décrit par l'ensemble des surfaces qui le bornent. Les surfaces ou limites plus complexes sont quant à elles définies par des courbes mathématiques étant mieux connues sous des noms comme "Splines". Les surfaces ainsi générées par ces courbes de formes complexes sont alors des portions de surfaces. Les représentations les plus connues pour ces types de surfaces et de courbes sont les surfaces de Coons, les Bicubiques ainsi que les Bézières. Le modèle B-REP est largement utilisé dans les systèmes CAD pour la représentation des éléments combinés d'une conception et ce, pour les raisons suivantes:

- Contient des informations sous une forme directement traitable;
- Les informations contenues dans un B-REP sont indépendantes de la séquence suivie par le concepteur pour la réalisation de son assemblage;
- Contrairement à la représentation CSG, la représentation B-REP est unique et une seule interprétation peut en être faite.

La seconde grande représentation largement utilisée est la représentation CSG. Ce type de représentation gère les composantes géométriques par un ensemble d'opérations booléennes. On y retrouve des coupes, des joints, des intersections et autres appliqués à un ensemble limité d'objets primitifs comme par exemple, un cube, un cylindre, un cône et toutes les autres formes primitives connues.

La première étude basée sur la représentation d'un modèle solide CSG a été amorcée par Requicha[3]. Faisant suite à ces travaux de recherches, plusieurs équipes de chercheurs [Legge] ont travaillé à l'intégration de différents aspects reliés à la représentation d'un modèle solide dans la conception et la fabrication assistée. L'approche vectorielle [Yu, Tan et Yuen] est aussi utilisée pour la représentation d'entités susceptibles d'intervenir dans la cotation fonctionnelle.

2.3 État des recherches

À partir de ces différentes représentations, plusieurs travaux de recherche ont été réalisés pour développer des approches pour représenter les tolérances. La première de ces approches est la représentation utilisant des zones de tolérance de forme quelconque (fonction de la forme de l'objet et de la nature de la tolérance en question). Ces zones de tolérances sont obtenues par la construction d'une enveloppe autour des surfaces nominales théoriques. Basé sur ce principe d'enveloppe, Requicha[4,5] a proposé quelques modèles basés sur la représentation CSG complétée avec une approche graphique. Il en résulte une arborescence des éléments. Les liens ou branches reliant les éléments fonctionnels correspondent à l'information nécessaire à l'établissement de chaînes de cotes. Cette méthode d'enveloppe fait état d'une manière de faire relativement intéressante lorsque viendra le temps pour la présente approche de déterminer de

façon systématique la valeur de l'intervalle de tolérance et pour identifier les éléments fonctionnels (les éléments fonctionnels seront expliqués et démontrés plus loin).

En suivant une approche similaire, Srinivasan[6] a élaboré un modèle basé sur des frontières virtuelles. Requicha et Srinivasan travaillaient ensemble à l'établissement d'une proposition de mathématisation des standards Y14.5 M de l'ASME.

Le second type de représentation utilise une description vectorielle pour les tolérances. Deux chercheurs s'attardent spécifiquement sur cette approche. Turner[7] propose un modèle dans lequel il introduit trois types de variables: conception, modèle et tolérance. Le problème de tolérancement est alors réduit à l'établissement de liens entre tolérance et conception, le tout au travers de l'utilisation d'un espace vectoriel. Wirst[8] a adopté une toute autre approche que Turner. Il a défini la position, la direction et la dimension d'un élément ou d'une surface par l'établissement de vecteurs ayant tous la même référence. Les intervalles de tolérances sont donc associés à chaque composante de ces vecteurs.

Desrochers et Clément[9] présentent un modèle pour la représentation et le traitement systématique de pièces tridimensionnelles. Le modèle en question est le TTRS (Technologically and Topologically Related Surfaces). Un TTRS est en fait un objet représentant un ensemble de surfaces reliées sur une même pièce. La façon d'identifier les éléments est de type binaire; on regroupe par couple d'éléments les surfaces reliées entre elles. Cette méthode permet de ne pas omettre d'élément et s'avère un excellent support pour l'élaboration de la recherche itérative qui devra être exécutée dans l'approche que le présent rapport présente. L'approche du TTRS ne tient aucunement compte des représentations classiques, soit à partir des modèles B-REP ou CSG. Il s'agit en fait d'une représentation propre au TTRS qui base ses interprétations sur les MGDE (Minimum Geometric Datum Elements). Ce type de représentation pourrait être fortement utile à l'intérieur de la présente recherche advenant le cas où les informations que doivent fournir les fichiers des logiciels de conception tridimensionnelles sont difficiles d'accès et de traitements. Le modèle en question se base sur un principe d'associations binaires successives de surfaces élémentaires qui pourrait s'avérer très intéressant pour le modèle adopté.

Une approche basée sur des " frontières solides " ou " Solid boundary " intéresse aussi beaucoup les chercheurs. Les travaux les plus significatifs réalisés avec cette approche ont été effectués par le groupe CAM-I (Johnson, Faux[10]). Ces travaux se sont basés toujours à partir de représentations CSG et B-REP. Gossard,

Zuffante et Sakurai[11] ont développé un modèle hybride de modélisation solide avec comme structure, des données CSG et B-REP.

Pour l'analyse des tolérances plus spécifiquement, diverses approches sont aussi élaborées et présentées dans la littérature. Michael et Siddall[12] proposent une approche utilisant un "vecteur-espace" pour exécuter la synthèse ainsi que le traitement des tolérances. Dans cette approche, le "vecteur-espace" est défini à l'aide de coordonnées qui correspondent aux dimensions d'une pièce. Des zones dites de design et de tolérance sont construites à l'intérieur de l'espace que décrit le vecteur à partir des variables de tolérance et de design. L'objectif principal est de trouver quelles seront les limites d'acceptabilité inférieure et supérieure des tolérances qui limiteront les coûts de fabrication. La présente approche démontre que des facteurs externes peuvent jouer un rôle important dans l'établissement des cotations fonctionnelles. Pour la recherche exposée ici, il sera intéressant de regarder et de considérer cette méthode lorsque viendra le temps de réaliser une sélection entre des entités ou éléments fonctionnels intervenant dans un jeu fonctionnel à coter. Dans une même optique, Liu et Dong [13], proposent une représentation des tolérances basée sur les frontières des modèles solides obtenues directement à partir des renseignements ou lectures que fournit une CMM. L'approche met l'accent sur une modélisation mathématique des renseignements provenant de la modélisation solide soit la configuration nominale et la configuration variable qui elle provient de lectures réalisées avec une CMM. L'approche tient compte des tolérances géométriques et pourrait contribuer à une solution dans l'étude présentée. Le principal inconvénient est l'utilisation de la CMM qui en fait une solution plutôt coûteuse.

Turner[7] lui propose une approche plus élaborée que la proposition de Michael et de Siddall [12]. L'approche en question est incorporée dans un système de cotation assistée nommé GEOTOL. GEOTOL utilise trois différentes méthodes pour réaliser la synthèse des tolérances: a) La programmation linéaire, b) La méthode Monté-Carlo et finalement, c) La méthode des moindres-carrés. Cette méthode requiert des variables de tolérancement linéaires ce qui en fait donc une méthode peu enviable en raison de ce handicap. Elle limite l'élaboration d'un modèle mathématique puissant en raison de la complexité qu'implique la résolution tridimensionnelle pour la programmation linéaire.

Parkinson[14] propose une approche plutôt intéressante et entièrement statistique pour l'analyse des tolérances ainsi que pour la distribution de ces tolérances en tenant compte des procédés de fabrication. Il a développé une formulation ou un modèle mathématique programmable en prenant comme variable objective, le coût du produit puis comme variable décisionnelle, la déviation standard du design. De son analyse, il est ressortit, comme nous pouvions le prévoir, que plus les cotes

sont restrictives, plus le nombre de pièces à rejeter est grand et, par le fait même, plus les coûts de produit sont élevés. Il est évident que le procédé de fabrication et d'obtention des pièces finales joue un important rôle dans le présent modèle ce qui, dans l'étude présentée ici, pourrait servir grandement à la résolution du problème de sélection des chemins critiques lorsqu'un problème se pose. Par contre, comme cette méthode ou proposition réalise un contrôle statistique et lorsque vient le temps de produire de petits lots de pièces, on manque tout simplement de données ou d'informations en raison d'une trop petite population d'échantillonnage.

Ngoi et Kuan[15] nous démontrent, à l'intérieur d'une revue de la littérature, que certains chercheurs se sont attardés à l'analyse des tolérances avec une approche basée sur le "Tolerance Charting". La technique qu'utilisent ces équipes de recherches est la suivante: toutes les dimensions usinées sont combinées à l'intérieur d'une chaîne formée de "n" dimensions, le premier résultat qui en ressort est obtenu de la combinaison des "n-1" autres dimensions indépendantes à l'intérieur de la chaîne. La méthode du "Tolerance Charting" est probablement une des méthodes les plus efficaces pour la résolution de problème à une seule dimension. Elle devient impensable pour l'étude des tolérances fonctionnelles de conceptions bidimensionnelles et tridimensionnelles. C'est donc une approche qui n'aura que peu d'importance dans la recherche présentée ici.

Il existe depuis peu des systèmes ainsi que des logiciels commerciaux qui traitent de la cotation fonctionnelle. Voici une liste de trois de ces systèmes commerciaux actuellement proposés:

- CATIA.3D Functional Dimensioning & Tolerancing Dassault systemes.
- VSA-3D Variational Systems Analysis, Inc. (VSA).
- TI/TOL 3D+ An Ideal System for Tolerance Optimization.

CHAPITRE TROISIÈME

MÉTHODOLOGIE GÉNÉRALE

3.1 Présentation de l'approche

Suite à l'examen des méthodes et des modèles de représentation possibles d'éléments fonctionnels, l'approche qui est préconisée dans la présente recherche est une approche dont les fondements reposent sur la modélisation solide d'une pièce. L'approche présentée à l'intérieur de cette thèse doit ses fondements à une approche qu'a proposée antérieurement Laperrière[16]. En fait, il s'agit de l'analyse détaillée d'un module faisant partie intégrante de l'approche de Laperrière. À partir d'un modèle solide généré à l'aide d'un logiciel qui permet de réaliser une modélisation solide, il est premièrement obligatoire d'extraire toutes les données susceptibles d'affecter la cotation fonctionnelle des structures qui composent l'entité ou la conception à l'étude. Ces données et renseignements nécessaires peuvent être en fait la position, l'orientation, la forme et la dimension d'une unité dans l'espace ou bien être des représentations d'entités de type B-REP ou encore CSG.

À partir du moment où il est possible d'établir une liste de tous les éléments fonctionnels de la pièce ou de l'assemblage étudié, un traitement d'analyse est alors réalisé par l'intermédiaire d'un algorithme structuré qui tient compte de tous les éléments fonctionnels impliqués dans le modèle solide. Le programme dans lequel cet algorithme pourrait opérer est formé de trois principales sections qu'il est convenu d'appeler modules. Ces trois modules sont respectivement le module du graphe des éléments fonctionnels (GEF), le module d'identification des dispersions (MID) et finalement, le module de quantification des dispersions (MQD). Il est à noter que l'approche présentée à l'intérieur de ce mémoire n'est encore qu'au stade de la théorie.

3.2 Description des trois modules

3.2.1 Le graphe des éléments fonctionnels: (GEF)

Utilisant la théorie des graphes, la première section de l'approche proposée est composée par un module qui génère de façon systématique le graphe de tous les éléments fonctionnels présents dans la représentation du modèle solide à l'écran. Ce module génère alors ce que nous convenons d'appeler le Graphe des Éléments Fonctionnels (GEF) impliqués ou présents dans la conception. Les éléments fonctionnels discutés ici sont en fait des points, des lignes et des surfaces qui sont soit fictives ou réelles. Prenons l'exemple de l'axe (ligne fictive) représenté à la figure 3.1. Nous pouvons y remarquer les différentes dispersions et leurs représentations associées. Pour l'analyse d'une pièce solide complète générée, il est assumé qu'un algorithme identifie et fait ressortir tous les éléments fonctionnels qui composent la pièce en plus d'y associer les différentes dispersions.

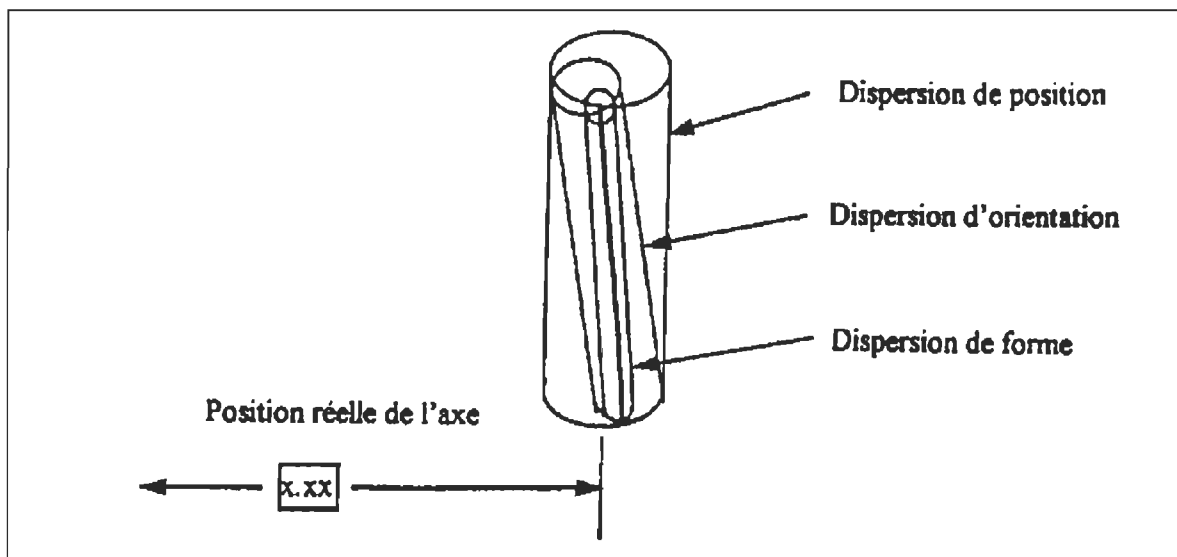


Figure 3.1: Représentation des différentes dispersions associées à un axe.

Une base de données agit comme banque d'éléments fonctionnels associés à des formes géométriques de base données ou à des MGDE. Convenons d'appeler la signature d'une forme géométrique, tous les renseignements essentiels à la description d'une forme de base. Nous identifions dès lors une forme ou géométrie par sa signature ou encore à partir des informations (axe fictif ou réel, type et nombre de surface) propre à une géométrie donnée. Il sera possible de voir un exemple de pièce et de sa signature à la figure 3.2. Les renseignements fournis

par la signature sont alors identifiés et placés à un agenda pour être éventuellement traités si nécessaire. En exemple, prenons un cylindre, soit une géométrie de base dont les caractéristiques et éléments fonctionnels apparaissent dans cette base de données ou encore dans une quelconque banque d'informations. Ces informations peuvent ou non être utilisées le cas échéant. Il s'agit pour l'algorithme d'associer les formes géométriques à l'écran avec des données ou des formes que la base de données contient. Il reste évident que pour la présente thèse, ce module, le GEF, est disponible et que nous partons du fait que le graphe des éléments fonctionnels est généré.

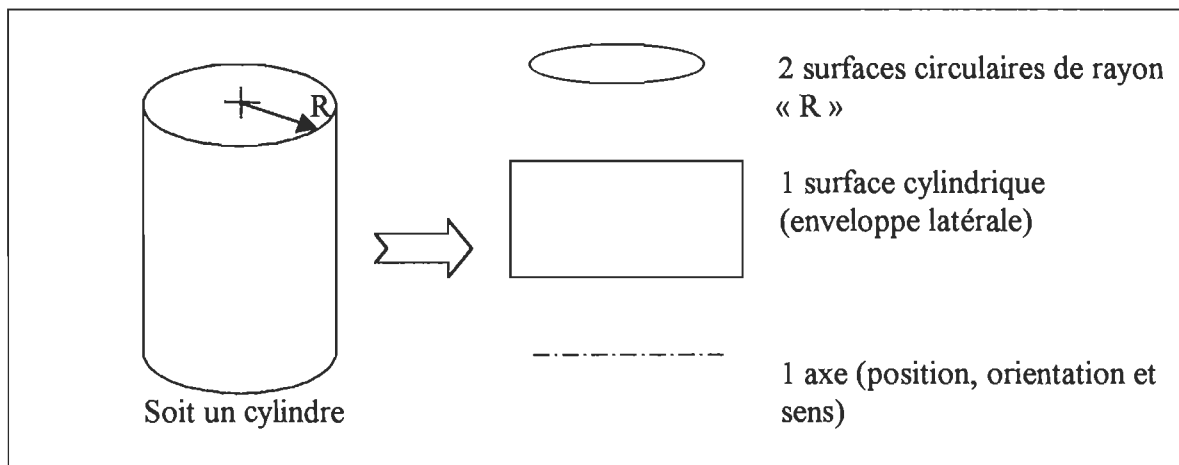


Figure 3.2: *Signature d'une forme de base*

Pour notre exemple de cylindre, les éléments fonctionnels sont en fait l'axe, les surfaces circulaires, la surface cylindrique ainsi que le rayon des extrémités circulaires du cylindre (ou le rayon du cylindre). L'axe est quant à lui caractérisé de façon vectorielle et donne de l'information sur la position dans l'espace, sur la dimension et finalement, sur l'orientation du cylindre.

Chaque pièce est donc représentée par un graphe, dérivé de sa signature, qui a comme tâches d'identifier tous les éléments fonctionnels associés à cette forme. Pour bien visualiser ce qui est discuté ici, il serait bon d'illustrer le graphe des éléments fonctionnels, GEF, par un exemple de base. La figure 3.3 nous montre un assemblage de pièces devant respecter certaines exigences fonctionnelles, EF1 ainsi que EF2, pour s'assurer de la fonctionnalité de l'assemblage dans son ensemble. Ces exigences fonctionnelles sont pour EF1, la position horizontale de la pointe, (La hauteur du centre de poite par rapport à la surface de référence) et pour EF2, il s'agit d'une exigence implicite. Effectivement, l'assemblage illustré par la figure 3.3 nous montre une pointe insérée dans un alésage. Il faut nécessairement que l'alésage soit plus grand que le diamètre de la pointe pour

assurer le fonctionnement désiré. Alors EF2 n'est ni plus ni moins que le jeu nécessaire entre la pointe et son alésage. On y remarque aussi la numérotation des différents éléments fonctionnels qui, en occurrence, sont les axes 2, 4, 7 et 11 ainsi que les surfaces 1, 3, 5, 6, 10 et les suivantes.

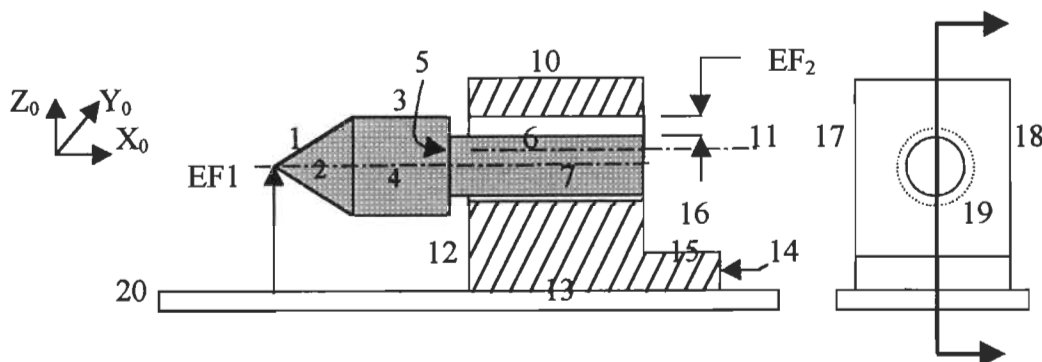
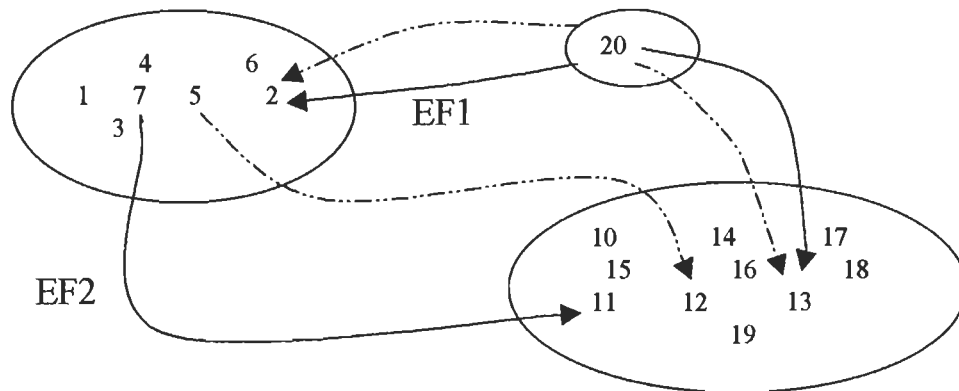


Figure 3.3: *Modèle solide et identification des éléments fonctionnels*

Suite à la reconnaissance des pièces et formes géométriques de l'entité, le graphe des éléments fonctionnels de la ou des pièces générées en solide et de là débute l'analyse. La figure 3.4, illustre le graphe associé à ces différents éléments fonctionnels pour l'exemple de la figure 3.3. Une fois que le graphe de chacune des pièces est connu, il est assumé que le concepteur intervient dans le procédé pour identifier et prescrire son ou ses exigences fonctionnelle(s) (jeu fonctionnel) à respecter pour assurer le bon fonctionnement de l'assemblage. L'affichage des graphes permet de faire le lien entre le ou les éléments fonctionnel(s) sans toutefois trouver les liens topologiques entre les pièces. Cette tâche de sélection manuelle est réalisable de façon automatique mais pour des raisons de simplification dans l'approche présentée, le concepteur devra identifier ces liens manuellement.

Comme la ou les exigence(s) fonctionnelle(s) sont identifiées, il en résulte un graphe contenant tous les éléments de l'assemblage susceptibles d'avoir de l'influence sur ce que l'on recherche. Tout comme la méthode traditionnelle de tolérancement, la méthode proposée ici doit, à partir de la ou des exigence(s) identifiée(s) par l'utilisateur, remonter de pièce en pièce pour identifier quels sont les éléments touchés par l'exigence identifiée. Il en résulte pour notre exemple la figure 3.4 suivante. Sur cette figure, se retrouve en trait plein, la première des deux chaînes cinématiques illustrées. Le trait fantôme illustre la seconde chaîne cinématique. Chacune des chaînes relie des éléments fonctionnels entre lesquels



3.2.2 Le module d'identification des dispersions: (MID)

Tout comme dans la théorie des chaînes de cotes, (théorie dans laquelle il faut identifier toutes les pièces en contact et attribuer une portion de l'intervalle de tolérance) ce que nous tentons de réaliser ici est, en partant de l'exigence fonctionnelle, l'identification de toutes les pièces qui sont impliquées et qui ont une certaine influence dans cette exigence fonctionnelle. En d'autres termes, nous tentons de réaliser une boucle fermée. Cette boucle fermée est empruntée à la cotation traditionnelle d'un ensemble mécanique complexe pour lequel un jeu fonctionnel doit exister entre deux pièces. La méthode suivie pour déterminer comment le jeu fonctionnel recherché influence les dimensions d'un assemblage, une boucle est réalisée entre les pièces qui composent cet assemblage et qui ont un lien direct avec ce jeu fonctionnel. Nous dirons alors qu'une boucle fermée a été réalisé entre le jeu fonctionnel et les pièces composant un assemblage mécanique qui interfèrent avec ce jeu. Comme tous les éléments fonctionnels des pièces ont

été identifiés à l'aide du GEF, en partant de l'exigence fonctionnelle, il suffit de remonter de paire en paire d'éléments fonctionnels jusqu'au moment où l'exigence fonctionnelle est rencontrée à nouveau. De cette façon, tous les éléments fonctionnels des pièces en jeu dans l'assemblage qui ont un impact ou un effet sur l'exigence fonctionnelle recherchée, auront été identifiés et groupés en paire d'éléments fonctionnels.

La figure 3.5 illustre cette approche, en partant de l'exigence fonctionnelle, pour remonter de paire en paire d'éléments fonctionnels jusqu'au retour au point de départ. À noter la similarité de la procédure avec les chaînes de cotes. Les chiffres encadrés correspondent aux éléments fonctionnels directement impliqués par l'exigence et les lignes pointillées sont les alliances possibles de paire d'éléments sur une même pièce. Les éléments de deux pièces distinctes pointés d'une flèche sont les paires cinématiques d'éléments fonctionnels.

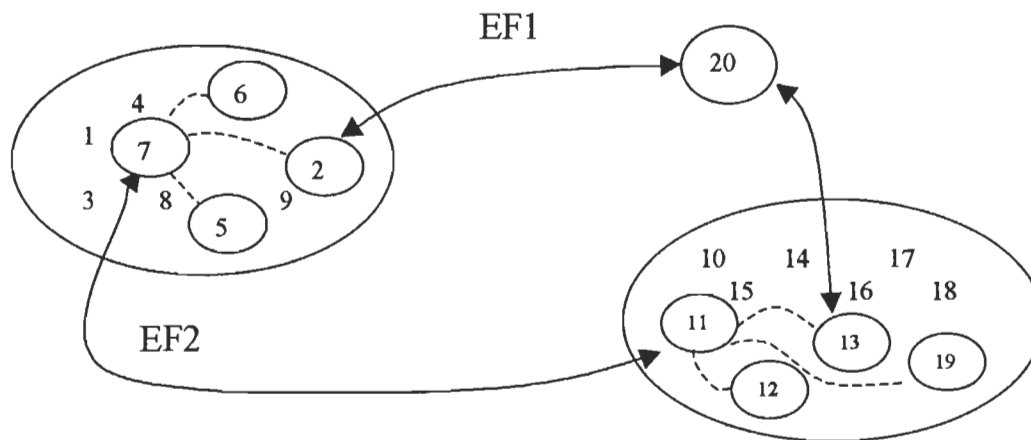


Figure 3.5: Regroupement des paires d'éléments.

Le point très important dans la présente approche est la façon de grouper par paire les éléments fonctionnels. La méthode utilisée est une méthode basée sur l'approche du TTRS de Desrochers et Clément[9]. Il s'agit en fait d'identifier parmi les éléments fonctionnels affichés et disponibles dans le GEF, lesquels forment les paires et de les représenter sous forme de grappe ou utilisant une structure en arbre puisque le traitement de ces paires d'éléments fonctionnels est basé sur le fait que les dispersions ne peuvent être transmises que par des éléments fonctionnels en contact (chaînes cinématiques comme en cotation dimensionnelle).

Assumons dans cette approche que le lien et le choix des éléments fonctionnels soient réalisés de façon manuelle par l'opérateur. Cette hypothèse nous permet de simplifier d'une part mais nous permet aussi d'arriver à démontrer clairement le

cœur du MID qui est proposé ici. Il est par contre possible que cette tâche soit aussi réalisée de façon systématique.

La figure 3.6 illustre l'étape dans laquelle on retrouve tous les chaînes possibles d'éléments fonctionnels pour une exigence donnée (FR1). Les chiffres soulignés correspondent aux éléments fonctionnels entre lesquels l'exigence fonctionnelle EF1 est identifiée (à la figure 3.3, l'exigence fonctionnelle EF1 prend racine sur la surface 20 et pointe l'axe fictif 2).

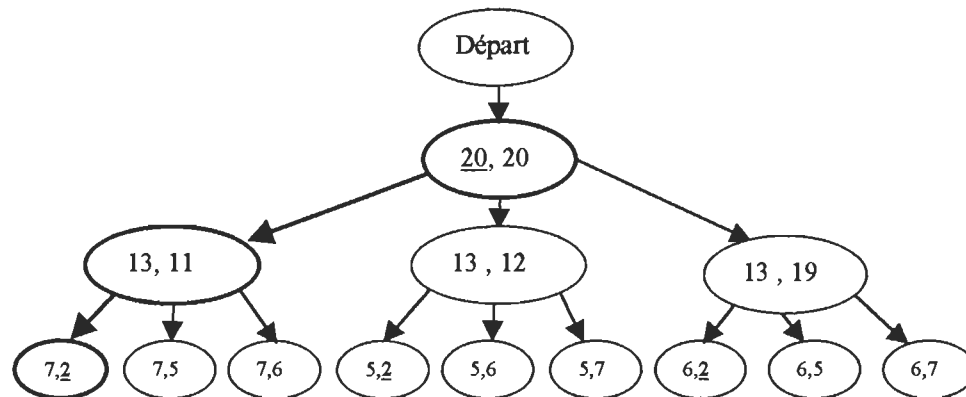


Figure 3.6: Schéma de l'arborescence des paires possibles d'éléments fonctionnels

Le schéma de l'arborescence est construit de façon très simple. Le point de départ est l'élément fonctionnel identifié par la queue de l'exigence fonctionnelle EF1, soit la surface 20 dans le cas présent. Nous analysons comment il est possible, en passant par différentes paires d'éléments fonctionnels, de joindre la queue et la tête de l'exigence EF1. La boucle discutée au préalable est illustrée et rendue visible.

C'est en se basant sur les associations binaires successives que présentent les TTRS à partir d'une analyse approfondie des équations servant aux représentations B-REB et CSG ou encore directement en partant des signatures des différentes pièces, qu'il est possible de faire la sélection parmi les éléments fonctionnels affichés des paires ayant ou jouant un rôle significatif sur l'exigence identifiée comme étant critique. La sélection des paires d'éléments doit être réalisée après analyse des surfaces et éléments en contact. Cette analyse est en quelque sorte la base sur laquelle se fonde le cœur de l'ouvrage. Dans le cas de la figure 3.6, on

peut constater que la chaîne cinématique retenue est celle en trait gras (noter qu'il s'agit d'un choix fait par l'opérateur).

Comment l'identification pourrait-elle être réalisée de façon systématique? En se basant sur l'approche graphique que proposent Zang et Porchet[17] pour la méthode d'élaboration et d'identification des éléments, il pourrait être envisagé que la résolution ou l'élimination des paires d'éléments fonctionnels non significatifs soit faite à partir des données élémentaires des entités générées. Si l'exigence fonctionnelle implique deux droites qui s'interceptent, par exemple, c'est qu'elles ont forcément un point en commun et ce point est bien entendu le point d'intersection. La recherche à travers les fichiers générés par le logiciel de modélisation en vue de trouver le point d'intersection est alors lancée et lorsque deux éléments fonctionnels présentent des données similaires, ceux-ci sont sélectionnés et identifiés comme étant potentiellement valides. Ces éléments potentiels sont alors examinés et une élimination a lieu si les données similaires (coordonnées d'un point commun aux deux droites) ne correspondent pas à ce qui est recherché. Seront éliminés de la même façon, les redondances ou les dédoublements de paires d'éléments fonctionnels, (l'axe de la pointe dans l'exemple illustre ce qui serait convenu de nommer dédoublement d'élément fonctionnel: trois axes composent cet axe de pointe; l'axe du cône, l'axe du premier cylindre et l'axe du cylindre qui s'insère dans l'alésage). Il est alors envisagé que des paramètres externes comme la séquence d'usinage optimale, le type d'usinage ainsi que les facteurs économiques interviennent dans l'élimination précédemment décrite. Un résultat de cette élimination est illustrée par les paires d'éléments de la figure 3.6 étant encadrés en gras.

Comme la présente approche ne s'attarde pas spécialement sur les fonctions systématiques préalablement citées, nous assumons dans le cas présent que les identifications ainsi que les éliminations sont une tâche laissée à l'opérateur.

Une fois que les paires d'éléments ont été identifiées, il n'en demeure pas moins que l'on doit premièrement identifier quelles chaînes ont le plus d'influence sur l'exigence fonctionnelle. Dans un deuxième temps, pour une chaîne donnée, on doit identifier quelle paire d'éléments fonctionnels a le plus d'influence et, troisièmement, la grandeur de l'intervalle de tolérance. Pour ce faire, nous devons posséder un modèle général qui peut traiter tous les types de dispersions. L'approche se veut un moyen pour répondre aux trois objectifs précédents. Avant de passer à cette approche plus en détails, voyons en quoi consiste le troisième et dernier module.

3.2.3 Le module de quantification des dispersions: (MQD)

Le troisième module doit intervenir dans la procédure systématique de tolérancement. Ce module est appelé le module de quantification des dispersions ou le (MQD). Il est bien d'avoir identifié les dispersions significatives, mais il faut également bien les quantifier pour pleinement jouir des avantages de la cotation fonctionnelle assistée. La première partie de ce module aura comme mandat d'assurer la quantification des dispersions identifiées. Basé sur les capacités machines ou encore fortement inspiré des techniques de tolérancement statistique, ainsi que des propriétés des matériaux en jeu ou tout autre facteur pouvant avoir une influence sur l'obtention de bonnes pièces, ce module devra intervenir et faire en sorte de considérer tout ces facteurs simultanément.

La quantification des dispersions est fonction de la dimension de l'intervalle de tolérance. La valeur de l'intervalle de tolérance peut être obtenue comme il a été démontré dans la section 1.2 du présent document ou encore être donnée par l'utilisateur.

La seconde partie du module doit, quant à elle, assurer le bon positionnement des intervalles de cotes. La quantification et le positionnement des dispersions doivent se baser sur des principes à la base du tolérancement classique. De plus, en fonction des dispersions qui ont été retenues, il importe que la distribution des valeurs de dispersion soit correctement réalisée. C'est à ce niveau en particulier que la recherche prend toute ampleur. Mentionnons à titre d'exemple une règle de base stipulant que la somme des intervalles de tolérances de la chaîne doit égaler l'intervalle de tolérance de l'exigence fonctionnelle. Ceci implique :

- Plus les dimensions nominales sont grandes plus les intervalles de tolérance doivent être grands,
- Les pièces contenantes doivent généralement avoir de plus grands intervalles de tolérance que les pièces contenues,
- Les équations de tolérancement doivent être satisfaites :
 - Maximum et minimum de matière
 - Choisir des valeurs standardisées ANSI et ISO

Finalement, un sous-module devrait être mis en place pour valider le choix de la répartition des tolérances comme telles. Ce sous-module est entrevu aussi comme une base de données dans laquelle sont regroupées les formes géométriques de base des pièces (pièces aux dimensions nominales) ainsi que les volumes qui décrivent les dispersions (enveloppes: formes tridimensionnelles des dispersions. Ex: coaxialité = un cylindre dont le diamètre est la valeur de l'intervalle de tolérance). En prenant comme exemple deux axes coaxiaux, la géométrie du

volume qui décrit cette dispersion est en fait un cylindre de diamètre correspondant à l'intervalle de tolérance associé à la dispersion de coaxialité des deux axes. Le cylindre ainsi généré est en fait le volume dans lequel peut se trouver nos deux axes. Il est envisageable de penser à une base de données pour la résolution des problèmes que cause la quantification des dispersions.

3.3 Le point d'intérêt

La recherche est, bien sûr, basée sur certaines hypothèses de base qui ont permis le développement de ce qui est présenté dans les pages à venir. Nous avons vu dans la présentation de l'approche, la structure modulaire optée. Il s'agit en fait d'une division logique basée sur des réflexions faites mentalement lorsque vient le temps de réaliser de la cotation fonctionnelle.

Le point d'intérêt de ce mémoire porte que sur la formulation mathématique de la quantification de la relation entre les dispersions influentes et la condition ou l'exigence fonctionnel. C'est à l'intérieur du troisième module soit le module de quantification des dispersions, le MQD, que la recherche prend racine. Ceci implique bien sûr que la graphe des éléments fonctionnels est réalisé et disponible (GEF). Est aussi impliqué, la disponibilité des algorithmes d'identification des éléments influents dans le graphe, présenté sous forme de boucle. Bref, les deux premiers modules ne font pas partie de cette recherche et cette dernière ne se concentre en fait que sur une mince partie du troisième module, soit au moment de la formulation des relations permettant ensuite une quantification.

CHAPITRE QUATRIÈME

MODÉLISATION DES JOINTS VIRTUELS

4.1 Introduction

Comme nous en avons fait mention au chapitre précédent, l'approche présentée ici se veut un modèle général pour identifier, parmi les chaînes cinématiques, laquelle a le plus d'influence sur l'exigence fonctionnelle.

Nous le savons, les défauts de précision sur les éléments fonctionnels d'une pièce ou d'un assemblage dû au procédé de fabrication sont arbitraires autant en position qu'en orientation (dispersions). De plus, nous savons aussi qu'une toute petite dispersion sur un élément fonctionnel peut avoir de lourdes conséquences à l'endroit où l'exigence fonctionnelle est identifiée. Prenons exemple d'un bras de levier. Un défaut de forme sur une petite surface peut être très faible mais peut provoquer de graves conséquences sur une seconde pièce qui prend appui sur une autre surface. Considérant ces situations possibles, il faut donc que les dimensions physiques tant linéaires qu'angulaires soient prise en compte pour les assemblages. Les dimensions physiques ou linéaires d'une pièce sont la source de bras de levier de petits défauts qui se répercutent sur la fonctionnalité de l'assemblage.

En introduisant les principes des petits déplacements (déplacements infinitésimaux) dans la théorie de la cotation, il est possible de tenir compte de tous les défauts des paires d'éléments fonctionnels d'une chaîne cinématique en particulier. C'est donc en essayant d'introduire cette théorie des petits déplacement dans la théorie de la cotation fonctionnelle que l'approche s'est développée.

4.2 Modélisation des petits déplacements des chaînes cinématiques

L'utilisation des joints virtuels dans l'approche permet de représenter de façon systématique les défauts ou imprécisions d'usinage d'une pièce quelconque. Le fait de se servir de joints virtuels dans le cas présent permet de représenter l'influence ou encore l'impact des défauts d'une pièce sur l'ensemble des autres pièces d'un assemblage. Puisque dans un espace tridimensionnel il est possible d'exprimer la position d'un point par rapport à un autre à l'aide de trois translations et trois rotations, (exactement comme un joint à six degrés de liberté), on fait appel ici à cette approche, celle des joints, pour la représentation des

défauts d'une pièce. Nous pouvons ainsi tenir compte de tous les défauts d'une pièce et voir quel impact ont ces défauts sur le reste de l'assemblage. Alors comme ces défauts sont libres de se déplacer dans un espace tridimensionnel, la meilleure façon de les représenter c'est avec la méthode des joints.

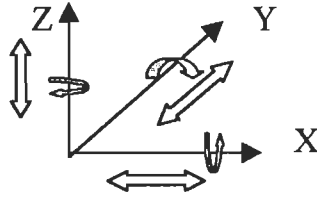


Figure 4.1 : Degrés de liberté des joints virtuels (Rotations et Translations)

Pour une chaîne cinématique ouverte à « n » joints, il est possible d'exprimer l'influence qu'ont les petits déplacements (translations et rotations) de chacun des membres sur un système d'axe O_n placé au bout du dernier membre en utilisant la forme de matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} d\bar{s} \\ d\bar{\alpha} \end{bmatrix} = [J_1 J_2 \dots J_n] \cdot d\bar{q} \quad (\text{Eq : 4.1})$$

où :

$d\bar{s}$: représente le 3-vecteurs de translations de O_n

$d\bar{\alpha}$: représente le 3-vecteurs de rotations de O_n

J_i : $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice Jacobienne

$d\bar{q}$: n-vecteurs des petits déplacements individuels des joints

4.2.1 Méthodologie des transformations T_0^i pour une chaîne cinématique

Une chaîne cinématique est composée d'ensemble d'éléments fonctionnels. Le lien ou le passage entre ces éléments fonctionnels est réalisé à l'aide d'une série de transformations qui ont chacune un système d'axe propre. Le dernier système d'axe associé à un élément devient le premier système de l'élément suivant. La figure 4.2 illustre les systèmes d'axes associés aux transformations. La même série de transformations est répétée pour chaque paire d'éléments fonctionnels et cette série est en tout temps la même soit les trois translations suivi des trois rotations. Il y a translation d'abord en Z_0 correspondant à la translation selon le Z global, puis translation en Z_1 correspondant à la translation selon le Y global et finalement, translation en Z_2 correspondant à la translation selon le X global. Les rotations se font d'abord en Z_3 correspondant à la rotation autour du Z global, puis

en Z_4 correspondant à la rotation autour du X global et en Z_5 correspondant à la rotation autour du Y global. Ainsi on réalise une transformation de translation selon les trois directions globales et une transformation de rotation autour des mêmes directions globales, ce qui permettra de simuler des défauts de fabrication de façon très générale. Les coordonnées globales sont le système d'axe de base X_0 , Y_0 et Z_0 .

Pour chaque système d'axe nous obtenons les matrices de transformations. Pour la première translation soit celle en Z_0 , nous avons une matrice de transformation T_0^1 . On obtient alors T_0^2 en multipliant les matrices $T_0^1 \times T_1^2$ où T_1^2 correspond à la transformation du premier système d'axe au second. T_0^2 est la représentation du second système d'axe exprimé en coordonnées globales.

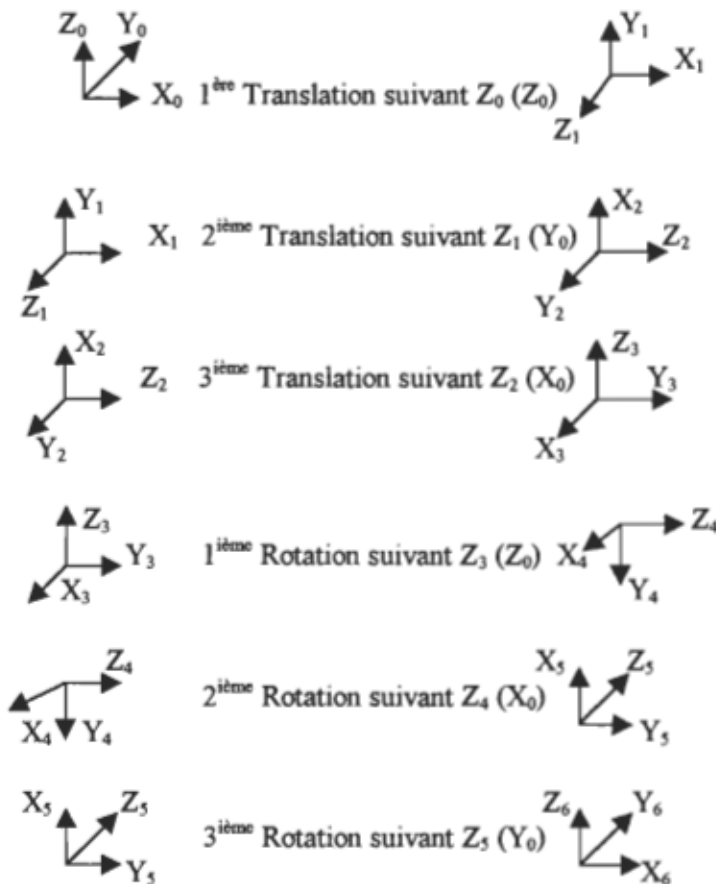


Figure 4.2 : Systèmes d'axes associés aux différentes transformations

4.2.2 Obtention de la matrice Jacobienne

Il est possible d'exprimer facilement l'influence des translations ainsi que des rotations en un point de la chaîne cinématique en utilisant la matrice Jacobienne réalisée à partir des matrices de transformations obtenues précédemment.

Chaque colonne de la matrice Jacobienne peut être facilement obtenue si tous les membres de la chaîne (ou paire d'éléments dans le cas présent) possèdent l'ensemble des systèmes d'axe que présente la figure 4.3. À noter que l'axe Z doit constamment coïncider avec les axes de translation et de rotations des membres. Si cette contrainte de coïncidence est respectée et que nous utilisons la notation T_0^{i-1} pour représenter la transformation totale entre les systèmes d'axe O_{i-1} et O_0 (O_0 étant le système d'axe global), alors la $i^{\text{ème}}$ colonne du Jacobien peut être calculée par la fonction exprimée par l'équation (Eq : 4.2) pour un joint virtuel de rotation et par l'équation (Eq : 4.3) pour un joint virtuel de translation.

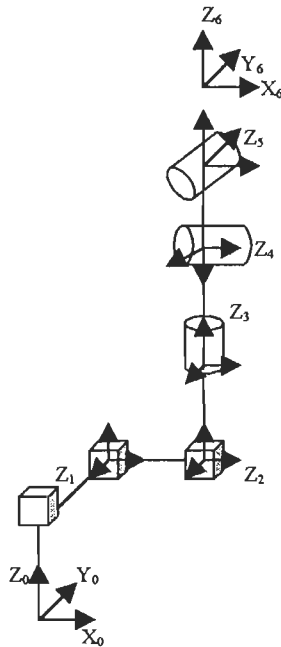


Figure 4.3 : Systèmes d'axe correspondant successivement aux translations et aux rotations

Le passage du système O_{I-1} à O_0 est obtenu à la suite de six transformations élémentaires, soient trois translations en X, Y et Z ainsi que trois rotations autour de X, Y, et Z. On définit ces transformations élémentaires sous forme matricielle homogène suivant:

$$\text{1° Translation selon X: } T_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{2° Translation selon Y: } T_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{3° Translation selon Z: } T_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{1° Rotation selon X: } R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & -S & 0 \\ 0 & S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{2° Rotation selon Y: } R_y = \begin{bmatrix} C & 0 & S & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{3° Rotation selon Z: } R_z = \begin{bmatrix} C & -S & 0 & 0 \\ S & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Au total, nous pouvons passer d'un système d'axe à un autre par diverses translations et rotations élémentaires successives. La transformation totale T_0^n est toujours donnée par la multiplication de chacune des transformations élémentaires. Dans ce qui est présenté dans cette recherche, les transformations sont toujours réalisées par rapport au système global ou initial. L'interprétation de la matrice

$$T_0^n = \begin{bmatrix} nx & sx & ax & dx \\ ny & sy & ay & dy \\ nz & sz & az & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ est la suivante:}$$

Le vecteur (nx, ny, nz) représente la direction de l'axe X_n du système résultant O_n , exprimé dans le référentiel O_0 . De la même façon, (sx, sy, sz) et (ax, ay, az) représente respectivement la direction des axes Y_n et Z_n de O_n exprimé dans O_0 . Le vecteur (dx, dy, dz) représente pour sa part la position de l'origine O_n exprimé dans O_0 .

$$J_i = \begin{bmatrix} \bar{z}_0^{i-1} \times (\vec{d}_0^n - \vec{d}_0^{i-1}) \\ \bar{z}_0^{i-1} \end{bmatrix} \longrightarrow \text{Rotation} \quad (\text{Eq : 4.2})$$

où :

$$\begin{aligned} \bar{z}_0^{i-1} &: 3^{\text{ième}} \text{ Colonne de } T_0^{i-1} \\ \vec{d}_0^{i-1} &: \text{La dernière colonne de } T_0^{i-1} \end{aligned}$$

$$J_i = \begin{bmatrix} \bar{z}_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \text{Translations} \quad (\text{Eq : 4.3})$$

Le terme placé à la première ligne de l'équation (Eq:4.2) représente la contribution du $i^{\text{ième}}$ joint virtuel à un petit déplacement linéaire de O_n , obtenu avec le produit vectoriel d'une petite rotation de l'axe \bar{z}_0^{i-1} par son bras de levier jusqu'à O_n , tel qu'exprimé par $(\vec{d}_0^n - \vec{d}_0^{i-1})$. Le terme situé à la seconde ligne représente pour sa part la contribution à un petit déplacement rotationnel de O_n .

4.3 Application à la cotation fonctionnelle assistée

Nous l'avons décrit au troisième chapitre, le but de l'approche est, après avoir identifié les paires d'éléments fonctionnels, de vérifier laquelle ou lesquelles des chaînes cinématiques ont le plus d'influence sur l'exigence préalablement identifiée. Nous proposons donc une adaptation de la méthode exposée plus haut, avec quelques ajustements, pour identifier ces chaînes cinématiques.

Les principes énoncés plus haut pour l'étude systématique des petits déplacements sont généraux et peuvent, en théorie, être appliqués à n'importe quelle chaîne cinématique d'un corps rigide en assumant que chaque membre ou joint représente un Degré de Liberté (DDL) simple de la structure étudiée. Pour les applications à la cotation fonctionnelle assistée, plutôt que d'associer les systèmes d'axes à des paires cinématiques réelles, nous les associons à des paires d'éléments fonctionnels tolérancés. Nous devons alors assumer qu'un ensemble virtuel de joints existent entre les éléments fonctionnels de sorte que ceux-ci puissent se mouvoir relativement les uns par rapport aux autres simulant ainsi un défaut de fabrication ou encore d'usinage. En assumant que la méthode repose sur le fait qu'un joint doit représenter un Degré de Liberté simple, nous aurons donc rattaché à une paire d'éléments fonctionnels tolérancés, une série de six systèmes d'axes virtuels associés à six joints virtuels qui eux représentent les six dispersions possibles (3 translations, 3 rotations). Les transformations doivent toujours être réalisées autour de l'axe « Z » local si l'on désire utiliser les équations 4.2 et 4.3.

La figure 4.4 démontre la méthode pour une paire d'éléments fonctionnels qui en occurrence correspond à deux plans de la même pièce.

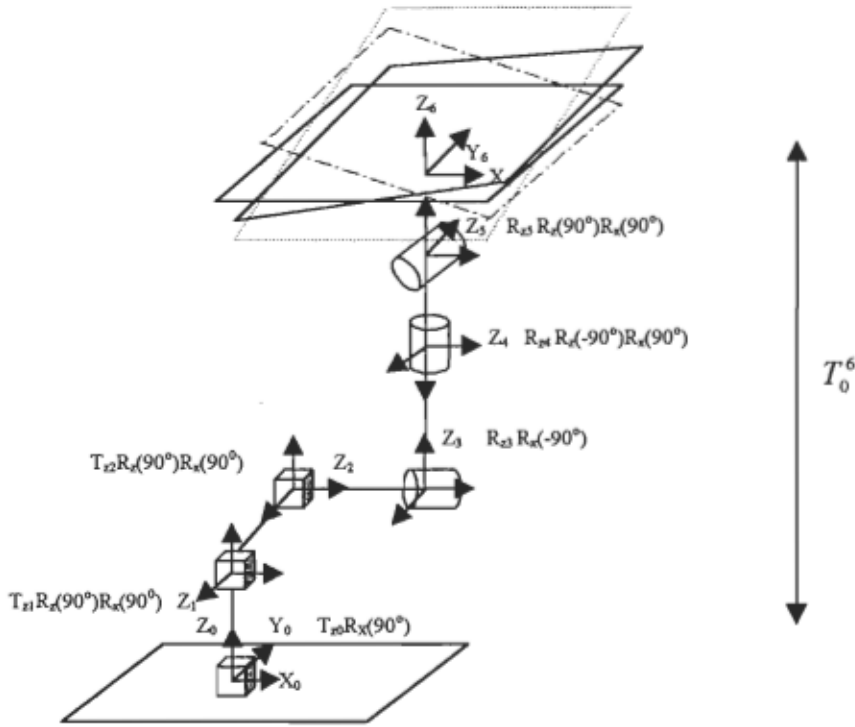


Figure 4.4 : Ajout de joints virtuels et de systèmes de coordonnées
à l'élément fonctionnel tolérancé d'une paire d'éléments

Les cubes représentent les dispersions de translations tandis que les cylindres, les dispersions de rotations (pour des raisons de clarté, la disposition des systèmes d'axes est démontré dans cet ordre). Les expressions inscrites à chacun des Z_i sont en fait les transformations successives par lesquelles passe le système d'axe global, O_0 . En prenant bien soin de garder en tête les petits ajustements requis par l'approche présentée ici, le modèle mathématique correspondant aux six petits déplacements d'un élément fonctionnel à l'intérieur de l'exigence fonctionnelle (EF) tel que causé par une série de petits déplacements de paires d'éléments fonctionnels individuellement tolérancés à l'intérieur d'une chaîne de tolérance prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} d\vec{s} \\ d\vec{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (J_1 J_2 \dots J_6)_{EF1} (\dots)_{EF \frac{n}{6}-1} (J_{n-5} J_{n-4} \dots J_n)_{EFn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\vec{q}_{EF1} \\ \dots \\ d\vec{q}_{EF \frac{n}{6}-1} \\ d\vec{q}_{EF \frac{n}{6}} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq : 4.4})$$

où :

- $d\vec{s}$: Correspond aux 3-vecteur de petites translations du point d'intérêt.
- $d\vec{\alpha}$: Correspond aux 3-vecteur de petites rotations du point d'intérêt.
- $(J_1 J_2 \dots J_6)_{EFi}$: Correspond à la matrice Jacobienne 6 x 6 associée à l'élément fonctionnel tolérancé de la $i^{\text{ème}}$ paire d'éléments fonctionnels.
- $d\vec{q}_{EFi}$: Correspond aux 6 vecteurs des petits déplacements associés à l'élément fonctionnel tolérancé de la $i^{\text{ème}}$ paire d'éléments fonctionnels.

Deux paires consécutives d'éléments fonctionnels à l'intérieur du Graphe des Éléments Fonctionnels (GEF) sont souvent liées par des paires cinématiques quelconques du mécanisme à l'étude. Dans le but de propager l'effet cumulatif des différents éléments fonctionnels tolérancés d'une même chaîne cinématique, nous assumons simplement que le dernier système d'axe d'une paire d'éléments fonctionnels donnés devient le premier système d'axe d'une paire d'éléments subséquents. En fait, le passage d'une paire d'éléments fonctionnels à une autre dans une chaîne du GEF implique nécessairement le passage à travers des paires cinématiques de l'assemblage mécanique. Dans le cas où des dispersions sont associées à des paires cinématiques (exemple d'insertion avec un alésage adéquat), alors quelques degrés de liberté (DDL) ainsi que des systèmes d'axes virtuels peuvent également être modélisés pour ces paires cinématiques.

4.4 Identification des chaînes cinématiques ayant le plus d'influence

L'approche présentée dans cette recherche est basée sur le fait que toutes les chaînes cinématiques associées à un ensemble de pièces mécaniques sont générées et connues. L'étape la plus importante que permet la présente approche est l'identification, parmi les chaînes cinématiques, de la chaîne qui a la plus grande influence sur l'exigence fonctionnelle qui a été identifiée préalablement dans le processus. Cette identification se fait après avoir réalisé tous les colonnes du Jacobien des éléments fonctionnels impliqués dans chacune des chaînes cinématiques que possède un assemblage mécanique quelconque. À partir des colonnes de Jacobiens, J_1 à J_{30} , on établit la matrice qui sera multipliée au vecteur colonne des petits déplacements. Par exemple, pour un assemblage qui compte

trois chaînes cinématiques, il est nécessaire de trouver l'expression de trois matrices Jacobiennes.

Une fois les matrices Jacobiennes obtenues, l'identification de la ou des chaîne(s) la ou les plus influente(s) est réalisée par l'application de deux règles :

1° « Il y a élimination des équations qui ne correspondent pas à l'exigence fonctionnelle recherchée. »

2° « Parmi les équations qui demeurent après l'application de la première règle, nous ne conservons que la chaîne qui possède le plus de termes. »

Après avoir appliqué ces deux règles, la chaîne qui demeure avec le plus de terme est en fait la chaîne la plus influente (hypothèse fixée). En effet, si l'on considère les chaînes possédant le plus grand nombre de termes, on considère alors avec le plus d'exactitude possible les éléments qui ont une influence sur l'exigence fonctionnelle identifiée. Nous sommes alors certain qu'en considérant l'expression ayant le plus de termes, nous englobons tous les éléments pouvant affecter l'exigence fonctionnelle ce qui ne peut être le cas si l'on considère les expressions moins garnies de termes. Le fait de considérer et d'étudier l'expression qui possède le plus de termes assure que nous étudions le pire cas. En effet, si nous répartissons la valeur de l'exigence fonctionnelle entre un grand nombre d'éléments, il en résulte alors de très petites valeurs de dispersions permises pour les éléments impliqués.

Nous venons de voir comment l'approche s'y prend pour réaliser l'élimination des chaînes cinématiques surabondantes ou encore comment l'approche sélectionne la chaîne ayant le plus d'effet sur l'exigence fonctionnelle identifiée. Lorsque la chaîne cinématique avec le plus d'impact est choisie, six équations subsistent toujours soit les six expressions du produit matriciel de l'équation 4.4.

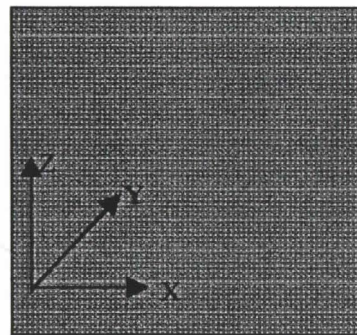
4.5 Élimination des équations non influentes de la chaîne cinématique la plus influente

Les équations que nous venons de trouver sont en fait des équations représentant des déplacements (translations et rotations) selon les trois axes X, Y et Z. Mais dépendamment de la nature de l'exigence fonctionnelle, il n'est pas nécessaire de conserver les six équations puisque certaines d'entre-elles ne sont pas impliquées par cette exigence fonctionnelle.

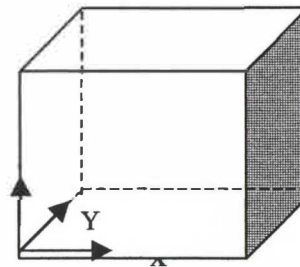
Il en va de soi qu'en fonction de l'exigence fonctionnelle recherchée, un espace physique soit bidimensionnel ou tridimensionnel est généré, espace dans lequel il

est permis au point de l'assemblage mécanique identifié de se déplacer (bornes virtuelles à l'intérieur de laquelle le point identifié par l'exigence fonctionnelle peut se trouver pour que l'assemblage mécanique soit accepté). Cet espace peut soit être un plan ou une ligne dans les cas où l'espace est bidimensionnel et un volume de forme quelconque (généralement sous forme de prisme carré ou rectangulaire ou de forme cylindrique) dans le cas où l'espace est tridimensionnel. En fonction du type d'espace que définit l'exigence fonctionnelle, certaines équations doivent être conservées au détriment des équations n'intervenant pas dans l'espace défini. Par exemple, dans le cas où l'exigence fonctionnelle définit un plan « XZ » comme espace, alors les équations associées à la translation selon « Y » et à la rotation autour de « Y » sont automatiquement éliminées.

Il devient donc intéressant de constater que pour un espace bidimensionnel situé dans un plan, il y a élimination systématique des équations de translation et de rotation autour de l'axe perpendiculaire à cet espace bidimensionnel. Pour un espace tridimensionnel, les six équations doivent être conservées. La figure 4.5 démontre deux différents espaces, bidimensionnel et tridimensionnel, dans lesquels il est possible de voir la relation entre les axes X, Y et Z et l'espace associé à l'exigence fonctionnelle.



Bidimensionnel



Tridimensionnel

Figure 4.5 : *Espaces associés à des exigences fonctionnelles quelconques*

L'espace bidimensionnel de la figure 4.5 démontre clairement pourquoi il est possible d'éliminer systématiquement les équations de translation et de rotation autour de l'axe « Y » puisque ces équations n'ont aucune influence sur un plan

« XZ ». Que des défauts dans la pièce aient pour conséquence de déplacer le point indiqué par l'exigence fonctionnelle dans une direction perpendiculaire au plan ombragé n'a aucune importance (espace prescrit par l'exigence fonctionnelle). Donc dans une telle situation, se sont les équations de translation et de rotation autour des axes « X » et « Z » qui devront être conservées.

Quant à la figure de droite, elle illustre l'implication des trois axes. À partir de cette constatation, on comprend pourquoi il est nécessaire de conserver les six expressions (3 translations et 3 rotations) qui font intervenir les trois axes simultanément.

CHAPITRE CINQUIÈME

EXEMPLES D'APPLICATION

5.1 Notation

Avant de démontrer ce qui vient d'être énoncé, voyons la notation utilisée à travers nos exemples. De cette façon, il sera possible de mieux comprendre le contenu des matrices ainsi que leur signification.

- D_i^j : translation d'un système d'axe i à un système d'axe j correspondant aux dimensions linéaires au dessin.
- d_i^j : translation d'un système d'axe i à un système d'axe j correspondant aux Degrés de Liberté (DDL) d'une paire d'éléments cinématiques.
- Ω_i^j : rotation d'un système d'axe i à un système d'axe j correspondant aux dimensions angulaires retrouvées au dessin.
- ω_i^j : rotation d'un système d'axe i à un système d'axe j correspondant aux Degrés de Liberté (DDL) d'une paire d'éléments cinématiques.

Les exemples présentées aux sections suivantes sont des exemples simples qui permettent de bien visualiser le fonctionnement l'approche pour des assemblages mécaniques de base.

5.2 Première chaîne cinématique pour la condition fonctionnelle EF1 sans DDL

Notre premier exemple se réfère à la figure suivante :

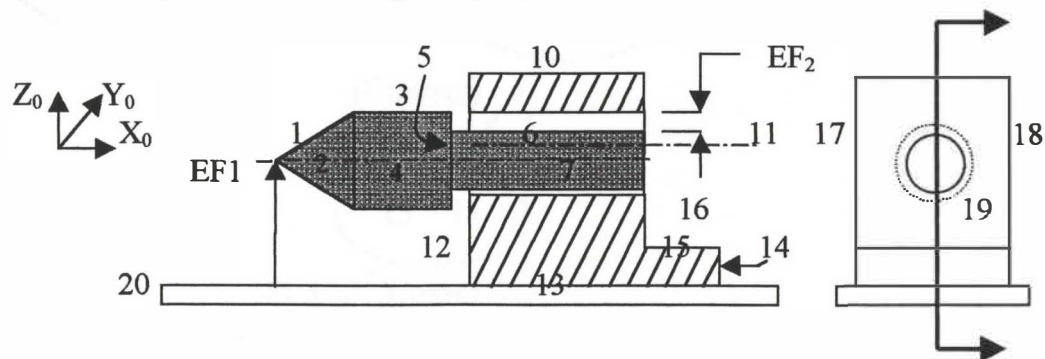


Figure 5.1 : Assemblage quelconque avec ses éléments fonctionnels identifiés

Nous trouvons une première chaîne cinématique associée à l'exigence fonctionnelle EF1 de cet assemblage :

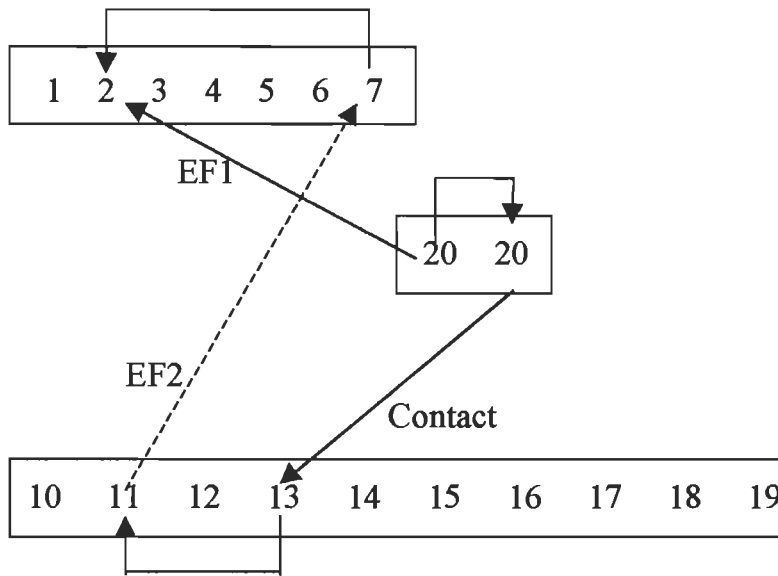


Figure 5.2 : Établissement des chaînes cinématiques

À noter la présence d'une ligne pointillée dans la figure 5.2. Cette ligne représente, de façon implicite, une seconde exigence fonctionnelle, EF2. Cette exigence fonctionnelle est dite implicite puisqu'elle spécifie une condition pour que l'assemblage puisse être réalisé, soit l'assurance que la pointe puisse s'insérer dans l'alésage (un jeu doit forcément exister entre la pointe et l'alésage). La figure 3.7 du chapitre troisième illustre la structure arborescente qu'occasionne les éléments fonctionnels liés en paire. Il est aussi possible de remarquer, sur cette figure, que les éléments dans les ballons en gras sont en fait le résultat de la chaîne cinématique de la figure 5.2. Les éléments soulignés sont les éléments en contact avec l'exigence fonctionnelle. Reprenons cette figure 3.7 en ne conservant que les éléments qui nous intéressent, il nous reste alors :

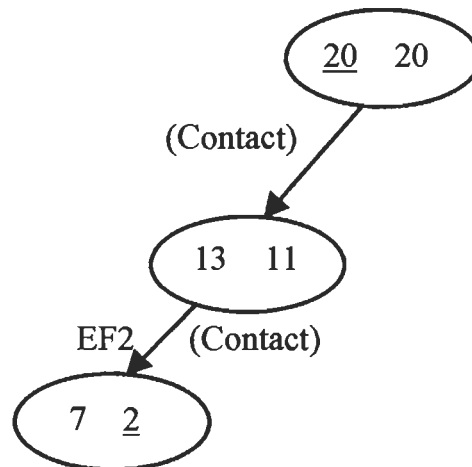


Figure 5.3 : Arborescence de la première chaîne cinématique

Sur la figure 5.3, sont identifiés des contacts. Ceci se traduit par le contact entre la surface 20 et la surface 13 ainsi que le contact (hypothétique) entre l'axe de l'alésage ,11, et l'axe, 7, du plus petit cylindre qui compose la pointe. De cette arborescence, si nous reprenons la figure 5.1 de l'assemblage pour y faire apparaître les systèmes d'axes correspondant aux paires d'éléments fonctionnels et aux paires d'éléments cinématiques, nous aurions :

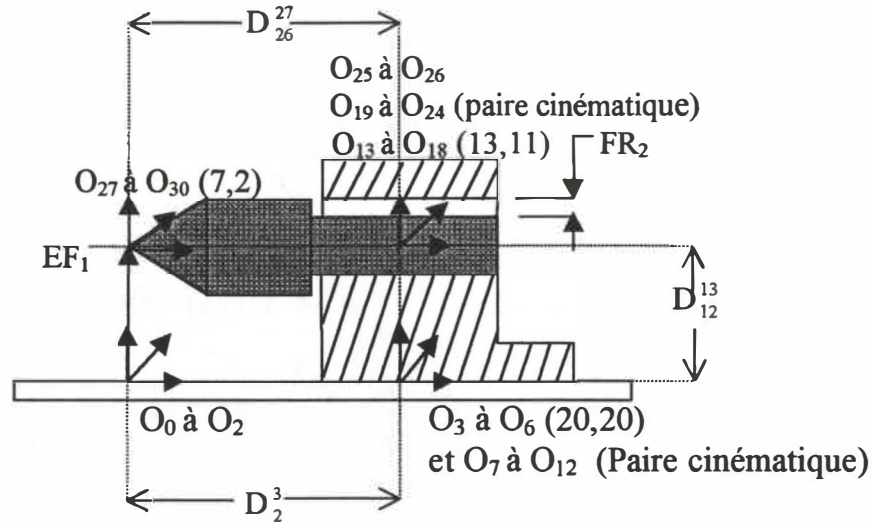


Figure 5.4 : Association des systèmes d'axes aux éléments.

En tenant compte des hypothèses suivantes, nous pouvons suivre la méthodologie proposée par l'approche. Voici ces hypothèses :

- Il n'y a pas de variation dans les dimensions angulaires Ω_i^j .
 - tous les systèmes d'axes sont orthogonaux
- Les Degrés de Liberté (DDL) des deux paires cinématiques impliquées dans cet exemple sont négligés (translation d_i^j et rotation ω_i^j).
- Les six dispersions (six systèmes d'axes) d'une paire d'éléments fonctionnels sont toujours réalisées autour de l'axe Z local.

La figure suivante nous montre quelles sont les six transformations que subissent chaque système d'axes pour une même paire d'éléments. Ces transformations permettent d'une part d'extraire les matrices de transformation pour chaque système d'axes et d'autre part, d'établir la matrice Jacobienne. Pour des systèmes d'axes positionnés soit à 0° , 90° ou encore 180° l'un de l'autre, nous obtenons les matrices par simple inspection. La chose n'est pas toujours aussi simple lorsque, par exemple, des angles interviennent dans notre assemblage.

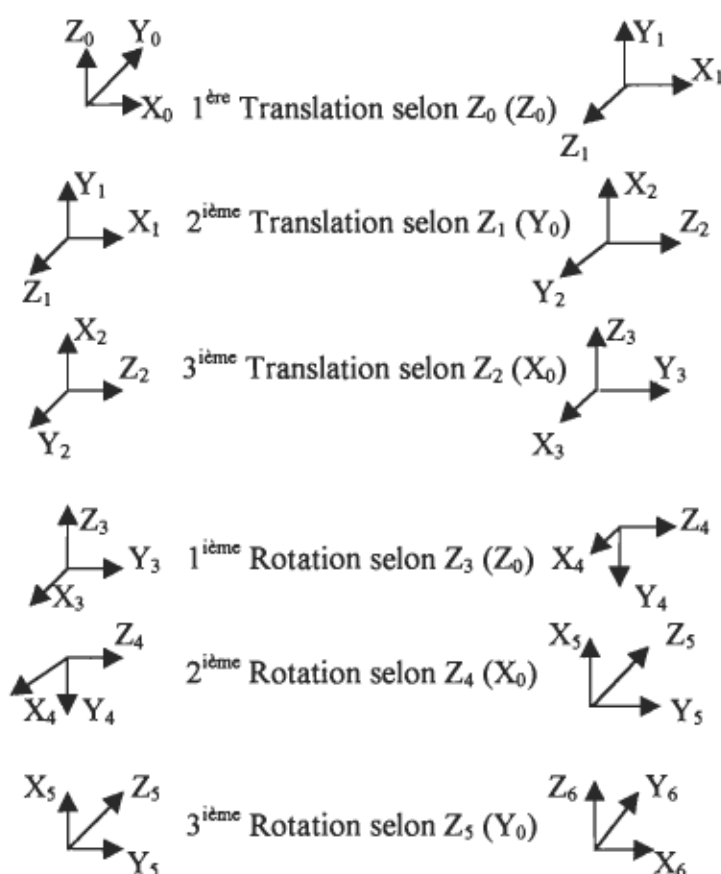


Figure 5.5 : *Systèmes d'axe associés aux transformations*

Voyons comment on obtient nos matrices T_0^n . La matrice T_0^1 est obtenue en considérant la position des trois axes de O_1 par rapport à O_0 . Comme nous pouvons le remarquer l'axe X_1 n'a pas changé d'orientation, alors la première colonne reste inchangée. Par contre, dans le cas des deux autres axes il y a réorientation de celles-ci. L'axe Y_1 se retrouve à la position de Z_0 (la deuxième colonne de T_0^1 est alors modifiée et un 1 apparaît à la troisième ligne) et l'axe Z_1 correspond à l'axe Y_0 mais dans la direction opposée (dans la troisième colonne apparaît alors un -1 à la deuxième ligne). De plus, comme aucune translation n'a eu lieu, les trois premières lignes de la quatrième colonne reste à 0. Il est facile de réaliser cette tâche lorsque les systèmes sont tous à 90° . Un deuxième exemple nous démontrera les difficultés rencontrées pour des systèmes d'axe autrement positionnés.

Nous avons alors les matrices suivantes associées aux six première transformations soit celles de O_0 à O_6 :

$$\begin{aligned}
 T_0^1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_0^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_0^3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 T_0^4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_0^5 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_0^6 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Noter bien que la position des systèmes d'axes est aléatoire. Dans l'exemple, la position des systèmes d'axes est dans un unique but, celui de simplifier et de schématiser les opérations à l'intérieur desquelles les déplacements sont réalisés. Cette simplification favorise la compréhension puisque seulement des déplacements à angles droits sont réalisés.

Les transformations précédentes nous démontrent que pour les systèmes d'axe O_0 à O_2 , aucune translation n'a eu lieu. Par contre, pour la translation en Z_2 (soit en X global), une translation correspondant à D_2^3 est apparue et qui est bien visible à la figure 5.4 puisque du système d'axe O_2 au système d'axe O_3 , il y a eu déplacement en X global (mais toujours selon l'axe Z local). Cette transformation apparaît alors dans la matrice T_0^3 . Comme entre les systèmes d'axe O_3 et O_{12} aucune transformation (translations ou rotations) n'a eu lieu, (O_6 étant devenu le point de départ pour les six transformations suivantes), voici ce que nous obtenons comme matrices de transformation :

$$\begin{aligned}
 T_0^7 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_0^8 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_0^9 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 T_0^{10} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_0^{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & T_0^{12} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Pour le passage des systèmes d'axe O_{12} à O_{18} , nous remarquons qu'une translation a lieu selon le « Z » global (D_{12}^{13}) et nous obtenons :

$$T_0^{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{15} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{16} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{17} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{18} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tout comme dans le cas des systèmes d'axe O_6 à O_{12} , les systèmes d'axe O_{18} à O_{24} sont superposés sur un même système soit le O_{18} . Nous obtenons dans ce cas :

$$T_0^{19} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{20} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{23} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{24} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour la dernière transformation, il nous faut réaliser une translation selon l'axe « X » global (D_{26}^{27}). Nous avons donc comme matrices les suivantes :

$$T_0^{25} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{26} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{27} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 + D_{26}^{27} \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{28} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 + D_{26}^{27} \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{29} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 + D_{26}^{27} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{30} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 + D_{26}^{27} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

À partir de ces matrices de transformations, nous avons la possibilité de construire la matrice Jacobienne qui elle s'obtient à l'aide des deux équations vues au quatrième chapitre soit les suivantes:

$$J_i = \begin{bmatrix} \vec{z}_0^{i-1} \\ \vec{0} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Transformations de translation} \quad (\text{Eq : 5.1})$$

et

$$J_i = \begin{bmatrix} \vec{z}_0^{i-1} \times (\vec{d}_0^n - \vec{d}_0^i) \\ \vec{z}_0^{i-1} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Transformations de rotation} \quad (\text{Eq : 5.2})$$

Voyons de façon détaillée comment les Jacobiens sont obtenus. Pour les transformations de translation, la tâche est plus simple. Les trois premiers termes de notre vecteur colonne sont les trois premières lignes de la troisième colonne de la transformé précédente. Les trois derniers termes sont simplement des zéros (0). Donc pour J_1 , les trois premiers termes sont en fait la troisième colonne de T_0 , soit (0, 0, 1) et les trois derniers, des zéros

Pour les transformations associées aux translations, les Jacobiens sont obtenus à partir de l'équation 5.1 et nous avons :

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour les transformations associées aux rotations, nous obtenons les Jacobiens à l'aide de l'équation 5.2. Voyons un exemple de calcul pour ces Jacobiens de rotation :

$$J_4 = \begin{bmatrix} \vec{z}_0^3 \times (\vec{d}_0^{30} - \vec{d}_0^3) \\ \vec{z}_0^3 \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad (\vec{d}_0^{30} - \vec{d}_0^3) = \begin{bmatrix} D_2^3 + D_{26}^{27} \\ 0 \\ D_{12}^{13} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_2^3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{26}^{27} \\ 0 \\ D_{12}^{13} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{z}_0^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

on obtient alors:

$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ D_{26}^{27} & 0 & D_{12}^{13} \end{bmatrix} = (0, D_{26}^{27}, 0) \quad \text{d'où les termes composants } J_4 \text{ sont } (0, D_{26}^{27}, 0, 0, 0, 1)$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{26}^{27} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad J_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ -D_{12}^{13} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_6 = \begin{bmatrix} D_{12}^{13} \\ 0 \\ -D_{26}^{27} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour les transformations suivantes, le même raisonnement est suivi et ceci donne pour la totalité des matrices trouvées;

$$J_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_9 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{10} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{26}^{27} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad J_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ -D_{12}^{13} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{12} = \begin{bmatrix} D_{12}^{13} \\ 0 \\ -D_{26}^{27} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour les matrices de transformation totale T_0^7 à T_0^{12}

$$J_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{14} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{15} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{16} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{26}^{27} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad J_{17} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{18} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -D_{26}^{27} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour les matrices de transformation totale T_0^{13} à T_0^{18}

$$J_{19} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{20} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{21} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{26}^{27} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad J_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{24} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -D_{26}^{27} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour les matrices de transformation totale T_0^{19} à T_0^{24}

$$J_{25} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{26} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{27} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{28} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad J_{29} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad J_{30} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour les six dernières transformations soit T_0^{25} à T_0^{30}

Maintenant nous avons toutes les matrices requises pour tirer les équations qui nous permettront de voir quels éléments ont de l'influence sur l'exigence identifiée. Pour ce faire, nous allons établir la matrice (6 x 30) à partir des Jacobiens précédemment trouvés et réaliser le produit avec le vecteur unitaire des petits déplacements (δ et $\delta\phi$).

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & (D_{26}^{27}) & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta z_0 \\ \delta z_1 \\ \delta z_2 \\ \delta\phi z_3 \\ \delta\phi z_4 \\ \delta\phi z_5 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta z_{24} \\ \delta z_{25} \\ \delta z_{26} \\ \delta\phi z_{27} \\ \delta\phi z_{28} \\ \delta\phi z_{29} \end{bmatrix}$$

Voici donc les équations résultant du produit des matrices élaborées plus haut :

$$\delta x_{30} = \delta z_2 + \underline{\delta \phi z_5} \cdot D_{12}^{13} + \delta z_8 + \delta \phi z_{11} \cdot D_{12}^{13} + \delta z_{14} + \delta z_{20} + \delta z_{26}$$

$$\delta y_{30} = -\delta z_1 - \delta \phi z_3 \cdot D_{26}^{27} - \delta \phi z_4 \cdot D_{12}^{13} - \delta z_7 - \delta \phi z_9 \cdot D_{26}^{27} - \delta \phi z_{10} \cdot D_{12}^{13} - \delta z_{13} - \delta \phi z_{15} \cdot D_{26}^{27} - \delta z_{19} \\ - \delta \phi z_{21} \cdot D_{26}^{27} - \delta z_{25}$$

$$\delta z_{30} = \delta z_0 + \underline{\delta \phi z_5} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_6 + \delta \phi z_{11} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{12} + \delta \phi z_{17} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{18} + \delta \phi z_{23} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{24}$$

$$\delta \phi x_{30} = \delta \phi z_4 + \delta \phi z_{10} + \delta \phi z_{16} + \delta \phi z_{22} + \delta \phi z_{28}$$

$$\delta \phi y_{30} = \underline{\delta \phi z_5} + \delta \phi z_{11} + \delta \phi z_{17} + \delta \phi z_{23} + \delta \phi z_{29}$$

$$\delta \phi z_{30} = \delta \phi z_3 + \delta \phi z_9 + \delta \phi z_{15} + \delta \phi z_{21} + \delta \phi z_{27}$$

(Eq.:5.3)

5.3 Deuxième chaîne cinématique pour la condition fonctionnelle EF1 sans DDL

Avant de passer à l'analyse des résultats obtenus, regardons à quoi correspondent les différentes équations pour une seconde chaîne cinématique issue du même exemple. La différence avec cette chaîne réside dans le fait que nous ne faisons plus attention au trou dans lequel s'insère la pointe, mais plutôt de l'état de deux surface en contact soit la surface 12 ainsi que la surface annulaire 5. La figure 5.7 de la page suivante illustre l'assemblage mécanique ainsi que les différents systèmes d'axes qui y sont associés. La figure 5.6 quant à elle démontre la deuxième chaîne cinématique associée à l'exigence fonctionnelle EF1 pour cet assemblage :

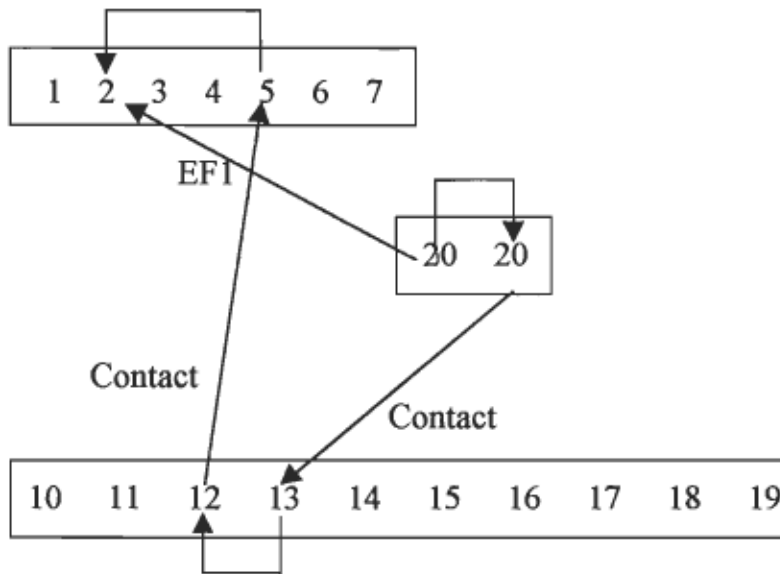


Figure 5.6 : Établissement des chaînes cinématiques

La description des contacts est encore ici relativement simple à comprendre. Il s'agit du contact entre les deux mêmes surfaces de base que l'exemple précédent soit les surfaces 20 et 13 ainsi que le contact entre les surfaces 12 du bloc et la surface 5 (disque) du plus gros cylindre de la pointe.

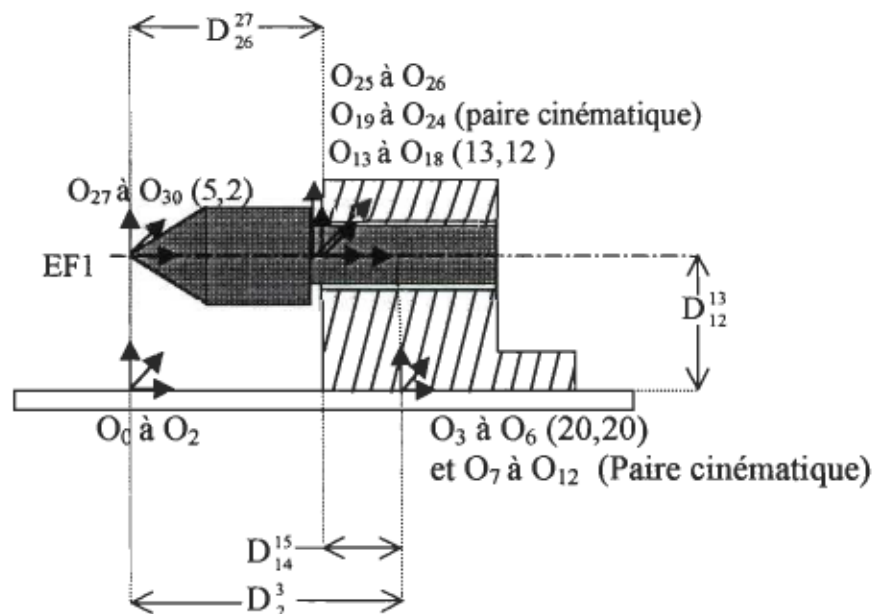


Figure 5.7 : Association des systèmes d'axes aux éléments (seconde chaîne)

Voici la structure arborescente qu'occasionnent les éléments fonctionnels liés par paire. Il est aussi possible de remarquer sur cette figure que les éléments encerclés par les ballons sont en fait le résultat de la chaîne cinématique de la figure 5.7 en page précédente. Tout comme pour le premier exemple, les deux éléments soulignés correspondent aux éléments en contact direct avec l'exigence fonctionnelle.

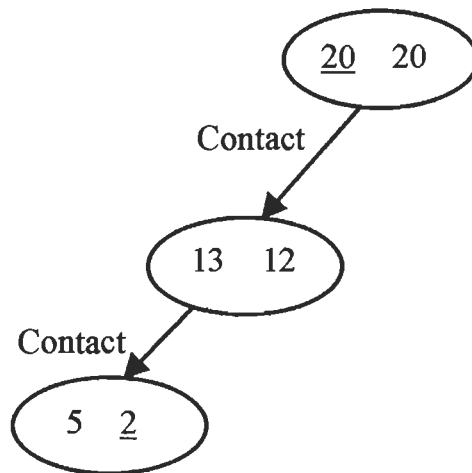


Figure 5.8 : *Arborescence de la deuxième chaîne cinématique*

En suivant la même méthodologie préalablement exposée, (i.e. en établissant les matrices de transformation, translations et rotations des systèmes d'axes, ainsi que la matrice Jacobienne pour réaliser le produit vectoriel avec le vecteur unitaire associé aux petits déplacements), nous retrouvons les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \delta x_{30} &= \delta z_2 + \delta \phi_5 \cdot D_{12}^{13} + \delta z_8 + \delta \phi_{11} \cdot D_{12}^{13} + \delta z_{14} + \delta z_{20} + \delta z_{26} \\
 \delta y_{30} &= -\delta z_1 + \delta \phi_3 \cdot (D_{14}^{15} + D_{26}^{27}) - \delta \phi_4 \cdot D_{12}^{13} - \delta z_7 + \delta \phi_9 \cdot (D_{14}^{15} + D_{26}^{27}) - \delta \phi_{10} \cdot D_{12}^{13} - \delta z_{13} + \delta \phi_{15} \cdot D_{26}^{27} - \delta z_{19} \\
 &\quad + \delta \phi_{21} \cdot D_{26}^{27} - \delta z_{25} \\
 \delta z_{30} &= \delta z_0 - \delta \phi_5 \cdot (D_{14}^{15} + D_{26}^{27}) + \delta z_6 - \delta \phi_{11} \cdot (D_{14}^{15} + D_{26}^{27}) + \delta z_{12} - \delta \phi_{17} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{18} - \delta \phi_{23} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{24} \\
 \delta \phi_{30} &= \delta \phi_4 + \delta \phi_{10} + \delta \phi_{16} + \delta \phi_{22} + \delta \phi_{28} \\
 \delta \phi_{30} &= \delta \phi_5 + \delta \phi_{11} + \delta \phi_{17} + \delta \phi_{23} + \delta \phi_{29} \\
 \delta \phi_{30} &= \delta \phi_3 + \delta \phi_9 + \delta \phi_{15} + \delta \phi_{21} + \delta \phi_{27}
 \end{aligned}
 \tag{Eq.:5.4}$$

5.4 Première chaîne cinématique pour EF1 en considérant une dimension angulaire ainsi que le DDL de la pointe dans l'alésage

Ce type d'expressions nous permet de bien voir les effets qu'ont les dimensions angulaires (Ω_i^j) de même que les degrés de liberté sur un assemblage comme celui des exemples précédents. Dans le cas où la pointe est insérée à un angle $\Omega_{17}^{18} = \Omega_{17}^{18} + 90^\circ$ dans le bloc de base, voir figure 5.9 suivante, nous aurions eu comme résultat les expressions qui suivent: (le terme $+90^\circ$ est nécessaire dans l'établissement des systèmes d'axe selon la convention que nous nous sommes donnés). Noter la notation adoptée pour les Degrés de Liberté (DDL) dans les assemblages. Les termes d_i^j et ω_i^j (minuscule) sont la représentation des translations et rotations dus aux Degrés de Liberté. Dans l'exemple, le DDL considéré est celui entre l'axe de la pointe et l'alésage dans le bloc, soit entre la paire d'élément fonctionnel cylindre-cylindre. Nous pourrions à partir de cet exemple, tirer, pour ce cas particulier d'assemblage, les six équations générales.

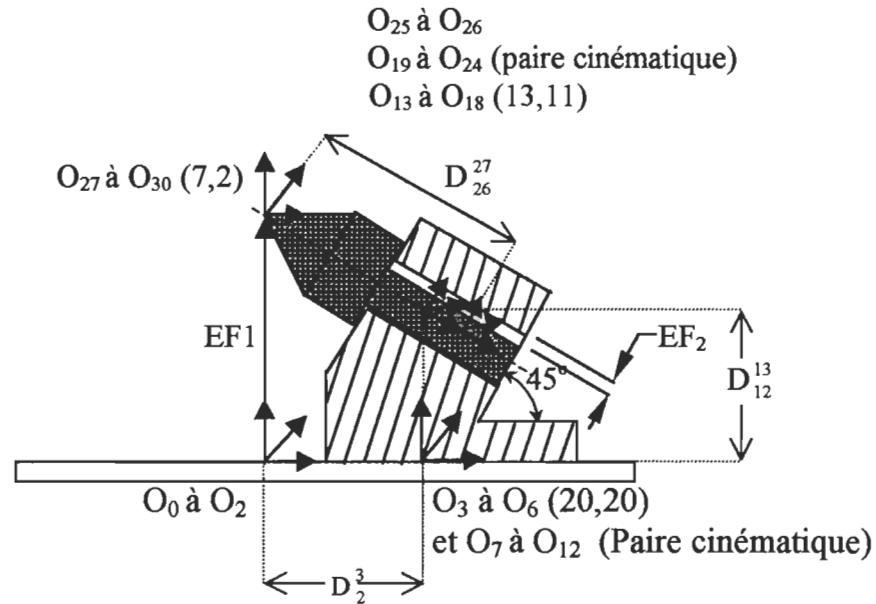


Figure 5.9 : Association des systèmes d'axes aux éléments pour des dimensions angulaires.

Nous avons alors les matrices suivantes associées aux six première transformations soit celles de O₀ à O₆ :

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les transformations précédentes nous démontrent que pour les systèmes d'axe O₀ à O₂, aucune translation n'a eu lieu. Par contre, pour la translation en Z₂ (soit en X global), une translation correspondant à D₂³ est apparue et qui est bien visible à la figure 5.9 puisque du système d'axe O₂ au système d'axe O₃, il y a eu déplacement en X global (mais toujours selon l'axe Z local). Cette transformation apparaît alors dans la matrice T₀³. Comme entre les systèmes d'axe O₃ et O₁₂ aucune transformation (translations ou rotations) n'a eu lieu, voici ce que nous obtenons comme matrices de transformation :

$$T_0^7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^9 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour le passage des systèmes d'axe O_{12} à O_{18} , nous remarquons qu'une translation a lieu selon « Z » global (D_{12}^{13}) en plus d'une rotation Ω_{17}^{18} autour de « Y » global et nous obtenons :

$$T_0^{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{15} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{16} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{17} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{18} = \begin{bmatrix} S\Omega_{17}^{18} & 0 & -C\Omega_{17}^{18} & D_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ C\Omega_{17}^{18} & 0 & S_{17}^{18} & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les expressions $S\Omega$ et $C\Omega$ ne sont que le sinus ainsi que le cosinus de l'angle omega exprimé sous forme symbolique. Tout comme dans le cas des systèmes d'axe O_6 à O_{12} , les systèmes d'axe O_{18} à O_{24} sont superposés sur un même système soit le O_{18} . La seule différence dans ce cas est la considération du degré de liberté cylindre-cylindre d_{20}^{21} et ω_{22}^{23} . Même si nous savons qu'en pratique il nous est impossible de quantifier un degré de liberté, il est très intéressant de voir leur impact sur l'assemblage. Nous obtenons dans ce cas :

$$T_0^{19} = \begin{bmatrix} S\Omega_{17}^{I18} & -C\Omega_{17}^{I18} & 0 & D_2^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ C\Omega_{17}^{I18} & S\Omega_{17}^{I18} & 0 & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_0^{20} = \begin{bmatrix} -C\Omega_{17}^{I18} & 0 & S\Omega_{17}^{I18} & D_2^3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ S\Omega_{17}^{I18} & 0 & C\Omega_{17}^{I18} & D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{21} = \begin{bmatrix} 0 & S\Omega_{17}^{I18} & -C\Omega_{17}^{I18} & d_{20}^{21}S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\Omega_{17}^{I18} & S\Omega_{17}^{I18} & d_{20}^{21}C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{22} = \begin{bmatrix} 0 & C\Omega_{17}^{I18} & S\Omega_{17}^{I18} & d_{20}^{21}S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -S\Omega_{17}^{I18} & C\Omega_{17}^{I18} & d_{20}^{21}C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{23} = \begin{bmatrix} C\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & S\Omega_{17}^{I18} & -C\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & d_{21}^{22}S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ -C\omega_{22}^{I23} & 0 & -S\omega_{22}^{I23} & 0 \\ -S\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} & S\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & d_{20}^{21}C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{24} = \begin{bmatrix} -S\Omega_{17}^{I18} & -C\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & d_{21}^{22}S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ 0 & -S\omega_{22}^{I23} & -C\omega_{22}^{I23} & 0 \\ C\Omega_{17}^{I18} & S\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & -S\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & d_{20}^{21}C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour la dernière transformation, il nous faut réaliser une translation selon l'axe « X » global (D_{26}^{27}). Nous avons donc comme matrices les suivantes :

$$T_0^{25} = \begin{bmatrix} S\Omega_{17}^{I18} & C\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & d_{21}^{22}S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ 0 & -C\omega_{22}^{I23} & S\omega_{22}^{I23} & 0 \\ C\Omega_{17}^{I18} & -S\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & -S\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & d_{20}^{21}C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{26} = \begin{bmatrix} C\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & S\Omega_{17}^{I18} & d_{21}^{22} S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ -C\omega_{22}^{I23} & S\omega_{22}^{I23} & 0 & 0 \\ -S\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & -S\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} & d_{20}^{21} C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{27} = \begin{bmatrix} C\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & S\Omega_{17}^{I18} & C\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & -D_{26}^{27} S\Omega_{17}^{I18} + d_{21}^{22} S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ S\omega_{22}^{I23} & 0 & -C\omega_{22}^{I23} & 0 \\ -S\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} & -S\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & -D_{26}^{27} C\Omega_{17}^{I18} + d_{20}^{21} C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{28} = \begin{bmatrix} C\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & -C\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & S\Omega_{17}^{I18} & -D_{26}^{27} S\Omega_{17}^{I18} + d_{21}^{22} S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ S\omega_{22}^{I23} & C\omega_{22}^{I23} & 0 & 0 \\ -S\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & S\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} & -D_{26}^{27} C\Omega_{17}^{I18} + d_{20}^{21} C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{29} = \begin{bmatrix} C\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & S\Omega_{17}^{I18} & -C\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & -D_{26}^{27} S\Omega_{17}^{I18} + d_{21}^{22} S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ -C\omega_{22}^{I23} & 0 & -S\omega_{22}^{I23} & 0 \\ -S\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} & S\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & -D_{26}^{27} C\Omega_{17}^{I18} + d_{20}^{21} C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^{30} = \begin{bmatrix} S\Omega_{17}^{I18} & -C\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & C\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & -D_{26}^{27} S\Omega_{17}^{I18} + d_{21}^{22} S\Omega_{17}^{I18} + D_2^3 \\ 0 & -S\omega_{22}^{I23} & -C\omega_{22}^{I23} & 0 \\ C\Omega_{17}^{I18} & S\Omega_{17}^{I18} C\omega_{22}^{I23} & -S\Omega_{17}^{I18} S\omega_{22}^{I23} & -D_{26}^{27} C\Omega_{17}^{I18} + d_{20}^{21} C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La démonstration des Jacobiens n'est pas démontré ici car nous l'avons réalisé pour le premier exemple à la section 5.2. Mes voici toutefois les équations résultantes pour les tranformations précédentes.

En supposant les termes suivants pour éviter de charger les expressions des équations:

Soit:

$$B = -D_{26}^{27} C\Omega_{17}^{I18} + d_{20}^{21} C\Omega_{17}^{I18} + D_{12}^{13}, \quad (\text{Eq.5.5}) \quad C = -D_{26}^{27} S\Omega_{17}^{I18} + d_{20}^{21} S\Omega_{17}^{I18} \quad (\text{Eq.:5.6})$$

$$D = -D_{26}^{27} C\Omega_{17}^{I18} + d_{20}^{21} C\Omega_{17}^{I18} \quad (\text{Eq.:5.7})$$

Nous avons donc les équations suivantes:

$$\begin{aligned}
 \delta \underline{x}_{30} &= \delta \underline{x}_2 + \delta \underline{\phi}_5 \cdot B + \delta \underline{x}_8 + \delta \underline{\phi}_{11} \cdot B + \delta \underline{x}_{14} + \delta \underline{\phi}_{17} \cdot D - C \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{x}_{18} + S \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{x}_{20} + D_{26}^{27} C \Omega_{17}^{I18} S \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{23} + C \Omega_{17}^{I18} S \omega_{22}^{I23} \delta \underline{x}_{24} \\
 &+ C \Omega_{17}^{I18} C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{x}_{25} + S \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{x}_{26} \\
 \delta y_{30} &= -\delta \underline{x}_1 + C \Omega_{17}^{I18} \cdot \delta \underline{\phi}_3 - \delta \underline{\phi}_4 \cdot B - \delta \underline{x}_7 + \delta \underline{\phi}_9 \cdot C - \delta \underline{\phi}_{10} \cdot B - \delta \underline{x}_{13} + \delta \underline{\phi}_{15} \cdot C - \delta \underline{\phi}_{16} \cdot D - \delta \underline{x}_{19} - D_{26}^{27} \delta \underline{\phi}_{21} - D_{26}^{27} C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{23} - \\
 &C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{x}_{24} + S \omega_{22}^{I23} \delta \underline{x}_{25} \\
 \delta \underline{x}_{30} &= \delta \underline{x}_0 - \delta \underline{\phi}_5 \cdot C + \delta \underline{x}_6 - \delta \underline{\phi}_{11} \cdot C + \delta \underline{x}_{12} - \delta \underline{x}_{17} \cdot C + S \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{x}_{18} + C \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{x}_{20} - D_{26}^{27} S \omega_{17}^{I18} \cdot \delta \underline{\phi}_{23} - S \Omega_{17}^{I18} S \omega_{22}^{I23} \delta \underline{x}_{24} - \\
 &S \Omega_{17}^{I18} C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{x}_{25} + C \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{x}_{26} \\
 \delta \underline{\phi}_{30} &= \delta \underline{\phi}_4 + \delta \underline{\phi}_{10} + \delta \underline{\phi}_{16} - C \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{\phi}_{21} + S \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{\phi}_{22} - C \Omega_{17}^{I18} C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{23} + C \Omega_{17}^{I18} S \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{27} + S \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{\phi}_{28} - \\
 &C \Omega_{17}^{I18} C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{29} \\
 \delta \phi_{30} &= \delta \underline{\phi}_5 + \delta \underline{\phi}_{11} + \delta \underline{\phi}_{17} - S \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{23} - C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{27} - S \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{29} \\
 \delta \underline{\phi}_{30} &= \delta \underline{\phi}_3 + \delta \underline{\phi}_9 + \delta \underline{\phi}_{15} + S \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{\phi}_{21} + C \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{\phi}_{22} + S \Omega_{17}^{I18} C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{23} - S \Omega_{17}^{I18} S \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{27} + C \Omega_{17}^{I18} \delta \underline{\phi}_{28} + \\
 &S \Omega_{17}^{I18} C \omega_{22}^{I23} \delta \underline{\phi}_{29}
 \end{aligned}$$

(Eq.:5.8)

Comme nous le voyons avec les expressions d'une pointe placée à angle, l'influence des dimensions angulaires est bien prise en compte. Ces expressions le démontrent bien avec des termes comme $S \omega_{22}^{I23}$, $C \omega_{22}^{I23}$, $S \Omega_{17}^{I18}$ ou $C \Omega_{17}^{I18}$ où la valeur de Ω_{17}^{I18} vaut dans le cas présent 45 degrés et celle de ω_{22}^{I23} est en fait un DDL dont la valeur peut varier infinitésimalement. Ces expressions sont générales puisqu'en remplaçant les valeurs des angles (Ω) ou encore des déplacements dû soit aux dimensions physiques de l'assemblage (D) ou encore de la valeur accordée aux degrés de liberté (δ ou ω).

5.5 Première chaîne cinématique pour EF1 en considérant le degré de liberté cylindre-cylindre : une translation et une rotation sont permises

Le dernier exemple illustre que l'influence des Degrés de Liberté (cylindre-cylindre) que l'assemblage à l'étude présente. Nous retrouverions alors dans les expressions finales, des termes comme d_i^j et ω_i^j (minuscule) soit les notations des translations et rotations dues aux Degrés de Liberté. Les expressions suivantes sont un bon exemple de ces Degrés de Liberté. Il s'agit des expressions finales du même assemblage lorsque le degré de liberté Cylindre-Cylindre est pris en

considération. La figure 5.10 présente un cas dans lequel les Degrés de Liberté tournent autour de l'axe « X » global et où d_x et ω_x représentent les DDL.

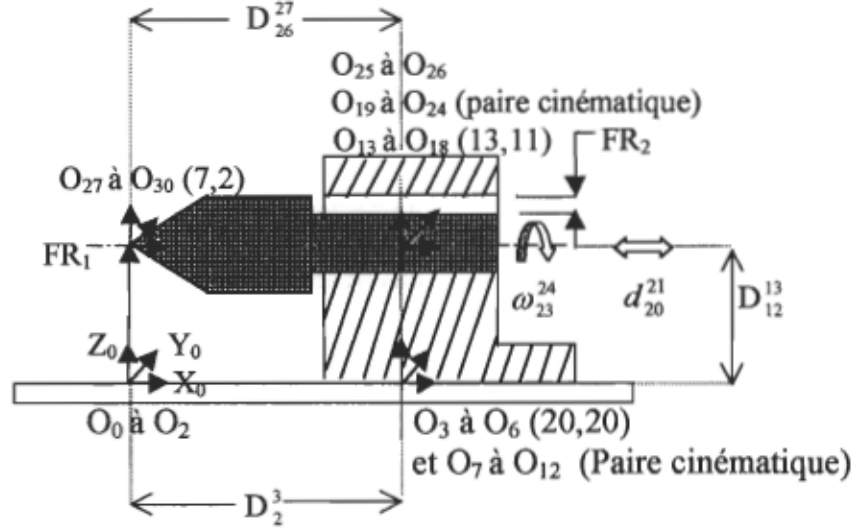


Figure 5.10 : Association des systèmes d'axes aux différents éléments pour la première chaîne cinématique en considérant un degré de liberté.

Voici les équations qui en ressortent :

$$\underline{\delta x_{30}} = \underline{\delta x_2} + \underline{\delta \phi_5} \cdot (D_{12}^{13}) + \underline{\delta x_8} + \underline{\delta \phi_{11}} \cdot (D_{12}^{13}) + \underline{\delta x_{14}} + \underline{\delta x_{20}} + \underline{\delta x_{26}}$$

$$\underline{\delta y_{30}} = -\underline{\delta x_1} + \underline{\delta \phi_3} \cdot (d_{20}^{21} + D_{26}^{27}) - \underline{\delta \phi_4} \cdot (D_{12}^{13}) - \underline{\delta x_7} + \underline{\delta \phi_9} \cdot (d_{20}^{21} + D_{26}^{27}) - \underline{\delta \phi_{10}} \cdot (D_{12}^{13}) - \underline{\delta x_{13}} + \underline{\delta \phi_{15}} \cdot (d_{20}^{21} + D_{26}^{27}) - \underline{\delta x_{19}} + \underline{\delta \phi_{21}} \cdot (D_{26}^{27}) + \underline{\delta \phi_{23}} \cdot (S\omega_{23}^{24} D_{26}^{27}) - \underline{\delta x_{24}} \cdot (S\omega_{23}^{24}) - \underline{\delta x_{25}} \cdot (C\omega_{23}^{24})$$

$$\underline{\delta x_{30}} = \underline{\delta x_0} - \underline{\delta \phi_5} \cdot (d_{20}^{21} + D_{26}^{27}) + \underline{\delta x_6} - \underline{\delta \phi_{11}} \cdot (d_{20}^{21} + D_{26}^{27}) + \underline{\delta x_{12}} - \underline{\delta \phi_{17}} \cdot (d_{20}^{21} + D_{26}^{27}) + \underline{\delta x_{18}} - \underline{\delta \phi_{23}} \cdot (C\omega_{23}^{24} D_{26}^{27}) + \underline{\delta x_{24}} \cdot (C\omega_{23}^{24}) - \underline{\delta x_{25}} \cdot (S\omega_{23}^{24})$$

$$\underline{\delta \phi_{30}} = \underline{\delta \phi_4} + \underline{\delta \phi_{10}} + \underline{\delta \phi_{16}} + \underline{\delta \phi_{22}} + \underline{\delta \phi_{28}}$$

$$\underline{\delta \phi_{30}} = \underline{\delta \phi_5} + \underline{\delta \phi_{11}} + \underline{\delta \phi_{17}} + \underline{\delta \phi_{23}} \cdot (C\omega_{23}^{24}) - \underline{\delta \phi_{27}} \cdot (S\omega_{23}^{24}) + \underline{\delta \phi_{29}} \cdot (C\omega_{23}^{24})$$

$$\underline{\delta \phi_{30}} = \underline{\delta \phi_3} + \underline{\delta \phi_9} + \underline{\delta \phi_{15}} + \underline{\delta \phi_{21}} + \underline{\delta \phi_{23}} \cdot (S\omega_{23}^{24}) + \underline{\delta \phi_{27}} \cdot (C\omega_{23}^{24}) + \underline{\delta \phi_{29}} \cdot (S\omega_{23}^{24})$$

(Eq : 5.9)

En analysant les expressions finales, il est facile de voir les termes qui représentent les Degrés de Liberté (DDL) soit les termes d_i^j pour les mouvements permis de translation et ω_i^j pour les mouvements permis de rotation, tous deux dus au joint cinématique cylindre-cylindre.

5.6 Analyses des résultats

Pour l'analyse des résultats, attardons nous aux deux premiers exemples. Nous pouvons rapidement constater la grande similarité entre les résultats des deux première chaînes. En effet, comme nous l'avons dit précédemment lors de la présentation de l'approche, les équations les plus significatives de l'exigence fonctionnelle sont celles possédant le plus de termes dans leur expression. À le constater par les résultats obtenus plus haut aux équations 5.3 et 5.4, les expressions δy_{30} ainsi que δz_{30} sont celles qui possèdent le plus de termes et donc, selon nos hypothèses de base, celles qui devraient être les plus influentes sur l'exigence fonctionnelle recherchée.

5.6.1 Éliminations des expressions à partir des deux règles.

En analysant attentivement les deux exemples, on constate que l'exigence fonctionnelle (EF1) pour les deux chaînes cinématiques, décrit un espace plan soit le plan XZ. Donc à l'aide de la première règle, on élimine les expressions δy_{30} , $\delta \phi_{x_{30}}$ et $\delta \phi_{z_{30}}$ des équations 5.3 et 5.4 pour ne garder que les expressions ayant de l'influence dans le plan XZ. En appliquant la seconde règle, on constate que l'expression qui possède le plus de terme, donc la plus influente, est δz_{30} dans l'une ou l'autre des deux chaînes puisque dans le présent cas, le nombre de termes est le même (Dans un tel cas, nous pourrions conclure que les deux chaînes cinématiques sont équivalentes puisque les expressions de δz_{30} ont le même nombre de termes). Conservons l'expression δz_{30} de la première chaîne, (Eq.:5.3), pour le traitement ultérieur. Considérons cette expression comme étant la plus influente sur l'exigence fonctionnelle.

5.6.2 Analyse détaillée des expressions restantes

De l'expression δz_{30} de l'équation 5.3, un terme est particulier. Le terme souligné $\delta \phi_{z_5}$, attire l'attention puisqu'il se retrouve dans quatre des six équations. Ce terme est relié au plan de base (rectitude, planéité, etc...). Noter bien ici la puissance de l'approche. Un terme revient à plusieurs reprise dans différentes expressions et ce terme est, d'une part, relié à un élément sur lequel repose l'assemblage tout entier et d'autre part, l'élément relié à ce terme sert de racine à

l'exigence fonctionnelle EF1. L'approche permet donc d'identifier les termes excessivement critiques pour une exigence fonctionnelle donnée.

5.6.2.1 Liaisons entre équations cinématiques et éléments fonctionnels

En reprenant l'expression δz_{30} de la première des deux chaînes pour en interpréter la signification, nous avons :

$$\delta z_{30} = \delta z_0 + \delta \phi_{z_5} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_6 + \delta \phi_{z_{11}} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{12} + \delta \phi_{z_{17}} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{18} + \delta \phi_{z_{23}} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{24} \rightarrow (Eq : 5.10)$$

Partant de la figure 5.4, on peut associer les différents systèmes d'axes à des éléments fonctionnels. Les systèmes O_0 à O_6 correspondent à l'élément fonctionnel 20, soit un plan réel. Les systèmes O_7 à O_{12} correspondent aussi à un plan réel, soit l'élément fonctionnel 13. Les systèmes O_{13} à O_{18} sont associés à l'élément fonctionnel 11 qui correspond à un axe fictif, soit l'axe du trou dans lequel s'insère l'arbre de la pointe. Quant aux systèmes O_{19} à O_{26} , il s'agit d'un axe fictif qui correspond à l'élément fonctionnel 7, soit l'axe de la partie cylindrique de la pointe qui s'insère dans le bloc. Finalement, les systèmes O_{27} à O_{30} sont associés à l'élément fonctionnel 2, soit un axe fictif ou axe du cône de la pointe.

Considérons l'équation 5.10 terme par terme. On sait que cette expression contient tous les éléments susceptibles d'avoir un impact sur la position verticale de la pointe alors les termes que nous étudions dans cette expression jouent forcément un rôle important sur l'exigence fonctionnelle. Les deux premiers termes, δz_0 et $\delta \phi_{z_5} \cdot D_{26}^{27}$ correspondent à la première translation en « Z » ainsi que la première rotation autour de « Y » en coordonnées globales. Ces termes sont tous les deux associés à l'élément fonctionnel 20, soit le plan de base. Nous pourrions alors conclure que ces termes sont associés à des défauts de forme de ce plan (O_2 et O_3 alors affectés). Conséquences graves puisque D_{26}^{27} agit ici comme bras de levier (voir figure 5.4).

Les deux termes suivants, δz_6 et $\delta \phi_{z_{11}} \cdot D_{26}^{27}$, sont ceux associés à l'élément fonctionnel 13, soit le plan réel de la base du bloc. Comme ce plan est en contact avec le plan de base (élément fonctionnel 20), les termes ont la même signification ou influence sur la position de la pointe puisqu'à la limite, on suppose ces deux plans réels comme étant un même plan (deux plans coplanaires). La signification de ces deux termes est donc exactement celle des deux premiers termes. Les cinquième et sixième termes, δz_{12} et $\delta \phi_{z_{17}} \cdot D_{26}^{27}$ sont quant à eux associés à l'élément fonctionnel 11, soit l'axe fictif de l'alésage dans le bloc dans lequel

s'insère la pointe. Tout comme dans le cas des deux premiers termes, ces termes représentent une translation en « Z » et une rotation autour de « Y » de l'axe fictif. On peut effectivement voir que si l'axe se déplace verticalement ou si celui-ci pivote autour de « Y », cela a pour effet de changer l'orientation de l'alésage et donc de changer la position de la pointe. Ici aussi il faut considérer l'effet de bras de levier qu'occasionne la dimension linéaire D_{26}^{27} . Les termes δz_{18} et $\delta \phi_{z_{23}} \cdot D_{26}^{27}$ représentent la translation en « Z » ainsi que la rotation autour de « Y » de l'axe fictif de la partie de la pointe qui s'insère dans le bloc. La signification et l'impact de ces termes sur la position verticale de la pointe sont les mêmes que pour les termes qui représentent l'axe de l'alésage dans le bloc. Finalement, le dernier terme représente une translation en « Z » de l'axe fictif du cône formant le bout de la pointe. Il est évident qu'une translation en « Z » du dernier système d'axe a pour effet de faire varier l'exigence fonctionnelle. Comme nous avons bien pris conscience de l'importance de chacun des termes qui demeure dans l'expression finale, voyons comment nous les traitons.

En reprenant notre exemple, nous établissons que l'exigence fonctionnelle lie les éléments fonctionnels 20 et 2. Partant de la pointe de l'exigence, nous devons lier les éléments en paires fonctionnelles où seules les paires d'éléments fonctionnels pourront se voir attribuer des dispersions. Comme l'élément 2 est liée à l'élément 7 (2,7→O₂₄ à O₃₀), soit axe fictif-axe fictif, nous devons associer toutes les dispersions qu'il est possible de rencontrer pour une telle paire. Pour l'élément 7 à l'élément 11, nous avons (7,11→O₁₈ à O₂₄). Comme ces deux éléments sont une paire cinématique, aucune dispersion ne peut alors être appliquées. Le lien entre ces deux éléments est réalisé par la deuxième exigence fonctionnelle EF2. On réalise alors le même stratagème pour chacune des paires d'éléments pour obtenir : (11,13→O₁₂ à O₁₈), (13,20→O₆ à O₁₂) et (20,20→O₀ à O₆).

En partant des paires d'éléments fonctionnels, soit (2,7), (11,13) et (20,20), regardons quelles sont les expressions des petits déplacements et leur influence sur l'équation associée à l'exigence fonctionnelle EF1 soit l'expression de δz_{30} .

$$\delta z_{30} = \delta z_0 + \delta \phi_{z_5} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_6 + \delta \phi_{z_{11}} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{12} + \delta \phi_{z_{17}} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{18} + \delta \phi_{z_{23}} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{24}$$

Pour la paire (2,7) nous avons :

- δz_{24}

Pour la paire (11,13) nous avons :

- $\delta z_{12} + \delta \phi_{z_{17}} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{18}$

Pour la paire (20,20) nous avons :

$$\delta z_0 + \delta \phi z_5 \cdot D_{26}^{27} + \delta z_6$$

Comme on le remarque, deux termes de l'expression de δz_{30} , (Eq.:5.10), ne sont pas impliqués si l'on considère les paires d'éléments fonctionnel. Il s'agit des termes suivants :

$$\delta \phi z_{11} \cdot D_{26}^{27}$$

$$\delta \phi z_{23} \cdot D_{26}^{27}$$

Ces termes correspondent à deux rotations autour de « Y » global et qui, multipliées par le bras de levier D_{26}^{27} , peuvent avoir de sérieux impacts sur la position verticale de l'extrémité de la pointe. C'est pourquoi l'équation δz_{30} comporte ces termes. La raison pour laquelle ces termes ne sont pas considérés est la suivante. Il s'agit en fait de termes associés à des paires cinématiques, donc des éléments qui ne peuvent être tolérancés entre eux comme le prévoit la cotation fonctionnelle. En fait, il s'agit ici d'expressions correspondant aux passages de la surface (20) à la surface (13) et de l'axe du bloc (11) à l'axe de la pointe (7). Donc comme les paires d'éléments (20,13) et (11,7) ne font pas partie de la même pièce, on ne peut donc les tolérer comme le prévoit la cotation fonctionnelle. Par contre, on peut envisager la possibilité que des tolérances de planéité pour (20,13) et de parallélisme pour (11,7) deviennent nécessaires pour tenir compte des expressions $\delta \phi z_{11} \cdot D_{26}^{27}$ et $\delta \phi z_{23} \cdot D_{26}^{27}$. Il serait fort intéressant d'en faire l'étude.

5.7 Transposition des équations cinématiques

Comment alors, à partir des équations, faire le lien mathématique entre les dispersions et les équations? L'approche propose une méthode simple mais efficace. Il s'agit d'abord de quantifier l'exigence fonctionnelle et de répartir de façon égale cette valeur entre le nombre de paire d'éléments fonctionnels. Si le nombre de paire d'éléments fonctionnels est de trois (comme notre exemple), alors la valeur de l'exigence fonctionnelle sera divisée et répartie en trois parties égales. Les équations prennent donc l'allure suivante :

Pour la paire (2,7) :

$$\delta z_{24} = 1/3 \text{ (Exigence fonctionnelle EF1)} \quad (\text{Eq : 5.11})$$

Pour la paire (11,13) :

$$\delta z_{12} + \delta \phi z_{17} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{18} = 1/3 \text{ (Exigence fonctionnelle EF1)} \quad (\text{Eq : 5.12})$$

Pour la paire (20,20) :

$$\delta z_0 + \delta \phi_5 \cdot D_{26}^{27} + \delta z_6 = 1/3 \text{ (Exigence fonctionnelle EF1)} \quad (\text{Eq : 5.13})$$

En analysant de façon plus détaillée chacune de ces expressions, il est possible de se rendre compte que pour chaque paire d'éléments fonctionnels est associé une certaine valeur que la ou les dispersion(s) de ces paires d'éléments ne doivent dépasser pour l'assurance du bon fonctionnement de l'assemblage. Pour la paire d'éléments (2,7), (Eq.:5.11), on voit que δz_{24} est en fait un déplacement ou une translation selon « X » équivalent à 1/3 de la valeur totale de l'exigence fonctionnelle. Ceci veut dire que les dispersions associées à cette paire d'éléments fonctionnels (deux axe fictifs) ne peuvent totaliser, en les additionnant, plus du tiers de la valeur de l'exigence fonctionnelle. En admettant qu'une seule dispersion est associée à cette paire d'éléments fonctionnels, soit une dispersion de parallélisme, alors il en résultera une zone de tolérance de forme cylindrique dont le diamètre équivaut au tiers de la valeur de l'exigence fonctionnelle. Dans les cas où deux ou encore plusieurs dispersions sont associées à une paire d'éléments, les zones de tolérance associées aux différentes dispersions se verront attribuées soit la moitié de la valeur de l'exigence, si deux dispersions sont présentes, ou moins dépendamment du nombre de dispersions.

Quant aux paires d'éléments (11, 13) et (20, 20), on remarque une similarité entre les équations 5.12 et 5.13. Le fait d'explicitier l'une d'entre elle reprend la démonstration de l'autre. Prenons la paire d'éléments (11, 13). À cette paire est associée l'équation 5.12 soit $\delta z_{12} + \delta \phi_{17} \cdot D_{26}^{27} + \delta z_{18} = 1/3$ EF1. Dans cette équation, on retrouve deux termes associés à des translations selon l'axe « Z », (δz_{12} ainsi que δz_{18}) et un terme particulièrement intéressant associé à une rotation autour de l'axe « Y » ($\delta \phi_{17} \cdot D_{26}^{27}$). Ce dernier terme vient démontrer qu'une dimension linéaire ou un déplacement (D_{26}^{27}) joue un rôle de bras de levier dans la rotation autour de « Y » et a, par conséquent, énormément d'influence sur un déplacement selon « Z ». Quant aux deux autres termes de l'équation, il s'agit de translations selon l'axe « Z ». Ceci dit, on ne peut faire ici comme précédemment avec un partage égal du tiers de la valeur de l'exigence fonctionnelle pour l'établissement des zones de tolérance pour les trois termes de l'équation. Nous devons par contre nous assurer que la somme des trois zones de tolérance totalise le tiers de l'exigence fonctionnelle.

Pour la présente équation 5.12, nous devons porter une grande attention au terme contenant la dimension D_{26}^{27} puisque celle-ci, agissant comme un bras de levier, a pour effet de multiplier la valeur de l'exigence fonctionnelle que l'on attribuera

pour ce terme. Sachant que la valeur pour chacune des trois équations, (Eq.:5.11 à 5.13), est égale ($1/3$ EF1), et que la dimension D_{26}^{27} est connue, il est possible d'obtenir le nombre de degrés de la rotation autour de « Y » à ne pas dépasser pour demeurer à l'intérieur de la portion du $1/3$ de EF1 associée à ce terme. Une fois ce nombre de degrés trouvés, nous arrivons à déterminer correctement la zone de tolérance. La même procédure est employée pour l'équation 5.13 des éléments (20, 20).

L'approche vue plus haut présente une façon intéressante, en deux parties, de lier les équations des chaînes cinématiques aux types de dispersions. Il y a d'abord association des chaînes cinématiques aux paires d'éléments fonctionnels. Ensuite, il y a association entre les paires d'éléments fonctionnels et les dispersions.

CHAPITRE SIXIÈME

CONCLUSION

6.1 Utilisations possibles de l'approche

La présente approche peut être appliquée à trois tâches distinctes : la synthèse des tolérances; l'analyse de ces tolérances; l'identifications de la ou des chaînes cinématiques les plus influentes. Voyons en détails ces trois applications.

6.1.1 La synthèse des tolérances

L'intention première du concepteur est de limiter la position ou encore l'orientation des pièces à l'intérieur de zones de tolérance dont les dimensions dépendent de l'intervalle de tolérance assigné à l'exigence fonctionnelle et la forme dépend de la géométrie des éléments fonctionnels impliqués. À partir des systèmes d'axes ou origines O_n , il est possible de modéliser, en assignant les valeurs appropriées aux membres de gauche de l'équation 4.7, l'influence de défauts d'une pièce sur un assemblage mécanique. En prenant comme exemple l'exigence fonctionnelle EF1 de la figure 3.3, en utilisant une des deux chaînes cinématiques identifiées dans le GEF, la fonctionnalité de l'assemblage pourrait se traduire par :

$$\begin{bmatrix} dx_{30} \\ dy_{30} \\ dz_{30} \\ d\phi_{x30} \\ d\phi_{y30} \\ d\phi_{z30} \end{bmatrix} = J \cdot \begin{bmatrix} d\bar{q}_{FE1} \\ d\bar{q}_{FE2} \\ d\bar{q}_{FE3} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq : 6.1})$$

où dz_{30} et $d\phi_{y30}$ donneront les valeurs correspondantes à l'intervalle de tolérance voulu pour l'exigence fonctionnelle. Quant aux autres valeurs soit dx_{30} , dy_{30} , $d\phi_{x30}$ et $d\phi_{z30}$, nous dirons que ces données sont non significatives pour ce qui est recherché comme intervalle de tolérance ou bien que ces valeurs n'ont pas d'influence sur l'exigence fonctionnelle étudiée. Le concepteur n'est alors pas concerné par des translations soit en x ou en y ni par des rotations autour des axes « X » et « Z », ce dernier, se trouvant à être l'axe du cône.

La multiplication de la partie de droite de l'équation 6.1 nous donnera donc trois équations avec lesquelles nous pourrions trouver et quantifier les petits déplacements des éléments fonctionnels (Synthèse des tolérances). La valeur numérique de ces petits déplacements est issue de la grandeur de l'intervalle de tolérance qui est apposée au dessin.

6.1.2 L'analyse et le traitement des tolérances

En utilisant le modèle mathématique présenté, nous pouvons aussi détecter l'influence des tolérances dimensionnelles et géométriques qui dans le cas présent sont assumées prescrites sur le dessin de l'assemblage. Ceci correspond au cas où le terme à l'extrême droite de l'équation 6.1 contient des valeurs qui reflètent les intervalles de tolérance spécifiés au dessin. Pour une chaîne ayant deux paires d'éléments fonctionnels, nous aurions :

$$\begin{bmatrix} dx_{30} \\ dy_{30} \\ dz_{30} \\ d\phi x_{30} \\ d\phi y_{30} \\ d\phi z_{30} \end{bmatrix} = J \cdot \begin{bmatrix} dx_0 \\ \vdots \\ d\phi z_5 \\ \vdots \\ dx_6 \\ \vdots \\ d\phi z_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq : 6.2})$$

Il est clair que toutes les dispersions d'un élément fonctionnel ne doivent pas obligatoirement être tolérancées. Parmi les termes de la matrice de droite, certains seront bien certainement redondants. Selon ce que le concepteur désire tolérer, (un déplacement ou une translation selon l'axe Y_0), il est évident que les termes associés aux déplacements selon les axes X_0 ou Z_0 ne seront pas intéressants à conserver ni à étudier. Ces termes seront sans aucun doute redondants et devront être mis de côté. Le produit avec le Jacobien donnera les valeurs des termes de gauche qui permettront d'analyser l'effet des intervalles de tolérance sélectionnés à l'intérieur des limites de l'exigence fonctionnelle (analyse des tolérances).

6.1.3 Identification des chaînes les plus influentes

L'identification de la chaîne la plus influente se fait de façon relativement logique. Il s'agit de suivre les étapes énoncées à la section 5.6 et d'appliquer les règles que nous avons élaborées. La première règle stipule que les chaînes issues d'une même exigence fonctionnelle et qui possèdent moins de paires d'éléments impliqués sont éliminées. Pour appliquer cette règle, nous devons analyser les chaînes cinématiques dont nous sommes en présence. Comme on le constate, les chaînes cinématiques des sections 5.2 et 5.3 sont issues de la même exigence fonctionnelle, EF1 et ont de plus, le même nombre de paires d'éléments fonctionnels. Donc comme la première règle ne peut réaliser l'élimination d'une chaîne, nous sommes forcément obligés de conserver ces deux chaînes pour ensuite les mener vers l'application de la deuxième règle.

La deuxième règle stipule que si des chaînes possèdent le même nombre de paires d'éléments fonctionnels, alors on doit éliminer les chaînes dont les expressions de déplacements virtuels possèdent le moins de termes. Les expressions δx_{30} , δy_{30} , δz_{30} , $\delta \phi x_{30}$, $\delta \phi y_{30}$ et $\delta \phi z_{30}$ sont les expressions qui composent les deux chaînes cinématiques. En principe, les éléments fonctionnels leur étant associés doivent être identifiés pour l'attribution des dispersions. Comme les expressions δx_{30} , δy_{30} , δz_{30} , $\delta \phi x_{30}$, $\delta \phi y_{30}$ et $\delta \phi z_{30}$ des deux chaînes cinématiques possèdent un nombre identiques de termes, la deuxième règle n'arrive pas à cerner laquelle des chaînes doit être conservée au dépend de l'autre. Nous devons alors pousser davantage l'étude des expressions et ce, en analysant à quelles expressions correspond l'exigence fonctionnelle recherchée.

En analysant attentivement les deux séries d'expressions, on constate que les expressions δy_{30} , dans les deux chaînes, ne sont pas réellement influentes puisque ces expressions ne correspondent pas à l'exigence fonctionnelle EF1 qui contrôle plutôt une position verticale (plan XZ). Par conséquent, ces équations, même si elles possèdent le plus de termes, doivent être mise de côté aux dépens des expressions δx_{30} et δz_{30} qui elles, arrivent au deuxième rang avec leur nombre de terme.

6.2 Forces versus faiblesses de l'approche

La proposition ou l'approche présentée ici rend compte que d'importants problèmes rencontrés en cotation fonctionnelle assistée sont en partie solutionnés. De plus, il est possible de tenir compte simultanément des tolérances dimensionnelles et géométriques. La plus grande force de cette approche est

qu'elle repose sur un modèle mathématique. Comme il a été possible de le voir, la puissance des matrices Jacobiennes permet de déterminer la position d'un point en fonction de six degrés de liberté associés à des défauts de surface ou des imperfections dans les pièces en contact dans un assemblage mécanique quelconque. On peut alors localiser de manière précise l'influence d'un défaut de surface ou autre d'un élément, même très éloigné de l'exigence fonctionnelle de l'assemblage sur une condition fonctionnelle donnée. Ceci permet d'identifier les pièces critiques d'un assemblage même très complexe. À la limite, il est possible d'identifier quelles sont les pièces qui devront être fabriquées avec plus ou moins de précision. Ceci en fait alors un outil très puissant en conception puisqu'il rend compte des impacts des différents choix de conception et ce, en temps réel. En effet, cette approche permet à l'utilisateur de voir quelle est l'influence d'orienter des objet avec ou sans angles. Elle permet aussi de visualiser l'impact d'une variation dimensionnelle de différentes pièces qui composent l'assemblage en cours de développement. Cette interactivité en temps réel entre le concepteur, ses produits et les exigences fonctionnelles de la conception font de cette approche un outil très intéressant.

La force de cette approche réside dans le fait qu'elle réalise le lien entre les chaînes cinématiques et les dispersions. Il est important, après avoir identifié les chaînes cinématiques les plus influentes, de faire correspondre les dispersions aux éléments des chaînes. Il s'agit ici du principe même de l'approche et de ce qui la caractérise ou la distingue des autres approches présentées jusqu'ici. Il est aussi possible de réaliser un choix parmi toutes les dispersions possibles de la ou des dispersion(s) les plus représentatives pour une paire d'éléments fonctionnels donnée. En effet il possible de suggérer une dispersion au dépend d'une autre si celle retenue contient, par sa définition géométrique (forme de l'enveloppe), la dispersion délaissée.

La faiblesse de l'approche réside dans le fait que le calcul matriciel réalisé dans l'identification des chaînes cinématiques les plus influentes ne donne qu'un seul point. Nous dirons alors que les résultats sont ponctuels. En prenant la figure 6.1, on se souvient que l'exigence fonctionnelle identifiait l'extrémité de la pointe insérée dans le bloc par rapport à un plan de référence. Il a été démontré que la zone de tolérance dans cette situation correspondait à un plan « XZ » dont la dimension « Z » équivalait l'intervalle de tolérance (IT) et la dimension en « X » était unitaire puisque tous les déplacement étaient orthogonaux (tous à 90^0). Les résultats obtenus par le produit matriciel ne donnent en fait qu'un point parmi tous ceux disponibles dans la zone de l'IT. Il faudrait par conséquent refaire le produit matriciel mainte fois pour l'obtention d'un nuage de points autour de la zone de tolérance en évitant de se baser uniquement sur le résultat du calcul d'un seul point.

L'importance d'obtenir un nuage de points plutôt qu'un seul, est que la valeur de la tolérance attribuée aux paires d'éléments fonctionnels peut différer suivant l'endroit où l'on se trouve dans la zone de tolérance. En effet, il est possible pour une paire d'éléments fonctionnels donnée, suite à un premier point obtenu, qu'il ait une très faible valeur d'intervalle de tolérance et que pour un second point cette valeur d'intervalle de tolérance augmente quelque peu. Faudrait-il explorer les limites de la zone de tolérance pour parvenir à inclure tous les points possibles ou encore procéder de manière statistique pour éviter de recommencer de nombreuses fois le produit matriciel?

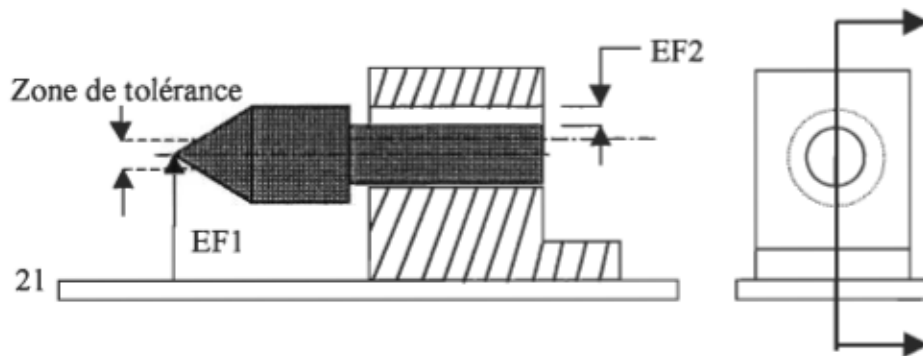


Figure 6.1: *Position ponctuelle à l'intérieur de la zone de tolérance.*

Un autre maillon faible de l'approche est celui de l'ampleur que peuvent prendre les matrices Jacobiennes lorsque les assemblages sont composés d'un nombre important de pièces. Même si la capacité mémoire ne semble plus être un problème pour les ordinateurs d'aujourd'hui, il n'en demeure pas moins que de tels calculs peuvent être difficiles à réaliser et peuvent aussi prendre beaucoup de temps à être solutionnés.

6.3 Études ultérieures

Certains points demeurent inexplorés et se doivent de l'être afin de valoriser d'avantage cette approche. L'étude de la zone de tolérance, les résultats ponctuels obtenus du produit matriciel et les valeurs des intervalles de tolérances sont tous des points à explorer plus en détail. Comme nous avons pu le constater, la présente recherche ne démontre à aucun endroit comment on peut diviser l'intervalle de tolérance pour ensuite le distribuer à chacune des paires d'éléments fonctionnels. Il est important de quantifier ces intervalles de tolérance de sorte que la somme de tous les intervalles des dispersions donne en fait la valeur de l'intervalle de tolérance de l'exigence fonctionnelle. C'est ce que nous appelons le balancement des intervalles de tolérance.

Il est évident que la recherche présentée dans ces quelques pages n'est peut-être qu'une amorce pour de futurs développements en matière de tolérancement et de cotation fonctionnelle assistée. Il s'agit maintenant de valider l'approche pour un ensemble de pièces beaucoup plus complexe que celui suggéré dans cette approche. Il est aussi impératif que cette méthode soit "codée" pour en valider la puissance. Nous devons vérifier que les mathématiques et l'algèbre vectorielle sont des outils suffisamment puissants pour contenir tous les cas possibles de combinaisons d'éléments fonctionnels.

La génération systématique des chaînes cinématiques à partir d'entités à l'écran ou de fichiers de dessins quelconques serait une partie à développer puisqu'il a été mentionné au début de la démonstration de l'approche qu'il ne s'agissait ici que d'une hypothèse de base. Il serait donc intéressant de voir l'élaboration de modules qui puissent directement à partir d'un dessin, extraire tous les éléments fonctionnels et ensuite, en partant de l'exigence fonctionnelle, générer les chaînes cinématiques.

Finalement, le module de quantification des dispersions se doit d'être élaboré pour compléter la cotation fonctionnelle assistée. Il est bon d'identifier les chaînes cinématiques les plus influentes et d'associer à ces chaînes les dispersions associées aux éléments fonctionnels. Par contre, il n'est d'aucune utilité pratique de réaliser tout ce raisonnement si nous n'arrivons pas à lier la théorie à la pratique.

RÉFÉRENCES

1. Bond et S. Z. Ahmed, "Knowledge-based automatic dimensioning", *Artificial Intelligence in Engineering*, Computational Mechanics Publications, 4(1), pp. 32-40, 1989.
2. N. S. Bernstein, K. Preiss, "Representation of tolerance information in solid models", in *International Conference on CAD/CAM and AMT in Israel. CIRP Sessions on tolerancing for function in a CAD/CAM environment, Proceedings*, vol. 2, Jerusalem, Israel. 11-14 December 1989, pp.37-48.
3. A. A. G. Requicha, "Mathematical models of rigid solid objects", Technical Memo 28, Production Automation Project, University of Rochester, U.S.A., (1977).
4. A. A. G. Requicha, "Toward a theory of geometric tolerancing", *The International Journal of Robotics Research*, 2(4), pp.45-60, winter 1983.
5. A. A. G. Requicha et S. C. Chan, "Representation of geometric features, tolerances, and attributes in solid modelers based on constructive geometry", *IEEE Journal of Robotics and Automation*, RA-2(3), pp.156-166, September 1986.
6. R. Jayaraman et V. Sprinivasan, "Geometric tolerancing: I. Virtual boundary requirements", *IBM Journal of Research and Development*, 33(2), pp.90-104, March 1989.
7. J. U. Turner, "A vector space approach to the mathematical representation of tolerances on mechanical parts", *IBM Technical Report*, TR 00.3383, 13 May 1986.
8. A. Wurst, "Vectorial tolerancing for production quality control and functional analysis in design", *CIRP International Working Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, Penn State University, 16-17 May 1991, pp.77-84.
9. A. Desrochers et A. Clément, "A Dimensioning and Tolerancing Assistance Model for CAD/CAM Systems", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v9, pp.352-361. 1994.
10. R. H. Johnson "Dimensioning and tolerancing final report", Report R-84-GM-02.2 *Computer Aided Manufacturing International*, U.S.A. 1985.
11. D. C. Gossard, R. P. Zuffante, et H. Sakurai. "Representing dimensions, tolerances and features in MCAE systems", *IEEE Comput. Graph. and Applic.* Vol 8 No 2, pp.51-59, 1988.
12. W. Michael et J. N. Siddall, "The optimization problem with optimal tolerance assignment and full acceptance", *ASME Trans. J. Mech. Des.* Vol 103, October 1981, pp.842-848.
13. S. Liu et Z. Dong., "A solid boundary based tolerance representation model", DE-Vol.44-2, *Advances in Design Automation*, Volume 2, ASME, 1992.

- 14.D. B. Parkinson., "Tolerancing of component dimensions in CAD", *Comput-Aided Des.* Vol 16, No 1, pp.25-32, 1984.
- 15.B. K. A. Ngoi et Y. C. Kuan, (1995), "Tolerance charting: the state-of-the-art review", *International Journal of Computer Applications in Technology*, Vol. 8, Nos 3/4, pp.229-242.
- 16.L. Laperrière., "Identifying and Quantifying Functional Elements Dispersions During Functional Analysis",
- 17.G. Zhang, et M. Porchet., "Some new developments in tolerance design in CAD", DE-Vol. 65-2, *Advances in Design Automation - Volume 2*, ASME 1993.
- 18.F. Öztürk., F. Çavdar, et O. Alankus., "A computer based approach to dimensioning and tolerancing", PD-Vol. 64-5, *Engineering Systems Design and Analysis*, Volume 5, ASME 1994.
- 19.B. K. A. Ngoi. et O. C. Teck., "A Complete Tolerance Charting System", *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No. 2, 453-459, 1993.
- 20.U. Roy, C. R. Liu et T. C. Woo., "Review of dimensioning and tolerancing: representation and processing", *Computer-Aided Design*, Volume 23, No. 7, September 1991, pp.466-483.

BIBLIOGRAPHIE

G. A. Britton, K. Whybrew et S. B. Tor., "An Industrial Implementation of Computer-Aided Tolerance Charting", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, (1996) Springer-Verlag, London Limited.

B. K. A. Ngoi, C. S. Tan, et L. C. Goh., (1996), "A graphical approach to assembly tolerance stack analysis: the 'Quickie GDT' methode", *International Journal of Computer Applications in Technology*, Vol. 9, No. 4, pp.193-210.

V. S. Kulkarni et S. S. Pande., "Representation of feature relationship tolerances in solid models", *International Journal of Production Research*, (1996), Vol. 34, No. 7, pp.1975-1994.

D. I. Legge., "Integration of design and inspection systems - a literature review", *International Journal of Production Research*, 1996, vol. 34, No. 5, pp. 1221-1241.

D. Mennier et M. N. Mliki., "Intégration de la cotation fonctionnelle assistée par ordinateur dans les systèmes de CFAO. Aide à la mise en oeuvre des méthodes de l'ingénierie simultannée", *Proceeding of the First International Conference : IDMME*, 1996, Nantes, France, pp.1513-1523.

*M. N. Mliki et D. Mennier., "Dimensioning and Functional Tolerancing Aided by Computer in CAD/CAM Systems", 1995, IEEE, pp.421-428.

Jami J. Shah et B. C. Zhang, "Attributed Graph Model for Geometric Tolerancing", DE-Vol. 44-2, *Advances in Design Automation - Volume 2*, ASME, 1992.

K. M. Yu, S. T. Tan et M. F. Yuen., "A Review of Automatic Dimensioning and Tolerancing Schemes", *Engineering with Computers* (1994), Vol. 10, pp. 63-80, Springer-Verlag London Limited

O. Bjorke., "Computer-Aided Tolerancing", Second edition, Division of Production Engineering, The University of Trondheim, The Norwegian Institute of Technology, ASME Press, New York, 1989, 216pp.