

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE POUR L'OBTENTION D'UN
DIPLOME DE MAÎTRE ES SCIENCES APPLIQUÉES EN
ÉLECTRONIQUE INDUSTRIELLE

PAR
MIGUEL BERTOLUCCI

ÉTUDE ET DÉVELOPPEMENT D'UNE REPRÉSENTATION DES
SYSTÈMES DE TRANSPORT D'ÉNERGIE EN CCHT PAR DES
FONCTIONS DE CONVERSION

OCTOBRE 1999

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

« Il n'y a pas de foi inébranlable que celle
qui peut regarder la raison face
à face, à tous les âges de l'humanité. »

Allan Kardec

RÉSUMÉ

La stabilité d'un réseau de transport d'énergie contenant un lien en courant continu à haute tension (CCHT) est fortement influencée par ce lien. Par ailleurs, la stabilité de ce lien, repose sur le régulateur qui contrôle le courant continu de consigne. Une méthode très efficace pour faire la mise au point du régulateur en question est l'emploi d'un simulateur analogique. Dans ce simulateur, on représente les composants du réseau par leur modèle réduit et on les connecte au régulateur. Une fois le système établi, il faut simuler toutes les conditions d'exploitation normales et tous les défauts possibles pour pouvoir évaluer la performance du régulateur. Ce processus est long et coûteux, puisque à chaque fois qu'on modifie les paramètres du régulateur, on doit répéter en grande partie les essais réalisés avant la modification.

La méthode présentée dans ce travail propose une autre avenue pour la vérification de la performance du régulateur du courant continu dès le moment de sa conception. Il s'agit d'une approximation linéaire pour la modélisation d'un convertisseur à 12 pulsations (pont de Graëtz) en utilisant le concept des fonctions de conversion. Une fois que ces fonctions sont connues, on peut arriver aux fonctions de transfert qui représentent la conversion CA/CC/CA, ce qui permet l'utilisation des méthodes classiques pour l'étude de la stabilité. Les équations développées rendent possible aussi une vérification des interactions entre les harmoniques du côté CA et celles du côté CC. L'avantage de cette méthode est sa flexibilité en ce qui a trait aux variations des configurations du réseau électrique, proportionnant une modification facile des données utilisées pour le calcul des fonctions de transfert du système.

Le résultat principal obtenu est le développement détaillé de la théorie présentée très sommairement dans la référence [2]. Il a été possible de démontrer les équations qui y ont été mentionnées et encore plusieurs autres. La théorie des fonctions de conversion ainsi que le développement des équations représentatives d'un pont de Graëtz dans le domaine fréquentiel composent les parties essentielles de ce mémoire, car jusqu'à présent il n'y avait pas de travaux décrivant de façon minutieuse cette méthode de modélisation d'une transmission d'énergie contenant un lien en CCHT.

REMERCIEMENTS

Je remercie le professeur Venkatachari Rajagopalan pour avoir accepté d'être mon directeur de recherche pendant trois ans. Son support a été fondamental pour que je puisse compléter mon travail de recherche. Je ne peux que lui souhaiter une très heureuse retraite!

À mon cher codirecteur de recherche, le professeur Ziwen Yao, merci beaucoup pour tous ses conseils judicieux et toute sa patience. Il a été capable de comprendre mes difficultés d'étudiant-travailleur et de flexibiliser ses horaires pour faire le suivi du travail.

Je remercie au professeur Pierre Sicard pour sa direction pendant la période finale de ce travail, ainsi que pour son support non officiel --mais tout à fait très important-- pendant toute la durée de mon cours de maîtrise.

Je rends hommage au corps professoral de la maîtrise en électronique industrielle pour leur compétence dans les domaines de l'enseignement et de la recherche et pour m'avoir transmis moult connaissances.

Je tiens à remercier aussi M. Göte Liss, ingénieur chez ABB à Ludvika, en Suède, pour le soutien dans le développement de la théorie décrite dans mon travail de recherche.

Merci beaucoup aussi à M. Don Menzies pour tous ses conseils.

À mes parents, João et Zélia, ma gratitude éternelle pour m'avoir préparé pour les défis de la vie.

À mes enfants, Daniela, Ana Helena et Carolina, merci tout simplement pour être là pour remplir mon existence de bonheur.

À mon épouse, Dulce, merci pour sa compréhension, son soutien, bonté, son encouragement. Merci pour avoir enduré mes innombrables fins de semaine d'étude. Merci pour me rendre la vie plus belle. À toi chérie, tout mon amour.

Table de matières

Titre	Page
Résumé	i
Remerciements	ii
Table de Matières	iv
Liste des Tableaux	ix
Liste des figures	x
Liste des symboles et des abréviations	xii
I-Introduction	1
II-Description du système et de sa modélisation par des fonctions de transfert	5
2.1-Introduction	5
2.2- Description d'un système typique	5
2.3-Modélisation par des fonctions de transfert	7
2.4-Conclusion	10
III-Méthode pour le calcul des fonctions de transfert pour des convertisseurs basés sur le pont de Graëtz	13
3.1-Introduction	13
3.2-Description de la méthode	13
3.3-Développement d'une expression générale pour les fonctions de transfert basée sur les fonctions de conversion	14
3.4-Calcul de la fonction de transfert totale	17
3.5-Conclusion	18
IV-Calcul des fonctions de conversion pour un convertisseur à six pulsations	20
4.1 Introduction	20
4.2-Considérations initiales	21

4.3-Définition de la fonction de conversion K_{uR} reliant les variations des tensions de phase et les variations de tension CC	23
4.4-Définition de la fonction de conversion reliant les variations du courant continu (ΔI_d) aux variations du courant de phase avec α constant (α_0)	25
4.5-Détermination de la fonction de conversion $K_{\alpha R}$ reliant la variation de l'angle d'amorçage ($\Delta\alpha$) et la variation du courant de phase (ΔI_R), en maintenant le courant CC constant	28
4.6-Application des fonctions de conversion pour le calcul des fonctions de transfert G_i et G_o	31
4.7-Détermination des fonctions de conversion pour un pont de Graëtz possédant un transformateur connecté en $Y - \Delta$	32
4.7.1-Description du circuit	32
4.7.2-Calcul des fonctions de conversion k_U, k_{Ia} et k_{Ib} pour $\alpha = \alpha_0$ (constant) et pour un courant qui varie $I_d = I_{d_0} + \Delta I_d$	34
4.7.3-Calcul pour $I_d = I_{d_0}$ et pour $\alpha = \alpha_0 - \Delta\alpha$	39
4.7.4-Commentaires et conclusions	39
V-Décomposition en série de Fourier des fonctions de conversion	41
5.1-Introduction	41
5.2-Décomposition en série de Fourier d'une onde carrée	41
5.3-Définition des décompositions en série de Fourier pour les diverses fonctions de conversion	45
5.4-Expression générale des fonctions de conversion dans sa forme complexe	53
5.5-Fonctions de conversion d'un transformateur convertisseur	53
5.5.1-Considérations initiales	53
5.5.2-Expressions des termes K_{Un} , k_{Un} et $K_{Un} + k_{Un}$	54

5.5.3-Expressions des termes K_{Ia_n} , k_{Ia_n} et $K_{Ia_n} + k_{Ia_n}$	56
5.5.4-Expressions des termes K_{Ib_n} , k_{Ib_n} et $K_{Ib_n} + k_{Ib_n}$	58
5.5.5-Expressions des termes K_{a_n} , k_{a_n} et $K_{a_n} + k_{a_n}$	60
5.5.6-Détermination des expressions pour K_{e_n} , G_I , G_a et a	62
5.5.7-Tableaux résumant les formules développées	63
VI-Calcul des expressions des fonctions de transfert G_I - G_6	67
6.1-Introduction	67
6.2- Développement de l'expression pour la fonction $G_1 = \Delta\alpha/\Delta e$	67
6.3- Développement de l'expression pour la fonction $G_2 = \Delta U_{d_2}/\Delta I_d$	70
6.3.1-Introduction	70
6.3.2-Développement d'expressions auxiliaires pour le calcul de G_{21} et G_{22}	71
6.3.3-Développement de l'expression pour la fonction G_{21}	73
6.3.4-Développement de l'expression pour la fonction G_{22}	74
6.4-Développement de l'expression pour la fonction $G_3 = \Delta U_{d_1}/\Delta I_d$	75
6.4.1-Introduction	75
6.4.2-Développement d'expressions auxiliaires pour le calcul de G_{31} et G_{32}	77
6.4.3-Développement de l'expression pour la fonction G_{31}	79
6.4.4-Développement de l'expression pour la fonction G_{32}	81
6.5- Développement de l'expression pour la fonction $G_4 = \frac{\Delta e_{11}^* - \Delta e_{21}}{\Delta\alpha}$	83
6.5.1-Introduction	83
6.5.2-Développement de l'expression pour la fonction G_{41}	84
6.5.3-Développement de l'expression pour la fonction G_{42}	86
6.6- Développement de l'expression pour la fonction $G_5 = \frac{\Delta e_{12}^* - \Delta e_{22}}{\Delta I_d}$	89
6.6.1-Introduction	89

6.6.2-Développement de l'expression pour la fonction G_{s1}	91
6.6.3-Développement de l'expression pour la fonction G_{s2}	92
6.6.4-Développement de l'expression pour la fonction G_{s3}	93
6.6.5-Développement de l'expression pour la fonction G_{s4}	94
6.6.6-Développement de l'expression pour la fonction	95
$G'_6 = \frac{\Delta e_c}{\Delta I_d}$	
6.6.7- Conclusion	96
VII- Validation des résultats	98
7.1- Introduction	98
7.2-Code MATLAB pour les fonctions G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 et G'_6	99
7.3-Validation	99
7.3.1 Considérations initiales	99
7.3.2 Développement du modèle incluant le contrôleur du courant continu (I_d)	101
7.3.3 Définition du contrôleur	104
7.3.4 Développement d'un générateur d'impulsions d'amorçage des thyristors du pont de Graëtz en incluant une modulation	107
7.3.5 Choix des conditions de simulation	108
7.3.6 Comparaison entre la valeur théorique et la valeur calculée par simulation de la fonction G_2	109
7.4-Conclusion	113
VIII-Conclusion et recommandations	115
Références	117
Annexe A: Calcul de la fonction de transfert G_s	119
Annexe B: Vérification des équations (6.28) et (6.29)	123
Annexe C: Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_1	128
Annexe D: Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de	129

transfert G_s	
Annexe E: Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_s	132
Annexe F: Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_s	134
Annexe G: Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_s	136
Annexe H: Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G'_6	139
Annexe I : Description des composants du circuit de la figure 7.7	140
Annexe J : Définition des paramètres du circuit de puissance (figure 7.3)	146
Annexe K : Comparaison entre la méthode classique et les fonctions de conversion	147
Annexe L : Présentation des valeurs mesurées pour la fonction G_{21_6}	151

Liste des Tableaux

Tableau 5.1: Fonctions utilisées dans le calcul des fonctions de transfert d'un convertisseur à 12 pulsations.	63
Tableau 5.2: Termes du développement en séries de Fourier dans sa forme complexe des fonctions de conversion.	64
Tableau 7.1 – Vérification de la stabilité harmonique	108
Tableau B.1: Vérification des équations (6.28) et (6.29)	123
Tableau L.1 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*5$	151
Tableau L.2 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*10$	152
Tableau L.3 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*15$	152
Tableau L.4 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*20$	153
Tableau L.5 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*25$	153
Tableau L.6 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*30$	154
Tableau L.7 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*35$	154
Tableau L.8 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*40$	155
Tableau L.9 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*45$	155
Tableau L.10 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*50$	156
Tableau L.11 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*55$	156
Tableau L.12 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*60$	157
Tableau L.13 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*65$	157
Tableau L.14 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*70$	158
Tableau L.15 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*75$	158
Tableau L.16 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*80$	159
Tableau L.17 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*85$	159
Tableau L.18 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*90$	160

Tableau L.19 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*100$	160
Tableau L.20 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*110$	161
Tableau L.21 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*120$	161
Tableau L.22 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*5$ à $2*\pi*120$ (Amplitude de l'oscillation = 1.0; $\alpha = 15^\circ$)	162
Tableau L.23 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*5$ à $2*\pi*120$ (Amplitude de l'oscillation = 1.0; $\alpha = 20^\circ$)	163

Liste de figures

Figure 1.1 : Étapes de développement et organisation du mémoire	4
Figure 2.1: Diagramme simplifié d'un réseau de transmission incluant un lien en CCHT	6
Figure 2.2: Représentation par diagramme blocs du système avec contrôleur	8
Figure 2.3: Représentation d'un réseau de transmission incluant un lien en CCHT par des fonctions de transfert	11
Figure 2.4 : Étapes du développement et résultats	12
Figure 3.1: Représentation générale des fonctions de conversion	14
Figure 3.2 : Étapes du développement et résultats	19
Figure 4.1: Représentation d'un convertisseur à 6 pulsations	20
Figure 4.2: Courbes des tensions caractéristiques d'un pont de Graetz	22
Figure 4.3 : Fonction de conversion K_{UR}	24
Figure 4.4: Fonctions de conversion K_{IaR} et K_{IbR}	26
Figure 4.5: Représentation du transfert du courant pendant la commutation	28
Figure 4.6: Fonction de conversion des variations de l'angle d'amorçage en courant alternatif	29
Figure 4.7: Représentation de G_3 par des fonctions de conversion	32
Figure 4.8: Représentation de G_2 par des fonctions de conversion	32
Figure 4.9: Pont de Graetz avec transformateur connecté en $Y - \Delta$	34
Figure 4.10: Fonction de conversion k_U	36
Figure 4.11: Fonctions de conversion k_{ia} et k_{ib}	38
Figure 4.12 : Étapes du développement et résultats	40
Figure 5.1: Fonction impulsionnelle	42
Figure 5.2 : Étapes du développement et résultats	66
Figure 6.1: Détermination de l'instant de l'amorçage des thyristors	68
Figure 6.2: Diagramme unifilaire simplifié d'un réseau de transmission incluant un lien en CCHT	70

Figure 6.3 : Étapes du développement et résultats	97
Figure 7.1: Représentation d'un convertisseur à 6 pulsations avec une charge $R, L/r$	100
Figure 7.2 : Modèle de base pour un convertisseur et une charge R, L	100
Figure 7.3: Représentation d'un convertisseur à 6 pulsations avec une charge $R, L/r$ et une source de courant variable	101
Figure 7.4: Modèle linéaire équivalent du circuit de la figure 7.3	102
Figure 7.5: Diagramme de blocs du système complet	103
Figure 7.6: Réponse à l'échelon du système de la figure 7.5	105
Figure 7.7 : Schéma SIMULINK pour la simulation du système des figures 7.4 et 7.5	106
Figure 7.8 : Graphique courant I_d versus temps	106
Figure 7.9: Circuit générateur d'impulsions d'amorçage avec modulation	107
Figure 7.10 : Diagramme de Nyquist de G_2 pour une oscillation de l'angle d'amorçage (α) de $1.0^\circ \sin \omega t$ avec $\alpha = 10^\circ$ (ω variant de $2\pi \cdot 5$ à $2\pi \cdot 120$)	111
Figure 7.11 : Diagramme de Nyquist de G_2 pour une oscillation de l'angle d'amorçage (α) de $1.0^\circ \sin \omega t$ avec $\alpha = 15^\circ$ (ω variant de $2\pi \cdot 5$ à $2\pi \cdot 120$)	112
Figure 7.12 : Diagramme de Nyquist de G_2 pour une oscillation de l'angle d'amorçage (α) de $1.0^\circ \sin \omega t$ avec $\alpha = 20^\circ$ (ω variant de $2\pi \cdot 5$ à $2\pi \cdot 120$)	112
Figure 7.13: Étapes du développement et résultats	114
Figure A.1: Diagramme blocs complet pour la fonction H_4	119
Figure A.2: Diagramme blocs pour la fonction H_4 - première simplification.	119
Figure A.3: Diagramme blocs pour la fonction H_4 - simplification finale	119
Figure A.4: Diagramme blocs pour la fonction H_2	120
Figure A.5: Diagramme blocs pour la fonction H_2 - première simplification	120
Figure A.6: Diagramme blocs pour la fonction H_2 - simplification finale	120
Figure A.7: Diagramme blocs pour la fonction G_s	121
Figure A.8: Diagramme blocs pour la fonction G_s - première simplification	121
Figure A.9: Diagramme blocs pour la fonction G_s - deuxième simplification	121
Figure A.10: Diagramme blocs pour la fonction G_s - troisième simplification	122
Figure A.11: Diagramme blocs pour la fonction G_s - simplification finale	122

Figure B.1: Équation (6.28)	124
Figure B.2: Équation (6.29)	125
Figure B.2: Équation (6.29) vue en détail	125
Figure I.1: Bloc Source de tension triphasée	141
Figure I.2: Bloc Pont à Six Pulsations	142
Figure I.3: Charge R,L	142
Figure I.4: Contrôleur	143
Figure K.1: Diagramme de Nyquist comparant la fonction de transfert classique et celle calculée avec des fonctions de conversion pour un angle d'amorçage $\alpha=10^\circ$ et une oscillation de $1.0^\circ \sin \omega t$ (ω variant de $2*\pi*5$ à $2*\pi*120$)	148
Figure K.2: Diagramme de Nyquist comparant la fonction de transfert classique et celle calculée avec des fonctions de conversion pour un angle d'amorçage $\alpha=15^\circ$ et une oscillation de $1.0^\circ \sin \omega t$ (ω variant de $2*\pi*5$ à $2*\pi*120$)	149
Figure K.3: Diagramme de Nyquist comparant la fonction de transfert classique et celle calculée avec des fonctions de conversion pour un angle d'amorçage $\alpha=20^\circ$ et une oscillation de $1.0^\circ \sin \omega t$ (ω variant de $2*\pi*5$ à $2*\pi*120$)	149

Liste des symboles et des abréviations

Ce travail emploie une grande quantité de symboles. En conséquence, on va les définir ici-bas pour faciliter sa compréhension. Pour les termes d'emploi courant dans le domaine de la transmission en CCHT, il faut consulter la référence [10].

Variables

- α : Terme multiplicatif des cosinus du développement en série de Fourier d'une fonction quelconque qui est définie pour un transformateur connecté en $Y - \Delta$.
- A : Terme multiplicatif des cosinus du développement en série de Fourier d'une fonction quelconque qui est définie pour un transformateur connecté en $Y-Y$.
- α_n : Terme α d'ordre n du développement en série de Fourier d'une fonction générique k qui est définie pour un transformateur connecté en $Y - \Delta$.
- A_n : Terme A d'ordre n du développement en série de Fourier d'une fonction générique k qui est définie pour un transformateur connecté en $Y-Y$.
- ACC: Amplificateur du contrôle de courant. C'est le régulateur qui définit l'angle d'amorçage pour un point d'opération consigné, c'est-à-dire pour une valeur du courant continu.
- e_c : Tension de sortie de l'ACC.
- e_l : Tension de référence pour la détermination de α . Son minimum est au point où $\alpha = 0^\circ$ et son maximum est au point où $\alpha = 180^\circ$.
- e_s : Tension existant seulement lorsque le convertisseur fonctionne en mode onduleur. Elle est créée à partir de l'application des tensions e_1 correspondant à chaque valve à un pont de Graëtz non contrôlé.
- G : Fonction de transfert qui représente le rapport entre la tension de contrôle e_c et le courant I_d . Il peut aussi désigner une fonction de transfert générique.

- G_r : Fonction de transfert du ACC (voir figure 2.2).
- G_s : Fonction de transfert du circuit principal - réseau CA + lien HTCC (voir figure 2.2).
- G_1 : Fonction de transfert qui représente la conversion de la sortie du contrôleur de courant en un angle d'amorçage (voir figure 2.3).
- G_2 : Fonction de transfert qui représente l'influence que la variation de l'angle d'amorçage (α) possède sur la tension CC du convertisseur, étant donné que le courant CC est maintenu constant (voir figure 2.3).
- G_3 : Fonction de transfert qui représente l'influence de la variation du courant I_a sur la tension CC, étant donné que l'angle d'amorçage est maintenu constant (voir figure 2.3).
- G_4 : Fonction de transfert qui représente l'influence des variations de l'angle d'amorçage sur la tension de contrôle e_c (voir figure 2.3).
- G_5 : Fonction de transfert qui représente l'influence des variations du courant I_a sur la tension de contrôle e_c (voir figure 2.3).
- G'_1 à G'_5 : Ces fonctions de transfert sont définies comme les fonctions G_1 à G_5 , mais elles représentent le comportement de l'onduleur (voir figure 2.3).
- G'_6 : Comme l'onduleur opère en contrôle d'angle d'extinction constant, cette fonction de transfert représente la variation de la tension de contrôle e_c en fonction du courant de l'onduleur, I'_d (voir figure 2.3).
- G_{31}, G_{32} : Fonctions de transfert qui composent la fonction G_3 .
- G_{41}, G_{42} : Fonctions de transfert qui composent la fonction G_4 .
- G_{51}, G_{52} : Fonctions de transfert qui composent la fonction G_5 .
- G_{53}, G_{54} : Fonctions de transfert qui composent la fonction G_5 .
- G_K : Admittance de court-circuit de la ligne CC.
- G_F : Fonction de transfert du filtre branché à chaque phase du primaire du transformateur convertisseur pour la suppression des harmoniques générés pendant la conversion CA/CC.
- G_a : Fonction de transfert obtenue par la transformation de Laplace d'une

impulsion de grandeur α et de durée α_0/ω_0

$G_{\xi\eta}$: Fonction de transfert qui relie les variables ξ et η (voir figure 3.1)

F : Fonction de transfert du filtre appliqué à la tension e_2 .

H_i à H_i : Fonctions de transfert auxiliaires

I_d : Courant qui circule par la ligne de transmission qui relie le redresseur et l'onduleur.

I_o : Courant continu consigné. C'est la référence pour l'ACC.

I_R : Courant de ligne de la phase R , mesuré du côté du réseau

I_S : Courant de ligne de la phase S , mesuré du côté du réseau.

I_T : Courant de ligne de la phase T , mesuré du côté du réseau.

k : Fonction de conversion générale (dans le domaine du temps) pour un transformateur connecté en $Y-\Delta$.

K : Fonction de conversion générale (dans le domaine du temps) pour un transformateur connecté en $Y-Y$.

k_n : Grandeur complexe qui représente l'harmonique d'ordre n de k .

K_n : Grandeur complexe qui représente l'harmonique d'ordre n de K .

K_U : Fonction de conversion utilisée pour le calcul de la tension CC en fonction des tensions CA pour un transformateur connecté en $Y-Y$.

k_U : Fonction de conversion utilisée pour le calcul de la tension CC en fonction des tensions CA pour un transformateur connecté en $Y-\Delta$.

K_{ia}, K_{ib} : Fonctions de conversion utilisées pour le calcul du courant CC en fonction des courants CA pour un transformateur connecté en $Y-Y$.

k_{ia}, k_{ib} : Fonctions de conversion utilisées pour le calcul du courant CC en fonction des courants CA pour un transformateur connecté en $Y-\Delta$.

K_e : Fonction périodique utilisée pour représenter l'échantillonnage de la tension e_1 .

$K_{x\xi}$: Fonction périodique qui relie les variables x et ξ (voir figure 3.1)

$K_{\eta y}$: Fonction périodique qui relie les variables η et y (voir figure 3.1)

L : Désignation générale d'une inductance et aussi de l'inductance d'un

transformateur convertisseur.

m : Nombre entier (0, 1, 2, 3, ...)

n : Nombre entier qui est défini en fonction de m .

U_d : Tension continue mesurée aux bornes des convertisseurs

U_R, U_S, U_T : Tensions phase-neutre R , S et T du réseau électrique branché au côté primaire des transformateurs convertisseurs.

U_{R1}, U_{S1}, U_{T1} : Tensions phase-neutre R , S et T du côté primaire du transformateur convertisseur connecté en $Y-Y$, en tenant compte de la chute de tension sur l'impédance dudit transformateur.

U_{R2}, U_{S2}, U_{T2} : Tensions phase-neutre R , S et T du côté secondaire du transformateur convertisseur connecté en $Y-Y$.

u_{R1}, u_{S1}, u_{T1} : Tensions phase-neutre R , S et T du côté primaire du transformateur convertisseur connecté en $Y-\Delta$ en tenant compte de la chute de tension sur l'impédance dudit transformateur.

u_{R2}, u_{S2}, u_{T2} : Tensions phase-neutre R , S et T du côté secondaire du transformateur convertisseur connecté en $Y-\Delta$.

x : Fonction générique à l'entrée d'un procédé (voir figure 3.1).

y : Fonction générique à la sortie d'un procédé (voir figure 3.1).

Z : Désignation générale d'une impédance.

Z_i : Impédance du réseau auquel le convertisseur CCHT est relié.

Z_t : Impédance du transformateur connecté au pont de Graëtz à 12 pulsations.

Z_f : Impédance du filtre utilisé pour la suppression des harmoniques de tension du côté primaire du transformateur convertisseur.

Z_K : Impédance de court-circuit de la ligne CC.

Z_N : Impédance de court-circuit du réseau CA relié au convertisseur, en excluant l'impédance des filtres.

α : Angle d'amorçage des thyristors qui composent le pont de Graëtz[10].

δ : Angle d'extinction[10].

μ : Angle d'empiètement[10].

β : Angle d'avance[10].

- ξ : Variable auxiliaire utilisée dans le développement de la formulation générale pour les fonctions de conversion (voir figure 3.1).
- η : Variable auxiliaire utilisée dans le développement de la formulation générale pour les fonctions de conversion (voir figure 3.1).
- κ : Rapport de transformation du transformateur convertisseur.
- κ_1 : Rapport de transformation du transformateur $Y-Y$ utilisé pour la création de la tension e_1 (voir figure 6.1).
- κ_2 : Rapport de transformation du transformateur $Y-Y$ utilisé pour la création de la tension e_2 (voir figure 2.1).
- ω : Fréquence angulaire fondamentale du réseau électrique.
- ω : Fréquence angulaire

Indices

- 0 : Cet indice détermine la valeur d'une certaine quantité au point d'opération. Par exemple, α_0 est la valeur de l'angle d'amorçage pour un certain point d'opération.
- n : Cet indice indique l'harmonique d'ordre n d'une certaine fonction.
- R : Cet indice montre que la variable en question fait référence à la phase R .
- S : Cet indice montre que la variable en question fait référence à la phase S .
- T : Cet indice montre que la variable en question fait référence à la phase T .

Notations générales

- Δ : C'est l'indicatif de petites variations autour d'un certain point d'opération.
- \wedge : C'est l'indicatif d'une valeur de crête.
- $*$: C'est l'indicatif d'une valeur complexe conjuguée.

X_n^+ : Cette notation nous indique que la valeur de la fonction X est calculée en remplaçant s par $s = j(n\omega_0 + \omega)$.

X_n^{\bullet} : Cette notation nous indique que la valeur du conjugué de la fonction X est calculée en remplaçant s par $s = -j(n\omega_0 - \omega)$.

\pm : Ce symbole indique que l'expansion par la série de Fourier des fonctions de conversion aura ses termes impairs multipliés par +1 et les termes pairs multipliés par -1.

\mp : Ce symbole indique que l'expansion par la série de Fourier des fonctions de conversion aura ses termes impairs multipliés par -1 et les termes pairs multipliés par +1.

Chapitre I

Introduction

Dans le domaine de l'électronique de puissance, l'utilisation de thyristors dans les convertisseurs à douze pulsations basés sur le pont de Graëtz pour faire la conversion CA/CC/CA dans un réseau de transmission d'énergie électrique est encore très répandue, même si les nouvelles technologies (comme l'utilisation des GTO ou IGBT) deviennent de plus en plus prometteuses. Les raisons qui justifient l'utilisation des liens en Courant Continu à Haute Tension (CCHT) sont nombreuses:

- haute fiabilité et disponibilité;
- possibilité de connexion de deux réseaux électriques non synchronisés;
- meilleur prix que celui d'une transmission en courant alternatif pour de longues distances dans le cas des lignes aériennes;
- meilleur prix que celui d'une transmission en courant alternatif même sur de courtes distances dans le cas des lignes sous-marines;
- rapidité de commande pour la modification de la puissance transmise;
- aucune augmentation de la puissance de court-circuit au réseau CA auquel le terminal onduleur est branché;
- etc..

Une caractéristique des liens en CCHT est l'emploi intensif de divers contrôleurs, soit pour déterminer la puissance active à transmettre, soit pour définir la tension de la barre à laquelle le convertisseur est branché, ou encore pour garantir la stabilité de l'ensemble du réseau CC/CA en régime transitoire et en régime permanent, dans les conditions d'opération normales et certaines conditions anormales.

La liste des contrôleurs et de ses fonctions pourrait se répandre sur plusieurs pages, cependant, on fera ici un sommaire de leur organisation. Ces contrôleurs sont regroupés par différents niveaux, organisés d'une façon hiérarchique. Généralement, il y a un système dédié pour fixer un ordre de grandeur de puissance à accomplir, qui est un système lent, avec une constante de temps d'environ quelques dizaines de secondes. Cette constante de temps s'explique par la lenteur relative des générateurs électriques qui ne peuvent pas modifier leur point d'opération avec une grande rapidité. Sur un deuxième niveau, cette consigne de puissance est convertie en une consigne de courant et la dynamique du procédé est alors d'environ quelques centaines de millisecondes. Cette consigne sera transmise à un troisième niveau de contrôle qui est chargé de maintenir le courant demandé. La stabilité du lien CCHT dépendra fortement de ce niveau de contrôle: il devra garantir une opération stable pour tous les points d'opération normaux[1]. On peut dire aussi, en règle générale, que la transmission devra se rétablir (c'est-à-dire, revenir au point d'opération avant le défaut) dans quelques centaines de millisecondes après une perturbation quelconque. Cela sera l'ordre de grandeur de la constante de temps du régulateur du courant.

Jusqu'aujourd'hui, les moyens pour mesurer la performance de ce dernier contrôleur (appelé amplificateur de contrôle du courant - ACC) dans le domaine de la simulation numérique, consistent en l'utilisation des logiciels de simulation de régimes transitoires électromagnétiques, dont les plus connus sont *Electromagnetics Transients Program* (EMTP), *Alternative Transients Program* (ATP) et *Electromagnetics Transients DC Program* (EMTDC). Cependant, en raison de la complexité énorme de ces contrôleurs, leur représentation complète est très difficile et les études réalisées par simulation numérique ont de sérieuses limitations. Un grand pas dans le domaine de la simulation numérique sera donné lorsque le logiciel employé pour l'implantation de l'ACC pourra être converti par une interface graphique, en code directement utilisable par les logiciels de simulation mentionnés ci-haut.

Une façon plus exacte pour évaluer la performance de ces régulateurs consiste à utiliser un simulateur analogique, où tous les composants du réseau électrique sont représentés par des modèles réduits, avec les contrôleurs réels. L'utilisation d'une telle

configuration permet d'essayer tous les cas de défauts possibles et d'exploitation normale, tout en permettant la vérification de la performance et l'ajustement de l'ACC.

L'utilisation des méthodes classiques (diagrammes de Bode et de Nyquist) pour la conception initiale d'un tel régulateur est très limitée et non précise, vu que la représentation traditionnelle des convertisseurs CCHT dans le domaine fréquentiel n'est pas assez complète. Par exemple, l'évaluation des fonctions de transfert d'un tel système de transmission en se servant du simulateur analogique montre que la fonction réelle est beaucoup plus complexe que celle calculée en négligeant l'influence de la chute de tension dans le réseau CA auquel le convertisseur est branché [2].

Par conséquent, la motivation de ce travail est de trouver une représentation dans le domaine fréquentiel qui tienne compte de certains facteurs importants négligés dans une représentation traditionnelle, en détaillant la théorie et en étudiant les équations présentées dans [2], ainsi que plusieurs autres qui n'y sont pas montrées. Ce modèle supporte l'étude d'une représentation fréquentielle pour les liens CCHT pour l'évaluation de la stabilité du système composé par ce lien et le réseau électrique en courant alternatif auquel il est branché. Le travail qui sert de base pour cette étude [2] propose une méthode pour la représentation de l'ensemble composé par le procédé (réseau électrique et équipements qui y sont connectés) et le contrôleur (l'ACC) pour de petites variations autour d'un point d'opération. Comme on considère juste des petites variations, on peut appliquer le concept de fonction de transfert, vu qu'on linéarise le système. Une fois le modèle linéarisé et toutes les fonctions de transfert bien identifiées, la stabilité de l'ensemble peut être examinée par le critère de stabilité de Nyquist. La méthode développée permet la synthèse du contrôleur du courant et l'examen de l'effet d'un changement de la configuration du réseau électrique sur la vitesse de la réponse à une perturbation, d'une façon simple, efficace et peu coûteuse.

Ce rapport est organisé comme montré à la figure 1.1.

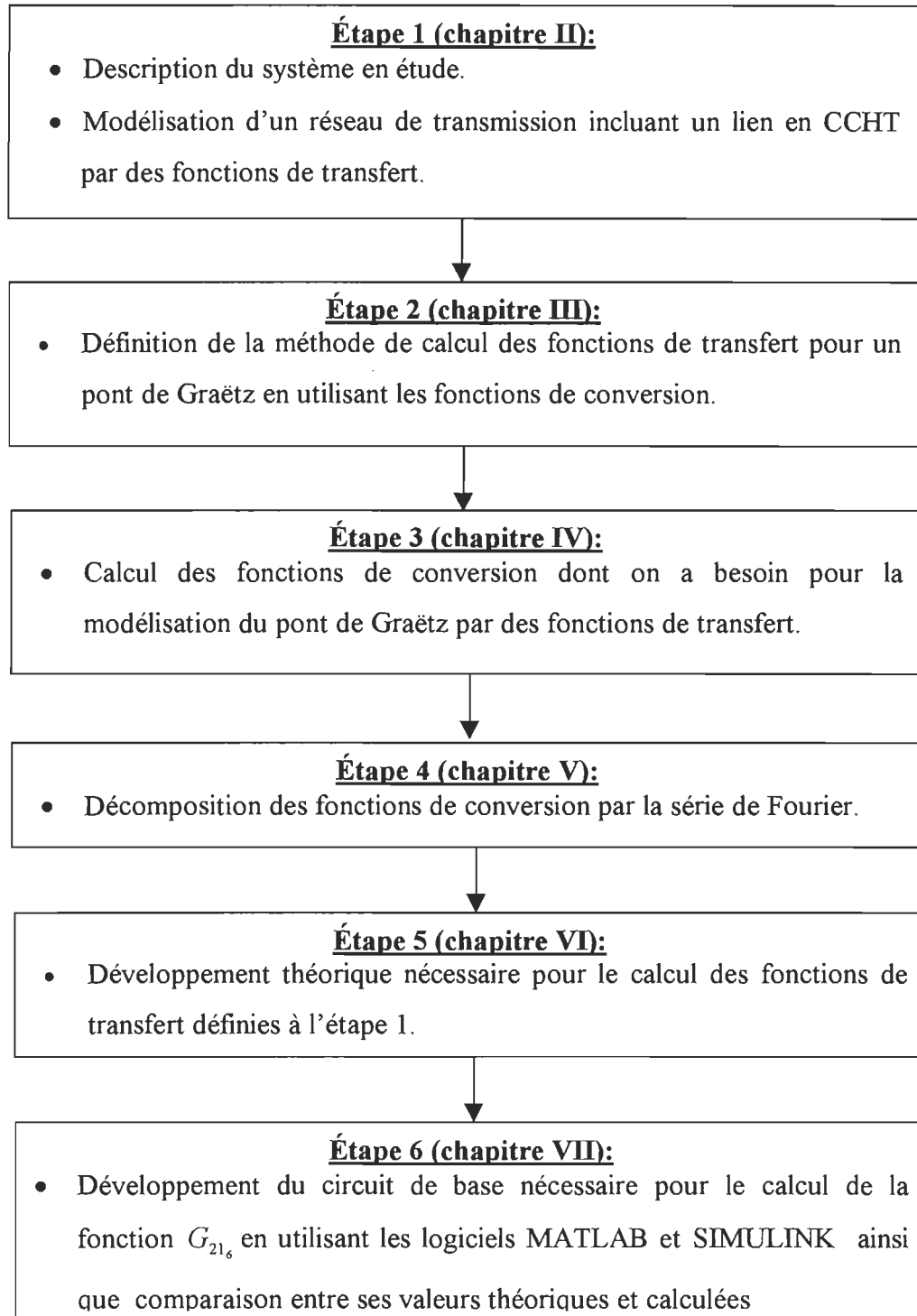


Figure 1.1: Étapes de développement et organisation du mémoire.

Chapitre II

Description du système et de sa modélisation par des fonctions de transfert

2.1 Introduction

Les objectifs de ce chapitre sont ceux décrits dans la figure 1.1, étape 1, c'est-à-dire :

- Description du système en étude.
- Modélisation d'un réseau de transmission incluant un lien en CCHT par des fonctions de transfert.

Le développement des équations est présenté dans les items qui suivent.

2.2 Description d'un système typique

La figure 2.1 représente le diagramme unifilaire d'un système typique contenant un lien CCHT reliant deux réseaux en courant alternatif qui servira de configuration de base pendant cette étude. C'est-à-dire, à partir de cette configuration on va identifier les fonctions de transfert du système qui seront utilisées pour calculer sa réponse fréquentielle.

Les redresseurs et les onduleurs se composent de deux ponts de Graëtz en série. Pour augmenter le nombre de pulsations du convertisseur, un de ces ponts est branché au secondaire d'un transformateur connecté $Y-Y$ et l'autre branché au secondaire d'un transformateur connecté $Y-\Delta$ (voir [3], chapitre 2).

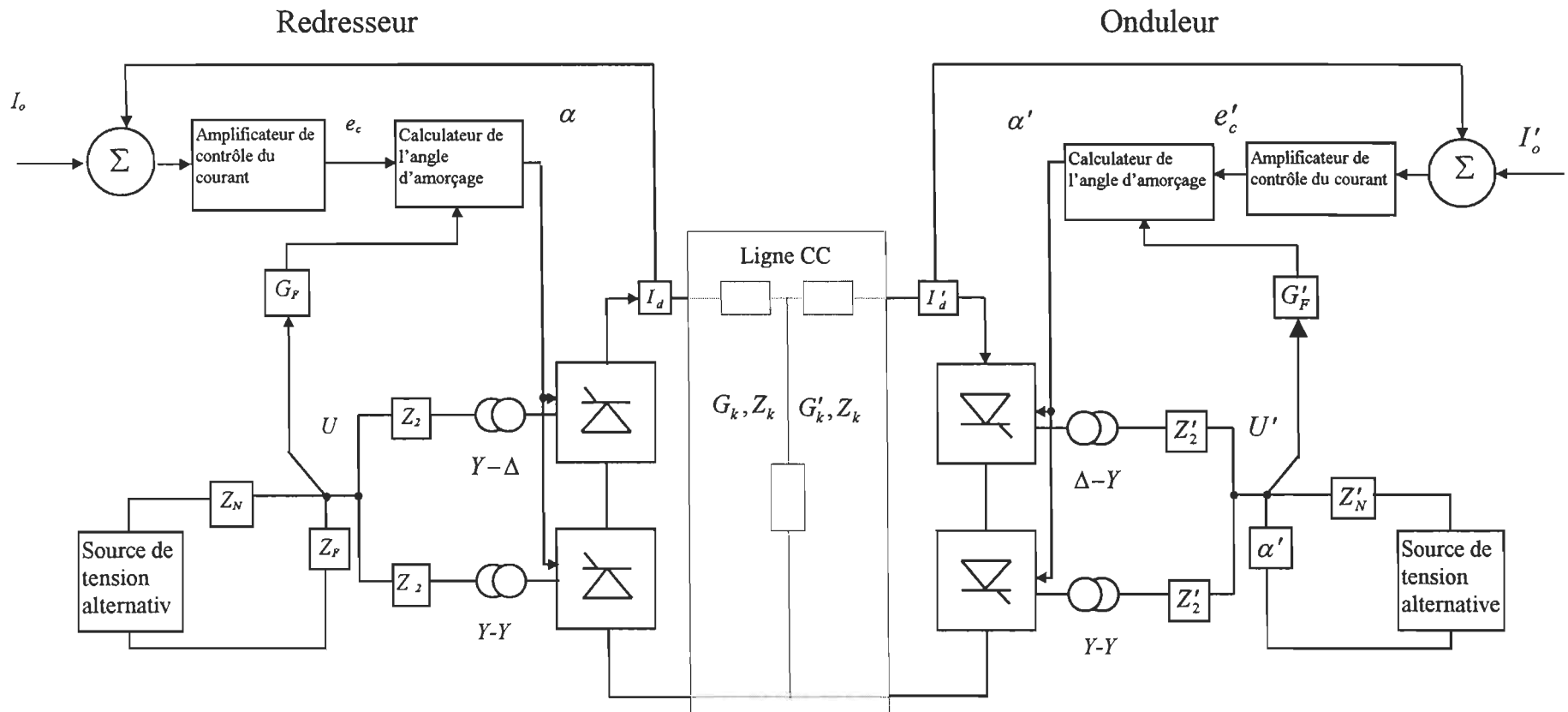


Figure 2.1: Diagramme simplifié d'un réseau de transmission incluant un lien en CCHT [2].

On considère que les tensions triphasées appliquées aux convertisseurs sont parfaitement sinusoïdales et équilibrées, et sont reliées à ces derniers par une impédance Z_N . C'est-à-dire, tous les harmoniques générés pendant la conversion CA/CC sont absorbés par les filtres représentés par l'impédance Z_F . Cette hypothèse nous permet de considérer la tension au primaire des transformateurs mentionnés ci-haut comme la véritable tension de commutation (voir [3], chapitre 3).

La ligne reliant les deux convertisseurs est la ligne en courant continu (CC). Elle est modélisée par un quadripôle avec trois paramètres: G_K , Z_K et G'_K . Pour plus de détails concernant la modélisation de la ligne CC, voir [4].

Le but du contrôleur du redresseur, dit amplificateur de contrôle de courant (ACC), est de définir l'angle d'amorçage nécessaire pour établir le courant désiré I_o .

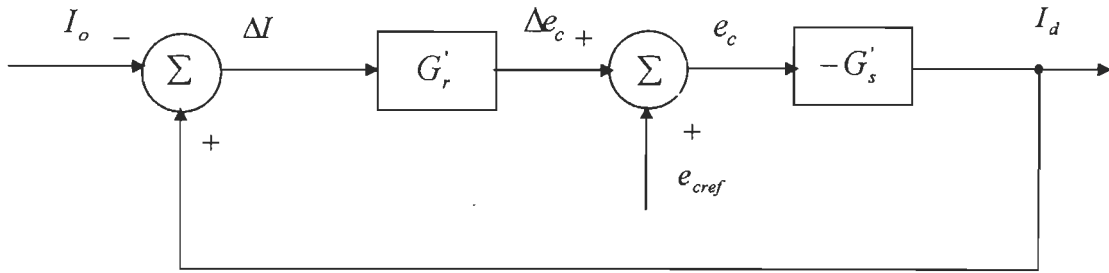
L'instant d'amorçage est déterminé par l'intersection entre la tension de référence calculée par l'ACC et une tension sinusoïdale. La méthode la plus courante dans les lignes de transmission modernes est celle de l'amorçage équidistant, tel que décrit dans [5] et [6]. Si le convertisseur est à un point d'opération quelconque, sans aucune variation des paramètres du circuit principal, la distance mesurée en degrés électriques entre deux instants d'amorçage consécutifs est de 30° .

Souvent, et ce sera le cas à l'étude, l'onduleur est maintenu en mode de contrôle d'angle d'extinction constant. Pour plus de détails concernant le fonctionnement du pont de Graëtz et du contrôle d'un lien de transmission CCHT, voir [3], chapitres 3 et 5.

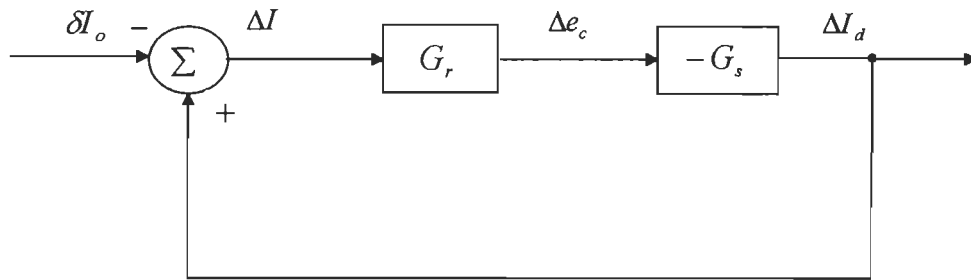
Comme dernière considération à faire, il faut travailler avec de petites variations autour d'un point d'opération pour qu'on puisse appliquer le théorème de la superposition et aussi pour qu'on puisse considérer le système comme linéaire.

2.3 Modélisation par des fonctions de transfert

Si on simplifie l'ensemble du système avec régulateurs, on aura le diagramme de la figure 2.2:



(a) : Représentation complète (non-linéaire)



(b) : Représentation linéarisé au tour d'un point d'opération

Figure 2.2 : Représentation par diagramme blocs du système avec contrôleur

où:

G'_r est la fonction de transfert du régulateur;

G'_s est la fonction de transfert du circuit principal (réseau CA + lien CCHT);

G_r est la fonction de transfert du régulateur linéarisé;

G_s est la fonction de transfert du circuit principal (réseau CA + lien CCHT) linéarisé;

I_o est le courant de consigne;

I_d est le courant mesuré (courant qui circule sur la ligne CC).

e_{cref} est une valeur de référence qui garantit un amorçage équidistant [6].

Pour concevoir le régulateur G_r et pour l'étude de la stabilité par le critère de Nyquist (voir [7] chapitre 6), il faut connaître l'expression de G_s . La conception devra permettre de satisfaire les caractéristiques de performance demandées dans les spécifications. La fonction de transfert $G_s = \Delta I_d / \Delta e_c$ est celle qu'il nous faut évaluer en

décomposant le diagramme de la figure 2.1 en plusieurs fonctions de transfert qui, une fois combinées, formeront l'expression finale de G_s .

On présente ici-bas les fonctions de transfert qui composent la fonction G_s et leur signification (voir figure 2.3):

- a) G_1 : représente la conversion de la sortie du contrôleur de courant (Δe_c) en un angle d'amorçage (α), en négligeant les variations du courant continu et de l'angle d'amorçage;
- b) G_2 : représente l'influence que la variation de l'angle d'amorçage (α) provoque sur la variation de tension CC du convertisseur, sous la condition que le courant CC soit maintenu constant;
- c) G_3 : représente l'influence de la variation du courant I_d sur la tension CC, sous la condition que l'angle d'amorçage soit maintenu constant;
- d) G_4 : représente l'influence des variations de l'angle d'amorçage sur la tension de contrôle e_c , si Δe_c et ΔU_d sont constants;
- e) G_5 : Représente l'influence des variations du courant I_d sur la tension de contrôle e_c ;
- f) G'_1 à G'_5 : ces fonctions de transfert sont définies comme celles définies dans les items a) à e) ci-dessus, sauf qu'elles représentent le comportement de l'onduleur;
- g) G'_6 : comme l'onduleur opère en contrôle d'angle d'extinction constant, la détermination de la tension de contrôle e_c sera fonction du courant de l'onduleur (I'_d). Cette fonction représente ce rapport.
- h) Z_k , Z'_k et G_k : paramètres de la ligne CC.

La fonction de transfert G_s peut être calculée à partir du diagramme de blocs montré dans la figure 2.3 et aura l'expression suivante:

$$G_s = \frac{\Delta U_d}{\Delta e_c} = \frac{H_1}{1 - G_1 G_4 - H_1 G_5} \quad (2.1)$$

où:

$$H_1 = G_1 G_2 \frac{H_2}{1 - H_2 G_3} \quad (2.2)$$

$$H_2 = \frac{1}{Z_k} + H_3 \quad (2.3)$$

$$H_3 = G_k^2 \frac{H_4}{1 - \frac{1}{Z'_k} H_4} \quad (2.4)$$

$$H_4 = G'_3 + (G'_5 + G'_6) \frac{G'_1 G'_2}{1 - G'_1 G'_4} \quad (2.5)$$

Le développement de ces expressions est présenté dans l'annexe A. Pour plus de détails concernant la simplification de fonctions de transfert, voir [7], pages 43-60.

2.4 Conclusion

Les objectifs décrits à l'introduction ont été atteints et on continuera dans le chapitre III avec la description de la méthode pour le calcul des fonctions de transfert G_i à G_6 . On peut mettre à jour la figure 1.1 en incluant les résultats obtenus dans ce chapitre. Cette mise à jour est montrée dans la figure 2.4.



11

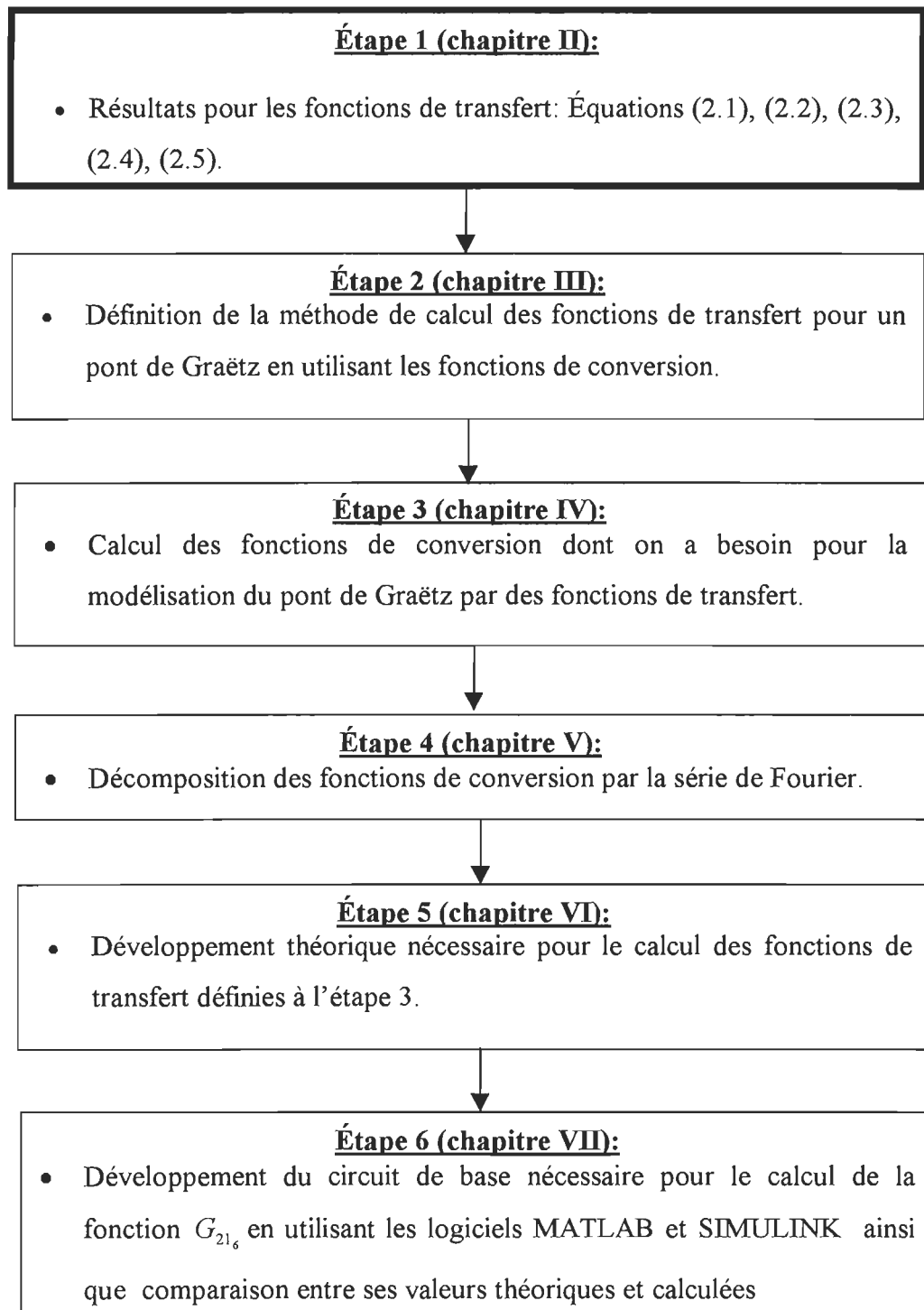


Figure 2.4: Étapes du développement et résultats.

Chapitre III

Méthode pour le calcul des fonctions de transfert pour des convertisseurs basés sur le pont de Graëtz

3.1- Introduction

L'objectif de ce chapitre est celui décrit dans l'étape 2 de la figure 1.1, c'est-à-dire la définition de la méthode de calcul des fonctions de transfert pour un pont de Graëtz en utilisant les fonctions de conversion.

3.2- Description de la méthode

La méthode utilisée pour le calcul des fonctions de transfert pour des convertisseurs basés sur le pont de Graëtz s'appuie sur la définition des fonctions auxiliaires qu'on appellera les fonctions de conversion. Ces fonctions multiplient les quantités physiques (tension et courant), de façon à permettre le calcul des variations de courant en fonction des variations de tension et vice-versa. Par exemple, on calcule la tension continue générée par un tel convertisseur comme le produit de la valeur instantanée de la tension alternative d'une des trois phases par une fonction périodique de fréquence fondamentale égale à celle du réseau CA. On identifie cette fonction par fonction de conversion K [2].

Pour le calcul des fonctions de transfert en utilisant le concept des fonctions de conversion, la méthode sera illustrée à partir d'un exemple: le calcul de la fonction de transfert G qui représente la conversion d'une variation du courant continu en tension continue, c'est à dire l'impédance vue à partir des extrémités du convertisseur.

Ce calcul se déroule en trois étapes. On peut d'abord trouver la variation du courant alternatif en fonction de la variation du courant continu en multipliant cette variation par

une fonction de conversion $K_{x\xi}$. Pour la deuxième étape, on sait que la variation de tension alternative à cause de la variation du courant alternatif est égale à la multiplication de la variation du courant alternatif par une fonction de transfert $G_{\xi\eta}$, qui équivaut en réalité à une impédance. Finalement, on calcule la variation de tension continue à partir de la variation de la tension alternative, en multipliant cette dernière par une autre fonction de conversion $K_{\eta y}$. Ce procédé est résumé par le diagramme générique de la figure 3.1 :

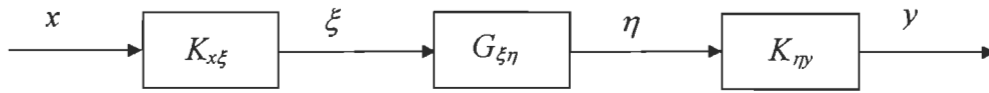


Figure 3.1: Représentation générale des fonctions de conversion [2].

Si on lie la figure 3.1 à l'exemple donné, on écrit que x est la variation du courant continu, ξ est la variation du courant alternatif, η est la variation de la tension alternative et y est la variation de la tension continue.

Pour le calcul d'une fonction de transfert, on définit une entrée sinusoïdale générique $x(\omega t) = x_0(\omega t) \cos(\omega t)$, et on veut déterminer la composante de la sortie à la même fréquence ω de l'entrée :

$$y(\omega t) = y_0(\omega t) \cos(\omega t + \phi) \quad (3.1)$$

De cette façon, la réponse en fréquence sera donnée par ([6], chapitre 6) :

$$G(j\omega) = \frac{y_0}{x_0} e^{j\phi(\omega)} \quad (3.2)$$

3.3- Développement d'une expression générale pour les fonctions de transfert basée sur les fonctions de conversion

Les fonctions de transfert $K_{\chi\xi}$ et K_{η} sont des fonctions périodiques et on les représente par leur expansion en série de Fourier sous forme complexe [8,9]:

$$K_{\chi\xi} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi\xi_n} e^{jn\omega_0 t} \quad (3.3)$$

$$K_{\eta} = \sum_{n_1=-\infty}^{n_1=\infty} K_{\eta_{n_1}} e^{jn_1\omega_0 t} \quad (3.4)$$

Les termes en K de l'expansion de Fourier sont des quantités complexes et il y aura toujours des paires conjuguées lorsque n et n_i changent de signe. Alors, les équations 3.3 et 3.4 sont remplacées par les équations 3.5 et 3.6:

$$K_{\chi\xi} = K_{\chi\xi_0} + \sum_{n=1}^{n=\infty} 2K_{\chi\xi_n} \cos(n\omega_0 t + \angle K_{\chi\xi_n}) \quad (3.5)$$

$$K_{\eta} = K_{\eta_0} + \sum_{n_1=1}^{n_1=\infty} 2K_{\eta_{n_1}} \cos(n_1\omega_0 t + \angle K_{\eta_{n_1}}) \quad (3.6)$$

Les termes de $K_{\chi\xi_0}$ et K_{η_0} sont les termes à la fréquence nulle et les autres termes représentent les harmoniques, calculés par les méthodes d'analyse de Fourier [8,9]. Pour les fonctions étudiées dans un pont de Graëtz, les termes $K_{\chi\xi_0}$ et K_{η_0} sont égaux à zéro à cause de la symétrie de ces fonctions par rapport à l'axe des ordonnées.

Si on définit une entrée $x = x_0 e^{j\omega t}$, on obtient l'expression pour ξ :

$$\xi = x K_{\chi\xi} = x_0 e^{j\omega t} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi\xi_n} e^{jn\omega_0 t} \quad (3.7)$$

ou

$$\xi = x_0 \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi\xi_n} e^{j(n\omega_0 + \omega)t} \quad (3.8)$$

Si on remplace la fonction de transfert $G_{\xi\eta}$ pour $s = j(n\omega_0 + \omega)$ par $G_{\xi\eta_n}$, la fonction η sera exprimée par les équations 3.9 et 3.10:

$$\eta = x_0 \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi_{\xi_n}} G_{\xi_{\eta_n}} e^{j(n\omega_0 + \omega)t} \quad (3.9)$$

ou

$$\eta = x_0 e^{j\omega t} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi_{\xi_n}} G_{\xi_{\eta_n}} e^{j n \omega_0 t} \quad (3.10)$$

Finalement on arrive à l'expression de y , en multipliant η par la fonction de conversion $K_{\eta\nu}$ définie par l'équation 3.4:

$$y = \eta K_{\eta\nu} = x_0 e^{j\omega t} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi_{\xi_n}} G_{\xi_{\eta_n}} e^{j n \omega_0 t} \sum_{n_1=-\infty}^{n_1=\infty} K_{\eta\nu_{n_1}} e^{j n_1 \omega_0 t} \quad (3.11)$$

Par l'examen de l'expression de y , on s'aperçoit qu'elle aura un nombre infini de termes avec une fréquence $\omega + (n + n_1)\omega_0$. Les seules valeurs de fréquence qui nous intéressent sont celles de même fréquence que l'entrée, soit ω . C'est à dire que les termes utiles pour la définition de y_ω sont ceux où $n_1 = -n$. En sachant que:

$$K_{\eta\nu_{-n}} = K_{\eta\nu_n}^* \quad (3.12)$$

$$e^{(jn\omega_0 t)} e^{(jn_1\omega_0 t)} \Big|_{n=-n_1} = e^{(jn\omega_0 t)} e^{-(jn\omega_0 t)} = 1 \quad (3.13)$$

Nous pouvons réécrire l'équation de y en négligeant les termes avec des fréquences différentes de ω .

$$y = x_0 e^{j\omega t} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi_{\xi_n}} G_{\xi_{\eta_n}} K_{\eta\nu_n}^* \quad (3.14)$$

d'où on extrait la fonction de transfert G :

$$G(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi_{\xi_n}} G_{\xi_{\eta_n}} K_{\eta\nu_n}^* \quad (3.15)$$

On remarque que:

$$K_{\chi_{\xi_{-n}}} = K_{\chi_{\xi_n}}^* \quad (3.16)$$

$$K_{\eta'_{-n}}^* = K_{\eta'_n} \quad (3.17)$$

Si on définit:

$$G_{\xi\eta_n}^+ = G_{\xi\eta_n} \text{ pour } s = j(n\omega_b + \omega), \quad (3.18)$$

$$G_{\xi\eta_n}^- = G_{\xi\eta_n} \text{ pour } s = j(n\omega_b - \omega), \quad (3.19)$$

$$G_{\xi\eta_n}^{*-} = G_{\xi\eta_n} \text{ pour } s = -j(n\omega_b - \omega) \quad (3.20)$$

$$G_{\xi\eta_0} = G_{\xi\eta_n} \text{ pour } s = j\omega \quad (3.21)$$

On peut réécrire G :

$$G(j\omega) = K_{\chi\xi_0} G_{\xi\eta_0} K_{\eta'_0} + \sum_{n=1}^{n=\infty} (K_{\chi\xi_n} G_{\xi\eta_n}^+ K_{\eta'_n}^* + \sum_{n=-\infty}^{n=-1} (K_{\chi\xi_n} G_{\xi\eta_n}^+ K_{\eta'_n}^*)) \quad (3.22)$$

Finalement, en remplaçant (3.16), (3.17) et (3.20) dans (3.22), on arrive à l'expression finale:

$$G(j\omega) = K_{\chi\xi_0} G_{\xi\eta_0} K_{\eta'_0} + \sum_{n=1}^{n=\infty} (K_{\chi\xi_n} G_{\xi\eta_n}^+ K_{\eta'_n}^* + K_{\chi\xi_n}^* G_{\xi\eta_n}^{*-} K_{\eta'_n}) \quad (3.23)$$

3.4 Calcul de la fonction de transfert totale

Comme les fonctions étudiées pour le pont de Graëtz sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées, on peut simplifier l'équation (3.23):

$$G(j\omega) = \sum_{n=1}^{n=+\infty} (K_{\chi\xi_n} G_{\xi\eta_n}^+ K_{\eta'_n}^* + K_{\chi\xi_n}^* G_{\xi\eta_n}^* K_{\eta'_n}) \quad (3.24)$$

L'équation (3.24) représente la contribution d'une phase. Si on considère que la tension CC est bâtie à partir de l'addition des contributions des trois phases et aussi que

les fonctions de conversion pour les phases S et T sont égales à celle de la phase R , déplacées de -120° et $+120^\circ$ respectivement, on peut écrire:

a) pour la phase R :

$$K_{\chi_{\xi_R}} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi_{\xi_n}} e^{jn\omega_0 t} \quad (3.25) \quad K_{\eta_{\gamma_R}} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\eta_{\gamma_n}} e^{jn\omega_0 t} \quad (3.26)$$

b) pour la phase S :

$$K_{\chi_{\xi_S}} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi_{\xi_n}} e^{jn(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3})} \quad (3.27) \quad K_{\eta_{\gamma_S}} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\eta_{\gamma_n}} e^{jn(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3})} \quad (3.28)$$

c) pour la phase T :

$$K_{\chi_{\xi_T}} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\chi_{\xi_n}} e^{jn(\omega_0 t + \frac{2\pi}{3})} \quad (3.29) \quad K_{\eta_{\gamma_T}} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} K_{\eta_{\gamma_n}} e^{jn(\omega_0 t + \frac{2\pi}{3})} \quad (3.30)$$

Il est facile de voir que lorsqu'on remplace les expressions de $K_{\chi_{\xi_S}}$ et $K_{\eta_{\gamma_S}}$, ainsi que celles de $K_{\chi_{\xi_T}}$ et $K_{\eta_{\gamma_T}}$, dans l'équation (3.15), le résultat final est égal à celui de la phase R . C'est à dire que la fonction de transfert totale $G_T(j\omega)$ sera équivalente à trois fois la fonction calculée pour la phase R :

$$G_T(j\omega) = 3 \sum_{n=1}^{n=+\infty} (K_{\chi_{\xi_n}} G_{\xi\eta_n}^+ K_{\eta_{\gamma_n}}^* + K_{\chi_{\xi_n}}^* G_{\xi\eta_n}^- K_{\eta_{\gamma_n}}) \quad (3.31)$$

3.5 Conclusion

Les objectifs décrits à l'introduction ont été atteints et on continuera dans le chapitre IV par la définition des fonctions de conversion nécessaires pour le calcul des fonctions de transfert G_i à G_6 . On peut mettre à jour la figure 1.1 en incluant les résultats obtenus dans ce chapitre. Cette mise à jour est montrée dans la figure 3.1.

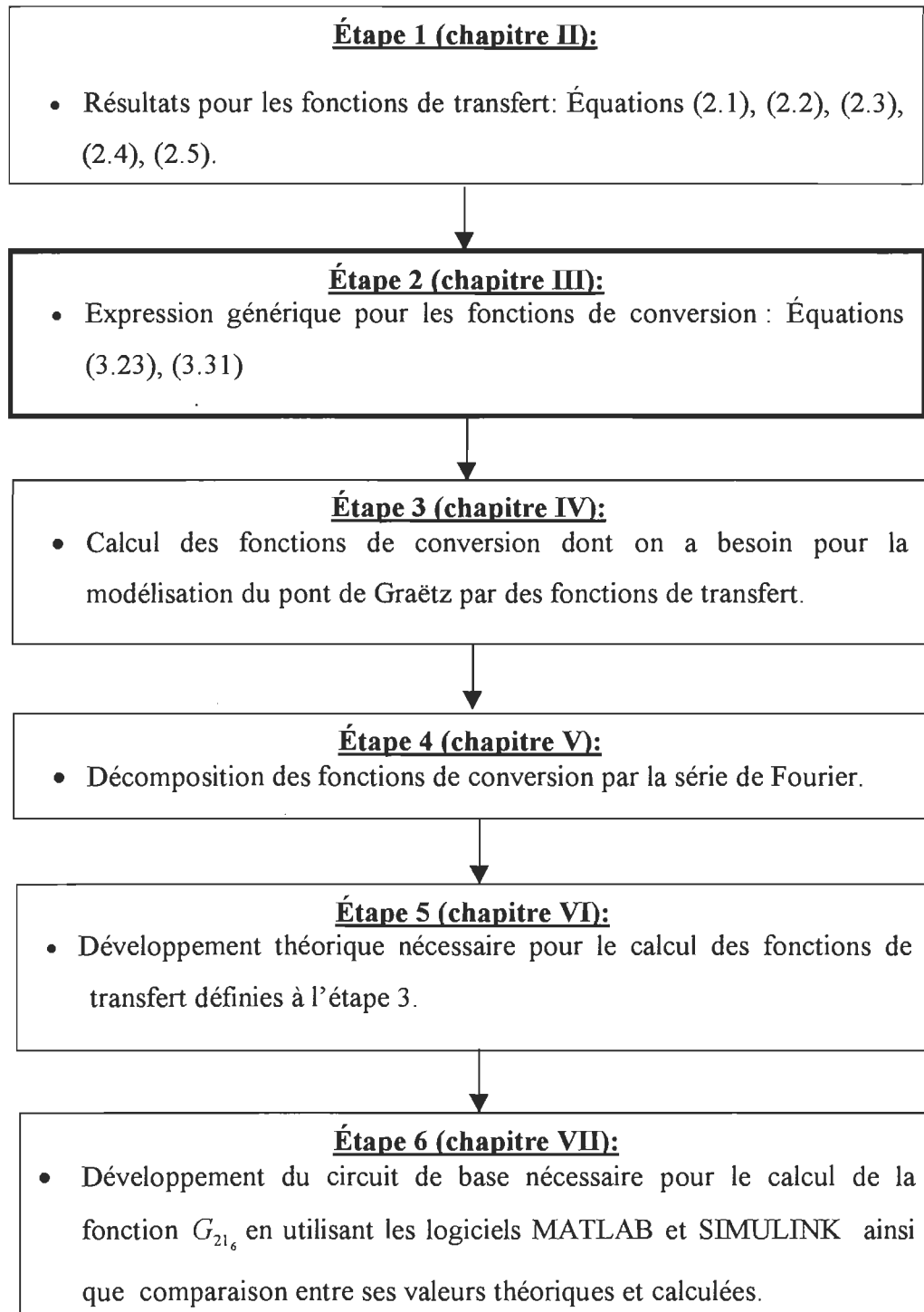


Figure 3.1: Étapes du développement et résultats.

Chapitre IV

Calcul des fonctions de conversion pour un convertisseur à six pulsations

4.1 Introduction

Le convertisseur à six pulsations basé sur le pont de Graëtz est représenté à la figure 4.1. Il est relié à un transformateur idéal connecté en Y-Y avec un rapport de transformation κ . L'impédance totale du réseau CA est définie comme Z , les tensions CA avant l'impédance sont nommées U_R , U_S et U_T . Les tensions du côté primaire du transformateur sont appelées U_{R1} , U_{S1} et U_{T1} .

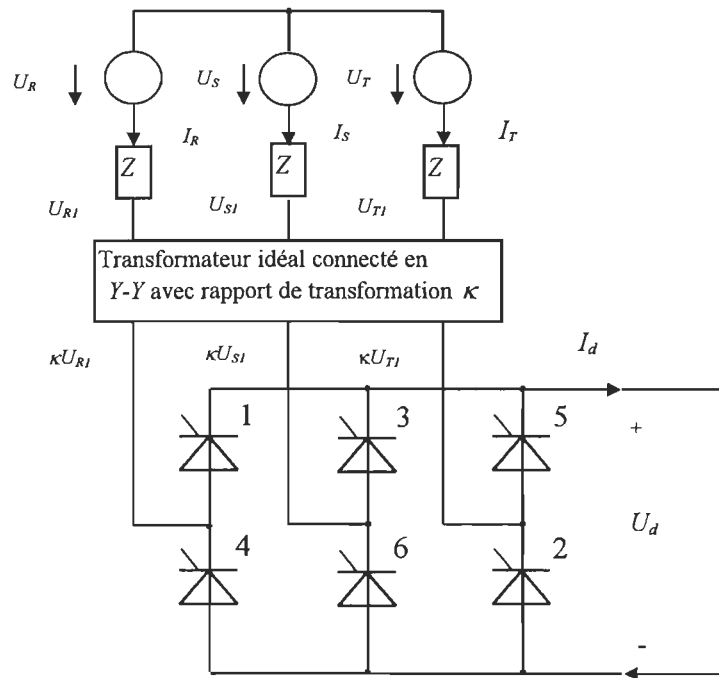


Figure 4.1: Représentation d'un convertisseur à 6 pulsations

L'objectif de ce chapitre est de définir les fonctions de transfert G_2 et G_3 (figure 2.3) en utilisant le concept des fonctions de conversion tel que décrit dans le chapitre 3. Ça veut dire que pour y arriver il faut trouver les fonctions $G_{\xi\eta}$, $K_{\chi\xi}$ et $K_{\eta\chi}$ (figure 3.1) pour chacune des fonctions G_2 et G_3 .

4.2 Considérations initiales

On peut considérer U_d comme une fonction de α et I_d , qui sont variants dans le temps. On peut écrire que:

$$U_d = f(\alpha, I_d) \quad (4.1)$$

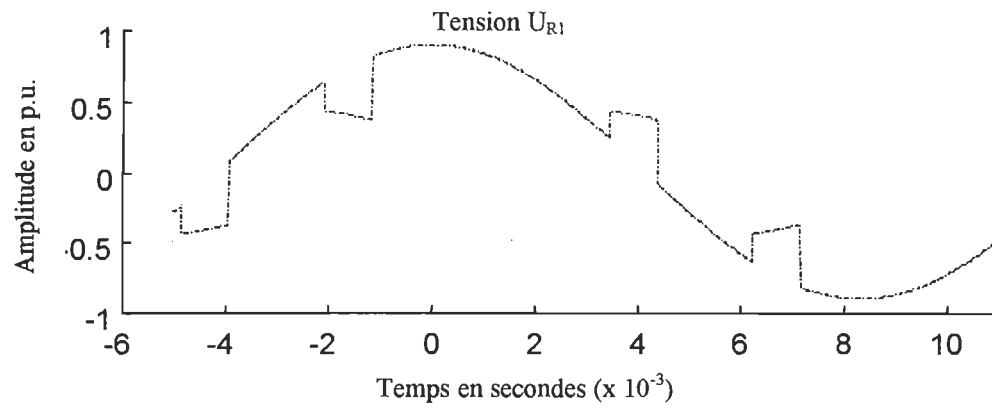
Cette fonction est très difficile à déterminer et on va la calculer seulement pour des variations de U_d par rapport à des petites variations de α et I_d . L'équation pour U_d peut être linéarisée autour d'un point d'opération comme montré par l'équation (4.2):

$$\Delta U_d = \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha} \right)_{I_{dnom}, \alpha_{nom}} \Delta \alpha + \left(\frac{\partial f}{\partial I_d} \right)_{I_{dnom}, \alpha_{nom}} \Delta I_d \quad (4.2)$$

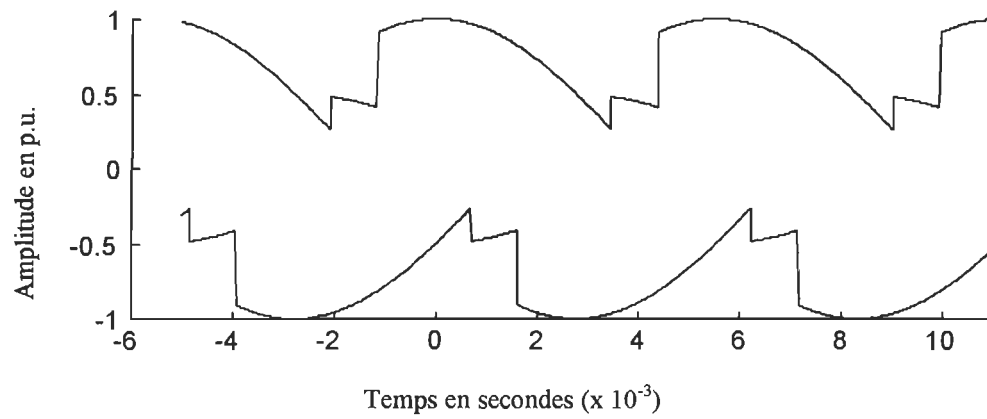
Avec une telle hypothèse, il est possible d'étudier le pont de Graëtz en utilisant la technique des fonctions de transfert. Les fonctions G_2 et G_3 ont déjà été décrites dans la section 2.3 et elles ont déjà été représentées dans la figure 2.3. On calcule d'abord G_3 , soit la variation de la tension CC (ΔU_d) par rapport à I_d avec $\Delta \alpha = 0$; ensuite on varie α et on pose $\Delta I_d = 0$ pour la détermination de G_2 , c'est-à-dire:

$$G_2 = \frac{\Delta U_d}{\Delta \alpha} \quad (4.3)$$

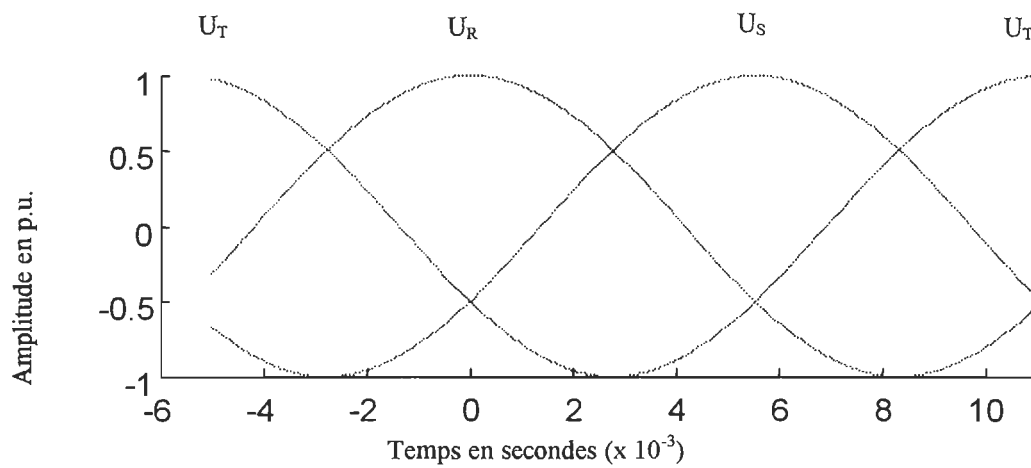
$$G_3 = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} \quad (4.4)$$



(a): Tension de la phase R au secondaire du transformateur.



(b): Tensions de l'anode et de la cathode d'un pont de Graetz



(c): Tensions des phase-neutre R , S , et T

Figure 4.2 : Courbes des tensions caractéristiques d'un pont de Graetz

Pour la définition de toutes les formes d'onde dans le domaine du temps utilisées dans ce travail, l'instant 0 sera défini comme celui où la tension U_R atteint sa valeur positive maximale. La commutation de la partie positive de la tension de la phase T à celle de la phase R commence lorsque $\omega t = -\pi/3 + \alpha_0$ pour $\Delta\alpha = 0$. L'angle d'amorçage du point d'opération ($\Delta\alpha = 0$ et $\Delta I_d = 0$) est défini comme α_0 .

La tension U_{Rl} est tracée dans la figure 4.2a et on peut y remarquer l'effet de la commutation. La tension CC sera égale à $\kappa(U_{Rl} - U_{sl})$ pendant la période de conduction des thyristors 1 et 6. Ainsi, chaque fois qu'on change le pair de thyristors en conduction, la tension CC se modifiera selon la différence entre la tension CA connectée à chacun des thyristors en conduction, tel que montré par la figure 4.2b. La figure 4.2c représente les trois tensions des trois phases équilibrées (voir chapitre 3 de [3]).

Dans les sections suivantes on calculera les fonctions de conversion pour la phase R et les fonctions de conversion pour les deux autres phases seront calculées en fonction de celle de la phase R , tel que montré par les équations (4.5) et (4.6):

$$K_{S_n} = K_{R_n} e^{(-jn2\pi/3)} \quad (4.5)$$

$$K_{T_n} = K_{R_n} e^{(jn2\pi/3)} \quad (4.6)$$

$$\text{pour } n = 6m \pm 1, \quad m \in \mathbb{N}, \quad n \geq 0$$

4.3 Définition de la fonction de conversion K_{UR} reliant les variations des tensions de phase et les variations de tension CC

Comme on a déjà défini dans la section 4.1 et montré par la figure 4.2, la tension de la phase R sera égale à:

$$U_R = \hat{U}_R \cos \omega_0 t \quad (4.7)$$

Comme on a déjà démontré dans la section 3.1, il suffit de calculer la fonction de transfert pour la phase R . En conséquence, on calcule la tension U_{Rl} au primaire du transformateur par l'équation (4.8):

$$U_{R1} = U_R - (ZI_R) \quad (4.8)$$

où (ZI_R) est la chute de tension sur l'impédance Z .

Pour trouver la contribution de la tension de la phase R à la tension CC, il faut multiplier la tension U_{R1} (il faut noter que cette tension tient compte de la chute de tension pendant la commutation - voir figure 4.2) par la fonction de conversion K_{UR} (figure 4.3). Le rapport entre la tension CA U_R et la tension CC U_{dR} est décrit par l'équation (4.9):

$$U_{dR} = K_{UR} U_{R1} = K_{UR} [U_R - (ZI_R)] \quad (4.9)$$

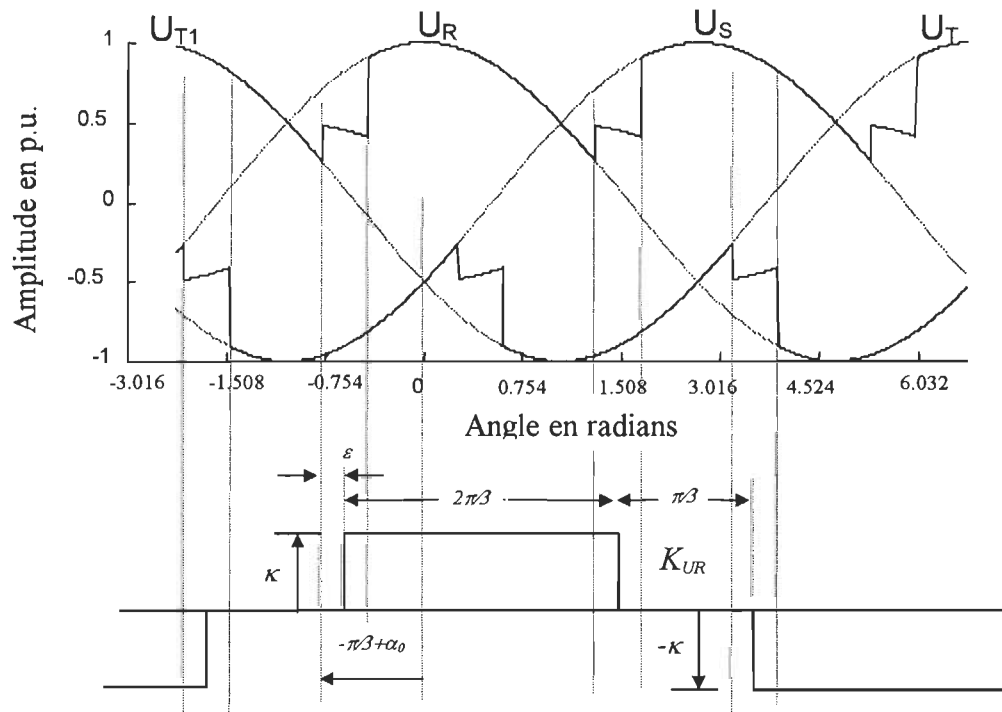


Figure 4.3 : Fonction de conversion K_{UR} [2].

La fonction K_{UR} est à la valeur κ pendant la période de conduction du thyristor 1, tandis qu'elle est à $-\kappa$ lorsque la valve 4 conduit. Pendant la période de commutation de la valve 5 à la valve 1 $(-(\pi/3) + \alpha_0 < \omega_0 t < -(\pi/3) + \alpha_0 + \mu_0)$ la tension CC peut être représentée soit par la tension de la phase R (U_{R1}), soit par la tension de la phase T (U_{T1}). On peut dire que la tension U_{R1} sera égale à la tension U_R moins la chute de tension. Alors, on

pourrait choisir l'angle ε dans la figure 4.3 entre les limites $0 < \varepsilon < \mu_0$. Le choix logique sera $\varepsilon = \mu_0/2$ et ce choix servira pour tous les intervalles où il y aura une commutation. En déterminant la décomposition en série de Fourier pour la fonction K_{UR} , on obtient:

$$K_{URn} = \pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}, \text{ pour } n = 6m \pm 1 = 1, 5, 7 \quad (4.10)$$

$K_{URn} = 0$, pour toutes les autres valeurs de n .

Le développement de cette expression est présenté dans le chapitre 5.

4.4 Définition de la fonction de conversion reliant les variations du courant (ΔI_d) aux variations du courant de phase avec α constant (α_0)

La conversion des variations du courant continu en variation du courant de phase sera traitée de façon similaire à celle de la section antérieure. C'est-à-dire, on définit une fonction de conversion qui relie une variation du courant continu à une variation du courant de phase. La figure 4.4 montre une petite variation ΔI_d en fonction du temps et son effet sur le courant de phase ΔI_R , ainsi que les fonctions de conversion qui nous permettent de préciser cette relation.

Pour l'analyse, on divise chaque période de 180° en 3 intervalles différents:

- Intervalle 1: aucune valve connectée à la phase R n'est en conduction et la valeur de la fonction de conversion est zéro;
- Intervalle 2: un des thyristors connectés à la phase R conduit tout le courant continu. La fonction a la valeur $+\kappa$ ou $-\kappa$;
- Intervalle 3: pendant la période de commutation, la variation du courant est partagée entre les deux thyristors qui sont en conduction simultanée. On décrit la variation du

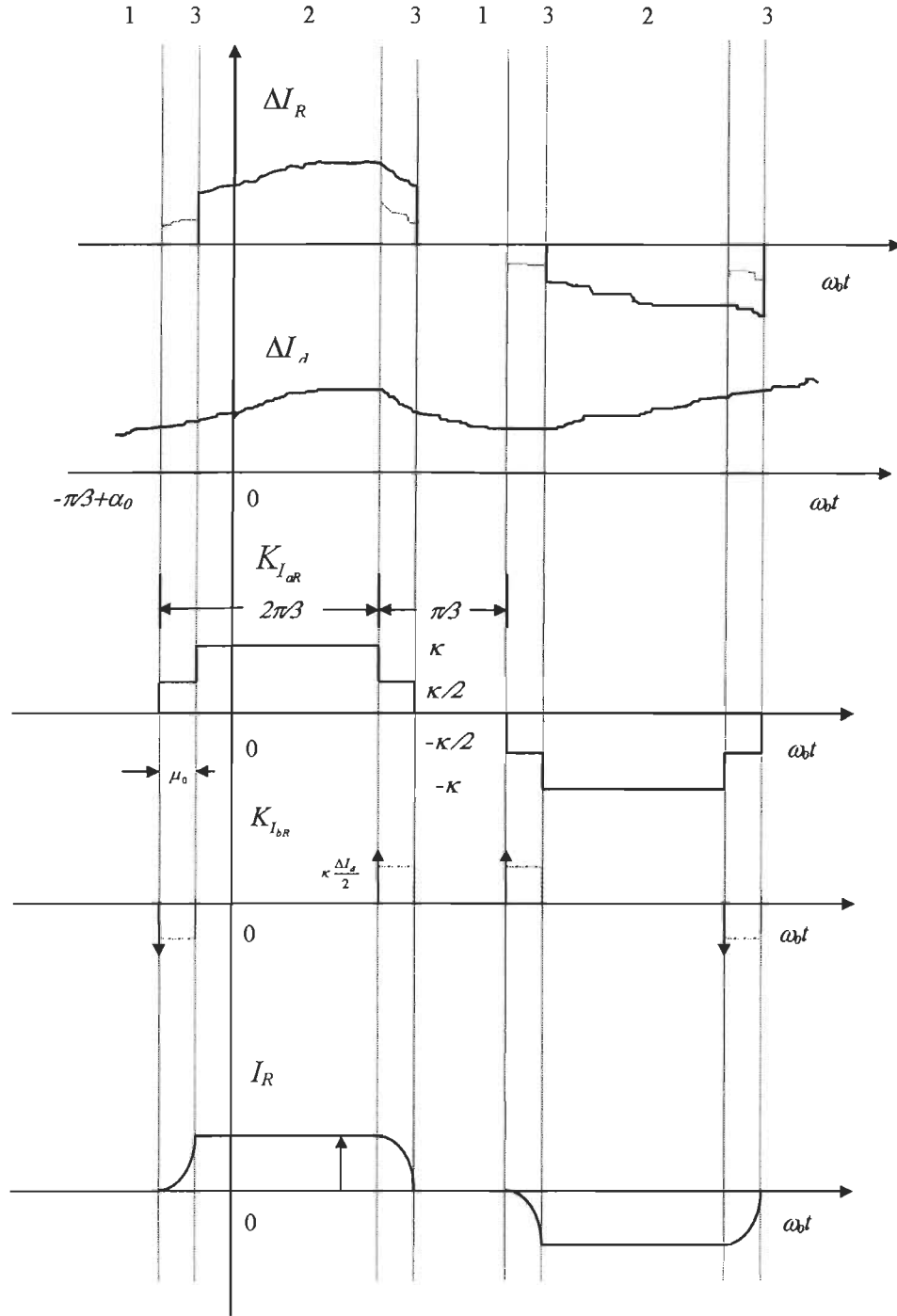


Figure 4.4: Fonctions de conversion K_{IaR} et K_{IbR}

courant de phase par une valeur de la fonction de conversion égale à $+\kappa/2$ ou $-\kappa/2$. Cependant, si on applique la fonction de conversion telle quelle, ΔI_R sera discontinue avec des échelons de $+\kappa \Delta I_R/2$ ou de $-\kappa \Delta I_R/2$ à tous les moments d'amorçage. Cette impossibilité physique est corrigée par l'introduction de la fonction K_{IbR} consistant en des

impulsions d'amplitude $\mp\kappa/2$. Alors, seulement les valeurs instantanées de ΔI_R au moment de l'amorçage sont considérées. Le produit est transféré pour les pulsations par la fonction de transfert suivante, qui convertit des impulsions en des pulsations d'amplitude 1/2 et de durée μ_0/ω_0 :

$$G_I = \frac{1}{2} \frac{1 - e^{-s\mu_0/\omega_0}}{s} \quad (4.11)$$

Ce procédé est équivalent à celui d'échantillonnage par un bloqueur d'ordre zéro et les fonctions qu'on vient de spécifier sont les deux fonctions qui forment le bloqueur (voir chapitre 3 de [7]).

L'introduction de la fonction de transfert K_{IbR} peut nous donner l'idée qu'il y aura une discontinuité à la fin de la période de commutation. Cependant, si on remarque que ΔI_d est beaucoup plus petit que I_d , on peut considérer que le transfert de ΔI_d de la phase R à la phase T est fait de façon instantanée. Ce principe est bien visualisé à la figure 4.5.

Alors, l'expression complète de la variation du courant de phase par rapport à la variation du courant continu est :

$$\Delta I_R = \Delta I_d (K_{IaR} + K_{IbR} G_I) \quad (4.12)$$

où :

$$K_{IaRn} = \pm\kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos n \frac{\mu_0}{2} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} \quad (4.13)$$

$$K_{IbRn} = \mp\kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} j \omega_0 e^{-jn\alpha_0} \quad (4.14)$$

$$n = 6m \pm 1 = 1, 5, 7, \dots$$

Le développement de ces expressions est présenté dans le chapitre 5.

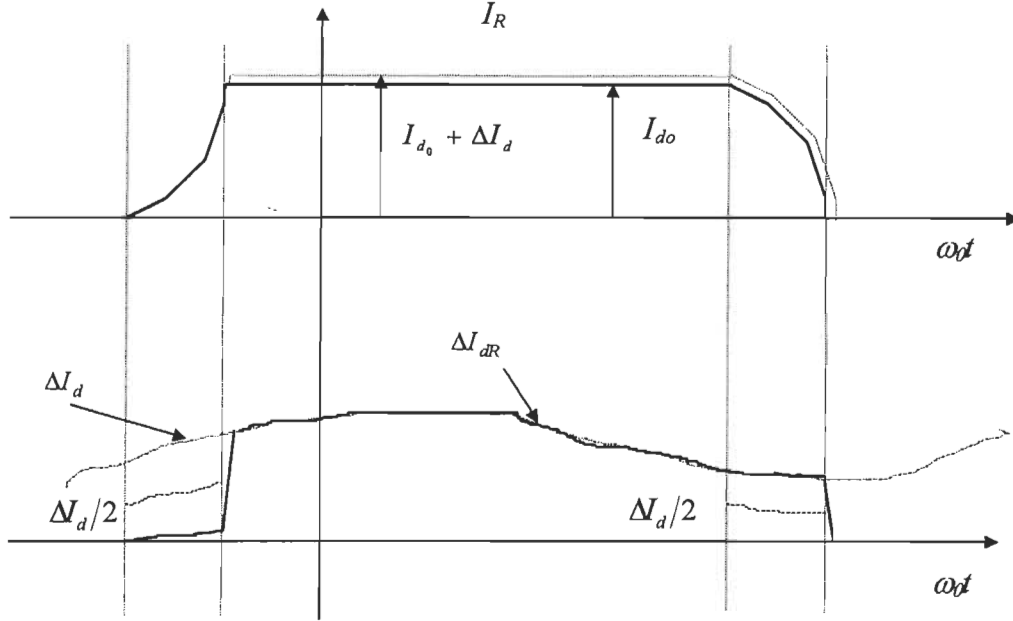


Figure 4.5: Représentation du transfert du courant pendant la commutation (I_R et ΔI_d ne sont pas à la même échelle)

4.5 Détermination de la fonction de conversion $K_{\alpha R}$ reliant la variation de l'angle d'amorçage ($\Delta\alpha$) et la variation du courant de phase (ΔI_R), en maintenant le courant CC constant

La figure 4.6 montre le courant I_R et la variation ΔI_R produite par une petite variation de l'angle d'amorçage ($\Delta\alpha$).

Pour des petites variations de l'angle d'amorçage α , ΔI_R sera constitué d'impulsions de grandeur $h = b\Delta\alpha$ et de durée μ_0/ω_0 . On définit cette fonction de façon similaire à celle de la section 4.3: d'abord on multiplie le signal qui représente la variation $\Delta\alpha$ par une impulsion à chaque instant où l'amorçage a lieu. L'ensemble de ces impulsions formera la fonction de conversion $K_{\alpha R}$, montrée dans la figure 4.6. Ensuite, on applique la

fonction G_α qui représente une impulsion de grandeur b et de durée μ_0/ω_0 (la variation du courant n'existe que pendant la commutation et on simplifie ΔI_R par des impulsions).

Alors:

$$G_\alpha = b \frac{1 - e^{-s\mu_0/\omega_0}}{s} \quad (4.15)$$

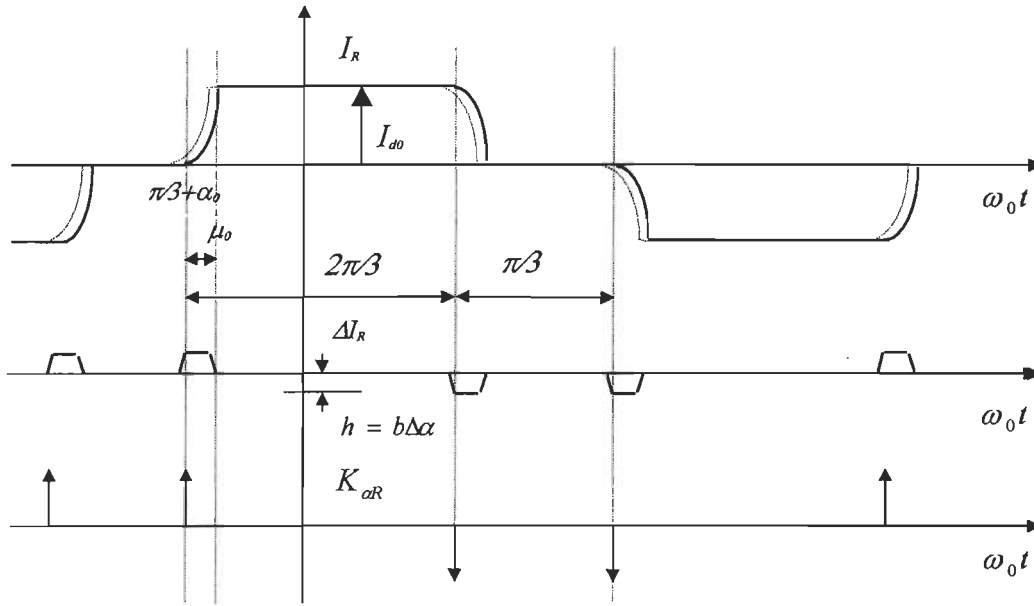


Figure 4.6: Fonction de conversion des variations de l'angle d'amorçage en courant alternatif [2].

Pour la détermination de b , il faut utiliser la formule de l'expression du courant pendant la commutation (voir [3], page 81):

$$i_R = I_{s2}(\cos \alpha_0 - \cos \omega t) \quad (4.16)$$

Si l'instant d'amorçage varie de α_0 à $\alpha_0 + \Delta\alpha$, le nouveau courant aura pour expression:

$$i'_R = I_{s2}(\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \cos \omega t) \quad (4.17)$$

La différence entre i'_R et i_R nous donne la valeur de ΔI_R pendant la commutation.

On définit ΔI_{R_0} comme:

$$\Delta I_{R_0} = i'_R - i_R \quad (4.18)$$

On sait que:

$$\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) = \cos\alpha_0 \cos\Delta\alpha - \sin\alpha_0 \sin\Delta\alpha \cong \cos\alpha_0 - \sin\alpha_0 \Delta\alpha \quad (4.19)$$

si $\Delta\alpha$ est suffisamment faible.

Alors:

$$\Delta I_{R_0} = -I_{s2} \sin\alpha_0 \Delta\alpha \quad (4.20)$$

Si on suppose que le filtrage est parfait, l'impédance de court circuit du réseau (L) est utilisée pour le calcul de I_{s2} (voir [3], page 81):

$$\Delta I_{R_0} = h = -\frac{\hat{U} \sqrt{3} \sin\alpha_0}{2L\omega_0} \Delta\alpha \quad (4.21)$$

Comme:

$$h = b \Delta\alpha \quad (4.22)$$

La valeur de b sera:

$$b = -\frac{\hat{U} \sqrt{3} \sin\alpha_0}{2L\omega_0} \quad (4.23)$$

En remplaçant l'équation (4.23) dans l'expression pour G_α (4.15):

$$G_\alpha = -\frac{\hat{U} \sqrt{3} \sin\alpha_0}{2L\omega_0} \frac{1 - e^{-s\mu_0/\omega_0}}{s} \quad (4.24)$$

En comparant les figures 4.4 et 4.6 on remarque que:

$$K_{\alpha R} = -K_{IbR} \quad (4.25)$$

Finalement, l'expression de ΔI_R sera:

$$\Delta I_R = \Delta \alpha K_{dR} G_\alpha \quad (4.26)$$

où on obtient par la décomposition de Fourier:

$$K_{dRn} = \mp \frac{\sqrt{3}}{\pi} j \omega_0 e^{-j n \alpha_0} \quad (4.27)$$

$$n = 6m \pm 1 = 1, 5, 7, \dots$$

4.6 Application des fonctions de conversion pour le calcul des fonctions de transfert G_2 et G_3

Ces fonctions de transfert seront évaluées en tenant compte des principes énoncés dans le chapitre 3 et des fonctions de conversion calculées dans les sections 4.3, 4.4 et 4.5. Les figures 4.7 et 4.8 sont similaires à la figure 3.1, mais on remplace maintenant les désignations génériques par celles utilisées pour le calcul de G_2 ($\Delta U_d / \Delta I_d$) et G_3 ($\Delta U_d / \Delta \alpha$). On emploie la notation pour la phase R, mais la fonction totale est l'addition des fonctions correspondantes à chaque phase. Si on appelle U_{dR} la contribution de la phase R pour la tension CC, on peut écrire:

$$U_{dR} = K_{U_R} [U_R - (Z I_R)] \quad (4.28)$$

Si on définit :

$$U_{dR} = U_{dR_0} + \Delta U_{dR} \quad (4.28a)$$

$$I_R = I_{R_0} + \Delta I_R \quad (4.28b)$$

Et en sachant que U_R est constant :

$$U_R = U_{R_0} \quad (4.28c)$$

En remplaçant les équations (4.28a), (4.28b) et (4.28c) dans l'équation (4.28), on arrive à :

$$\Delta U_{dR} = -K_{UR} Z \Delta I_R \quad (4.29)$$

Cette relation est représentée par la figure 4.7:

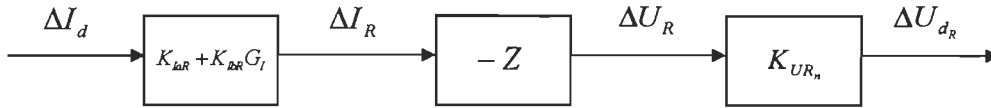


Figure 4.7: Représentation de G_3 par des fonctions de conversion

$$\Delta U_{dR} = -[K_{UR} * Z * (K_{IaR} + K_{IbR} G_I)] \Delta I_d \quad (4.30)$$

Le même principe s'applique pour le calcul de $G_2(\Delta U_d / \Delta \alpha)$:

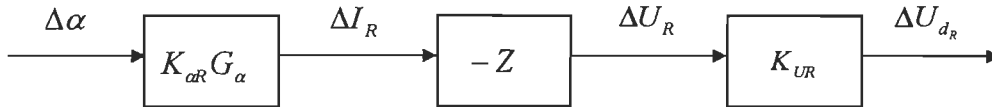


Fig. 4.8: Représentation de G_2 par des fonctions de conversion

$$\Delta U_{dR} = -[K_{UR} * Z * (K_{aR} G_α)] \Delta \alpha \quad (4.31)$$

4.7. Détermination des fonctions de conversion pour un pont de Graëtz possédant un transformateur connecté en $Y - \Delta$

4.7.1 Description du circuit

Pour obtenir un convertisseur à 12 pulsations, il faut connecter deux pont de Graëtz en série: le premier aura un transformateur en $Y-Y$ et le deuxième aura un transformateur en $Y-\Delta$ (voir [3], chapitre 2). Si on veut que les deux ponts en séries possèdent la même valeur de tension CC, il faut que les tensions des secondaires des transformateurs soient égales. En conséquence, il est nécessaire de définir le rapport entre les enroulements du secondaire et les enroulements du primaire du transformateur comme $\kappa/\sqrt{3}:1$. Dans le propos de faciliter le développement, on considère $\kappa = 1$.

La figure 4.9 représente le transformateur connecté en $Y-\Delta$ et le diagramme vectoriel pour les tensions primaires et secondaires. Pour faire la distinction entre les formules calculées dans les sections 4.1, 4.2 et 4.3, on utilise des lettres minuscules pour les fonctions de conversion du transformateur $Y-\Delta$. L'indice 2 indique des grandeurs au secondaire.

Les relations suivantes sont valables pour le transformateur $Y-\Delta$:

$$u_{R2} = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_{R1} - u_{S1}) \quad (4.32)$$

$$u_{S2} = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_{S1} - u_{T1}) \quad (4.33)$$

$$u_{T2} = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_{T1} - u_{R1}) \quad (4.34)$$

$$i_R = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{R2} - i_{T2}) \quad (4.35)$$

$$i_S = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{S2} - i_{R2}) \quad (4.36)$$

$$i_T = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{T2} - i_{S2}) \quad (4.37)$$

Les tensions du secondaire telles que montrées à la figure 4.10 sont obtenues pour des conditions de fonctionnement à vide. L'instant $t = 0$ est le même défini antérieurement par l'équation 4.7. C'est-à-dire, la tension de la phase R du réseau est exprimée par:

$$U_R = \hat{U}_R \cos \omega_0 t \quad (4.38)$$

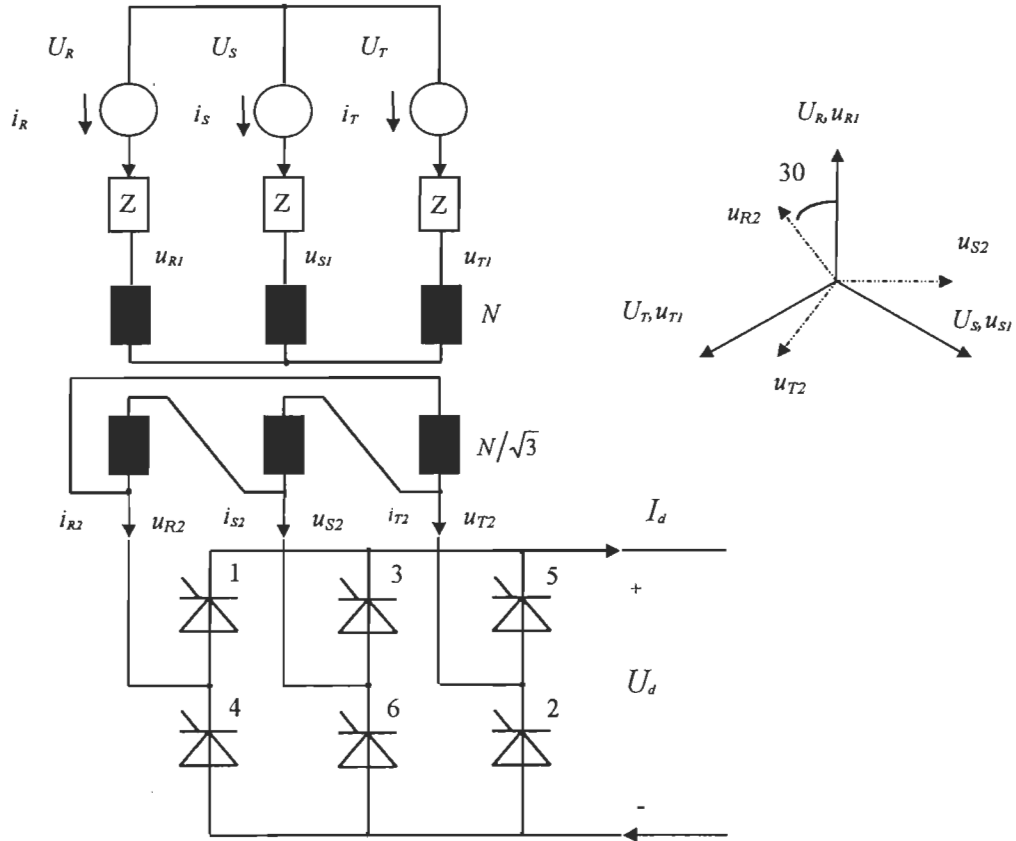


Figure 4.9: Pont de Graëtz avec transformateur connecté en $Y-\Delta$

4.7.2 Calcul des fonctions de conversion k_U, k_{I_a} et k_{I_b} pour $\alpha = \alpha_0$ (constant) et pour un courant qui varie $I_d = I_{d_0} + \Delta I_d$

Ces fonctions sont les équivalentes à celles calculées dans les sections 4.2 et 4.3. Alors, on écrit par analogie:

$$u_{dR} = k_U u_{R1} \quad (4.39)$$

$$\Delta i_R = k_{Ia} \Delta I_d + g_I (k_{Ib} \Delta I_d) \quad (4.40)$$

Il s'agit maintenant de trouver les expressions des fonctions de conversion k_U , k_{Ia} , k_{Ib} et g_I .

Détermination de k_U

La tension CC sera calculée de la façon suivante:

$$U_d = k_{uR} u_{R2} + k_{uS} u_{S2} + k_{uT} u_{T2} \quad (4.41)$$

où k_{uR} , k_{uS} et k_{uT} sont des fonctions de conversions. k_{uR} et k_{uT} sont dessinées dans la figure 4.10.

Si on remplace les équations (4.32), (4.33) et (4.34) dans l'équation (4.41), on arrive à l'expression suivante:

$$U_d = \frac{1}{\sqrt{3}} (k_{uR} - k_{uT}) u_{R1} + \frac{1}{\sqrt{3}} (k_{uS} - k_{uR}) u_{S1} + \frac{1}{\sqrt{3}} (k_{uT} - k_{uS}) u_{T1} \quad (4.42)$$

Si on compare cette équation avec celles obtenues pour le transformateur connecté Y-Y, on peut écrire:

$$k_U = \frac{1}{\sqrt{3}} (k_{uR} - k_{uT}) \quad (4.43)$$

k_U a sa forme définie dans la figure 4.10 et on remarque que sa composante fondamentale est en phase avec celle de la fonction K_U dessinée dans la figure 4.3.

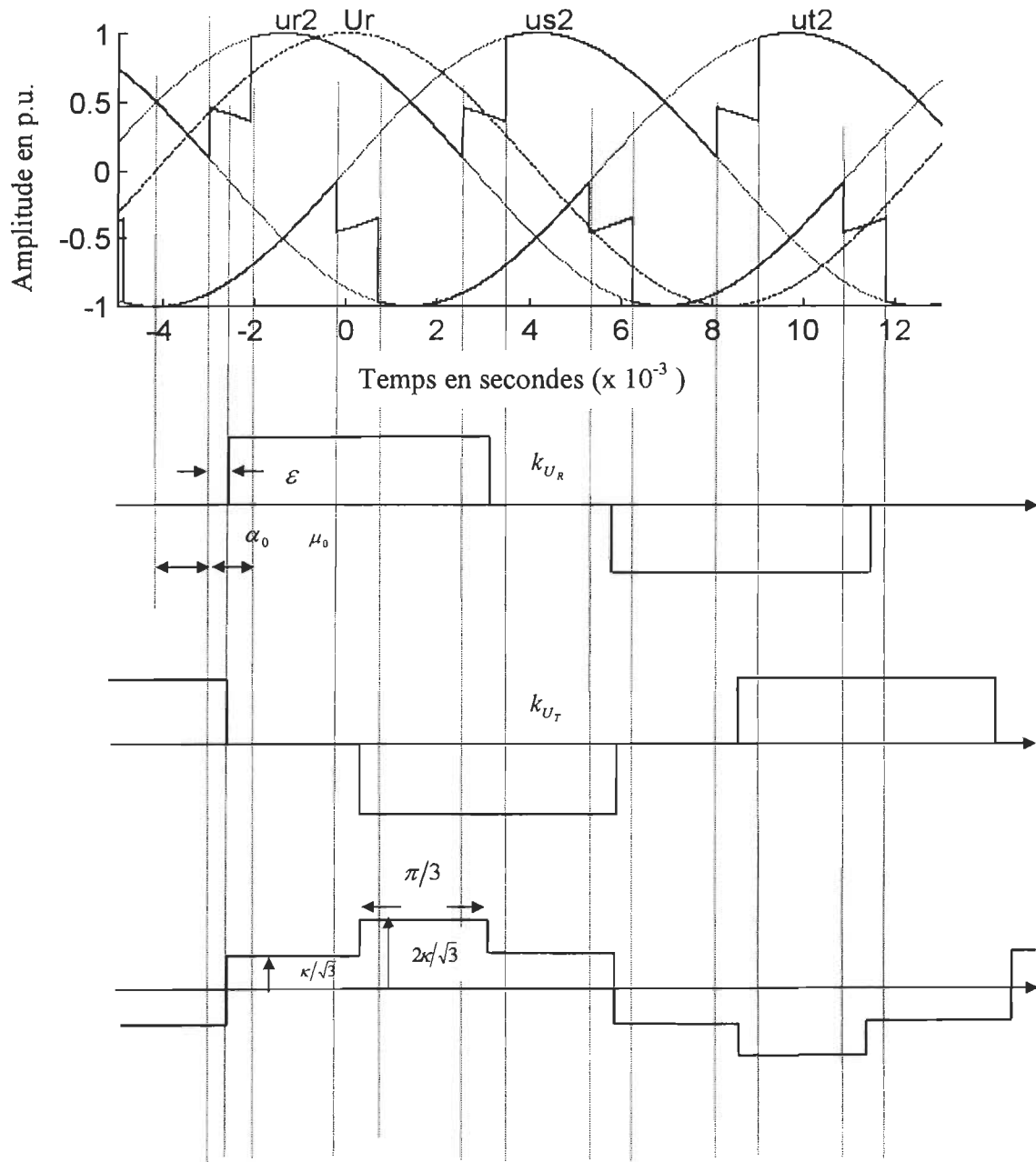


Figure 4.10: Fonction de conversion k_U .

Détermination de k_{Ia} et de k_{Ib}

Selon l'équation (4.35) :

$$\Delta i_R = \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta i_{R2} - \Delta i_{T2}) \quad (4.44)$$

Δi_{R2} et Δi_{T2} ont été calculés dans la section 4.3 et on reprend leur expression ici :

$$\Delta i_{R2} = k_{iaR} \Delta I_d + g_I (k_{ibR} \Delta I_d) \quad (4.45)$$

$$\Delta i_{T2} = k_{iaT} \Delta I_d + g_I (k_{ibT} \Delta I_d) \quad (4.46)$$

Les formes d'onde de k_{IaR} et k_{IaT} sont dessinées dans la figure 4.11.

En remplaçant les équations 4.45 et 4.46 dans l'équation 4.44:

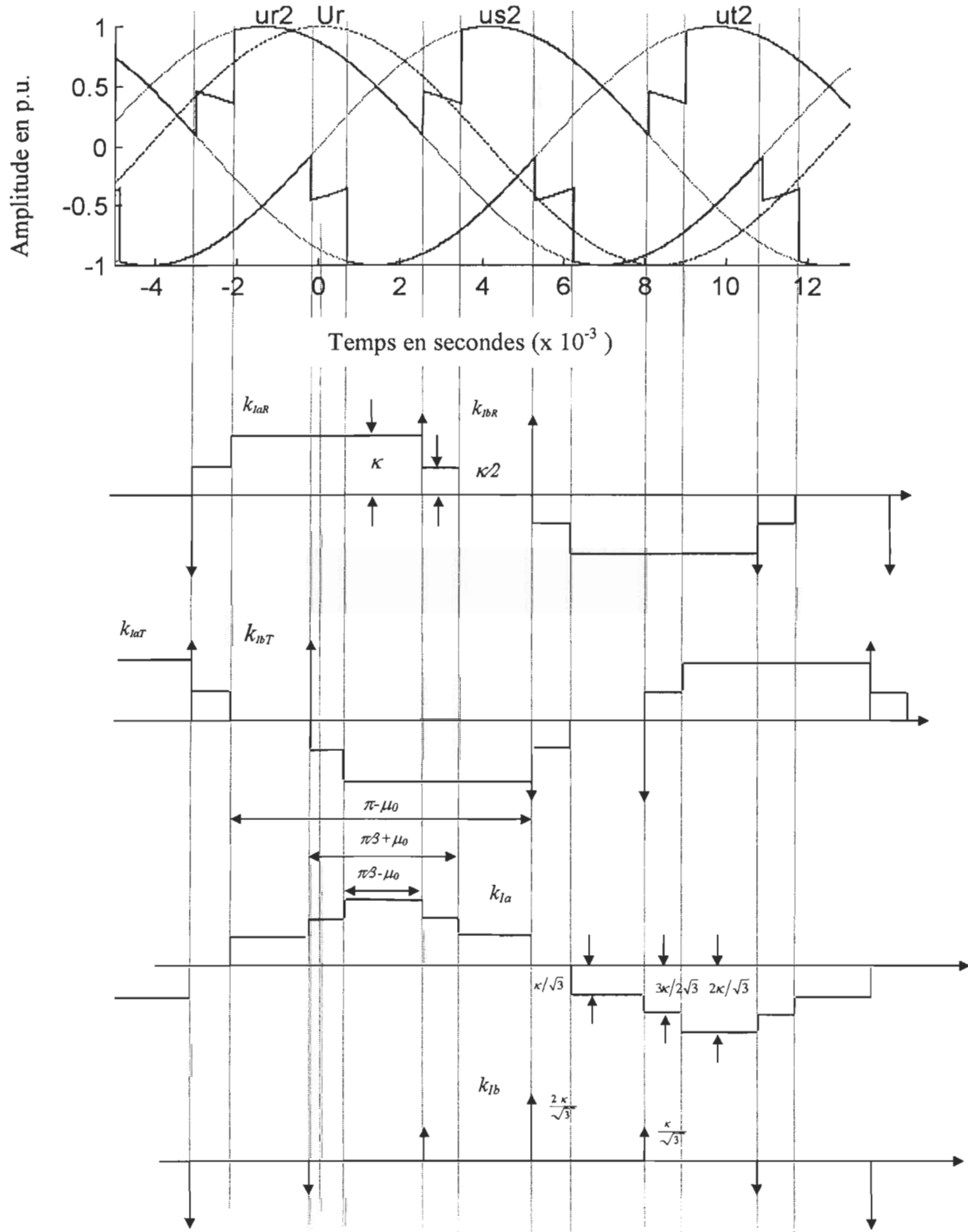
$$\Delta i_R = \frac{1}{\sqrt{3}} (k_{iaR} - k_{iaT}) \Delta I_d + g_I \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (k_{ibR} - k_{ibT}) \Delta I_d \right] \quad (4.47)$$

Si on compare l'équation 4.47 avec l'équation 4.40, on obtient:

$$k_{Ia} = \frac{1}{\sqrt{3}} (k_{iaR} - k_{iaT}) \quad (4.48)$$

$$k_{Ib} = \frac{1}{\sqrt{3}} (k_{ibR} - k_{ibT}) \quad (4.49)$$

k_{Ia} et k_{Ib} sont dessinées dans la figure 4.11. Le paramètre k_{Ib} est représenté par une série d'impulsions de valeurs $2\kappa/\sqrt{3}$ et $\kappa/\sqrt{3}$.

Figure 4.11: Fonctions de conversion k_{la} et k_{lb}

4.7.3 Calcul pour $I_d = I_{d_0}$ et pour $\alpha = \alpha_0 - \Delta\alpha$

Les équations pour un α qui varie sont calculées de la même façon que dans la section 4.4:

$$\Delta i_R = g_\alpha(k_\alpha \Delta\alpha) \quad (4.50)$$

Les résultats sont similaires à ceux obtenus pour l'expression de K_α :

$$k_\alpha = -k_{lb} \quad (4.51)$$

4.7.4 Commentaires et conclusion

Comme on peut remarquer, les équations pour le transformateur connecté en $Y-Y$ et pour celui connecté en $Y-\Delta$ ont la même forme et on doit employer K_U, K_{Ia}, K_{Ib} , et K_α pour le transformateur en $Y-Y$ et k_U, k_{Ia}, k_{Ib} , et k_α pour le transformateur en $Y-\Delta$.

Le but de ce chapitre a été atteint. C'est-à-dire, on a développé les expressions pour les fonctions de transfert G_2 et G_3 , ainsi que la définition des fonctions de conversion utilisées pour les calculer. Les équations et figures pour les résultats principaux sont identifiés à la figure 4.12.

Dans le prochain chapitre, on étudiera la décomposition des fonctions de conversion par la série de Fourier.

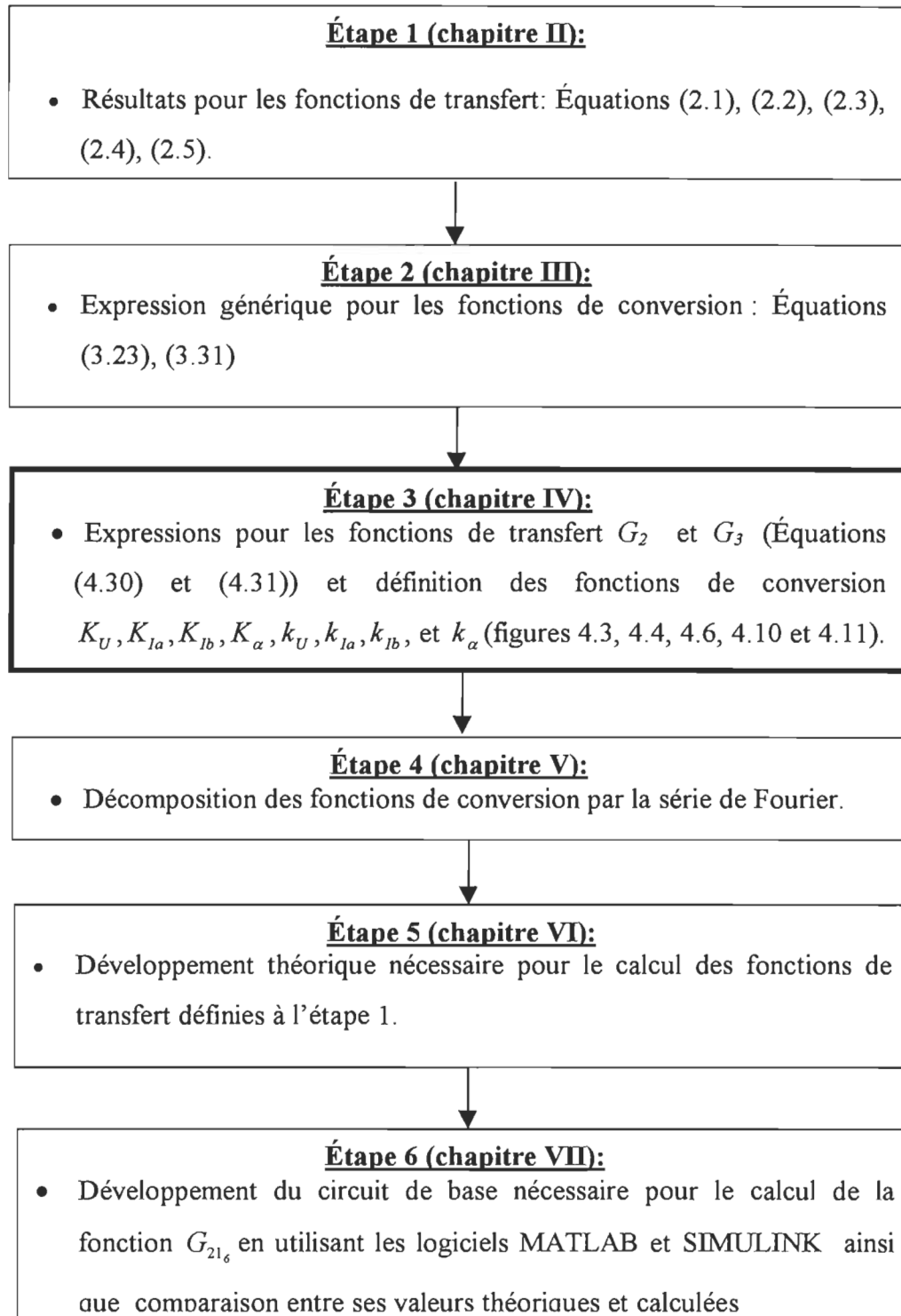


Figure 4.12: Étapes du développement et résultats.

Chapitre V

Décomposition en série de Fourier des fonctions de conversion

5.1- Introduction

On a discuté le calcul des fonctions de transfert d'un lien CCHT en utilisant le concept des fonctions de conversion au chapitre 3. Si on examine le résultat final de cette analyse, soit l'équation 3.31, on remarque le besoin de connaître le spectre de fréquence des fonctions de conversion pour arriver à la valeur des fonctions de transfert pour chaque fréquence. Alors, avant de passer au calcul détaillé de ces fonctions, il faut trouver la décomposition par série de Fourier de toutes les fonctions de conversion définies dans le chapitre 4. Ceci est le but de ce chapitre.

5.2 Décomposition en série de Fourier d'une onde carrée

On remarque que toutes les formes d'onde des fonctions de conversion définies dans le chapitre 4 sont des ondes carrées ou une combinaison de différentes ondes carrées, parfois déplacées d'un angle φ par rapport à l'axe des ordonnées. Alors, il s'avère très utile de faire la décomposition en série de Fourier d'une telle forme d'onde et d'appliquer le résultat pour le calcul des fonctions de conversion.

Formules applicables à la décomposition de Fourier d'une onde de période 2π

Les formules suivantes définissent les termes de la série de Fourier pour une onde de période 2π [8,9]:

$$F(\theta) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \quad (5.1)$$

où:

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) d\theta \quad (5.2)$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) \cos n\theta d\theta \quad (5.3)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) \sin n\theta d\theta \quad (5.4)$$

Simplifications pour une onde carrée

L'onde en analyse a sa forme représentée dans la figure 5.1:

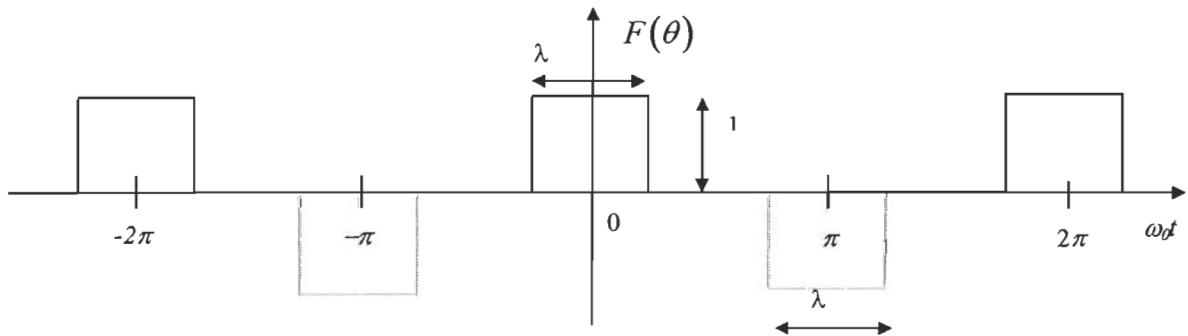


Figure 5.1: Fonction Impulsionnelle

Le terme A_0 de l'équation (5.2) représente la valeur moyenne de l'onde analysée. Comme l'onde carrée est symétrique par rapport à l'axe des abscisses, on peut conclure que [8,9]:

$$A_0 = 0$$

Si on fait la décomposition de Fourier totale comme l'addition de la décomposition de Fourier de la partie positive de l'onde et celle de la partie négative, on constate que la

partie positive ainsi que la partie négative sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées. C'est-à-dire, ces ondes sont des fonctions paires et, en conséquence, les termes en B_n ont la valeur [8,9]:

$$B_n = 0$$

Décomposition en série de Fourier de la partie positive de l'onde

Alors, il nous reste à calculer la décomposition de Fourier pour les deux parties (positive et négative) de l'onde carrée, en choisissant comme l'origine le point central d'une des impulsions. On doit déterminer seulement les termes en A_n , vu qu'on a déjà conclu que les termes en B_n sont nuls. Pour la partie positive de l'onde:

$$A_{n+} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) \cos n\theta d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\theta) \cos n\theta d\theta \quad (5.5a)$$

$$A_{n+} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\theta) \cos n\theta d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} F(\theta) \cos n\theta d\theta \quad (5.5b)$$

$$A_{n+} = \frac{1}{\pi} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} F(\theta) \cos n\theta d\theta = \frac{1}{n\pi} \left[\sin \frac{n\lambda}{2} - \sin \left(-\frac{n\lambda}{2} \right) \right] = \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\lambda}{2} \quad (5.5c)$$

Le terme A_{0+} de la partie positive sera:

$$\frac{A_{0+}}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} 1 * d\theta = \frac{\lambda}{2\pi} \quad (5.6)$$

Alors la série complète pour la partie positive de l'onde carrée sera:

$$F^+(\theta) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\lambda}{4} + \sin \frac{\lambda}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \frac{2\lambda}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{3} \sin \frac{3\lambda}{2} \cos 3\theta + \frac{1}{4} \sin \frac{4\lambda}{2} \cos 4\theta + \dots \right) \quad (5.7)$$

Si $\lambda = 2\pi/3$, les termes du troisième harmonique et ses multiples sont nuls.

Décomposition en série de Fourier de la partie négative de l'onde carrée

Si on applique la même technique que pour la partie positive, on arrive au résultat suivant:

$$F^-(\theta) = \frac{2}{\pi} \left(-\frac{\lambda}{4} + \sin \frac{\lambda}{2} \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \frac{2\lambda}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{3} \sin \frac{3\lambda}{2} \cos 3\theta - \frac{1}{4} \sin \frac{4\lambda}{2} \cos 4\theta + \dots \right) \quad (5.8)$$

Si $\lambda = 2\pi/3$, les termes du troisième harmonique et ses multiples sont aussi nuls. On obtient l'équation (5.8) comme suit, en tenant pour référence la décomposition de la partie positive de l'onde carrée:

- 1- On déplace l'onde de 180° . C'est à dire, on déplace le fondamental de 180° et tous les harmoniques de $n \cdot 180^\circ$. Pour les harmoniques où n est pair, on constate la relation suivante: $\cos(n\theta + n\pi) = \cos n\theta$. Par contre, si la valeur de n est impaire, $\cos(n\theta + n\pi) = -\cos n\theta$. Alors, pour les harmoniques impairs, le signe s'inverse.
- 2- On inverse l'onde. En conséquence, on multiplie tous les termes de la série par -1.

Décomposition en série de Fourier de l'onde carrée

On parvient à la décomposition en série de Fourier de la fonction totale par l'addition de la décomposition des parties positive et négative tel que calculées ci-haut:

$$F(\theta) = F^-(\theta) + F^+(\theta) \quad (5.9)$$

$$F(\theta) = \frac{2}{\pi} \left(\sin \frac{\lambda}{2} \cos \theta + \frac{1}{3} \sin \frac{3\lambda}{2} \cos 3\theta + \frac{1}{5} \sin \frac{5\lambda}{2} \cos 5\theta + \frac{1}{7} \sin \frac{7\lambda}{2} \cos 7\theta + \frac{1}{9} \sin \frac{9\lambda}{2} \cos 9\theta + \dots \right) \quad (5.10)$$

Comme $\lambda = 2\pi/3$, l'équation (5.10) revient à:

$$F(\theta) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \left(\cos \theta - \frac{1}{5} \cos 5\theta + \frac{1}{7} \cos 7\theta - \frac{1}{11} \cos 11\theta + \frac{1}{13} \cos 13\theta \dots \right) \quad (5.11)$$

Définition d'une expression générale pour les fonctions de conversion basée sur la décomposition de Fourier de l'onde carrée

Dans le but de faciliter le calcul des fonctions de conversion, on définit une expression générale pour une fonction de conversion générique K , en se basant sur le développement précédent:

$$K = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n(\omega_0 t - \varphi) \quad (5.12)$$

Les termes en A_n sont obtenus de l'équation 5.5a, en tenant compte de l'annulation des termes lorsqu'on additionne $F^-(\theta) + F^+(\theta)$ pour obtenir $F(\theta)$ (équations 5.9, 5.10 et 5.11). C'est à dire, les termes qui ne s'annulent pas sont égaux et on peut écrire pour A_n :

$$A_n = 2A_{n+} \quad (5.13)$$

$$A_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\lambda/2} \cos n(\omega_0 t - \varphi) dt, \quad n = 6m \pm 1, n > 0, m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.14)$$

$$A_n = \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\lambda}{2} \quad (5.15)$$

Ceci signifie que la fonction de conversion générique a une symétrie par rapport à $\omega_0 t = \varphi$ et qu'il suffira de trouver l'angle φ particulier à la fonction en étude pour appliquer les formules générales.

5.3 Définition des décompositions en série de Fourier pour les diverses fonctions de conversion

Comme on a déjà discuté dans la section 3.1, le concept de fonction de transfert s'applique lorsqu'on calcule le rapport sortie/entrée pour le régime permanent d'un système quelconque pour une même fréquence. Par conséquent, la représentation des

fonctions de transfert à partir du calcul des fonctions de conversion est restreint aux produits des harmoniques qui génèrent des termes à la sortie avec la même fréquence que l'entrée. En utilisant l'équation (5.15), on trouvera la décomposition de Fourier pour chacune des fonctions de conversion mentionnées dans le chapitre 4. On considère que le rapport de transformation des transformateurs connectés aux ponts de Graëtz est égal à $\kappa = 1$. Une étude de l'influence de ce rapport sur les expressions des fonctions de conversion sera présentée dans la section 5.5, lors de la représentation des décompositions de Fourier obtenues ici-bas sous leur forme complexe.

Fonction K_v (figure 4.3)

Par une inspection de la figure 4.3, on vérifie que la symétrie de la fonction se fait autour de l'angle:

$$\varphi_{K_v} = \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} \right) \quad (5.16)$$

En utilisant l'équation 5.15, on calcule l'expression pour les termes A_n :

$$A_{v_n} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{n} \sin \frac{n\lambda}{2} = \frac{4}{n\pi} \sin \left(\frac{n\pi}{3} \right) \quad (5.17)$$

$$\therefore A_{v_n} = \pm \frac{4}{n\pi} \frac{\sqrt{3}}{2}, n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.18)$$

$$A_{v_n} = 0, \text{ pour toute autre valeur de } n. \quad (5.19)$$

Fonction k_v (figure 4.10)

Par une inspection de la figure 4.10, on vérifie que la symétrie de la fonction se fait autour de l'angle:

$$\varphi_{k_v} = \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} \right) \quad (5.20)$$

On peut aussi constater qu'il est possible de la représenter par l'addition des deux trains d'impulsions, avec les amplitudes égales à $1/\sqrt{3}$ et les longueurs égales à π et $\pi/3$. Alors les termes de la décomposition de Fourier de la fonction sont donnés par:

$$a_{k_{\text{un}}} = a_{k_{\text{un1}}} + a_{k_{\text{un2}}} \quad (5.21a)$$

$$F(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (5.21b)$$

$$a_{k_{\text{un}}} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\int_0^{\lambda_1/2} \cos n\theta d\theta + \int_0^{\lambda_2/2} \cos n\theta d\theta \right] \quad (5.22)$$

pour:

$$\lambda_1 = \pi \quad (5.23)$$

$$\lambda_2 = \pi/3 \quad (5.24)$$

Alors:

$$a_{k_{\text{un}}} = \frac{4}{n\pi\sqrt{3}} \left[\sin n\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin n\left(\frac{\pi}{6}\right) \right] \quad (5.25)$$

On sait que:

$$\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2 \sin a \cos b \quad (5.26)$$

Si on définit $a = n\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $b = n\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et on les remplace dans l'équation (5.25) on

obtient:

$$\sin n\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin n\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin n\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos n\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad (5.27)$$

En remplaçant l'équation (5.27) dans l'équation (5.25) on obtient:

$$a_{k_{\text{un}}} = \frac{4}{n\pi\sqrt{3}} 2 \sin n\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos n\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad (5.28)$$

À partir de l'équation (5.28) on peut écrire l'expression générale pour les termes $\alpha_{k_{un}}$:

$$\alpha_{k_{un}} = \pm (-1)^m \frac{4}{n\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.29a)$$

$$\alpha_{k_{un}} = 0 \text{ pour tout autre } n \quad (5.29b)$$

Autrement dit, les termes qui composent la série porteront un signe alternativement positif et négatif et seront multipliés par $(-1)^m$.

Fonction K_{Ia} (figure 4.4)

Par inspection de la figure 4.4, on vérifie que la fonction K_{Ia} est symétrique et que cette symétrie se fait autour de l'angle:

$$\varphi_{Ia} = \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} \right) \quad (5.30)$$

On peut aussi constater qu'il est possible de la représenter par l'addition des deux ondes carrées, avec amplitude égale à $1/2$ et de longueurs égales à $2\pi/3 + \mu_0$ et $2\pi/3 - \mu_0$. Alors les termes de la décomposition de Fourier de la fonction sont donnés par:

$$A_{Ia_n} = A_{Ia_{1n}} + A_{Ia'_{n2}} \quad (5.31)$$

$$F(\theta) = \frac{1}{2} \quad (5.32)$$

$$A_{Ia_n} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2} \left[\int_0^{\lambda_1/2} \cos n\theta d\theta + \int_0^{\lambda_2/2} \cos n\theta d\theta \right] \quad (5.33)$$

où:

$$\lambda_1 = \frac{2\pi}{3} + \mu_0 \quad (5.34a)$$

$$\lambda_2 = \frac{2\pi}{3} - \mu_0 \quad (5.34b)$$

$$A_{I_{a_n}} = \frac{4}{n\pi 2} \left[\sin n \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\mu_0}{2} \right) + \sin n \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\mu_0}{2} \right) \right] \quad (5.35)$$

En utilisant l'équation (5.26) avec:

$$a = n \left(\frac{\pi}{3} \right) \quad (5.36a)$$

$$b = n \left(\frac{\mu_0}{2} \right) \quad (5.36b)$$

on obtient:

$$A_{I_{a_n}} = \frac{4}{n\pi} \left[\sin n \left(\frac{\pi}{3} \right) \cos n \left(\frac{\mu_0}{2} \right) \right] \quad (5.36c)$$

En comparant l'équation (5.36) avec l'équation (5.18), on écrit $A_{I_{a_n}}$ en fonction de A_{U_n} (équation (5.18)):

$$A_{I_{a_n}} = A_{U_n} \cos \left(n \frac{\mu_0}{2} \right), \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.37)$$

$$A_{I_{a_n}} = 0, \text{ pour tout autre } n \quad (5.38)$$

Fonction k_a (figure 4.11)

Par inspection de la figure 4.11, on vérifie que la fonction k_a est symétrique et que cette symétrie se fait autour de l'angle:

$$\varphi_{I_a} = \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} \right) \quad (5.39)$$

On peut aussi constater qu'il est possible de la représenter par l'addition des trois ondes carrées:

$$a_{Ia_n} = a_{Ia_{n1}} + a_{Ia_{n2}} + a_{Ia_{n3}} \quad (5.40)$$

Les amplitudes des trois ondes sont:

$$F_1(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (5.41a)$$

$$F_2(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (5.41b)$$

$$F_3(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (5.41c)$$

Les intervalles sont égaux à $\pi - \mu_0$, $\pi/3 + \mu_0$ et $\pi/3 - \mu_0$, respectivement. Alors les termes de la décomposition de Fourier de la fonction sont donnés par:

$$a_{Ia_n} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\int_0^{\lambda_1/2} \cos n\theta d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{\lambda_2/2} \cos n\theta d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{\lambda_3/2} \cos n\theta d\theta \right] \quad (5.42)$$

où:

$$\lambda_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\mu_0}{2} \quad (5.43a)$$

$$\lambda_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\mu_0}{2} \quad (5.43b)$$

$$\lambda_3 = \frac{\pi}{6} - \frac{\mu_0}{2} \quad (5.43c)$$

Alors, après le calcul de l'intégrale on arrive à:

$$a_{Ia_n} = \frac{4}{n\pi\sqrt{3}} \left[\sin n \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\mu_0}{2} \right) + \frac{1}{2} \sin n \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\mu_0}{2} \right) + \frac{1}{2} \sin n \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\mu_0}{2} \right) \right] \quad (5.44)$$

On sait que:

$$\sin(c+d) = \sin c \cos d + \cos c \sin d \quad (5.45a)$$

Si on définit:

$$a = n \frac{\pi}{6} \quad (5.45b)$$

$$b = n \frac{\mu_0}{2} \quad (5.45c)$$

$$c = n \frac{\pi}{2} \quad (5.45d)$$

$$d = -n \frac{\mu_0}{2} \quad (5.45e)$$

et on les combine avec les équations (5.44), (5.26) et (5.45) on obtient l'expression de α_{Ia_n} :

$$\alpha_{Ia_n} = \frac{4}{n\pi\sqrt{3}} \left(\sin n \frac{\pi}{2} + \sin n \frac{\pi}{6} \right) \cos n \left(\frac{\mu_0}{2} \right) \quad (5.46)$$

En comparant ce résultat avec l'équation (5.25), on écrit α_{Ia_n} en fonction de α_{kUn} :

$$\alpha_{Ia_n} = \alpha_{kUn} \cos n \left(\frac{\mu_0}{2} \right), \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.47)$$

$$\alpha_{Ia_n} = 0, \text{ pour tout autre } n \quad (5.48)$$

Fonction K_b (figure 4.4)

Par inspection de la figure 4.4, on vérifie que la symétrie se fait autour de l'angle:

$$\varphi_{Ib} = \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.49)$$

Le développement par série de Fourier nous amène à l'équation (5.50) pour la fonction K_b :

$$A_{Ib_n} = (-1)^m \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_0, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.50a)$$

$$A_{Ib_n} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.50b)$$

Fonction k_b (figure 4.11)

Par inspection de la figure 4.11, on vérifie que la symétrie se fait autour de l'angle:

$$\varphi_{Ib} = \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.51)$$

Le développement par série de Fourier nous amène à l'équation (5.52) pour la fonction k_b :

$$a_{Ib_n} = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_0, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.52a)$$

$$a_{Ib_n} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.52b)$$

Fonction K_α et k_α (figure 4.6)

On déduit les relations suivantes à partir de la figure 4.6:

$$K_\alpha = -K_b \quad (5.53)$$

$$k_\alpha = -k_b \quad (5.54)$$

Alors, on peut écrire les équations suivantes à partir des équations (5.50) et (5.52):

$$A_{\alpha_n} = (-1)^m \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_0 \quad (5.55)$$

$$a_{\alpha_n} = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_0 \quad (5.56)$$

pour $n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

$$A_{\alpha_n} = 0 \quad (5.57a)$$

$$\alpha_{a_n} = 0 \quad (5.57b)$$

pour tout autre n .

5.4 Expression générale des fonctions de conversion sous forme complexe

On a déduit l'expression générale pour les fonctions de conversion dans la section 5.2 par l'équation (5.12), qu'on répète ici:

$$K = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n(\omega_0 t - \varphi)$$

Il est aussi possible de l'exprimer sous forme complexe:

$$K = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{A_n}{2} e^{jn(\omega_0 t - \varphi)} \quad (5.58)$$

ou,

$$K = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{A_n}{2} e^{-jn\varphi} e^{jn\omega_0 t} \quad (5.59)$$

Alors, on peut définir l'expression générale pour les termes K_n de la décomposition de Fourier dans sa forme complexe par l'équation (5.60):

$$K_n = \frac{A_n}{2} e^{-jn\varphi} \quad (5.60)$$

5.5 Fonctions de conversion d'un transformateur convertisseur

5.5.1 Considérations initiales

On définit le rapport de transformation d'un transformateur par l'équation (5.61):

$$\kappa = \frac{V_s}{V_p} \quad (5.61)$$

où:

V_p est la tension primaire du transformateur et

V_s est la tension secondaire du transformateur.

Il faut tenir compte de ce facteur dans l'expression des fonctions de conversion pour les généraliser. En conséquence, on les modifie de la façon suivante:

- multiplier les fonctions K_{ia} , k_{ia} , K_{ib} , k_{ib} par le rapport de transformation κ , vu qu'elles convertissent les courants du secondaire du transformateur en courants du côté primaire;
- multiplier les fonctions K_u et k_u par le rapport de transformation κ , parce qu'elles convertissent les tensions alternatives du primaire du transformateur en tension continue secondaire;

Il faut ajouter que les fonctions de conversion K_α et k_α ne dépendent pas de κ , parce que leur calcul tenait compte des valeurs des tensions, du courant et de l'impédance du côté primaire du transformateur.

5.5.2 Expressions des termes K_{Un} , k_{Un} et $K_{Un} + k_{Un}$

L'expression générale pour les termes de la décomposition de Fourier sous forme complexe des fonctions de conversion est $K_n = \frac{A_n}{2} e^{-jn\varphi}$ (équation 5.60), et la symétrie

des fonctions K_u et k_u se fait autour de l'angle $\varphi = \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} \right)$, soit les équations 5.16

et 5.20. Ces équations sont la base du développement des expressions pour K_{U_n} , k_{U_n} et $K_{U_n} + k_{U_n}$.

Expression de K_{U_n}

À partir de l'équation (5.60), on écrit:

$$K_{U_n} = \frac{A_{U_n}}{2} \kappa e^{-j n \varphi} \quad (5.62)$$

En remplaçant l'expression de A_{U_n} donnée par l'équation (5.18) et l'expression de φ donnée par l'équation (5.16), on obtient:

$$K_{U_n} = \pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-j n \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} \right)}, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.63)$$

$$K_{U_n} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.64)$$

Expression de k_{U_n}

À partir de l'expression générale (équation 5.60) on écrit:

$$k_{U_n} = \frac{\alpha_{k_{U_n}}}{2} \kappa e^{-j n \varphi} \quad (5.65)$$

En remplaçant l'expression de α_{U_n} donnée par l'équation (5.29) et l'expression de φ donnée par l'équation (5.20), on arrive à:

$$k_{U_n} = \pm (-1)^m \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-j n \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} \right)}, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.66)$$

$$k_{U_n} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.67)$$

Expression de $K_{U_n} + k_{U_n}$

Les termes résultant du calcul de $K_{U_n} + k_{U_n}$ serviront au calcul des fonctions de conversion pour un convertisseur à 12 pulsations. Par conséquent, on déduit l'équation (5.68) à partir des équations (5.63) et (5.66):

$$K_{U_n} + k_{U_n} = \pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} + \left[\pm (-1)^m \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} \right] \quad (5.68)$$

pour $n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

$$K_{U_n} + k_{U_n} = 0, \text{ pour tout autre } n \quad (5.69)$$

Si on manipule l'équation (5.68), on arrive à une expression plus simple:

$$K_{U_n} + k_{U_n} = \pm \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}, \text{ pour } n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.70)$$

5.5.3 Expressions des termes $K_{I_{a_n}}$, $k_{I_{a_n}}$ et $K_{I_{a_n}} + k_{I_{a_n}}$

L'expression générale pour les termes de la décomposition de Fourier sous forme complexe des fonctions de conversion est $K_n = \frac{A_n}{2} e^{-jn\varphi}$ (équation 5.60), et la symétrie des fonctions K_{I_a} et k_{I_a} se fait autour de l'angle $\varphi = \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)$, soit les équations (5.30) et (5.39). Ces équations sont la base du développement des expressions pour $K_{I_{a_n}}$, $k_{I_{a_n}}$ et $K_{I_{a_n}} + k_{I_{a_n}}$.

Expression de $K_{I_{a_n}}$

À partir de l'équation (5.60), on écrit:

$$K_{I_{a_n}} = \frac{A_{I_{a_n}}}{2} \kappa e^{-jn\varphi} \quad (5.71)$$

En remplaçant l'expression de A_{Ia_n} donnée par l'équation (5.37) et l'expression de φ_{Ia} donnée par l'équation (5.30), on arrive à:

$$K_{Ia_n} = \pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.72)$$

$$K_{Ia_n} = 0 \text{ pour tout autre } n. \quad (5.73)$$

Expression de k_{Ia_n}

À partir de l'équation (5.60), on écrit:

$$k_{Ia_n} = \frac{\alpha_{Ia_n}}{2} \kappa e^{-jn\varphi} \quad (5.74)$$

En remplaçant l'expression de α_{Ia_n} donnée par l'équation (5.47) et l'expression de φ_{Ia} donnée par l'équation (5.39), on arrive à:

$$k_{Ia_n} = \pm (-1)^m \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.75)$$

$$k_{Ia_n} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.76)$$

Expression de $K_{Ian} + k_{Ian}$

Les termes résultants de l'addition de $K_{Ian} + k_{Ian}$ serviront pour le calcul des fonctions de conversion pour un convertisseur à 12 pulsations. Par conséquent, on écrit l'équation (5.77) à partir des équations (5.72) et (5.75):

$$K_{Ia_n} + k_{Ia_n} = \left\{ \pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} + \left[\pm (-1)^m \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} \right] \right\} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \quad (5.77)$$

Si on compare l'équation (5.77) avec l'équation (5.68), on écrit $K_{Ian} + k_{Ian}$ en fonction de $K_{Un} + k_{Un}$:

$$K_{Ia_n} + k_{Ia_n} = (K_{U_n} + k_{U_n}) \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \quad (5.78)$$

Finalement, en remplaçant l'équation (5.70) dans l'équation (5.78), on arrive à l'expression suivante:

$$K_{Ia_n} + k_{Ia_n} = \pm \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}, \text{ pour } n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.79)$$

$$K_{Ia_n} + k_{Ia_n} = 0, \text{ pour toute autre valeur de } n. \quad (5.80)$$

5.5.4 Expressions des termes K_{Ib_n} , k_{Ib_n} et $K_{Ib_n} + k_{Ib_n}$

L'expression générale pour les termes de la décomposition de Fourier sous forme complexe des fonctions de conversion est $K_n = \frac{A_n}{2} e^{-jn\varphi}$ (équation 5.60), et la symétrie des fonctions K_{Ib} et k_{Ib} se fait autour de l'angle $\varphi = \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2}\right)$, soit les équations (5.49) et (5.51). Ces équations sont la base du développement des expressions pour K_{Ib_n} , k_{Ib_n} et $K_{Ib_n} + k_{Ib_n}$

Expression de K_{Ib_n}

À partir de l'équation (5.60), on écrit:

$$K_{Ib_n} = \frac{A_{Ib_n}}{2} \kappa e^{-jn\varphi} \quad (5.81)$$

En remplaçant l'expression de A_{Ib_n} donnée par l'équation (5.50) et l'expression de φ_{Ib} donnée par l'équation (5.49):

$$K_{Ib_n} = (-1)^m \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (5.82)$$

ou:

$$K_{Ib_n} = (-1)^m \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-j n \alpha_0} e^{-j n \frac{\pi}{2}} \quad (5.83)$$

pour $n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

On sait que:

$$e^{-j n \frac{\pi}{2}} = \cos\left(n \frac{\pi}{2}\right) - j \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.84)$$

ou pour un n impair:

$$e^{-j n \frac{\pi}{2}} = -j \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.85)$$

Si on remplace l'équation (5.85) dans l'équation (5.83), on obtient l'expression finale pour K_{Ib_n} :

$$K_{Ib_n} = \mp j \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-j n \alpha_0}, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.86)$$

$$K_{Ib_n} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.87)$$

Expression de k_{Ib_n}

À partir de l'équation (5.60), on écrit:

$$k_{Ib_n} = \frac{\alpha_{Ib_n}}{2} \kappa e^{-j \varphi} \quad (5.88)$$

En remplaçant l'expression de α_{Ib_n} donnée par l'équation (5.52) et l'expression de φ_{Ib} donnée par l'équation (5.51), on arrive à:

$$k_{Ib_n} = \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-j n \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2} \right)} \quad (5.89)$$

$$k_{Ib_n} = \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0} e^{-jn\frac{\pi}{2}} \quad (5.90)$$

pour $n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

Si on remplace l'équation (5.85) dans l'équation (5.90), on peut écrire:

$$k_{Ib_n} = \mp (-1)^m j \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.91)$$

$$k_{Ib_n} = 0, \text{ pour tout autre } n \quad (5.92)$$

Expression de $K_{Ibn} + k_{Ibn}$

Les termes résultant de l'addition de $K_{Ibn} + k_{Ibn}$ serviront pour les calculs des fonctions de conversion pour un convertisseur à 12 pulsations. Par conséquent, on écrit l'équation (5.93) à partir des équations (5.86) et (5.91):

$$K_{Ibn} + k_{Ibn} = \mp j \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}, \text{ pour } n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.93)$$

$$K_{Ibn} + k_{Ibn} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.94)$$

5.5.5 Expressions des termes K_{a_n} , k_{a_n} et $K_{a_n} + k_{a_n}$

On parvient aux expressions pour K_{a_n} et k_{a_n} à partir des équations (4.25) et (4.51) et aussi à partir des rapports entre K_{a_n} , k_{a_n} et κ , tel que discuté dans la section 5.5.1:

$$K_{a_n} = -\frac{K_{Ibn}}{\kappa} \quad (5.95)$$

$$k_{a_n} = -\frac{k_{Ibn}}{\kappa} \quad (5.96)$$

Finalement, pour obtenir les expressions de K_{α_n} et k_{α_n} , on remplace les expressions pour K_{Ib_n} et k_{Ib_n} dans les équations (5.95) et (5.96), soit les équations (5.86) et (5.91).

Expression de K_{α_n}

En remplaçant l'équation (5.86) dans l'équation (5.95):

$$K_{\alpha_n} = -\frac{K_{Ib_n}}{\kappa} = \pm j \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.97)$$

$$K_{\alpha_n} = 0, \text{ pour tout autre } n \quad (5.98)$$

Expression de k_{α_n}

En remplaçant l'équation (5.91) dans l'équation (5.96):

$$k_{\alpha_n} = -\frac{k_{Ib_n}}{\kappa} = \pm (-1)^m j \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}, \text{ pour } n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.99)$$

$$k_{\alpha_n} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.100)$$

Expression de $K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n}$

On peut définir l'expression pour $K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n}$ de la même façon qu'on a fait pour K_{α_n} et k_{α_n} individuellement, c'est à dire, on va la définir à partir de l'expression de $K_{Ib_n} + k_{Ib_n}$:

$$K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n} = -\frac{K_{Ib_n} + k_{Ib_n}}{\kappa} \quad (5.101)$$

D'où:

$$K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n} = \pm j \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}, \text{ pour } n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.102)$$

$$K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n} = 0, \text{ pour tout autre } n. \quad (5.103)$$

5.5.6 Détermination des expressions pour K_{e_n} , G_I , G_α et b

Expression de K_{e_n}

On va introduire une fonction qui aidera plus tard dans le développement des formules pour les fonctions de transfert pour le convertisseur à 12 pulsations. Cette fonction s'appellera K_{e_n} et les termes de sa décomposition par série de Fourier ont pour expression:

$$K_{e_n} = e^{jn\left(\frac{\pi}{3} - \alpha_0\right)}, \text{ pour } n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (5.104)$$

Expressions pour G_I , G_α et b

On a déjà déterminé les expressions pour G_I dans la section 4.4, tandis qu'on a déterminé les expressions pour G_α et b dans la section 4.5. On les répète ici-bas.

$$G_I = \frac{1}{2} \frac{1 - e^{-s\mu_0/\omega_0}}{s} \quad (5.105)$$

$$G_\alpha = b \frac{1 - e^{-s\mu_0/\omega_0}}{s} \quad (5.106)$$

$$b = -\frac{\hat{U} \sqrt{3} \sin \alpha_0}{2L\omega_0} \quad (5.107)$$

5.5.7 Tableaux résumant les formules développées

Dans les tableaux suivants, on présente tous les termes du développement en série de Fourier des fonctions de conversion ainsi que les fonctions de transfert utilisées conjointement avec ces fonctions pour le calcul des fonctions de transfert du convertisseur à 12 pulsations.

Tableau 5.1: Fonctions utilisées dans le calcul des fonctions de transfert d'un convertisseur à 12 pulsations.

Fonction	Description	Expression
G_I	Fonction qui représente la durée de la valeur de ΔI_R échantillonnée par la fonction $K_{I_{**}}$	$\frac{1}{2} \frac{1 - e^{-s \mu_0 / \omega_0}}{s}$
G_α	Fonction qui représente la durée de la valeur de $\Delta \alpha$ échantillonnée par la fonction K_α	$b \frac{1 - e^{-s \mu_0 / \omega_0}}{s}$
b	Amplitude de l'impulsion représentée par G_α	$-\frac{\hat{U} \sqrt{3} \sin \alpha_0}{2L \omega_0}$
K_{e_n}	Fonction auxiliaire	$e^{jn\left(\frac{\pi}{3} - \alpha_0\right)}$ $n=0, 1, 2, \dots$

Les valeurs de n et de m dans les expressions contenues dans le tableau 5.2 se définissent comme suit:

- pour les termes $K_{U_n}, k_{U_n}, K_{I_{a_n}}, k_{I_{a_n}}, K_{I_{b_n}}, k_{I_{b_n}}, K_{\alpha_n}$ et k_{α_n} , $n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$
Voir figures 4.3, 4.4, 4.6, 4.10 et 4.11.
- pour les termes $K_{U_n} + k_{U_n}, K_{I_{a_n}} + k_{I_{a_n}}, K_{I_{b_n}} + k_{I_{b_n}}$ et $K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n}$, $n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

Tableau 5.2: Termes du développement en série de Fourier dans sa forme complexe des fonctions de conversion.

Fonction	Description	Expression
K_{U_n}	Fonction qui représente la conversion des variations de tension CA en des variations de tension CC dans un pont de Graëtz possédant un transformateur connecté en Y-Y.	$\pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}$
k_{U_n}	Fonction qui représente la conversion des variations de tension CA en des variations de tension CC dans un pont de Graëtz possédant un transformateur connecté en Y-Δ.	$\pm (-1)^m \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}$
$K_{U_n} + k_{U_n}$	Fonction qui représente la conversion des variations de tension CA en des variations de tension CC dans le cas de deux ponts de Graëtz connectés en série (un transformateur Y-Y et l'autre transformateur Y-Δ.)	$\pm \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}$
$K_{I_{a_n}}$	Fonction qui représente la conversion des variations de courant CC en des variations de courant CA dans un pont de Graëtz possédant un transformateur connecté en Y-Y.	$\pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}$
$k_{I_{a_n}}$	Fonction qui représente la conversion des variations de courant CC en des variations de courant CA dans un pont de Graëtz possédant un transformateur connecté en Y-Δ.	$\pm (-1)^m \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}$
$K_{I_{a_n}} + k_{I_{a_n}}$	Fonction qui représente la conversion des variations de courant CC en des variations de courant CA dans le cas de deux ponts de Graëtz connectés en série (un transformateur Y-Y et l'autre transformateur Y-Δ.)	$\pm \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)}$
$K_{I_{b_n}}$	Fonction qui corrige la discontinuité introduite par la fonction de conversion $K_{I_{a_n}}$.	$\mp j \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}$
$k_{I_{b_n}}$	Fonction qui corrige la discontinuité introduite par la fonction de conversion $k_{I_{a_n}}$.	$\mp (-1)^m j \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}$
$K_{I_{b_n}} + k_{I_{b_n}}$	Fonction qui corrige la discontinuité introduite par la fonction de conversion $K_{I_{a_n}} + k_{I_{a_n}}$.	$\mp j \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}$
K_{α_n}	Fonction qui représente la conversion des variations de l'angle d'amorçage en des variations de courant CA dans un pont de Graëtz possédant un transformateur connecté en Y-Y.	$\pm j \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}$
k_{α_n}	Fonction qui représente la conversion des variations de l'angle d'amorçage en des variations de courant CA dans un pont de Graëtz possédant un transformateur connecté en Y-Δ.	$\pm (-1)^m j \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}$
$K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n}$	Fonction qui représente la conversion des variations de l'angle d'amorçage en des variations de courant CA dans deux ponts de Graëtz connectés en série (un transformateur Y-Y et l'autre transformateur Y-Δ).	$\pm j \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{-jn\alpha_0}$

5.5.8 Conclusion

Le but de ce chapitre a été atteint, c'est-à-dire, on a réussi à calculer la décomposition par la série de Fourier des fonctions de conversion. Les résultats sont présentés dans les tableaux 5.1 et 5.2. L'état présent du mémoire est présenté dans la figure 5.2.

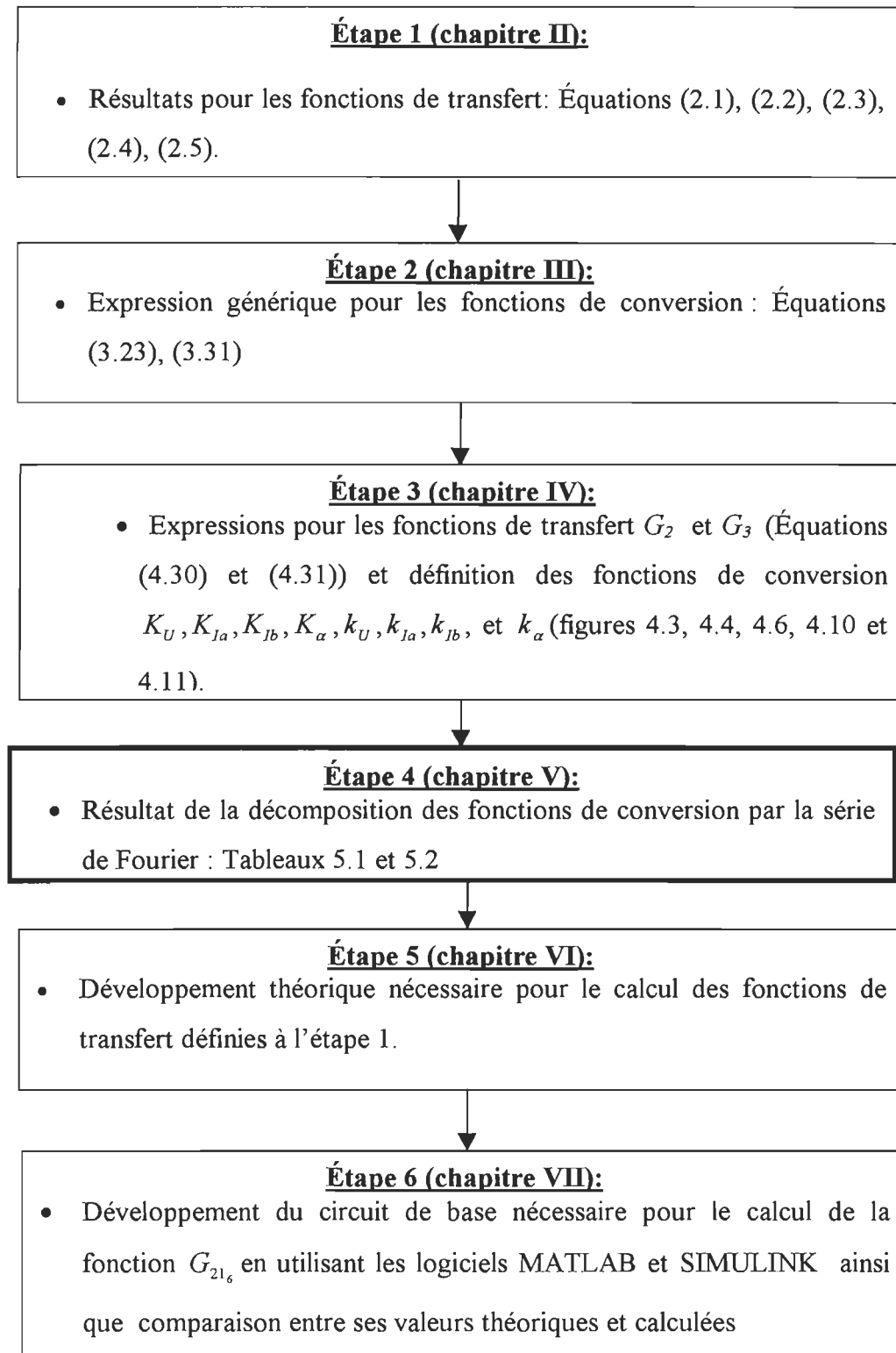


Figure 5.2: Étapes du développement et résultats.

Chapitre 6

Calcul des expressions des fonctions de transfert G_1 - G_6

6.1- Introduction

Dans les chapitres précédents, le concept de fonction de conversion a été présenté ainsi que démontré. Cette théorie sera utilisée dans ce chapitre pour le développement des expressions des fonctions de transfert G_1 - G_6 . Le développement des expressions pour des fonctions de transfert utilisant d'autres techniques que celle des fonctions de conversion sera aussi traité dans les sections suivantes.

Les fonctions G_1 et G_2 sont les fonctions de transfert qui symbolisent le fonctionnement d'un pont de Graëtz et elles sont utilisées dans toutes les applications où les fonctions de conversion sont employées. Les fonctions G_3 , G_4 , G_5 et G_6 sont des fonctions particulières à chaque application parce qu'elles dépendent de la façon dont l'amplificateur de contrôle du courant (ACC) est développé [1,5-6]. Voir figure 2.3 pour la définition de ces fonctions de transfert.

6.2- Développement de l'expression pour la fonction $G_1 = \Delta\alpha/\Delta e$

La figure 6.1 montre la façon de déterminer l'instant d'allumage pour le cas à l'étude. L'impulsion d'allumage est générée lorsque la différence entre la tension de polarisation e_p (voir figure 2.2) et la tension de contrôle e_c est égale à la tension e_r . La tension e_r est une fonction sinusoïdale dont le maximum négatif correspond à un angle $\alpha=0^\circ$ pour un thyristor du pont de Graëtz. La tension de contrôle e_c est la sortie du ACC, tandis que la tension de polarisation e_p est utilisée lorsqu'on veut imposer des limites à l'angle α .

On peut écrire à partir de la figure 6.1 :

$$e_c + e_1^* - e_2 = 0 \quad (6.1)$$

où e_1^* est la valeur de la tension e_1 au moment de l'allumage:

$$e_1^* = -\hat{e}_1 \cos \alpha_0 \quad (6.2)$$

$$\Delta e_1 = -\Delta \hat{e}_1 \cos \alpha_0 \quad (6.3)$$

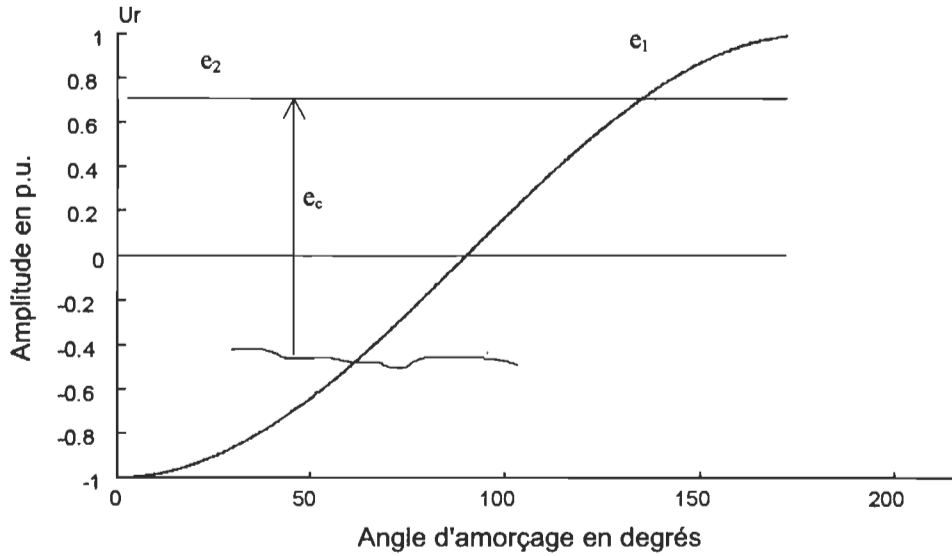


Figure 6.1: Détermination de l'instant de l'amorçage des thyristors.

On peut écrire:

$$y = f(e_c, \hat{e}_1, e_2, \alpha) \quad (6.4)$$

En remplaçant (6.1) et (6.2) sur (6.4), on obtient:

$$y = e_c - \hat{e}_1 \cos \alpha - e_2 \quad (6.5)$$

Il est possible de linéariser cette équation autour d'un point d'opération ([7], page 143):

$$y = y_0 + \left. \frac{\partial f}{\partial e_c} \right|_{po} (\Delta e_c) + \left. \frac{\partial f}{\partial \hat{e}_1} \right|_{po} (\Delta \hat{e}_1) + \left. \frac{\partial f}{\partial e_2} \right|_{po} (\Delta e_2) + \left. \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right|_{po} (\Delta \alpha) + \text{termes d'ordre élevé} \quad (6.6)$$

po = Point d'opération : $\hat{e}_{c_0}, \hat{e}_{1_0}, e_{2_0}, \alpha_0$.

En négligeant les termes d'ordre supérieur ou égal à 2, cela nous amène à:

$$y = y_0 + \Delta e_c - \cos \alpha_0 \Delta \hat{e}_1 - \Delta e_2 - \hat{e}_{1_0} \sin \alpha_0 \Delta \alpha \quad (6.7)$$

On sait que la condition pour l'allumage est que:

$$f(\hat{e}_c, \hat{e}_1, e_2, \alpha) = 0 \quad (6.8)$$

Alors, on peut écrire à partir de la condition pour l'allumage qui est exprimée par l'équation (6.8):

$$y = 0 \quad (6.9)$$

$$y_0 = 0 \quad (6.10)$$

Si on remplace (6.3), (6.9) et (6.10) sur (6.7), on arrive à:

$$\Delta \alpha = \frac{1}{\hat{e}_{1_0} \sin \alpha_0} \left(\Delta e_c + \Delta \hat{e}_1^* - \Delta e_2 \right) \quad (6.11a)$$

Si on définit :

$$\Delta e = \Delta e_c + \Delta \hat{e}_1^* - \Delta e_2 \quad (6.11b)$$

En remplaçant (6.11a) sur (6.11b), on obtient :

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta e}{\hat{e}_{1_0} \sin \alpha_0} \quad (6.11c)$$

L'équation (6.11c) représente la fonction G_1 :

$$G_1 = \frac{\Delta \alpha}{\Delta e} = \frac{1}{\hat{e}_{1_0} \sin \alpha_0} \quad (6.12)$$

6.3- Développement de l'expression pour la fonction $G_2 = \Delta U_{d2} / \Delta \alpha$

6.3.1 Introduction

Dans la section 4.5 on a développé l'expression générale (équation 4.31) pour le calcul de la fonction de transfert G_2 . En analysant cette équation, on s'aperçoit que la fonction G_2 dépend de la valeur de l'impédance Z_n à laquelle les deux ponts de Graëtz qui composent le convertisseur en CCHT sont branchés (voir figure 2.1). Par conséquent, dans le but de faciliter les calculs, il est convenable de diviser la fonction de transfert G_2 en deux autres. Chacune de ces fonctions, qu'on nommera dès maintenant les fonctions G_{21} et G_{22} , représente l'influence de l'impédance du transformateur convertisseur [10] (Z_2 , composée d'une inductance pure L) et de l'impédance du réseau CA (Z_1 , une impédance générique), respectivement, tel que montré dans la figure 6.2. Alors on peut écrire :

$$G_2 = G_{21} + G_{22} \quad (6.13a)$$

Il est aussi important de remarquer que pour une réduction de la valeur de α on augmente la tension CC du pont de Graëtz (voir [3], chapitre 3). On répète ici-bas l'équation (4.31) pour la phase R:

$$G_{2R} = \frac{\Delta U_{dR}}{\Delta \alpha} = -[K_{UR} * G_{\alpha} * Z * K_{\alpha R}] \quad (6.13b)$$

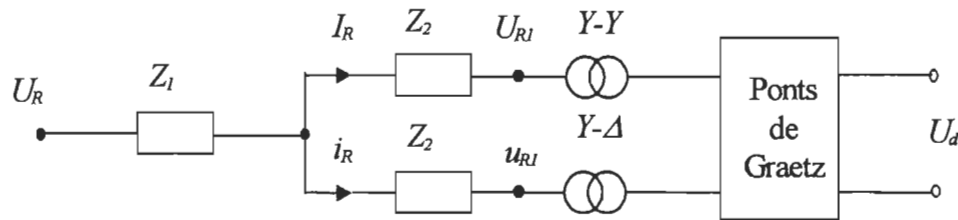


Figure 6.2: Diagramme unifilaire simplifié d'un réseau de transmission incluant un lien en CCHT

Les équations (6.13) et (3.32) nous amènent à l'expression de G_2 , une fois que l'effet de chacune de trois phases est ajouté:

$$G_2 = \frac{\Delta U_d}{\Delta \alpha} = -3 * \left[K_{UR} * G_\alpha * Z * K_{\alpha R} \right] \quad (6.14)$$

$$G_2 = \frac{\Delta U_d}{\Delta \alpha} = -3 * \sum_{n=1}^{n=+\infty} \left(K_{\alpha R_n} G_{\alpha_n}^+ Z_n^+ K_{UR_n}^* + K_{\alpha R_n}^* G_{\alpha_n}^- Z_n^- K_{UR_n} \right) \quad (6.15)$$

L'équation (6.15) servira de base pour le développement des expressions de G_{21} et G_{22} .

6.3.2 Développement d'expressions auxiliaires pour le calcul de G_{21} et G_{22}

Expressions dérivées de la fonction de transfert G_α

On peut écrire les expressions pour G_α^+ et G_α^- à partir de l'équation (4.15):

$$G_{\alpha_n}^+ = b \frac{1 - e^{-j \frac{\mu_0}{\omega_0} (n\omega_0 + \omega)}}{+j(n\omega_0 + \omega)} = \frac{b}{jn\omega_0} \frac{1 - e^{-j \frac{\mu_0}{\omega_0} (n\omega_0 + \omega)}}{1 + \omega/n\omega_0} \quad (6.16)$$

$$G_{\alpha_n}^{*-} = b \frac{1 - e^{j \frac{\mu_0}{\omega_0} (n\omega_0 - \omega)}}{-j(n\omega_0 - \omega)} = -\frac{b}{jn\omega_0} \frac{1 - e^{j \frac{\mu_0}{\omega_0} (n\omega_0 - \omega)}}{1 - \omega/n\omega_0} \quad (6.17)$$

Expressions pour les produits $K_{\alpha R_n} K_{UR_n}^*$ et $K_{\alpha R_n}^* K_{UR_n}$

On peut écrire l'expression pour $K_{UR_n}^*$ et $K_{\alpha R_n}^*$ à partir des équations (5.63) et (5.97), respectivement:

$$K_{UR_n}^* = \pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{jn \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} \right)} \quad (6.18)$$

$$K_{aR_n}^* = \mp j \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{jn\alpha_0} \quad (6.19)$$

pour $n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

En combinant les équations (5.97) et (6.18), on obtient l'équation (6.20):

$$K_{aR_n} K_{UR_n}^* = j\kappa \frac{3}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.20)$$

De plus, en combinant les équations (5.63) et (6.19), on obtient l'équation (6.21):

$$K_{aR_n}^* K_{UR_n} = -j\kappa \frac{3}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.21)$$

Expressions pour les produits $(K_{aR_n} + k_{aR_n})(K_{UR_n} + k_{UR_n})^*$ et $(K_{aR_n} + k_{aR_n})^*(K_{UR_n} + k_{UR_n})$

On peut écrire l'expression pour $(K_{UR_n} + k_{UR_n})^*$ et $(K_{aR_n} + k_{aR_n})^*$ à partir des équations (5.70) et (5.102), respectivement:

$$(K_{UR_n} + k_{UR_n})^* = \pm \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} e^{jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} \quad (6.22)$$

$$(K_{aR_n} + k_{aR_n})^* = \mp j \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{jn\alpha_0} \quad (6.23)$$

pour $n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

En combinant les équations (5.102) et (6.22):

$$(K_{aR_n} + k_{aR_n})(K_{UR_n} + k_{UR_n})^* = j\kappa \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.24)$$

Et aussi en combinant les équations (5.70) et (6.23):

$$(K_{aR_n} + k_{aR_n})^*(K_{UR_n} + k_{UR_n}) = -j\kappa \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.25)$$

Expressions pour Z_n^+ et Z_n^- lorsque Z est constitué seulement d'une inductance

Lorsque $Z=j\omega L$, on peut écrire:

$$Z_n^+ = j(n\omega_0 + \omega)L = jnL\omega_0(1 + \omega/n\omega_0) \quad (6.26)$$

$$Z_n^- = -j(n\omega_0 - \omega)L = -jnL\omega_0(1 - \omega/n\omega_0) \quad (6.27)$$

Expressions auxiliaires pour le développement des expressions de G_{21} et G_{22}

Les égalités suivantes simplifieront les expressions de G_{21} et G_{22} :

$$\sum_{\substack{n=-\infty \\ n=6m\pm1 \\ n>0 \\ m=0,1,2,3,\dots}}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \cos \frac{n\mu_0}{2} = \frac{\pi^2}{9} \left(1 - \frac{3}{4\pi} \mu_0 \right) \quad (6.28)$$

$$\sum_{\substack{n=-\infty \\ n=6m\pm1 \\ n>0 \\ m=0,1,2,3,\dots}}^{+\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\mu_0}{2} = \frac{\pi}{6} \quad (6.29)$$

Ces égalités sont vérifiées dans l'annexe B.

6.3.3- Développement de l'expression pour la fonction G_{21}

Il est maintenant possible de trouver l'expression pour G_{21_6} pour un convertisseur à six pulsations. Il suffit de remplacer les équations (4.23), (6.16), (6.17), (6.20), (6.21), (6.26) et (6.27) dans l'équation (6.15). Le résultat est l'expression suivante:

$$G_{21_6} = \frac{\kappa 9 \sqrt{3} \hat{U}_R \sin \alpha_0}{2\pi^2} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n=6m\pm1 \\ n>0 \\ m=0,1,2,3,\dots}}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ j e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \left[1 - e^{-jn\frac{\mu_0}{2} \left(n + \frac{\omega}{\omega_0} \right)} \right] - j e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \left[1 - e^{+jn\frac{\mu_0}{2} \left(n - \frac{\omega}{\omega_0} \right)} \right] \right\} \quad (6.30)$$

On peut modifier l'équation (6.30) pour obtenir l'expression qui suit:

$$G_{21_6} = \frac{\kappa 9 \sqrt{3} \hat{U}_R \sin \alpha_0}{2\pi^2} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n=6m\pm1 \\ n>0 \\ m=0,1,2,3,\dots}}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ j \left[e^{jn\frac{\mu_0}{2}} - e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \right] \left[1 + e^{-jn\frac{\omega}{\omega_0}} \right] \right\} \quad (6.31)$$

En utilisant la formule de Euler, on arrive à l'équation suivante:

$$2j \sin x = e^{jx} - e^{-jx} \quad (6.32)$$

En remplaçant l'équation (6.32) dans l'équation (6.31), on :

$$G_{21_6} = \frac{\kappa 9 \sqrt{3} \hat{U}_R \sin \alpha_0}{2\pi^2} \sum_{\substack{n=6m \pm 1 \\ n \neq 0 \\ m=0,1,2,3,\dots}}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ -2 \sin \frac{n\mu_0}{2} \left[1 + e^{-j\mu_0 \frac{\omega}{\omega_0}} \right] \right\} \quad (6.33)$$

Finalement, en remplaçant l'équation (6.29) dans l'équation (6.33), on arrive à formule suivante pour un convertisseur à six pulsations:

$$G_{21_6} = -\frac{\kappa 3 \sqrt{3} \hat{U}_R \sin \alpha_0}{2\pi} \left[1 + e^{-j\mu_0 \frac{\omega}{\omega_0}} \right] \quad (6.34a)$$

Il est aussi possible de trouver l'expression de $G_{21_{12}}$ pour un convertisseur à 12 pulsations. Il suffit de remplacer les équations (4.23), (6.16-6.17) et (6.24-6.27) dans l'équation (6.15). Le développement est similaire à celui réalisé pour l'obtention de l'équation (6.33) et le résultat est l'expression suivante:

$$G_{21_{12}} = -\frac{\kappa 36 \sqrt{3} \hat{U}_R \sin \alpha_0}{\pi^2} \sum_{\substack{n=12m \pm 1 \\ n \neq 0 \\ m=0,1,2,\dots}}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ \sin \frac{n\mu_0}{2} \left[1 + e^{-j\mu_0 \frac{\omega}{\omega_0}} \right] \right\} \quad (6.34b)$$

6.3.4- Développement de l'expression pour la fonction G_{α}

La fonction G_{α} représente les variations de la tension U_a à cause des chutes de tension sur l'impédance Z_i après des variations de l'angle α . On peut écrire les équations suivantes à partir de la figure 6.2:

$$\Delta I_R = \Delta \alpha K_{\alpha} G_{\alpha} \quad (6.35)$$

$$\Delta i_R = \Delta \alpha k_{\alpha} G_{\alpha} \quad (6.36)$$

$$\Delta U_{CR_6} = -\Delta \alpha K_{\alpha} G_{\alpha} Z_1 \quad (6.37a)$$

$$\Delta U_{CR_{12}} = -\Delta\alpha(K_\alpha + k_\alpha)G_\alpha Z_1 \quad (6.37b)$$

$$\Delta U_{d_6} = 3\Delta U_{CR}K_U \quad (6.38a)$$

$$\Delta U_{d_{12}} = 3\Delta U_{CR}(K_U + k_U) \quad (6.38b)$$

$$G_{22_6} = \frac{\Delta U_d}{\Delta\alpha} = -3K_\alpha G_\alpha Z_1 K_U \quad (6.39a)$$

$$G_{22_{12}} = \frac{\Delta U_d}{\Delta\alpha} = -3(K_\alpha + k_\alpha)G_\alpha Z_1 (K_U + k_U) \quad (6.39b)$$

Il est maintenant possible de trouver l'expression pour G_{22} pour un convertisseur à 6 et à 12 pulsations. Il suffit de remplacer les équations (4.23), (6.16), (6.17), (6.20), (6.21) dans l'équation (6.39a) pour le pont à 6 pulsations et les équations (4.23), (6.16), (6.17), (6.24), (6.25) dans l'équation (6.39b) pour le pont à 12 pulsations :

$$G_{22_6} = \kappa \frac{3\sqrt{3}\hat{U}_R \sin\alpha_0}{2\pi^2 \omega_0 L_2} \sum_{\substack{n=6m+1 \\ n \neq 0 \\ m=0,1,2,3,\dots}}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left[Z_{1n}^+ e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \frac{1-e^{-jn\frac{\omega}{\omega_0}}}{1+\frac{\omega}{n\omega_0}} + Z_{1n}^{*-} e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \frac{1-e^{jn\frac{\omega}{\omega_0}}}{1-\frac{\omega}{n\omega_0}} \right] \quad (6.40a)$$

$$G_{22_{12}} = \kappa \frac{18\sqrt{3}\hat{U}_R \sin\alpha_0}{\pi^2 \omega_0 L_2} \sum_{\substack{n=12m+1 \\ n \neq 0 \\ m=0,1,2,3,\dots}}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left[Z_{1n}^+ e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \frac{1-e^{-jn\frac{\omega}{\omega_0}}}{1+\frac{\omega}{n\omega_0}} + Z_{1n}^{*-} e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \frac{1-e^{jn\frac{\omega}{\omega_0}}}{1-\frac{\omega}{n\omega_0}} \right] \quad (6.40b)$$

6.4- Développement de l'expression pour la fonction $G_3 = \Delta U_{d_1} / \Delta I_d$

6.4.1 Introduction

Dans la section 4.5 on a développé l'expression générale (équation 4.30) pour le calcul de la fonction de transfert G_3 . En analysant cette équation, on s'aperçoit que la fonction G_3 dépend de l'impédance à laquelle les deux ponts de Graëtz qui composent le convertisseur en CCHT sont branchés (voir figure 2.1). Par conséquent, dans le but de faciliter les calculs, il est convenable de diviser la fonction de transfert G_3 en deux autres,

qui sont définies comme G_{31} et G_{32} . Ces deux fonctions représentent l'influence de l'impédance du transformateur convertisseur (Z_z , composée d'une inductance pure L) et de l'impédance du réseau CA (Z_i , une impédance générique), respectivement, tel que montré dans la figure 6.2. Alors on peut écrire :

$$G_3 = G_{31} + G_{32} \quad (6.41a)$$

Il est important de remarquer que pour une réduction de la valeur de I_d on augmente la tension CC du pont de Graëtz (un courant I_d plus grand implique que l'angle que l'angle d'empiètement sera aussi plus grand, ce qui diminue la valeur de la tension CC). Cette relation pour la phase R est exprimée par l'équation (4.31), répétée ici-bas:

$$G_{3R} = \frac{\Delta U_{dR}}{\Delta I_d} = - \left[(K_{IaR} + K_{IbR} * G_I) * Z * K_{UR} \right] \quad (6.41b)$$

Cette équation combinée à l'équation (3.31) nous amène à l'expression de G_3 , une fois que l'effet de chacune de trois phases est ajouté:

$$G_3 = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = -3 * \left[(K_{IaR_n} + K_{IbR_n} * G_I) * Z * K_{UR_n} \right] \quad (6.42)$$

L'équation pour un convertisseur à six pulsations sera:

$$G_{3_6} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = -3 * \sum_{\substack{n=6m+1 \\ n>0 \\ m=0,1,2,3,...}}^{n=+\infty} \left(\begin{array}{l} K_{IaR_n} Z_n^+ \dot{K}_{UR_n}^* + \dot{K}_{IaR_n}^* Z_n^- K_{UR_n}^* + \\ K_{IbR_n} G_{I_n}^+ Z_n^+ \dot{K}_{UR_n}^* + \dot{K}_{IbR_n}^* G_{I_n}^- Z_n^- K_{UR_n}^* \end{array} \right) \quad (6.43a)$$

L'équation pour un convertisseur à douze pulsations sera:

$$G_{3_{12}} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = -3 * \sum_{\substack{n=12m+1 \\ n>0 \\ m=0,1,2,3,...}}^{n=+\infty} \left(\begin{array}{l} (K_{IaR_n} + k_{IaR_n}) Z_n^+ (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* + \\ (K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^* Z_n^- (K_{UR_n} + k_{UR_n}) + \\ (K_{IbR_n} + k_{IbR_n}) G_{I_n}^+ Z_n^+ (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* + \\ (K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^* G_{I_n}^- Z_n^- (K_{UR_n} + k_{UR_n}) \end{array} \right) \quad (6.43b)$$

Les équations (6.43a) et (6.43b) serviront de base pour le développement des expressions de G_{11} et G_{22} .

6.4.2 Développement d'expressions auxiliaires pour le calcul de G_{11} et G_{22}

Expressions dérivées de la fonction de transfert G_I

On peut écrire les expressions pour G_I^+ et G_I^- à partir de l'équation (4.11):

$$G_I^+ = \frac{1}{2} \frac{1 - e^{-j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 + \omega)}}{j(n\omega_0 + \omega)} = \frac{1}{2jn\omega_0} \frac{1 - e^{-j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 + \omega)}}{1 + \omega/n\omega_0} \quad (6.44)$$

$$G_I^- = \frac{1}{2} \frac{1 - e^{j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 - \omega)}}{-j(n\omega_0 - \omega)} = -\frac{1}{2jn\omega_0} \frac{1 - e^{j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 - \omega)}}{1 - \omega/n\omega_0} \quad (6.45)$$

Expressions pour les produits $K_{IaR_n} K_{UR_n}^*$ et $K_{IaR_n}^* K_{UR_n}$

L'expression pour $K_{UR_n}^*$ a déjà été calculée (équation 6.18) et celle pour $K_{IaR_n}^*$ peut l'être à partir de l'équation (5.72) avec $n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$:

$$K_{IaR_n}^* = \pm \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} \quad (6.46)$$

En combinant les équations (5.72) et (6.18):

$$K_{IaR_n} K_{UR_n}^* = \kappa^2 \frac{3}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \quad (6.47)$$

Et aussi en combinant les équations (5.63) et (6.46):

$$K_{IaR_n}^* K_{UR_n} = \kappa^2 \frac{3}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \quad (6.48)$$

Expressions pour les produits $K_{IbR_n} K_{UR_n}^*$ et $K_{IbR_n}^* K_{UR_n}$

L'expression pour $K_{IbR_n}^*$ peut être calculée à partir de l'équation (5.86):

$$K_{IbR_n}^* = \pm j\kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{jn\alpha_0} \quad (6.49)$$

pour $n = 6m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

En combinant les équations (5.86) et (6.18):

$$K_{IbR_n} K_{UR_n}^* = -j\kappa^2 \frac{3}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.50)$$

Et aussi en combinant les équations (5.63) et (6.49):

$$K_{IbR_n}^* K_{UR_n} = j\kappa^2 \frac{3}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.51)$$

Expressions pour les produits $(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})(K_{UR_n} + k_{UR_n})^*$ et $(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^*(K_{UR_n} + k_{UR_n})$

L'expression pour $(K_{UR_n} + k_{UR_n})^*$ a déjà été calculée (équation 6.22) et celle pour $(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^*$ peut l'être à partir de l'équation (5.79):

$$(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^* = \pm \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n\frac{\mu_0}{2}\right) e^{jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} \quad (6.53)$$

pour $n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

En combinant les équations (5.79) et (6.22):

$$(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})(K_{UR_n} + k_{UR_n})^* = \kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \cos\left(n\frac{\mu_0}{2}\right) \quad (6.54)$$

Et aussi en combinant les équations (5.70) et (6.53):

$$(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n}) = \kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \quad (6.55)$$

$$\underline{\text{Expressions pour les produits } (K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* \text{ et } (K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n})}$$

L'expression pour $(K_{UR_n} + k_{UR_n})^*$ a déjà été calculée (équation 6.22) et celle pour $(K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^*$ peut l'être à partir de l'équation (5.93):

$$(K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^* = \pm j\kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{jn\alpha_0} \quad (6.56)$$

pour $n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

En combinant les équations (5.93) et (6.22):

$$(K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* = -j\kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.57)$$

Et aussi en combinant les équations (5.70) et (6.56):

$$(K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n}) = j\kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.58)$$

6.4.3- Développement de l'expression pour la fonction G_{31}

Il est maintenant possible de trouver l'expression pour G_{31} en utilisant les équations développées dans les sections antérieures. Pour le cas d'un convertisseur à six pulsations, il suffit de remplacer les équations (6.26), (6.27), (6.44), (6.45), (6.47), (6.48), (6.50) et (6.51) dans l'équation (6.43). Cependant, pour mieux comprendre le développement de l'expression de la fonction G_{31} (fonction G_{31} pour un convertisseur à six pulsations), on extrait de l'équation (6.43) les quatre expressions qui suivent:

$$K_{IaR_n} Z_n^+ K_{UR_n}^* = jL\omega_0 \kappa^2 \frac{3}{\pi^2} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) (1 + \omega/n\omega_0) \quad (6.59)$$

$$K_{IaR_n}^* Z_n^* K_{UR_n} = -jL\omega_0 \kappa^2 \frac{3}{\pi^2} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) (1 - \omega/n\omega_0) \quad (6.60)$$

$$K_{IbR_n} G_{I_n}^+ Z_n^+ K_{UR_n}^* = -jL\omega_0 \kappa^2 \frac{3}{2\pi^2} \frac{1}{n} e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \left(1 - e^{-j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 + \omega)}\right) \quad (6.61)$$

$$K_{IbR_n}^* G_{I_n}^- Z_n^- K_{UR_n} = +jL\omega_0 \kappa^2 \frac{3}{2\pi^2} \frac{1}{n} e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \left(1 - e^{j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 - \omega)}\right) \quad (6.62)$$

En employant ces dernières quatre équations, on peut développer une nouvelle expression pour G_{31_6} :

$$G_{31_6} = \frac{\Delta U_d}{\Delta_d} = -\kappa^2 \frac{9}{\pi^2} L\omega_0 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n=6m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(\begin{aligned} &j \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \left(1 + \frac{\omega}{n\omega_0}\right) - j \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \left(1 - \frac{\omega}{n\omega_0}\right) \\ &- j \frac{1}{2} e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \left(1 - e^{-j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 + \omega)}\right) + j \frac{1}{2} e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \left(1 - e^{j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 - \omega)}\right) \end{aligned} \right) \quad (6.63a)$$

$$G_{31_6} = \frac{\Delta U_d}{\Delta_d} = -\kappa^2 \frac{9}{\pi^2} L\omega_0 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n=6m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(j \frac{2\omega}{n\omega_0} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) - \frac{j}{2} \left[e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \left(1 - e^{-j\mu_0 \left(n \frac{\omega}{\omega_0}\right)}\right) - e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \left(1 - e^{j\mu_0 \left(n \frac{\omega}{\omega_0}\right)}\right) \right] \right) \quad (6.63b)$$

$$G_{31_6} = \frac{\Delta U_d}{\Delta_d} = -\kappa^2 \frac{9}{\pi^2} L\omega_0 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n=6m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(j \frac{2\omega}{n\omega_0} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) - \frac{j}{2} \left[e^{jn\frac{\mu_0}{2}} - e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \right] \left[1 + e^{-j\mu_0 \frac{\omega}{\omega_0}} \right] \right) \quad (6.63c)$$

En utilisant la formule de Euler, on a déjà déduit une expression (équation 6.32) qui aide à simplifier l'équation (6.63c). Alors, en appliquant cette expression, on arrive à l'équation suivante:

$$G_{31_6} = \frac{\Delta U_d}{\Delta_d} = -\kappa^2 \frac{9}{\pi^2} L\omega_0 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n=6m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(j \frac{2\omega}{n\omega_0} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) + \sin\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \left[1 + e^{-j\mu_0 \frac{\omega}{\omega_0}} \right] \right) \quad (6.64a)$$

$$G_{31_6} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = -\kappa^2 \frac{9}{\pi^2} L \omega_0 \left[j \frac{2\omega}{\omega_0} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 6m+1 \\ n \neq 0}}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) + \left(1 + e^{-j\mu_0 \frac{\omega}{\omega_0}}\right) \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 6m+1}}^{+\infty} \frac{1}{n} \sin\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \right] \quad (6.64b)$$

pour $m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

Finalement, en remplaçant les équations (6.28) et (6.29) dans l'équation (6.64b) et en tenant compte qu'on a employé des équations valides pour un convertisseur à six pulsations, on arrive à:

$$G_{31_6} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = -\kappa^2 \left[2j\omega L \left(1 - \frac{3}{4\pi} \mu_0\right) + \omega_0 L \frac{3}{2\pi} \left(1 + e^{-j\mu_0 \frac{\omega}{\omega_0}}\right) \right] \quad (6.65a)$$

Pour le cas d'un convertisseur à douze pulsations, il suffit de remplacer les équations (6.26), (6.27), (6.44), (6.45), (6.54), (6.55), (6.57) et (6.58) dans l'équation (6.43b):

$$G_{31_{12}} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = -\kappa^2 \frac{36}{\pi^2} L \omega_0 \left[j \frac{2\omega}{\omega_0} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 12m+1 \\ n \neq 0}}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) + \left(1 + e^{-j\mu_0 \frac{\omega}{\omega_0}}\right) \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 12m+1 \\ n \neq 0}}^{+\infty} \frac{1}{n} \sin\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \right] \quad (6.65b)$$

pour $m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

6.4.4- Développement de l'expression pour la fonction G_{II}

La fonction G_{II} représente les variations de la tension U_d en raison des chutes de tension dues à l'impédance Z_l suite à des variations du courant I_d . On peut écrire les équations suivantes à partir de la figure 6.2:

$$\Delta I_R = \Delta I_d (K_{IaR} + K_{IbR} G_I) \quad (6.66)$$

$$\Delta i_R = \Delta I_d (k_{IaR} + k_{IbR} G_I) \quad (6.67)$$

$$\Delta U_{CR} = -[\Delta I_d (K_{IaR} + k_{IaR}) Z_l + \Delta I_d (K_{IbR} + k_{IbR}) G_I Z_l] \quad (6.68)$$

$$\Delta U_d = 3\Delta U_{CR} (K_{UR} + k_{UR}) \quad (6.69)$$

$$G_{32} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = -3 \left[(K_{IaR} + k_{IaR}) Z_1 (K_{UR} + k_{UR}) + (K_{IbR} + k_{IbR}) G_I Z_1 (K_{UR} + k_{UR}) \right] \quad (6.70)$$

En utilisant l'équation (3.12):

$$G_{32} = \frac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = -3 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{+\infty} \left(\left[(K_{IaR_n} + k_{IaR_n}) (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* + (K_{IbR_n} + k_{IbR_n}) (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* G_{I_n}^+ \right] Z_{1n}^+ + \left[(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n}) + (K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n}) G_{I_n}^* \right] Z_{1n}^* \right) \quad (6.71)$$

On extrait et on calcule séparément deux expressions de l'équation (6.71) pour faciliter le développement:

$$F_1 = \left[(K_{IaR_n} + k_{IaR_n}) (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* + (K_{IbR_n} + k_{IbR_n}) (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* G_{I_n}^+ \right] Z_{1n}^+ \quad (6.72)$$

$$F_2 = \left[(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n}) + (K_{IbR_n} + k_{IbR_n})^* (K_{UR_n} + k_{UR_n}) G_{I_n}^* \right] Z_{1n}^* \quad (6.73)$$

En remplaçant les équations (6.44), (6.54) et (6.57) dans l'équation (6.72), on obtient:

$$F_1 = \left[\kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) + \left(-j \kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{jn \frac{\mu_0}{2}} \right) \left(\frac{1}{2jn\omega_0} \frac{1 - e^{-j \frac{\mu_0}{\omega_0} (n\omega_0 + \omega)}}{1 + \omega/n\omega_0} \right) \right] Z_{1n}^+ \quad (6.74a)$$

$$F_1 = \kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \left[\cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(e^{jn \frac{\mu_0}{2}} \right) \left(\frac{1 - e^{-j \frac{\mu_0}{\omega_0} (n\omega_0 + \omega)}}{(1 + \omega/n\omega_0)} \right) \right] Z_{1n}^+ \quad (6.74b)$$

En remplaçant les équations (6.45), (6.55) et (6.58) dans l'équation (6.72), on obtient:

$$F_2 = \left[\kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) + \left(j \kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n} \omega_0 e^{-jn \frac{\mu_0}{2}} \right) \left(-\frac{1}{2jn\omega_0} \frac{1 - e^{j \frac{\mu_0}{\omega_0} (n\omega_0 - \omega)}}{(1 - \omega/n\omega_0)} \right) \right] Z_{1n}^* \quad (6.75a)$$

$$F_2 = \kappa^2 \frac{12}{\pi^2} \frac{1}{n^2} \left[\cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(e^{-jn \frac{\mu_0}{2}} \right) \left(\frac{1 - e^{j \frac{\mu_0}{\omega_0} (n\omega_0 - \omega)}}{(1 - \omega/n\omega_0)} \right) \right] Z_{1n}^* \quad (6.75b)$$

Il est maintenant possible de trouver l'expression pour G_{32} . Il suffit de remplacer les équations (6.74b) et (6.75b) dans l'équation (6.71). Le résultat est l'expression suivante:

$$G_{32} = -\kappa^2 \frac{36}{\pi^2} \sum_{\substack{n=1,2,m+1 \\ n>0}}^{n=+\infty} \frac{1}{n^2} \left\{ \left[\cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(e^{jn \frac{\mu_0}{2}} \right) \left(\frac{1 - e^{-j \mu_0 \left(n + \frac{\omega}{\omega_0} \right)}}{(1 + \omega/n\omega_0)} \right) \right] Z_{1n}^+ + \right. \\ \left. \left[\cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(e^{-jn \frac{\mu_0}{2}} \right) \left(\frac{1 - e^{j \mu_0 \left(n - \frac{\omega}{\omega_0} \right)}}{(1 - \omega/n\omega_0)} \right) \right] Z_{1n}^* \right\} \quad (6.76)$$

pour $m=0,1,2,3,\dots$

6.5- Développement de l'expression pour la fonction $G_4 = \frac{\Delta e_{11}^* - \Delta e_{21}}{\Delta \alpha}$

6.5.1 Introduction

On a déjà étudié les conditions pour l'allumage des thyristors dans la section 6.2. La fonction G , est dérivée à partir de l'équation (6.11a) et elle représente l'influence des variations de l'angle d'allumage sur les tensions de contrôle. Alors, on peut écrire (voir aussi la figure 2.3 pour les définitions des symboles):

$$G_4 = \frac{\Delta e_{11}^* - \Delta e_{21}}{\Delta \alpha} \quad (6.77)$$

On divise l'équation (6.77) en deux autres dans le but de faciliter le développement de l'expression de la fonction G_4 :

$$G_s = G_{s1} + G_{s2} \quad (6.78)$$

$$G_{s1} = \frac{\dot{\Delta e}_{11}}{\Delta \alpha} \quad (6.79)$$

$$G_{s2} = -\frac{\Delta e_{21}}{\Delta \alpha} \quad (6.80)$$

Il faut noter que la fonction G_{s2} est égale à zéro du côté du redresseur vu qu'on emploie la tension e_s seulement du côté de l'onduleur pour garantir une valeur minimum pour l'angle d'extinction γ .

6.5.2- Développement de l'expression pour la fonction G_{s1}

On prend comme exemple le calcul de la fonction pour le thyristor 1 (voir la figure 4.1). La tension de commutation pour ce thyristor est la tension U_{cr} tandis que la tension e_s utilisée pour la détermination de l'angle d'amorçage est en phase avec la tension de la phase S . On peut maintenant écrire l'expression pour la tension e_s , en tenant aussi compte du filtre représenté par G_F dans la figure 2.1:

$$e_s = \kappa_1 U_{CS} G_F \quad (6.81)$$

Les variations de e_s sont calculées comme suit:

$$\Delta e_s = \kappa_1 \Delta U_{CS} G_F \quad (6.82)$$

On est intéressé aux valeurs instantanées de Δe_s :

$$\dot{\Delta e}_s = \kappa_1 \Delta U_{CS} G_F K_e \quad (6.83)$$

On peut déterminer ΔU_{CS1} (contribution à la chute de tension totale ΔU_{CS} par les variations de l'angle d'amorçage) à partir de l'équation (6.37):

$$\Delta U_{CS1} = -\Delta \alpha (K_{\omega s} + k_{\omega s}) G_\alpha Z_1 \quad (6.84)$$

En remplaçant l'équation (6.84) sur l'équation (6.83):

$$\Delta e_{11}^* = -\kappa_1 \Delta \alpha (K_{\alpha s} + k_{\alpha s}) G_{\alpha} Z_1 G_F K_e \quad (6.85a)$$

$$G_{41} = \frac{\Delta e_{11}^*}{\Delta \alpha} = -\kappa_1 (K_{\alpha s} + k_{\alpha s}) G_{\alpha} Z_1 G_F K_e \quad (6.85b)$$

En se servant de l'équation (3.31), on arrive à l'équation suivante pour la fonction G_{41} :

$$G_{41} = -\kappa_1 \sum_{\substack{n=1, 2m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \left[(K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n}) G_{\alpha_n}^+ Z_{1_n}^+ G_{F_n}^+ K_{e_n}^* + (K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n})^* G_{\alpha_n}^- Z_{1_n}^- G_{F_n}^- K_{e_n} \right] \quad (6.86)$$

Développement des expressions de $(K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n}) K_{e_n}^*$ et $(K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n})^* K_{e_n}$

L'équation (5.102) est l'expression de $(K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n})$ pour la phase R . Alors, on peut trouver l'expression pour la phase S en multipliant cette équation par $e^{-j\frac{2\pi}{3}}$. On obtient l'équation:

$$K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n} = \pm j \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \omega_0 e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{2\pi}{3}\right)} \quad (6.87)$$

En appliquant les équations (5.104) et (6.86), on arrive aux expressions recherchées:

$$(K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n}) K_{e_n}^* = \pm j \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \omega_0 e^{-jn\pi} \quad (6.88a)$$

$$(K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n})^* K_{e_n} = \mp j \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \omega_0 e^{jn\pi} \quad (6.88b)$$

pour $n=12m+1, m=0,1,2,3,\dots$

En utilisant la formule de Euler dans les équations (6.88a) et (6.88b), on parvient aux expressions suivantes:

$$(K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n}) K_{e_n}^* = \mp j \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \omega_0 \quad (6.89a)$$

$$(K_{\alpha s_n} + k_{\alpha s_n})^* K_{e_n} = \pm j \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \omega_0 \quad (6.89b)$$

Développement de l'expression pour la fonction G_{41}

En substituant les équations (6.88b) et (6.89b) dans l'équation (6.86), on parvient au résultat suivant:

$$G_{41} = j \kappa_1 \frac{2}{\pi} \sqrt{3} \omega_0 \sum_{\substack{n=1, 2m+1 \\ n \neq 0}}^{+\infty} \pm \left[G_{\alpha_n}^+ Z_{1_n}^+ G_{F_n}^+ - G_{\alpha_n}^- Z_{1_n}^- G_{F_n}^- \right] \quad (6.90)$$

Si on remplace les valeurs de $G_{\alpha_n}^+$ et $G_{\alpha_n}^-$ (équations 5.107, 6.16 et 6.17) dans l'équation 6.89, la nouvelle expression pour G_{41} sera:

$$G_{41} = -\kappa_1 \frac{3 \hat{U} \sin \alpha_0}{\pi L \omega_0} \sum_{\substack{n=1, 2m+1 \\ n \neq 0}}^{+\infty} \pm \frac{1}{n} \left[\frac{1 - e^{-j \mu_0 \left(n + \frac{\omega}{\omega_0} \right)}}{1 + \omega / n \omega_0} Z_{1_n}^+ G_{F_n}^+ + \frac{1 - e^{j \mu_0 \left(n - \frac{\omega}{\omega_0} \right)}}{1 - \omega / n \omega_0} Z_{1_n}^- G_{F_n}^- \right] \quad (6.91)$$

Comme $\hat{e}_1 = \kappa_1 \hat{U}$:

$$G_{41} = \frac{3 \hat{e}_1 \sin \alpha_0}{\pi L \omega_0} \sum_{\substack{n=1, 2m+1 \\ n \neq 0}}^{+\infty} \pm \frac{1}{n} \left[\frac{1 - e^{-j \mu_0 \left(n + \frac{\omega}{\omega_0} \right)}}{1 + \omega / n \omega_0} Z_{1_n}^+ G_{F_n}^+ + \frac{1 - e^{j \mu_0 \left(n - \frac{\omega}{\omega_0} \right)}}{1 - \omega / n \omega_0} Z_{1_n}^- G_{F_n}^- \right] \quad (6.92)$$

6.5.3- Développement de l'expression pour la fonction G_{42}

La tension e_s est employée seulement dans la détermination de l'angle d'allumage de l'onduleur pour garantir une valeur maximale de l'angle α . Cette mesure permet le fonctionnement de l'onduleur avec un risque minimal de l'occurrence d'un raté de

commutation. Ceci indique qu'au pire cas, lorsque la tension de contrôle e_c est égale à zéro, on aura un angle d'avance (α_{\min}) considéré sûr pour l'opération de l'onduleur. Si on réécrit l'équation (6.1) en tenant compte du pire cas qu'on vient de décrire ci-haut:

$$\dot{e}_1 - e_2 = 0 \quad (6.93)$$

On peut aussi écrire à partir de l'équation (6.2):

$$\dot{e}_1 = -\hat{e}_1 \cos(\pi - \beta_{\min}) \quad (6.94)$$

En remplaçant l'équation (6.94) dans l'équation (6.93):

$$e_2 = \hat{e}_1 \cos \beta_{\min} \quad (6.95)$$

Une façon d'obtenir la tension de référence e_2 consiste à appliquer les tensions du réseau à un transformateur avec rapport de transformation κ et, ensuite, les redresser par un pont de Graëtz à diodes et un filtre de fonction de transfert F . Cette configuration nous permet de calculer le rapport $\Delta e_{21} / \Delta \alpha$ en appliquant l'équation (6.39):

$$G_{42} = -\frac{\Delta e_{21}}{\Delta \alpha} = 3(K_{aR} + k_{aR})G_{\alpha}Z_1(K_{UR} + k_{UR})F \quad (6.96)$$

$$G_{42} = -\frac{\Delta e_{21}}{\Delta \alpha} = 3F \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 0}}^{\infty} \sum_{2m \pm 1} \left[\begin{aligned} & (K_{aRn} + k_{aRn})(K_{URn} + k_{URn})^* G_{\alpha_n}^+ Z_{1_n}^+ + \\ & (K_{aRn} + k_{aRn})^* (K_{URn} + k_{URn}) G_{\alpha_n}^- Z_{1_n}^- \end{aligned} \right] \quad (6.97)$$

pour $m = 0, 1, 2, 3, 4 \dots$

Il faut noter qu'à cause de l'utilisation d'un redresseur à diodes et sans charge pour la création de la tension e_2 , les fonctions de conversion K_v et k_v dans les équations (6.96) et (6.97) seront calculées avec $\alpha_0 = \mu_0 = 0$.

Expressions pour les produits $(K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n})(K_{UR_n} + k_{UR_n})^* G_{\alpha_n}^+ Z_{1_n}^+$ et $(K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n})^*(K_{UR_n} + k_{UR_n}) G_{\alpha_n}^- Z_{1_n}^-$

On peut écrire l'expression pour $(K_{UR_n} + k_{UR_n})^*$ et $(K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n})^*$ à partir des équations (5.70) et (5.102), respectivement:

$$(K_{UR_n} + k_{UR_n})^* = \pm \kappa_2 \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \quad (6.98)$$

$$(K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n})^* = \mp j \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \omega_0 e^{jn\alpha_0} \quad (6.99)$$

pour $n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

En combinant les équations (5.102), (6.16) et (6.98), on obtient l'équation (6.100):

$$(K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n})(K_{UR_n} + k_{UR_n})^* G_{\alpha_n}^+ = -\kappa_2 \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} \frac{\hat{U}_R \sin \alpha_0}{L_2 \omega_0} \frac{1}{n^2} \frac{1 - e^{-j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 + \omega)}}{1 + \omega/n\omega_0} e^{-jn\alpha_0} \quad (6.100)$$

De plus, en combinant les équations (5.70), (6.17) et (6.99), on obtient l'équation (6.101):

$$(K_{\alpha_n} + k_{\alpha_n})^*(K_{UR_n} + k_{UR_n}) G_{\alpha_n}^- = -\kappa_2 \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} \frac{\hat{U}_R \sin \alpha_0}{L_2 \omega_0} \frac{1}{n^2} \frac{1 - e^{j\frac{\mu_0}{\omega_0}(n\omega_0 - \omega)}}{1 - \omega/n\omega_0} e^{jn\alpha_0} \quad (6.101)$$

Expression pour la tension CC d'un convertisseur à diodes à 12 pulsations

On peut écrire l'expression (6.102) pour la tension continue d'un convertisseur à diodes à 6 pulsations ([3], page 61):

$$U_d = \frac{3\sqrt{3}\hat{U}_R}{\pi} \quad (6.102)$$

En incluant le rapport de transformation et en tenant compte aussi de deux ponts en série, on obtient le rapport entre les tensions CA et CC:

$$U_d = e_{2_0} = \kappa_2 \frac{6\sqrt{3} \hat{U}_R}{\pi} \quad (6.103)$$

On peut écrire:

$$\kappa_2 \hat{U}_R = e_{2_0} \frac{\pi}{6\sqrt{3}} \quad (6.104)$$

Expression pour la fonction G_u

En remplaçant les équations (6.100), (6.101) et (6.104) dans l'équation (6.97), on arrive à l'expression finale pour la fonction G_u :

$$G_{42} = -\frac{3}{\pi} \frac{e_{2_0} \sin \alpha_0}{L\omega_0} F \sum_{\substack{n=1, 2m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \left[e^{-jn\alpha_0} \frac{1 - e^{-jn\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}}{1 + \omega/n\omega_0} Z_{1_n}^+ + e^{jn\alpha_0} \frac{1 - e^{jn\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}}{1 - \omega/n\omega_0} Z_{1_n}^{*-} \right] \quad (6.105)$$

pour $m=0, 1, 2, 3, \dots$

6.6- Développement de l'expression pour la fonction $G_s = \frac{\Delta \dot{e}_{12} - \Delta e_{22}}{\Delta I_d}$

6.6.1 Introduction

On a déjà étudié les conditions pour l'allumage des thyristors dans la section 6.2. La fonction G_s est dérivée à partir de l'équation (6.11a) et elle représente l'influence des variations du courant continu sur les tensions de contrôle. Alors, on peut écrire:

$$G_5 = \frac{\Delta e_{12}^* - \Delta e_{22}}{\Delta I_d} \quad (6.106)$$

On divise l'équation (6.106) en deux autres dans le but de faciliter le développement de l'expression de la fonction G_5 :

$$G_5 = G_{5a} + G_{5b} \quad (6.107)$$

$$G_{5a} = \frac{\Delta e_{12}^*}{\Delta I_d} \quad (6.108)$$

$$G_{5b} = -\frac{\Delta e_{22}}{\Delta I_d} \quad (6.109)$$

Il faut noter que la fonction G_{5b} est égale à zéro du côté du redresseur, vu qu'on emploie la tension e , seulement du côté de l'onduleur pour garantir une valeur minimum pour l'angle d'extinction γ .

Il est aussi important de remarquer qu'on peut dériver les expressions pour les fonctions G_{5a} et G_{5b} à partir des expressions déjà développées pour les fonctions G_{a1} et G_{a2} . Il s'agit de substituer $(K_{a\alpha} + k_{a\alpha})G_{\alpha}$ par $(K_{Ia\alpha} + k_{Ia\alpha}) + (K_{Ib\alpha} + k_{Ib\alpha})G_I$ dans les équations (6.85b) et (6.96). On obtient les expressions suivantes:

$$G_{5a} = \frac{\Delta e_{12}^*}{\Delta I_d} = -\kappa_1 [(K_{Ia\alpha} + k_{Ia\alpha}) + (K_{Ib\alpha} + k_{Ib\alpha})G_I] Z_1 G_F K_e \quad (6.110)$$

$$G_{5b} = -\frac{\Delta e_{22}}{\Delta I_d} = 3[(K_{Ia\alpha} + k_{Ia\alpha}) + (K_{Ib\alpha} + k_{Ib\alpha})G_I] Z_1 (K_{UR} + k_{UR}) F \quad (6.111)$$

Il est convenable de diviser les équations G_{5a} et G_{5b} en deux, dans le but de faciliter le développement des expressions théoriques:

$$G_{51} = -\kappa_1 (K_{Ia\alpha} + k_{Ia\alpha}) Z_1 G_F K_e \quad (6.112)$$

$$G_{52} = -\kappa_1 (K_{Ib\alpha} + k_{Ib\alpha}) G_I Z_1 G_F K_e \quad (6.113)$$

$$G_{53} = 3(K_{IaR} + k_{IaR})Z_1(K_{UR} + k_{UR})F \quad (6.114)$$

$$G_{54} = 3(K_{IbR} + k_{IbR})G_I Z_1(K_{UR} + k_{UR})F \quad (6.115)$$

6.6.2- Développement de l'expression pour la fonction G_{51}

En se servant de l'équation (3.31), on arrive à l'expression suivante pour la fonction G_{51} :

$$G_{51} = -\kappa_1 \sum_{\substack{n=1, 2m+1 \\ n \neq 0}}^{+\infty} \left[(K_{IaS_n} + k_{IaS_n}) Z_n^+ G_{F_n}^+ K_{e_n}^* + (K_{IaS_n} + k_{IaS_n})^* Z_n^- G_{F_n}^- K_{e_n}^* \right] \quad (6.116)$$

pour $m = 0, 1, 2, 3, 4 \dots$

Développement des expressions de $(K_{IaS_n} + k_{IaS_n}) K_{e_n}^*$ et $(K_{IaS_n} + k_{IaS_n})^* K_{e_n}$

L'équation (5.79) est l'expression de $(K_{Ia_n} + k_{Ia_n})$ pour la phase R . Alors, on peut trouver l'expression pour la phase S en multipliant cette équation par $e^{-jn\frac{2\pi}{3}}$. On obtient comme résultat:

$$K_{IaS_n} + k_{IaS_n} = \pm \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2} + \frac{2\pi}{3}\right)} \quad (6.117)$$

En combinant les équations (5.104) et (6.117), on arrive aux expressions recherchées:

$$(K_{IaS_n} + k_{IaS_n}) K_{e_n}^* = \mp \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.118)$$

$$(K_{IaS_n} + k_{IaS_n})^* K_{e_n} = \mp \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{jn\frac{\mu_0}{2}} \quad (6.119)$$

pour $n=1, 2m+1, m=0, 1, 2, 3, 4 \dots$

Développement de l'expression pour la fonction G_{s1}

En substituant les équations (6.118) et (6.119) dans l'équation (6.116), on parvient au résultat suivant:

$$G_{s1} = \kappa_1 \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \sum_{\substack{n=1,2m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \pm \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \left[e^{-jn \frac{\mu_0}{2}} Z_{1n}^+ G_{F_n}^+ + e^{jn \frac{\mu_0}{2}} Z_{1n}^{*-} G_{F_n}^{*-} \right] \quad (6.120)$$

Comme $\hat{e}_1 = \kappa_1 \hat{U}$:

$$G_{s1} = \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{\hat{e}_1}{\hat{U}_R} \sum_{\substack{n=1,2m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \pm \frac{1}{n} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \left[e^{-jn \frac{\mu_0}{2}} Z_{1n}^+ G_{F_n}^+ + e^{jn \frac{\mu_0}{2}} Z_{1n}^{*-} G_{F_n}^{*-} \right] \quad (6.121)$$

pour $m=0, 1, 2, 3, 4, \dots$

6.6.3- Développement de l'expression pour la fonction G_{s2}

L'expression pour la fonction G_{s2} est plus facilement déduite si on prend comme base l'expression pour la fonction G_{s1} et on tient compte de la relation entre les expressions de $(K_{as} + k_{as})$ et $(K_{bs} + k_{bs})$, ainsi que la relation entre les expressions de G_I et G_α . C'est-à-dire, en comparant les équations (5.93) et (5.102) et aussi les équations (5.106) et (5.107), on peut écrire les expressions suivantes:

$$K_{as} + k_{as} = -(K_{bs} + k_{bs})/\kappa \quad (6.122)$$

$$G_I = -\frac{\omega_0 L}{\hat{U}_R \sqrt{3} \sin \alpha_0} G_\alpha \quad (6.123)$$

En se basant sur ces deux équations, on arrive à la relation entre les fonctions G_{s1} et G_{s2} :

$$G_{s2} = \frac{\kappa \omega_0 L}{\hat{U}_R \sqrt{3} \sin \alpha_0} G_{s1} \quad (6.124)$$

Alors, on arrive à l'expression finale pour la fonction G_{s2} en substituant l'équation (6.92) dans l'équation (6.124):

$$G_{s2} = \kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{\hat{e}_1}{\hat{U}_R} \sum_{\substack{n=12m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \pm \frac{1}{n} \left[\frac{1 - e^{-j\mu_0 \left(n + \frac{\omega}{\omega_0}\right)}}{1 + \omega/n\omega_0} Z_{1n}^+ G_{F_n}^+ + \frac{1 - e^{j\mu_0 \left(n + \frac{\omega}{\omega_0}\right)}}{1 - \omega/n\omega_0} Z_{1n}^* G_{F_n}^* \right] \quad (6.125)$$

pour $m=0, 1, 2, 3, 4, \dots$

6.6.4- Développement de l'expression pour la fonction G_{s3}

En utilisant les équations (3.31) et (6.114), on arrive à l'expression suivante pour la fonction de transfert G_{s3} :

$$G_{s3} = 3F \sum_{\substack{n=12m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \left[(K_{IaR_n} + k_{IaR_n}) Z_{1n}^+ (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* + (K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^* Z_{1n}^* (K_{UR_n} + k_{UR_n}) \right] \quad (6.126)$$

$$\underline{\text{Expressions pour les produits } (K_{IaR_n} + k_{IaR_n})(K_{UR_n} + k_{UR_n})^* \text{ et } (K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^*(K_{UR_n} + k_{UR_n})}$$

L'expression pour $(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^*$ a déjà été calculée (équation 6.53) et celle pour $(K_{UR_n} + k_{UR_n})^*$ peut l'être à partir de l'équation (5.70). Il faut noter qu'à cause de l'utilisation d'un redresseur à diodes et sans charge, les fonctions de conversion K_u et k_u dans l'équation (6.126) doivent être calculées avec $\alpha_0 = \mu_0 = 0$:

$$(K_{UR_n} + k_{UR_n}) = (K_{UR_n} + k_{UR_n})^* = \pm \kappa_2 \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{n} \quad (6.127)$$

pour $n = 12m \pm 1, m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

En combinant les équations (5.79), (6.104) et (6.127):

$$(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})(K_{UR_n} + k_{UR_n})^* = \kappa \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \frac{1}{n^2} \frac{e_{20}}{\hat{U}_R} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} \quad (6.128)$$

Et aussi en combinant les équations (6.53) et (6.127):

$$(K_{IaR_n} + k_{IaR_n})^*(K_{UR_n} + k_{UR_n}) = \kappa \frac{2}{\sqrt{3}\pi} \frac{1}{n^2} \frac{e_{20}}{\hat{U}_R} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) e^{jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} \quad (6.129)$$

Développement de l'expression pour la fonction G_{s3}

En substituant les équations (6.128) et (6.129) dans l'équation (6.126), on parvient au résultat final pour l'expression de G_{s3} :

$$G_{s3} = \kappa \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{e_{20}}{\hat{U}_R} F \sum_{\substack{n=1 \\ n)0}}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \cos\left(n \frac{\mu_0}{2}\right) \left[e^{-jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} Z_{1n}^+ + e^{jn\left(\alpha_0 + \frac{\mu_0}{2}\right)} Z_{1n}^{*-} \right] \quad (6.130)$$

pour $m=0, 1, 2, 3, 4, \dots$

6.6.5- Développement de l'expression pour la fonction G_{s4}

L'expression pour la fonction G_{s4} est plus facilement déduite si on prend comme base l'expression pour la fonction G_{42} et on tient compte de la relation entre les expressions de $(K_{\alpha S} + k_{\alpha S})$ et $(K_{\beta S} + k_{\beta S})$, ainsi que la relation entre les expressions de G_I et G_α . C'est-à-dire, en utilisant les équations (6.122) et (6.123), on arrive à la relation entre les fonctions G_{42} et G_{s4} :

$$G_{s4} = -\frac{\kappa \omega_0 L_2}{\hat{U}_R \sqrt{3} \sin \alpha_0} G_{42} \quad (6.131)$$

Alors, on arrive à l'expression finale pour la fonction G_{s4} en substituant l'équation (6.105) dans l'équation (6.131):

$$G_{54} = -\kappa \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{e_{20}}{\hat{U}_R} F \sum_{\substack{n=1,2m+1 \\ n>0}}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \left[e^{-jn\alpha_0} \frac{1-e^{-jn\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}}{1+jn\omega_0} Z_{1n}^+ + e^{jn\alpha_0} \frac{1-e^{jn\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}}{1-jn\omega_0} Z_{1n}^{*-} \right] \quad (6.132)$$

pour $m=0, 1, 2, 3, 4, \dots$

6.6.6- Développement de l'expression pour la fonction $G'_6 = \frac{\Delta e'_c}{\Delta I'_d}$

La fonction G'_6 est présente seulement du côté de l'onduleur et elle représente la rétroalimentation du courant qui permet de garder un angle d'extinction constant (γ), pour n'importe quelle valeur de courant continu. L'équation qui définit le rapport entre le courant continu et les autres paramètres du circuit d'un pont de Graëtz est la suivante ([3], page 81):

$$I_d = \frac{\hat{U}_R \sqrt{3}}{2\kappa L' \omega_0} (\cos \alpha' - \cos \delta') \quad (6.133)$$

On sait qu'en mode onduleur, pour une réduction de l'angle α , le courant continu aura une augmentation. On peut écrire:

$$\frac{\Delta I'_d}{\Delta \alpha'} = \left. \frac{dI'_d}{d\alpha'} \right|_{\alpha'_0} \quad (6.134)$$

En dérivant l'équation (6.133), on obtient:

$$\frac{\Delta I'_d}{\Delta \alpha'} = \frac{\hat{U}_R \sqrt{3}}{2\kappa L' \omega_0} \left. \frac{d(\cos \alpha' - \cos \delta')}{d\alpha'} \right|_{\alpha'_0} \quad (6.135)$$

Comme l'onduleur opère en contrôlant l'angle γ à une valeur constante, l'angle δ' aura aussi une valeur constante. C'est-à-dire, la dérivée de δ' par rapport à α' est égale à zéro. En tenant compte des petites variations autour du point d'opération, on obtient l'expression suivante:

$$\frac{\Delta I'_d}{\Delta \alpha'} = -\frac{\hat{U}'_R \sqrt{3}}{2\kappa L' \omega_0} \sin \alpha'_0 \quad (6.136)$$

En combinant l'équation (6.12) avec l'équation (6.136), on arrive finalement à l'expression pour la fonction G'_6 :

$$G'_6 = \frac{\Delta e'_c}{\Delta I'_d} = -\frac{2\kappa L' \omega_0}{\sqrt{3}} \frac{\hat{e}'_1}{\hat{U}'_R} \quad (6.137)$$

6.6.7 Conclusion

Le but de ce chapitre a été atteint, c'est-à-dire, on a déterminé les équations qui représentent les fonctions de transfert montrées dans la figure 2.3. Ces équations seront utilisées dans le chapitre suivant pour le développement des programmes de calcul des fonctions de transfert. La figure 6.3 met à jour l'état du mémoire jusqu'à ce chapitre.

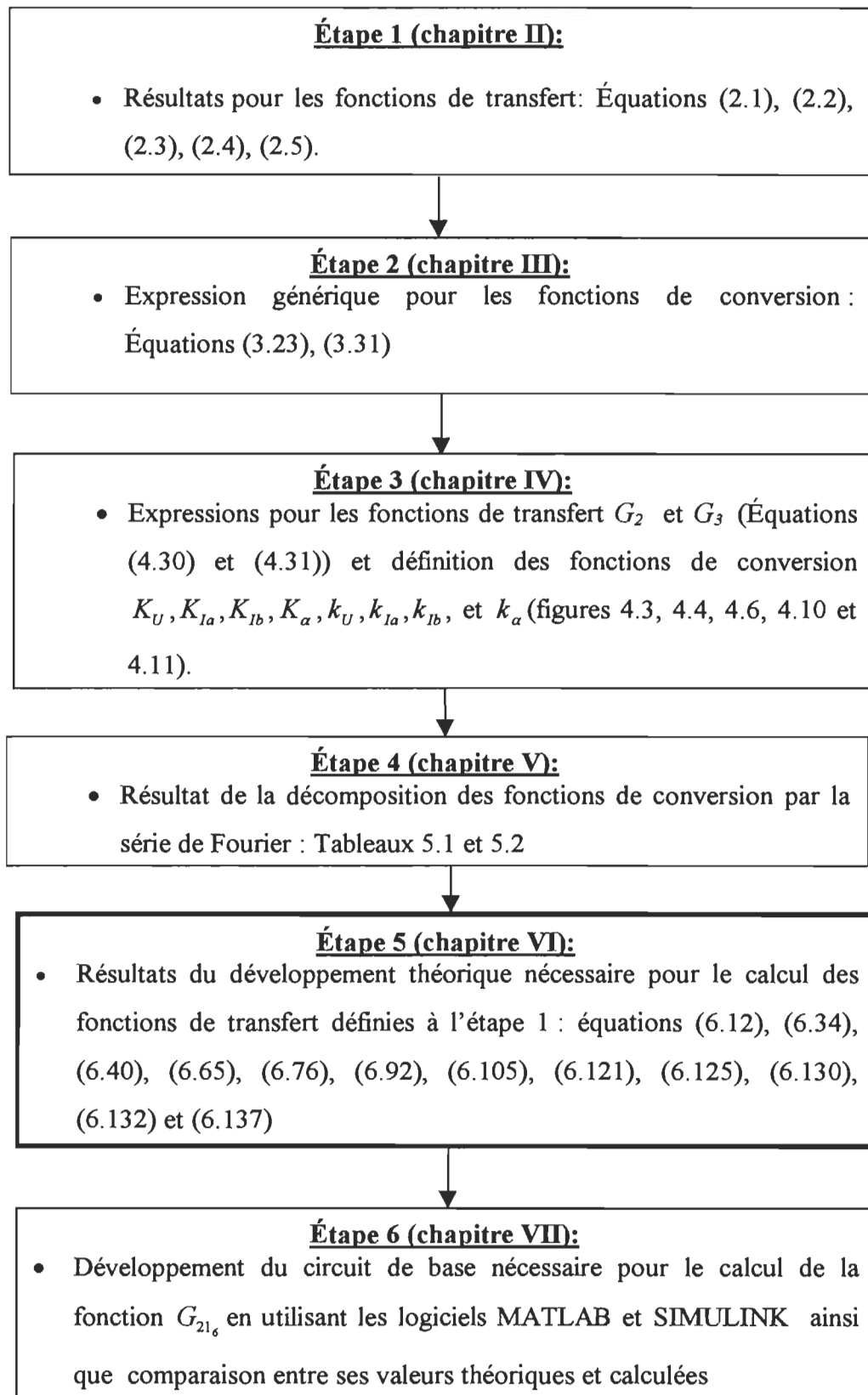


Figure 6.3: Étapes du développement et résultats.

Chapitre VII

Validation des résultats

7.1 Introduction

Une fois les expressions pour les fonctions de conversion connues, il faut y remplacer les valeurs numériques des données relatives au réseau électrique à l'étude pour qu'on puisse évaluer sa fonction de transfert. La complexité de ces expressions alliée à la grande quantité de données requises demande son implantation en logiciel. On a choisi la plate-forme MATLAB comme logiciel de base pour ce travail et on va présenter le code développé pour le calcul des fonctions de transfert G_1 , G_2 , G_3 , G_4 , G_5 et G'_6 dans ce chapitre.

Dans le but de valider les fonctions calculées d'une façon théorique, on va aussi procéder à une comparaison entre la valeur calculée de la fonction de transfert $G_2 = \Delta U_{a_2} / \Delta \alpha$ et la valeur calculée par simulation sur les plates-formes MATLAB et SIMULINK. C'est-à-dire, on développera un modèle pour un pont de Graëtz relié à une charge et on calculera la fonction de transfert en question.

Les fonctions G_2 et G_3 représentent les caractéristiques du pont de Graëtz d'une façon indépendante du type de régulateur utilisé pour faire le contrôle de courant du réseau de transmission en CCHT. C'est-à-dire, ces deux fonctions seront toujours présentes dans une application utilisant un pont de Graëtz, tandis que les fonctions G_1 , G_4 , G_5 , G'_1 , G'_4 , G'_5 et G'_6 devront être évaluées pour chaque application. On développera

une étude comparative entre la valeur théorique et la valeur calculée par simulation pour la fonction G_2 seulement.

7.2 Code MATLAB pour les fonctions G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 et G'_6

On présente le code développé pour le calcul de G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 et G'_6 dans les annexes C, D, E, F, G et H, respectivement.

7.3 Validation

Comme il a déjà été mentionné précédemment, le but majeur du mémoire est le développement théorique du concept de fonctions de conversion et son application dans la modélisation d'un réseau de transmission d'énergie électrique contenant un lien en CCHT, en se basant sur la référence [2]. La validation des équations y a déjà été présentée et on a considéré la partie théorique comme celle méritant une étude en profondeur, vu qu'il n'y a pas de description détaillée de cette méthode dans la littérature technique. Cependant, on examine plus en détails la fonction de transfert G_2 en raison de son indépendance du système de contrôle employé pour la régulation du courant continu d'une transmission en CCHT.

7.3.1 Considérations initiales

Comme l'étude se concentre sur la fonction G_2 , le réseau électrique attaché au pont de Graëtz n'est pas important. C'est-à-dire, on peut le choisir d'une façon à faciliter les travaux de simulation. Le circuit de base pour la simulation est celui montré dans la figure 7.1 et son modèle est celui déjà éprouvé par le logiciel SIMUPELS [11] et montré dans la figure 7.2 (voir annexe I pour plus de détails). Une modification a été apportée à ce modèle, en remplaçant l'équivalent d'une combinaison série d'une résistance et une inductance (originellement modélisée par une fonction dérivée), par la combinaison série

d'une résistance et une inductance en parallèle avec une résistance de valeur très élevée (modélisée par son équivalent en variables d'état). Les simulations employant ce modèle modifié montrent de meilleurs résultats, avec moins d'instabilité numérique pendant la commutation.

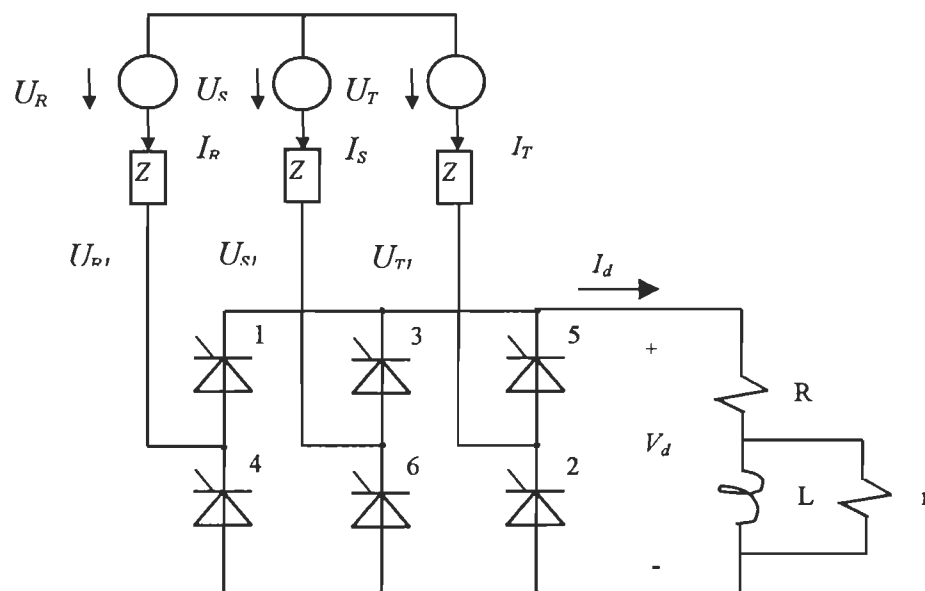


Figure 7.1: Représentation d'un convertisseur à 6 pulsations avec une charge R , L/r

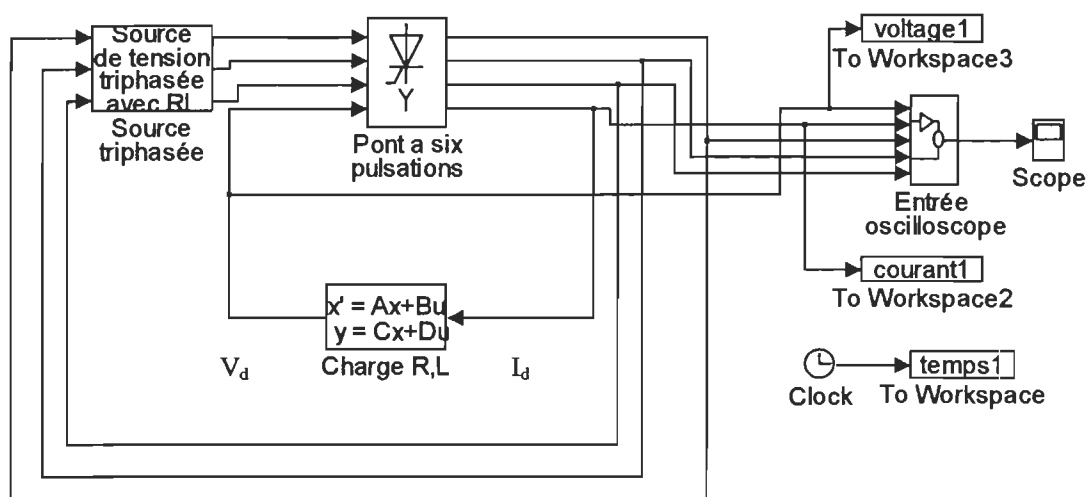


Figure 7.2 : Modèle de base pour un convertisseur et une charge R , L

7.3.2 Développement du modèle incluant le contrôleur du courant continu (I_d)

La fonction G_2 est calculée lorsque le courant continu qui circule par la charge est constant et invariant dans le temps. Comme la tension de sortie du redresseur n'est pas constante et la charge est constituée d'une inductance en série avec une résistance, il est évident que le courant I_d n'est pas constant. Ceci nous amène à modifier le circuit pour introduire une source de courant variable (I_2) pour maintenir la valeur instantanée du courant I_d constant. Cette valeur constante est le courant de consigne (I_o). La figure 7.3 montre le circuit de la figure 7.1 modifié avec l'introduction de la source de courant, pour que le convertisseur ait une charge qui tire un courant constant.

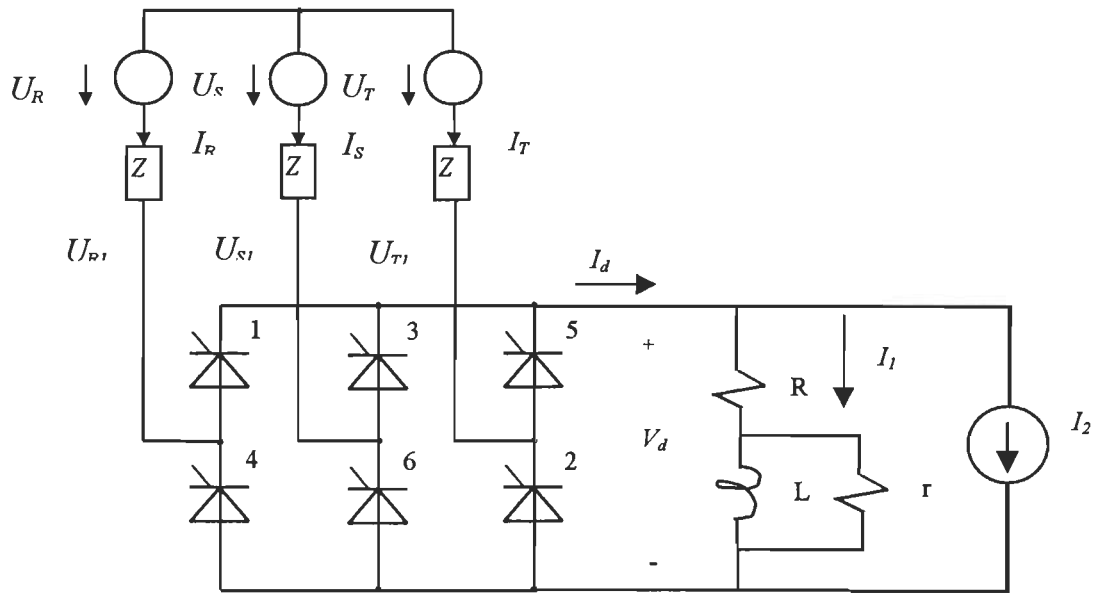


Figure 7.3: Représentation d'un convertisseur à 6 pulsations avec une charge R , L/r et une source de courant variable

Une autre façon d'obtenir un courant de charge constant serait l'utilisation d'une inductance de valeur très élevée comme charge: l'effet serait similaire à celui utilisant la source variable (le courant de sortie varierait d'une façon très lente, suivant la constante de temps déterminée par l'inductance et les autres éléments du circuit). L'utilisation de la source variable amène plus de flexibilité au modèle (le régime permanent de simulation est atteint beaucoup plus rapidement que si on employait l'inductance) et garantit un courant constant, tout en permettant l'évaluation de plusieurs configurations dans un temps relativement court.

La source I_2 variera en fonction de la valeur de la différence entre le courant I_o de consigne et le courant I_d du pont de Graëtz, c'est-à-dire:

$$I_2 = f(I_o - I_d) \quad (7.1)$$

Pour pouvoir définir une loi de contrôle, nous représentons le pont de Graëtz par son modèle linéaire tel que montré dans le chapitre 3, page 88 de [3]. La figure 7.4 montre le modèle complet, en incluant la source de courant contrôlée.

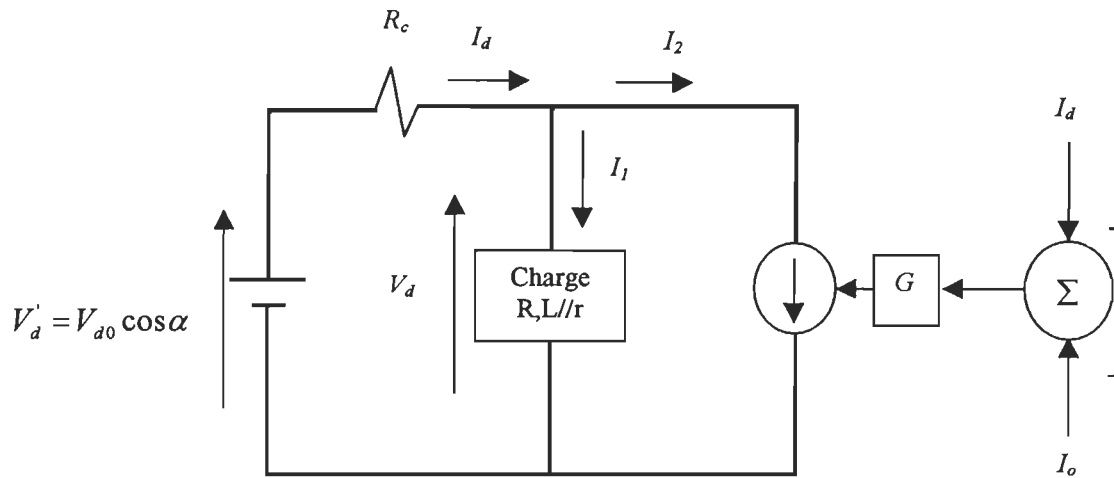


Figure 7.4: Modèle linéaire équivalent du circuit de la figure 7.3 avec r très grande

On peut écrire à partir de [3] :

$$V_d = V_{d0} \cos \alpha - R_c I_d \quad (7.2)$$

Où :

$$V_{d0} = \frac{3\sqrt{3}\hat{U}_R}{\pi} \quad (7.3)$$

$$R_c = \frac{3}{\pi} \omega L_s \quad (7.4)$$

L_s : Impédance de la source de tension.

En analysant le circuit équivalent représenté par la figure 7.4, on peut écrire les équations suivantes :

$$R_c I_d = V'_d - V_d \quad (7.5)$$

$$I_d = I_1 + I_2 \quad (7.6)$$

$$R I_1 + L \frac{dI_1}{dt} = V_d \quad (7.7)$$

En manipulant les équations (7.5), (7.6) et (7.7), on arrive à :

$$I_d = \frac{V'_d}{sL + (R + R_c)} + I_2 \frac{sL + R}{sL + (R + R_c)} \quad (7.8)$$

On a trouvé le rapport entre I_d et I_2 , ce qui va permettre le développement d'un contrôleur capable de maintenir le courant I_d constant. En considérant négligeable l'influence de la partie anticipative (premier terme) de l'équation (7.8), en supposant une approximation autour d'un point d'opération avec V'_d constant:

$$G(s) = \frac{\Delta I_d}{\Delta I_2} = \frac{sL + R}{sL + (R + R_c)} \quad (7.9)$$

La figure 7.5 montre le diagramme blocs incluant le contrôleur.

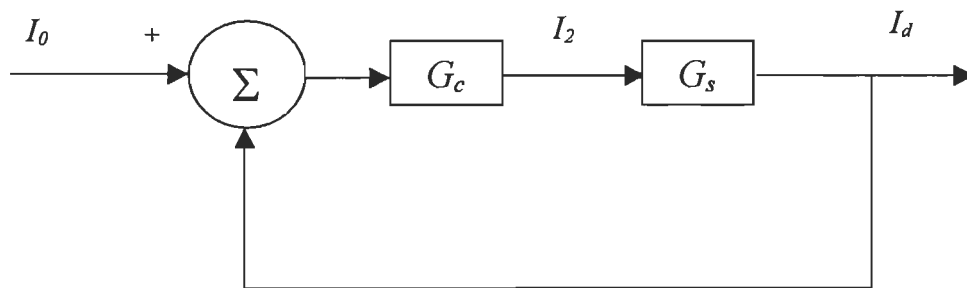


Figure 7.5: Diagramme blocs du système complet

Ce système sert de base pour le choix d'un contrôleur et pour qu'on puisse faire des simulations de la réponse de l'ensemble du modèle avant de réaliser une simulation avec le contrôleur intégré au système réel (figure 7.7).

7.3.3 Définition du contrôleur

Le contrôleur recherché devra posséder les caractéristiques suivantes :

- 1- Erreur stationnaire moindre que 0.1%.
- 2- Rapidité de réponse afin que la boucle de commande n'influence pas l'étude de G_2 .

On a choisi et essayé un contrôleur avec les éléments suivants (voir annexe I pour les détails des composants du système) :

- 1- Un filtre passe bas de deuxième ordre avec $\zeta = 0.1$ et fréquence naturelle égale à celle de la fréquence fondamentale des ondulations sur le signal de tension CC redressée ($\omega_n = 2 * \pi * 360 \text{ rad/s}$) pour éviter que le contrôleur essaie de suivre le mode d'oscillation naturelle du pont de Graëtz.
- 2- Un zéro à $10 * \omega_n$, un autre à $100 * \omega_n$ et un pôle à $1000 * \omega_n$.
- 3- Le gain a été choisi comme $K = 9.9e + 05$ pour que la réponse à une perturbation en échelon au système montré dans la figure 7.5 se fasse en moins de 10^{-8} s (figure 7.6).

La fonction de transfert du contrôleur est la suivante :

$$G_c = K \frac{5116644 \left(\frac{s}{22620} + 1 \right) \left(\frac{s}{226200} + 1 \right)}{(s^2 + 452.4 + 5116644) \left(\frac{s}{2262000} + 1 \right)} \quad (7.10)$$

La figure 7.7 montre le diagramme de figure 7.2 modifié pour inclure le contrôleur (voir annexe I pour les détails).

La figure 7.8 présente le résultat d'une simulation (courant I_d en fonction du temps) du système décrit dans la figure 7.7. La simulation a été réalisée de la façon suivante :

- 1- Les conditions du réseau ont été choisies (voir Annexe J).
- 2- On a attendu que le réseau électrique ait atteint son régime permanent (0.05s) et à ce moment on a démarré le contrôleur avec $I_o = 154A$ pour éviter des variations brusques du courant.
- 3- Les valeurs de variables d'état du système ont été acquises. Ces valeurs sont alors utilisées comme valeurs initiales pour les simulations qui suivront.

On peut remarquer que le contrôleur amène bien le courant I_d à la valeur spécifiée. Le résultat de cette simulation définit le cas de base pour l'étude.

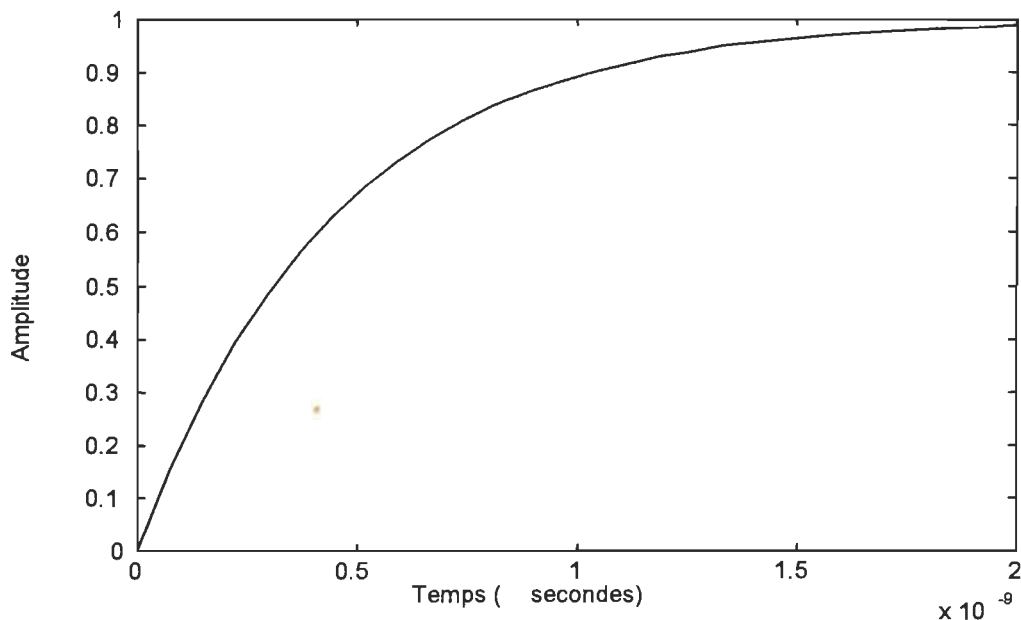


Figure 7.6: Réponse à l'échelon du système montré dans la figure 7.5

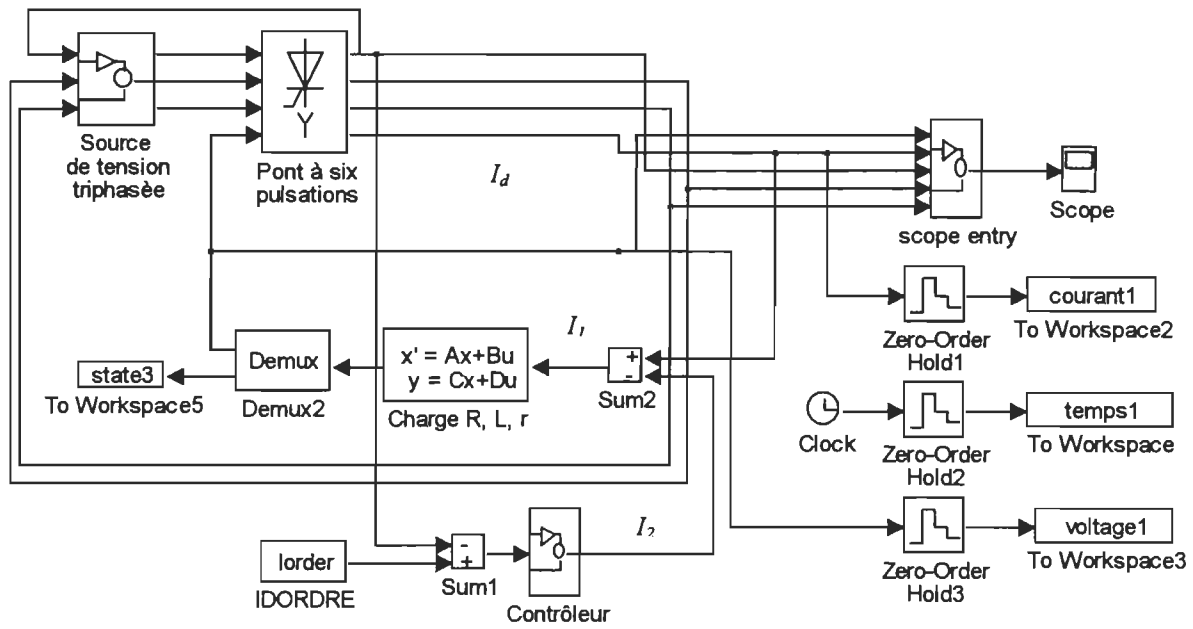


Figure 7.7 : Schéma SIMULINK pour la simulation du système des figures 7.4 et 7.5

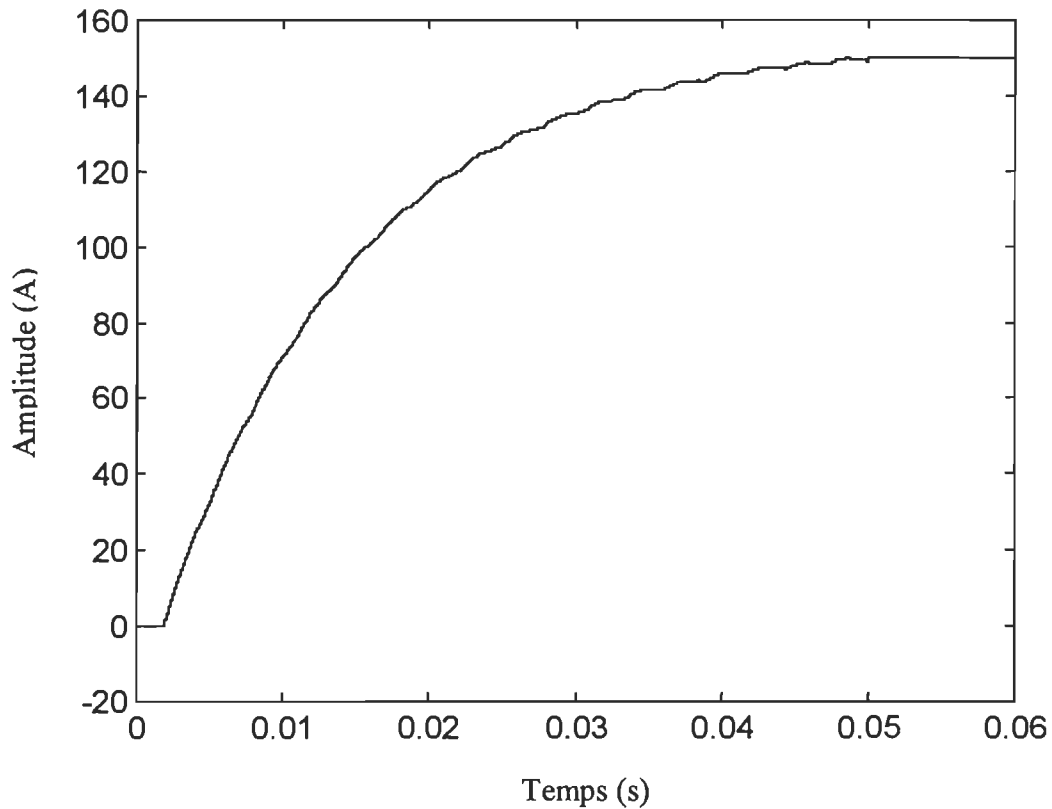


Figure 7.8 : Graphique courant I_d versus temps

7.3.4 Développement d'un générateur d'impulsions d'amorçage des thyristors du pont de Graëtz en incluant une modulation

Pour calculer la fonction de transfert G_2 , il est nécessaire d'introduire une oscillation sinusoïdale de l'angle d'amorçage (α). Le modèle du générateur des impulsions d'amorçage du pont à six pulsations du circuit de base (voir figure 7.7) doit inclure cette caractéristique. Comme le modèle original utilisé par SIMUPELS ne réalise pas cette fonction, un nouveau circuit a été développé pour le modèle du générateur d'impulsions d'amorçage et il est présenté dans la figure 7.9.

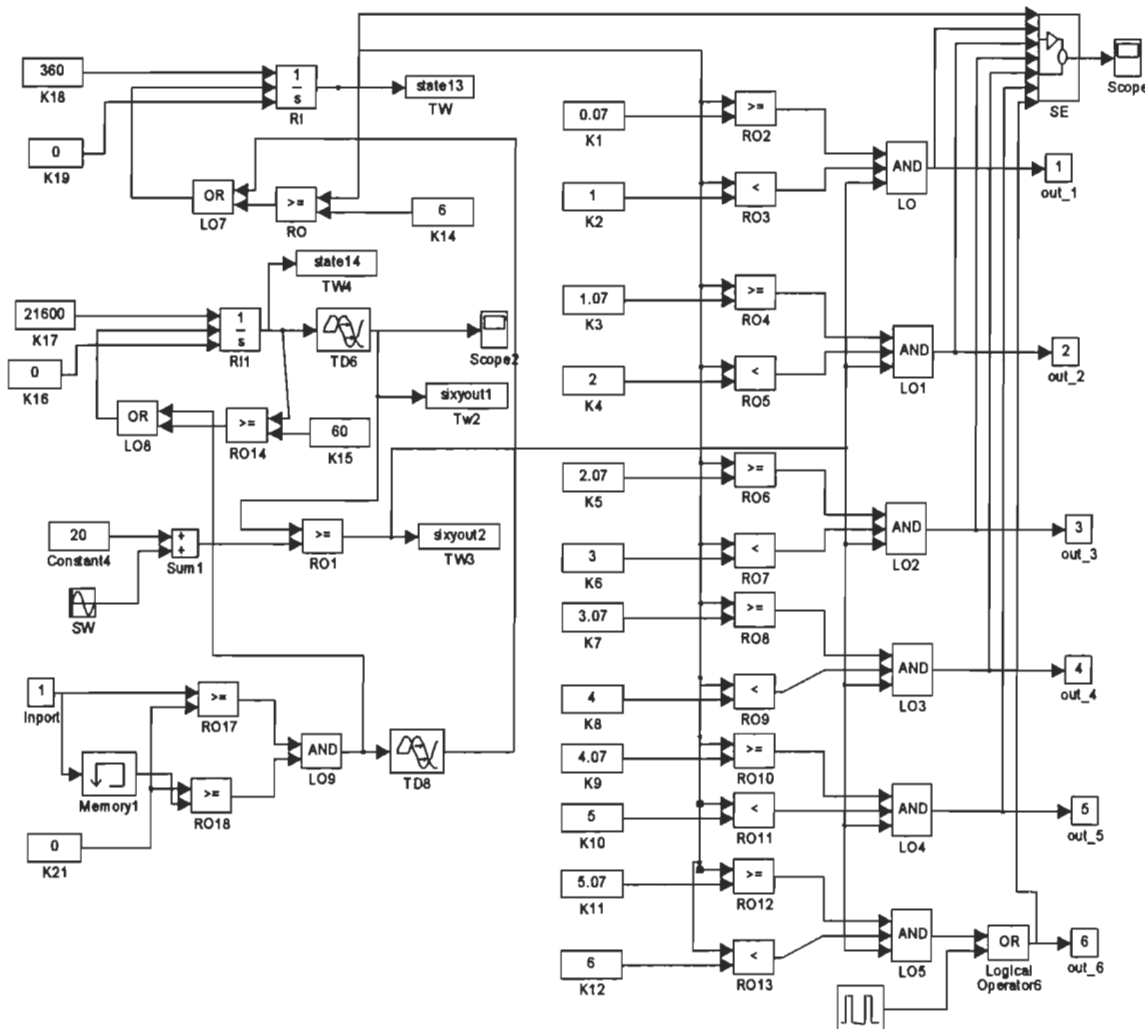


Figure 7.9: Circuit générateur d'impulsions d'amorçage avec modulation

7.3.5 Choix des conditions de simulation

Il est nécessaire de déterminer le temps de simulation requis pour que le circuit atteigne son régime permanent harmonique une fois qu'on commence la modulation de l'angle d'amorçage à partir d'un régime permanent quelconque. On a considéré que comme les constantes de temps du circuit montré dans la figure 7.7 ne dépassent pas 0.02s (voir figures 7.6 et 7.8), il est suffisant d'attendre 100ms avant de commencer l'échantillonnage de la tension du pont. Comme vérification, on a procédé à la simulation du circuit de la figure 7.7 pour différents temps de simulation, avec un angle d'amorçage de 20 degrés et une oscillation en degrés de $10\sin(\omega t)$, avec $\omega = 2 * \pi * 5$. Le tableau 6.1 est un sommaire des résultats pour les cas étudiés, en utilisant la fonction « *fft* » de MATLAB pour le calcul de la composante CC et la composante à 5 Hz de la tension du pont.

Tableau 7.1 – Vérification de la stabilité harmonique

Temps de simulation (ms)	Tension CC moyenne (V)	Tension 5Hz (VRMS)
300	144.13	11.19
320	144.09	11.16
500	144.15	11.17
520	144.14	11.18
700	144.14	11.18
720	144.14	11.20
1120	144.19	11.20
1520	144.12	11.19

On obtient des résultats très consistants pour le contenu de l'harmonique analysé (5Hz) ainsi que pour la valeur moyenne de la tension du pont. En tenant compte de ces résultats, on peut affirmer que l'hypothèse de démarrer l'échantillonnage un demi-cycle après le début de la simulation est valable.

7.3.6 Comparaison entre la valeur théorique et la valeur calculée par simulation de la fonction G_2

Une fois que le régulateur et les composants du circuit représentant le réseau électrique sont définis, c'est-à-dire, le circuit montré à la figure 7.7 opérant à un courant I_d constant, on peut passer à la partie finale du travail. Cette partie comporte les étapes suivantes :

1. Évaluation de la valeur théorique de la fonction G_2 .
2. Vérification du contenu harmonique de la tension V_d pour l'opération du circuit de la figure 7.7 en régime permanent et sans aucune perturbation. Les fréquences d'intérêt sont celles qui seront excitées à partir de l'oscillation sinusoïdale de l'angle d'amorçage α .
3. Introduction d'une oscillation sinusoïdale de l'angle d'amorçage α et vérification du nouveau contenu harmonique de la tension V_d à cette fréquence, et ce pour une gamme de fréquences variant de 5Hz à 120Hz.
4. Calcul de la fonction de transfert $G_2 = \Delta V_d / \Delta \alpha$ à partir des résultats de l'étape 3, en enlevant du contenu harmonique calculé à l'étape 2 de celui de l'étape 3.
5. Comparaison entre les valeurs théoriques et calculées par simulation de la fonction G_2 .

Une étude détaillée a été réalisée, où on a varié l'amplitude de l'oscillation sinusoïdale de l'angle d'amorçage de 0.1° jusqu'à 5.0° dans le but de vérifier la validité de l'équation théorique sur une plage étendue d'amplitude du signal d'excitation. Les résultats obtenus à partir de la simulation se sont montrés très consistants en comparaison avec les valeurs théoriques calculées à partir de l'équation 6.34a. Les tableaux L.1 à L.21 présentent ces résultats pour les conditions d'opération suivantes (voir Annexe L):

- Angle d'amorçage : 10°
- Angle d'empiètement : 21°
- Courant de charge : 163.91 A
- Fréquence excitée : voir tableaux
- Amplitude de l'oscillation : voir tableaux
- Valeur théorique du gain calculée selon l'équation (6.34a) : voir tableaux

Une fois que l'équation et la méthode de simulation ont été validés, on a procédé à une étude simplifiée pour deux autres points d'opération (pour ces deux cas, on a appliqué une oscillation sinusoïdale sur l'angle d'amorçage d'une amplitude maximale de 1.0°).

Pour le tableau L.22 (voir Annexe L) les conditions d'opération suivantes s'appliquent :

- Angle d'amorçage : 15°
- Angle d'empiètement : 18°
- Courant de charge : 163.4 A
- Fréquence excitée : voir tableau
- Amplitude de l'oscillation : voir tableau
- Valeur théorique du gain calculée selon l'équation (6.34a) : voir tableau

Pour le tableau L.23 (voir Annexe L) les conditions d'opération suivantes s'appliquent :

- Angle d'amorçage : 20°
- Angle d'empiètement : 18°
- Courant de charge : 158.9 A
- Fréquence excitée : voir tableau
- Amplitude de l'oscillation : voir tableau

- Valeur théorique du gain calculée selon l'équation (6.34a) : voir tableau

Les figures 7.10, 7.11 et 7.12 présentent une comparaison entre les valeurs théoriques et mesurées dans un diagramme de Nyquist pour une oscillation d'amplitude 1.0° à toutes les fréquences étudiées.

Pour finaliser, une comparaison entre la méthode de calcul de la fonction de transfert G_{21_6} par les fonctions de conversion et la méthode traditionnelle est présentée dans l'Annexe K.

Une différence plus accentuée entre les valeurs théoriques et les valeurs mesurées a été remarquée pour quelques fréquences d'oscillation, les deux plus remarquées étant celles de 100 Hz et de 110 Hz. Une étude a été réalisée et on a vérifié que la précision des résultats s'améliorait si on augmentait le nombre de périodes sur lesquelles on calculait la transformée rapide de Fourier. En conséquence, le calcul de la fonction de transfert G_{21_6} pour ces fréquences a été réalisé pour quatre périodes (voir tableaux L.19, L.20, L.22 et L.23, Annexe L).

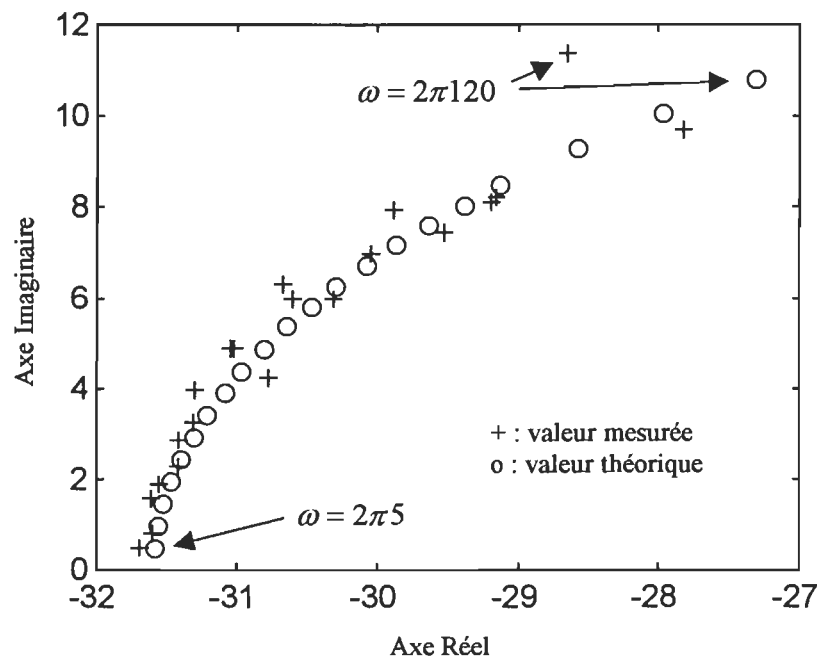


Figure 7.10 : Diagramme de Nyquist de G_2 pour une oscillation de l'angle d'amorçage (α) de $1.0^\circ \sin \omega t$ avec $\alpha = 10^\circ$ (ω variant de $2\pi \cdot 5$ à $2\pi \cdot 120$)

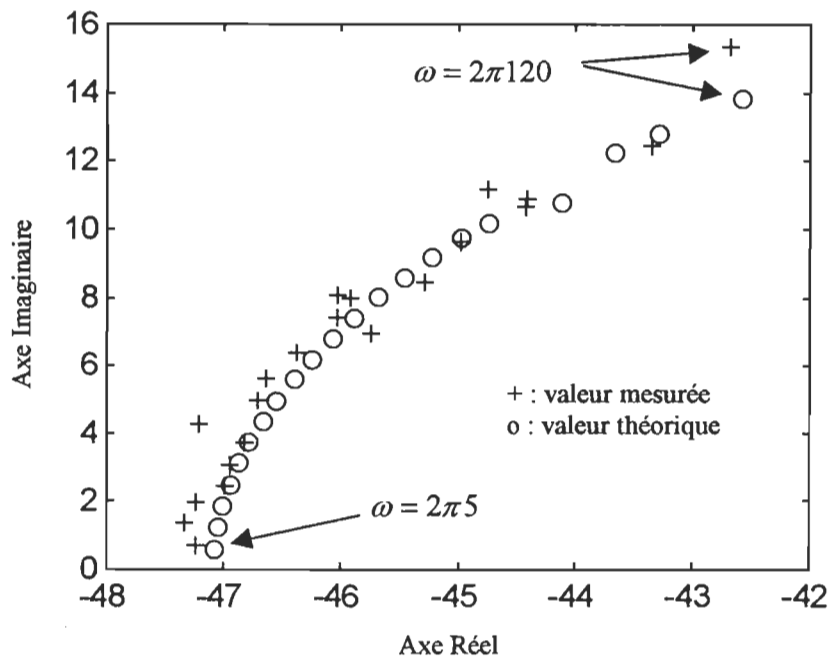


Figure 7.11 : Diagramme de Nyquist de G_2 pour une oscillation de l'angle d'amorçage (α) de $1.0^\circ \sin \omega t$ avec $\alpha = 15^\circ$ (ω variant de $2\pi \cdot 5$ à $2\pi \cdot 120$)

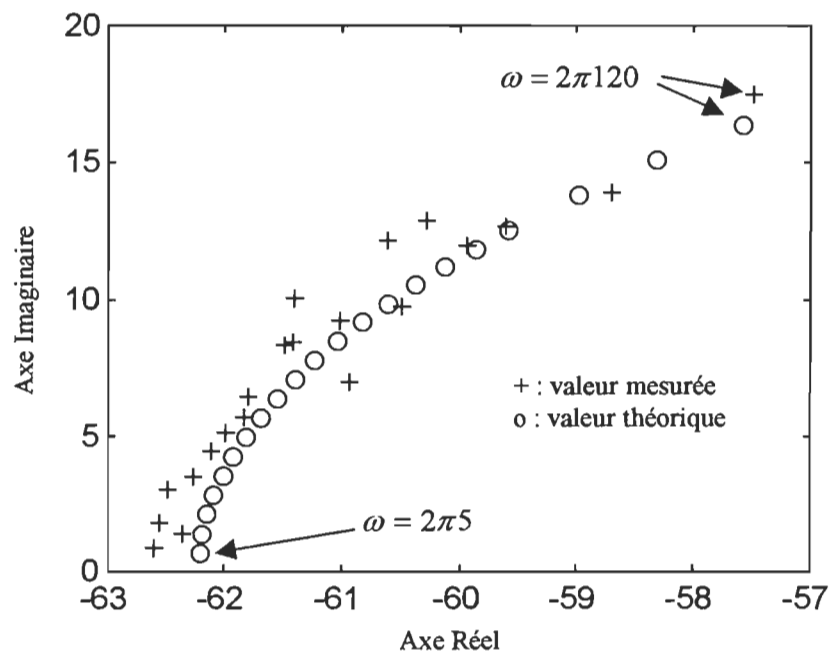


Figure 7.12 : Diagramme de Nyquist de G_2 pour une oscillation de l'angle d'amorçage (α) de $1.0^\circ \sin \omega t$ avec $\alpha = 20^\circ$ (ω variant de $2\pi \cdot 5$ à $2\pi \cdot 120$)

7.4 Conclusion

Le code pour le calcul des fonctions de transfert G_1 , G_2 , G_3 , G_4 , G_5 et G'_6 a été développé et présenté, à titre indicatif, dans les annexes C, D, E, F, G et H, respectivement. Le circuit de base ainsi que les outils nécessaires pour le calcul par simulation de la fonction de transfert G_{21} ont été développés et la valeur théorique a été comparée à la valeur calculée par simulation. La figure 7.9 met à jour l'état du mémoire jusqu'à ce chapitre.

Les résultats des simulations présentés aux tableaux L.1 à L.23 (voir Annexe L) sont très bons et s'approchent beaucoup des valeurs théoriques calculées à partir de l'équation 6.34a. On remarque, cependant, les problèmes suivants :

- 1- Les résultats pour des oscillations d'amplitudes très faibles (0.1° à 0.3°) sont moins bons que pour les amplitudes plus élevées. Il est possible que le rapport entre l'oscillation de la tension CC du pont et la tension CC totale soit trop petit, ce qui cause une imprécision numérique.
- 2- La qualité des résultats est influencée par le nombre de périodes sur lesquelles on calcule la transformée rapide de Fourier. Ceci peut être critique pour certaines fréquences d'oscillation de l'angle α , comme on a vérifié pour les fréquences de 100 Hz et 110 Hz principalement.
- 3- Les résultats pour la fréquence d'oscillation de 120 Hz (à des amplitudes d'oscillation de l'angle d'amorçage plus élevées que 1.0°) ont montré une augmentation considérable de l'erreur de l'amplitude de l'harmonique de tension mesurée, qui s'accroissait avec l'augmentation de l'amplitude d'oscillation de l'angle d'amorçage. Comme suite de ce travail, on suggère une investigation plus détaillée des raisons de cet écart ainsi qu'une vérification de la validité de l'équation 6.34a pour des fréquences d'oscillation plus élevées que 120 Hz.

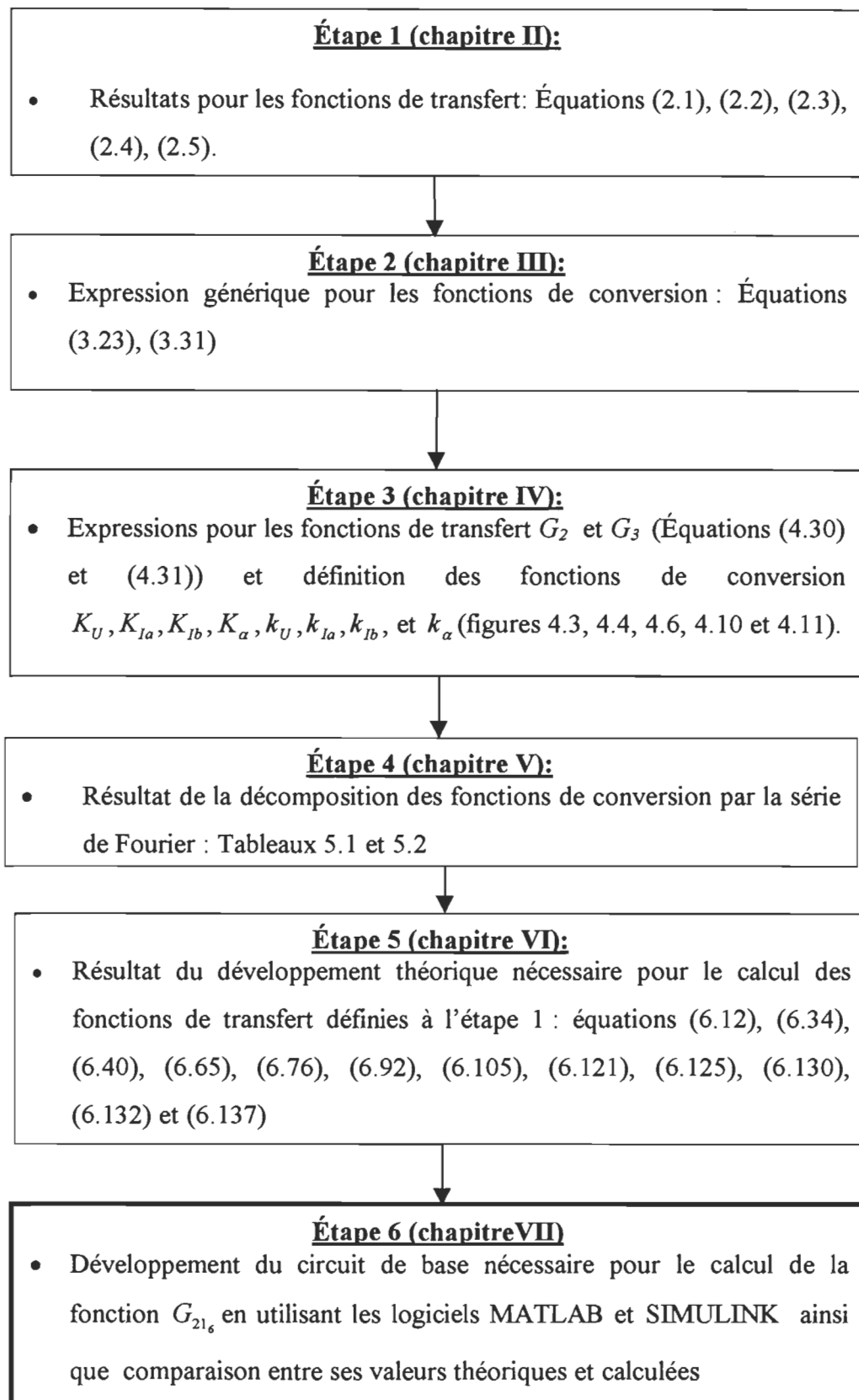


Figure 7.13: Étapes du développement et résultats.

Chapitre VIII

Conclusion et recommandations

Dans une transmission en CCHT, la détermination de l'amplificateur de contrôle du courant est d'une importance énorme pour la stabilité du réseau électrique, soit en régime transitoire ou en régime permanent. Beaucoup d'argent et de temps doivent être investis pour l'étude de ce régulateur. Cette méthode permet la représentation d'un tel réseau dans le domaine fréquentiel et, par conséquent, l'étude de la stabilité d'un réseau de transmission électrique par les méthodes classiques, avec une flexibilité accrue par rapport aux variations des composants du réseau. La méthode serait utile pendant l'étape initiale de définition du régulateur du courant CC, vu qu'elle rend possible l'analyse des différentes configurations avec une simple variation des données, tout en évitant les très coûteuses simulations des programmes de transitoires électromagnétiques dès le départ. On voit le scénario suivant comme la suite logique de ce qui a été étudié ici:

- 1- Simulation pour vérification: il serait très intéressant de faire une vérification de l'exactitude des fonctions de conversion qui représentent le pont de Graëtz en utilisant un logiciel de transitoires électromagnétiques. Le logiciel EMTDC, par exemple, permettrait de faire une simulation d'un réseau de transmission contenant un tel convertisseur dans le domaine temporel et, avec des outils disponibles, revenir au domaine fréquentiel. De cette façon, on pourrait injecter une petite perturbation sur le courant ou sur l'angle d'amorçage et vérifier la variation de la tension CC aux bornes du convertisseur. Le résultat de cette simulation devrait être comparé aux fonctions G_2 et G_3 .
- 2- Corrélation entre les harmoniques CA et CC: comme on peut voir dans le chapitre 3, il n'y a pas de simplification en ce qui a trait aux harmoniques.

Lorsqu'on multiplie les fonctions de conversion pour arriver aux fonctions de transfert recherchées, on tient compte de tous les harmoniques présents du côté CC et du côté CA. Ceci ouvre les portes à l'application des équations des fonctions de conversion pour le calcul de la corrélation entre les harmoniques CA et CC, ainsi que l'étude d'un régulateur additionnel pour la suppression des harmoniques.

- 3- Détermination de la stabilité: une fois la fonction de transfert du système calculée, on peut facilement appliquer une des méthodes classiques pour le développement d'un régulateur pour la transmission en CCHT. Cette façon de déterminer le régulateur serait très pratique, puisqu'on pourrait étudier plusieurs configurations du réseau électrique avec un simple changement des paramètres.

Références

- [1] Engström, P.G. : “*Operation and Control of HVDC Transmissions*”, IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, vol. 83, Janvier 1964, pp 71-77.

- [2] Persson, E.: “*Calculation of Transfer Functions in Grid-controlled Converter Systems with Special Reference to HVDC Transmissions*”, Proc. IEE, Vol. 117, No. 5, May 1970;

- [3] Kimbark, E. W.: “*Direct Current Transmission*”, Wiley-Interscience, 1971;

- [4] Stevenson, William D.: “*Power system Analysis*”, Mc Graw Hill, 1978;

- [5] Ainsworth, J., “*The phase locked oscillator. A New Control System Approach for Controlled Static Converters*”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 87, 1968, pp 859-865.

- [6] Ekström, Å; Liss, G., “*A Refined HVDC Control System*”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 89, 1970, pp723-732.

- [7] Ogata, K.: “*Modern Control Engineering*”, Prentice Hall, 1990;

- [8] Pearson, C.E.: “*Handbook of Applied Mathematics*”, Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1983;

- [9] Selby, S. M.: “*Standard Mathematical Tables*”, CRC Press Inc., 1974

- [10] CEI 633: “*Terminologie pour le transport d'énergie en courant continu à haute tension*”, 1978

- [11] Ba-Razzoouk, A. et alli: "*SIMUPELS: SIMUlation of Power Electronic Systems in SIMULINK Environment*", Université du Québec à Trois-Rivières, Département d'ingénierie, Groupe de recherche en électronique industrielle, Décembre 1994.

ANNEXE A

Calcul de la fonction de transfert G_s

Calcul de H_4

On peut définir la fonction de transfert H_4 comme le rapport $\Delta U'_d / \Delta I'_d$:

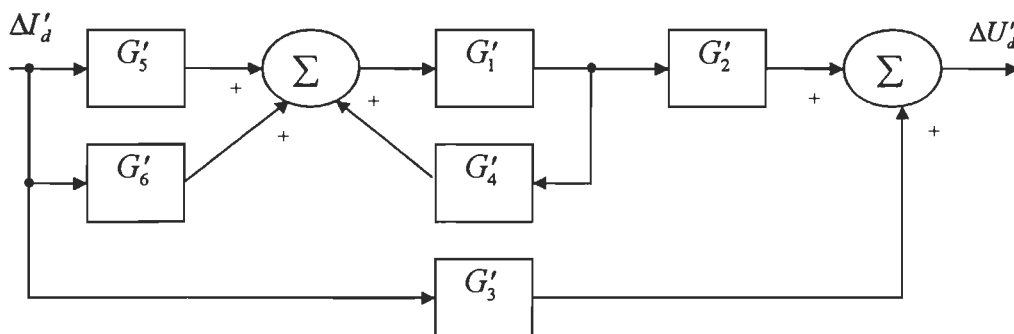


Figure A.1: Diagramme blocs complet pour la fonction H_4 .

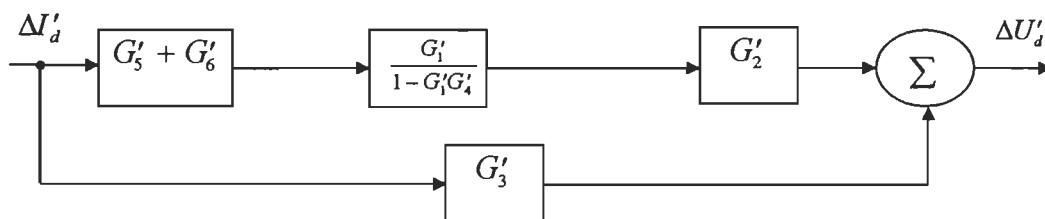


Figure A.2: Diagramme blocs pour la fonction H_4 - première simplification.

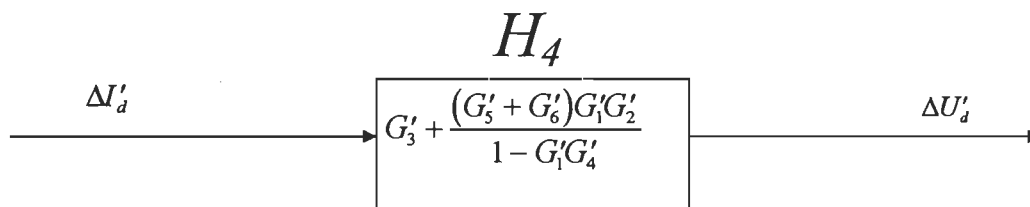


Figure A.3: Diagramme blocs pour la fonction H_4 - simplification finale.

Calcul de H_2 et de H_3

La fonction H_2 est définie comme le rapport $\Delta I_d / \Delta U_d$ et la fonction H_3 est une fonction intermédiaire déterminée pendant l'évaluation de H_2 .

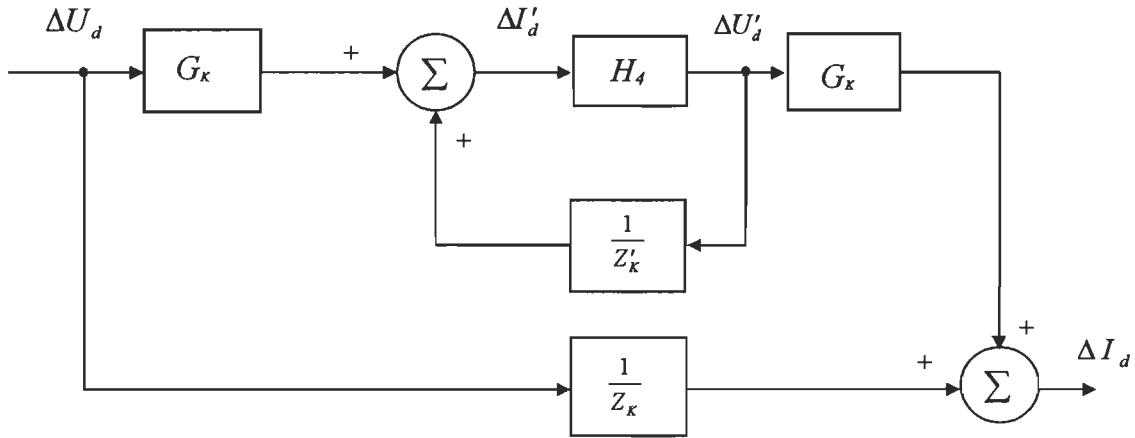


Figure A.4: Diagramme blocs pour la fonction H_2 .

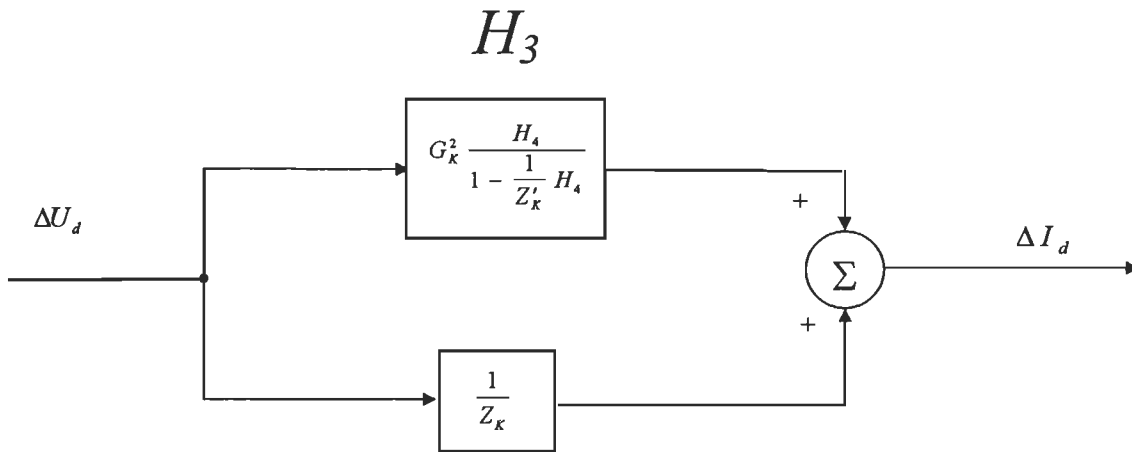


Figure A.5: Diagramme blocs pour la fonction H_2 - première simplification.

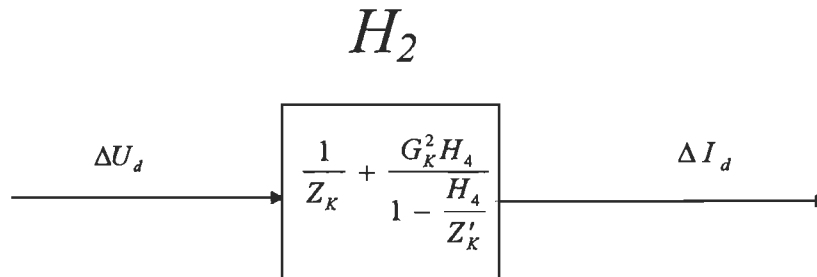


Figure A.6: Diagramme blocs pour la fonction H_2 - simplification finale.

Calcul de G_S et de H_1

La fonction de transfert G_S est définie comme le rapport $\Delta I_d / \Delta e_c$ et la fonction H_1 est une fonction intermédiaire calculée pendant le développement de G_S .

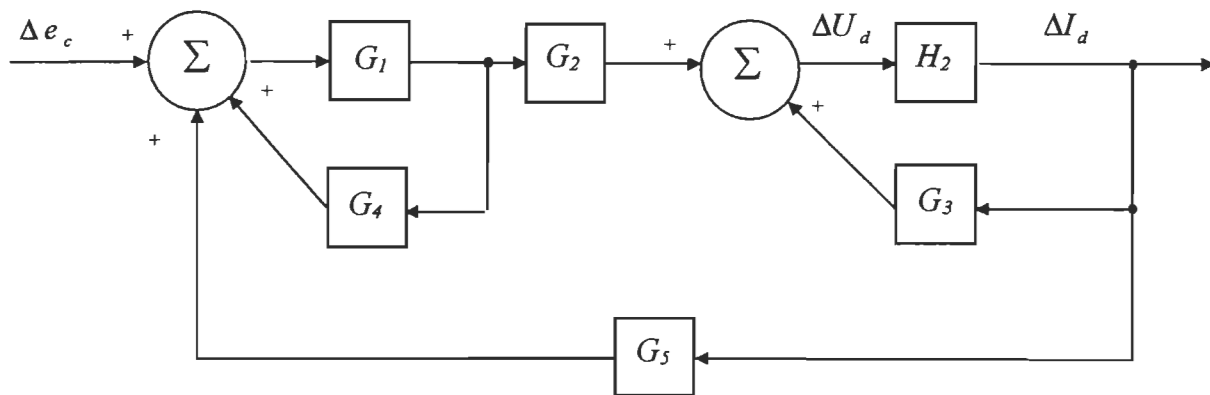


Figure A.7: Diagramme blocs pour la fonction G_S .

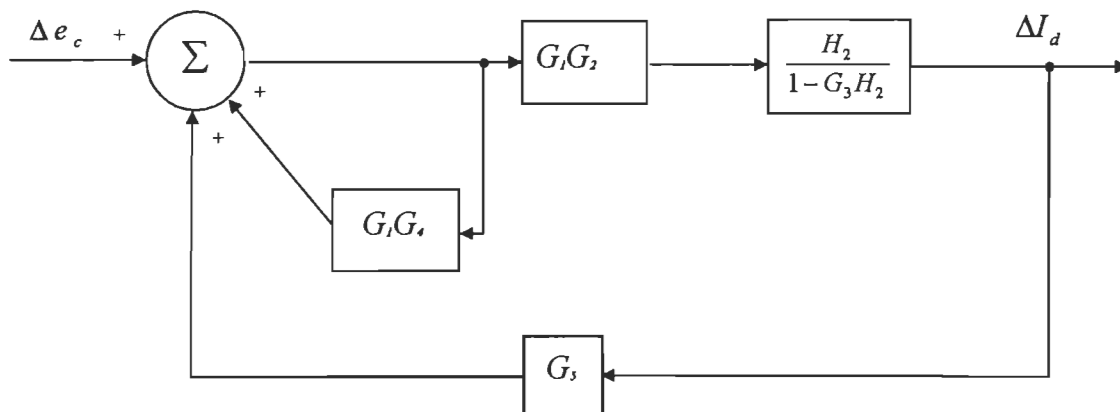


Figure A.8: Diagramme blocs pour la fonction G_S - première simplification.

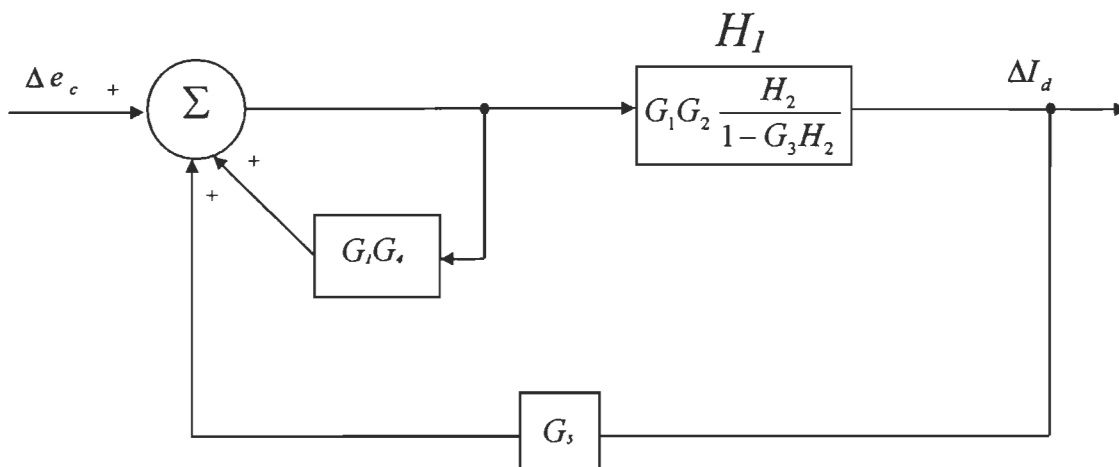


Figure A.9: Diagramme blocs pour la fonction G_S - deuxième simplification.

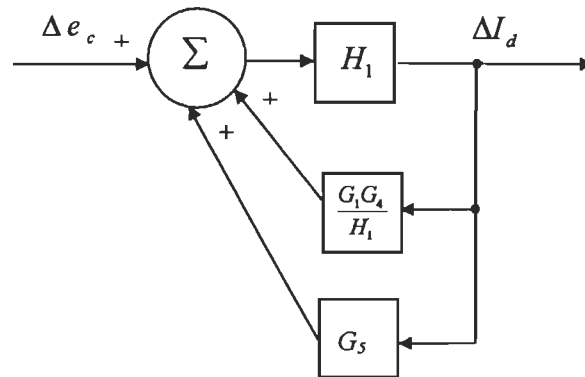


Figure A.10: Diagramme blocs pour la fonction G_S - troisième simplification.

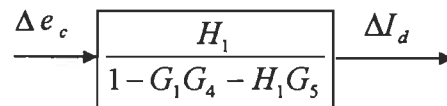


Figure A.11: Diagramme blocs pour la fonction G_S - simplification finale.

ANNEXE B

Vérification des équations (6.28) et (6.29)

On a vérifié les équations (6.28) et (6.29) en utilisant le logiciel MATLAB. On a calculé les deux côtés des égalités représentées par ces équations et on présente les résultats dans le tableau ci-dessous.

Tableau B.1: Vérification des équations (6.28) et (6.29) pour un nombre de termes égal à 400001

Valeur de μ_0 en degrés	Eq. (6.28) calculée par la série	Eq. (6.28) calculée par la formule équivalente	Erreur en pourcentage	Eq. (6.29) calculée par la série	Eq. (6.29) calculée par la formule équivalente	Erreur en pourcentage
5.00	1.0738	1.0738	0.000	0.5236	0.5236	0.000
6.00	1.0692	1.0692	0.000	0.5236	0.5236	0.000
7.00	1.0646	1.0646	0.000	0.5236	0.5236	0.000
8.00	1.0601	1.0601	0.000	0.5236	0.5236	0.000
9.00	1.0555	1.0555	0.000	0.5236	0.5236	0.000
10.00	1.0509	1.0509	0.000	0.5236	0.5236	0.000
11.00	1.0464	1.0464	0.000	0.5236	0.5236	0.000
12.00	1.0418	1.0418	0.000	0.5236	0.5236	0.000
13.00	1.0372	1.0372	0.000	0.5236	0.5236	0.000
14.00	1.0327	1.0327	0.000	0.5236	0.5236	0.000
15.00	1.0281	1.0281	0.000	0.5236	0.5236	0.000
16.00	1.0235	1.0235	0.000	0.5236	0.5236	0.000
17.00	1.0189	1.0189	0.000	0.5236	0.5236	0.000
18.00	1.0144	1.0144	0.000	0.5236	0.5236	0.000
19.00	1.0098	1.0098	0.000	0.5236	0.5236	0.000
20.00	1.0052	1.0052	0.000	0.5236	0.5236	0.000
21.00	1.0007	1.0007	0.000	0.5236	0.5236	0.000
22.00	0.9961	0.9961	0.000	0.5236	0.5236	0.000
23.00	0.9915	0.9915	0.000	0.5236	0.5236	0.000
24.00	0.9870	0.9870	0.000	0.5236	0.5236	0.000
25.00	0.9824	0.9824	0.000	0.5236	0.5236	0.000
26.00	0.9778	0.9778	0.000	0.5236	0.5236	0.000
27.00	0.9733	0.9733	0.000	0.5236	0.5236	0.000
28.00	0.9687	0.9687	0.000	0.5236	0.5236	0.000
29.00	0.9641	0.9641	0.000	0.5236	0.5236	0.000
30.00	0.9595	0.9595	0.000	0.5236	0.5236	0.000

Discussion sur la validité des équations (6.28) et (6.29)

Une simulation détaillée montre que les équations 6.28 et 6.29 sont valables dans une plage bien déterminée. L'équation 6.28 est valable entre 0° et 120° , tandis que l'équation 6.29 donne des résultats acceptables entre 0.5° et 120° . Ces conclusions sont illustrées par les figures B1, B2 et B3, où les valeurs calculées à partir de la série (côté gauche des équations) et celles des expressions équivalentes (côté droit des équations) sont comparées. On remarque que les deux côtés des équations ont des valeurs très similaires jusqu'à l'angle de 120° et qu'à partir de ce point les deux courbes se distancent.

On peut conclure que comme dans une application réelle les valeurs de μ_0 se situeront entre 3° et 30° , il est justifiable d'utiliser les équations en question pour simplifier les équations pour le calcul de $G_{21\epsilon}$ et $G_{22\epsilon}$.

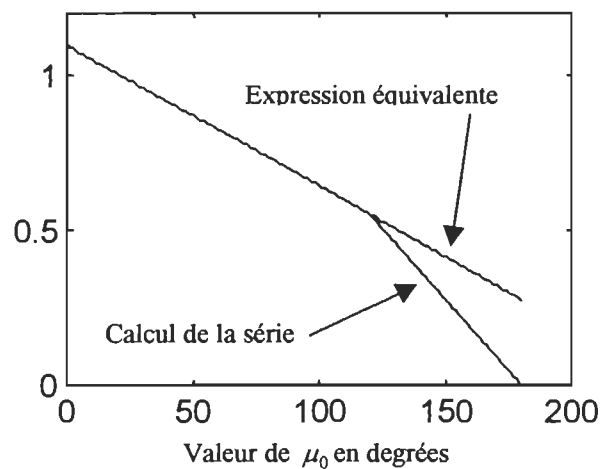


Figure B.1 : Équation (6.28)

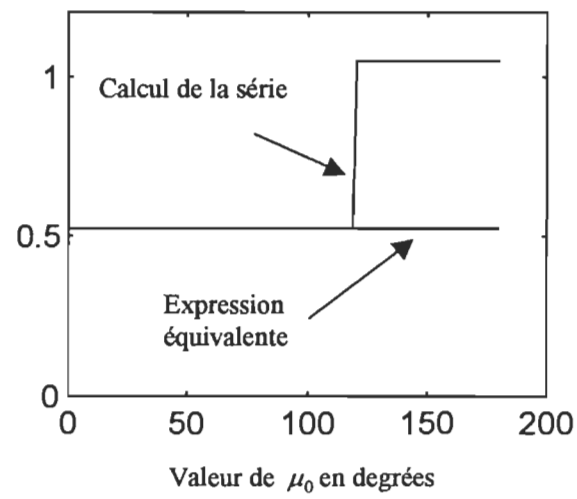


Figure B.2 : Équation 6.29

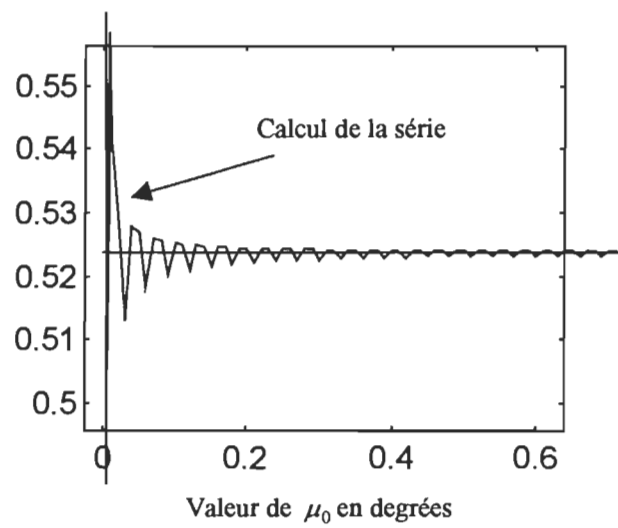


Figure B.2 : Équation 6.29 vue en détail

Code du programme de calcul des équations (6.28) et (6.29)

On présente ici-bas le programme employé pour l'obtention des valeurs utilisées pour le tableau B.1 :

```

clg
clear all
%
%Mémoire - Vérification d'équivalence des équations présentées
%pour le calcul d'une série infinie pour un sinus et un cosinus
%Préparé par Miguel Bertolucci
%
%Donnees
totcos=[];
totsin=[];
tocoseq=[];
totsineq=[];
totcoser=[];
totsiner=[];
mitot=[];
index=0;
m0=5.0;
m0final=90.0;
step=5;
mfinal=200000;
%Simulation des séries qui définissent l'expression à calculer
%
totalsineq=pi/6;
for mi = m0:step:m0final
    mitot=[mitot mi];
    index=index+1;
    m0rad=mi*pi/180;
    m0rad2=m0rad/2;
    m=[0:mfinal];
    n=zeros(1,2*mfinal+1);
    n(1:2:2*mfinal+1)=6*m+1;
    n(2:2:2*mfinal)=6*m(2:mfinal+1)-1;
    totalcos=sum(cos(n.*m0rad2)./(n.*n));
    totalsin=sum(sin(n.*m0rad2)./(n.*1));
    totcos=[totcos totalcos];
    totsineq=[totsineq totalsin];

```

```

%*****
%Évaluation de la série par l'expression équivalente
%*****
    totalcoseq=pi^2/9*(1-(3/(4*pi))*m0rad);
    totcoseq=[totcoseq totalcoseq];
    totsineq=[totsineq totalsineq];

%*****
%Calcul de l'erreur en pourcentage
%*****

    errcos=(totalcos-totalcoseq)/totalcoseq*100;
    errsin=(totalsin-totsineq)/totsineq*100;
    totcoser=[totcoser errcos];
    totsiner=[totsiner errsin];
end;

%
%Création des fichiers pour l'impression
%

fid=fopen('h:\thesis\matlab\files\eq628e629.txt','w+t');
for x=1:index
y=[mitot(x);totcos(x);totcoseq(x);totsin(x);totsineq(x);totcoser(x);totsiner(x)];
fprintf(fid,'%5.2f %7.5f %7.5f %7.5f %7.5f %7.5f %8.5f\n',y);
end;

```

ANNEXE C

Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_1

```
%
%Ce fichier vérifie la valeur de la fonction G1
%

%Données représentant un point d'opération
%
global e1 alpha0

%*****
%Calcul de la fonction G1
%*****

G1=1/(e1*sin(alpha0));
end;
```

ANNEXE D

Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_2

Glossaire des variables utilisées dans le code (valide aussi pour les annexes E, F, G et H) :

GFPN: impédance du filtre *F* (voir figure 2.1) lorsqu'on fait $s = j(n * \omega_0 + \omega)$.

GFNCN: impédance du filtre *F* (voir figure 2.1) lorsqu'on fait $s = -j(n * \omega_0 - \omega)$.

POSN: impédance Z_I du réseau électrique (voir figure 6.1) lorsqu'on fait $s = j(n * \omega_0 + \omega)$.

NEGCN: impédance Z_I du réseau électrique (voir figure 6.1) lorsqu'on fait $s = -j(n * \omega_0 - \omega)$.

w: fréquence angulaire de la perturbation.

w0: fréquence angulaire correspondante à la fréquence nominale du réseau électrique en étude.

alpha0: angle d'allumage pour une condition d'opération.

ratio: rapport de transformation du transformateur convertisseur.

mu0: angle d'empiètement pour une condition d'opération.

mfinal: nombre de termes de la décomposition en série de Fourier des fonctions de conversion.

wratio: rapport $w/w0$.

UR: Tension de la phase R du réseau électrique branché au côté primaire du transformateur convertisseur.

eI: Tension de référence pour la détermination de l'angle d'allumage.

L: Valeur de l'inductance du transformateur convertisseur.

G1 G2 G3 G4 G5 G21 G22 G31 G32 G41 G42 G51 G52 G53 G54 G6 : Ces fonctions sont les fonctions de transfert développées dans le chapitre VI du mémoire.

G41const G42const G51const G5254const G53const G52G54const G22const G21const : Ces fonctions sont les parties constantes des fonctions de transfert développées dans le chapitre VI du mémoire.

Nota: Si on ajoute un « I » ou un « i » à la fin de le nom de ces variables, la définition de la variable ne change pas, mais on la considère du côté de l'onduleur.

%

%Ce fichier vérifie la valeur de la fonction G2

%

```

%Données représentant un point d'opération
%
global GFPN GFNCN POSN NEGCN w0 alpha0 ratio.....
mu0 mfinal wratio UR e1 L G1 G2 G3 G4 G5 G21 G22 ...
G31 G32 G41 G42 G51 G52 G53 G54 G6 G41const G42const ...
G51const G5254const G53const G52G54const w ...
G22const G21const

%*****
%Calcul des ordres des harmoniques (1, 11, 13, 23, 25...)
%*****

mfinal=2000;
n=zeros(1,2*mfinal+1);
m=[0:1:mfinal];
n(1:2:2*mfinal+1)=12*m+1;
n(2:2:2*mfinal+1)=12*m(2:1:mfinal+1)-1

%*****
%Calcul de la partie constante de la fonction G21
%*****
G21const=-36*sqrt(3)*ratio*UR*sin(alpha0)/pi^2;

%*****
%Calcul de la partie constante de la fonction G22
%*****
G22const=ratio*18*sqrt(3)*UR*sin(alpha0)/(pi^2*w0*L);

%*****
%Calcul de la sommation pour le nombre de termes "n" choisi
%
n= 2*mfinal + 1
%*****

suma=0
sumb=0
sumc=0;
sumd=0;
sume=0;
for kk=0:1:2*mfinal+1

%*****
%Sommation pour la fonction de transfert G21
%*****

suma=suma+(sin(n(kk)*mu0/2)*(1+exp(-i*mu0*wratio))/n(kk));

%*****
%Somation pour la fonction de transfert G22
%*****

sumc=(1-(exp(-i*mu0*(n(kk)+wratio)))/(1+(w/(n(kk)*w0))) ...

```



```

        *POSN(kk)*exp(i*n(kk)*mu0/2);
sumd=(1-(exp(i*mu0*(n(kk)-wratio))))/(1-(w/(n(kk)*w0))) ...
        *NEGCN(kk)*exp(-i*n(kk)*mu0/2);
sume=(sumc+sumd)/n(kk)^2;
sumb=sumb+sume;
end;

%*****
%Calcul des fonctions de transfert G21 et G22
%*****

G21=G21const*suma;
G22=G22const*sumb;

%*****
%Calcul de la fonction G2
%*****
G2=G21+G22;

```

ANNEXE E

Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_3

```
%
%Ce fichier vérifie la valeur de la fonction G3
%

%Données représentant un point d'opération
%
global GFPN GFNCN POSN NEGCN w0 alpha0 ratio.....
mu0 mfinal wratio UR e1 L G1 G2 G3 G4 G5 G21 G22 ...
G31 G32 G41 G42 G51 G52 G53 G54 G6 G41const G42const ...
G51const G5254const G53const G52G54const w ...
G22const G21const

%*****
%Calcul des ordres des harmoniques (1, 11, 13, 23, 25...)
%*****

mfinal=2000;
n=zeros(1,2*mfinal+1);
m=[0:1:mfinal];
n(1:2:2*mfinal+1)=12*m+1;
n(2:2:2*mfinal+1)=12*m(2:1:mfinal+1)-1

%*****
%Calcul de la partie constante de la fonction G31
%*****
G31const=-ratio^2*36*L*w0/pi^2;

%*****
%Calcul de la partie constante de la fonction G32
%*****

G32const=-ratio^2*36/pi^2;

%*****
%Calcul de la sommation pour le nombre de termes "n" choisi
%
n= 2*mfinal + 1
%*****

aux=0;
```

```

suma=0
sumb=0
sumc=0;
sumd=0;
sume=0;
for kk=0:1:2*mfinal+1

%*****
%Somation pour la fonction de transfert G31
%*****

    suma=suma+cos(n(kk)*mu0/2)/n(kk)^2+...
        sin(n(kk)*mu0/2)*(1+exp(-i*mu0*wratio))/n(kk);

%*****
%Somation pour la fonction de transfert G32
%*****

    sumc=(cos(n(kk)*(mu0/2))-0.5*exp(i*n(kk)*mu0/2)*...
        (1-exp(-i*mu0*(n(kk)+wratio)))/(1+(w/(n(kk)*w0))))*POSN(kk);
    sumd=(cos(n(kk)*(mu0/2))-0.5*exp(-i*n(kk)*mu0/2)*...
        (1-exp(-i*mu0*(n(kk)-wratio)))/(1-(w/(n(kk)*w0))))*NEGCN(kk);
    sume=(sumc+sumd)/n(kk)^2;
    sumb=sumb+sume;
end;

%*****
%Calcul des fonctions de transfert G31 et G32
%*****

    G31=G31const*suma;
    G32=G32const*sumb;

%*****
%Calcul de la fonction G3
%*****

    G3=G31+G32;

```

ANNEXE F

Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_4

```
%
%Données représentant un point d'opération
%
global GFPN GFNCN POSN NEGCN w0 alpha0 ratio.....
mu0 mfinal wratio UR e1 L G1 G2 G3 G4 G5 G21 G22 ...
G31 G32 G41 G42 G51 G52 G53 G54 G6 G41const G42const ...
G51const G5254const G53const G52G54const w ...
G22const G21const

%*****
%Calcul des ordres des harmoniques (1, 11, 13, 23, 25...)
%*****

mfinal=2000;
n=zeros(1,2*mfinal+1);
m=[0:1:mfinal];
n(1:2:2*mfinal+1)=12*m+1;
n(2:2:2*mfinal+1)=12*m(2:1:mfinal+1)-1

%*****
%Calcul de la fonctions de transfert G4
%*****

%*****
%Calcul de la partie constante de la fonction G41
%*****

G41const=-(3/pi)*e1*sin(alpha0)/(w0*L);

%*****
%Calcul de la partie constante de la fonction G42
%*****

G42const=-(3/pi)*e20*sin(alpha0)/(w0*L);

%*****
%Calcul de la sommation jusqu'à la valeur de n= 2*mfinal + 1
%*****

suma=0;
```

```

sumb=0;
sumc=0;
sumd=0;
sume=0;
sumf=0;
for kk=1:1:2*mfinal+1

%*****
%Sommmation pour la fonction de transfert G41
%*****

    signe=(-1)^(kk+1);
    suma=(1-(exp(-i*mu0*(n(kk)+wratio))))/(1+(w/(n(kk)*w0))) ...
        *POSN(kk)*GFPN(kk);
    sumb=(1-(exp(i*mu0*(n(kk)-wratio))))/(1-(w/(n(kk)*w0))) ...
        *NEGCN(kk)*GFNCN(kk);
    sumc=sumc+signe*(suma+sumb)/n(kk);

%*****
%Sommmation pour la fonction de transfert G42
%*****

    sumd=(exp(-i*n(kk)*alpha0))*(1-(exp(-i*mu0*(n(kk)+wratio))))/ ...
        (1+(w/(n(kk)*w0)))*POSN(kk)/n(kk)^2;
    sume=(exp(i*n(kk)*alpha0))*(1-(exp(i*mu0*(n(kk)-wratio))))/ ...
        (1-(w/(n(kk)*w0)))*NEGCN(j)/n(kk)^2;
    sumf=sumf+sumd+sume;
end;
G41=G41const*sumf;
G42=G42const*filtre*sumf;
G4=G41+G42;

```

ANNEXE G

Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G_5

```
%
%Données représentant un point d'opération
%
global GFPN GFNCN POSN NEGCN w0 alpha0 ratio....
    mu0 mfinal wratio UR e1 L G1 G2 G3 G4 G5 G21 G22 ...
    G31 G32 G41 G42 G51 G52 G53 G54 G6 G41const G42const ...
    G51const G5254const G53const G52G54const w ...
    G22const G21const

%*****
%Calcul des ordres des harmoniques (1, 11, 13, 23, 25...)
%*****

mfinal=2000;
n=zeros(1,2*mfinal+1);
m=[0:1:mfinal];
n(1:2:2*mfinal+1)=12*m+1;
n(2:2:2*mfinal+1)=12*m(2:1:mfinal+1)-1

%*****
%Calcul de la fonction de transfert G5
%*****

%*****
%Calcul de la partie constante des fonctions de transfert G52 et G54
%*****

G52G54const=ratio*w0*L/(sqrt(3)*UR*sin(alpha0));

%*****
%Calcul de la partie constante de la fonction de transfert G51
%*****

G51const=(ratio*2*sqrt(3)*e1)/(pi*UR);

%*****
%Calcul de la partie constante de la fonction de transfert G53
%*****

G53const=(ratio*2*sqrt(3)*e20)/(pi*UR);
```

```

%*****
%Calcul de la fonction de transfert G51
%*****

%*****
%Calcul de la fonction de transfert du filtre du circuit principal
%*****
    filtre=1;

%*****
%Calcul de la sommation jusqu'à la valeur de n= 2*mfinal + 1
%*****
    sum=0;
    suma=0;
    sumb=0;
    sumc=0;
    sumd=0;
    sume=0;
    sumf=0;
    sumg=0;
    sumh=0;
    sumi=0;
    sumj=0;
    sumk=0;
    suml=0;
    signe=0;

    for kk=1:1:2*mfinal+1
        signe=(-1)^(kk+1);

%*****
%Somation pour la fonction de transfert G51
%*****

        suma=(exp(-i*n(kk)*mu0/2))*POSN(kk)*GFPN(kk);
        sumb=(exp(i*n(kk)*mu0/2))*NEGCN(kk)*GFNCN(kk);
        sumc=signe2*cos(n(kk)*mu0/2)*(suma+sumb)/n(kk);

%*****
%Somation pour la fonction G52
%*****

        sumd=(1-(exp(-i*mu0*(n(kk)+wratio)))/(1+(w/(n(kk)*w0))) ...
            *POSN(kk)*GFPN(kk);
        sume=(1-(exp(i*mu0*(n(kk)-wratio)))/(1-(w/(n(kk)*w0))) ...
            *NEGCN(kk)*GFNCN(kk);
        sumf=signe*(sumc+sumd)/n(kk);

%*****
%Somation pour la fonction G53
%*****

        sumg=cos(n(kk)*mu0/2)*(exp(-i*n(kk)*(alpha0+mu0/2)))*POSN(kk)/n(kk)^2;
        sumh=cos(n(kk)*mu0/2)*(exp(i*n(kk)*(alpha0+mu0/2)))*NEGCN(kk)/n(kk)^2;

```

```

sumi=sumi+sumg+sumh;

%*****
%Somation pour la fonction G54
%*****

sumj=(exp(-i*n*alpha0))*(1-(exp(-i*mu0*(n+wratio))))/ ...
      (1+(w/(n*w0)))*POSN(j)/n^2;
sumk=(exp(i*n*alpha0))*(1-(exp(i*mu0*(n-wratio))))/ ...
      (1-(w/(n*w0)))*NEGCN(j)/n^2;
suml=suml+sumj+sumk;

end;

%*****
%Calcul des fonctions de transfert G51, G52, G53, G54
%*****

G51=G51const*sumc;
G52=G52G54const*G41const*sumf;
G53=G53const*filtre*sumi
G54=-G52G54const*G42const*filtre*suml;

%*****
%Calcul de la fonction de transfert G5
%*****

G5=G51+G52+G53+G54;

```


ANNEXE H

Code MATLAB développé pour le calcul de la fonction de transfert G'_6

```
%
%Ce fichier vérifie la valeur de la fonction G6
%
%
%Données représentant un point d'opération
%
global GFPN GFNCN POSN NEGCN w0i alpha0 ratioi.....
    mu0 mfinal wratio URi e1i Li G1 G2 G3 G4 G5 G21 G22 ...
    G31 G32 G41 G42 G51 G52 G53 G54 G6I G41const G42const ...
    G51const G5254const G53const G52G54const w ...
    G22const G21const

%*****
%Calcul de la fonction G6
%*****

G6I=-ratioi*2*Li*w0i*e1i/(sqrt(3)*URi);
```

ANNEXE I

Description des composants du circuit des figures 7.2 et

7.7

Détails des blocs SIMULINK utilisés

Il y a 4 blocs principaux dans la figure 7.7 qui seront montrés avec plus de détails :

- Source de tension triphasée.
- Pont à six pulsations.
- Charge R, L.
- Contrôleur

Le code MATLAB employé pour l'initialisation des variables d'état du circuit de la figure 7.7 pour un point d'opération sera aussi présenté.

Source de tension triphasée

La figure I.1 présente le détail du circuit utilisé sur SIMULINK pour la construction du bloc Source de tension triphasée.

Ce bloc représente une source de tension avec les caractéristiques suivantes :

1. Tension de $110V_{\text{RMS}}$ et de fréquence égale à 60 Hz (éléments VRo, VSo et VTo).

2. Impédance $R + j\omega L // r$ (éléments State-Space, State-Space1 et State-Space2) ,
où $R = 50m\Omega$, $L = 0.2mH$ et $r = 10e5\Omega$.

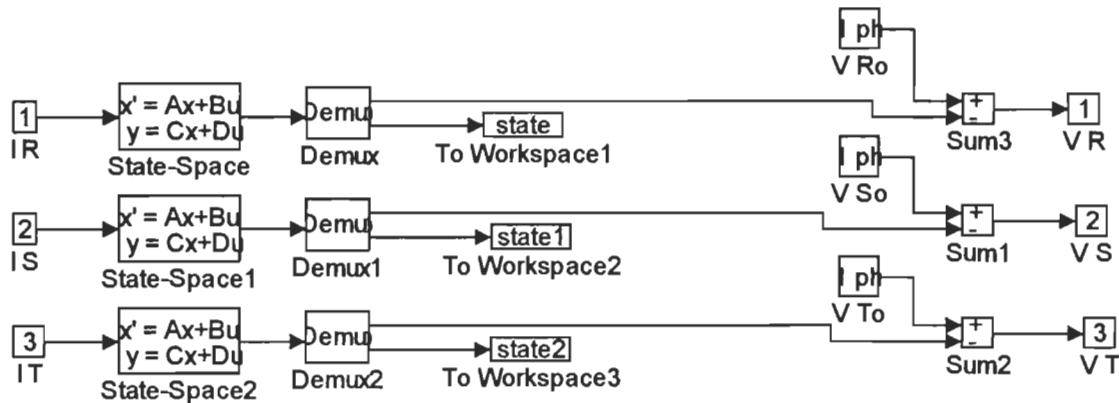


Figure I.1: Bloc Source de tension triphasée

Pont à six pulsations

La figure I.2 présente les détails du circuit utilisé sur SIMULINK pour la construction du bloc Pont à Six Pulsations avec les paramètres suivants :

Résistance du thyristor en état de conduction : $2e-06 \Omega$

Résistance du thyristor en état de non-conduction : $1e+05 \Omega$

Inductance équivalente du thyristor : $1.8e-06 H$

Fréquence d'opération : 60 Hz

Charge R,L

Le bloc utilisé pour définir la charge alimentée par le pont à six pulsations est un bloc standard de SIMULINK, celui qui représente un système quelconque par ses variables d'état. La figure I.3 montre le circuit représentatif de la charge, dont la représentation d'état a été calculée avec les paramètres suivants :

Résistance de la charge : $1\ \Omega$

Inductance de la charge : 15e-03 H

Résistance en parallèle avec l'inductance : 1e05 Ω

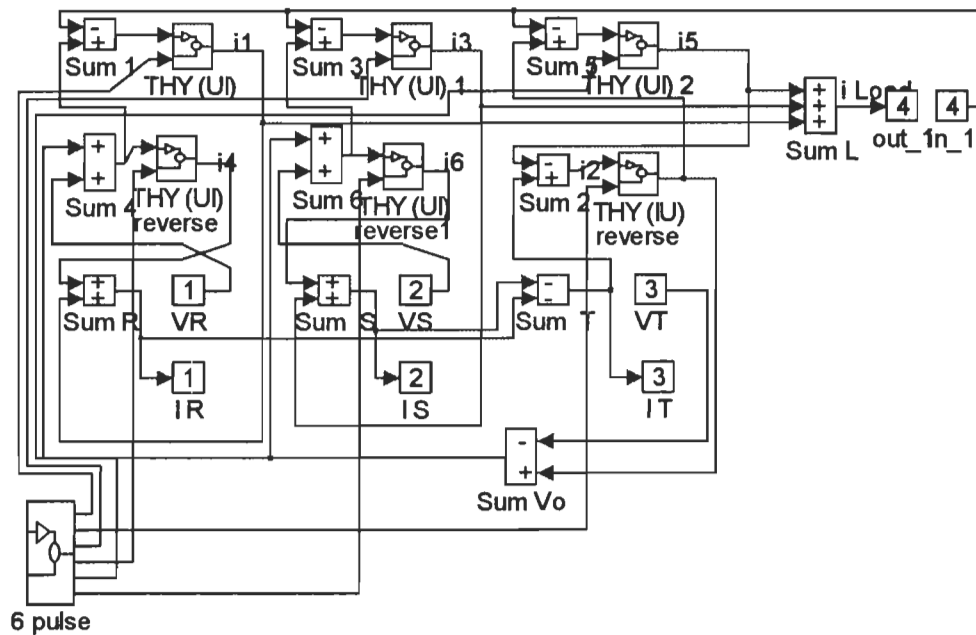


Figure I.2: Bloc Pont à Six Pulsations

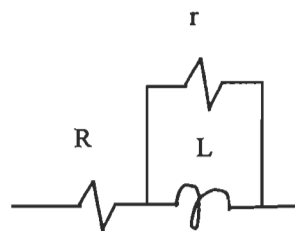


Figure I.3: Charge R,L

Contrôleur

La figure I.4 présente les détails du circuit utilisé sur SIMULINK pour la construction du bloc Contrôleur. Les paramètres du contrôleur ont déjà été décrits dans la section 7.3.3.

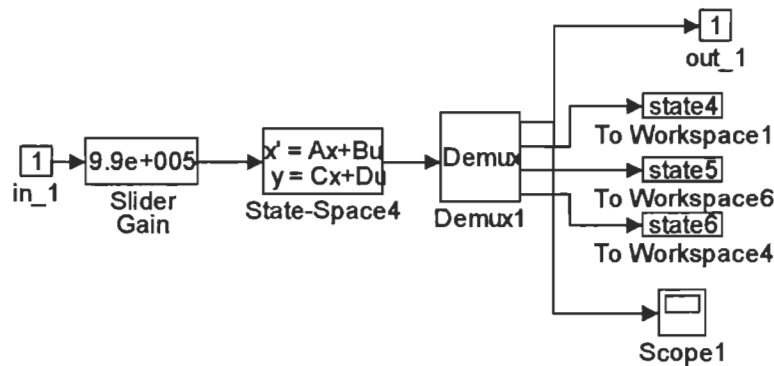


Figure I.4: Contrôleur

Code MATLAB pour l'initialisation

Pour éviter la répétition de la même simulation qui amène le circuit montré dans la figure 7.7 à son régime permanent à chaque fois qu'on désire calculer la fonction de transfert G_2 pour les différentes valeurs de fréquence, on enregistre les valeurs des variables d'état pour le régime permanent. Ces valeurs sont utilisées pour initialiser le circuit en question avant de démarrer la simulation pour le calcul de G_2 .

Cette initialisation est accomplie à partir de l'environnement MATLAB en utilisant le fichier initio5a.m, dont le code est répété ici-bas :

```
%definir=input('Definir conditions initiales (O ou N): ','s')
%if definir=='O'
% nom_fichier=input('Specifiez le fichier pour enregistrer les conditions initiales: ','s');
% eval['save ' nom_fichier state state1];
%else
%*****
%
%Fichier d'initialisation pour le fichier sixpul05
% (Système avec contrôleur type intégrateur)
%*****
```

```

%
% Consigne du courant
%
Iorder=154.0;
%
% Données de la source de tension
%
VRMS=110;
Freq=60;
rs=1e5;
Rs=0.05;
Ls=2e-4;
A=[-(rs/Ls)];
B=[-(rs^2)/Ls];
C=[1;1];
D=[Rs+rs;0];
%
% Données de la charge
%
rL=1e5;
RL=1;
LL=15e-3;
AL=[-(rL/LL)];
BL=[-(rL^2)/LL];
CL=[1;1];
DL=[+RL+rL;0];
%
% Variables d'état du controleur
%
densc1=[];

```

```

num=[5116644]*[1/226200 1];
den=[1 452.4 5116644];
numa=[1/22620 1];
dena=[1/2262000 1];
[numsc1,densc1]=series(num,den,numa,dena)
[Ac,Bc,Cc,Dc]=tf2ss(numsc1,densc1)
Cc=[Cc; 1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
Dc=[Dc;0;0;0];
%
numcomp=[1];
dencomp=[Ls Rs];
%
%Conditions initiales
%
nom_fichier=input('Specifiez les conditions entree: ','s')
eval(['load ' nom_fichier]);
init=state;
init1=state1;
init2=state2;
init3=state3;
init4=state4;
init5=state5;
init6=state6;
initial(1)=state7;
initial(2)=state8;
initial(3)=state9;
initial(4)=state10;
initial(5)=state11;
initial(6)=state12;
end;

```

ANNEXE J

Définition des paramètres du circuit de puissance (figure 7.3)

Paramètres du réseau

Les paramètres du circuit de puissance ont été choisis pour faciliter la simulation, sans qu'il soient irréalistes. Alors, on a défini les valeurs suivantes :

$$U_R, U_S, U_T: 110 \text{ V}_{\text{RMS}}$$

$$f: 60 \text{ Hz}$$

$$Z_s: R_s + j\omega L_s / r_s$$

$$R_s: 0,05\Omega$$

$$L_s: 0,0002\text{H}$$

$$r_s: 1e05\Omega$$

$$R: 1\Omega$$

$$L: 0,015\text{H}$$

$$r: 1e05\Omega$$

Source de courant contrôlée (I_2)

La source de tension contrôlée doit fournir le courant nécessaire pour maintenir le courant I_d à une valeur constante. Pour trouver la valeur de consigne, on a simulé le circuit de la figure 7.3 sans la source I_s , avec un angle d'amorçage de 10° , en obtenant en régime permanent un courant I_d qui oscille autour de 154 A. En conséquence, la consigne a été choisie comme 154A.

ANNEXE K

Comparaison entre la méthode classique et les fonctions de conversion

La représentation classique d'un convertisseur dans le domaine de la fréquence est la suivante :

$$G = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (\text{K1})$$

Le gain K est calculé à partir de l'équation représentant le régime permanent d'un convertisseur à six pulsations (voir [3], chapitre 3, équation (24)) :

$$V_d = V_{d0} \cos \alpha - R_c I_d \quad (\text{K2})$$

À partir de (K2) on peut écrire :

$$\Delta V_d = -V_{d0} \sin \alpha_0 * \Delta \alpha \quad (\text{K3})$$

$$\frac{\Delta V_d}{\Delta \alpha} = -V_{d0} \sin \alpha_0 \quad (\text{K4})$$

Pour la constante de temps τ :

$$\tau = \frac{T}{2} \quad (\text{K5})$$

où :

$$T = \frac{1}{360} \quad (\text{K6})$$

En tenant compte de la valeur de V_{d0} (voir [3], chapitre 3, équation (5)) pour le système, on peut faire une comparaison entre la réponse en fréquence de l'équation (K1) et celle de l'équation (6.34a). Cette comparaison est présentée dans les figures K1, K2 et K3.

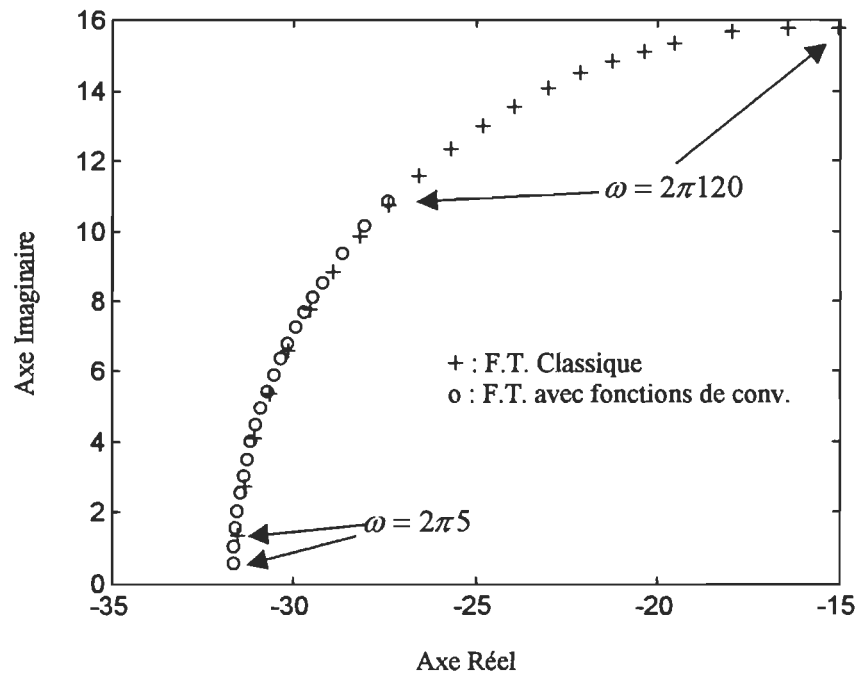


Figure K.1: Diagramme de Nyquist comparant la fonction de transfert classique et celle calculée avec des fonctions de conversion pour un angle d'amorçage $\alpha=10^\circ$ et une oscillation de $1.0^\circ \sin \omega t$ (ω variant de $2 \cdot \pi \cdot 5$ à $2 \cdot \pi \cdot 120$).

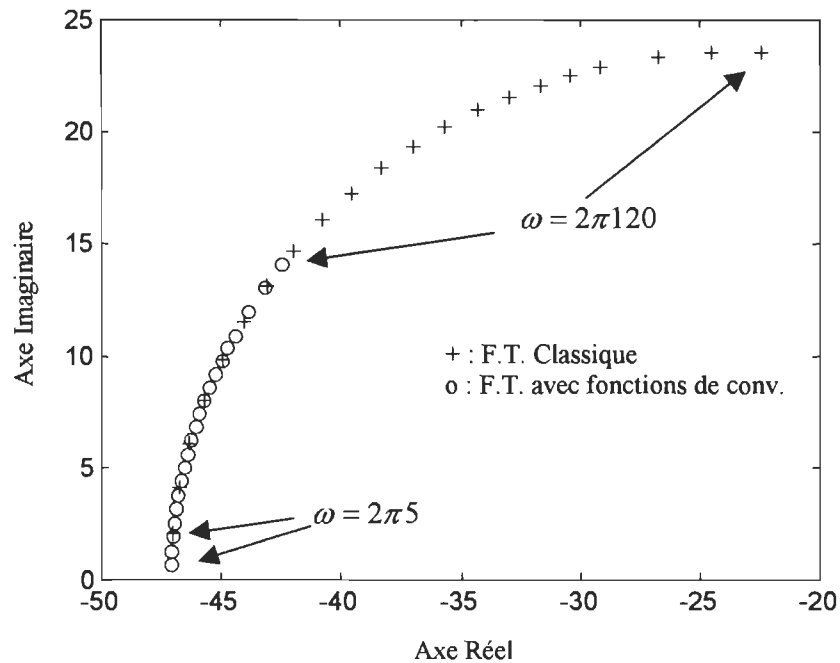


Figure K.2 : Diagramme de Nyquist comparant la fonction de transfert classique et celle calculée avec des fonctions de conversion pour un angle d'amorçage $\alpha=15^\circ$ et une oscillation de $1.0^\circ \sin \omega t$ (ω variant de $2*\pi*5$ à $2*\pi*120$).

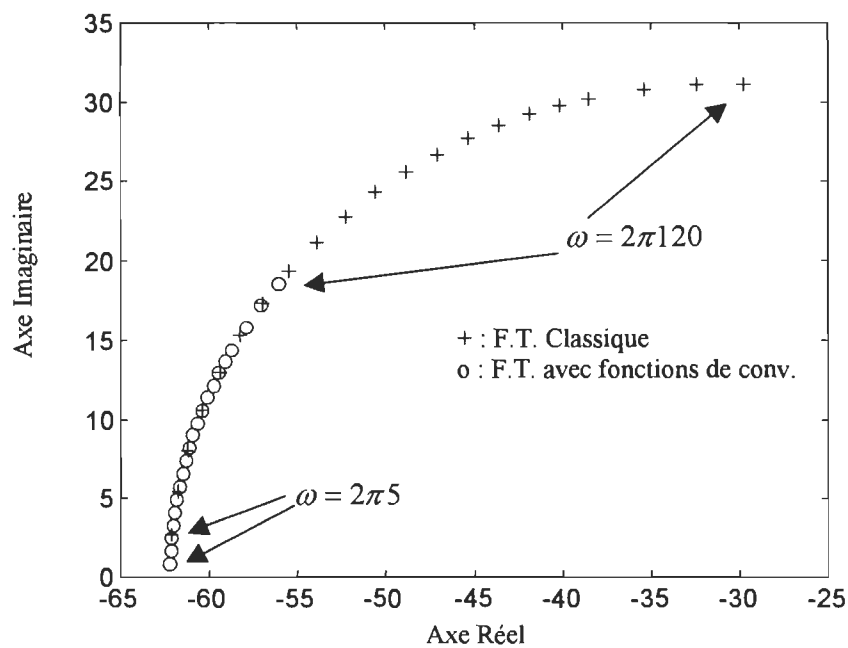


Figure K.3 : Diagramme de Nyquist comparant la fonction de transfert classique et celle calculée avec des fonctions de conversion pour un angle d'amorçage $\alpha=20^\circ$ et une oscillation de $1.0^\circ \sin \omega t$ (ω variant de $2*\pi*5$ à $2*\pi*120$).

Commentaires :

- 1- Il y a une différence entre la fonction de transfert classique et celle théorique qui n'est pas très importante pour les basses fréquences, mais qui devient significative avec l'accroissement de la fréquence.
- 2- Par la représentation classique on ne tient pas compte de l'influence d'autres impédances que celle de l'inductance de commutation. Avec la fonction de transfert calculée à partir des fonctions de conversion on peut aussi vérifier l'influence de l'impédance du réseau combinée avec celle des filtres en utilisant l'équation 6.40a.
- 3- La différence entre les deux fonctions s'accroîtra si on utilise deux ponts en série et, en conséquence, l'élimination des harmoniques 11, 13, 23, 25,... qui est prise en considération par les équations (6.34b) et (6.40b) et qui, cependant, est ignorée par la représentation classique.
- 4- La représentation classique ne tient pas compte de la variation de la tension CC en raison de la variation du courant continu, soit les équations (6.65a), (6.65b) et (6.76).

ANNEXE L

Présentation des valeurs mesurées pour la fonction G_{21_6}

Cet annexe présente les résultats des simulations utilisées pour le calcul de la fonction de transfert G_{21_6} (équation 6.34a), tel que décrit à l'item 7.3.6 du chapitre 7 du mémoire.

Tableau L.1 - Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*5$

(Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.59 \angle 179.1^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 5 Hz de la tension du pont		Tension CC	G_{21_6} mesuré en Volt/radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.0011 + 0.0011i	0.0016	166.9601	-----	-----
0.1	0.0031 - 0.0554i	0.0555	166.9601	31.7915	183.20
0.2	-0.0018 - 0.1099i	0.1117	166.9615	31.4883	179.06
0.3	-0.0026 - 0.1682i	0.1682	166.9584	32.1277	179.11
0.4	-0.0023 - 0.2156i	0.2156	166.9575	30.8842	179.38
0.5	-0.0074 - 0.2777i	0.2778	166.9565	31.8334	178.47
0.6	-0.0044 - 0.3291i	0.3292	166.9570	31.4295	179.23
0.7	-0.0026 - 0.3865i	0.3866	166.9542	31.6362	179.61
0.8	-0.0050 - 0.4384i	0.4385	166.9543	31.4001	179.34
0.9	-0.0075 - 0.4951i	0.4951	166.9496	31.5227	179.13
1.0	-0.0083 - 0.5531i	0.5532	166.9486	31.6939	179.14
2.0	-0.0160 - 1.1062i	1.1063	166.9071	31.6936	179.17
3.0	-0.0261 - 1.6585i	1.6587	166.8388	31.6789	179.09
4.0	-0.0336 - 2.2137i	2.2139	166.7444	31.7126	179.13
5.0	-0.0431 - 2.7635i	2.7639	166.6208	31.6712	179.10

Tableau L.2 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*10$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.58\angle 178.2^\circ$)

Amplitude de l'oscillation ($A \sin \omega t$)	Composante à 10 Hz de la tension du pont		Tension CC du pont	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.0027 + 0.0015i	0.0031	166.9593		
0.1	-0.0012 - 0.0550i	0.0550	166.9609	31.52	178.75
0.2	-0.0020 - 0.1098i	0.1099	166.9602	31.46	178.95
0.3	-0.0032 - 0.1643i	0.1643	166.9591	31.38	178.88
0.4	-0.0081 - 0.2216i	0.2217	166.9580	31.76	177.90
0.5	-0.0052 - 0.2780i	0.2780	166.9565	31.86	178.92
0.6	-0.0048 - 0.3362i	0.3363	166.9529	32.10	179.18
0.7	-0.0121 - 0.3813i	0.3814	166.9517	31.22	178.18
0.8	-0.0131 - 0.4408i	0.4410	166.9524	31.58	178.29
0.9	-0.0144 - 0.4991i	0.4993	166.9498	31.78	178.34
1.0	-0.0142 - 0.5516i	0.5518	166.9476	31.61	178.52
2.0	-0.0334 - 1.1083i	1.1088	166.9054	31.76	178.27
3.0	-0.0510 - 1.6596i	1.6604	166.8399	31.71	178.23
4.0	-0.0676 - 2.2123i	2.2134	166.7419	31.70	178.24
5.0	-0.0838 - 2.7634i	2.7647	166.6221	31.68	178.26

Tableau L.3 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*15$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.56\angle 177.3^\circ$)

Amplitude de l'oscillation ($A \sin \omega t$)	Composante à 15 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-0.0033 - 0.0030i	0.0044	166.9585	---	---
0.1	-0.0014 - 0.0541i	0.0541	166.9615	30.9970	178.56
0.2	-0.0066 - 0.1129i	0.1130	166.9593	32.3846	176.67
0.3	-0.0035 - 0.1672i	0.1672	166.9559	31.9328	178.79
0.4	-0.0154 - 0.2210i	0.2216	166.9574	31.2799	176.82
0.5	-0.0111 - 0.2747i	0.2749	166.9578	31.5000	177.68
0.6	-0.0154 - 0.3307i	0.3311	166.9562	31.6154	177.34
0.7	-0.0183 - 0.3860i	0.3864	166.9531	31.6293	177.28
0.8	-0.0224 - 0.4394i	0.4399	166.9522	31.5078	177.09
0.9	-0.0212 - 0.4939i	0.4943	166.9505	31.4687	177.55
1.0	-0.0277 - 0.5518i	0.5525	166.9462	31.6544	177.13
2.0	-0.0489 - 1.1034i	1.1044	166.9034	31.6400	177.46
3.0	-0.0752 - 1.6567i	1.6585	166.8372	31.6741	177.40
4.0	-0.0986 - 2.2107i	2.2129	166.7410	31.6977	177.45
5.0	-0.1270 - 2.7604i	2.7633	166.6197	31.6653	177.37

Tableau L.4 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*20$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.53 \angle 176.40^\circ$)

Amplitude de l'oscillation ($A \sin \omega t$)	Composante à 20 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-5.7869e-006+ 5.0727e-009i	5.7869e-006	166.9672		
0.1	-0.0017 - 0.0532i	0.0532	166.9691	30.4790	178.2174
0.2	-0.0125 - 0.1186i	0.1193	166.9583	34.1696	173.9972
0.2	-0.0093 - 0.1126i	0.1129	166.9687	32.3528	175.2903
0.3	-0.0090 - 0.1675i	0.1678	166.9672	32.0440	176.9153
0.4	-0.0171 - 0.2218i	0.2224	166.9647	31.8627	175.5920
0.5	-0.0171 - 0.2754i	0.2759	166.9673	31.6185	176.4521
0.6	-0.0200 - 0.3298i	0.3304	166.9650	31.5477	176.5341
0.7	-0.0233 - 0.3860i	0.3867	166.9640	31.6521	176.5442
0.8	-0.0286 - 0.4394i	0.4404	166.9596	31.5391	176.2749
0.9	-0.0341 - 0.4973i	0.4984	166.9559	31.7316	176.0723
1.0	-0.0330 - 0.5506i	0.5516	166.9564	31.6060	176.5732
2.0	-0.0686 - 1.1002i	1.1023	166.9146	31.5785	176.4298
3.0	-0.1016 - 1.6527i	1.6558	166.8478	31.6243	176.4821
4.0	-0.1354 - 2.2027i	2.2068	166.7526	31.6105	176.4812
5.0	-0.1677 - 2.7525i	2.7576	166.6298	31.5995	176.5142

Tableau L.5 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*25$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.50 \angle 175.50^\circ$)

Amplitude de l'oscillation ($A \sin \omega t$)	Composante à 25 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.3073 + 0.0439i	0.3104	167.1206		
0.1	-0.0034 - 0.0552i	0.0553	167.1203	31.7117	176.5012
0.2	-0.0065 - 0.1095i	0.1097	167.1201	31.4179	176.6213
0.3	-0.0130 - 0.1644i	0.1649	167.1193	31.4995	175.4797
0.4	-0.0168 - 0.2230i	0.2236	167.1187	32.0314	175.6913
0.5	-0.0170 - 0.2747i	0.2752	167.1175	31.5378	176.4494
0.6	-0.0238 - 0.3290i	0.3298	167.1175	31.4975	175.8618
0.7	-0.0272 - 0.3832i	0.3841	167.1154	31.4413	175.9460
0.8	-0.0315 - 0.4385i	0.4396	167.1135	31.4874	175.8890
0.9	-0.0342 - 0.4964i	0.4976	167.1100	31.6770	176.0619
1.0	-0.0400 - 0.5484i	0.5498	167.1073	31.5026	175.8331
2.0	-0.0792 - 1.1000i	1.1028	167.0699	31.5929	175.8839
3.0	-0.1155 - 1.6534i	1.6574	167.0005	31.6538	176.0055
4.0	-0.1573 - 2.1996i	2.2052	166.9087	31.5869	175.9084
5.0	-0.1948 - 2.7486i	2.7555	166.7885	31.5761	175.9456

Tableau L.6 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*30$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.45 \angle 174.60^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 30 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	9.1710e-006-1.5107e-007i	9.1722e-006	166.9672		
0.1	-0.0044 - 0.0549i	0.0551	166.9696	31.5743	175.4157
0.2	-0.0117 - 0.1108i	0.1114	166.9684	31.9104	173.9809
0.3	-0.0160 - 0.1641i	0.1649	166.9686	31.4867	174.4284
0.4	-0.0232 - 0.2202i	0.2214	166.9668	31.7115	173.9754
0.5	-0.0301 - 0.2711i	0.2728	166.9637	31.2566	173.6648
0.6	-0.0327 - 0.3297i	0.3313	166.9645	31.6376	174.3336
0.7	-0.0390 - 0.3860i	0.3880	166.9615	31.7555	174.2312
0.8	-0.0405 - 0.4389i	0.4408	166.9619	31.5740	174.7306
0.9	-0.0460 - 0.4935i	0.4956	166.9597	31.5508	174.6758
1.0	-0.0506 - 0.5481i	0.5504	166.9561	31.5356	174.7263
2.0	-0.1033 - 1.0945i	1.0993	166.9154	31.4932	174.6073
3.0	-0.1532 - 1.6469i	1.6540	166.8465	31.5885	174.6839
4.0	-0.2033 - 2.1923i	2.2017	166.7527	31.5369	174.7031
5.0	-0.2515 - 2.7392i	2.7508	166.6301	31.5213	174.7543

Tableau L.7 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*35$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.4 \angle 173.7^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 35 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.7911 + 0.0284i	0.7916	167.3596		
0.1	-0.0047 - 0.0530i	0.0532	167.3595	30.4606	167.3595
0.2	-0.0109 - 0.1065i	0.1070	167.3571	30.6673	174.1711
0.3	-0.0169 - 0.1644i	0.1653	167.3581	31.5709	174.1310
0.4	-0.0229 - 0.2179i	0.2191	167.3586	31.3863	174.0014
0.5	-0.0287 - 0.2835i	0.2849	167.3509	32.6525	174.2263
0.6	-0.0349 - 0.3246i	0.3265	167.3544	31.1762	173.8625
0.7	-0.0369 - 0.3818i	0.3836	167.3524	31.3991	174.4799
0.8	-0.0463 - 0.4369i	0.4394	167.3524	31.4672	173.9503
0.9	-0.0503 - 0.4884i	0.4910	167.3455	31.2591	174.1245
1.0	-0.0571 - 0.5465i	0.5495	167.3480	31.4832	174.0377
2.0	-0.1137 - 1.0874i	1.0933	167.3084	31.3204	174.0306
3.0	-0.1686 - 1.6413i	1.6499	167.2389	31.5112	174.1363
4.0	-0.2291 - 2.1884i	2.2004	167.1437	31.5184	174.0224
5.0	-0.2831 - 2.7343i	2.7489	167.0247	31.5005	174.0898

Tableau L.8 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*40$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.34 \angle 172.8^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 40 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-0.0021 - 0.0009i	0.0023	166.9695		
0.1	-0.0084 - 0.0532i	0.0539	166.9689	30.8611	171.0634
0.2	-0.0085 - 0.1069i	0.1072	166.9669	30.7151	175.4709
0.3	-0.0196 - 0.1630i	0.1641	166.9694	31.3481	173.1586
0.4	-0.0255 - 0.2176i	0.2191	166.9689	31.3787	173.3056
0.5	-0.0301 - 0.2717i	0.2733	166.9651	31.3205	173.6827
0.6	-0.0398 - 0.3263i	0.3287	166.9658	31.3889	173.0539
0.7	-0.0462 - 0.3844i	0.3871	166.9626	31.6867	173.1430
0.8	-0.0525 - 0.4310i	0.4342	166.9578	31.0952	173.0531
0.9	-0.0547 - 0.4901i	0.4932	166.9557	31.3958	173.6273
1.0	-0.0693 - 0.5464i	0.5507	166.9513	31.5547	172.7686
2.0	-0.1340 - 1.0883i	1.0965	166.9157	31.4135	172.9822
3.0	-0.2036 - 1.6323i	1.6450	166.8461	31.4169	172.8916
4.0	-0.2669 - 2.1779i	2.1942	166.7519	31.4296	173.0146
5.0	-0.3314 - 2.7207i	2.7409	166.6300	31.4078	173.0553

Tableau L.9 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*45$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.29 \angle 171.9^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 45 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.0010 - 0.0050i	0.0051	166.9660		
0.1	-0.0105 - 0.0461i	0.0472	166.9707	27.0695	167.1415
0.2	-0.0166 - 0.0999i	0.1012	166.9696	28.9978	170.5872
0.3	-0.0256 - 0.1578i	0.1598	166.9692	30.5285	170.7696
0.4	-0.0353 - 0.2132i	0.2161	166.9676	30.9498	170.5917
0.5	-0.0397 - 0.2647i	0.2676	166.9688	30.6661	171.4764
0.6	-0.0492 - 0.3193i	0.3231	166.9656	30.8547	171.2491
0.7	-0.0557 - 0.3735i	0.3776	166.9649	30.9056	171.5179
0.8	-0.0629 - 0.4296i	0.4342	166.9613	31.0992	171.6663
0.9	-0.0693 - 0.4829i	0.4879	166.9593	31.0600	171.8362
1.0	-0.0743 - 0.5372i	0.5423	166.9542	31.0733	172.1231
2.0	-0.1564 - 1.0821i	1.0934	166.9120	31.3224	171.7781
3.0	-0.2261 - 1.6229i	1.6386	166.8483	31.2941	172.0676
4.0	-0.3012 - 2.1616i	2.1825	166.7511	31.2615	172.0681
5.0	-0.3765 - 2.7056i	2.7316	166.6310	31.3023	172.0783

Tableau L.10 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*50$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.20 \angle 171.00^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 50 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-0.6046 + 0.0297i	0.6053	166.6762		
0.1	-0.0074 - 0.0554i	0.0559	166.6758	32.0418	172.4361
0.2	-0.0157 - 0.1063i	0.1075	166.6762	30.7953	171.6143
0.3	-0.0231 - 0.1609i	0.1626	166.6760	31.0533	171.8178
0.4	-0.0311 - 0.2152i	0.2174	166.6754	31.1438	171.7862
0.5	-0.0368 - 0.2695i	0.2720	166.6710	31.1680	172.2303
0.6	-0.0466 - 0.3229i	0.3262	166.6733	31.1528	171.7934
0.7	-0.0561 - 0.3757i	0.3799	166.6705	31.0926	171.5036
0.8	-0.0623 - 0.4297i	0.4342	166.6694	31.0965	171.7497
0.9	-0.0706 - 0.4841i	0.4893	166.6678	31.1477	171.6988
1.0	-0.0773 - 0.5440i	0.5495	166.6607	31.4835	171.9090
2.0	-0.1557 - 1.0706i	1.0818	166.6282	30.9924	171.7263
3.0	-0.2324 - 1.6162i	1.6328	166.5613	31.1837	171.8172
4.0	-0.3099 - 2.1454i	2.1677	166.4690	31.0503	171.7799
5.0	-0.3846 - 2.6914i	2.7187	166.3505	31.1544	171.8667

Tableau L.11 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*55$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.12 \angle 170.1^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 55 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-0.4299 + 0.2401i	0.4925	166.7590		
0.1	-0.0074 - 0.0542i	0.0547	166.7581	31.3626	172.2809
0.2	-0.0180 - 0.1068i	0.1083	166.7611	31.0291	170.4433
0.3	-0.0240 - 0.1639i	0.1656	166.7603	31.6301	171.6633
0.4	-0.0323 - 0.2122i	0.2147	166.7633	30.7503	171.3574
0.5	-0.0392 - 0.2660i	0.2689	166.7633	30.8099	171.6101
0.6	-0.0430 - 0.3181i	0.3210	166.7605	30.6539	172.3099
0.7	-0.0516 - 0.3718i	0.3754	166.7606	30.7277	172.1038
0.8	-0.0602 - 0.4272i	0.4314	166.7601	30.8954	171.9791
0.9	-0.0655 - 0.4806i	0.4851	166.7588	30.8799	172.2350
1.0	-0.0737 - 0.5372i	0.5422	166.7541	31.0676	172.1916
2.0	-0.1459 - 1.0701i	1.0800	166.7259	30.9387	172.2349
3.0	-0.2146 - 1.6101i	1.6244	166.6699	31.0230	172.4089
4.0	-0.2823 - 2.1477i	2.1662	166.5856	31.0287	172.5116
5.0	-0.3494 - 2.6848i	2.7074	166.4729	31.0249	172.5853

Tableau L.12 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*60$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 31.03 \angle 169.2^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 60 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.0038 + 0.0025i	0.0046	166.9684		
0.1	-0.0124 - 0.0540i	0.0554	166.9698	31.7626	167.1274
0.2	-0.0224 - 0.1109i	0.1131	166.9682	32.4066	168.5765
0.3	-0.0317 - 0.1624i	0.1655	166.9676	31.6050	168.9391
0.4	-0.0431 - 0.2175i	0.2217	166.9651	31.7602	168.7901
0.5	-0.0537 - 0.2683i	0.2736	166.9665	31.3491	168.6796
0.6	-0.0598 - 0.3208i	0.3263	166.9636	31.1583	169.4308
0.7	-0.0745 - 0.3769i	0.3842	166.9610	31.4511	168.8135
0.8	-0.0828 - 0.4284i	0.4363	166.9615	31.2503	169.0586
0.9	-0.0951 - 0.4781i	0.4874	166.9580	31.0319	168.7480
1.0	-0.1045 - 0.5342i	0.5443	166.9565	31.1851	168.9345
2.0	-0.2044 - 1.0651i	1.0845	166.9141	31.0692	169.1374
3.0	-0.2986 - 1.6039i	1.6314	166.8458	31.1583	169.4554
4.0	-0.4033 - 2.1376i	2.1753	166.7498	31.1592	169.3156
5.0	-0.5005 - 2.6694i	2.7159	166.6275	31.1218	169.3799

Tableau L.13 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*65$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 30.94 \angle 168.3^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 65 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.5264 - 0.3322i	0.6225	167.2226		
0.1	-0.0174 - 0.0518i	0.0546	167.2209	31.2809	161.4685
0.2	-0.0321 - 0.1054i	0.1102	167.2165	31.5634	163.0632
0.3	-0.0472 - 0.1582i	0.1650	167.2165	31.5212	163.3863
0.4	-0.0583 - 0.2134i	0.2213	167.2154	31.6925	164.7095
0.5	-0.0757 - 0.2624i	0.2731	167.2118	31.2928	163.9131
0.6	-0.0858 - 0.3157i	0.3272	167.2110	31.2413	164.8010
0.7	-0.1043 - 0.3690i	0.3835	167.2057	31.3869	164.2230
0.8	-0.1123 - 0.4204i	0.4351	167.2035	31.1617	165.0491
0.9	-0.1317 - 0.4746i	0.4926	167.1988	31.3570	164.4958
1.0	-0.1383 - 0.5275i	0.5453	167.1953	31.2428	165.3084
2.0	-0.2781 - 1.0568i	1.0928	167.1419	31.3069	165.2576
3.0	-0.4103 - 1.5883i	1.6404	167.0594	31.3297	165.5160
4.0	-0.5480 - 2.1131i	2.1830	166.9483	31.2693	165.4618
5.0	-0.6834 - 2.6391i	2.7262	166.8143	31.2395	165.4811

Tableau L.14 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*70$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 30.83 \angle 167.4^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 70 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-0.6986 + 0.0851i	0.7038	166.6286		
0.1	-0.0080 - 0.0528i	0.0534	166.6265	30.6124	171.3933
0.2	-0.0236 - 0.1086i	0.1112	166.6265	31.8504	167.7353
0.3	-0.0352 - 0.1558i	0.1597	166.6272	30.4981	167.2701
0.4	-0.0399 - 0.2141i	0.2178	166.6272	31.2005	169.4366
0.5	-0.0519 - 0.2622i	0.2673	166.6280	30.6266	168.7976
0.6	-0.0626 - 0.3186i	0.3247	166.6250	31.0042	168.8908
0.7	-0.0713 - 0.3675i	0.3743	166.6258	30.6407	169.0205
0.8	-0.0844 - 0.4201i	0.4285	166.6232	30.6887	168.6377
0.9	-0.0931 - 0.4723i	0.4814	166.6228	30.6469	168.8518
1.0	-0.1016 - 0.5193i	0.5292	166.6180	30.3181	168.9288
2.0	-0.2053 - 1.0508i	1.0707	166.5866	30.6722	168.9471
3.0	-0.3071 - 1.5765i	1.6061	166.5247	30.6751	168.9771
4.0	-0.4044 - 2.0983i	2.1369	166.4359	30.6088	169.0900
5.0	-0.5029 - 2.6324i	2.6800	166.3189	30.7109	169.1839

Tableau L.15 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*75$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 30.72 \angle 166.5^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 75 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-1.1846 - 0.1342i	1.1922	166.4022		
0.1	-0.0135 - 0.0518i	0.0535	166.4018	30.6531	165.3292
0.2	-0.0213 - 0.0996i	0.1018	166.3969	29.1725	167.9409
0.3	-0.0403 - 0.1555i	0.1606	166.4002	30.6733	165.4836
0.4	-0.0637 - 0.2090i	0.2185	166.3927	31.2957	163.0460
0.5	-0.0649 - 0.2576i	0.2657	166.3940	30.4421	165.8636
0.6	-0.0807 - 0.3098i	0.3202	166.3948	30.5722	165.3917
0.7	-0.0918 - 0.3621i	0.3735	166.3933	30.5737	165.7667
0.8	-0.1036 - 0.4130i	0.4257	166.3904	30.4921	165.9161
0.9	-0.1179 - 0.4653i	0.4800	166.3884	30.5555	165.7766
1.0	-0.1314 - 0.5161i	0.5325	166.3854	30.5111	165.7194
2.0	-0.2641 - 1.0327i	1.0660	166.3395	30.5377	165.6568
3.0	-0.3918 - 1.5493i	1.5981	166.2687	30.5216	165.8100
4.0	-0.5186 - 2.0661i	2.1302	166.1715	30.5133	165.9096
5.0	-0.6471 - 2.5873i	2.6670	166.0465	30.5614	165.9574

Tableau L.16 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*80$

(Valeur théorique de $G_{21_6} = 30.60 \angle 165.60^\circ$; valeur mesurée sur 4 périodes d'échantillonnage)

Amplitude de l'oscillation ($A \sin \omega t$)	Composante à 80 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.0011 + 0.0016i	0.0020	166.9622		
0.1	0.0106 + 0.0531i	0.0541	166.9647	31.0184	168.7233
0.2	0.0265 + 0.1031i	0.1065	166.9609	30.4967	165.5970
0.3	0.0383 + 0.1571i	0.1617	166.9642	30.8807	166.3107
0.4	0.0544 + 0.2122i	0.2191	166.9622	31.3823	165.6103
0.5	0.0636 + 0.2541i	0.2619	166.9590	30.0157	165.9386
0.6	0.0801 + 0.3114i	0.3216	166.9604	30.7059	165.5678
0.7	0.0888 + 0.3632i	0.3739	166.9560	30.6075	166.2603
0.8	0.1042 + 0.4132i	0.4262	166.9563	30.5217	165.8534
0.9	0.1147 + 0.4679i	0.4817	166.9550	30.6688	166.2228
1.0	0.1294 + 0.5153i	0.5313	166.9496	30.4409	165.9005
2.0	0.2595 + 1.0389i	1.0709	166.9098	30.6778	165.9746
3.0	0.3902 + 1.5607i	1.6087	166.8428	30.7242	165.9631
4.0	0.5195 + 2.0831i	2.1469	166.7469	30.7514	165.9970
5.0	0.6462 + 2.6031i	2.6821	166.6234	30.7346	166.0586

Tableau L.17 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*85$

(Valeur théorique de $G_{21_6} = 30.4735 \angle 164.70^\circ$)

Amplitude de l'oscillation ($A \sin \omega t$)	Composante à 85 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	1.9961 + 0.0230i	1.9962	167.9164		
0.1	-0.0108 - 0.0512i	0.0523	167.9156	29.9713	168.1137
0.2	-0.0271 - 0.1047i	0.1081	167.9168	30.9820	165.4829
0.3	-0.0385 - 0.1613i	0.1658	167.9138	31.6708	166.5844
0.4	-0.0547 - 0.2050i	0.2122	167.9114	30.3941	165.0530
0.5	-0.0688 - 0.2576i	0.2666	167.9114	30.5557	165.0565
0.6	-0.0805 - 0.3172i	0.3273	167.9120	31.2512	165.7583
0.7	-0.0924 - 0.3691i	0.3805	167.9103	31.1427	165.9516
0.8	-0.1138 - 0.4272i	0.4421	167.9061	31.6603	165.0869
0.9	-0.1212 - 0.4760i	0.4912	167.9083	31.2690	165.7161
1.0	-0.1346 - 0.5275i	0.5444	167.9046	31.1917	165.6890
2.0	-0.2696 - 1.0569i	1.0907	167.8667	31.2475	165.6891
3.0	-0.3989 - 1.5923i	1.6415	167.7966	31.3505	165.9371
4.0	-0.5309 - 2.1161i	2.1817	165.9371	31.2501	165.9150
5.0	-0.6461 - 2.6455i	2.7232	167.5814	31.2061	166.2764

Tableau L.18 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*90$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 30.3388 \angle 163.80^\circ$)

Amplitude de l'oscillation ($A \sin \omega t$)	Composante à 90 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-0.0042 - 0.0001i	0.0042	166.9668		
0.1	-0.0110 - 0.0531i	0.0542	166.9693	31.0511	168.3414
0.2	-0.0244 - 0.1055i	0.1083	166.9680	31.0159	166.9556
0.3	-0.0393 - 0.1508i	0.1558	166.9659	29.7624	165.3763
0.4	-0.0548 - 0.1980i	0.2054	166.9653	29.4262	164.5215
0.5	-0.0686 - 0.2553i	0.2643	166.9676	30.2899	164.9613
0.6	-0.0808 - 0.3070i	0.3174	166.9632	30.3120	165.2516
0.7	-0.0932 - 0.3584i	0.3704	166.9604	30.3150	165.4222
0.8	-0.1128 - 0.4101i	0.4253	166.9616	30.4595	164.6128
0.9	-0.1366 - 0.4620i	0.4818	166.9519	30.6717	163.5262
1.0	-0.1415 - 0.5096i	0.5288	166.9559	30.3007	164.4805
2.0	-0.2919 - 1.0178i	1.0588	166.9071	30.3328	163.9965
3.0	-0.4409 - 1.5527i	1.6141	166.8408	30.8265	164.1493
4.0	-0.5807 - 2.0777i	2.1573	166.7517	30.9012	164.3835
5.0	-0.7270 - 2.6167i	2.7159	164.3835	31.1214	164.4738

Tableau L.19 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*100$ (Valeur théorique de $G_{21_6} = 30.0470 \angle 162.00^\circ$; valeur mesurée sur 4 périodes

d'échantillonnage)

Amplitude de l'oscillation ($A \sin \omega t$)	Composante à 100 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	0.3340 + 0.1883i	0.3835	167.11		
0.1	0.0142 + 0.0483i	0.0504	167.10	28.8550	163.5723
0.2	0.0259 + 0.1016i	0.1049	167.10	30.0398	165.6776
0.3	0.0432 + 0.1518i	0.1578	167.10	30.1362	164.1202
0.4	0.0572 + 0.2024i	0.2103	167.10	30.1270	164.2280
0.5	0.0699 + 0.2557i	0.2651	167.10	30.3739	164.7151
0.6	0.0830 + 0.3036i	0.3148	167.10	30.0567	164.7028
0.7	0.1053 + 0.3649i	0.3797	167.09	31.0825	163.9077
0.8	0.1240 + 0.3994i	0.4182	167.09	29.9535	162.7579
0.9	0.1268 + 0.4455i	0.4631	167.08	29.4847	164.1159
1.0	0.1430 + 0.5089i	0.5286	167.08	30.2893	164.3070
2.0	0.2855 + 1.0224i	1.0615	167.04	30.4093	164.3966
3.0	0.4219 + 1.5272i	1.5844	166.96	30.2589	164.5569
4.0	0.5546 + 2.0419i	2.1159	166.86	30.3077	164.8055
5.0	0.6822 + 2.5545i	2.6441	166.7158	30.2988	165.0484

Tableau L.20 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*110$

(Valeur théorique de $G_{21_6} = 29.7255 \angle 160.20^\circ$;valeur mesurée sur 4 périodes d'échantillonnage)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 110 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré en Volt/Radian	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-0.1775 + 0.0565i	0.1863	166.87	-----	-----
0.1	0.0234 + 0.0448i	0.0505	166.87	28.9430	152.3928
0.2	0.0307 + 0.1000i	0.1046	166.87	29.9533	162.9395
0.3	0.0511 + 0.1519i	0.1603	166.87	30.6112	161.4243
0.4	0.0750 + 0.1984i	0.2121	166.86	30.3865	159.29
0.5	0.0780 + 0.2449i	0.2570	166.87	29.4520	162.3403
0.6	0.0985 + 0.2952i	0.3112	166.87	29.7181	161.5467
0.7	0.1160 + 0.3441i	0.3631	166.86	29.7188	161.3761
0.8	0.1319 + 0.3925i	0.4141	166.86	29.6559	161.4210
0.9	0.1498 + 0.4415i	0.4663	166.86	29.6826	161.2576
1.0	0.1693 + 0.4868i	0.5154	166.85	29.5291	160.8272
2.0	0.3336 + 0.9779i	1.0332	166.81	29.6003	161.1624
3.0	0.4940 + 1.4656i	1.5466	166.74	29.5383	161.3715
4.0	0.6542 + 1.9518i	2.0585	166.64	29.4862	161.4696
5.0	0.8110 + 2.4360i	2.5674	166.52	29.4208	161.5863

Tableau L.21 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*120$

(Valeur théorique de $G_{21_6} = 29.3747 \angle 158.40^\circ$)

Amplitude de l'oscillation (Asin ωt)	Composante à 120 Hz de la tension du pont		Tension CC	Gain Mesuré	
	Valeur Complexe	Module		Module	Angle
0.0	-0.0004 - 0.0025i	0.0026	166.9703		
0.1	-0.0196 - 0.0491i	0.0529	166.9695	30.2813	158.2354
0.2	-0.0373 - 0.0957i	0.1027	166.9705	29.4286	158.7180
0.3	-0.0554 - 0.1442i	0.1545	166.9695	29.4979	158.9650
0.4	-0.0671 - 0.1940i	0.2053	166.9640	29.4081	160.9339
0.5	-0.0952 - 0.2425i	0.2605	166.9675	29.8525	158.5596
0.6	-0.1175 - 0.2955i	0.3180	166.9641	30.3707	158.3162
0.7	-0.1354 - 0.3421i	0.3679	166.9645	30.1160	158.4138
0.8	-0.1540 - 0.3920i	0.4212	166.9620	30.1651	158.5505
0.9	-0.1753 - 0.4420i	0.4755	166.9597	30.2710	158.3658
1.0	-0.1998 - 0.4860i	0.5255	166.9528	30.1065	157.6533
2.0	-0.4122 - 1.0174i	1.0978	166.9158	31.4491	157.9435
3.0	-0.6410 - 1.5705i	1.6963	166.8451	32.3961	157.7983
4.0	-0.8953 - 2.1500i	2.3289	166.7523	33.3595	157.3922
5.0	-1.1621 - 2.7489i	2.9844	166.6271	34.1990	157.0844

Tableau L.22 – Calcul pour de G_2 $\omega=2*\pi*5$ à $2*\pi*120$
(Amplitude de l'oscillation = 1.0; $\alpha = 15^\circ$)

Fréquence (Hz)	Composante harmonique dans la tension du pont		Tension CC (V)	Gain	
	Valeur Complexe	Module		Module (mesuré/théorique)	Angle (mesuré/théorique)
5	-0.0119 - 0.8243i	0.8244	163.52	47.24/47.09	179.17/179.24
10	-0.0238 - 0.8260i	0.8264	163.54	47.35/47.07	178.35/178.47
15	-0.0348 - 0.8245i	0.8252	163.53	47.28/47.05	177.59/177.71
20	-0.0423 - 0.8201i	0.8212	163.55	47.05/47.02	177.05/176.94
25	-0.0528 - 0.8195i	0.8212	163.79	47.05/46.98	176.31/176.18
30	-0.0644 - 0.8173i	0.8199	163.57	46.97/46.94	175.49/175.41
35	-0.0748 - 0.8238i	0.8272	164.03	47.40/46.88	174.81/174.65
40	-0.0868 - 0.8152i	0.8198	163.55	46.97/46.82	173.92/173.88
45	-0.0981 - 0.8140i	0.8199	163.54	46.98/46.75	173.13/173.11
50*	0.1114 + 0.8096i	0.8172	163.40	46.82/46.67	172.17/172.35
55*	0.1213 + 0.7983i	0.8074	163.68	46.26/46.58	171.36/171.59
60	-0.1292 - 0.8034i	0.8137	163.56	46.62/46.49	170.86/170.82
65*	0.1392 + 0.8015i	0.8135	163.68	46.61/46.38	170.15/170.06
70*	0.1407 + 0.8033i	0.8156	163.44	46.73/46.27	170.07/169.29
75*	0.1470 + 0.7904i	0.8039	163.35	46.06/46.15	169.46/168.53
80*	0.1675 + 0.7851i	0.8028	163.54	45.99/46.02	167.95/167.76
85*	0.1859 + 0.7753i	0.7973	163.50	45.68/45.88	166.52/167.19
90	-0.1887 - 0.7700i	0.7928	163.55	45.73/45.42	166.23/166.23
100*	0.1950 + 0.7809i	0.8049	163.76	46.12/45.34	165.98/164.34
110*	0.2172 + 0.7563i	0.7869	163.47	45.09/45.15	163.98/163.50
120*	0.2679 + 0.7449i	0.7916	163.53	45.35/44.78	160.22/162.00

*: valeur calculée évaluée sur quatre périodes d'échantillonnage

Tableau L.23 – Calcul de G_2 pour $\omega=2*\pi*5$ à $2*\pi*120$ (Amplitude de l'oscillation = 1.0; $\alpha = 20^\circ$)

réquenc e (Hz)	Composante harmonique dans la tension du pont		Tension CC (V)	Gain	
	Valeur Complexe	Module		Module (mesuré/théorique)	Angle (mesuré/théorique)
5	-0.0158 - 1.0926i	1.0927	158.73	62.61/62.22	179.17/179.34
10	-0.0241 - 1.0885i	1.0888	158.75	62.38/62.21	178.73/178.68
15	-0.0320 - 1.0918i	1.0922	158.76	62.58/62.19	178.32/178.02
20	-0.0528 - 1.0906i	1.0919	158.77	62.56/62.16	177.23/177.36
25	-0.0615 - 1.0868i	1.0886	159.14	62.37/62.12	176.76/176.70
30	-0.0776 - 1.0840i	1.0868	158.77	62.27/62.08	175.90/176.04
35	-0.0886 - 1.0818i	1.0854	159.38	62.19/62.03	175.32/175.38
40	-0.0992 - 1.0792i	1.0837	158.77	62.09/61.96	174.75/174.72
45	-0.1124 - 1.0786i	1.0844	158.77	62.13/61.89	174.05/174.06
50*	0.1221 + 1.0635i	1.0705	158.91	61.33/61.81	173.45/173.40
55*	0.1456 + 1.0732i	1.0831	159.23	62.05/61.73	172.27/172.74
60	-0.1475 - 1.0721i	1.0822	158.77	62.00/61.63	172.17/172.08
65*	0.1749 + 1.0718i	1.0860	159.22	62.22/61.53	170.73/171.42
70*	0.1602 + 1.0649i	1.0769	159.00	61.70/61.42	171.44/170.76
75*	0.1695 + 1.0558i	1.0693	158.87	61.27/61.30	170.88/170.10
80*	0.2117 + 1.0581i	1.0790	159.09	61.82/61.17	168.69/169.44
85*	0.2086 + 1.0461i	1.0667	159.04	61.12/61.03	168.72/168.78
90	-0.2211 - 1.0402i	1.0634	158.78	60.93/60.89	168.00/168.12
100*	0.2249 + 1.0520i	1.0758	159.44	61.64/60.58	167.93/166.80
110*	0.2425 + 1.0243i	1.0526	159.05	60.31/60.24	166.68/165.48
120*	0.3047 + 1.0034i	1.0486	159.08	60.08/59.86	163.11/164.12

*: valeur calculée sur quatre périodes d'échantillonnage