

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DU DOCTORAT EN GÉNIE ÉLECTRIQUE

PAR  
ABDELHALIM SANDALI

OPTIMISATION DES PERFORMANCES ET ÉLABORATION  
DE NOUVELLES LOIS DE COMMANDE DES CONVERTISSEURS STATIQUES À  
MODULATION DE DENSITÉ D'IMPULSIONS

JUIN 2008

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.



*[ Il est impossible d'étudier les Œuvres des grands mathématiciens, et même celles des petits, sans remarquer et sans distinguer deux tendances opposées, ou plutôt deux sortes d'esprits entièrement différents. Les uns sont avant tout préoccupés de la logique, à lire leurs ouvrages, on est tenté de croire qu'ils n'ont avancé que pas à pas, avec la méthode d'un Vauban qui pousse ses travaux d'approche contre une place forte, sans rien abandonner au hasard. Les autres se laissent guider par l'intuition et font du premier coup des conquêtes rapides, mais quelquefois précaires, ainsi que de hardis cavaliers d'avant-garde.....*

*..... Les deux sortes d'esprits sont également nécessaires aux progrès de la science; les logiciens, comme les intuitifs, ont fait de grandes choses que les autres n'auraient pas pu faire.]*

*Henri Poincaré*  
*dans "Science et méthode"*  
*Édition Flammarion, 1947*

## RÉSUMÉ

La Modulation de la Densité d'Impulsions (MDI), en tant que technique de commande des onduleurs à résonance série, représente une option prometteuse pour le développement de convertisseurs statiques à forte valeur ajoutée. Cette dernière englobe le rendement énergétique, la compacité, le coût, le bruit électromagnétique haute fréquence et la pollution environnementale. Par contre, dans les convertisseurs MDI ca-ca, composés d'une mise en cascade d'un redresseur à diodes monophasé sans filtre de lissage et d'un onduleur à résonance série, il se dégage un compromis entre les actions en aval (résolution et linéarité de la variation de la puissance transmise) et en amont (facteur de puissance).

La gestion et la solution de ce compromis sont faites avec une méthodologie, qui consiste en une trilogie "approfondir, simplifier, innover". L'approfondissement réside, principalement, dans la caractérisation de la puissance transmise et la distorsion harmonique du courant absorbé en fonction du motif MDI, en se mettant dans les conditions qui assurent la meilleure résolution possible de la variation de puissance. Il débouche sur des lois de commande précises mais d'une applicabilité faible. La simplification repose sur la possibilité de négliger l'amortissement du rétablissement du courant tiré par le convertisseur après chaque phase de fonctionnement en roue libre. Elle débouche sur des lois de commande dont la limite de validité est explicitement établie et l'applicabilité est avérée. Ces lois de commande sont générées, en principe, par la comparaison d'une tension de commande, image de la puissance transmise désirée, et d'une porteuse triangulaire, dont la fréquence détermine l'espacement entre les paires d'harmoniques composant le spectre du courant tiré par le convertisseur. L'innovation consiste à multiplier les sources de distorsion pour, ensuite, provoquer une compensation mutuelle. Elle débouche sur des systèmes multiconvertisseur monocharge ( $\text{MoC}_G$ ), qui se distinguent par un étage de conversion cc-ca constitué de plusieurs onduleurs. Parmi les caractéristiques les plus marquantes d'un  $\text{MoC}_G$ , on note un facteur de puissance du courant absorbé unitaire en  $G$  points répartis sur la plage de variation de la puissance ( $G$  est le nombre d'onduleurs utilisés). La méthodologie est transposée, avec succès, au cas d'un convertisseur avec redresseur de tête triphasé. Bien que les résultats soient similaires à ceux obtenus dans le cas du redresseur monophasé, ils reflètent les spécificités du redresseur triphasé. Des prototypes de laboratoire d'une puissance allant jusqu'à 2 kW et à une fréquence de 100 kHz ont été réalisés pour la validation expérimentale des résultats.

## REMERCIEMENTS

Je voudrais commencer par témoigner, à titre posthume, mes remerciements et ma sympathie au Professeur Éloi Ngandui. Merci, pour ta participation active et encourageante à l'examen doctoral, aux présentations du séminaire de recherche et à la toute première présentation, informelle, tenue dans les locaux de la chaire au moment du lancement de ce projet.

Je tiens à remercier, chaleureusement, tous les membres de ce jury :

Monsieur Ahmed Chériti, professeur à l'UQTR et directeur de cette thèse, ton soutien, multiforme et au quotidien, et l'amitié, qui s'est tissée au fil des ans, resteront graver dans ma mémoire.

Monsieur Pierre Sicard, professeur à l'UQTR et codirecteur de cette thèse, ta disponibilité, ton dévouement et ton implication, exemplaires, ont été pour beaucoup dans l'aboutissement de ce travail.

Monsieur Géza Joós, professeur à l'Université McGill, votre participation à l'examen doctoral ainsi que votre acceptation de participer à ce jury sont considérées comme un honneur et un cautionnement scientifique.

Monsieur Hoang Le-Huy, professeur à l'Université Laval, votre acceptation de participer à ce jury est un honneur et un cautionnement scientifique.

Monsieur Mamadou Lamine Doumbia, professeur à l'UQTR, je suis heureux et fier de te compter parmi ce jury.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Résumé .....</b>	<b>ii</b>
<b>Remerciements .....</b>	<b>iii</b>
<b>Table des matières .....</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des figures .....</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des tableaux .....</b>	<b>xvi</b>
<b>Liste des notations .....</b>	<b>xvii</b>

## **Chapitre 1 : INTRODUCTION GÉNÉRALE**

1.1. Contexte du projet de recherche .....	1
1.2. Problématique spécifique du sujet de la thèse .....	4
1.3. Objectifs et contributions escomptées .....	5
1.4. Méthodologie .....	6
1.5. Structure de la thèse .....	10

## **Chapitre 2 : MODULATION DE LA DENSITÉ D'IMPULSIONS : ÉTAT DE L'ART, APPORTS ET LIMITATIONS**

2.1. Introduction .....	11
2.2. État de l'art de la MDI .....	12
2.2.1. MDI : Une idée ancienne et un nouvel acronyme .....	12
2.2.2. Aperçu des travaux de l'équipe de l'Université d'Okayama .....	13
2.2.3. Aperçu des travaux de l'équipe du CENIDET .....	19
2.2.4. Notes sur les travaux de l'équipe de l'Université de Yamaguchi .....	23
2.3. Comparaison MDI – Solutions concurrentes .....	24
2.3.1. Solutions alternatives considérées .....	24
2.3.2. Conditions de comparaison .....	28
2.3.3. Comparaison des facteurs de puissance .....	31

2.3.4. Comparaison des pertes et rendements .....	32
2.3.5. Comparaison de la taille et du coût .....	39
2.3.6. Comparaison des perturbations électromagnétiques.....	41
2.3.7. Comparaison de la qualité du réglage .....	42
2.4. Limitations .....	43
2.4.1. Amélioration du réglage de la puissance par allongement des séquences .....	43
2.4.2. Répercussions d'un allongement des séquences .....	44
2.4.3. Besoin d'une nouvelle analyse de fonctionnement.....	50
2.5. Conclusion .....	51

### **Chapitre 3 : ÉLABORATION D'UNE COMMANDE MDI AVEC SÉQUENCE DE LONGUEUR MAXIMALE ET CARACTÉRISATION DE LA DISTORSION HARMONIQUE**

3.1. Introduction .....	53
3.2. Analyse de fonctionnement .....	54
3.2.1. Objet, orientations et hypothèse de base .....	54
3.2.2. Discrétisation du temps et définition du motif MDI .....	55
3.2.3. Mise en équation .....	56
3.3. Stratégie d'optimisation .....	62
3.3.1. Synthèse de lois de commande .....	62
3.3.2. Résultats théoriques et validation par simulation .....	66
3.4. Distorsion harmonique et correction par filtre passif .....	73
3.4.1. Conséquences sur le facteur de puissance .....	73
3.4.2. Dimensionnement du filtre de correction du facteur de puissance et validation par simulation .....	74
3.5. Conclusion .....	83

### **Chapitre 4 : SIMPLIFICATION ET MISE EN ŒUVRE D'UNE COMMANDE MDI LINÉAIRE**

4.1. Introduction .....	85
4.2. Observations à l'origine de la simplification .....	86

4.3. Modélisation simplifiée et génération automatique des motifs .....	89
4.4. Validation par simulation du modèle simplifié .....	94
4.5. Précision du modèle simplifié et limites de validité .....	98
4.5.1. Observations .....	98
4.5.2. Interprétation .....	99
4.5.3. Établissement d'un lien de limite de validité .....	101
4.6. Contraintes et particularités de la mise en œuvre .....	103
4.6.1. Adaptation des fréquences et synchronisation .....	103
4.6.2. Dimensionnement adapté du transformateur.....	109
4.7. Essais sur prototype .....	117
4.8. Conclusion .....	121

## **Chapitre 5 : CORRECTION DU FACTEUR DE PUISSANCE PAR ADOPTION D'UN ÉTAGE DE CONVERSION CC-CA À TOPOLOGIE MULTINIVEAU**

5.1. Introduction .....	123
5.2. Commande MDI appliquée à un système multiconvertisseur multicharge (MuC <sub>G</sub> ) .....	124
5.2.1. Définition du système multiconvertisseur multicharge .....	124
5.2.2. Heuristique de la correction du facteur de puissance.....	125
5.2.3. Modélisation mathématique du fonctionnement .....	129
5.2.4. Validation par simulation.....	133
5.2.5. Caractère multiniveau d'un MuC <sub>G</sub> .....	137
5.3. Commande MDI appliquée à un système multiconvertisseur monocharge (MoC <sub>G</sub> ) .....	138
5.3.1. Conversion du système multicharge en monocharge.....	138
5.3.2. Établissement d'une équivalence avec un système bicharge (MuC <sub>2</sub> ) .....	141
5.3.3. Modélisation mathématique du fonctionnement.....	149
5.3.4. Validation par simulation et caractère multiniveau .....	153
5.3.5. Réalisation et expérimentation .....	158
5.4. Conclusion .....	168

## **Chapitre 6 : CONVERTISSEUR AVEC REDRESSEUR DE TÊTE TRIPHASÉ : TRANSPOSITION DES MÉTHODES**

6.1. Introduction .....	169
6.2. Modélisation sans a priori et commande .....	170
6.2.1. Analyse de fonctionnement .....	170
6.2.2. Stratégies d'optimisation et lois de commande .....	175
6.3. Modélisation simplifiée et commande .....	179
6.3.1. Forme simplifiée du courant absorbé .....	179
6.3.2. Loi de commande de type MFPP <sup>dp1</sup> .....	183
6.3.3. Loi de commande de séparation des distorsions .....	186
6.4. Adoption d'une structure multiniveau pour l'étage cc-ca .....	201
6.4.1. Convertisseur considéré et structure équivalente .....	201
6.4.2. Modélisation .....	203
6.4.3. Validation par simulation .....	210
6.4.4. Mise en œuvre et expérimentation .....	214
6.5. Conclusion .....	217

## **Chapitre 7 : CONCLUSION GÉNÉRALE**

7.1. Synthèse des travaux .....	219
7.2. Suite des travaux .....	222
7.2.1. MDI du point de vue électrothermique .....	222
7.2.2. MDI appliquée à des onduleurs de courant .....	223

<b>RÉFÉRENCES</b> .....	224
-------------------------	-----

<b>Annexe A : Mise en équation détaillée – Cas d'un convertisseur MDI avec redresseur de tête monophasé</b> .....	230
<b>Annexe B : Dénombrement des motifs</b> .....	250
<b>Annexe C : Schémas électriques des différents modules du circuit électronique de commande</b> .....	260
<b>Annexe D : Mise en équation détaillée – Cas d'un convertisseur MDI avec redresseur de tête triphasé</b> .....	264

<b>Annexe E :</b>	<b>Calcul des spectres harmoniques des courants tirés dans le cadre de la modélisation simplifiée – Cas avec redresseur de tête triphasé .....</b>	<b>280</b>
<b>Annexe F :</b>	<b>Compléments de calcul des spectres harmoniques dans le cadre de la loi de séparation des distorsions : calcul des <math>SIG_q</math> .....</b>	<b>287</b>



## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Schéma directeur de la méthodologie .....	8
Figure 2.1. Illustration du principe de la commande MDI .....	15
Figure 2.2. Allures de la tension et du courant dans la charge .....	16
Figure 2.3. Convertisseur ca-ca considéré par l'équipe de l'université d'Okayama .....	17
Figure 2.4. Allures des courants en différents points de la chaîne de conversion considérée par l'équipe de l'université d'Okayama .....	18
Figure 2.5. Schéma synoptique du circuit de commande proposé dans [Fujita H. & Akagi '96] .....	18
Figure 2.6. Assimilation du courant de la charge à une onde modulée en amplitude .....	20
Figure 2.7. Passage de la MDI régulière à la MDI irrégulière .....	21
Figure 2.8. Convertisseur ca-ca considéré par l'équipe du CENIDET .....	21
Figure 2.9. Allures des courants en différents points de la chaîne de conversion considérée par l'équipe du CENIDET .....	22
Figure 2.10. Générateur de MDI irrégulière proposé dans [Calleja H. & Ordonez, R. '99b] .....	23
Figure 2.11. Passage de la commande MDI à une commande hybride MDI-MLI .....	24
Figure 2.12. Convertisseur de la solution OFV .....	24
Figure 2.13. Commande de la puissance dans le cas de la solution OFV .....	26
Figure 2.14. Tensions et courants aux niveaux de la sortie et l'entrée d'un onduleur à décalage .....	27
Figure 2.15. Puissance et fréquence en fonction de l'angle de décalage avec annulation du courant de retour .....	28
Figure 2.16. Convertisseur de la solution MDI .....	28
Figure 2.17. Convertisseurs des solutions OFV et OFDV .....	30
Figure 2.18. Modules des impédances des condensateurs $C_{BF}$ et $C_{HF}$ en fonction de la fréquence .....	31
Figure 2.19. Comparaison des facteurs de puissances des solutions MDI, OFV et OFDV .....	31
Figure 2.20. Pertes dans les condensateurs .....	32
Figure 2.21. Exemples d'oscillogrammes de l'interrupteur en saturation directe et inverse .....	34
Figure 2.22. Cellule de mesure de la tension de saturation .....	34

Figure 2.23. Caractérisation de l'interrupteur en saturation directe et inverse .....	35
Figure 2.24. Pertes par conduction dans l'ensemble des interrupteurs .....	35
Figure 2.25. Exemples d'oscillogrammes à l'ouverture de l'interrupteur .....	36
Figure 2.26. Circuit et valeurs des éléments de l'interface de commande .....	37
Figure 2.27. Caractérisation de l'interrupteur à l'ouverture .....	37
Figure 2.28. Pertes à l'ouverture dans l'ensemble des interrupteurs .....	38
Figure 2.29. Comparaison des rendements partiels de la solution MDI et des autres solutions ..	38
Figure 2.30. Profils et dimensions des radiateurs retenus .....	40
Figure 2.31. Tailles des éléments épargnés par rapport à celle d'un onduleur MDI .....	41
Figure 2.32. Spectres du courant à l'entrée de l'onduleur .....	42
Figure 2.33. Allongement des séquences en MDI irrégulière .....	44
Figure 2.34. Allongement des séquences en MDI régulière .....	44
Figure 2.35. Illustration de l'hypothèse de l'invariance de la tension redressée à l'échelle d'une séquence MDI – cas d'un rapport cyclique unitaire .....	46
Figure 2.36. Ondulation relative maximale par séquence MDI négligée par l'hypothèse de l'invariance de la tension .....	47
Figure 2.37. Courant dans la charge lors de la 3 <sup>ème</sup> séquence avec et sans considération de l'hypothèse de l'invariance de la tension; Cas $F_{rs} = 53$ kHz, $d_{MDI} = 32$ et $D_{MDI} = 1$ ..	47
Figure 2.38. Évolution du facteur de puissance dans le cas de MDI régulière et à fréquence élevée	49
Figure 2.39. Évolution du facteur de puissance dans le cas de fréquence moins élevée (53 kHz)	50
Figure 3.1. Convertisseur ca-ca MDI avec redresseur de tête monophasé .....	54
Figure 3.2. Définition du motif MDI et de son rôle dans la génération des commandes des interrupteurs .....	56
Figure 3.3. Synthèse et validation de la loi de commande à un trou .....	67
Figure 3.4. Synthèse et validation de la loi de commande à 3 trous .....	68
Figure 3.5. Synthèse et validation de la loi de commande à 7 trous .....	68
Figure 3.6. Synthèse et validation de la loi de commande à 11 trous .....	69
Figure 3.7. Comparaison des courants théorique et simulé tiré par le convertisseur à $p_d = 1$ p.u.	69
Figure 3.8. Comparaison des courants théorique et simulé tiré par le convertisseur à $p_d = 0.5$ p.u. et motif à 3 trous .....	70

Figure 3.9. Comparaison des courants théorique et simulé tiré par le convertisseur à $p_d = 0.5$ p.u. et motif à 9 trous .....	70
Figure 3.10. Comparaison des courants théorique et simulé tiré par le convertisseur à $p_d = 0.5$ p.u. et motif à 15 trous .....	71
Figure 3.11. Modèle simulé du convertisseur avec motif MDI calculé au préalable .....	72
Figure 3.12. Spectres harmoniques du courant tirés– Cas de motifs MDI calculés au préalable .....	72
Figure 3.13. Facteur de puissance vs puissance transmise, cas de MDI calculée .....	73
Figure 3.14. Emplacement du filtre passe bas à l'entrée du convertisseur .....	75
Figure 3.15. Représentation en termes de sources de courant .....	75
Figure 3.16. Modèle équivalent vu par l'alimentation alternative après atténuation de la distorsion par le filtre .....	76
Figure 3.17. Facteurs de puissance après filtrage .....	78
Figure 3.18. Courant tiré après filtrage .....	78
Figure 3.19. Évolution du facteur de puissance dans la deuxième démarche et $q = 19$ .....	79
Figure 3.20. Comparaison entre les réactions théorique et simulée sur l'alimentation .....	81
Figure 3.21. Courants tirés théorique et simulé à $p_d = 0.8$ p.u., déplacement en avance .....	81
Figure 3.22. Courants tirés théorique et simulé à $p_d = 0.2$ p.u., déplacement en arrière .....	82
Figure 3.23. Déplacement du condensateur du filtre à la sortie du redresseur .....	82
Figure 4.1. Prédominances des termes indépendant et dépendants de l'amortissement dans le fondamental – Cas $\xi = 1.6$ % et $p_d = 0.7$ p.u. ....	87
Figure 4.2. Prédominances des termes indépendant et dépendants de l'amortissement dans l'harmonique résiduel de plus faible rang – Cas $\xi = 1.6$ % et $p_d = 0.7$ p.u. ....	87
Figure 4.3. Prédominances des termes indépendant et dépendants de l'amortissement dans le fondamental – Cas $\xi = 1.6$ % et $p_d = 0.3$ p.u. ....	88
Figure 4.4. Prédominances des termes indépendant et dépendants de l'amortissement dans l'harmonique résiduel de plus faible rang – Cas $\xi = 1.6$ % et $p_d = 0.3$ p.u. ....	88
Figure 4.5. Génération des motifs MDI par comparaison .....	93
Figure 4.6. Circuit générateur des motifs MDI .....	94
Figure 4.7. Modèle simulé du convertisseur avec motif MDI généré par comparaison .....	94
Figure 4.8. Spectres du courant tiré d'après le modèle théorique simplifié - Cas de 15 trous .....	95

Figure 4.9. Spectres du courant tiré d'après la simulation du convertisseur avec génération des motifs par comparaison - Cas de 15 trous .....	95
Figure 4.10. Spectres du courant tiré d'après le modèle théorique simplifié - Cas de 25 trous ...	96
Figure 4.11. Spectres du courant tiré d'après la simulation du convertisseur avec génération des motifs par comparaison - Cas de 25 trous .....	96
Figure 4.12. Comparaison des puissances transmises en théorie et en simulation .....	97
Figure 4.13. Comparaison des facteurs de puissance théoriques et simulés .....	97
Figure 4.14. Influences du nombre de trous et de l'amortissement et la fréquence de résonance de la charge sur la précision du modèle simplifié .....	98
Figure 4.15. Courants principal et secondaires; Cas peu précis : $\xi = 1\%$ , $F_{rs} = 150$ kHz, $q = 41$ et $p_d = 0.5$ p.u. ....	100
Figure 4.16. Courants principal et secondaires; Cas très précis : $\xi = 6\%$ , $F_{rs} = 150$ kHz, $q = 11$ et $p_d = 0.5$ p.u. ....	100
Figure 4.17. Nombre maximal de trous par motif garantissant la précision du modèle simplifié en fonction des caractéristiques de la charge .....	103
Figure 4.18. Schéma bloc du circuit de commande .....	105
Figure 4.19. Synoptique de la fonction de relaxation .....	105
Figure 4.20. Synoptique de la fonction de génération de la porteuse .....	106
Figure 4.21. Synoptique de la fonction de génération des motifs .....	106
Figure 4.22. Séquence de relaxation et adaptation - synchronisation entre la porteuse et l'alimentation alternative .....	107
Figure 4.23. Adaptation et synchronisation entre la charge et l'alimentation alternative .....	108
Figure 4.24. Adaptation et synchronisation des trous à la fréquence de résonance .....	108
Figure 4.25. Allures de la tension et du courant dans le transformateur .....	109
Figure 4.26. Photographie du transformateur 1330 VA – 120 kHz .....	116
Figure 4.27. Tension et courant à l'échelle de la fréquence de commutation de l'onduleur ....	116
Figure 4.28. Photographie du prototype 1270 W – 110 kHz .....	117
Figure 4.29. Courant tiré par le convertisseur à pleine puissance .....	118
Figure 4.30. Courant tiré par le convertisseur à 60 % de la pleine puissance .....	119
Figure 4.31. Spectre harmonique théorique à $p_d = 0,6$ p.u. ....	120
Figure 4.32. Spectre harmonique simulé à $p_d = 0,6$ p.u. ....	120

Figure 4.33. Spectre harmonique expérimental à $p_d = 0,6$ p.u. ....	121
Figure 4.34. Puissance transmise et facteur de puissance en fonction de la puissance désirée .	121
Figure 5.1. Structure du système $MuC_G$ considéré et notations .....	125
Figure 5.2. Illustration du principe de la compensation de la distorsion harmonique par décalage des porteuses, cas $G = 2$ .....	128
Figure 5.3. Porteuses à utiliser dans un système $MuC_G$ avec $G = 4$ .....	129
Figure 5.4. Facteurs de puissance théoriques et simulés dans un système $MuC_G$ .....	134
Figure 5.5. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un système multiconvertisseur multicharge $MuC_G$ à puissance désirée par charge de 65 % ....	135
Figure 5.6. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un système multiconvertisseur multicharge $MuC_G$ à puissance désirée par charge de 30 % ....	136
Figure 5.7. Exemple de courant qui coïncide avec un niveau sinusoïdal .....	138
Figure 5.8. Exemple de courant qui oscille entre deux niveaux sinusoïdaux .....	138
Figure 5.9. Système multiconvertisseur monocharge $MoC_G$ avec isolement des entrées .....	139
Figure 5.10. Système multiconvertisseur monocharge $MoC_G$ avec isolement des sorties .....	140
Figure 5.11. Fonctionnements équivalents $MoC_2$ avec $0 < e_c < 1/2$ – $MuC_2$ .....	142
Figure 5.12. Convertisseur équivalent à $MoC_2$ quand $0 < e_c < 1/2$ .....	142
Figure 5.13. Fonctionnements équivalents $MoC_2$ avec $1/2 < e_c < 1$ – $MuC_2$ .....	143
Figure 5.14. Fonctionnements équivalents $MoC_3$ avec $1/3 < e_c < 2/3$ – $MuC_2$ .....	144
Figure 5.15. Définition de la durée angulaire du fonctionnement en mode normal .....	145
Figure 5.16. Transformation intermédiaire d'un $MoC_G$ .....	147
Figure 5.17. Système équivalent E- $MuC_2$ d'un $MoC_G$ quand $(g-1)/G < e_c < g/G$ .....	149
Figure 5.18. Largeur des trous des motifs des convertisseurs $Conv_A$ et $Conv_B$ .....	151
Figure 5.19. Transfert de puissance dans un système $MoC_G$ .....	154
Figure 5.20. Facteur de puissance dans un système $MoC_G$ .....	154
Figure 5.21. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un $MoC_G$ avec $G = 2$ , 3 et 4 à puissance transmise de 20 % de la puissance maximale du $MoC_G$ .....	155
Figure 5.22. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un $MoC_G$ avec $G = 2$ , 3 et 4 à puissance transmise de 75 % de la puissance maximale du $MoC_G$ .....	156
Figure 5.23. Caractère multiniveau des courants tirés par un $MoC_G$ , cas $G = 3$ .....	157
Figure 5.24. Vue générale sur le prototype 1800 W – 110 kHz du $MoC_2$ .....	158

Figure 5.25. Vues des différentes composantes du prototype du MoC <sub>2</sub> .....	159
Figure 5.26. Illustration des porteuses d'un MoC <sub>2</sub> .....	160
Figure 5.27. Tension et courant appliqués à la charge par MoC <sub>2</sub> à pleine puissance .....	160
Figure 5.28. Variation du nombre d'onduleurs en mode normal dans un MoC <sub>2</sub> .....	161
Figure 5.29. Courant débité par un MoC <sub>2</sub> , cas de tension de commande de plus de 1/2 .....	162
Figure 5.30. Courants tirés par un MoC <sub>2</sub> à $e_c = 10/10$ et $e_c = 5/10$ .....	163
Figure 5.31. Courants tirés par un MoC <sub>2</sub> à $e_c = 7,5/10$ et $e_c = 2,5/10$ .....	164
Figure 5.32. Illustration de la réaction du MoC <sub>2</sub> sur la tension d'alimentation .....	165
Figure 5.33. Taux de distorsion de la tension en fonction de la puissance transmise par MoC <sub>2</sub> .....	166
Figure 5.34. Spectres harmoniques théoriques et expérimentaux du courant tiré par un MoC <sub>2</sub> à $e_c$ = 0,35 et $e_c = 0,70$ (p.u.) (la référence de $e_c$ est la valeur crête des porteuses) .....	167
Figure 5.35. Transfert de puissance dans un MoC <sub>2</sub> .....	167
Figure 5.36. Facteur de puissance dans un MoC <sub>2</sub> .....	167
Figure 6.1. Convertisseur ca-ca MDI avec redresseur de tête triphasé .....	170
Figure 6.2. Définition des différentes tensions et des variables temps continu et discret .....	172
Figure 6.3. Synthèse de la loi de commande d'élimination sélective avec deux trous (Élimination de l'harmonique 5) .....	177
Figure 6.4. Synthèse de la loi de commande d'élimination sélective avec trois trous (Élimination de l'harmonique 5 et limitation de l'harmonique 7 à 12 % du fondamental) .....	178
Figure 6.5. Illustration des hypothèses simplificatrices, cas d'un motif avec un trou .....	180
Figure 6.6. Reconstitution du courant tiré à partir du motif MDI .....	181
Figure 6.7. Motif MDI vs puissance transmise dans des lois de commande de type MFPP <sup>dp1</sup> ..	184
Figure 6.8. Loi de commande MFPP <sup>dp1</sup> avec un trou .....	185
Figure 6.9. Spectres des courants tirés à 0.3 p.u. : exemple de congestion basse fréquence .....	186
Figure 6.10. $SIG_q$ en fonction de l'ordre des harmoniques .....	188
Figure 6.11. Facteurs de puissance d'après les lois de commande MFPP <sup>dp1</sup> et de séparation des distorsions .....	190
Figure 6.12. Nombre maximal de trous par motif garantissant la précision du modèle simplifié en fonction des caractéristiques de la charge.– Cas de redresseur de tête triphasé .....	191
Figure 6.13. Schéma électrique du module de relaxation – Cas d'un redresseur de tête triphasé	193
Figure 6.14. Photographie du module de relaxation adapté au cas triphasé .....	194

Figure 6.15. Oscillographe des principaux signaux du circuit de commande adapté au cas triphasé	194
Figure 6.16. Courant tiré par le convertisseur à pleine puissance .....	195
Figure 6.17. Courant tiré par le convertisseur à une puissance de 0.5 p.u., cas 5 trous/motif ...	196
Figure 6.18. Courant tiré par le convertisseur à une puissance de 0.5 p.u., cas 6 trous/motif ...	196
Figure 6.19. Comparaison des spectres harmoniques théoriques, simulés et expérimentaux du courant tiré par le convertisseur - Cas des motifs à 5 trous .....	198
Figure 6.20. Comparaison des spectres harmoniques théoriques, simulés et expérimentaux du courant tiré par le convertisseur - Cas des motifs à 6 trous .....	199
Figure 6.21. Comparaison des facteurs de puissance théoriques, simulés et expérimentaux ...	200
Figure 6.22. Transfert de puissance en théorie, en simulation et en pratique .....	201
Figure 6.23. Système multiconvertisseur monocharge avec redresseur triphasé (3ph-MoC <sub>G</sub> ) ..	202
Figure 6.24. Système biconvertisseur équivalent adapté au cas du redresseur triphasé .....	203
Figure 6.25. Porteuses et motifs dans un système biconvertisseur équivalent à un multiconvertisseur avec $G = 3$ et $q = 1$ .....	204
Figure 6.26. Largeur des trous et des créneaux des motifs des convertisseurs $Conv_A$ et $Conv_B$	207
Figure 6. 27. Transfert de puissance dans un système multiconvertisseur .....	211
Figure 6.28. Facteur de puissance dans un système multiconvertisseur .....	211
Figure 6.29. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un 3ph-MoC <sub>G</sub> avec $G$ $= 2, 3$ et $4$ à puissance transmise de 20 % de la puissance maximale .....	212
Figure 6.30. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un 3ph-MoC <sub>G</sub> avec $G$ $= 2, 3$ et $4$ à puissance transmise de 80 % de la puissance maximale du MoC <sub>G</sub> ...	213
Figure 6.31. Tension et courant dans la charge – Écart entre les fréquences de commutation et de résonance .....	214
Figure 6.32. Aspects saillants du fonctionnement d'un 3ph-MoC <sub>2</sub> .....	215
Figure 6.33. Illustration de l'effet du filtre non intentionnel sur le courant tiré, Cas $e_c = 0.7$ ...	216
Figure 6.34. Spectres harmoniques théoriques et expérimentaux du courant tiré .....	216
Figure 6.35. Facteur de puissance dans un 3ph-MoC <sub>2</sub> .....	217
Figure 6.36. Transfert de puissance dans un 3ph-MoC <sub>2</sub> .....	217

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1. Nombre de motifs possibles en fonction du nombre de trous et de la fréquence de résonance .....	63
Tableau 3.2. Nombre de motifs avec des trous extrêmement larges .....	65
Tableau 3.3. Nombre de motifs avec des trous extrêmement réduits .....	65
Tableau 3.4. Éléments du filtre en fonction du nombre de trous et du facteur de puissance désiré à $p = 1$ p.u. ....	77
Tableau 3.5. Éléments du filtre en fonction du nombre de trous et de la puissance d'inflexion .	80
Tableau 4.1. Facteur de correction de la densité volumique des pertes fer .....	112
Tableau 5.1. Ordre de succession des séquences des créneaux .....	148
Tableau 6.1. Caractérisation de la distorsion due au redresseur triphasé .....	175
Tableau 6.2. Nombre de motifs sans a priori et symétriques – Cas $N_p = 420$ .....	183



# LISTE DES NOTATIONS

## ACRONYMES

3ph-MoC <sub>G</sub> :	Système multiconvertisseur monocharge avec redresseur triphasé;
$\Delta I_{CP}$ :	largeur de l'impulsion du courant principal;
BF :	Basse fréquence;
BTU :	British thermal unit ( approximativement 1055 Joule);
CENIDET :	Centro nacional de investigación y desarrollo tecnológico;
DAMN :	Durée angulaire du fonctionnement en mode normal;
E-MuC <sub>2</sub> :	Système équivalent biconvertisseur bicharge;
FDp :	Facteur de déplacement;
FDs :	Facteur de distorsion;
FP :	Facteur de puissance;
FP <sup>dp1</sup> :	Facteur de puissance avec facteur de déplacement unitaire;
FMN :	Fonctionnement en mode normal;
FRL :	Fonctionnement en roue libre;
HF :	Haute fréquence;
HITC :	Hypothèse de l'invariance de la tension d'alimentation de l'onduleur durant un cycle de résonance;
HITS :	Hypothèse de l'invariance de la tension d'alimentation de l'onduleur durant une séquence MDI;
MDI :	Modulation de la densité d'impulsions;
MFDP:	Meilleur facteur de distorsion possible;
MFPP :	Meilleur facteur de puissance possible;
MLI :	Modulation de la largeur d'impulsions;
MoC <sub>G</sub> :	Système multiconvertisseur monocharge;
MuC <sub>G</sub> :	Système multiconvertisseur multicharge;
OFDV :	Onduleur à fréquence et décalage variables;
OFV :	Onduleur à fréquence variable;

## SYMBOLES

$\Delta l$ :	largeur des créneaux, quand ils sont tous supposés être de même largeur;
$\Delta n$ :	largeur des trous, quand ils sont tous supposés être de même largeur;
$\tau$ :	constante de temps d'établissement du régime périodique du courant dans une charge RLC ( $= 2L/R$ );
$\xi$ :	Coefficient d'amortissement d'une charge RLC ( $= R/2\sqrt{C/L}$ );
$\omega_{ca}$ :	pulsation de l'alimentation alternative;
$C$ :	Condensateur de la charge résonnante;
$C_{HF}$ :	Condensateur de découplage haute fréquence;
$C_{BF}$ :	Condensateur de lissage basse fréquence;
$C_f$ :	Condensateur d'un filtre LC passe bas;
$D_{MDI}$ :	Rapport cyclique d'une séquence MDI;
$d_{MDI}$ :	Longueur d'une séquence MDI;
$E$ :	Tension d'alimentation de l'onduleur, quand cette tension est supposée constante;
$e_c$ :	Tension de commande d'un convertisseur MDI;
$F_{ca}$ :	Fréquence de l'alimentation alternative ( $= 60$ Hz);
$F_{co}$ :	Fréquence de commutation de l'onduleur;
$F_{por}$ :	Fréquence des porteuses;
$F_{rs}$ :	Fréquence de résonance;
$f$ :	Fréquence réduite ( $= F_{rs}/F_{co}$ );
$G$ :	Nombre d'onduleurs dans un MuC <sub>G</sub> ou dans un MoC <sub>G</sub> ;
$g$ :	Entier naturel pouvant être égal à 1, 2, ..., $G$ ;
$i_e$ :	Courant tiré de l'alimentation alternative par un convertisseur à entrée monophasée;
$i_{e,i}$ :	Courant tiré de la phase $i$ ( $= 1, 2$ ou $3$ ) de l'alimentation alternative par un convertisseur à entrée triphasée;
$i_{red,s}$ :	Courant à la sortie du redresseur;
$i_{red,e}$ :	Courant à l'entrée du redresseur, quand il est différent du courant à l'entrée du convertisseur;
$i_{ond,e}$ :	Courant à l'entrée de l'onduleur;

$i_{ch}$ :	Courant dans la charge;
$k$ :	Entier naturel servant pour numérotter les trous d'un motif MDI ( $= 1, 2, \dots, q$ );
$L$ :	Inductance de la charge résonnante;
$L_c$ :	Inductance de connexion (valeur extrêmement faible);
$L_f$ :	Inductance d'un filtre LC passe bas;
$m$ :	Entier naturel représentant le rang d'un harmonique;
$m_{tr}$ :	Rapport du transformateur d'adaptation de l'impédance de la charge;
$N_{mp}$ :	Longueur maximale d'une séquence MDI dans le cas d'un redresseur de tête monophasé;
$N_{tp}$ :	Longueur maximale d'une séquence MDI dans le cas d'un redresseur de tête triphasé;
$N-Sin_g$ :	Sinusoïde qui correspond au niveau $g$ dans un MuC <sub>G</sub> ou un MoC <sub>G</sub> ;
$n$ :	Variable temps discret (échantillonnage à la fréquence de résonance de la charge);
$n_{C,k}$ :	Centre du $k^{ème}$ trou (ou créneau);
$n_{lk}$ :	Borne inférieure du $k^{ème}$ trou;
$n_{Sk}$ :	Borne supérieure du $k^{ème}$ trou;
$p_d$ :	Puissance transmise rapportée à la puissance maximale du convertisseur;
$q$ :	Nombre de trous par motif MDI;
$Q$ :	Facteur de qualité de la charge RLC ( $= \sqrt{L/C}/R$ );
$R$ :	Résistance de la charge résonnante;
$T_{MDI}$ :	Durée d'une séquence MDI;
$T_{rs}$ :	Période de résonance;
$T_{ca}$ :	Période de la tension (ou des tensions) alternative d'alimentation;
$t$ :	Variable temps continu ;
$u$ :	Tension redressée (aussi, tension d'alimentation des onduleurs);
$\hat{U}_{ca}$ :	Amplitude de la tension composée d'alimentation des convertisseurs;
$\hat{V}_{ca}$ :	Amplitude de la tension alternative simple d'alimentation des convertisseurs;
$v_{ca}$ :	Tension alternative simple d'alimentation des convertisseurs;
$v_{ca,i}$ :	Tension de la phase $i$ ( $= 1, 2$ ou $3$ ) de l'alimentation alternative;
$v_{ch}$ :	Tension aux bornes de la charge RLC;
$v_C$ :	Tension aux bornes du condensateur de la charge résonnante;

## CONSTANTES INTERMÉDIAIRES

$$a = 1 - \frac{\pi \cdot \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

$$A = 1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} = 1.8270$$

$$A_0 = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \left( (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right) m_{ir}^2 \hat{V}_{ca}$$

$$C_0 = -2\log(a) \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) \hat{V}_{ca}$$

## FONCTIONS INTERMÉDIAIRES

$$\varphi_m = \arctg \left( -\frac{\pi \cdot m}{2 \cdot N_{mp} \cdot \log(a)} \right)$$

$$\psi_m = \arctg \left( \frac{2 \cdot N_{mp} \cdot \log(a)}{\pi \cdot m} \right)$$

$$\gamma_m = \arctg \left( -\frac{\pi \cdot m}{6 \cdot N_{ip} \cdot \log(a)} \right)$$

$$\lambda_m = \arctg \left( \frac{6 \cdot N_{ip} \cdot \log(a)}{\pi \cdot m} \right)$$

$$A(x, y) = \hat{V}_{ca} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) \sin \left( \pi \frac{y}{N_{mp}} \right) - \frac{a^{2(y-x)}}{-2\log(a)} \sin \left( \pi \frac{x}{N_{mp}} \right) \right]$$

$$B(x, y) = \hat{U}_{ca} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) \cos \left( \frac{\pi}{3} \frac{y}{N_{ip}} \right) - \frac{a^{2(y-x)}}{-2\log(a)} \cos \left( \frac{\pi}{3} \frac{x}{N_{ip}} \right) \right]$$

$$D(m) = \sqrt{1 + \left( \frac{\pi \cdot m}{-2 \cdot N_{mp} \cdot \log(a)} \right)^2}$$

$$E(m) = \sqrt{1 + \left( \frac{\pi \cdot m}{-6 \cdot N_{ip} \cdot \log(a)} \right)^2}$$

## Chapitre 1

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

## 1.1 CONTEXTE DU PROJET DE RECHERCHE

Dans le rapport du sommet mondial pour le développement durable, tenu sous l'égide des Nations Unies à Johannesburg en 2002, l'accès à l'énergie, au même titre que celui à l'eau potable, est considéré comme un moyen pour l'éradication de la pauvreté [ONU '02]. Dans le même rapport, le développement de l'électrification rurale, la décentralisation des systèmes énergétiques et l'augmentation de l'utilisation des énergies renouvelables, entre autres, sont explicitement indiqués pour améliorer l'accès aux services énergétiques. On peut aisément comprendre que dans ce paysage énergétique, l'énergie électrique occupe une position de premier choix en tant qu'une forme d'énergie tampon permettant d'interfacer des sources d'énergie et des charges de natures très diverses. Cette position sera encore confortée dans les prochaines décades. En effet, les consommations mondiales en énergie (toutes origines et toutes formes comprises) et en électricité, évaluées en 2002 à  $412000 \cdot 10^6$  BTU et  $14,275 \cdot 10^6$  kWh, seront, d'après les prévisions, de  $645000 \cdot 10^6$  BTU et  $26,018 \cdot 10^6$  kWh en 2025 [EIA '05]. En terme de taux de croissance, les consommations mondiales en énergie, en général, et de l'énergie électrique, en particulier, augmenteront dans les vingt prochaines années respectivement de 56 % et 82 %.

L'énergie électrique a tout de même une particularité. Elle est produite, transportée et consommée sous des formes très disparates. Elle est donc nécessairement associée à des processus de conversion. À l'état actuel des choses, l'énergie électrique est devenue quasiment indissociable de l'électronique de puissance. Car, plus qu'un moyen performant de conversion, l'électronique de puissance, présente aux stades de la production, du transport, de la distribution et de la consommation de l'énergie électrique, est un vecteur de rationalisation, de flexibilité et de valorisation de l'électricité. Dans le domaine de la production de l'électricité à partir des énergies renouvelables, l'électronique de puissance est porteuse de solutions aux problèmes de rendement de la conversion énergétique, de fluctuation de l'énergie d'origine (primaire) et d'interconnexion [Blaabjerg F. et al. '04]. Dans le domaine du transport de l'énergie électrique, les convertisseurs de l'électronique de puissance permettent d'optimiser les capacités et les rendements des infrastructures de transport (FACT et HVDC) [Povh D. '00] [Kirschner L. et al. '05] [Zhang X.-P. et al. '05]. Pour illustrer l'apport de l'électronique de puissance en matière d'économie et de valorisation de l'énergie électrique, nous citons deux cas de figure. Dans le secteur d'automobile, le rendement énergétique d'un moteur thermique est de 14.4 % alors que celui d'un système électrique (Chargeur - Batterie - variateur de vitesse - moteur électrique) est de 72 % [Bose B. K. '00]. Aux USA, l'équipement des moteurs d'entraînement des pompes et des compresseurs par des variateurs de vitesse permettrait de réduire leur consommation en énergie électrique de 20 %, soit une économie de 100 Milliard kWh/an [Mohan N. '03]. L'augmentation de la consommation et la diversification des modes de production et d'utilisation de l'énergie électrique sont des gages d'expansion quantitative et qualitative, dictée par la contrainte de l'économie d'énergie, des applications de l'électronique de puissance. En plus des secteurs considérés comme traditionnels tels que l'alimentation en courant continu des équipements électroniques et le contrôle des moteurs électriques, la production de l'électricité à partir des énergies renouvelables, la restructuration et la gestion de ses réseaux de distribution et le transport routier (Véhicules, bornes d'alimentation et voiries) viendront étoffer le spectre des applications de l'électronique de puissance.

Les prévisions d'évolution du marché des divers secteurs d'applications de l'électronique de puissance, de 2003 à 2008, font ressortir une corrélation entre la taille du marché et son taux de croissance : Le taux de croissance décroît avec la taille du marché [Shepard J. D. '04]. En effet, les taux de croissance des ventes des convertisseurs ca-cc pour alimentation des LED de voiries

et des onduleurs pour panneaux photovoltaïques, deux secteurs émergents, sont respectivement de 14 et 10 % par an, alors que ces secteurs pesaient en 2003 environ 100 et 300 millions de dollars US, tandis que la taille du secteur des alimentations des ordinateurs, secteur traditionnel, passera de 1300 millions en 2003 à 1200 millions de dollars US en 2008, soit un taux de croissance négatif de 1.3 % par an [Shepard J. D. '04]. Le fait que l'émergence d'applications nouvelles soit justifiée par des considérations d'économie d'énergie et que les applications traditionnelles arrivent à maturité, met l'électronique de puissance sous la pression conjuguée des prix et des performances techniques. D'après les prévisions, la taille, le coût et la durée de vie des alimentations en courant continu doivent être améliorés entre 2002 et 2007, respectivement, dans des rapports de 5, 1/5 et 3 [Mullett C. E. '04]. Il faut aussi garder à l'esprit que l'électronique de puissance, comme d'ailleurs toute l'industrie électronique et électrotechnique, est tenue de respecter des normes écologiques. Des directives européennes (WEEE, *Waste electrical and electronical equipments*, et RoHS, *Restriction of use certain Hazardous Substances*), entrées en vigueur en février 2003 et juillet 2006, réglementent l'usage et le recyclage de certains produits utilisés dans la fabrication des composants de l'électronique de puissance [Stevels A. & Huisman J. '03] [Panfeng C. '05]. Comment donc l'électronique de puissance peut-elle relever un tel défi multi-facettes (Contraintes de prix – contraintes techniques – contraintes écologiques)? Les moyens pour relever ce défi ont été identifiés dans [Van Wyk J.D. & Lee F.C. '99]. On y trouve les avancées dans les technologies en amont de l'électronique de puissance (Technologies des semiconducteurs, des composants passifs, d'intégration, ....) mais aussi un nouveau paradigme.

Compter seulement sur les avancées des technologies en amont de l'électronique de puissance pour relever le défi, serait vu par les électroniciens de puissance comme hypothéquer l'avenir de l'électronique de puissance, d'autant plus que certaines technologies en amont, comme celle des semiconducteurs de puissance [Majumdar G. '04] [El Asser A. & Chow T.P. '02], sont en train de connaître un tournant. Les électroniciens de puissance se doivent d'aborder la conception des convertisseurs statiques en étant attentifs au prix, aux performances techniques, surtout à leur homogénéisation, et aux répercussions écologiques. Pour concrétiser cette vision de la conception des convertisseurs statiques, toutes les pistes et toutes les idées méritent d'être explorées et développées. C'est dans ce contexte général que ce projet de recherche a été initié en 2001.

## 1.2. PROBLÉMATIQUE SPECIFIQUE DU SUJET DE LA THÈSE

Appliquée jusqu'à présent aux onduleurs à résonance série, la Modulation de la Densité d'Impulsions (MDI) est porteuse des prémisses de concrétisation de cette vision souhaitée. La commande MDI se caractérise par un fonctionnement à deux échelles de temps. La première échelle de temps, imposée par la charge de l'onduleur, est dédiée à la création des conditions de commutation des interrupteurs aux zéro de tension et du courant. Il en découle un meilleur rendement, suite à l'annulation des pertes par commutation, une atténuation des perturbations électromagnétiques et la possibilité d'alimentation de l'onduleur par un redresseur sans filtre de lissage. La deuxième échelle de temps est dédiée aux contrôles de la puissance transmise à la charge et de la réaction du convertisseur sur sa source d'alimentation. Il en découle, quand l'onduleur est alimenté via un redresseur monophasé, un compromis avantageux entre la plage de variation de la puissance transmise et le facteur de puissance du convertisseur relié au réseau alternatif. Ainsi, il résulte de l'application de la commande MDI à un onduleur à résonance série un convertisseur ca-ca attractif à plus d'un titre. Les performances techniques sont de bonne facture. Les améliorations du rendement et du niveau du bruit électromagnétique sont des conséquences directes du mode de commutation (Commutations sans pertes et sans variations brusques de courant). L'augmentation de la puissance massique et/ou volumique, c.-à-d. la compacité, se justifie principalement par l'élimination du filtre de lissage et, accessoirement, par la réduction de la taille des radiateurs des interrupteurs de l'onduleur et/ou l'élimination de leurs condensateurs d'aide à la commutation. Le facteur de puissance du courant tiré par le redresseur monophasé de tête est unitaire quand le convertisseur fonctionne à sa pleine puissance. Il peut être maintenu au-dessus d'un seuil qui dépend de la largeur de la plage de variation de la puissance à partir de sa valeur maximale. Logiquement, le coût de ce convertisseur ca-ca est revu à la baisse car il permet de faire l'économie des pertes par commutation dans l'onduleur et de ses dissipateurs, des circuits d'aide à la commutation et du filtre de lissage du redresseur. Ce convertisseur apporte aussi une réponse adéquate aux attentes environnementales en évitant l'usage de composants dont la fabrication et le recyclage peuvent être préjudiciables pour l'environnement. Il s'agit en l'occurrence du condensateur électrolytique de lissage de la tension redressée.



De la rétrospective des travaux de recherche consacrés à l'application du contrôle MDI à une mise en cascade d'un redresseur monophasé à diodes et d'un onduleur à résonance série [Fujita H. & Akagi H. '96, '98, '99] [Fujita H. et al. '93, '97] [Calleja H. & Pacheco J., '00a, '00b] [Calleja H. & Ordonez, R., '98, '99a, '99b] [Ordonez, R., & Calleja, H. '98], deux enseignements peuvent être retenus. Le premier est relatif à des aspects liés au fonctionnement, au dimensionnement et à la mise en œuvre qui méritent de plus amples développements. L'analyse du fonctionnement est faite dans le cadre d'une hypothèse qui considère que l'onduleur est alimenté par une tension constante. Autrement dit, elle ne tient pas compte de l'élimination du filtre. En sus du questionnement sur l'étendue de la validité de cette hypothèse, les résultats de cette analyse se limitent à la détermination de la puissance transmise à la charge. Seule, donc, l'action en aval du convertisseur est prise en compte. L'action en amont, définissant la réaction du convertisseur sur la source d'alimentation, fait uniquement l'objet de considérations intuitives. Aucune détermination du facteur de puissance du convertisseur n'est proposée quand la puissance transmise s'écarte de sa valeur maximale, ni des indications de dimensionnement de son filtre de correction. Les solutions adoptées pour la mise en œuvre de la commande MDI font ressortir le caractère non linéaire et nettement discret de la variation de la puissance transmise. Le second enseignement est relatif à des aspects qui n'ont pas été abordés et qui peuvent avoir des apports non indéniables. Un de ces aspects est l'incidence de la commande MDI sur la conception et le dimensionnement des différents éléments du convertisseur. On pense tout particulièrement au transformateur d'adaptation de la charge. La correction du facteur de puissance par modification de la structure de l'étage cc-ca et le remplacement du redresseur monophasé par un redresseur triphasé, condition nécessaire pour pouvoir envisager des puissances élevées, en sont d'autres.

### 1.3. OBJECTIFS ET CONTRIBUTIONS ESCOMPTÉES

Les objectifs visés et les contributions escomptées découlent de la problématique soulevée ci-dessus. Les objectifs sont la suite logique des enseignements tirés de la rétrospective des travaux traitant de la MDI. Les contributions s'inscrivent donc sur le compte de l'évolution de la MDI. Elles constituent d'une part un approfondissement des connaissances actuelles et, d'autre part, de nouveaux développements relatifs à la mise en œuvre, au dimensionnement et

aux topologies des étages de conversion ca-cc et cc-ca susceptibles de valoriser davantage l'application de la commande MDI.

Dans le cadre d'un approfondissement des connaissances, nous proposons une analyse de fonctionnement qui diffère de celles proposées dans la littérature technique par sa rigueur et son étendue. Tout en considérant que l'onduleur est alimenté par un redresseur sans filtre de lissage, l'analyse proposée utilise la tension à la sortie de l'étage cc-ca pour remonter à la détermination de la série de Fourier du courant à l'entrée de l'étage ca-cc. Sachant que cette dernière contient de l'information sur les actions, en aval et en amont, définies respectivement par la puissance transmise à la charge et la distorsion harmonique du courant absorbé, l'analyse proposée permet alors d'établir les liens entre le contrôle MDI, la puissance transmise et le facteur de puissance du courant tiré par le convertisseur. Nous passons alors du stade de considérations intuitives sur le facteur de puissance et son filtre de correction à un stade de connaissances déterministes. Aussi, cette analyse est à l'origine de solutions adoptées pour la mise en œuvre qui font ressortir le caractère linéaire et quasi-continu de la variation de la puissance transmise.

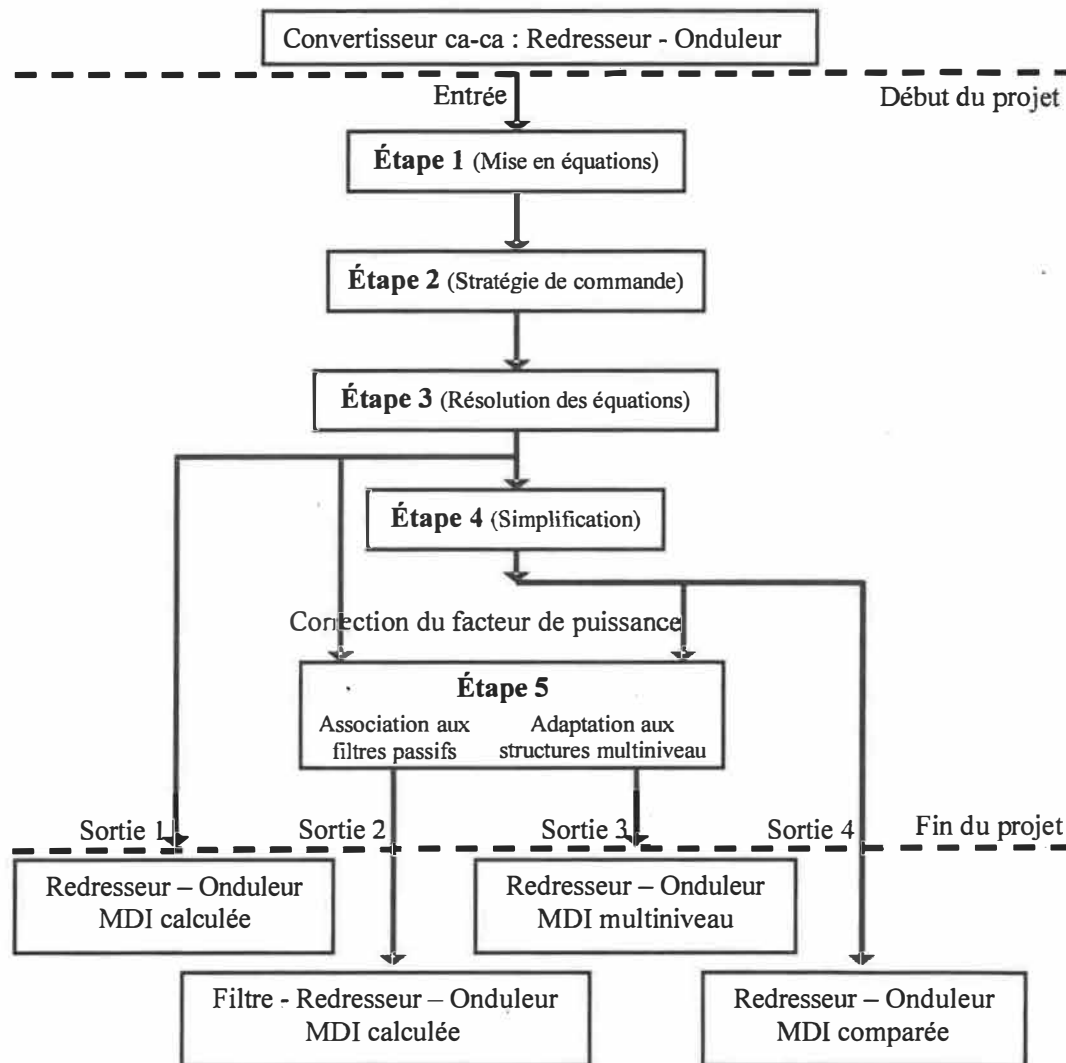
Dans le cadre des nouveaux développements, nous agissons dans trois sens : *i*) le sens de l'amélioration de la mise en œuvre et du dimensionnement du convertisseur, *ii*) le sens de la création d'une auto-correction du facteur de puissance et *iii*) le sens de l'extension de la gamme de puissance. Dans le sens de l'amélioration de la mise en œuvre et du dimensionnement, nous proposons principalement une adaptation de la procédure de dimensionnement des transformateurs haute fréquence aux particularités du fonctionnement en MDI, afin d'éviter le surdimensionnement du transformateur d'adaptation de la charge. Dans le sens de la création d'une auto-correction du facteur de puissance, nous concevons l'étage de la conversion cc-ca sur la base d'une topologie multiniveau avec élaboration d'un contrôle MDI spécifique. Dans le sens de l'extension de la gamme des puissances traitées, nous remplaçons le redresseur monophasé de tête par un redresseur triphasé et nous transposons l'ensemble des raisonnements et des résultats du cas d'entrée monophasé au cas d'entrée triphasée.

## 1.4. MÉTHODOLOGIE

La méthodologie retenue s'articule autour de trois idées principales :

- ✓ Première idée - Intégrer dès les premières phases de conception la réaction du convertisseur sur le réseau d'alimentation et ce en considérant la distorsion harmonique comme une grandeur à régler au même titre que les grandeurs électriques appliquées à la charge. Les convertisseurs projetés seront alors capables d'agir en aval et en amont, en contrôlant respectivement la puissance transmise à la charge et la qualité du courant tiré de la source. Ces convertisseurs feront autant que possible de l'auto dépollution. C'est une manière pour assurer un certain équilibre entre les performances en amont et en aval.
- ✓ Deuxième idée - Faire commuter les interrupteurs semi-conducteurs dans des conditions optimales (commutations au zéro de courant ou au zéro de tension). Ceci annule les pertes par commutation dans le convertisseur et permet d'éliminer certains composants (CALC, diodes, inductances et capacités de filtrage) sans transgresser les règles d'interconnexion des sources électriques. Les contraintes sur les interrupteurs seront minimisées et les topologies seront simplifiées. C'est une manière pour améliorer le rendement et la taille, réduire les perturbations électromagnétiques, le coût et éviter l'usage de composants préjudiciables pour l'environnement.
- ✓ Troisième idée - Pour qu'il n'y ait pas de situation de conflit entre les objectifs de la première et de la deuxième idée quand le point de fonctionnement varie, il est nécessaire que le convertisseur statique puisse supporter un fonctionnement à deux échelles de temps imposées par la charge et par la source d'énergie. C'est une manière pour créer un découplage entre les objectifs de la première et la deuxième idées.

Cette méthodologie est traduite dans les faits par un schéma directeur en plusieurs étapes (Figure 1.1).



**Figure 1.1. Schéma directeur de la méthodologie**

Pour chaque convertisseur qu'on projette d'étudier, on procédera selon les étapes suivantes:

### Étape 1 : Mise en équations

Dans cette étape, en considérant une commande MDI sans a priori, on vise l'établissement des expressions des différents coefficients de la série de Fourier du courant pris au réseau de distribution par le convertisseur considéré, en faisant le minimum d'hypothèses simplificatrices. Étant donné que ces convertisseurs conservent la puissance moyenne, on retrouve directement dans les coefficients de la série de Fourier la puissance transmise à la charge et le facteur de puissance.

### Étape 2 : Choix d'une stratégie de commande

La stratégie de commande vise à maintenir, quand la puissance transmise varie, des performances jugées optimales et rencontrées en un point de fonctionnement particulier, qui est celui du fonctionnement en pleine puissance. Elle revient alors à définir un critère qui fixe des liens entre la puissance de la charge et un nombre fini d'harmoniques du courant pris au réseau. Pour chaque valeur de la puissance transmise désirée, la stratégie de contrôle retenue définit donc une suite de valeurs ou de contraintes qu'on doit assigner à certains coefficients de la série de Fourier du courant pris au réseau.

### **Étape 3 : Résolution des équations et synthèse de la loi de commande**

L'assignation de valeurs se traduit par un système d'équations non linéaires dont la solution détermine la commande MDI qui permet de satisfaire le critère sur lequel la stratégie de commande est bâtie. En résolvant ce système chaque fois que la puissance varie, on établira la loi de commande recherchée. Cette loi, dite calculée, se traduit par un conditionnement de la distorsion harmonique sous forme d'assignation d'amplitudes à un certain nombre d'harmoniques de courant.

### **Étape 4 : Recherche des conditions de simplification et synthèse d'une loi de commande comparée**

Une fois qu'on aura établi un modèle rigoureux qui, probablement, sera lourd à gérer, on cherchera d'éventuelles conditions de simplification dans le but de déterminer une loi de commande qui peut être synthétisée sans aucun calcul et implantée en temps réel. Cette loi est dite comparée.

### **Étape 5 : Association avec d'autres techniques**

Pour faire une correction plus efficace du facteur de puissance, on envisage d'associer le contrôle MDI avec des techniques plus conventionnelles : association avec filtre passif et adaptation à une structure multiniveau. Le conditionnement dû à l'application d'une loi calculée est mis à profit dans l'optimisation d'un filtre passe bas de correction du facteur de puissance. Le convertisseur MDI agit alors activement dans la correction de son facteur de puissance. La loi de contrôle MDI comparée est adaptée à une topologie multiniveau. Le convertisseur MDI devient alors capable de faire une auto-correction du facteur de puissance.

## 1.5. STRUCTURE DE LA THÈSE

Le chapitre 2 est consacré à dresser un état de l'art de la MDI et à mettre en exergue ses apports potentiels et ses limites. Dresser un état de l'art de la MDI n'est pas un objectif en soi, mais une manière d'aider à apprécier à leur juste valeur les travaux entrepris dans le cadre de cette thèse. Guidé par ce constat, nous tâchons de mettre l'accent, dans les travaux effectués par nos prédécesseurs, sur les convertisseurs considérés, les hypothèses de travail, les raisonnements adoptés, les résultats obtenus et les outils de mise en œuvre de la commande MDI. De même, pour sensibiliser aux apports de la MDI, nous faisons une comparaison entre la commande MDI et d'autres modes de commande des onduleurs à résonance série. Le chapitre 3 correspond à l'exécution des étapes 1 à 3 et du premier volet de l'étape 5 du schéma directeur de la méthodologie (Figure 1.1) dans le cas d'un convertisseur identique à celui considéré par nos prédécesseurs. Nous enchaînons, ensuite, par le chapitre 4 qui décrit les actions entreprises dans l'étape 4 sur les résultats du chapitre 3. L'adaptation de la commande MDI et la modélisation du convertisseur après adoption d'une structure multiniveau pour réaliser l'étage de conversion cc-ca, correspondant l'exécution du deuxième volet de l'étape 5, est faite dans le chapitre 5. Dans le chapitre 6, le schéma directeur est réexécuté en considérant le remplacement du redresseur monophasé par un redresseur triphasé.

## **Chapitre 2**

# **MODULATION DE LA DENSITÉ D'IMPULSIONS : ÉTAT DE L'ART, APPORTS ET LIMITATIONS**

---

### **2.1. INTRODUCTION**

Ce chapitre, dont l'objectif est de ressortir l'intérêt du sujet de recherche choisi, est rédigé dans un esprit d'information, de sensibilisation et de critique. Nous y procédons par étapes successives.

Dans une première étape, afin de mieux situer par la suite nos contributions, nous dressons un état de l'art suffisamment informatif de la MDI. Nous y montrons que la MDI, en tant que mode de contrôle appliqué à la conversion indirecte ca-ca de basses vers hautes fréquences, est plutôt une nouvelle forme d'actualisation d'une philosophie ancienne. Des aperçus des travaux des équipes, dont notre projet de recherche constitue une suite, sont présentés.

Dans une deuxième étape, nous faisons une sensibilisation aux apports potentiels de la MDI par le biais d'une étude comparative entre la commande MDI et des commandes conventionnelles. Cette étude comparative qui s'appuie sur une exploitation combinée de données de simulation et

de caractérisations expérimentales, considère trois solutions de conversion y compris la solution MDI. Dans toutes les solutions, le convertisseur fonctionne dans les mêmes conditions d'alimentation et de charge et est constitué par une mise en cascade d'un redresseur monophasé à diodes et d'un onduleur à résonance série auquel nous appliquons un contrôle en MDI, en fréquence ou en décalage. Nous comparons diverses performances techniques et économiques.

Dans une troisième étape, nous cherchons à montrer les limites de la portée des travaux effectués par nos prédécesseurs. Par modification des conditions de fonctionnement du convertisseur de référence, nous faisons surgir certains questionnements qui ne trouvent pas de réponses dans la littérature technique.

Sur le plan de la rédaction, ces différentes étapes correspondent chacune à une des trois sections de ce chapitre.

## **2.2. ÉTAT DE L'ART DE LA MDI**

### **2.2.1. MDI : UNE IDÉE ANCIENNE ET UN NOUVEL ACRONYME**

Dans la littérature technique, et par commodité d'écriture, la Modulation de Densité d'Impulsions est désignée par l'acronyme MDI ou, bien souvent, PDM pour *Pulse Density Modulation*. Dans cette section qui se veut une revue de littérature, il n'est pas sans intérêt de commencer par une mise en garde contre la confusion que l'acronyme PDM peut créer. On savait, depuis toujours, que l'affectation des acronymes est autre chose que bijective et, rien que dans le domaine des sciences de l'ingénieur, nous avons recensé plus de dix origines différentes de cet acronyme. En électronique de puissance, l'appellation Modulation de Densité d'Impulsions réfère à un mode de contrôle basé sur une idée fondatrice qui consiste à introduire dans le fonctionnement des convertisseurs des déconnexions entre l'entrée et la sortie synchronisées par une grandeur liée à la source ou à la charge. Cette idée n'est pas nouvelle. Elle a déjà été exploitée dans la commande des gradateurs sous la forme d'un fonctionnement à cycles entiers (Durant chaque période de la tension d'alimentation, les thyristors sont amorcés avec un angle de retard nul sinon ils restent bloqués). Avec l'avènement de la résonance et, plus précisément, le développement des topologies des liens résonnants, la reprise de cette idée fondatrice dans la commande de la conversion directe ca-ca de haute fréquence vers basse fréquence a donné lieu à



la commande MDI [Sood P. K. & Lipo T. A. '88] [Sood P. K. et al. '88] [Elbuluk M. E. et al. '96]. La même idée de commande, sous la même appellation, est également exploitée dans la commande d'une autre famille de conversion : la conversion indirecte ca-cc-ca de basse fréquence vers haute fréquence.

La Modulation de la Densité d'Impulsions (MDI), telle qu'elle nous intéresse, est en rapport avec le dernier type de conversion et représente un mode particulier de contrôle des onduleurs à résonance série. Au cours du temps, l'onduleur génère, à sa sortie, des créneaux de tension de largeur fixe mais entrecoupés par des tensions nulles. Les créneaux de tension subissent alors une modulation de leur densité. Nous avons recensé trois équipes, à travers le monde, qui s'intéressent à ce sujet : une première à l'Université d'Okayama au Japon, une seconde au CENIDET au Mexique et une troisième à l'Université de Yamaguchi au Japon. Des aperçus des travaux de ces équipes sont présentés dans la suite.

## **2.2.2. APERÇU DES TRAVAUX DE L'ÉQUIPE DE L'UNIVERSITÉ D'OKAYAMA**

Dans les travaux de l'équipe de l'université d'Okayama [Fujita H. & Akagi H. '96, '98, '99] [Fujita H. et al. '93, '97], nous trouvons essentiellement le principe du contrôle MDI appliqué à un onduleur à résonance série, une analyse de fonctionnement axée sur la détermination de la puissance transmise, une extension à la conversion ca-ca et des circuits d'implantation du contrôle MDI.

### **2.2.2.1. Principe de la commande MDI**

Le fonctionnement en modulation de densité d'impulsions d'un onduleur à résonance série se compose de deux phases qui se succèdent dans le temps.

- Au cours de la première phase, l'onduleur fonctionne normalement avec la particularité d'une fréquence de commutation égale à la fréquence de résonance de la charge. L'onduleur applique à la charge une tension en créneaux positifs et négatifs. On considère qu'il s'agit de cycles normaux ou fonctionnement en mode normal (FMN).
- Au cours de la seconde phase, l'onduleur court-circuite la charge et ouvre la source, annulant ainsi la tension et le courant, respectivement, à sa sortie et à son entrée. L'écoulement d'énergie

est interrompu. On considère qu'il s'agit de cycles de roue libre ou fonctionnement en roue libre (FRL).

La fréquence de commutation, habituellement utilisée pour varier la puissance, est exploitée, dans le cas de la MDI, pour assurer des commutations aux zéro de courant et de tension. Il en résulte des commutations sans pertes et sans variations brusques de courant, autrement dit, un meilleur comportement des points de vue rendement énergétique et compatibilité électromagnétique. La variation de la puissance se fait par le biais du contrôle de la durée relative de la seconde (ou de la première) phase. Le fait de faire commuter l'onduleur à la fréquence de résonance de la charge implique que les durées des fonctionnements en cycles normaux et de roue libre soient des multiples de la période de résonance. La figure 2.1 illustre ce mode de fonctionnement.

Le contrôle MDI est caractérisé, ici, par deux paramètres :

i) la longueur de la séquence MDI ( $d_{MDI}$ ) définie par :

$$d_{MDI} = \frac{T_{MDI}}{T_{rs}} \quad (2.1)$$

où  $T_{MDI}$  est la vraie période de la tension à la sortie de l'onduleur (aussi, durée de la séquence MDI)

et  $T_{rs}$  est la période de résonance de la charge.

ii) et son rapport cyclique ( $D_{MDI}$ ) défini par :

$$D_{MDI} = \frac{T_1}{T_{MDI}} \quad (2.2)$$

où  $T_1$  est la durée du fonctionnement en cycles normaux pendant une séquence.

## 2.2.2.2. Analyse de fonctionnement - Détermination de la puissance transmise

### 2.2.2.2.1. Hypothèses

La détermination de la puissance est faite moyennant les deux hypothèses simplificatrices suivantes :

i) Hypothèse de l'Invariance de la Tension d'alimentation de l'onduleur durant une Séquence (HITS), c.-à-d. la tension à l'entrée de l'onduleur est supposée constante durant toute une séquence MDI;

ii) Hypothèse du premier harmonique, c.-à-d. la tension en créneaux à la sortie de l'onduleur est réduite à sa composante fondamentale.

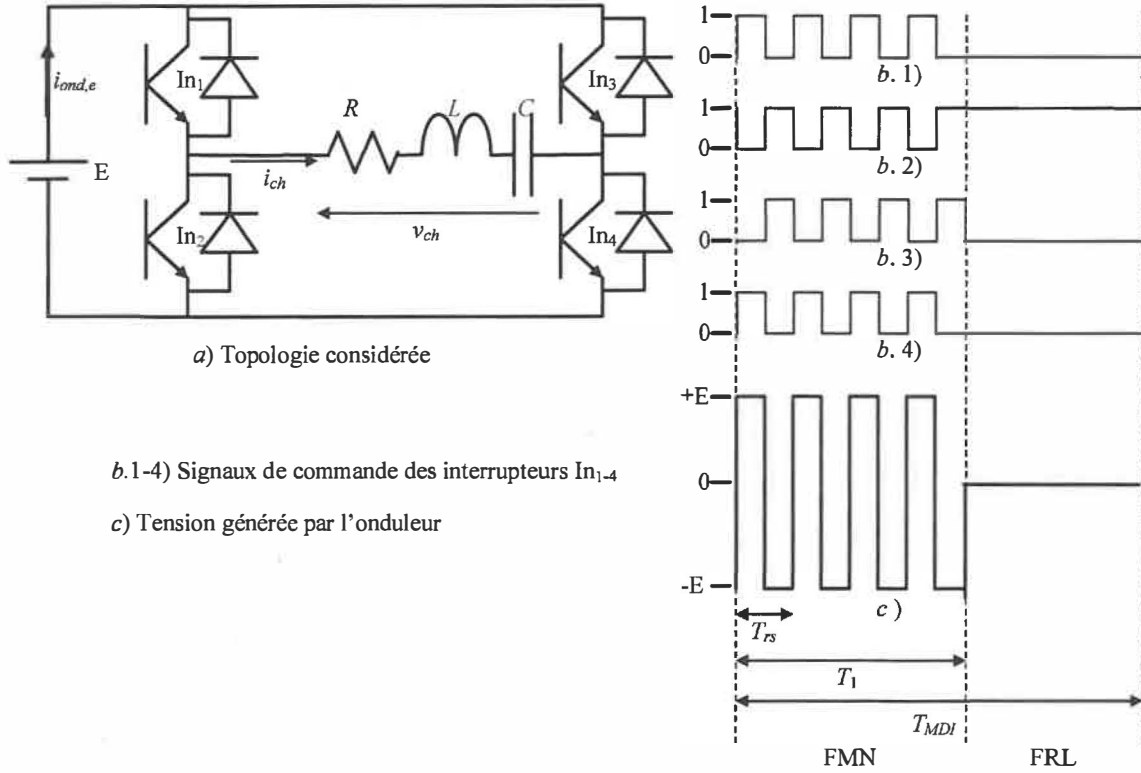


Figure 2.1. Illustration du principe de la commande MDI

#### 2.2.2.2.2. Démarche

La démarche se compose de deux étapes : une étape de détermination du courant et une autre de calcul de la puissance de la charge.

L'expression du courant de la charge est établie suite à la résolution de l'équation :

$$L \frac{d}{dt} i_{ch}(t) + \frac{1}{C} \int i_{ch}(t) dt + R i_{ch}(t) = v_{ch}(t) \quad (2.3)$$

où la tension appliquée à la charge RLC est telle que :

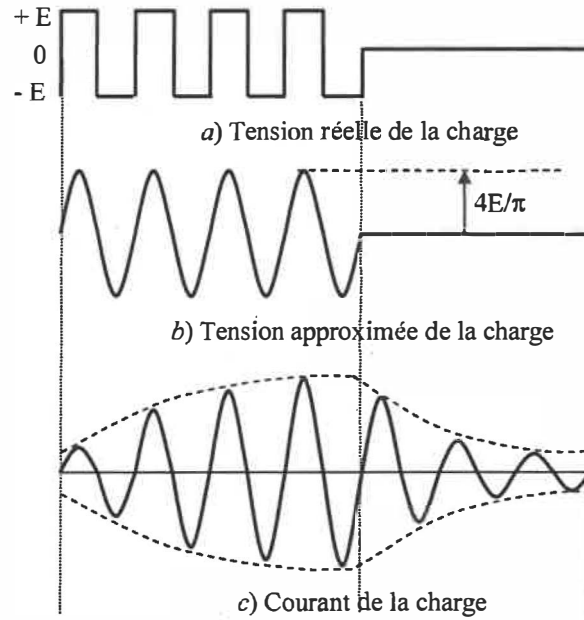
$$v_{ch}(t) = \frac{4}{\pi} E \sin(2\pi \cdot F_{rs} \cdot t) \text{ lors des cycles normaux}$$

$$v_{ch}(t) = 0 \text{ lors des cycles en roue libre}$$

$F_{rs}$  étant la fréquence de résonance de la charge.

Les allures des tensions et du courant de la charge sont indiquées sur la figure 2.2.

Vient, ensuite, la détermination de la puissance de la charge par le calcul de la moyenne du produit tension courant sur une séquence MDI.



**Figure 2.2. Allures de la tension et du courant dans la charge**

### 2.2.2.2.3. Résultats

Après avoir effectué tous les calculs intermédiaires, l'expression de la puissance devient alors [Fujita H., et al. '93]:

$$P = P_{\max} \left\{ \frac{T_1}{T_{MDI}} - \frac{\tau}{T_{MDI}} (1 - \exp(-T_1/\tau)) + \frac{\tau}{T_{MDI}} \frac{\exp(T_1/\tau) - 1}{\exp(T_{MDI}/\tau) - 1} (1 - \exp(-T_1/\tau)) \right\} \quad (2.4)$$

où  $\checkmark P_{\max} = 2E\hat{I}/\pi$  et  $\hat{I}$  représentent, respectivement, la puissance transmise et l'amplitude du courant dans la charge en absence de modulation.  $P_{\max}$  est aussi la puissance maximale transmise à la charge.

$\checkmark \tau = 2L/R$  est la constante de temps d'établissement du régime périodique du courant dans la charge.

Cette expression est grandement simplifiée dans les deux cas extrêmes qui suivent :

1<sup>er</sup> cas : La séquence MDI est très courte par rapport à la constante de temps  $\tau$ .

L'expression (2.4) devient :

$$P = P_{\max} D_{MDI}^2 \quad (2.5.1)$$

2<sup>ème</sup> cas : La séquence MDI est très longue par rapport à la constante de temps  $\tau$ .

L'expression (2.4) devient :

$$P = P_{\max} D_{MDI} \quad (2.5.2)$$

### 2.2.2.3. Extension à la conversion ca-ca – Considérations sur le facteur de puissance

On considère que la tension continue d'alimentation de l'onduleur est fournie par un redresseur monophasé à diodes suivi d'un filtre de lissage. Normalement, ce dernier est constitué par un condensateur électrolytique de très grande valeur. Puisque les ouvertures des interrupteurs de l'onduleur se font au passage du courant par zéro et que le courant à l'entrée de l'onduleur est unidirectionnel, le condensateur du filtre de lissage de la tension redressée peut être enlevé. On garde seulement un condensateur  $C_{HF}$  de découplage haute fréquence. Ce condensateur, de valeur et de taille nettement plus faibles que celles d'un condensateur de lissage, absorbe les ondulations haute fréquence (Deux fois la fréquence de commutation) du courant d'entrée de l'onduleur sans lisser la tension redressée. La chaîne de la conversion ca-ca en MDI se présente alors, tout simplement, sous la forme d'une mise en cascade d'un redresseur et d'un onduleur MDI (Figure 2.3). La figure 2.4 indique les allures des courants en différents points du convertisseur en absence de modulation. Dans ce cas, la puissance transmise est maximale et le facteur de puissance du convertisseur est unitaire.

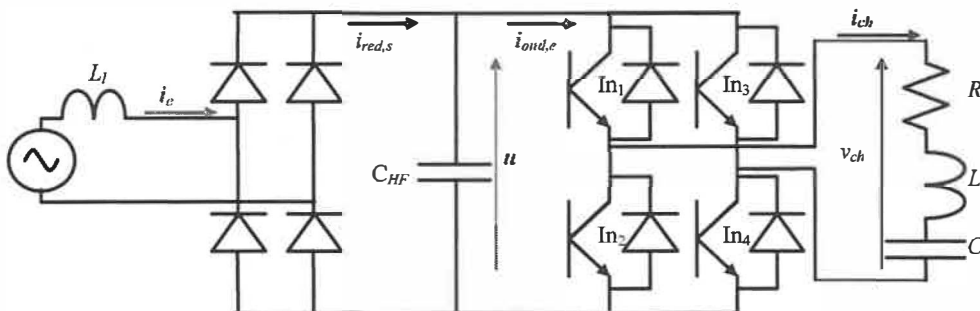
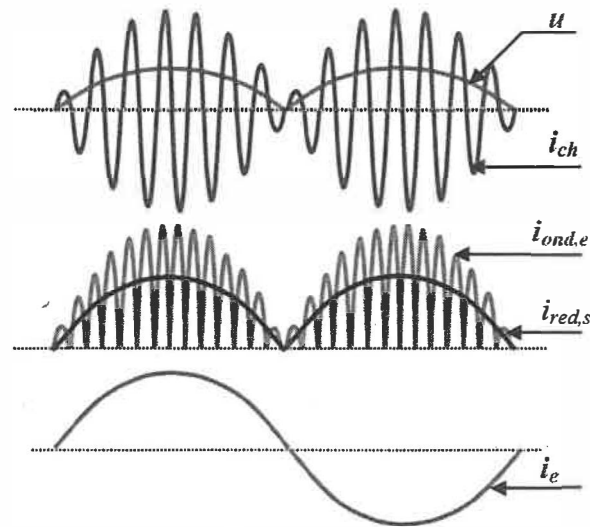


Figure 2.3. Convertisseur ca-ca considéré par l'équipe de l'université d'Okayama\*

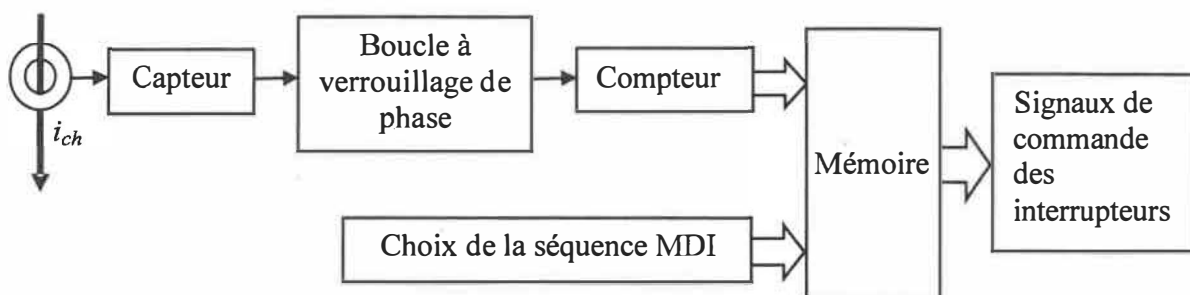
\* Le transformateur d'adaptation de l'impédance de la charge n'est pas indiqué sur la figure 2.3.



**Figure 2.4. Allures des courants en différents points de la chaîne de conversion considérée par l'équipe de l'université d'Okayama**

#### 2.2.2.4. Circuit de commande et applications

L'électronique de commande est relativement simple. Elle utilise un capteur de la fréquence de résonance de la charge et une mémoire de stockage des séquences MDI (Figure 2.5). Le capteur de la fréquence de résonance est composé d'un capteur de courant à effet Hall et d'une boucle à verrouillage de phase. La mémoire est partagée en 16 tables. Chaque table contient des signaux de commande correspondant à une séquence MDI de longueur 16 cycles qui diffère de celle stockée dans la table précédente par un cycle de roue libre en moins. La première et la seizième table contiennent respectivement des séquences de 15 et 0 cycles de roue libre. Une table est dressée par un mot binaire de choix de la séquence et balayée par un compteur piloté par le capteur de la fréquence de résonance.



**Figure 2.5. Schéma synoptique du circuit de commande proposé dans [Fujita H. & Akagi H. '96]**

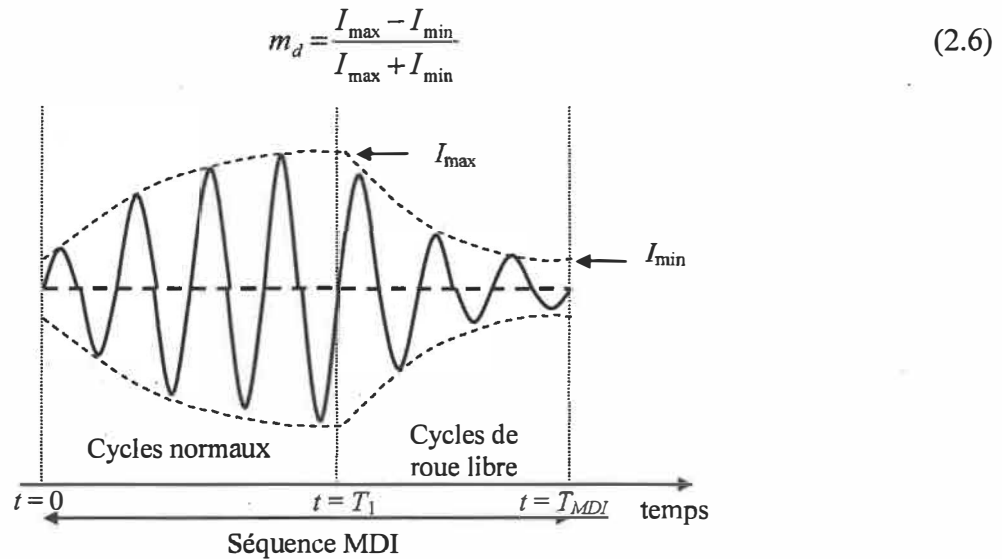
Dans [Fujita H. et al. '93] et [Fujita H. & Akagi H. '96], l'application considérée est la fusion par induction d'un alliage servant pour la fabrication de couronne dentaire. Le four d'induction est modélisé par une charge R-L série, alors que dans [Fujita H. et al. '97] et [Fujita H. & Akagi H. '98, '99], les auteurs considèrent une application d'effluve électrique servant aux traitements surfaciques de pellicules de polyéthylène. Dans cette application, le dispositif de production des effluves électriques est modélisé par une charge capacitive. Dans ces articles, l'objet d'étude n'est ni la conversion ca-cc ni le facteur de puissance. L'attention des auteurs est focalisée sur l'implantation d'une commande MDI visant la régulation de la tension à la sortie de l'onduleur.

### **2.2.3. APERÇU DES TRAVAUX DE L'ÉQUIPE DU CENIDET**

Comparés aux travaux de l'équipe précédente, ceux de l'équipe du CENIDET permettent de lever un voile sur la MDI : celui de la répartition des cycles de roue libre sur une séquence MDI. En effet, si le nombre de cycles de roue libre par séquence MDI détermine, d'après l'équipe d'Okayama, la quantité de la puissance transmise à la charge, la répartition des cycles de roue libre est en relation, d'après l'équipe du CENIDET, avec la densité spectrale de cette puissance. Dans la suite de cette section, nous présentons brièvement l'analyse de fonctionnement proposée par cette équipe, sa manière d'aborder la conversion ca-ca et le circuit de commande proposé.

#### **2.2.3.1. Analyse de fonctionnement**

L'analyse de fonctionnement proposée par l'équipe du CENIDET dans [Calleja H. & Ordonez, R. '99b] [Calleja H. & Pacheco J., '00a, '00b] et qui reprend à l'équipe de l'université d'Okayama les hypothèses de travail ainsi que l'expression du courant dans la charge, réserve à ce courant deux traitements différents. Le premier traitement vise à déterminer la puissance transmise à la charge par le calcul de la valeur efficace du courant dans la charge. Les résultats sont les mêmes que ceux de l'équipe précédente. Le deuxième traitement vise à s'assurer que plus que 98 % de la puissance transmise à la charge est à la fréquence de résonance. Pour ce faire, le courant dans la charge est assimilé à une onde modulée en amplitude dont la porteuse est à la fréquence de résonance (Figure 2.6) et l'indice de modulation est :



**Figure 2.6. Assimilation du courant de la charge à une onde modulée en amplitude**

Dans le cadre de cette assimilation, la contrainte sur la densité spectrale de la puissance est traduite, dans un premier temps, par une contrainte sur l'indice de modulation, sachant que :

$$\frac{P_p}{P_T} = \frac{2}{2 + m_d^2} \quad (2.7)$$

où  $P_p$  est la puissance associée à la fréquence de la porteuse

et  $P_T$  est la puissance totale de l'onde.

puis, dans un deuxième temps, la contrainte sur l'indice de modulation est traduite par une contrainte relative aux caractéristiques de la charge et du contrôle MDI, soit :

$$Q \geq d_{MDI} \cdot \pi \cdot (1 - D_{MDI}) \cdot 2.466 \quad (2.8)$$

$Q = \sqrt{L/C}/R$  étant le facteur de qualité de la charge RLC.

Ainsi, l'équipe du CENIDET démontre que, pour éviter une dispersion spectrale de la puissance transmise, il faut écourter les séquences MDI ( $d_{MDI}$  faible). C'est dans ce sens que cette équipe propose une variante de commande MDI, appelée MDI irrégulière. Par opposition à la MDI régulière, où les cycles de roue libre peuvent être groupés ensemble, la MDI irrégulière, telle qu'elle est définie dans les travaux de cette équipe, interdit la succession de deux cycles de roue libre. Il en résulte que la séquence MDI est subdivisée en plusieurs séquences dont le rapport cyclique et la longueur de chacune varient, respectivement, entre 1/2 et 1 et de 2 jusqu'à une limite donnée. La figure 2.7 illustre la différence entre la MDI régulière et la MDI irrégulière.



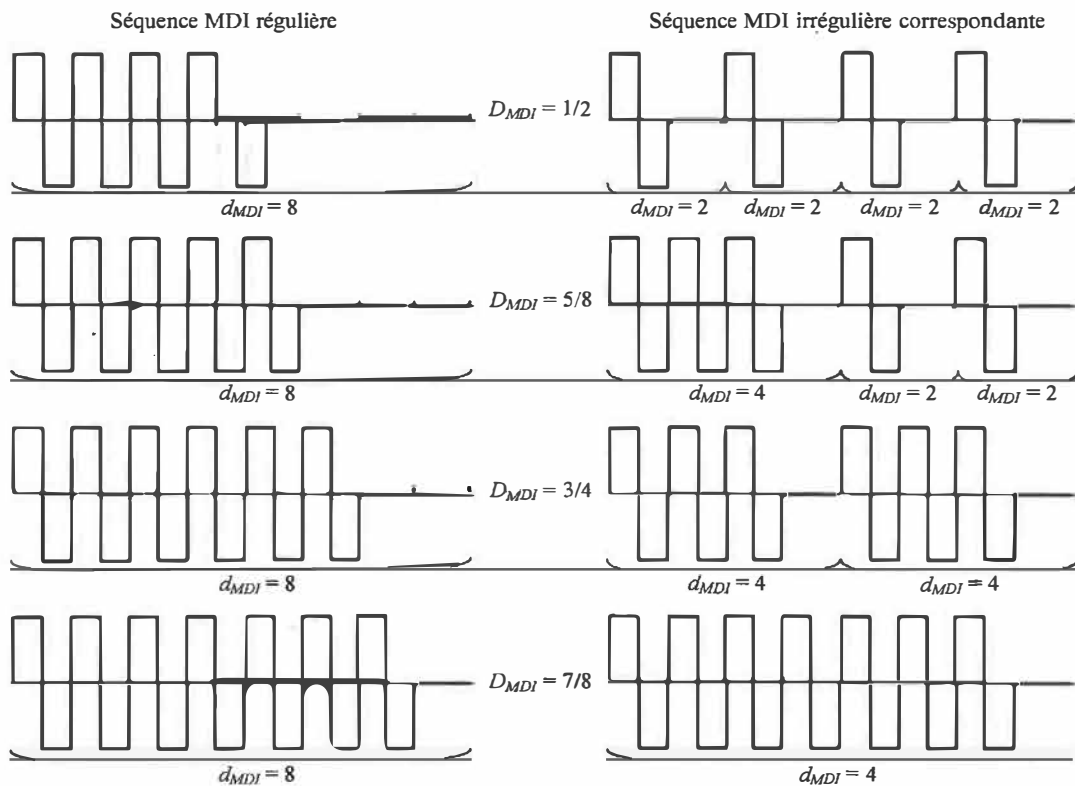


Figure 2.7. Passage de la MDI régulière à la MDI irrégulière

### 2.2.3.2. Extension à la conversion ca-ca

Pour étendre la commande MDI à la conversion ca-ca, l'équipe du CENIDET adopte une approche quasiment identique à celle de l'équipe de l'université d'Okayama, sauf que le découplage haute fréquence est fait à l'entrée du redresseur [Calleja H. & Ordonez, R. '98, '99a] [Ordonez, R., & Calleja, H. '98]. Les figures 2.8 et 2.9 montrent la topologie considérée et les formes d'ondes en différents points du convertisseur.

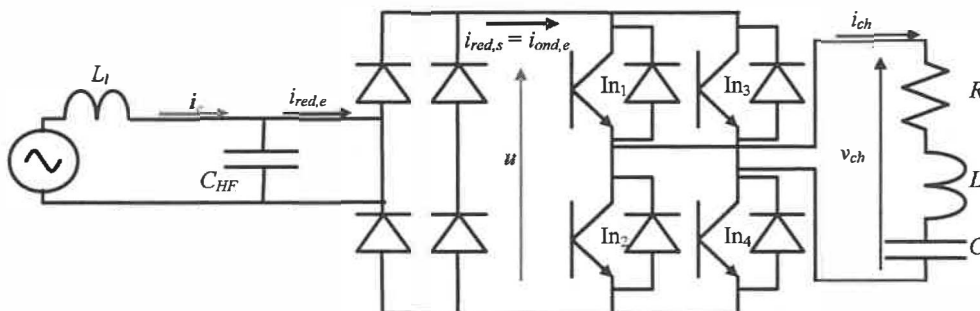
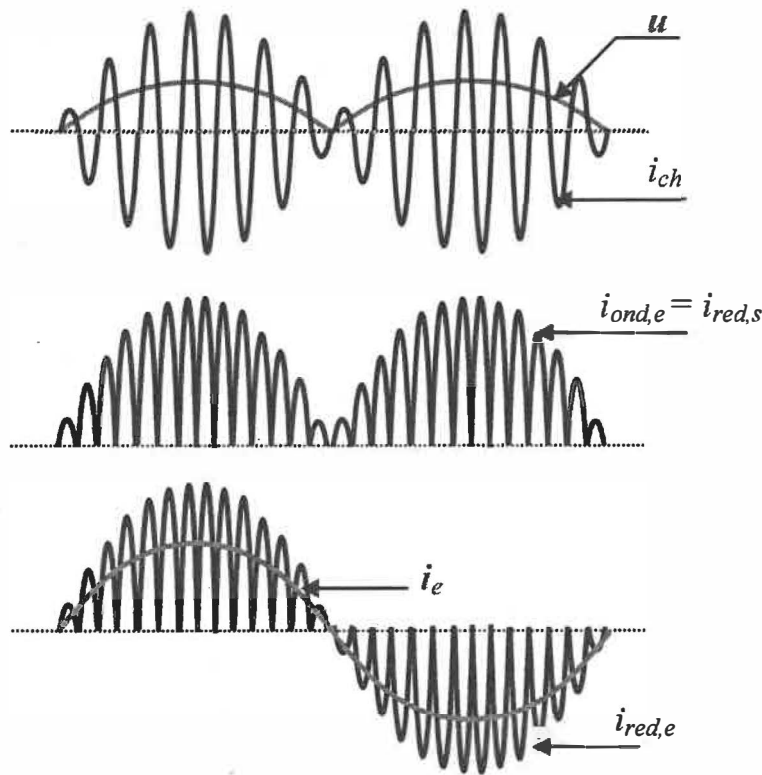


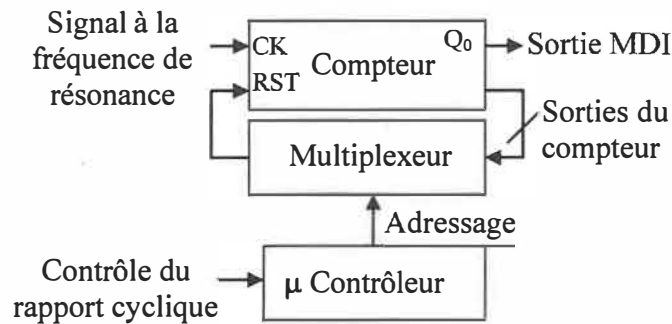
Figure 2.8. Convertisseur ca-ca considéré par l'équipe du CENIDET



**Figure 2.9. Allures des courants en différents points de la chaîne de conversion considérée par l'équipe du CENIDET**

### 2.2.3.3. Circuit de commande et application

Le circuit de génération de la commande MDI proposé par cette équipe se compose, dans son principe, d'un compteur piloté par un signal à la fréquence de résonance de la charge et de longueur variable [Calleja H. & Ordonez, R. '99b]. Ce compteur est remis à zéro après  $(2^j - 1)$  périodes de résonance avec  $j$  qui varie de 1 jusqu'au nombre de bits du compteur en fonction d'un mot binaire d'adressage d'un multiplexeur. Le synoptique de ce générateur est indiqué sur la figure 2.10. Par exemple, ce circuit génère un cycle de roue libre après 1, 3 ou 7 cycles normaux dans le cas d'un compteur de 4 bits ou 1, 3, 7 ou 15 cycles normaux dans le cas d'un compteur de 5 bits.



**Figure 2.10. Générateur de MDI irrégulière proposé dans [Calleja H. & Ordonez, R. '99b]**

#### 2.2.4. NOTES SUR LES TRAVAUX DE L'ÉQUIPE DE L'UNIVERSITÉ DE YAMAGUCHI

Même si l'exhaustivité n'est pas de mise, cette revue de littérature se doit d'intégrer des perceptions différentes voire contradictoires de la MDI, d'où notre intérêt pour les travaux de l'équipe de l'université de Yamaguchi. Les travaux de cette équipe se distinguent par une commande associant la MDI et la MLI.

Dans [Wang S. et al. '98] [Konishi Y. et al. '98] et [Koudriavtsev O. et al. '02], les auteurs appliquent à un onduleur à résonance série, destiné à l'alimentation d'un tube de décharge électrique de production d'ozone, une commande hybride MDI-MLI. La figure 2.11 montre le passage d'une commande MDI à une commande hybride MDI-MLI en considérant la tension de sortie de l'onduleur. La consigne de puissance est traduite sous forme de modulation de la densité d'impulsions des signaux de commande des interrupteurs, alors que la contre-réaction des boucles de régulation est traduite par une modulation de la largeur d'impulsions.

Dans [Sugimure H. et al. '05] et [Fathy K. et al. '05], la MDI est utilisée pour varier la puissance transmise par des onduleurs à résonance ou multirésonance destinés à des applications de chauffage par induction, sans que la fréquence de commutation ne soit égale à la fréquence de résonance. La fréquence de commutation est déterminée de manière à assurer des ouvertures au zéro de courant et une circulation d'énergie réactive suffisante pour charger et décharger les inductances d'aide à la commutation.





	Cycle de fonctionnement normal	Cycle de roue libre
Contrôle MDI	$+E$ $0$ $-E$ 	$+E$ $0$ $-E$ 
Contrôle hybride MDI-MLI	$+E$ $0$ $-E$ 	$+E$ $0$ $-E$ 

Figure 2.11. Passage de la commande MDI à une commande hybride MDI-MLI

## 2.3. COMPARAISON MDI – SOLUTIONS CONCURRENTES

Pour mettre en exergue les apports du contrôle MDI, nous considérons dans la suite des solutions concurrentes de contrôle d'un ensemble de conversion indirecte ca-cc-ca. L'étage de conversion ca-cc est à base d'un redresseur monophasé à diodes. L'étage cc-ca est un onduleur à résonance série. Les solutions retenues sont décrites dans la suite.

### 2.3.1. SOLUTIONS CONCURRENTES CONSIDÉRÉES

#### 2.3.1.1. Solution OFV : Onduleur à fréquence variable

La topologie du convertisseur correspondant à cette solution est indiquée sur la figure 2.12.

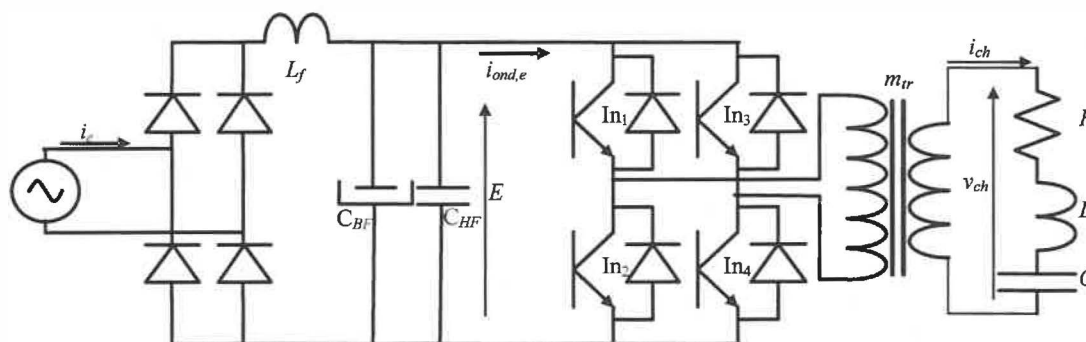


Figure 2.12. Convertisseur de la solution OFV

Bien que l'onduleur puisse commuter à des fréquences supérieures ou inférieures à la fréquence de résonance, nous considérons seulement le premier cas car c'est lui qui sollicite le moins les interrupteurs de l'onduleur. En effet, la fermeture au zéro de tension permet d'éviter tout problème en relation avec le recouvrement inverse des diodes de récupération et de décharge des capacités  $C_{oss}$  des interrupteurs et éventuellement des capacités d'aide à la commutation.

La variation de la fréquence de commutation permet de contrôler la puissance transmise à la charge. En effet, en assimilant la tension  $v_{ch}$  à sa composante fondamentale (hypothèse du premier harmonique), la puissance réduite dissipée dans la charge R-L-C s'écrit :

$$p = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{2\xi f} \right)^2 (1 - f^2)^2} \quad (2.9)$$

où  $\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$  est le coefficient d'amortissement de la charge résonnante;

$f = F_{rs} / F_{co}$  est le rapport des fréquences de résonance ( $F_{rs}$ ) et de commutation  $F_{co}$ .

La puissance de référence correspond à la puissance maximale transmise par le convertisseur. Elle se produit à l'égalité entre les fréquences de résonance et de commutation. Son expression est donnée par :

$$P_{max} = \left( \frac{2\sqrt{2} \cdot m_{tr} \cdot E}{\pi} \right)^2 \frac{1}{R} \quad (2.10)$$

La figure 2.13 illustre la variation de la puissance réduite en fonction de la fréquence réduite pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement ( $\xi = ksi$ ).

À basse puissance transmise, la consommation en énergie réactive de la charge croît considérablement, ce qui se répercute négativement sur la taille du condensateur placé à l'entrée de l'onduleur. Pour atténuer cet inconvénient, nous proposons de considérer une solution à base d'un onduleur à fréquence et décalage variables.

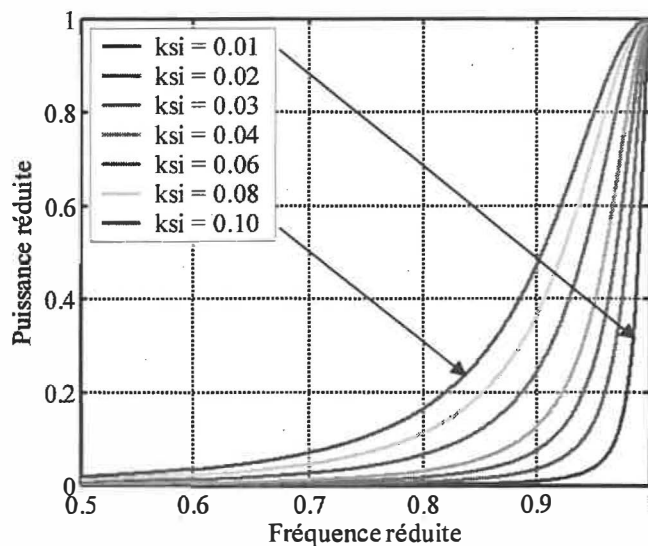


Figure 2.13. Commande de la puissance dans le cas de la solution OFV

### 2.3.1.2. Solution OFDV : Onduleur à fréquence et décalage variables [Grajales L. et al. '93]

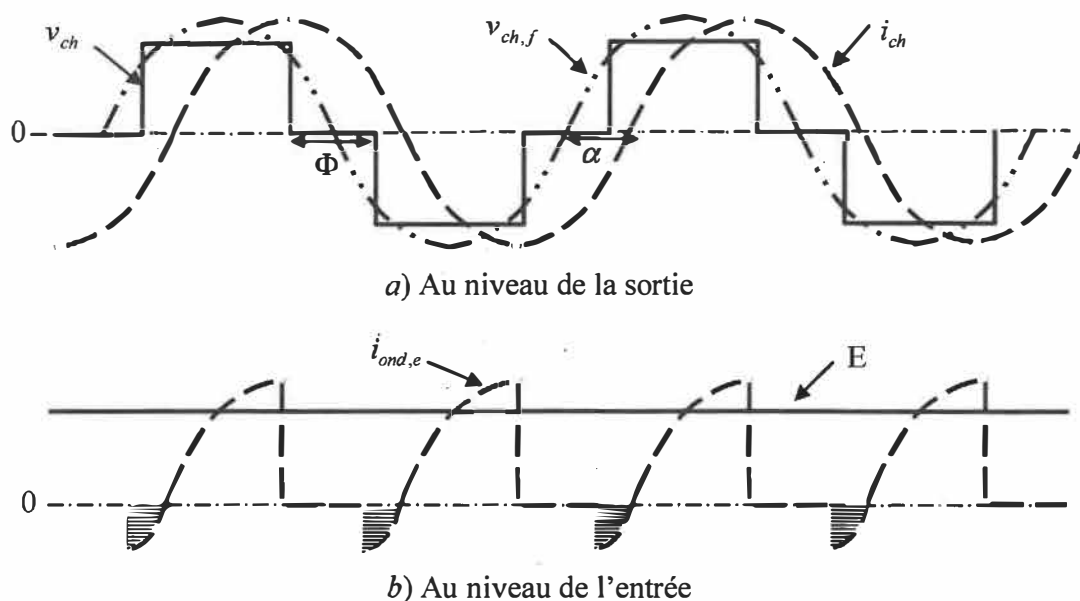
Cette solution considère la même topologie que la solution précédente. Elle utilise deux paramètres de contrôle : le décalage des commandes et la fréquence de commutation. Les commandes d'un bras de l'onduleur par rapport à l'autre peuvent être décalées d'un angle ( $\Phi$ ). La fréquence de commutation détermine un second angle ( $\alpha$ ), représentant le déphasage entre le fondamental de la tension appliquée à la charge RLC et son courant. La figure 2.14.a illustre la définition de ces angles. L'action sur la fréquence de commutation est dédiée au maintien des commutations au zéro de tension dans l'onduleur. Pour ce faire, la fréquence de commutation doit être telle que :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1-f^2}{f} \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}\right) \geq (\Phi/2) \quad (2.11)$$

L'action sur l'angle de décalage est dédiée au contrôle de la puissance. En effet, la puissance transmise à la charge, en valeur réduite et dans le cadre de l'hypothèse du premier harmonique, est donnée par :

$$p = \cos^4(\Phi/2) \cos^2(\alpha) \quad (2.12)$$

La puissance de référence est la même que dans le cas de l'onduleur à fréquence variable.



**Figure 2.14. Tensions et courants aux niveaux de la sortie et l'entrée d'un onduleur à décalage**

Dans la suite de ce chapitre, nous considérons le cas idéal ( $\alpha = (\Phi/2)$ ) qui assure une annulation complète du courant de retour au niveau de l'entrée de l'onduleur. La figure 2.15 montre les évolutions de la puissance et de la fréquence réduites en fonction de l'angle de décalage dans le cas particulier d'une charge ayant un coefficient d'amortissement de 0.0168 et qui sera prise dans la suite comme charge de référence.

Cette solution a l'avantage de réduire la circulation de l'énergie réactive (Figure 2.14.b) et, en conséquence, la valeur de la capacité placée à l'entrée de l'onduleur. Par contre, sa mise en œuvre est délicate à cause du couplage entre les actions sur la fréquence et le décalage.

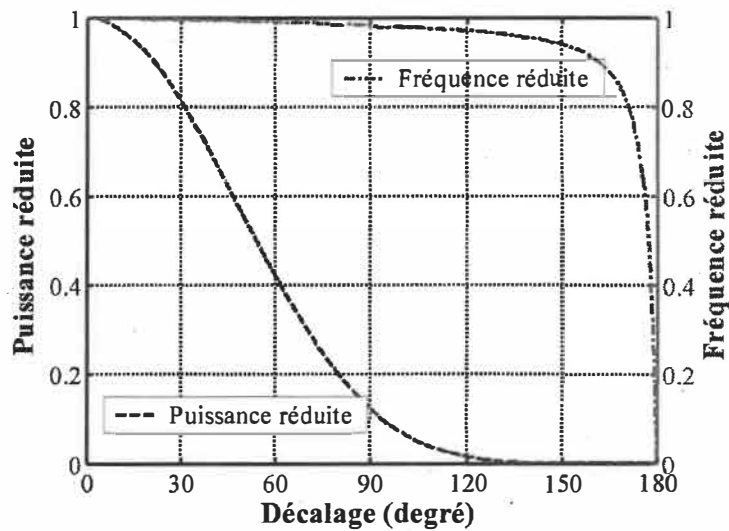


Figure 2. 15. Puissance et fréquence en fonction de l'angle de décalage avec annulation du courant de retour

### 2.3.2. CONDITIONS DE COMPARAISON

Pour comparer les performances de la MDI par rapport aux autres modes de contrôle, nous avons retenu un cas de référence (alimentation – convertisseur – charge) identique à celui considéré par l'équipe de l'université d'Okayama dans [Fujita H. & Akagi H. '96] (Figure 2.16) et une répartition des cycles de roue libre sur toute la séquence MDI (selon la justification établie dans les travaux de l'équipe CENIDET) dont la longueur est de seize cycles.

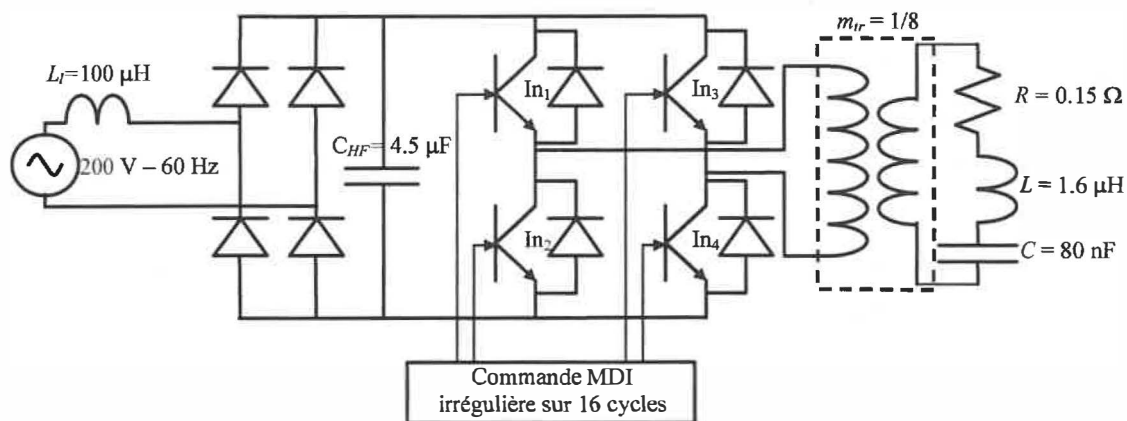


Figure 2.16. Convertisseur de la solution MDI

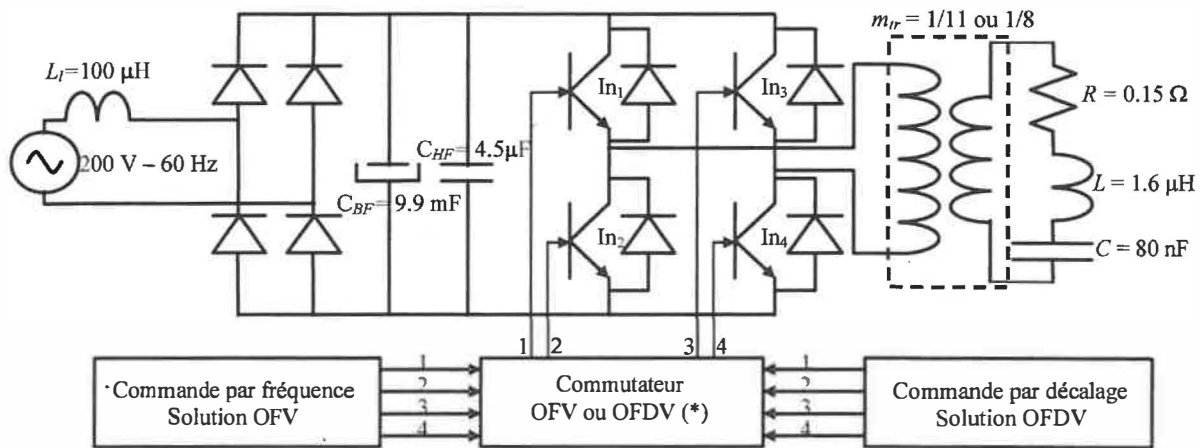


La charge *RLC* considérée a une fréquence de résonance de 444 kHz et absorbe une puissance maximale de 3350 W, valeur déterminée suite à la simulation du convertisseur, sous les conditions précisées sur la figure 2.16 (Réseau d'alimentation 200V – 60 Hz et transformateur d'adaptation de rapport 1/8).

Pour que les convertisseurs basés sur les deux autres solutions (OFV et OFDV) puissent couvrir le même intervalle de puissance, de 0 jusqu'à 3350 W, dans les mêmes conditions d'alimentation et de charge que le convertisseur de la solution MDI, deux cas sont envisageables. Dans le premier cas, le rapport du transformateur d'adaptation est pris égal à 1/11, différent du rapport de celui de la solution MDI. Ce rapport est calculé afin que les onduleurs des solutions OFV et OFDV, alimentés par une tension continue de 278 V (Cette valeur correspond au redressement et au filtrage capacitif de 200 V efficace), puissent avoir une puissance maximale ajustée sur celle du convertisseur de la solution MDI, soit 3350 W. Dans le second cas, le rapport du transformateur est pris égal à celui de la solution MDI. Pour ajuster les intervalles de variation de la puissance, on doit restreindre les plages de variation des paramètres de contrôle des solutions OFV et OFDV. Il en résulte, qu'à puissance égale, les fréquences de commutation et les courants sont plus élevés que dans le premier cas. Ce deuxième cas sollicite plus les interrupteurs de l'onduleur. Dans la suite, les deux cas sont considérés. Ils sont distingués par des appellations différentes (OFV et OFDV - rapports identiques et rapports différents) chaque fois qu'il y a une différence nette entre leurs performances. Dans le cas contraire, ils sont considérés comme un seul. Les convertisseurs de ces solutions, qui ne diffèrent que par leur commande, sont indiqués sur la figure 2.17. Dans les convertisseurs des solutions OFV et OFDV, il faut aussi ajouter, en parallèle avec le condensateur de découplage haute fréquence ( $C_{HF}$ ) déjà utilisé dans la solution MDI, un condensateur de filtrage basse fréquence ( $C_{BF}$ ) pour le lissage de la tension redressée.

Pour que certaines conclusions de cette comparaison ne soient pas uniquement argumentées par des considérations qualitatives, mais aussi quantitatives permettant une prise en compte de l'incidence, chiffrée, du comportement réel des composants électroniques de puissance, nous avons procédé au choix et à la caractérisation des condensateurs de filtrage et des interrupteurs de l'onduleur. Nous avons considéré que les condensateurs BF et HF sont respectivement constitués par la mise en parallèle de trois condensateurs électrolytiques en aluminium, référencés sous CGS332T350X5L, et trois condensateurs en polypropylène, référencés sous 940C6W1P5K-F. De même, nous avons opté pour des transistors IGBT dotés de diodes de conduction inverse, de

référence IRG4PF50WD en tant qu'interrupteurs de l'onduleur. Des éléments de justification de ces choix sont donnés au cours de cette section et à des passages opportuns.

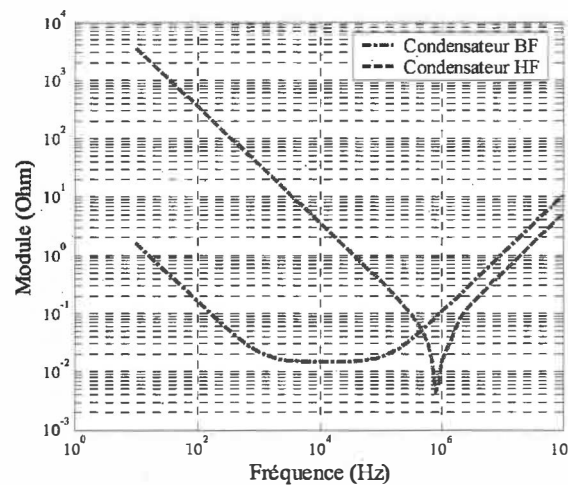


\* Le commutateur ne correspond à aucune réalité physique. Il sert seulement pour éviter de reproduire quasiment 2 fois la même figure.

**Figure 2.17. Convertisseurs des solutions OFV et OFDV**

Lors de la simulation dans l'environnement Matlab Simulink du fonctionnement des convertisseurs des différentes solutions, les condensateurs ont été représentés par des modèles réalistes qui tiennent compte des résistances et des inductances série équivalentes données par les constructeurs. Le condensateur CGS332T350X5L, d'une valeur de 3300  $\mu\text{F}$ , a une résistance équivalente série de 44 m $\Omega$ . Pour des boîtiers de type screwn-terminal, cas de ce condensateur, l'inductance équivalente série est estimée par les fabricants entre 20 et 80 nH. Nous l'avons prise égale à 50 nH. Dans le modèle de la simulation, le condensateur basse fréquence est représenté par une branche R L C série de valeurs 44/3 m $\Omega$ , 50/3 nH et 3\*3300  $\mu\text{F}$ . Le condensateur 940C6W1P5K-F, d'une valeur de 1.5  $\mu\text{F}$ , a une résistance et une inductance équivalentes série de 5 m $\Omega$  et 24 nH. En simulation, nous l'avons représenté par une capacité de 4.5  $\mu\text{F}$  en série avec une résistance et inductance de valeurs 5/3 m $\Omega$  et 24/3 nH.

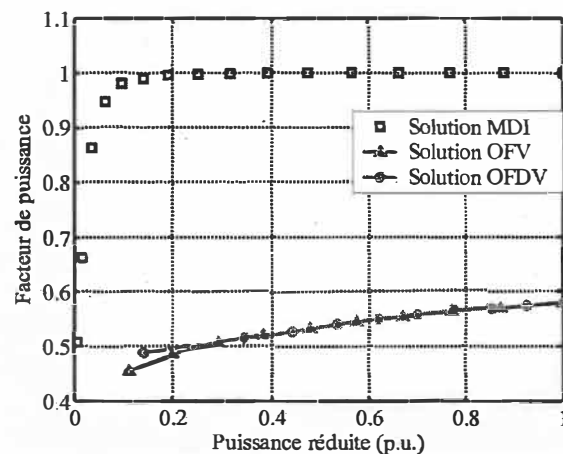
Sur la figure 2.18, indiquant le module de l'impédance équivalente en fonction de la fréquence dans les cas des modèles des condensateurs basse fréquence et haute fréquence, nous pouvons lire qu'à 120 Hz (fréquence de la tension redressée) et 900 kHz (Fréquences du courant à l'entrée de l'onduleur), le module de l'impédance du condensateur basse fréquence est, respectivement, environ 1000 fois plus petit et 10 fois plus grand que celui du condensateur haute fréquence.



**Figure 2.18. Modules des impédances des condensateurs  $C_{BF}$  et  $C_{HF}$  en fonction de la fréquence**

### 2.3.3. COMPARAISON DES FACTEURS DE PUISSANCE

La simulation des convertisseurs des trois solutions dans les conditions précisées ci-dessus a permis de déterminer les facteurs de puissance dans les trois cas de solutions considérées. Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 2.19. On constate que, comparativement aux solutions OFV et OFDV, la solution MDI réalise une excellente performance : le facteur de puissance est quasiment unitaire sur une plage de puissance allant de 20 à 100 % du maximum de la puissance transmise.



**Figure 2.19. Comparaison des facteurs de puissances des solutions MDI, OFV et OFDV**

### 2.3.4. COMPARAISON DES PERTES ET RENDEMENTS

Dans cette sous-section, notre attention est focalisée sur des pertes susceptibles de faire la différence entre les différentes solutions (pertes directement liées à la commande adoptée dans chacune des solutions), à savoir les pertes dans les condensateurs de filtrage basse et haute fréquences, les pertes à l'ouverture des interrupteurs de l'onduleur et les pertes par conduction dans ces mêmes interrupteurs.

#### 2.3.4.1. Pertes dans les condensateurs

Lors de la simulation des convertisseurs des trois solutions, nous avons aussi relevé les courants dans les condensateurs de filtrage basse et haute fréquences, dont on a calculé par la suite les valeurs efficaces. Lors de ce calcul, il s'est avéré que la valeur efficace du courant peut avoisiner 30 A, alors que la valeur maximale admissible du condensateur CGS332T350X5L est 9.5 A. C'est pour cette raison que le condensateur basse fréquence est considéré comme une mise en parallèle de 3 condensateurs CGS332T350X5L. Sur la base de la donnée des valeurs de la résistance équivalente série de chaque condensateur par son fabricant, il devient possible de faire le calcul des pertes dont les résultats sont indiqués sur la figure 2.20.

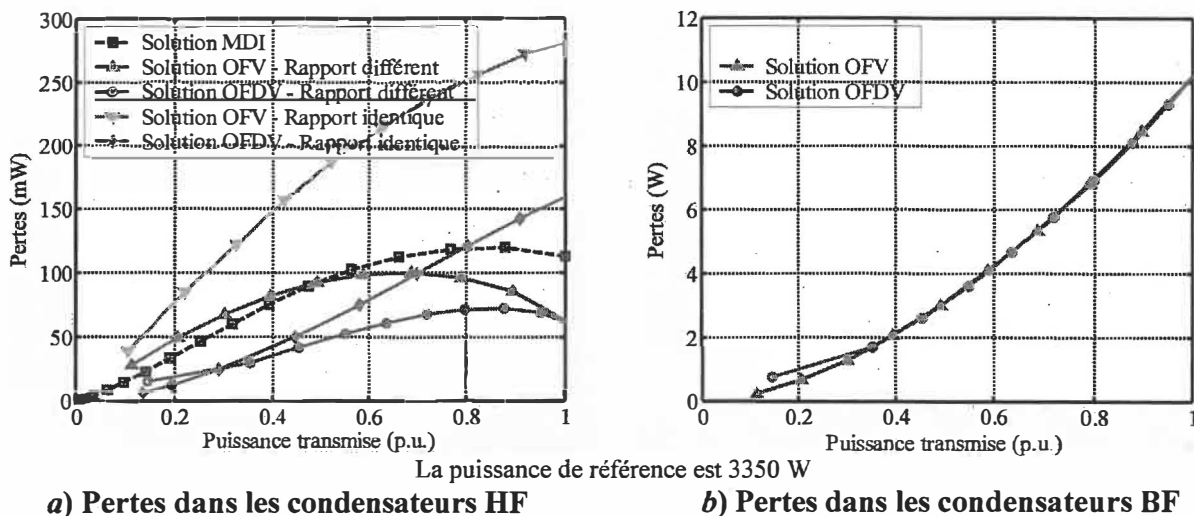


Figure 2.20. Pertes dans les condensateurs

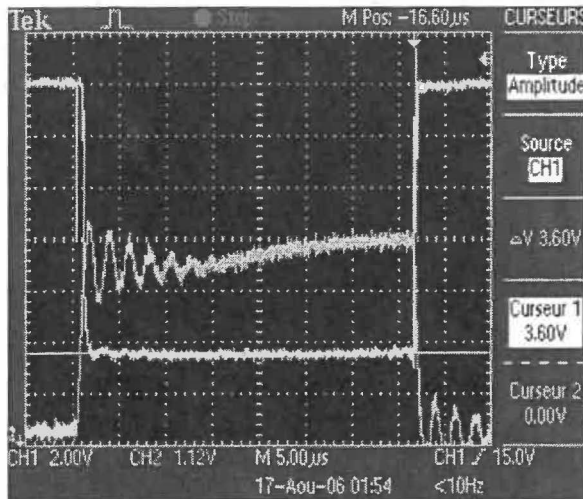
Ces résultats montrent la prédominance des pertes dans les condensateurs basse fréquence dans les cas des solutions OFV et OFDV. La solution MDI permet de faire l'économie de ces pertes car elle n'utilise pas de condensateurs basse fréquence. Du point de vue pertes dans les condensateurs haute fréquence, on peut considérer que la solution MDI occupe une place médiane par rapport aux autres solutions.

#### **2.3.4.2. Pertes par conduction dans les interrupteurs de l'onduleur**

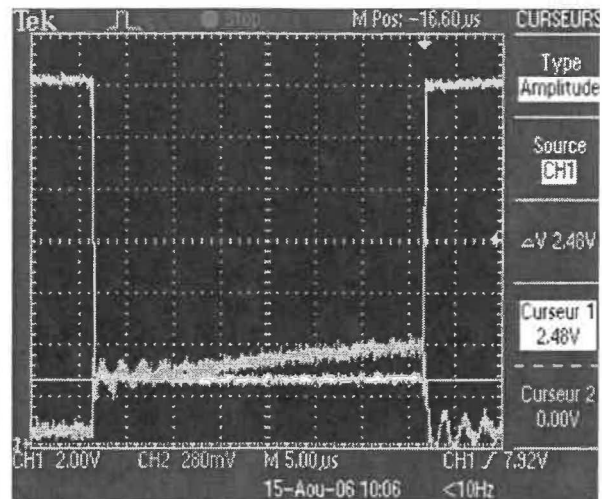
La simulation du fonctionnement des convertisseurs des trois solutions considérées montre que le courant dans les interrupteurs du convertisseur de la solution MDI atteint une valeur crête proche de 40 A. L'interrupteur semi-conducteur pour lequel nous avons opté est de calibre 900 V – 51 A (à température de jonction de 25 °C). Il peut donc supporter les contraintes statiques avec des marges de sécurité très acceptables. Cet interrupteur, nous l'avons soumis à une première caractérisation visant la détermination de sa tension de saturation en direct et en inverse en fonction du courant dans des conditions autres que celles du fabricant. La figure 2.21 montre des exemples de saturation de l'interrupteur considéré.

Les tensions de saturation indiquées sur les oscillogrammes de cette figure, sont à une constante additive près. Pour une raison de précision, la tension de saturation est mesurée à l'anode d'une diode BYT 01-400 telle que c'est indiqué sur la figure 2.22.

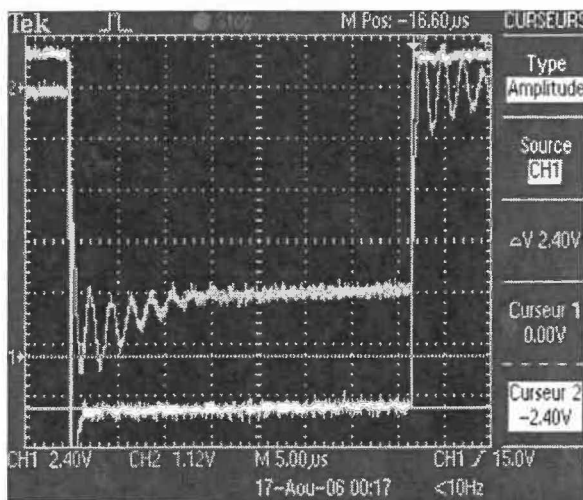
La constante additive correspond à la tension de saturation de la diode BYT 01-400 dont la valeur typique est de 1 V. Les résultats de la caractérisation de la saturation de l'interrupteur en direct et en inverse sont reportés sur la figure 2.23.



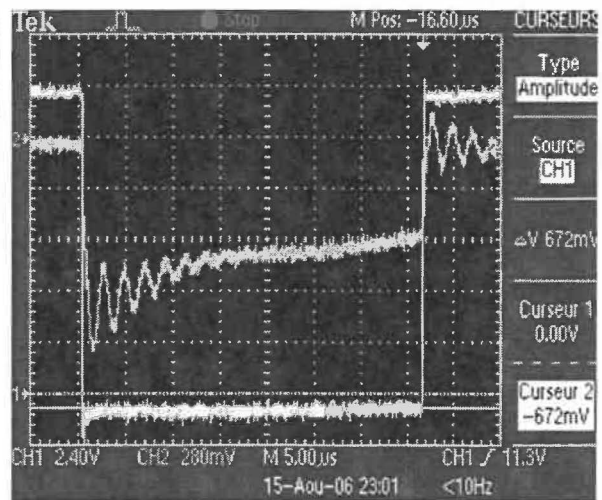
T. saturation directe (IGBT-Diode) 40A



T. saturation directe (IGBT-Diode) 5A



T. saturation inverse (IGBT-Diode) 40 A



T. saturation inverse (IGBT-Diode) 5 A

CH1 : Tension de saturation (directe ou inverse) CH2 : Courant (direct ou inverse)

Gain du capteur de courant (LEM) = 8.93 A/V, Température du radiateur lors des essais : 30 °C et 44 °C

Figure 2.21. Exemples d'oscillogrammes de l'interrupteur en saturation directe et inverse

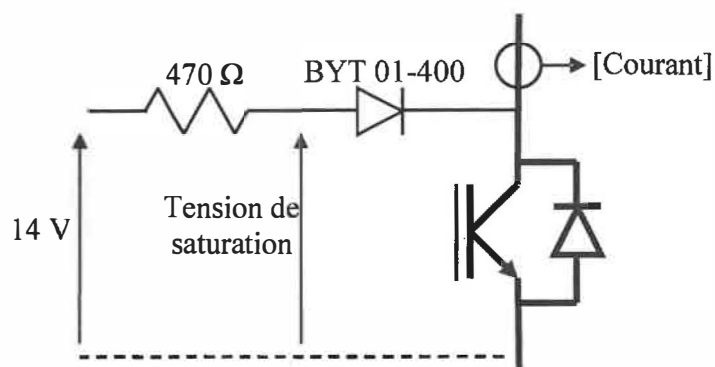


Figure 2.22. Cellule de mesure de la tension de saturation

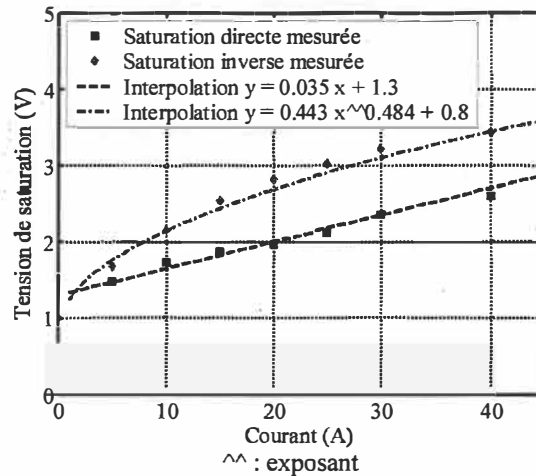


Figure 2.23. Caractérisation de l'interrupteur en saturation directe et inverse

Associée aux courants simulés dans les interrupteurs de l'onduleur, cette caractérisation permet alors de faire une estimation fiable des pertes par conduction de ces interrupteurs dans les cas des solutions considérées. Les résultats obtenus sont illustrés par la figure 2.24.

On constate que, lorsque les solutions OFV et OFDV utilisent des transformateurs de rapports identiques à celui de la solution MDI, c'est cette dernière solution qui occasionne le moins de pertes par conduction. Par contre, quand les solutions OFV et OFDV utilisent des transformateurs de rapport optimisé, la solution MDI perd l'avantage des pertes par conduction.

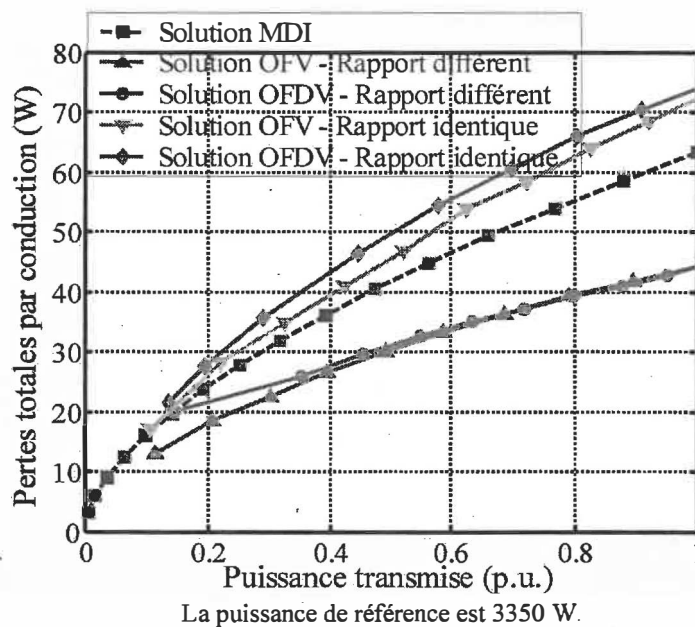
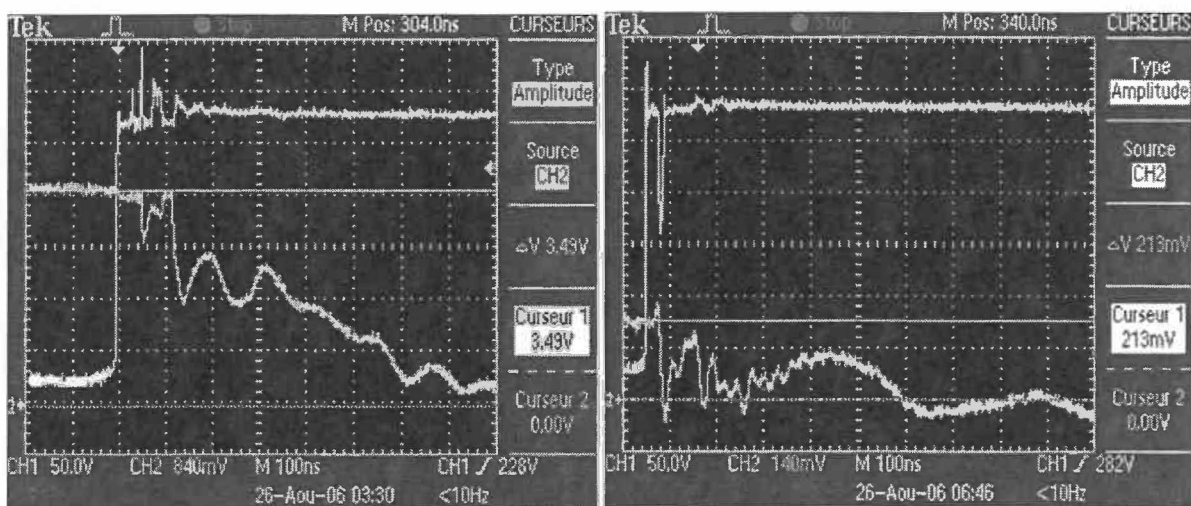


Figure 2.24. Pertes par conduction dans l'ensemble des interrupteurs

### 2.3.4.3. Pertes à l'ouverture des interrupteurs de l'onduleur

Contrairement aux autres solutions, la solution MDI, comme il a été évoqué auparavant, a l'avantage d'éviter les pertes à l'ouverture des interrupteurs de l'onduleur. Afin de se faire une idée sur le poids de cet avantage, nous avons cherché à faire une estimation des pertes à l'ouverture dans les onduleurs des convertisseurs des autres solutions. Dès lors, une seconde caractérisation des interrupteurs semi-conducteurs choisis est réalisée. Son objet est la détermination de l'énergie perdue à l'ouverture en fonction du courant coupé sur une gamme allant de 2 jusqu'à 30 A et sous une tension de 280 V, soit la tension d'alimentation des onduleurs des solutions OFV et OFDV. La figure 2.25 montre des exemples de la commutation à l'ouverture de l'interrupteur considéré. L'interface de commande rapprochée, avec les valeurs des éléments qui conditionnent la rapidité de la commutation, est indiquée sur la figure 2.26. Les résultats de cette caractérisation sont reportés sur la figure 2.27. Recoupés avec ceux de la simulation du fonctionnement des convertisseurs des différentes solutions, ils permettent alors de faire l'estimation des pertes à l'ouverture en fonction de la puissance transmise. Cette estimation est illustrée sur les figures 2.28.



Turn-off IGBT:280V-31A, G-lem=8.93A/V Turn-off IGBT:280V-2A, G-lem=8.93 A/V

CH1 : Tension CH2 : Courant

Gain du capteur de courant (LEM) = 8.93 A/V, température du radiateur lors des essais : 27 °C et 40 °C

**Figure 2.25. Exemples d'oscillogrammes à l'ouverture de l'interrupteur**



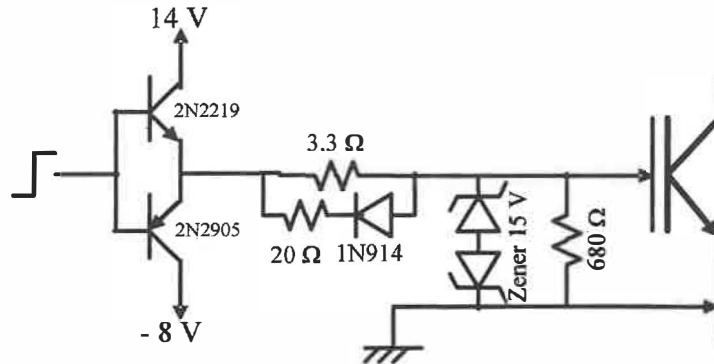


Figure 2.26. Circuit et valeurs des éléments de l'interface de commande

Les résultats reportés sur la figure 2.28.a montrent que, suite aux niveaux atteints par l'estimation des pertes à l'ouverture des interrupteurs, la faisabilité de la mise en œuvre des solutions alternatives avec les interrupteurs choisis est quasiment impossible. Les fréquences de commutation considérées, proches de 450 kHz, correspondent à un usage hors normes des IGBT. Afin que l'appréciation de l'avantage d'annuler les pertes à l'ouverture, que procure la solution MDI par rapport aux autres solutions alternatives, ne puisse souffrir de la considération de cet usage hors normes, nous avons considéré un second exemple. Dans cet exemple, on considère une charge qui diffère de la précédente uniquement par la fréquence de résonance, prise égale à 100 kHz; soient des fréquences de commutation des IGBT considérées comme conventionnelles. Les pertes à l'ouverture dans le cas de cette charge sont indiquées sur la figure 2.28.b. Cet exemple montre que la solution MDI permet d'éviter des pertes pouvant représenter entre 10 et 25 % de la puissance maximale transmise selon la solution alternative considérée.

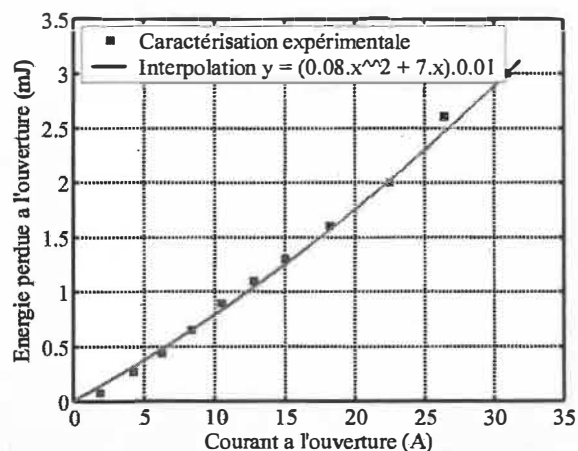
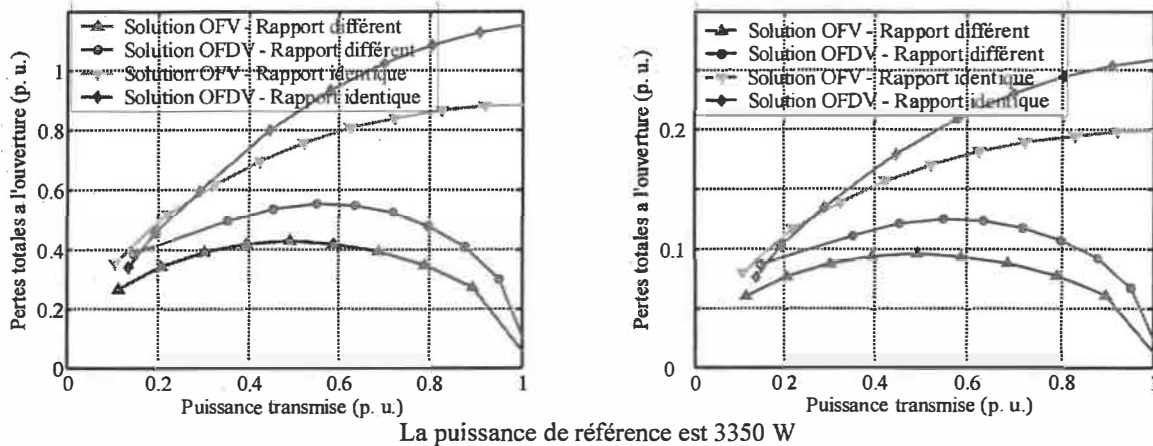


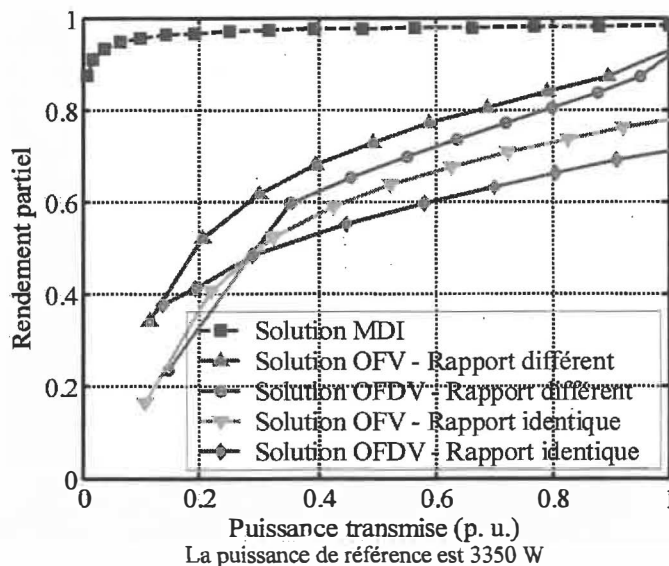
Figure 2.27. Caractérisation de l'interrupteur à l'ouverture



**Figure 2.28. Pertes à l'ouverture dans l'ensemble des interrupteurs**

### 2.3.4.4. Rendements partiels

Après avoir calculé les pertes dans les condensateurs de filtrage basse et haute fréquences et dans les interrupteurs de l'onduleur, il devient possible d'associer à chaque solution un rendement partiel donnant une indication sur l'importance relative des pertes engendrées. Ce rendement, dont le calcul est fait dans le cas de la charge de fréquence de résonance égale à 100 kHz, est illustré sur la figure 2.29. Ce résultat montre la prééminence de la solution MDI par rapport à toutes les autres solutions quant au rendement énergétique.



**Figure 2.29. Comparaison des rendements partiels de la solution MDI et des autres solutions**

### 2.3.5. COMPARAISON DE LA TAILLE ET DU COÛT

Du point de vue de la taille et du coût du convertisseur, c'est la solution MDI qui apporte la meilleure réponse. Sa suprématie par rapport aux autres solutions s'explique par des pertes réduites et par l'inutilisation de condensateurs de filtrage basse fréquence. Une évaluation des répercussions de ces deux facteurs, à partir des données des convertisseurs comparés précédemment, est faite dans la suite.

#### 2.3.5.1. Répercussions de l'inutilisation des condensateurs de filtrage basse fréquence

Comme vu précédemment, le filtrage basse fréquence de la tension redressée dans les solutions OFV et OFDV nécessite trois condensateurs de référence CGS332T350X5L. Un tel condensateur a un volume de  $680 \text{ cm}^3$  et est vendu à 89.95 \$ chez le fournisseur habituel en composants électroniques de l'université. L'inutilisation, par la solution MDI, de ces condensateurs est triplement bénéfique. Premièrement, le volume du convertisseur est réduit de plus de  $2040 \text{ cm}^3$ , ce qui est considérable, quand on sait que le volume de l'onduleur, utilisé dans un de nos prototypes, est de  $2700 \text{ cm}^3$ . Deuxièmement, le coût du convertisseur est revu à la baisse de manière vertigineuse. En effet, et d'après les prix du même fournisseur, le prix d'un seul condensateur représente plus que 200 % du prix des quatre interrupteurs semiconducteurs de l'onduleur. Troisièmement, la solution MDI peut même être considérée comme "un acte de préservation de l'environnement". En effet, ces condensateurs contiennent des éléments chimiques de haute toxicité pour la santé et l'environnement. Leurs fabrication, usage et recyclage sont réglementés par des normes écologiques.

#### 2.3.5.2. Répercussions de la réduction des pertes dans l'onduleur

Les calculs des sections précédentes montrent que les pertes (pertes par conduction et à l'ouverture) dans les quatre interrupteurs de l'onduleur ont les valeurs maximales suivantes :

- 960 W dans le cas de la solution OFDV - Rapport identique,
- 730 W dans le cas de la solution OFV - Rapport identique,
- 550 W dans le cas de la solution OFDV - Rapport différent,

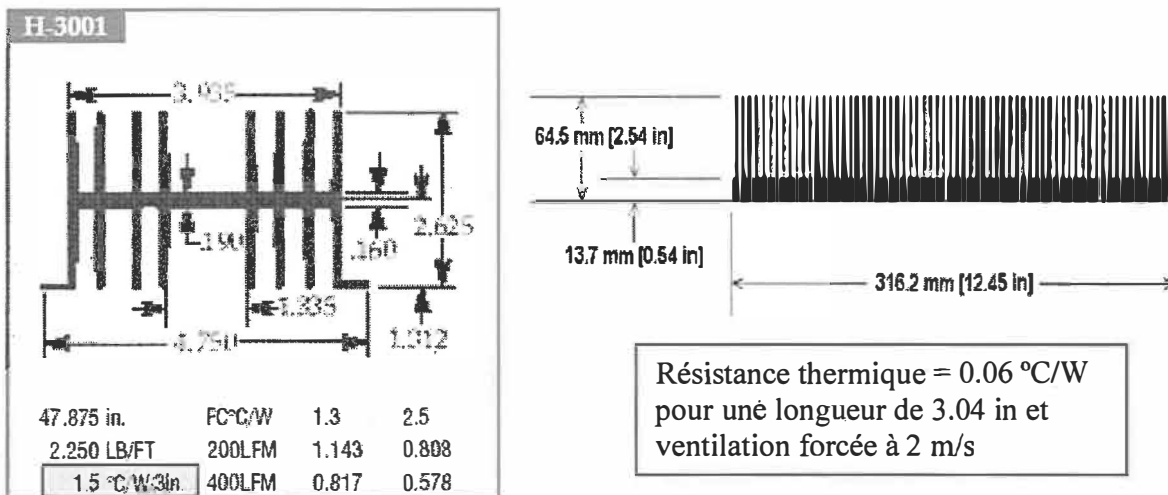
- 447 W dans le cas de la solution OFV - Rapport différent,
- et 63 W dans le cas de la solution MDI.

Sachant que les interrupteurs choisis ont des résistances thermiques jonction – boîtier et boîtier radiateur de 0.64 et 0.24 °C/W et, considérant des températures de jonction et ambiante de 150 et 25 °C, le calcul de la résistance thermique aboutit aux valeurs suivantes :

- 1.764 °C/W dans le cas de la solution MDI,
- 0.060 °C/W dans le cas de la solution OFV - Rapport différent,
- 0.007 °C/W dans le cas de la solution OFDV - Rapport différent.

Pour les deux autres solutions, le calcul aboutit à des valeurs négatives. Ce qui signifie que pour garantir une température de jonction maximale de 150 °C, il faut maintenir la température ambiante à des valeurs inférieures à 25 °C.

La figure 2.30 indique les dimensions de deux radiateurs qui seraient nécessaires pour la mise en œuvre des onduleurs dans la solution MDI et dans la solution OFV – Rapport différent. Le radiateur destiné à la mise en œuvre de la solution OFV – Rapport différent a un volume de 1575 cm<sup>3</sup> alors que celui du radiateur destiné à la solution MDI est de 620 cm<sup>3</sup>, soit un rapport de 2,54. Le système de refroidissement dans la solution OFV – Rapport différent serait plus que 2,54 fois plus encombrant que dans la solution MDI car nous n'avons pas pris en compte le ventilateur.



a) Pour la solution MDI

b) Pour la solution OFV- Rapport différent

Figure 2.30. Profils et dimensions des radiateurs retenus

Le prix d'un radiateur semblable à celui retenu dans le cas de la solution OFV – Rapport différent est de 119.79 \$ chez le fournisseur évoqué précédemment.

Les faibles pertes engendrées par la solution MDI améliorent davantage le coût et la taille du convertisseur de cette solution. Afin de se faire une idée très concrète de l'amélioration de la taille du convertisseur, nous montrons sur une même photographie un de nos prototypes d'onduleur MDI à côté des trois condensateurs électrolytiques CGS332T350X5L et un radiateur semblable à celui retenu pour la solution OFV – Rapport différent (Figure 2.31).



**Figure 2.31. Tailles des éléments épargnés par rapport à celle d'un onduleur MDI**

### 2.3.6. COMPARAISON DES PERTURBATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

L'étude des perturbations électromagnétiques générées par un convertisseur statique nécessite la localisation et la détermination des différentes sources d'excitations et des différentes impédances de couplage [Costa F. & Rojat G. '99]. Une telle étude dépasse le cadre de ce chapitre. Nous nous contentons alors de la simulation d'une seule source d'excitation que constitue le courant à l'entrée de l'onduleur dans les trois cas de contrôle (MDI, variation de fréquence et variation de décalage). Les spectres de cette source d'excitation dans les cas de deux points de fonctionnement correspondant à 64 et 25 % de la puissance maximale, sont indiqués sur la figure 2.32. Cette détermination montre que c'est en contrôle MDI que la source d'excitation considérée est la mieux atténuée. À connectique identique pour les trois solutions de

convertisseur (mêmes impédances de couplage), c'est l'onduleur MDI qui génère le moins de bruit électromagnétique.

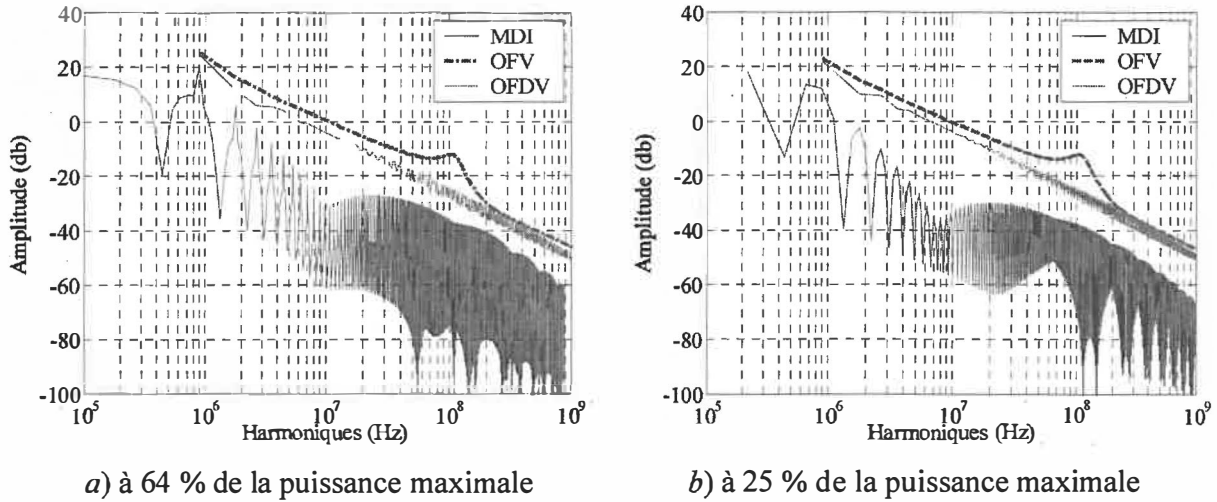


Figure 2.32. Spectres du courant à l'entrée de l'onduleur

### 2.3.7. COMPARAISON DE LA QUALITÉ DU RÉGLAGE

À l'inverse de toutes les autres commandes, la MDI entraîne une variation discrète de la puissance transmise. Dans le cas considéré de séquences de 16 cycles, le rapport cyclique ne peut pas prendre plus que les 16 valeurs de la suite suivante :

$$D_{MDI} \in \left\{ \begin{array}{l} 16/16, 15/16, 14/16, 13/16, 12/16, 11/16, 10/16, \\ 9/16, 8/16, 7/16, 6/16, 5/16, 4/16, 3/16, 2/16, 1/16 \end{array} \right\} \quad (2.13)$$

En conséquence, la suite des valeurs prises par la puissance est

$$p \in \left\{ \begin{array}{l} 1, 0.879, 0.766, 0.660, 0.562, 0.473, 0.391, 0.316, \\ 0.250, 0.191, 0.141, 0.098, 0.062, 0.035, 0.016, 0.004 \end{array} \right\} \quad (2.14)$$

Il est évident dans ce cas que la commande MDI entraîne une variation non linéaire de la puissance et avec une résolution médiocre alors que, dans les autres modes de commande, la puissance varie de façon continue et peut être considérée comme linéaire sur des intervalles assez importants. Cette brève comparaison montre que la solution MDI est en retard par rapport aux autres solutions quant à la qualité du réglage de la puissance transmise. A priori, une augmentation de la longueur des séquences MDI pourrait être à l'origine d'améliorations dans ce

sens. Dans la section suivante, nous nous servirons de la considération de séquences MDI longues pour ressortir les limites de l'analyse de fonctionnement proposée dans la littérature technique.

## 2.4. LIMITATIONS

### 2.4.1. AMÉLIORATION DU RÉGLAGE DE LA PUISSANCE PAR ALLONGEMENT DES SÉQUENCES

Considérer des séquences MDI longues étoffe la suite des nombres rationnels que le rapport cyclique peut décrire. Il en résulte une variation de puissance avec une meilleure résolution. Cette action est aussi nécessaire mais pas suffisante pour créer les conditions de validité de la relation (2.5.2), autrement dit, de linéariser le contrôle de la puissance. Pour expliciter ce propos, nous examinons l'interaction entre la MDI irrégulière et la considération de séquences MDI longues.

#### 2.4.1.1. Séquences longues en MDI irrégulière (variation en quadrature)

Pour mettre en évidence le genre d'interactions entre une séquence longue et la MDI irrégulière, nous avons refait la simulation du convertisseur de la solution MDI en considérant deux autres cas supplémentaires :  $d_{MDI} = 24$  et  $d_{MDI} = 32$ . Dans les trois cas, les résultats obtenus montrent que le profil de la variation de la puissance, en fonction du rapport cyclique, prend toujours une forme en quadrature (Figure 2.33). L'augmentation de la longueur des séquences ne favorise donc en rien la validité de la relation (2.5.2). Ceci est parfaitement compréhensible quand on se rappelle la définition de la MDI irrégulière qui consiste à découper une séquence en une suite de séquences de plus faible longueur. Une séquence MDI de longueur  $d_{MDI}$  peut toujours être décomposée en séquences plus courtes sauf quand le rapport cyclique est égal à  $1/d_{MDI}$  ou  $(d_{MDI} - 1)/d_{MDI}$ . Mais, pour ces valeurs du rapport cyclique, les formes linéaire et en quadrature convergent rapidement vers les mêmes puissances dès que  $d_{MDI}$  dépasse la dizaine. La MDI irrégulière inhibe donc l'effet d'allongement des séquences MDI sur la forme de la variation de la puissance en fonction du rapport cyclique.

### 2.4.1.2. Séquences longues en MDI régulière (variation linéaire)

En vue d'une linéarisation de la variation de puissance en fonction du rapport cyclique, l'abandon de la MDI irrégulière au profit de la MDI régulière devient incontournable. Les résultats obtenus par la simulation du convertisseur de la solution MDI avec des séquences de MDI régulière de longueur  $d_{MDI} = 16, 32$  et  $64$  montrent clairement l'effet de l'allongement des séquences sur la linéarisation de la variation de puissance en fonction du rapport cyclique (Figure 2.34).

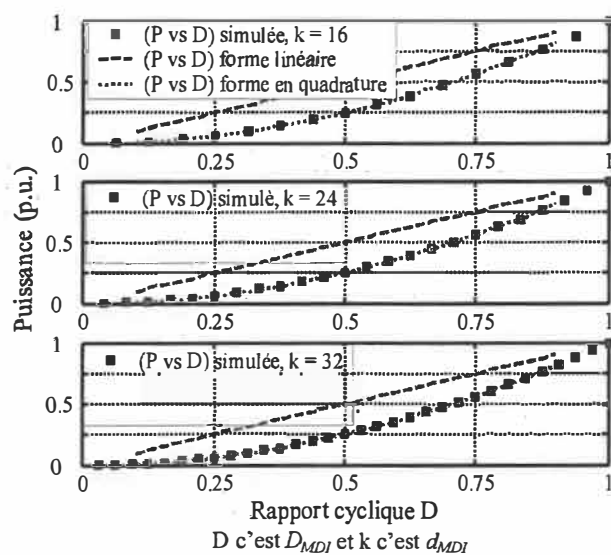


Figure 2.33. Allongement des séquences en MDI irrégulière

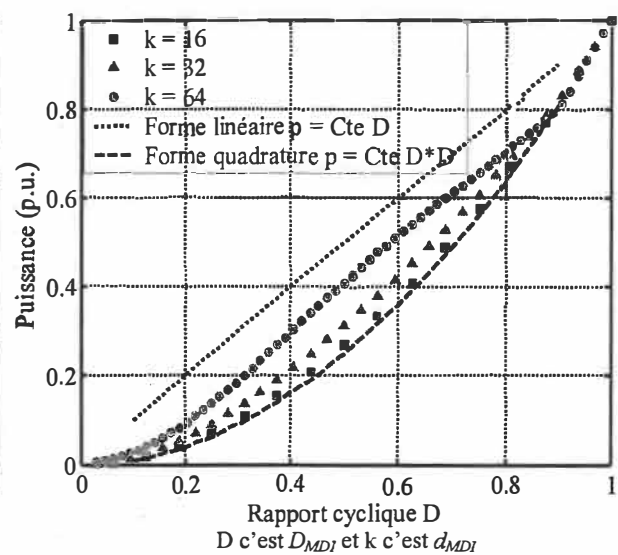


Figure 2.34. Allongement des séquences en MDI régulière

## 2.4.2. RÉPERCUSSIONS D'UN ALLONGEMENT DES SÉQUENCES

L'allongement des séquences MDI soulève aussi des questionnements en rapport avec le fondement de l'analyse de fonctionnement, la mise en œuvre du contrôle MDI et le facteur de puissance.

### 2.4.2.1. Questionnement sur le fondement de l'analyse de fonctionnement



Comme il a été souligné dans la section 2.2 de ce chapitre, l'analyse de fonctionnement proposée dans la littérature technique est faite sur la base d'une hypothèse simplificatrice qui considère la tension d'alimentation de l'onduleur constante à l'échelle d'une séquence MDI. Afin d'appréhender la validité de cette hypothèse, nous évaluons les variations négligées de cette tension et nous discutons les conséquences sur le courant et la puissance de la charge.

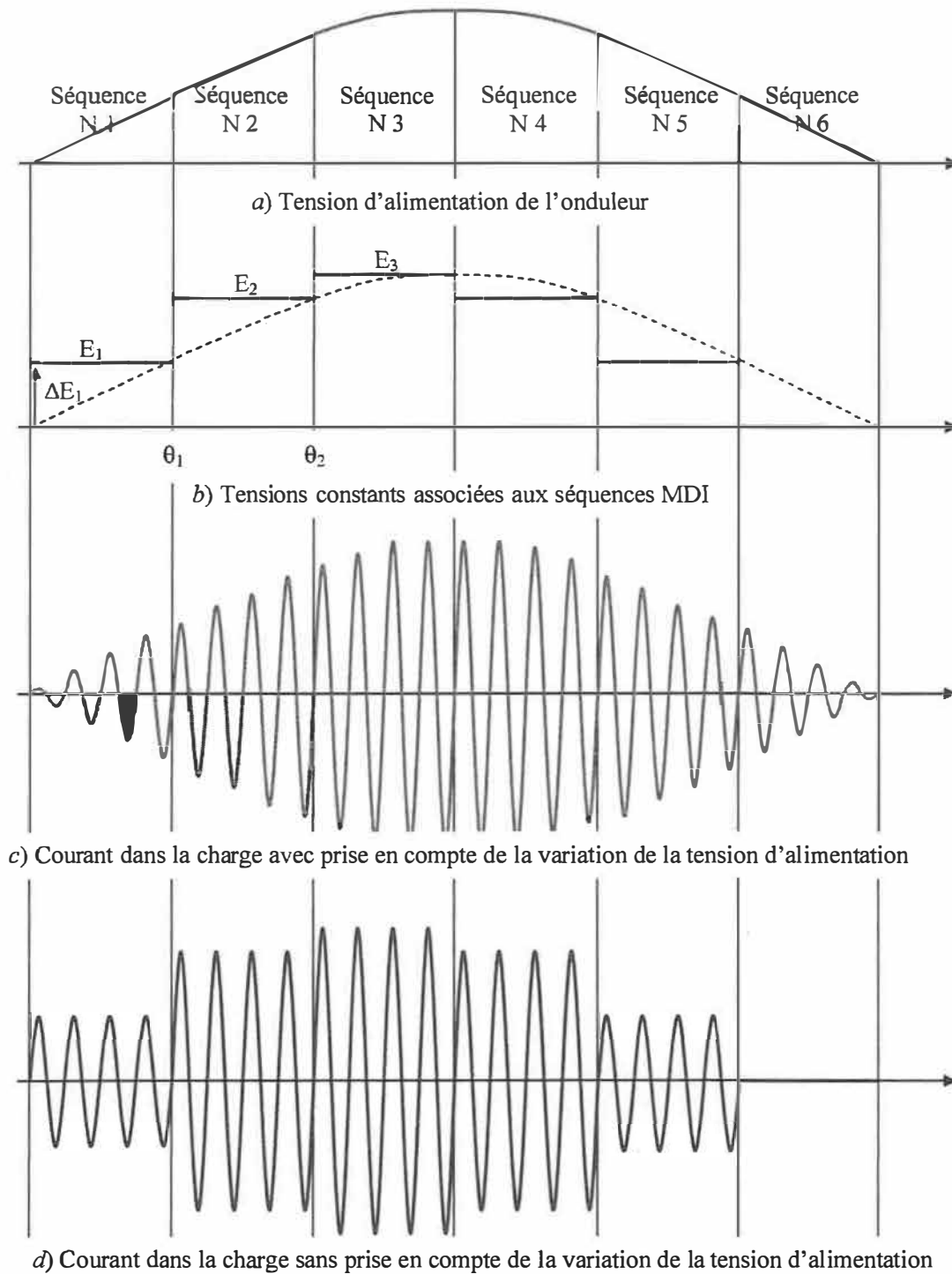
Pour une facilité de communication, nous utilisons la figure 2.35 qui décrit le cas d'un onduleur MDI alimenté par une tension redressée mais sans lissage et dont la période comporte six séquences MDI de longueur  $d_{MDI} = 4$  (uniquement par commodité de visibilité graphique).

Si on confond la tension constante alimentant l'onduleur durant une séquence avec la valeur prise par la tension redressée à la fin de cette même séquence, l'ondulation relative maximale, rapportée à la tension constante, s'écrit :

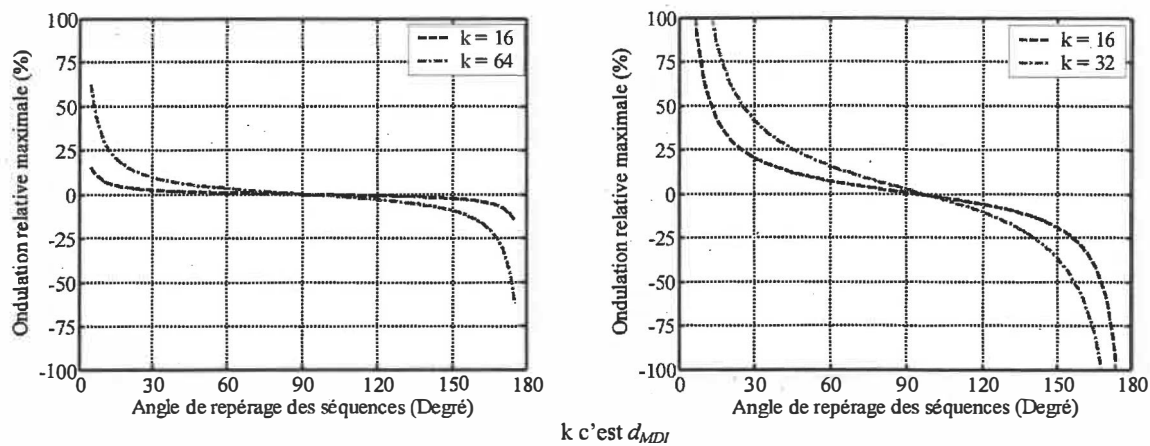
$$\frac{\Delta E}{E}(\theta) = 1 - \cos\left(2\pi \frac{F_{ca}}{F_{rs}} d_{MDI}\right) - \sin\left(2\pi \frac{F_{ca}}{F_{rs}} d_{MDI}\right) / \tan(\theta) \quad (2.15)$$

où  $\theta$  est l'angle indiquant la fin de la séquence (on peut s'en servir pour le repérage des séquences),

La figure 2.36 montre l'évolution de cette ondulation relative en fonction de la position de la séquence sur la période de la tension d'alimentation de l'onduleur dans les cas de différentes longueurs et fréquences de résonance. On constate que, plus les séquences sont longues et la fréquence de résonance est basse, moins l'hypothèse de tension constante est justifiée. Il devient donc nécessaire d'examiner avec attention ses retombées sur les résultats de l'analyse de fonctionnement.



**Figure 2.35. Illustration de l'hypothèse de l'invariance de la tension redressée à l'échelle d'une séquence MDI – cas d'un rapport cyclique unitaire**



a) Fréquence de résonance = 444 kHz

b) Fréquence de résonance = 53 kHz

Figure 2.36. Ondulation relative maximale par séquence MDI négligée par l'hypothèse de l'invariance de la tension

Le courant approximatif dans la charge, calculé dans le cadre de l'hypothèse en question, s'écarte naturellement du courant réel. Cet écart devient nettement perceptible dans les cas de séquences MDI assez longues et/ou de charges ayant des fréquences de résonance assez basses (Figure 2.37).

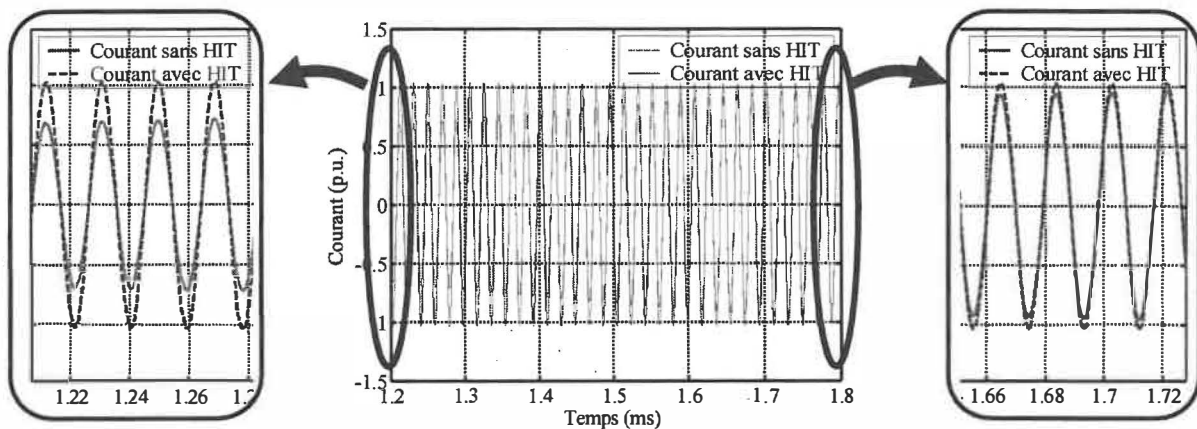


Figure 2.37. Courant dans la charge lors de la 3<sup>ème</sup> séquence avec et sans considération de l'hypothèse de l'invariance de la tension; Cas  $F_{rs} = 53$  kHz,  $d_{MDI} = 32$  et  $D_{MDI} = 1$

Cependant, cet écart n'affecte pratiquement pas la précision du calcul de la puissance à partir du courant approximatif. En effet, au vu de la figure 2.36, on peut considérer que les ondulations relatives maximales présentent une symétrie impaire par rapport à l'axe 90 degrés. Autrement dit,

durant deux séquences symétriques par rapport au centre de la période de la tension redressée, c.-à-d. l'axe 90 degrés, les courants approximatifs au cours de ces séquences sont entachés des mêmes erreurs, sauf que l'une est faite par excès, dans le cas de la séquence se trouvant à droite de l'axe 90 degré, et l'autre par défaut. Les figures 2.35 *c* et *d* illustrent bien cette particularité. Lors de la détermination de la puissance, qui se fait par un calcul moyen sur toutes les séquences, les erreurs du courant se compensent par paires de séquences symétriques. La détermination de la puissance est alors très peu sensible à l'imprécision du courant approximatif. L'adoption de l'hypothèse de l'invariance de tension par séquence est donc en cohérence avec l'objectif visé par l'analyse de fonctionnement proposée dans la littérature, à savoir le calcul de la puissance transmise à la charge.

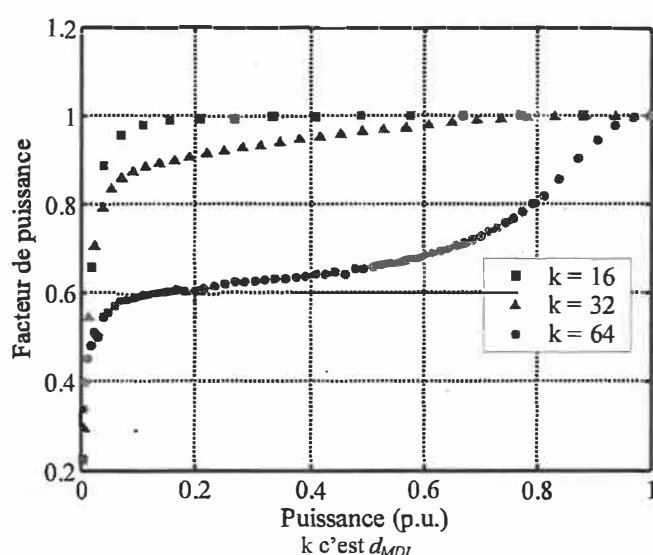
#### 2.4.2.2. Questionnement sur le facteur de puissance

De par le caractère approximatif de la détermination du courant dans la charge qui découle de l'HITS, la pertinence de l'utilisation de cette hypothèse, en vue d'une détermination du facteur de puissance du convertisseur, est très incertaine. D'ailleurs, l'analyse de fonctionnement de la littérature ne propose aucune détermination du facteur de puissance. Ce dernier est supposé constant et unitaire suite au découplage haute fréquence (élimination des ondulations du courant à l'entrée de l'onduleur ayant une fréquence 2 fois supérieure à celle de la commutation). L'exemple considéré dans la section 2.3.3 montre qu'effectivement le facteur de puissance est quasiment unitaire sur un très large intervalle de variation de la puissance. Seulement, il l'est dans des conditions particulières à savoir : fréquence de commutation très élevée, puissance importante et surtout séquences MDI irrégulières.

Pour mettre en évidence l'effet de l'allongement des séquences, nous avons refait la simulation du même convertisseur avec des séquences MDI régulières plus longues. Les résultats relatifs au facteur de puissance sont illustrés sur la figure 2.38. Ils révèlent une dégradation du facteur de puissance qui s'explique par la nature de la distorsion générée et son interaction avec le filtre de découplage haute fréquence.

Cette distorsion se présente sous deux aspects différents. Le premier est la présence des ondulations de courant à une fréquence 2 fois supérieure à celle de résonance de la charge. Elles se produisent quand l'onduleur fonctionne en mode normal. Le filtre de découplage haute

fréquence est fait pour corriger cette distorsion, qui est la seule à exister quand le convertisseur fonctionne à pleine puissance. À ce point de fonctionnement, le facteur de puissance est unitaire. Le second aspect de la distorsion est dû aux annulations de courant se produisant chaque fois que l'onduleur fonctionne en mode roue libre. Dans le cas d'une séquence MDI régulière de longueur  $d_{MDI}$ , la fréquence de la distorsion du second aspect est  $d_{MDI}$  fois inférieure à celle de la résonance de la charge. Le filtre de découplage peut corriger, d'une manière subsidiaire, la distorsion du second aspect à condition que sa fréquence ne s'éloigne pas trop de celle de la distorsion du premier aspect. Autrement dit, pour que la distorsion du second aspect soit corrigée par le filtre de découplage haute fréquence, il faut limiter la longueur des séquences MDI.

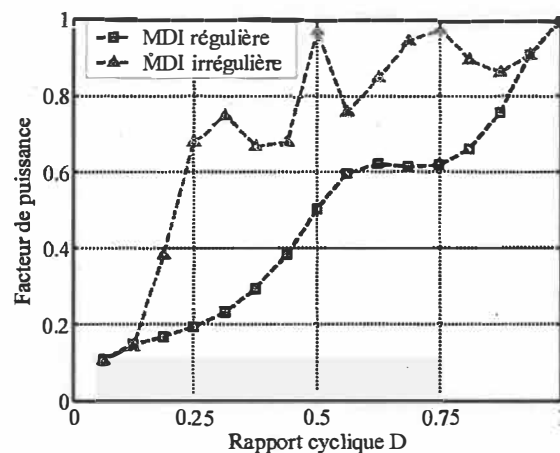


**Figure 2.38. Évolution du facteur de puissance dans le cas de MDI régulière et à fréquence élevée**

Pour mieux dégager les interactions entre la distorsion et le filtre de découplage haute fréquence, nous avons considéré le même convertisseur MDI avec, cette fois, une charge dont la fréquence de résonance est de 53 kHz. Nous avons gardé le même filtre de découplage haute fréquence après avoir vérifié sa capacité à corriger la distorsion du premier aspect. Le facteur de puissance obtenu après simulation du fonctionnement du convertisseur avec des séquences MDI de longueur 16 dans les cas de MDI régulière et irrégulière, est illustré par la figure 2.39.

En considérant une charge dont la fréquence de résonance est plus faible, et tout en gardant le même filtre de découplage haute fréquence, on a réduit l'efficacité de la correction subsidiaire de

ce dernier, d'où la décroissance plus rapide du facteur de puissance dans le cas de la MDI régulière. Dans le cas de la MDI irrégulière, l'évolution du facteur de puissance en fonction du rapport cyclique montre des singularités au voisinage des rapports cycliques  $D_{MDI} = 1/2$ , et  $3/4$ . C'est quand  $D_{MDI} = 1/2$ , que la fréquence de la distorsion du second aspect s'approche le plus de la fréquence de la distorsion du premier aspect. Pour ce rapport cyclique, la longueur de la séquence est égale à 2 et le rapport des fréquences des distorsions premier/deuxième aspect est de 4. Vient ensuite le cas  $D_{MDI} = 3/4$  et  $1/4$  où le rapport des fréquences est de 8. En conséquence, l'efficacité de la correction subsidiaire du filtre de découplage haute fréquence est maximale à  $D_{MDI} = 1/2$  et ensuite à  $D_{MDI} = 3/4$ , d'où des facteurs de puissance proches de l'unité. Bien qu'à  $D_{MDI} = 1/4$  et  $D_{MDI} = 3/4$ , les fréquences de la distorsion du second aspect soient identiques, le facteur de puissance à  $D_{MDI} = 1/4$  n'est pas aussi bon qu'à  $D_{MDI} = 3/4$ , car la distorsion est plus manifeste à  $D_{MDI} = 1/4$  qu'à  $D_{MDI} = 3/4$  (une annulation du courant durant trois quarts de temps est plus flagrante qu'une annulation durant un quart du temps).



**Figure 2.39. Évolution du facteur de puissance dans le cas de fréquence moins élevée (53 kHz)**

#### 2.4.3. BESOIN D'UNE NOUVELLE ANALYSE DE FONCTIONNEMENT

Allonger les séquences MDI améliore la qualité du réglage de la puissance en linéarisant sa variation et en atténuant son caractère discret, mais dégrade le facteur de puissance. Manifestement, on est dans un cas de compromis entre une action en aval (puissance transmise)

et une action en amont (facteur de puissance) du convertisseur MDI. Pour mieux solutionner ce compromis, une caractérisation précise de la distorsion du courant s'impose. Comme il a été discuté plus haut dans ce chapitre, l'analyse de fonctionnement proposée dans la littérature est inadaptée pour mener une telle caractérisation et ce à cause de son fondement sur l'HITS. L'élaboration d'une nouvelle analyse de fonctionnement, se basant sur une hypothèse moins restrictive que l'HITS et qui est explicitement orientée vers l'amélioration de la qualité du réglage de la puissance transmise et la caractérisation de la distorsion du courant tiré par le convertisseur, est une étape incontournable pour relever le défi du compromis en question.

## 2.5. CONCLUSION

Ce chapitre constitue un préambule à la présentation des travaux de recherche effectués dans le cadre de cette thèse. En dressant un état de l'art de la MDI, nous avons voulu dégager une idée claire et concise sur les travaux des équipes qui nous ont précédés au sujet de l'application de la MDI à un onduleur à résonance série alimenté à travers un redresseur monophasé à diodes. Une attention particulière a été accordée au raisonnement adopté, à la portée des résultats obtenus et à la technique de mise en œuvre. Le raisonnement adopté est basé sur l'HITS. Les résultats obtenus concernent uniquement la puissance transmise à la charge. Aucune caractérisation de la distorsion harmonique du courant tiré du réseau alternatif d'alimentation n'est faite.

Pour comparer la commande MDI à des modes de commande plus conventionnels d'onduleurs à résonance série (Commande par fréquence et commande par décalage), nous avons considéré trois solutions de conversion ca-ca ayant en commun la même topologie de conversion mais utilisant chacune un mode de contrôle différent. Cette comparaison a montré que la solution MDI est une option prometteuse pour développer des convertisseurs statiques à forte valeur ajoutée. Cette dernière concerne le rendement énergétique, la compacité, le coût, la réaction sur le réseau de distribution électrique, le bruit électromagnétique et la pollution environnementale. Les résultats de cette comparaison s'appuient sur un recoupement de données de simulation et de caractérisations expérimentales de composants susceptibles d'être utilisés réellement.

En cherchant à obtenir une variation linéaire et quasi-continue de la puissance transmise en fonction du rapport cyclique par allongement des séquences MDI, nous avons montré l'existence

d'un compromis entre les actions en aval (qualité du réglage de la puissance transmise) et en amont (facteur de puissance) du convertisseur MDI. Les raisonnements adoptés dans les travaux de nos prédécesseurs sont inadaptés pour gérer adéquatement ce compromis car ils sont orientés uniquement vers une caractérisation de l'action en aval.

Pour ce faire, il faut au préalable s'investir dans une nouvelle analyse de fonctionnement permettant d'établir les liens entre les actions en amont et en aval. C'est l'objectif que nous nous assignons dans le chapitre suivant.



## **Chapitre 3**

# **ÉLABORATION D'UNE COMMANDE MDI AVEC SÉQUENCE DE LONGUEUR MAXIMALE ET CARACTERISATION DE LA DISTORSION HARMONIQUE**

---

### **3.1. INTRODUCTION**

Le chapitre précédent, dédié à faire un état de l'art de la MDI, s'est achevé sur des questionnements, qui invitent à engager une réflexion plus approfondie sur le fonctionnement du convertisseur auquel la commande MDI a été appliquée. Dans ce chapitre, le premier de ceux traitant des contributions, cette réflexion est initiée avec un état d'esprit où la rigueur théorique prime sur toute autre considération. L'objectif principal est l'élaboration d'une loi de commande MDI, qui vise une variation de la puissance transmise avec la meilleure résolution possible et un conditionnement du spectre du courant absorbé par le convertisseur.

La section 3.2 est réservée pour effectuer une analyse de fonctionnement du convertisseur, constitué par la mise en cascade d'un redresseur monophasé sans filtre de lissage et d'un onduleur à résonance série. Après avoir posé des hypothèses de travail, qui concordent avec notre

objectif et la particularité du convertisseur considéré, nous définissons un motif MDI et nous établissons la réponse du convertisseur en puissance transmise et en distorsion harmonique du courant absorbé. Dans la section 3.3, nous proposons une stratégie d'optimisation du fonctionnement du convertisseur considéré. Nous procédons à la synthèse et la validation par simulation des lois de commande de type MDI, qui visent à transcrire cette stratégie d'optimisation dans le fonctionnement du convertisseur. L'analyse et l'exploitation des conséquences des lois de commande synthétisées sur le facteur de puissance du courant absorbé font l'objet de la section 3.4. Après discussion de l'action des lois de commande sur le spectre harmonique du courant absorbé, nous proposons et nous validons, par simulation, deux démarches de dimensionnement d'un filtre passif destiné à la correction du facteur de puissance. Les deux démarches, qui mettent à profit des lois de commande MDI, diffèrent par des choix différents du point de fonctionnement optimal du filtre.

## 3.2. ANALYSE DE FONCTIONNEMENT

### 3.2.1. OBJET, ORIENTATIONS ET HYPOTHÈSE DE BASE

L'analyse de fonctionnement que nous nous proposons de développer ci-dessous concerne le convertisseur ca-ca indiqué sur la figure 3.1. Le condensateur placé entre le redresseur et l'onduleur est supposé faire un découplage haute fréquence entre les courants à l'entrée de l'onduleur et la sortie du redresseur. Sa valeur est telle qu'il est en mesure d'absorber uniquement les ondulations de courant à deux fois la fréquence de commutation de l'onduleur présentes à l'entrée de ce dernier, sans aucun effet sur la tension redressée.

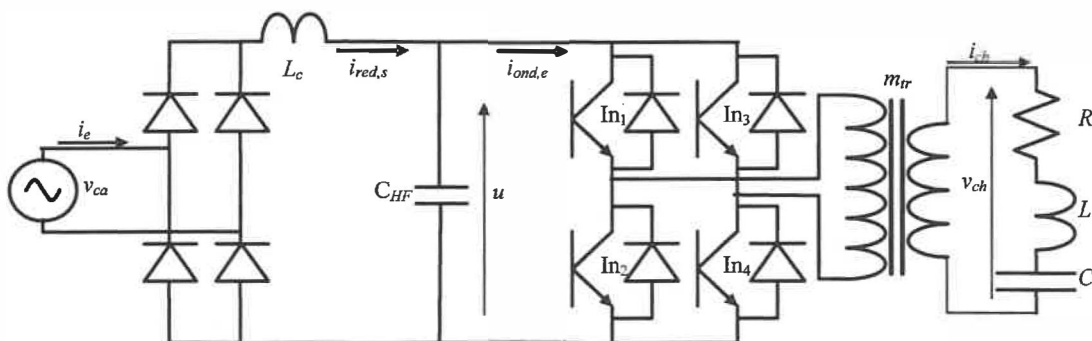


Figure 3.1. Convertisseur ca-ca MDI avec redresseur de tête monophasé

Cette analyse s'oriente vers la création des conditions d'une variation quasi-continue de la puissance transmise et d'une caractérisation de la distorsion harmonique du courant tiré par le convertisseur du réseau alternatif de distribution. Ce qui équivaut, d'une part, à la recherche de la suite la plus dense possible des rapports cycliques et, d'autre part, à la détermination la plus précise des courants en valeurs instantanées en différents points du convertisseur.

Pour ce faire, nous considérons que toutes les séquences MDI ont une même longueur fixe qui prend la plus grande valeur possible. Dès lors, la périodicité des séquences MDI coïncide avec celle de la tension redressée.

Dans cette optique, l'HITS est manifestement non justifiée. Nous lui substituons l'Hypothèse de l'Invariance de la Tension sur un Cycle de résonance (HITC) qui suppose que la tension à l'entrée de l'onduleur est constante seulement à l'échelle d'une période de résonance de la charge. La détermination de la puissance transmise et la caractérisation de la distorsion harmonique sont ramenées à un même calcul, celui de la série de Fourier du courant tiré par le convertisseur ca-ca. Nous exploitons en cela la propriété de la conservation de la puissance moyenne par le convertisseur.

### 3.2.2. DISCRÉTISATION DU TEMPS ET DÉFINITION DU MOTIF MDI

L'échantillonnage de la période ( $T_{ca}/2$ ) de la tension redressée :

$$0 \leq t \leq T_{ca}/2 \quad u(t) = |v_{ca}(t)| = \hat{V}_{ca} \left| \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t\right) \right| \quad (3.1)$$

avec un pas égal à la période de résonance de la charge,  $T_{rs}$  (identique à la période de commutation), permet de définir une variable discrète  $n$  liée à la variable temps continu  $t$  par :

$$t = n \cdot T_{rs} \quad (3.2)$$

Cette variable discrète  $n$  varie entre zéro et une valeur extrême définie par :

$$N_{mp} = \frac{F_{rs}}{2 \cdot F_{ca}} \quad (3.3)$$

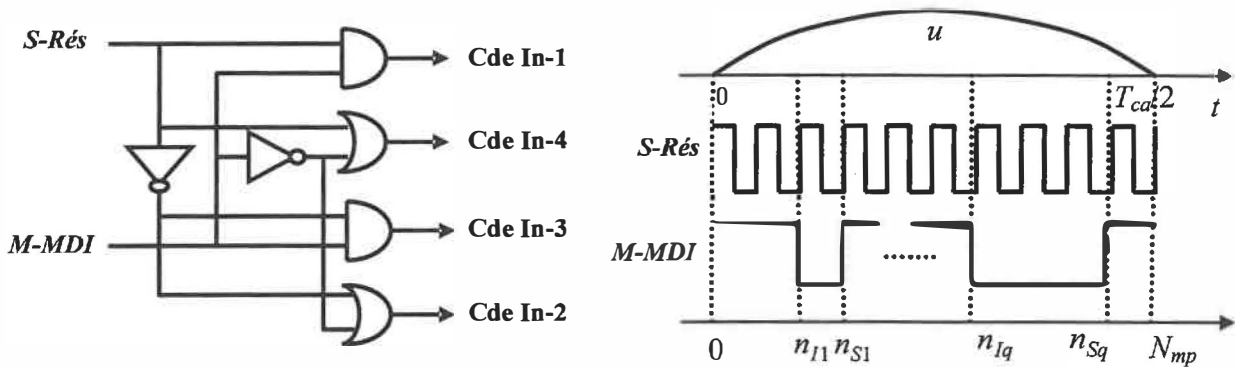
Il se trouve que cette valeur extrême correspond à la longueur maximale qu'on cherche à imposer à toutes les séquences MDI.

On est alors dans un cas où les séquences MDI ne peuvent plus être caractérisées par la longueur, puisqu'elle est la même pour toutes les séquences. De même, la caractérisation par rapport

cyclique n'est plus transposable (elle était déjà difficilement transposable en passant de la MDI régulière à la MDI irrégulière). En conséquence, nous recourons, pour décrire l'enchaînement des cycles de fonctionnement normal et en roue libre, aux notions de motif MDI et de trous. Un motif MDI est un signal de même période que la tension redressée. Il prend des valeurs binaires un ou zéro selon que l'onduleur est en fonctionnement normal ou en roue libre. Un trou représente un ensemble de cycles de roue libre adjacents (l'usage du mot trou est, ici, une métaphore qui correspond aux périodes pendant lesquelles le motif MDI est au niveau zéro). Un motif MDI peut comporter plusieurs trous qu'on considère au nombre de  $q$ . Un trou, numéroté  $k$  allant de 1 à  $q$ , est défini par la donnée de ses bornes inférieure ( $n_{Ik}$ ) et supérieure ( $n_{Sk}$ ), qui signifient que le premier et le dernier des cycles de roue libre constituant ce trou commence et se termine respectivement aux instants  $n_{Ik}T_{rs}$  et  $n_{Sk}T_{rs}$ . On peut alors caractériser un motif par la donnée de l'ensemble des bornes inférieures et supérieures des  $q$  trous qui le composent et qui doivent satisfaire la contrainte :

$$0 < n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{Iq} < n_{Sq} < N_{mp} \quad (3.4)$$

La figure 3.2 illustre bien la définition du motif MDI et son rôle dans la génération des signaux de commande des interrupteurs.



**Figure 3.2. Définition du motif MDI et de son rôle dans la génération des commandes des interrupteurs**

### 3.2.3. MISE EN ÉQUATION

Sachant que tous les détails des calculs intermédiaires sont fournis dans l'annexe A, nous nous contentons, dans ce chapitre, de préciser les différentes étapes de la mise en équation et d'indiquer à chaque fois l'outil de calcul et le résultat obtenu.

### ✓ Étape préliminaire

Vu au niveau de la charge RLC, le convertisseur est représenté par une mise en série de plusieurs générateurs de créneaux de tension. On écrit :

$$v_{ch}(t) = GCT_0(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs}) - \sum_{k=1}^q GCT_k(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs}) \quad (3.5)$$

$GCT_0(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs})$  est un générateur continu de créneaux de la tension  $m_{tr} \cdot u(t)$  à la fréquence  $F_{rs}$ . Il modélise un fonctionnement sans modulation de la densité d'impulsions. Dans le cadre de l'HITC, il s'écrit sous la forme :

$$(n-1)T_{rs} \leq t < (n-0.5)T_{rs} \quad GCT_0(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs}) = +m_{tr} \cdot u(nT_{rs}) = +m_{tr} \hat{V}_{ca} \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) \quad (3.6.1)$$

$$(n-0.5)T_{rs} \leq t < nT_{rs} \quad GCT_0(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs}) = -m_{tr} \cdot u(nT_{rs}) = -m_{tr} \hat{V}_{ca} \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) \quad (3.6.2)$$

$GCT_k(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs})$  est un générateur impulsionnel de créneaux de la tension  $m_{tr} \cdot u(t)$  à la fréquence  $F_{rs}$ . Associé au générateur continu, il modélise un fonctionnement avec modulation de la densité d'impulsions à un trou défini par  $n_{lk}$  et  $n_{sk}$ . Il s'écrit sous la forme :

$$n_{lk}T_{rs} \leq t < n_{sk}T_{rs} \quad GCT_k(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs}) = GCT_0(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs}) \quad (3.7.1)$$

$$\text{sinon} \quad GCT_k(m_{tr} \cdot u(t), F_{rs}) = 0 \quad (3.7.2)$$

### ✓ Étape de détermination de la tension du condensateur résonnant

En considérant la réponse d'un circuit RLC série à des échelons de tension, la détermination de la tension aux bornes du condensateur résonnant est faite aux instants  $nT_{rs}$  sous la forme d'une relation de récurrence. Ensuite, cette relation de récurrence est transformée en expression analytique tenant compte de la périodicité imposée par la tension redressée et faisant l'approximation de ramener le calcul d'une série à celui d'une intégrale. Dans le cas général d'un motif MDI à  $q$  trous, les expressions de la tension aux bornes du condensateur sont :

$$1 \leq n < n_{l1} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) m_{tr} u(n) \quad (3.8.1)$$

$$n_{l1} \leq n \leq n_{s1} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 A(n_{l1}, n) \quad (3.8.2)$$

$$n_{S1} \leq n < n_{I2} \quad v_C(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 A(n_{I1}, n_{S1}) a^{2(n-n_{S1})} \quad (3.8.3)$$

.....  
 .....

$$n_{S(q-1)} \leq n < n_{Iq} \quad v_C(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (3.8.4)$$

$$n_{Iq} \leq n < n_{Sq} \quad v_C(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 \left\{ \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} + A(n_{Iq}, n) \right\} \quad (3.8.5)$$

$$n_{Sq} \leq n < N_{mp} \quad v_C(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 \sum_{k=1}^q A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (3.8.6)$$

#### ✓ Étape de déduction des courants dans l'onduleur

La charge est supposée suffisamment peu amortie pour pouvoir assimiler chaque alternance de son courant à une demi-sinusoïde. Les amplitudes des alternances positives et négatives sont déduites suite au tracé du plan de phase décrivant le fonctionnement de l'onduleur. Les expressions du courant dans la charge sont :

$$(n-1)T_{rs} \leq t < (n-0.5)T_{rs} \quad i_{ch}(t) = \sqrt{\frac{C}{L}} (v_{ch}(t) - v_c(n-1)) \sin(2\pi F_{rs} t) \quad (3.9.1)$$

$$(n-0.5)T_{rs} \leq t < nT_{rs} \quad i_{ch}(t) = \sqrt{\frac{C}{L}} (v_{ch}(t) - v_c(n)) \sin(2\pi F_{rs} t) \quad (3.9.2)$$

Le courant à l'entrée de l'onduleur correspond soit à la forme redressée du courant dans la charge, soit il est nul selon que l'onduleur est en fonctionnement normal ou en roue libre. Il s'exprime alors par les expressions :

$$n_{Ik} T_{rs} \leq t < n_{Sk} T_{rs} \quad i_{ond,e}(t) = 0 \quad (3.10.1)$$

$$\text{sinon} \quad i_{ond,e}(t) = m_{tr} \cdot |i_{ch}(t)| \quad (3.10.2)$$

Ce dernier courant peut être considéré comme la somme d'une composante alternative haute fréquence, à deux fois la fréquence de résonance de la charge, et une composante continue (dans le sens unidirectionnel) basse fréquence à deux fois la fréquence du réseau alternatif d'alimentation.

### ✓ Étape de déduction des courants dans le redresseur

On suppose que le condensateur  $C_{HF}$  soit en mesure de réaliser un découplage haute fréquence entre les courants de l'onduleur et du redresseur \*. Il absorbe la composante haute fréquence du courant à l'entrée de l'onduleur. Le courant à la sortie du redresseur se confond alors avec la composante basse fréquence du courant à l'entrée de l'onduleur, laquelle se définit comme la valeur moyenne sur une demi-période de résonance du courant à l'entrée de l'onduleur.

Durant une période  $[(n-1)T_{rs} \ nT_{rs}]$  de fonctionnement normal, le courant à la sortie du redresseur est donné par les expressions :

$$(n-1)T_{rs} \leq t < (n-0.5)T_{rs} \quad i_{red,s}(t) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (v_{ch}(t) - v_c(n-1)) \quad (3.11.1)$$

$$(n-0.5)T_{rs} \leq t < nT_{rs} \quad i_{red,s}(t) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (v_{ch}(t) - v_c(n)) \quad (3.11.2)$$

Durant une période  $[(n-1)T_{rs} \ nT_{rs}]$  de fonctionnement en roue libre, le courant à la sortie du redresseur est nul.

Le courant à l'entrée du convertisseur se déduit du courant à la sortie par les relations :

$$0 \leq t < T_{ca}/2 \quad i_e(t) = i_{red,s}(t) \quad (3.12.1)$$

$$T_{ca}/2 \leq t < T_{ca} \quad i_e(t) = -i_{red,s}(t) \quad (3.12.2)$$

En tenant compte de (3.11), (3.10), (3.9) et (3.8), (3.12) devient :

$$0 \leq t < n_{I1}T_{rs} \quad i_e(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t\right) \quad (3.13.1)$$

$$n_{I1}T_{rs} \leq t < n_{S1}T_{rs} \quad i_e(t) = 0 \quad (3.13.2)$$

$$n_{S1}T_{rs} \leq t < n_{I2}T_{rs} \quad i_e(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 A(n_{I1}, n_{S1}) a^{-2n_{S1}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (3.13.3)$$

....

....

$$n_{S(q-1)}T_{rs} \leq t < n_{Iq}T_{rs} \quad i_e(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (3.13.4)$$

$$n_{Iq}T_{rs} \leq t < n_{Sq}T_{rs} \quad i_e(t) = 0 \quad (3.13.5)$$

\*quelle que soit la valeur qu'on voudrait donner à ce condensateur, il ne peut assurer le découplage haute fréquence si l'impédance en amont est nulle ; d'où l'indication sur la figure 3.1 de l'inductance  $L_c$  qui peut être seulement une inductance parasite de connexion

$$n_{sq}T_{rs} \leq t < T_{ca}/2 \quad i_e(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 \sum_{k=1}^q A(n_{lk}, n_{sk}) a^{-2n_{sk}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (3.13.6)$$

$$T_{ca}/2 \leq t < T_{ca} \quad i_e(t) = -i_e(t - (T_{ca}/2)) \quad (3.13.7)$$

Nous notons qu'en l'absence de modulation, le courant tiré par le convertisseur du réseau alternatif est sinusoïdal, d'amplitude  $A_0$  et en phase avec la tension. On établit dans l'annexe A que l'expression de son amplitude est :

$$A_0 = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \left( (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right) m_{rr}^2 \hat{V}_{ca} \quad (3.14.1)$$

Cette amplitude  $A_0$  est utilisée comme référence des courants. La référence des puissances est la puissance transmise par le convertisseur en l'absence de modulation. Elle s'exprime par :

$$P_{réf} = \frac{1}{2} \hat{V}_{ca} \cdot A_0 \quad (3.14.2)$$

La série de Fourier du courant tiré, en notation réduite, est notée :

$$\frac{i_e}{A_0}(t) = \sum_{m \text{ impair}} a_m \sin(2\pi F_{ca} t) + b_m \cos(2\pi F_{ca} t) \quad (3.15)$$

Nous écrivons les coefficients de la série de Fourier sous la forme :

$$a_m = a_{m,1} + \sum_{k=1}^q a_{m,tk} \quad (3.16.1)$$

$$b_m = b_{m,1} + \sum_{k=1}^q b_{m,tk} \quad (3.16.2)$$

avec

pour  $m = 1$ ,

$$a_{1,1} = 1 - \frac{1}{N_{mp}} \sum_{k=1}^q (n_{sk} - n_{lk}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^q \left( \sin\left(2\pi \frac{n_{sk}}{N_{mp}}\right) - \sin\left(2\pi \frac{n_{lk}}{N_{mp}}\right) \right) \quad (3.17.1)$$

$$a_{1,tk} = -\frac{2}{N_{mp}} \frac{A(n_{lk}, n_{sk})}{C_0} \left\{ \sin\left(\pi \frac{n_{sk}}{N_{mp}}\right) + a^{-2n_{sk}} \sum_{h=k+1}^q \left( a^{2n_{sh}} \sin\left(\pi \frac{n_{sh}}{N_{mp}}\right) - a^{2n_{lh}} \sin\left(\pi \frac{n_{lh}}{N_{mp}}\right) \right) \right\} \quad (3.17.2)$$

$$b_{1,1} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^q \cos\left(2\pi \frac{n_{sk}}{N_{mp}}\right) - \cos\left(2\pi \frac{n_{lk}}{N_{mp}}\right) \quad (3.18.1)$$



$$b_{1tk} = -\frac{2}{N_{mp}} \frac{A(n_{lk}, n_{Sk})}{C_0} \left\{ a^{2(N_{mp}-n_{Sk})} + \cos\left(\pi \frac{n_{Sk}}{N_{mp}}\right) + \right. \\ \left. a^{-2n_{Sk}} \sum_{h=k+1}^q \left[ a^{2n_{Sh}} \cos\left(\pi \frac{n_{Sh}}{N_{mp}}\right) - a^{2n_{lh}} \cos\left(\pi \frac{n_{lh}}{N_{mp}}\right) \right] \right\} \quad (3.18.2)$$

pour  $m \neq 1$

$$a_{m,1} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m+1) \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} \pi\right) - \sin\left((m+1) \frac{n_{lk}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m-1) \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} \pi\right) - \sin\left((m-1) \frac{n_{lk}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \right\} \quad (3.19.1)$$

$$a_{mtk} = -\frac{2A(n_{lk}, n_{Sk})}{N_{mp} C_0 D(m)} \left\{ a^{2(N_{mp}-n_{Sk})} \sin\varphi_m + \sin\left(m\pi \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} + \varphi_m\right) + \right. \\ \left. a^{-2n_{Sk}} \sum_{h=k+1}^q \left[ a^{2n_{Sh}} \sin\left(m\pi \frac{n_{Sh}}{N_{mp}} + \varphi_m\right) - a^{2n_{lh}} \sin\left(m\pi \frac{n_{lh}}{N_{mp}} + \varphi_m\right) \right] \right\} \quad (3.19.2)$$

$$b_{m,1} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m+1) \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} \pi\right) - \cos\left((m+1) \frac{n_{lk}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m-1) \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} \pi\right) - \cos\left((m-1) \frac{n_{lk}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \right\} \quad (3.20.1)$$

$$b_{mtk} = -\frac{2}{N_{mp}} \frac{A(n_{lk}, n_{Sk})}{C_0 D(m)} \left\{ a^{2(N_{mp}-n_{Sk})} \sin\psi_m - \sin\left(m\pi \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} - \psi_m\right) - \right. \\ \left. a^{-2n_{Sk}} \sum_{h=k+1}^q \left[ a^{2n_{Sh}} \sin\left(m\pi \frac{n_{Sh}}{N_{mp}} - \psi_m\right) - a^{2n_{lh}} \sin\left(m\pi \frac{n_{lh}}{N_{mp}} - \psi_m\right) \right] \right\} \quad (3.20.2)$$

Finalement, on arrive à établir les liens entre, d'une part, la puissance transmise par le convertisseur et la qualité du courant qu'il tire du réseau et, d'autre part, le motif MDI appliqué. En effet, en supposant les éléments du convertisseur comme parfaits et la puissance transmise en absence de modulation (l'onduleur toujours en fonctionnement normal) comme valeur de référence, le coefficient  $a_1$  de la série de Fourier s'identifie à la puissance transmise en valeur réduite. Tandis que la qualité du courant tiré (distorsion et déplacement) peut être caractérisée par

la donnée de l'ensemble des coefficients de la série de Fourier ou par le facteur de puissance, lequel s'exprime en fonction des mêmes coefficients par :

$$FP = 1 / \sqrt{\sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{a_m^2 + b_m^2}{a_1^2}} \quad (3.21)$$

### 3.3. STRATÉGIE D'OPTIMISATION

En absence de modulation, le convertisseur fonctionne à sa pleine puissance et tire un courant sinusoïdal et en phase avec la tension du réseau alternatif. Au regard de la qualité du courant tiré du réseau, on est alors dans un cas optimal. Une stratégie d'optimisation se doit d'imposer au courant tiré une qualité d'onde qui s'approche autant que possible de la qualité optimale, quand la puissance varie. Si la qualité optimale du courant peut être interprétée indifféremment comme étant celle d'un courant dont le facteur de puissance est unitaire ou celle d'un courant dont les coefficients de la série de Fourier, autres que  $a_1$ , sont nuls, il n'en est pas de même pour un courant dont on voudrait que la qualité s'approche autant que possible de la qualité optimale. En effet, la stratégie d'optimisation peut être traduite par des lois de commande qui visent à maximiser le facteur de puissance du convertisseur ou à annuler un maximum de coefficients (ou d'harmoniques) de la série de Fourier du courant qu'il absorbe du réseau. Dans ce chapitre, nous considérons essentiellement la deuxième traduction.

#### 3.3.1. SYNTHÈSE DE LOIS DE COMMANDE

Dans ce cas, la loi de commande doit permettre, en mettant à profit les liens établis entre le motif MDI et les actions en aval et en amont, de déterminer pour chaque valeur de la puissance transmise désirée un motif MDI de manière que :

$$\begin{cases} a_1 = p_d \\ a_{m, m \neq 1} = 0 \\ b_m = 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

où  $p_d$  est la puissance transmise désirée en valeur réduite.

Un motif MDI à  $q$  trous se définit par la donnée des  $2q$  bornes inférieures et supérieures. Elles constituent les inconnues du système (3.22), lequel doit comporter autant d'équations que

d'inconnues. En conséquence, on doit spécifier les  $2q$  coefficients de la série de Fourier du courant dont les valeurs seront déterminées par le motif. Nous avons considéré ceux qui définissent les  $2q$  harmoniques de plus faible rang, c.-à-d. le fondamental plus les harmoniques impairs d'ordre allant jusqu'à  $(2q-1)$ . Le système (3.22) devient alors :

$$\begin{cases} a_1 = p_d \\ b_1 = 0 \\ a_3 = 0 \\ b_3 = 0 \\ \vdots \\ a_{2q-1} = 0 \\ b_{2q-1} = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

La solution de ce système a la particularité d'être une combinaison d'entiers naturels qui définissent un motif MDI. Autrement dit, ils satisfont la contrainte (3.4). La manière la plus évidente pour résoudre un tel système est le balayage systématique de l'ensemble des combinaisons qui satisfont la contrainte (3.4) et d'en retenir celle qui solutionne le système avec une précision à définir. Le domaine constitué par l'ensemble des combinaisons qui satisfont la contrainte (3.4) prend très vite des proportions énormes dès que le nombre de trous du motif MDI dépasse quelques unités au point que le balayage de ce domaine devient irréalisable. Le tableau 3.1 illustre l'étendue de ce domaine. La méthode de dénombrement des motifs du tableau 3.1 est exposée dans l'annexe B.

**Tableau 3.1. Nombre de motifs possibles en fonction du nombre de trous et de la fréquence de résonance**

	$N_{mp} = 625$ ( $F_{rs} = 75$ kHz)	$N_{mp} = 1250$ ( $F_{rs} = 150$ kHz)
$q = 1$	195 625	781 875
$q = 2$	6 337 467 500	101 562 435 000
$q = 3$	81 597 429 049 500	> 5 260 128 404 349 000
$q = 4$	> 559 204 666 439 591 000	> 145 478 244 108 708 000 000

Pour contourner cette difficulté, nous considérons un processus itératif basé sur le balayage de domaines restreints de combinaisons (ou de motifs). Ce processus se déroule en trois étapes présentées dans ce qui suit :

Étape 1 : à partir d'un motif initial  $\{(n_{I1})_i, \dots, (n_{Sq})_i\}$  qui solutionne le système (3.23) dans le cas d'une puissance désirée initiale  $(p_d)_i$ , on définit un domaine restreint de motifs  $\{n_{I1}, \dots, n_{Sq}\}$  par rétrécissement ou élargissement des trous du motif initial. Nous plafonnons le rétrécissement et l'élargissement des trous à  $2\Delta n$ . Les motifs obtenus par rétrécissement et par élargissement d'un motif initial se définissent respectivement par

$$\text{la contrainte de rétrécissement} \quad \begin{cases} (n_{Ik})_i < n_{Ik} \leq (n_{Ik})_i + \Delta n \\ (n_{Sk})_i - \Delta n \leq n_{Sk} < (n_{Sk})_i \end{cases} \quad \text{avec } k = 1, \dots, q$$

$$\text{et la contrainte d'élargissement} \quad \begin{cases} (n_{Ik})_i - \Delta n \leq n_{Ik} < (n_{Ik})_i \\ (n_{Sk})_i < n_{Sk} \leq (n_{Sk})_i + \Delta n \end{cases} \quad \text{avec } k = 1, \dots, q$$

Le domaine restreint contient au maximum  $(\Delta n + 1)^{2q}$  motifs, résultat établi dans l'annexe B. En limitant  $\Delta n$  à quelques unités, il devient possible de restreindre davantage ce domaine.

Étape 2 : Par balayage de ce domaine restreint, on détermine une nouvelle solution du système (3.23) avec la considération d'une nouvelle puissance désirée. Cette dernière est obtenue par incrémentation ou décrémentation de la puissance désirée initiale par une quantité  $\Delta p_d$ , très petite (une manière d'obtenir une variation quasi-continue de la puissance transmise), selon que le domaine ait été généré par rétrécissement ou par élargissement.

Étape 3 : On considère la nouvelle solution et la nouvelle puissance désirée comme conditions initiales et on recommence jusqu'à ce que la puissance désirée ait balayé tout l'intervalle de 0 à 1 (ou de 1 à 0).

Ce processus de synthèse de la loi de commande doit être initialisé par la recherche d'un motif initial qui correspond à une puissance désirée très proche de 0 ou de 1 selon que les domaines restreints sont générés par rétrécissement ou par élargissement.

Dans le premier cas, le motif initial est à chercher dans un domaine constitué par des motifs à trous extrêmement larges. En conséquence, ce domaine se définit par les contraintes :

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} \leq \Delta n \\ n_{Ik} < n_{I(k+1)} - \Delta n \leq n_{Sk} < n_{I(k+1)} \quad \text{avec } k = 1, \dots, (q-1) \\ n_{Iq} < N_{mp} - \Delta n \leq n_{Sq} < N_{mp} \end{cases} \quad (3.24)$$

Le nombre de motifs de ce domaine est indiqué dans le tableau 3.2 dans les cas d'une excursion maximale  $\Delta n = 2$  et  $\Delta n = 3$ .

**Tableau 3.2. Nombre de motifs avec des trous extrêmement larges**

	$N_{mp} = 625 (F_{rs} = 75 \text{ kHz})$		$N_{mp} = 1250 (F_{rs} = 150 \text{ kHz})$	
	$\Delta n = 2$	$\Delta n = 3$	$\Delta n = 2$	$\Delta n = 3$
$q = 2$	4 956	16 686	9 956	33 561
$q = 3$	3 050 456	15 343 128	12 350 456	62 323 128
$q = 4$	1 243 615 288	9 329 252 517	10 180 985 288	76 845 688 767
$q = 5$	377 776 118 940	4 219 723 666 710	6 274 145 938 940	70 777 204 055 460
$q = 6$	91 206 449 149 620	1 514 378 317 364 640	3 083 208 380 060 620	> 51 939 148 158 160 500

Dans le second cas, le motif initial est à chercher dans un domaine constitué par des motifs à trous extrêmement réduits. En conséquence, ce domaine se définit par les contraintes :

$$\begin{cases} \text{Sup}(0, n_{S1} - (\Delta n + 1)) < n_{I1} < n_{S1} \\ \text{Sup}(n_{S(k-1)}, n_{Sk} - (\Delta n + 1)) < n_{Ik} < n_{Sk} \text{ avec } k = 2, \dots, q \\ n_{Sq} < N_{mp} \end{cases} \quad (3.25)$$

Le nombre de motifs de ce domaine est indiqué dans le tableau 3.3 dans les cas d'une excursion maximale  $\Delta n = 2$  et  $\Delta n = 3$ .

**Tableau 3.3. Nombre de motifs avec des trous extrêmement réduits**

	$N_{mp} = 625 (F_{rs} = 75 \text{ kHz})$		$N_{mp} = 1250 (F_{rs} = 150 \text{ kHz})$	
	$\Delta n = 2$	$\Delta n = 3$	$\Delta n = 2$	$\Delta n = 3$
$q = 2$	770 041	1 727 016	3 102 541	6 969 516
$q = 3$	315 470 873	1 056 996 891	2 563 754 623	8 621 418 141
$q = 4$	96 304 163 649	481 256 770 464	1 583 786 448 649	7 966 429 510 464
$q = 5$	23 366 130 298 885	173 866 131 274 716	780 195 620 009 135	5 865 183 001 711 341
$q = 6$	> 4 693 533 835 919 310	> 51 915 519 390 522 400	> 319 243 910 948 656 800	> 3 583 902 631 797 726 000

Les résultats indiqués dans les tableaux 3.2 et 3.3, dont les méthodes d'obtention sont indiquées dans l'annexe B, montrent, que pour la même fréquence de résonance, le même nombre de trous et la même variation maximale de leurs largeurs, les motifs à trous extrêmement réduits sont plus nombreux que ceux à trous extrêmement larges. La recherche par balayage d'une solution qui correspond à une puissance désirée très proche de 0 nécessite moins de calcul (de temps) que dans le cas d'une puissance désirée très proche de 1. En conséquence, le processus de synthèse de la loi de commande est initialisé à partir d'une puissance désirée proche de 0

### 3.3.2. RÉSULTATS THÉORIQUES ET VALIDATION PAR SIMULATION

Pour mettre en application le processus de synthèse de la loi de commande, nous considérons une charge ( $R = 1.53 \, \Omega$ ,  $L = 51 \, \mu\text{H}$  et  $C = 22 \, \text{nF}$ ), une source alternative d'alimentation 110 V / 60 Hz et un transformateur d'adaptation de rapport unitaire. Dans ces conditions, la fréquence de résonance, la longueur des motifs et le coefficient  $\alpha$  prennent respectivement les valeurs numériques suivantes :

$$F_{rs} = 151 \, \text{kHz}$$

$$N_{mp} = 1250$$

$$\alpha = 0.95$$

Appliquée dans le cas de motifs à un seul trou, la loi de commande vise une variation quasi-continue de la puissance transmise et le maintien d'un facteur de déplacement unitaire du courant tiré de l'alimentation alternative et nécessite la résolution du système :

$$\begin{cases} a_1 = p_d \pm 0.0001 \\ b_1 = 0 \pm (0.001 \cdot a_1) \end{cases} \quad (3.26)$$

La loi de commande synthétisée est illustrée par la figure 3.3 qui donne pour chaque valeur désirée de la puissance transmise le motif à appliquer.

Appliquée dans le cas de motifs à  $q$  trous, la loi de commande vise une variation quasi-continue de la puissance transmise, le maintien d'un facteur de déplacement unitaire et l'annulation des  $(q-1)$  premiers harmoniques après le fondamental du courant tiré de l'alimentation alternative et nécessite la résolution du système :

$$\begin{cases}
 a_1 = p_d \pm 0.0001 \\
 b_1 = 0 \pm (0.001 \cdot a_1) \\
 a_3 = 0 \pm (0.001 \cdot a_1) \\
 b_3 = 0 \pm (0.001 \cdot a_1) \\
 \\ 
 a_{2q-1} = 0 \pm (0.001 \cdot a_1) \\
 b_{2q-1} = 0 \pm (0.001 \cdot a_1)
 \end{cases} \quad (3.27)$$

Un échantillon des lois de commande synthétisées est indiqué sur les figures 3.4 à 3.6.

En utilisant (3.13), nous avons déterminé le courant tiré par le convertisseur de l'alimentation alternative lors des fonctionnements à des puissances désirées de 100 % et 50 % de la puissance maximale. Pour le fonctionnement à 50 % de la puissance maximale, nous avons considéré des motifs MDI à 3, 9 et 15 trous. Ces courants sont indiqués sur les figures 3.7 à 3.10.

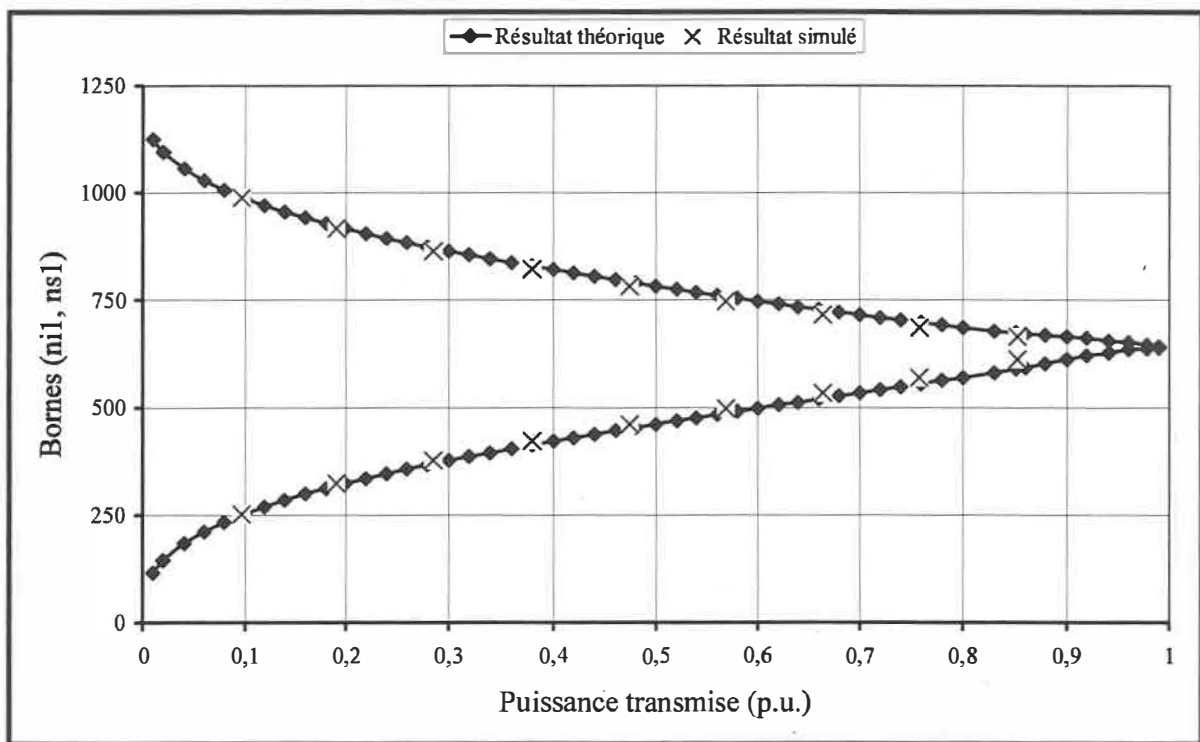


Figure 3.3. Synthèse et validation de la loi de commande à un trou

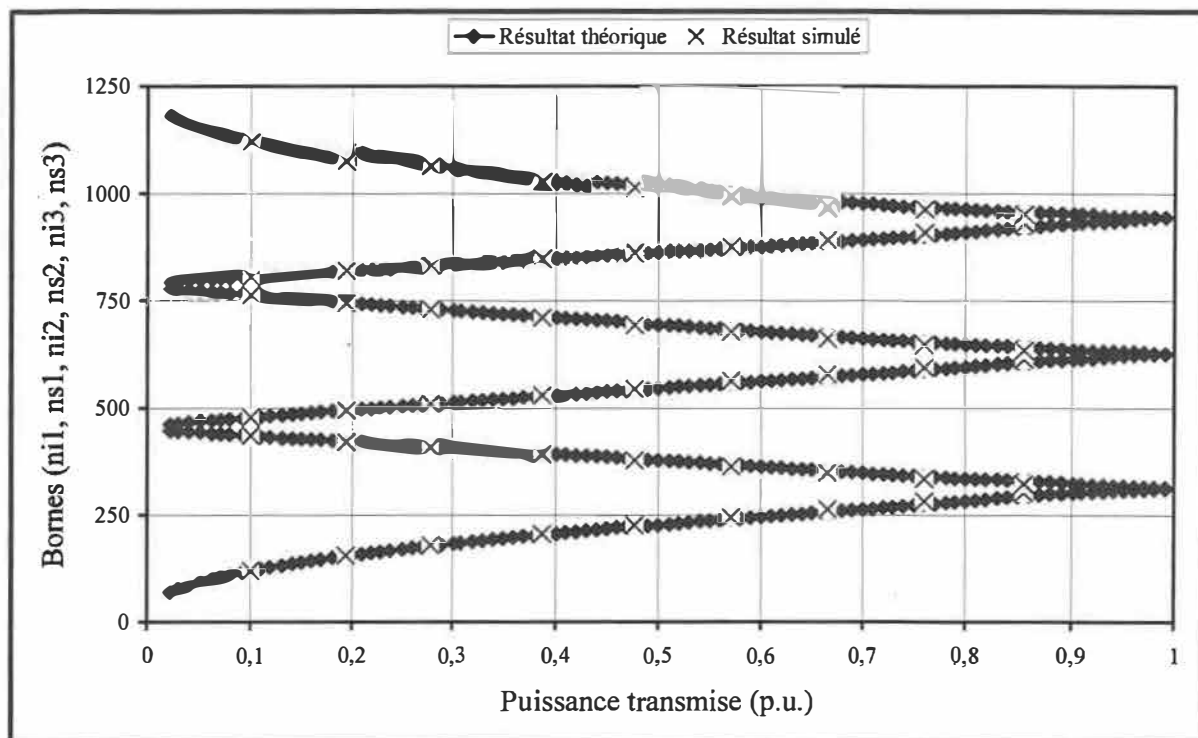


Figure 3.4. Synthèse et validation de la loi de commande à 3 trous

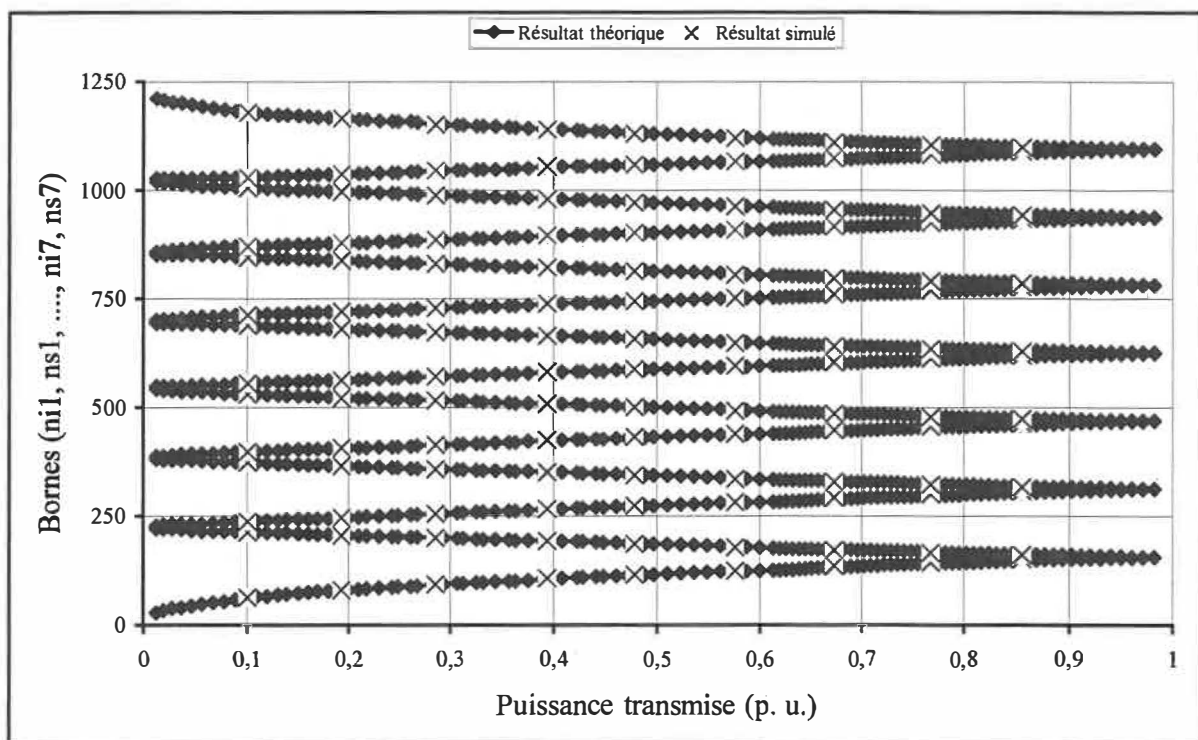


Figure 3.5. Synthèse et validation de la loi de commande à 7 trous



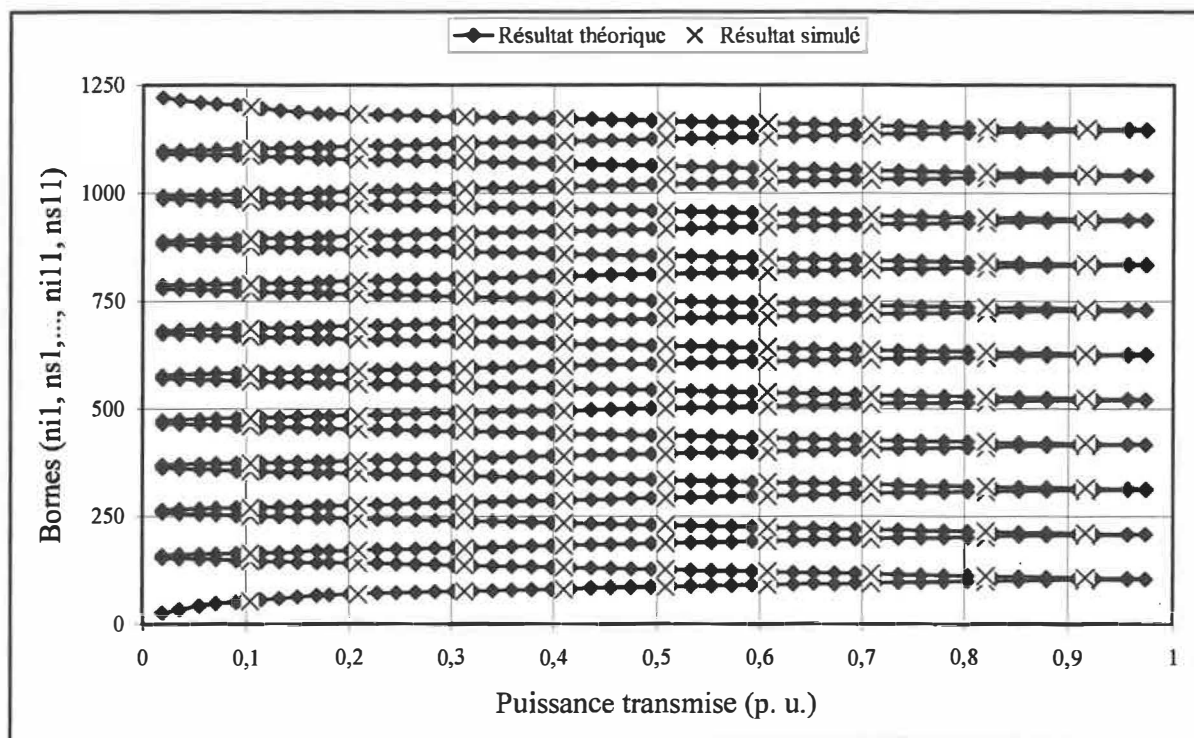


Figure 3.6. Synthèse et validation de la loi de commande à 11 trous

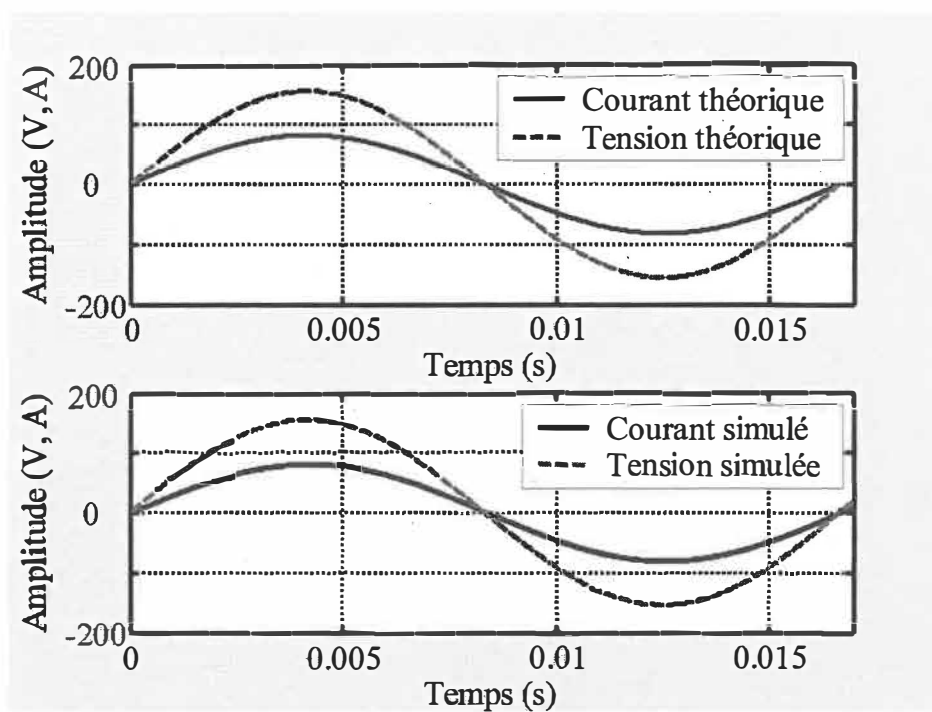


Figure 3. 7. Comparaison des courants théorique et simulé tiré par le convertisseur  
à  $p_d = 1$  p.u.

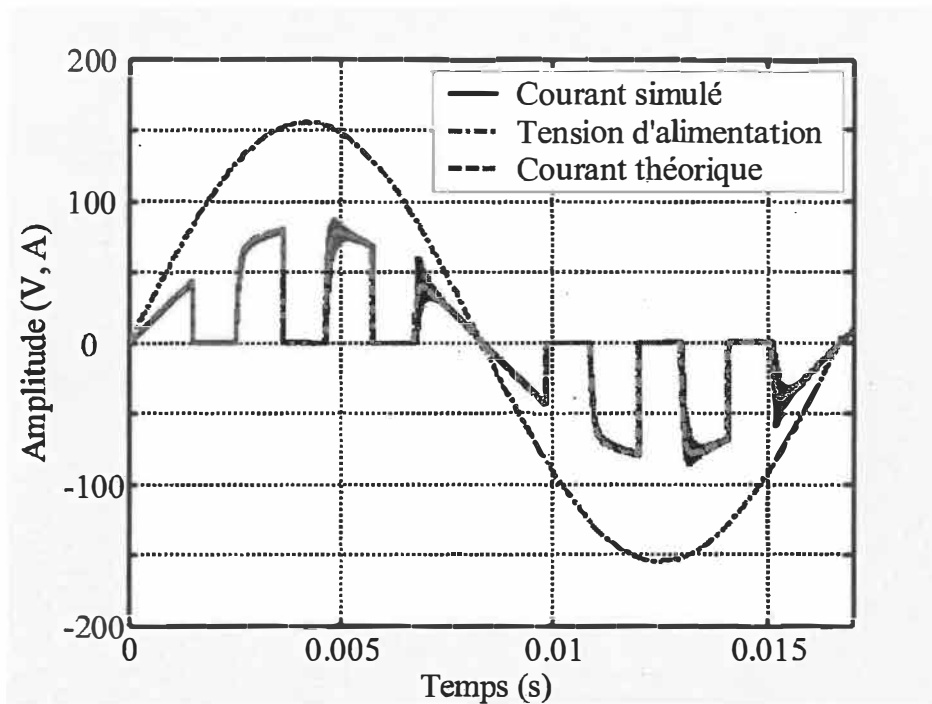


Figure 3. 8. Comparaison des courants théorique et simulé tiré par le convertisseur  
à  $p_d = 0.5$  p.u. et motif à 3 trous

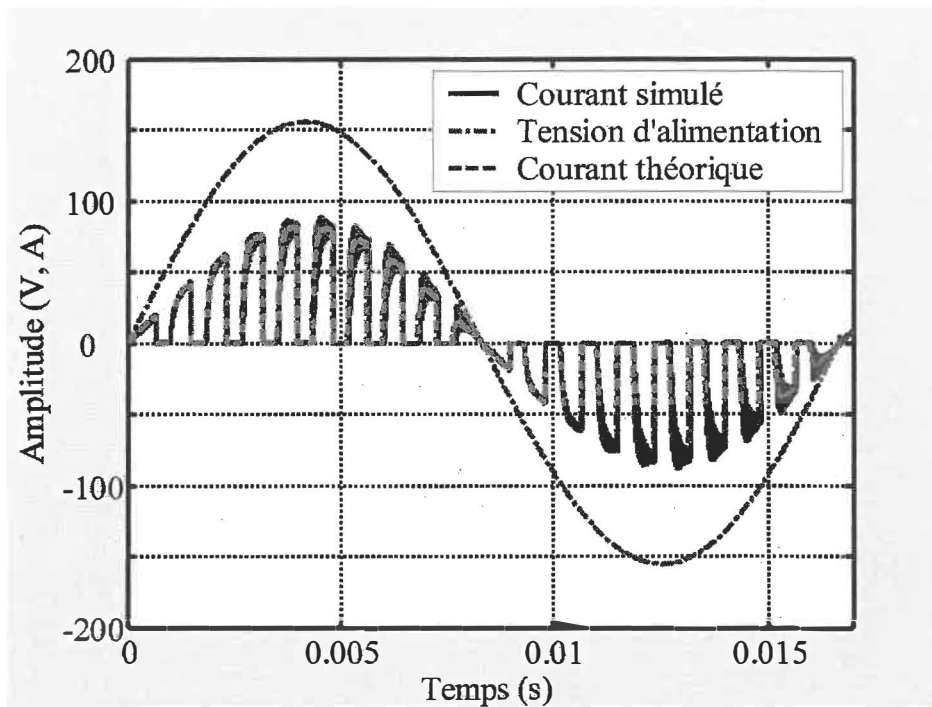
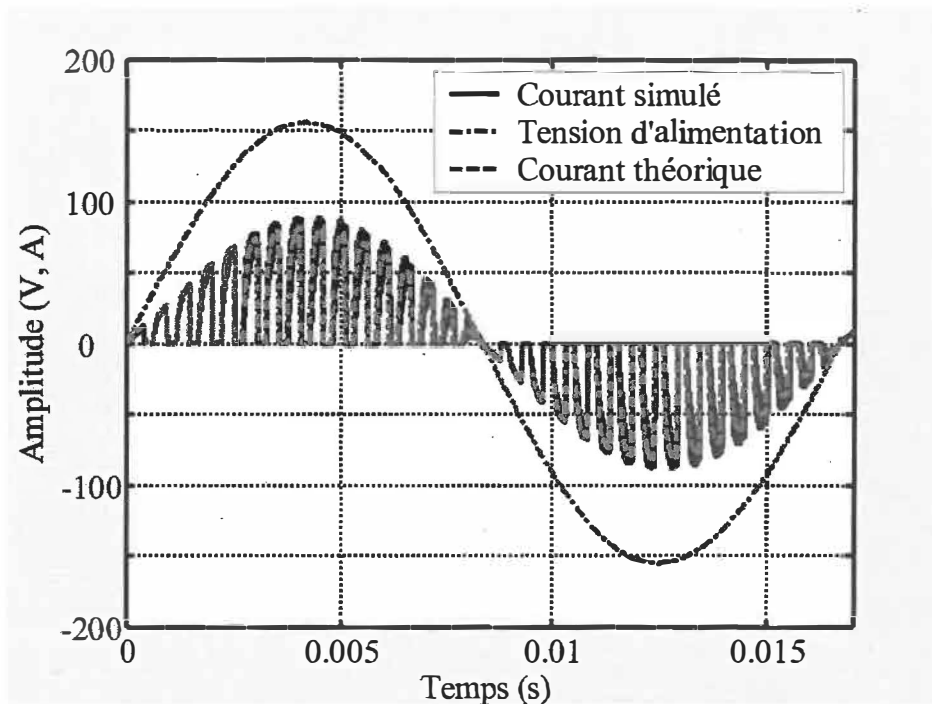


Figure 3. 9. Comparaison des courants théorique et simulé tiré par le convertisseur  
à  $p_d = 0.5$  p.u. et motif à 9 trous



**Figure 3. 10. Comparaison des courants théorique et simulé tiré par le convertisseur à  $p_d = 0.5$  p.u. et motif à 15 trous**

La validation de ces résultats théoriques est faite par la simulation du convertisseur considéré dans l'environnement Matlab / Simulink. Le modèle simulé est indiqué sur la figure 3.11. Dans ce modèle, nous considérons un condensateur de découplage haute fréquence  $C_{HF}$  de  $10 \mu F$  et que les diodes du redresseur ont, chacune, une inductance et une résistance parasites de  $1 \mu H$  et  $10 m\Omega$ . La simulation du motif MDI est faite à l'aide du générateur *Repeating sequence* de la bibliothèque du logiciel. Sur les figures 3.3 à 3.10, utilisées pour indiquer des résultats théoriques, nous avons également reporté des résultats analogues obtenus par la simulation.

L'analyse harmonique du courant tiré par le convertisseur de l'alimentation obtenu par simulation montre que, conformément à la loi de commande, les harmoniques de rang inférieur ou égal à  $(2q-1)$  sont nuls. La figure 3.12 montre des exemples de spectres harmoniques pour les cas  $q = 3, 5, 9$  et  $15$  et à des puissances désirées  $p_d = 0.7$  p.u. et  $0.3$  p.u..

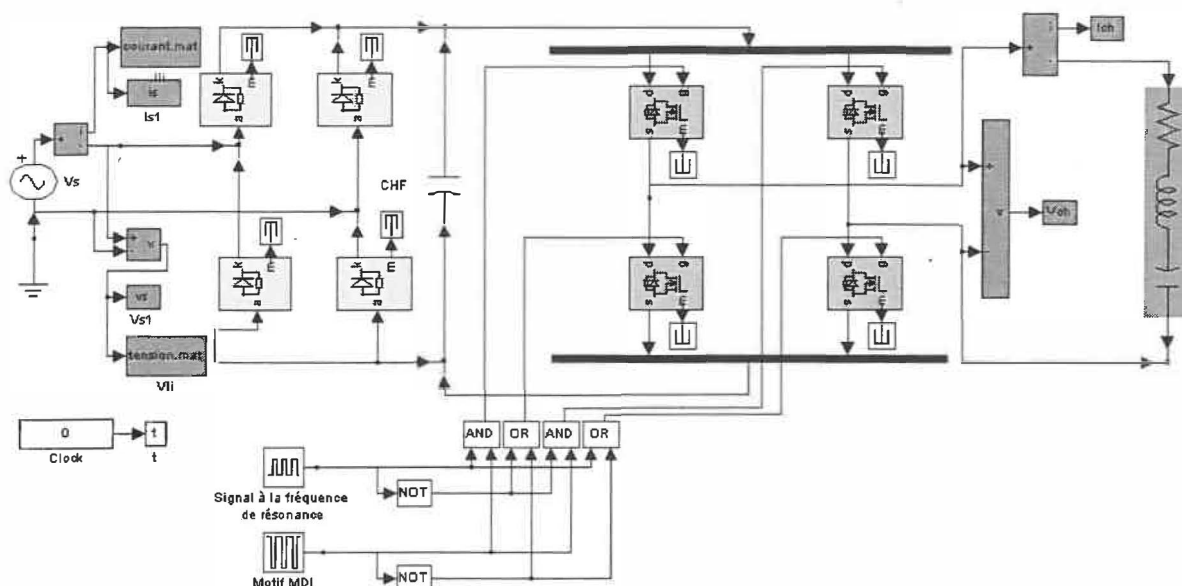


Figure 3.11. Modèle simulé du convertisseur avec motif MDI calculé au préalable

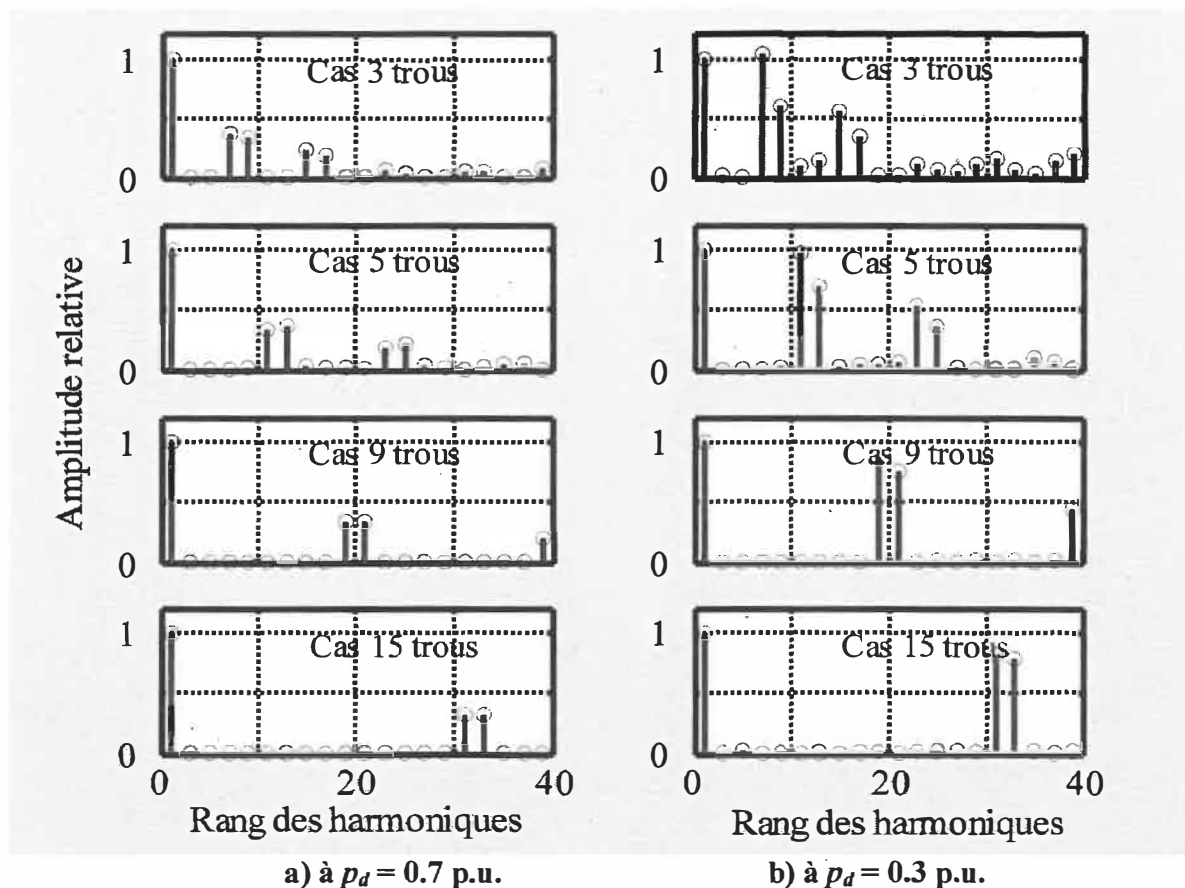


Figure 3.12. Spectres harmoniques du courant tirés- Cas de motifs MDI calculés au préalable

### 3.4. DISTORSION HARMONIQUE ET CORRECTION PAR FILTRE PASSIF

#### 3.4.1. CONSÉQUENCES SUR LE FACTEUR DE PUISSANCE

Une détermination théorique du facteur de puissance du convertisseur en fonction de la puissance transmise, est faite en considérant la loi de commande. En effet, celle-ci permet de calculer, pour chaque valeur prise par la puissance transmise, la série de Fourier du courant tiré à partir des expressions (3.16 à 3.20). En limitant dans (3.21) le calcul de la série aux 200 premiers harmoniques, on détermine le facteur de puissance. Le résultat de cette détermination est illustré sur la figure 3.13. Le facteur de puissance simulé est calculé comme le rapport des puissances active et apparente absorbées par le convertisseur simulé.

En théorie comme en simulation, on constate que le facteur de puissance se dégrade continuellement quand la puissance décroît et que l'augmentation du nombre de trous ne l'améliore que modestement. Ce constat s'explique par le fait que les harmoniques résiduels (non éliminés) s'amplifient quand la puissance décroît, fait mis en évidence sur la figure 3.12.

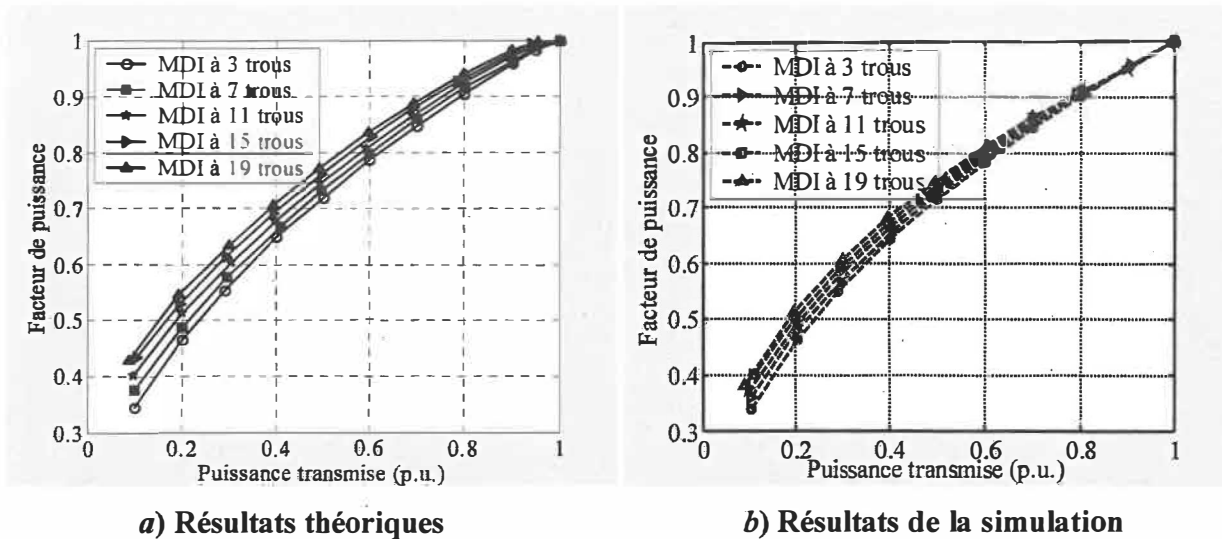


Figure 3.13. Facteur de puissance vs puissance transmise, cas de MDI calculée

Il est donc plus judicieux de considérer la répercussion de la loi de commande sur la distorsion du courant tiré par le convertisseur comme une action de conditionnement plutôt qu'une action de correction. Celle-ci reste en premier lieu du ressort d'un autre organe dont le fonctionnement est

grandement amélioré par le conditionnement dû à la loi de commande. Cette approche est explicitée dans la section suivante.

### 3.4.2. DIMENSIONNEMENT DU FILTRE DE CORRECTION DU FACTEUR DE PUISSANCE ET VALIDATION PAR SIMULATION

L'organe de correction considéré dans cette section, est un filtre L-C passe bas, placé entre le convertisseur et l'alimentation alternative (Figure 3.14). Dans le sens convertisseur alimentation, il agit comme un filtre passe bas pour les courants harmoniques injectés dans l'alimentation par le convertisseur. En effet, ce dernier peut être représenté par une source de courant fondamental et un ensemble de sources de courants harmoniques (Figure 3.15). Dans le cadre des lois de commande considérées dans ce chapitre et, à un point de fonctionnement correspondant à une puissance désirée donnée, la source du courant fondamental et une des sources de courant harmonique sont, respectivement, définies par :

$$i_{e,f}(t) = a_1 \cdot A_0 \cdot \sin(2\pi F_{ca} t) \cong p_d \cdot A_0 \cdot \sin(2\pi F_{ca} t) \quad (3.28)$$

$$i_{e,m}(t) = A_0 \cdot (a_m \cdot \sin(m \cdot 2\pi F_{ca} t) + b_m \cdot \cos(m \cdot 2\pi F_{ca} t)) \text{ avec } m \geq 2 \cdot q + 1 \quad (3.29)$$

Afin que le filtre puisse corriger la distorsion harmonique générée par le convertisseur, sa pulsation de coupure doit être nettement inférieure à la plus petite des pulsations des courants harmoniques. Nous la choisissons inférieure de moitié, c.-à-d. :

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{L_f \cdot C_f}} = \frac{1}{2} \cdot (2q+1) \cdot 2\pi F_{ca} \quad (3.30)$$

d'où une première relation de dimensionnement du filtre :

$$L_f \cdot C_f = \frac{1}{(2q+1)^2 \cdot \pi^2 F_{ca}^2} \quad (3.31)$$

Dans la mesure où le filtre est en mesure d'atténuer fortement la propagation des courants harmoniques en son amont, il suffit de considérer seulement la source du courant fondamental quand on désire prédire la réaction de l'ensemble filtre – convertisseur sur l'alimentation alternative. Sachant que la tension à l'entrée du convertisseur et le courant fondamental sont tous les deux des sinusoides de même fréquence, en phase et d'amplitudes respectives  $\hat{V}_{ca}$  et  $p_d A_0$ , le

remplacement de la source de courant fondamental par une résistance équivalente, produit le même effet sur le courant en amont du filtre.

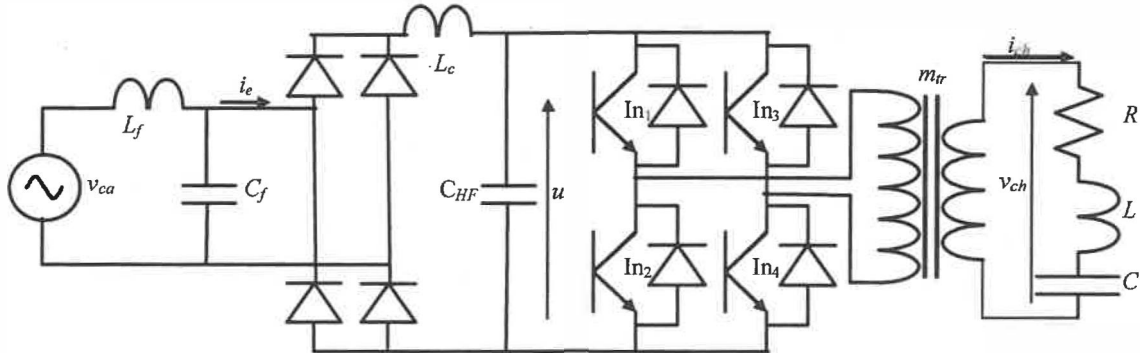


Figure 3.14. Emplacement du filtre passe bas à l'entrée du convertisseur

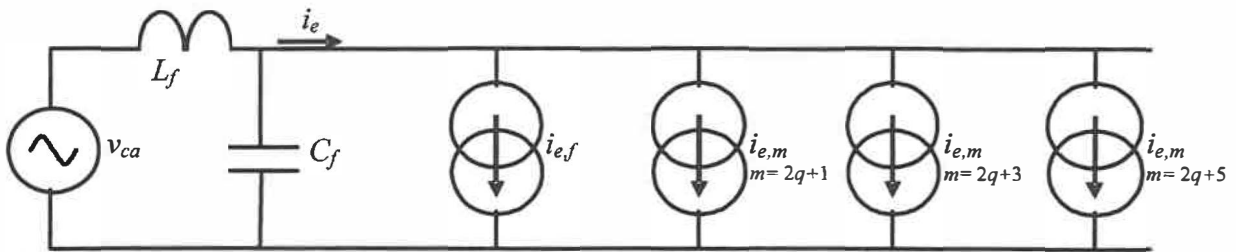


Figure 3.15. Représentation en termes de sources de courant

En tenant compte de (3.14), cette résistance équivalente se définit par :

$$R_{eq}(p_d) = \frac{\hat{V}_{ca}}{p_d A_0} = \frac{1}{p_d} \frac{1}{m_{tr}^2} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \left( (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right)^{-1} \quad (3.32.a)$$

ou encore

$$R_{eq}(p_d) = \frac{1}{p_d} R_{eq,0} \text{ avec } R_{eq,0} = R_{eq}(p_d=1) = \frac{1}{m_{tr}^2} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \left( (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right)^{-1} \quad (3.32.b)$$

Au circuit de la figure 3.15, peut alors se substituer celui de la figure 3.16. L'ensemble filtre – convertisseur est ramené alors à une impédance équivalente linéaire définie par :

$$Z_{eq} = jL_f \omega_{ca} + \frac{1}{\frac{1}{R_{eq}} + jC_f \omega_{ca}} \quad (3.33)$$

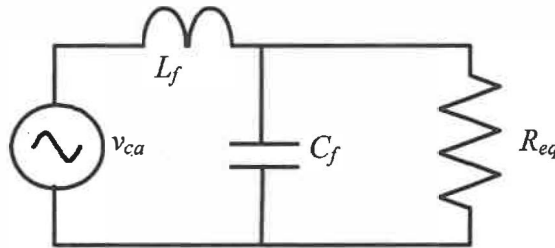
On en déduit le courant tiré de l'alimentation par :

$$i_{ent}(t) = \frac{1}{|Z_{eq}|} \hat{V}_{ca} \sin(\omega_{ca} t - \angle Z_{eq}) \quad (3.34)$$

Et son facteur de puissance qui, en tenant compte de (3.31) et (3.32), s'écrit :

$$FP = \frac{1}{\sqrt{1 + \left\{ \left( \frac{2}{2q+1} \right)^2 \frac{p_d}{R_{eq,0} C_f \omega_{ca}} + \left( \left( \frac{2}{2q+1} \right)^2 - 1 \right) \frac{R_{eq,0} C_f \omega_{ca}}{p_d} \right\}^2}} \quad (3.35)$$

Pour pouvoir calculer les deux éléments du filtre, il est nécessaire de définir une seconde relation de dimensionnement. Selon l'objectif visé, Il y a différentes manières de définir cette seconde relation. Chacune donne lieu à une démarche de dimensionnement. Nous présentons ci-dessous deux démarches.



**Figure 3.16. Modèle équivalent vu par l'alimentation alternative après atténuation de la distorsion par le filtre**

### 3.4.2.1. Première démarche

En l'absence du filtre, le convertisseur, quand il fonctionne à sa pleine puissance, présente un facteur de puissance unitaire. La première démarche vise le maintien de cette propriété en présence du filtre. En conséquence, on cherche à imposer au facteur de puissance du courant tiré par l'ensemble filtre - convertisseur, quand cet ensemble fonctionne à pleine puissance, une valeur, notée  $FP_0$ , très proche de l'unité. Ceci définit la seconde relation de dimensionnement. En considérant (3.35), cette seconde relation s'écrit :

$$FP_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left\{ \left( \frac{2}{2q+1} \right)^2 \frac{1}{R_{eq,0} C_f \omega_{ca}} + \left( \left( \frac{2}{2q+1} \right)^2 - 1 \right) \frac{R_{eq,0} C_f \omega_{ca}}{1} \right\}^2}} \quad (3.36)$$



Les éléments du filtre peuvent alors être calculés comme étant la solution du système d'équations constitué par (3.31) et (3.36).

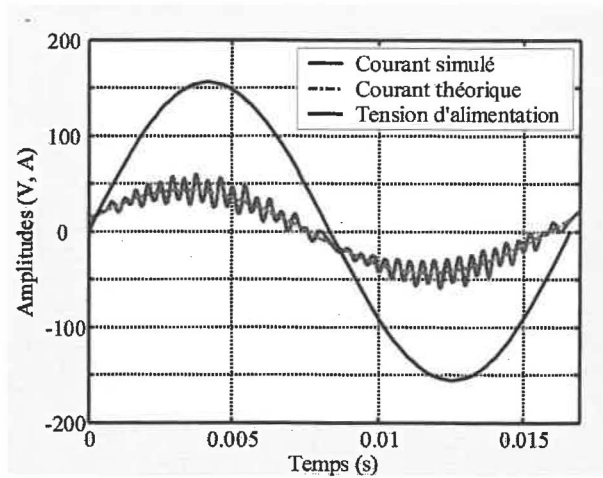
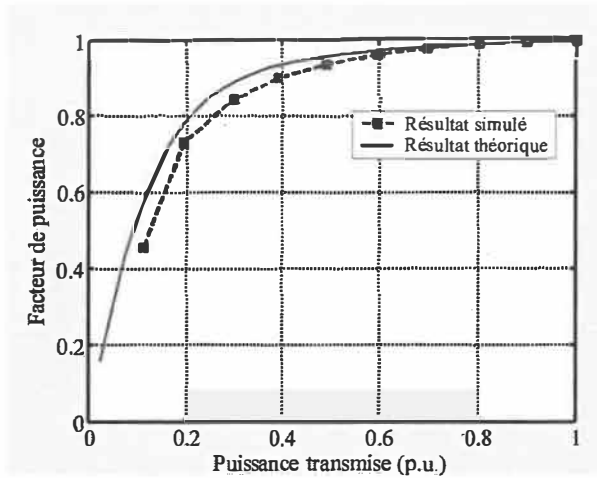
Pour des valeurs données du nombre de trous ( $q$ ) et du facteur de puissance imposé à pleine puissance ( $FP_0$ ), nous avons calculé les éléments du filtre à associer au convertisseur pris en exemple dans la section 3.3 de ce chapitre. Les résultats sont indiqués dans le tableau 3.4.

Pour valider cette première démarche de dimensionnement, nous avons considéré une commande MDI avec 19 trous et l'assignation d'une valeur de 0.99 au facteur de puissance à pleine puissance. Dans ce cas, les éléments du filtre, d'après le tableau 3.4, sont  $C_f = 222 \mu\text{F}$ , arrondi à  $220 \mu\text{F}$ , et  $L_f = 83 \mu\text{H}$ .

**Tableau 3.4. Éléments du filtre en fonction du nombre de trous et du facteur de puissance désiré à  $p = 1$  p.u.**

	$q = 7$	$q = 11$	$q = 15$	$q = 19$
<b><math>FP_0 = 0,99</math></b>	$C_f = 315 \mu\text{F}$ $L_f = 397 \mu\text{H}$	$C_f = 258 \mu\text{F}$ $L_f = 206 \mu\text{H}$	$C_f = 235 \mu\text{F}$ $L_f = 124 \mu\text{H}$	$C_f = 222 \mu\text{F}$ $L_f = 083 \mu\text{H}$
<b><math>FP_0 = 0,96</math></b>	$C_f = 488 \mu\text{F}$ $L_f = 256 \mu\text{H}$	$C_f = 444 \mu\text{F}$ $L_f = 120 \mu\text{H}$	$C_f = 428 \mu\text{F}$ $L_f = 068 \mu\text{H}$	$C_f = 421 \mu\text{F}$ $L_f = 044 \mu\text{H}$
<b><math>FP_0 = 0,93</math></b>	$C_f = 619 \mu\text{F}$ $L_f = 200 \mu\text{H}$	$C_f = 582 \mu\text{F}$ $L_f = 091 \mu\text{H}$	$C_f = 569 \mu\text{F}$ $L_f = 051 \mu\text{H}$	$C_f = 563 \mu\text{F}$ $L_f = 033 \mu\text{H}$

La simulation de l'ensemble filtre – convertisseur aboutit à une réaction sur l'alimentation alternative qui concorde avec celle prédite. En effet, les facteurs de puissance obtenus par simulation et calculés par (3.35) sont assez similaires (Figure 3.17). L'écart entre les valeurs théoriques et simulées s'explique par le fait que le filtre ne peut absorber la totalité de la distorsion générée par le convertisseur. Ceci est mis en évidence sur la figure 3.18 qui montre les courants théorique et simulé tirés de l'alimentation dans le cas d'une puissance transmise de 0.5 p.u.. Le calcul du courant théorique est fait à partir des expressions (3.34) et (3.33).



**Figure 3.17. Facteurs de puissance après filtrage** **Figure 3.18. Courant tiré après filtrage**

Les résultats théoriques et simulés montrent que le facteur de puissance décroît continuellement quand la puissance transmise décroît. Cette dégradation du facteur de puissance est due essentiellement au déplacement en arrière de l'onde du courant par rapport à l'onde de tension. Ceci signifie une production d'énergie réactive qui croît au fur et à mesure que la puissance transmise baisse. La démarche que nous présentons dans la suite vise à réduire cette énergie réactive.

### 3.4.2.2. Deuxième démarche

Dans le cadre de la première démarche, la variation du facteur de puissance en fonction de la puissance est monotone (variation dans un seul sens). Au maintien du facteur de puissance, dans une fourchette donnée, correspond un intervalle de puissance donné. Pour élargir cet intervalle de puissance, il est nécessaire de briser cette monotonie. Autrement dit, le maximum du facteur de puissance doit se produire à une puissance transmise, dite d'inflexion et notée  $(p_d)_I$ , autre que 1 p.u.. Cette puissance d'inflexion peut être déterminée comme étant la solution de l'équation :

$$\frac{d}{dp_d} FP(p_d = (p_d)_I) = 0 \quad (3.37)$$

La prise en compte de (3.35) dans le développement de (3.37) aboutit à :

$$(p_d)_I = R_{eq,0} \cdot C_f \cdot \omega_{ca} \sqrt{\left(\frac{2q+1}{2}\right)^2 - 1} \quad (3.38)$$

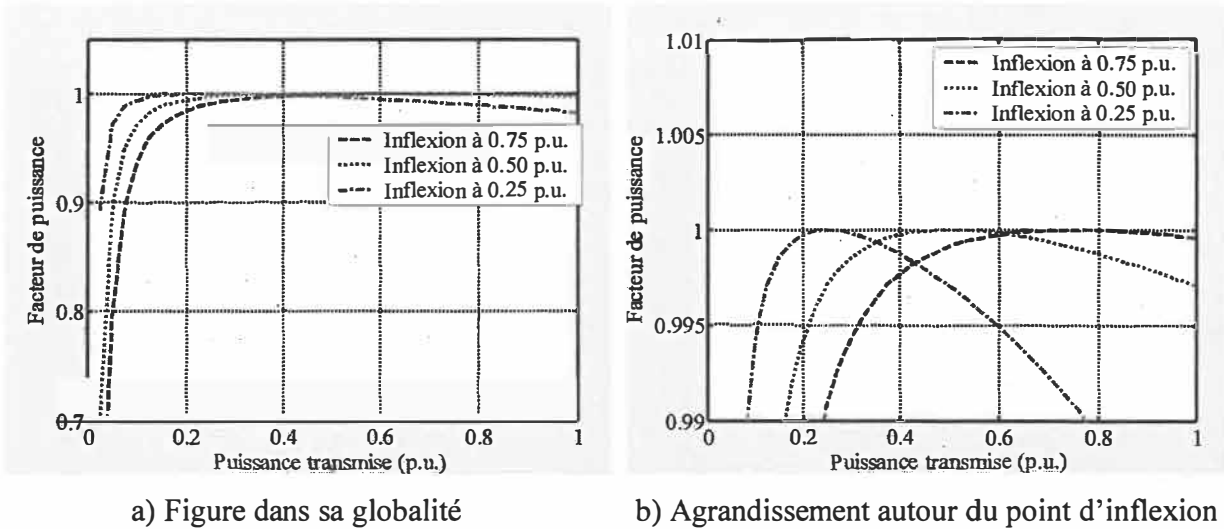
Pour une puissance d'inflexion qu'on voudrait imposer au facteur de puissance, (3.38) permet de déduire la valeur du condensateur du filtre par :

$$C_f = \frac{(p_d)_I}{R_{eq,0} \cdot \omega_{ca}} \left[ \sqrt{\left(\frac{2q+1}{2}\right)^2 - 1} \right]^{-1} \quad (3.39)$$

En tenant compte de (3.39), (3.35) devient :

$$FP = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(1 - \left(\frac{2}{2q+1}\right)^2\right) \cdot \left(\frac{2}{2q+1}\right)^2 \cdot \left\{ \frac{p_d}{(p_d)_I} - \frac{(p_d)_I}{p_d} \right\}^2}} \quad (3.40)$$

On constate alors que le facteur de puissance au point d'inflexion est unitaire. De même, le tracé de l'évolution du facteur de puissance dans le cas  $q = 19$  et des points d'inflexion à 0.25, 0.50 et 0.75 p.u. montre que le facteur de puissance demeure très proche de l'unité sur un très large intervalle de puissance (Figure 3.19).



**Figure 3.19. Évolution du facteur de puissance dans la deuxième démarche et  $q = 19$**

La relation (3.39) constitue, dans le cadre de la deuxième démarche, la seconde relation de dimensionnement. Associée à (3.31), elles permettent de calculer les éléments du filtre. Pour des valeurs données du nombre de trous ( $q$ ) et de la puissance d'inflexion imposée au facteur de

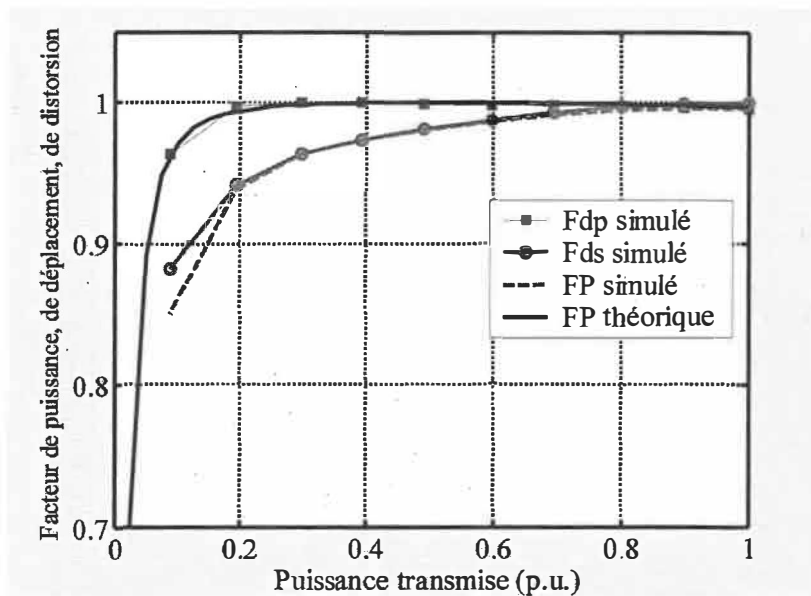
puissance, nous avons calculé les éléments du filtre à associer au convertisseur pris en exemple dans la section 3.3 de ce chapitre. Les résultats sont indiqués dans le tableau 3.5.

**Tableau 3.5. Éléments du filtre en fonction du nombre de trous et de la puissance d'inflexion**

	$q = 7$	$q = 11$	$q = 15$	$q = 19$
$(p_d)_I = 0,75$	$C_f = 140 \mu\text{F}$ $L_f = 895 \mu\text{H}$	$C_f = 90 \mu\text{F}$ $L_f = 583 \mu\text{H}$	$C_f = 68 \mu\text{F}$ $L_f = 433 \mu\text{H}$	$C_f = 54 \mu\text{F}$ $L_f = 344 \mu\text{H}$
$(p_d)_I = 0,50$	$C_f = 93 \mu\text{F}$ $L_f = 1300 \mu\text{H}$	$C_f = 60 \mu\text{F}$ $L_f = 875 \mu\text{H}$	$C_f = 45 \mu\text{F}$ $L_f = 650 \mu\text{H}$	$C_f = 35 \mu\text{F}$ $L_f = 516 \mu\text{H}$
$(p_d)_I = 0,25$	$C_f = 47 \mu\text{F}$ $L_f = 2700 \mu\text{H}$	$C_f = 30 \mu\text{F}$ $L_f = 1800 \mu\text{H}$	$C_f = 22 \mu\text{F}$ $L_f = 1300 \mu\text{H}$	$C_f = 18 \mu\text{F}$ $L_f = 1000 \mu\text{H}$

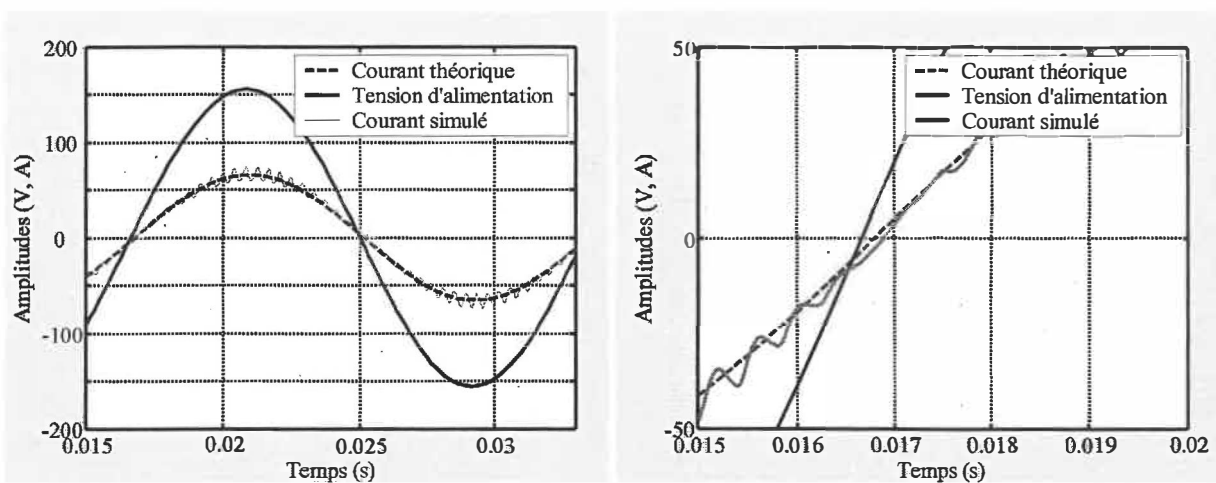
Pour valider cette deuxième démarche de dimensionnement, nous avons considéré une commande MDI avec 19 trous et l'assignation d'une valeur de 0.50 p.u. à la puissance d'inflexion. Dans ce cas, les éléments du filtre, d'après le tableau 3.5, sont  $C_f = 35 \mu\text{F}$  et  $L_f = 516 \mu\text{H}$ . De la simulation de l'ensemble filtre – convertisseur résulte une réaction sur l'alimentation alternative que nous comparons à la réaction théorique. Sur la figure 3.20, nous avons reporté le facteur de puissance théorique calculé d'après (3.40) et les facteurs de déplacement, de distorsion et de puissance obtenus par simulation. Cette figure montre, d'une part, une certaine divergence entre les facteurs de puissance théorique et simulé et, d'autre part, une convergence quasi-parfaite entre le facteur de puissance théorique et le facteur de déplacement simulé. Ceci s'explique par le fait qu'en théorie le facteur de distorsion est implicitement considéré comme unitaire, car on a supposé qu'une fréquence de coupure du filtre, inférieure de moitié à la plus basse des fréquences harmoniques contenues dans le courant tiré par le convertisseur, est suffisante pour atténuer totalement la distorsion générée. Les figures 3.21 et 3.22, montrant le courant tiré de l'alimentation alternative en valeur instantanée théorique et simulé dans les cas de puissance transmise de 0.8 p.u. et 0.2 p.u., permettent de constater que cette distorsion n'est pas totalement absorbée par le filtre. Ces mêmes figures montrent que le déplacement de l'onde de courant par rapport à l'onde de tension est, tantôt, en avance, tantôt, en retard. Ceci signifie que l'énergie réactive est, tantôt, consommée, tantôt, produite. C'est cette inversion du sens d'écoulement de

l'énergie réactive qui permet de réduire sa valeur absolue. La comparaison des valeurs des éléments du filtre, reportées dans les tableaux 3.4 et 3.5, montre que, dans la deuxième démarche, les valeurs des inductances et des condensateurs ont tendance, respectivement, à augmenter et à baisser par rapport à celles calculées dans la première démarche. Cette tendance est compréhensible, quand on sait que, dans la deuxième démarche, le filtre produit moins d'énergie réactive à certains points de fonctionnement et en consomme à d'autres points.



(Fdp : facteur de déplacement, Fds : facteur de distortion, FP : facteur de puissance)

**Figure 3.20. Comparaison entre les réactions théorique et simulée sur l'alimentation**



a) Figure dans sa globalité

b) Agrandissement autour du passage par zéro

**Figure 3.21. Courants tirés théorique et simulé à  $p_d = 0.8$  p.u., déplacement en avance**

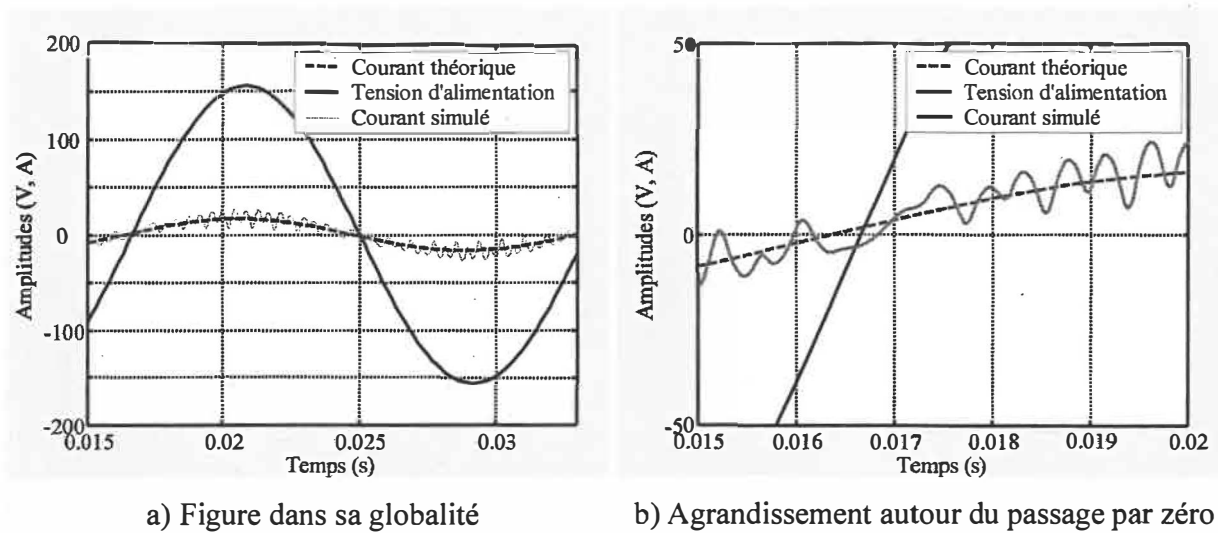


Figure 3.22. Courants tirés théorique et simulé à  $p_d = 0.2$  p.u., déplacement en arrière

Les résultats théoriques et simulés de la figure 3.20 indiquent un facteur de déplacement quasi-unitaire sur une plage de variation de la puissance allant de 0.2 à 1 p.u.. Autrement dit, le courant est en phase avec la tension sur cet intervalle. En conséquence, le redresseur du convertisseur peut être placé entre l'inductance et la capacité du filtre sans qu'il n'occasionne de discontinuité du courant tiré au voisinage du passage par zéro de la tension d'alimentation. Les condensateurs du filtre passe bas et de découplage haute fréquence se trouveront alors en parallèle. On peut donc les considérer comme un seul condensateur (Figure 3.23).

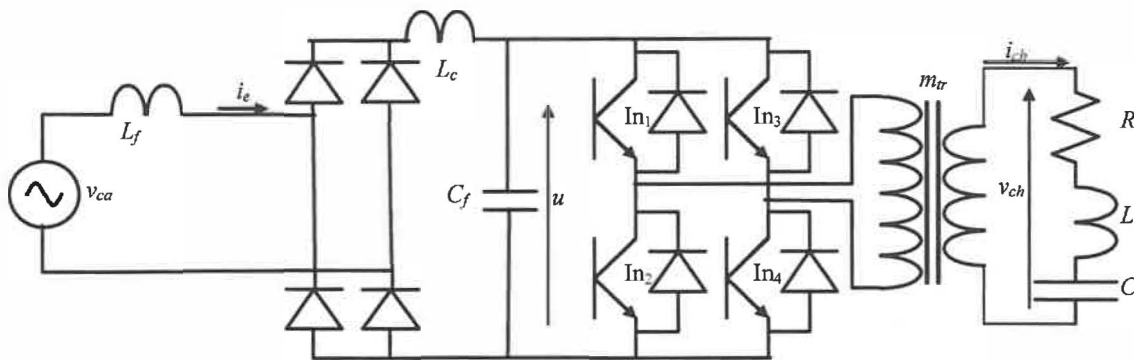


Figure 3.23. Déplacement du condensateur du filtre à la sortie du redresseur

### 3.5. CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré au traitement de la problématique posée par l'allongement des séquences MDI, qui demeure une condition sine qua non pour produire une variation quasi-continue de la puissance transmise. Des motifs MDI, de même période que la tension redressée, ont été considérés, ce qui correspond à des séquences MDI les plus longues possibles.

En conformité avec cette considération, nous avons effectué une analyse de fonctionnement sous l'hypothèse de l'invariance de la tension redressée (aussi tension à l'entrée de l'onduleur) à l'échelle d'un cycle de résonance de la charge, **HITC**. Cette analyse a abouti à la détermination, en fonction d'un motif MDI, de la série de Fourier du courant absorbé, sachant que celle-ci nous enseigne sur la puissance transmise à la charge et la distorsion harmonique du courant absorbé par le convertisseur. Dans le cadre d'une stratégie d'optimisation, les résultats de cette analyse de fonctionnement sont exploités en vue de l'élaboration de lois de commande MDI à double action : varier la puissance transmise de manière quasi-continue et éliminer les harmoniques d'ordre inférieur à  $(2q + 1)$  du spectre du courant absorbé où  $q$  est le nombre de trous du motif MDI utilisé. Ces résultats sont publiés dans [Sandali A. et al. '01].

Les harmoniques résiduels sont éliminés par un filtre passe bas, placé à l'entrée du convertisseur, sans pour autant que cela ne soit suffisant pour corriger le facteur de puissance, à cause de la puissance réactive mise en jeu dans le filtre. Pour absorber les harmoniques résiduels et optimiser la puissance réactive, deux démarches de dimensionnement du filtre sont alors proposées. Dans la première démarche, publiée dans [Sandali A. et al. '02a], on fait coïncider le point de fonctionnement à minimum de puissance réactive dans le filtre avec le maximum de la puissance transmise par le convertisseur. Le facteur de puissance résultant décroît de manière continue avec la puissance transmise, suite à une production accrue d'énergie réactive. Dans la deuxième démarche, le point de fonctionnement à puissance réactive nulle coïncide avec une puissance transmise réduite (Point d'inflexion). Le facteur de puissance croît jusqu'à ce qu'il devienne unitaire au point d'inflexion, pour amorcer ensuite une décroissance, quand la puissance transmise varie de son maximum à zéro. Il en résulte un facteur de puissance de très bonnes valeurs sur une large plage de variation de la puissance transmise.

La correction de la distorsion harmonique est partagée entre la loi de commande et le filtre passe bas. Plus le nombre de trous par motif est important, plus la loi de commande corrige en

profondeur, et plus le filtre est miniaturisé et sa puissance réactive est faible. Par contre, la synthèse de lois de commande, avec un nombre élevé de trous par motif, se heurte à la taille des calculs à gérer. Synthétiser des lois de commande avec des motifs à nombre de trous élevé et sans calcul est le principal défi, qu'on se propose de lever dans le chapitre suivant.



## Chapitre 4

# SIMPLIFICATION ET MISE EN ŒUVRE D'UNE COMMANDE MDI LINÉAIRE

---

### 4.1. INTRODUCTION

Les travaux entrepris dans le chapitre précédent ont abouti à une connaissance approfondie des différents aspects du fonctionnement du convertisseur ca-ca considéré et à des lois de commande. Ces dernières sont précises et tiennent compte de tous les paramètres, mais elles sont inadaptées pour une implantation pratique car leur synthèse nécessite des calculs qui prennent des proportions fort pénalisantes. Cet aboutissement reflète notre choix de privilégier, au cours du chapitre précédent, la rigueur théorique. Dans le chapitre présent, nous privilégions l'applicabilité des lois de commande. Notre objectif principal est de chercher à simplifier le modèle complet qui décrit le fonctionnement du convertisseur, afin d'aboutir à des lois de commande dont la synthèse se fait sans calculs.

Dans la section 4.2, nous explicitons la simplification introduite dans le modèle complet ainsi que les observations l'ayant inspirée. La description du modèle simplifié, les lois de commande qui en découlent et la génération automatique des motifs MDI font l'objet de la section 4.3. La validation du modèle simplifié est faite dans la section 4.4, tandis que sa précision et sa limite de

validité sont discutées dans la section 4.5. Les contraintes de synchronisme et d'adaptation des fréquences ainsi que la nécessité d'un dimensionnement adapté du transformateur sont soulevées et solutionnées dans la section 4.6. Dans la section 4.7, nous présentons des essais réalisés sur un prototype en guise de validation expérimentale des travaux entrepris dans ce chapitre.

## 4.2. OBSERVATIONS À L'ORIGINE DE LA SIMPLIFICATION

Deux observations sont à l'origine de la simplification faisant l'objet de ce chapitre. La première porte sur la forme des expressions des coefficients de la série de Fourier, tandis que la seconde porte sur la forme des motifs MDI synthétisés.

D'après les résultats du chapitre 3, les expressions des coefficients de la série de Fourier du courant tiré par le convertisseur ont été écrites sous la forme :

$$a_m = a_{m,1} + \sum_{k=1}^q a_{m,tk} \quad (3.16.1)$$

$$b_m = b_{m,1} + \sum_{k=1}^q b_{m,tk} \quad (3.16.2)$$

où les termes  $a_{m,1}$  et  $b_{m,1}$  sont indépendants de l'amortissement de la charge, alors que les termes  $a_{m,tk}$  et  $b_{m,tk}$  ne le sont pas.

Un calcul qui compare les prédominances des termes indépendants et dépendants de l'amortissement de la charge est effectué, où les termes indépendants et dépendants sont, respectivement, groupés dans des termes définis par :

$$c_{m,1} = \sqrt{a_{m,1}^2 + b_{m,1}^2} \quad (4.1.1)$$

$$c_{m,tk} = \sqrt{a_{m,tk}^2 + b_{m,tk}^2} \quad (4.1.2)$$

Ce calcul a montré une prédominance très nette des termes indépendants de l'amortissement. Un aperçu des calculs comparatifs des prédominances dans le fondamental et dans l'harmonique résiduel de plus faible rang, à des points de fonctionnement correspondant à des puissances de 0.7 p.u. et 0.3 p.u., est indiqué par les figures 4.1 à 4.4. Ces calculs sont effectués pour une charge ayant une fréquence de résonance (150 kHz) et un amortissement  $\xi = 1.6 \%$  et dans les cas de lois de commande à 3, 7 et 15 trous. Cette possibilité de négliger les termes dépendants de l'amortissement de la charge, rend les lois de commande indépendantes de l'amortissement de la charge.

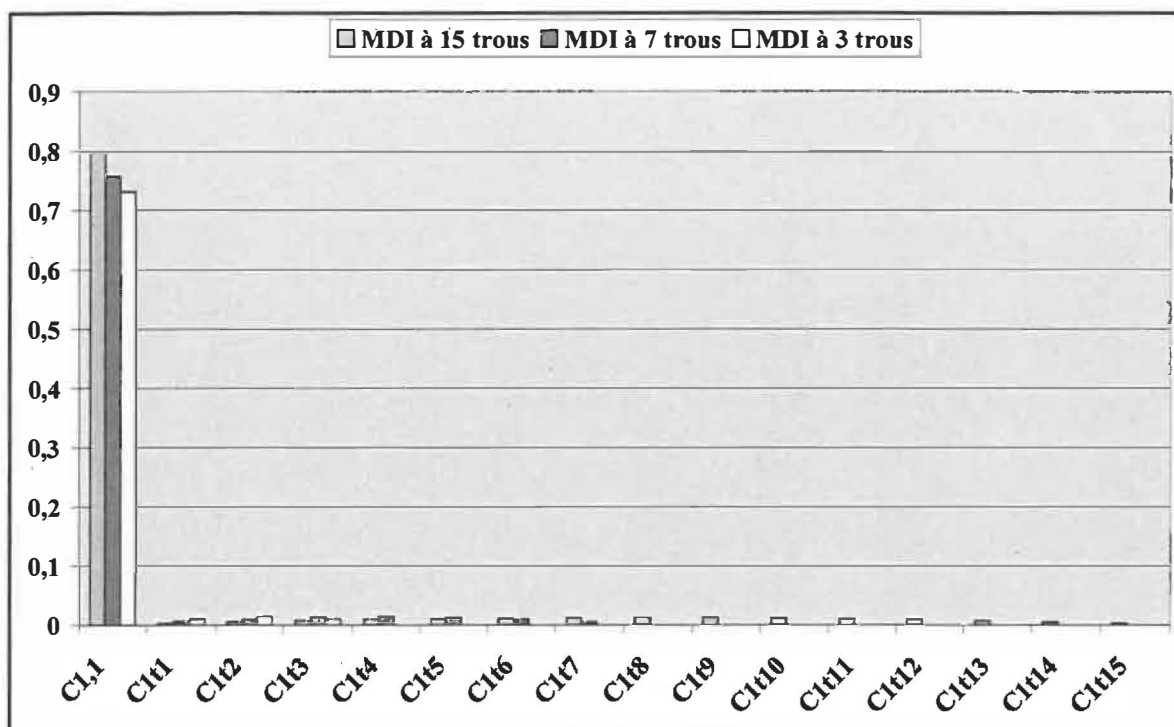


Figure 4.1. Prédominances des termes indépendant et dépendants de l'amortissement dans le fondamental – Cas  $\xi = 1.6 \%$  et  $p_d = 0.7$  p.u.

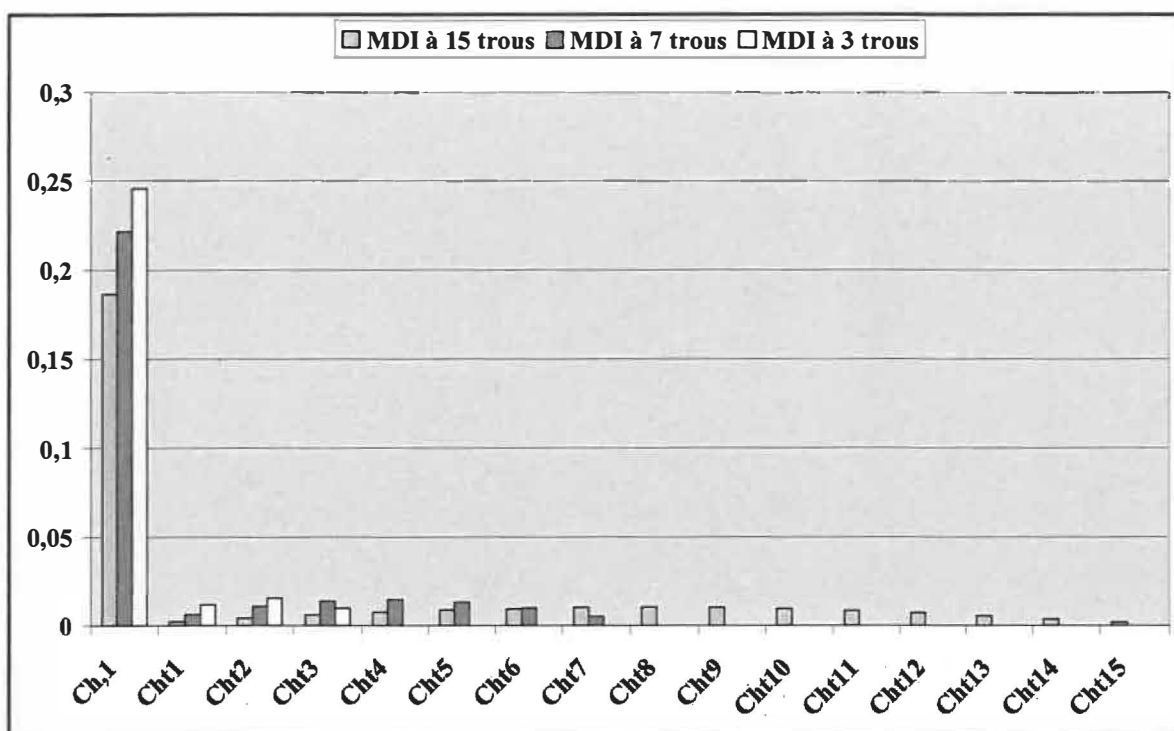


Figure 4.2. Prédominances des termes indépendant et dépendants de l'amortissement dans l'harmonique résiduel de plus faible rang – Cas  $\xi = 1.6 \%$  et  $p_d = 0.7$  p.u.

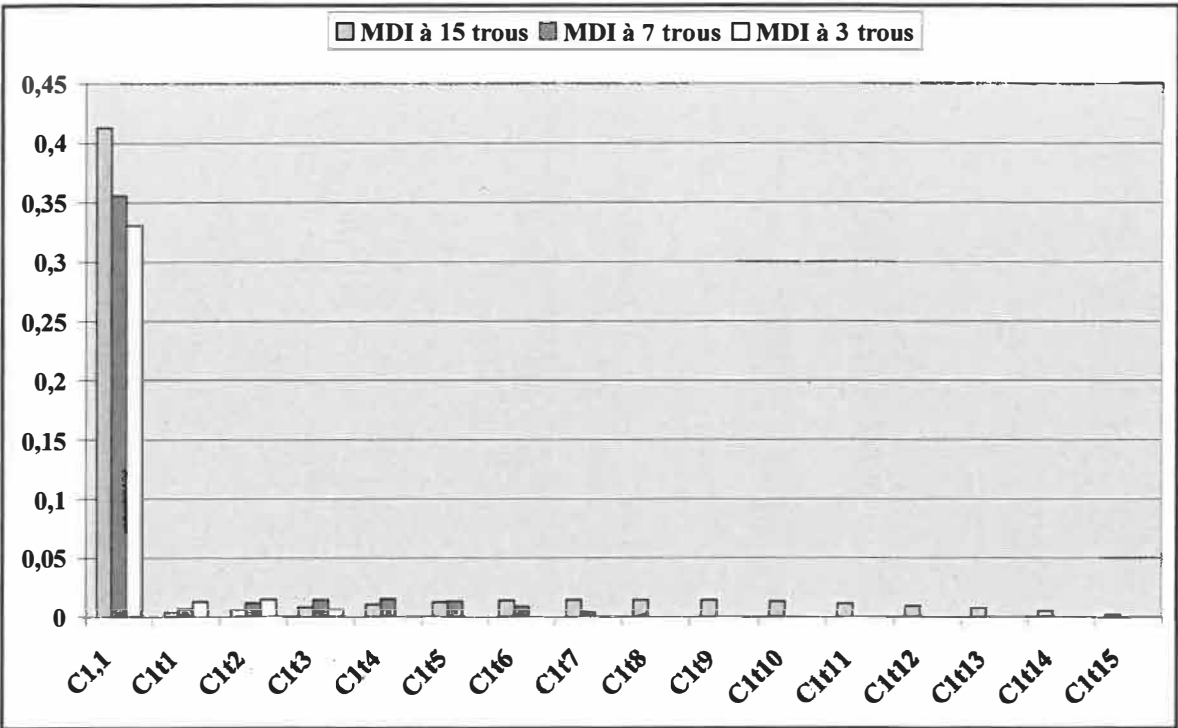


Figure 4.3. Prédominances des termes indépendant et dépendants de l'amortissement dans le fondamental – Cas  $\xi = 1.6 \%$  et  $p_d = 0.3$  p.u.

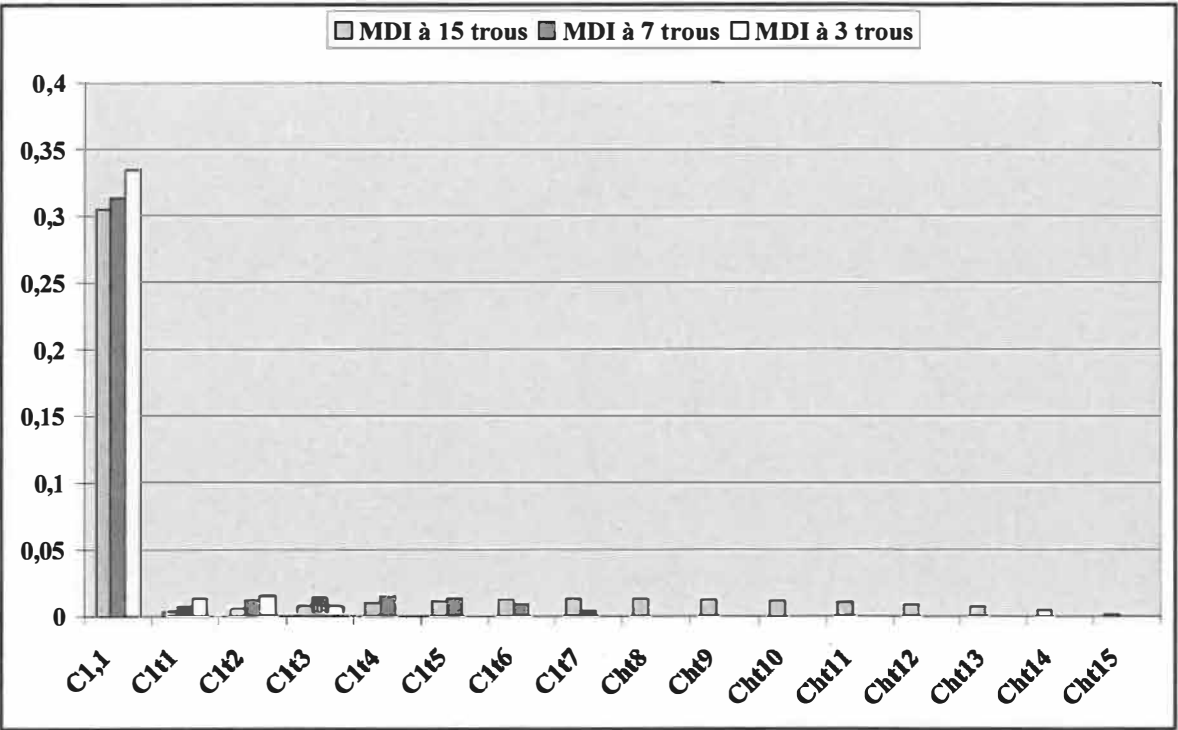


Figure 4.4. Prédominances des termes indépendant et dépendants de l'amortissement dans l'harmonique résiduel de plus faible rang – Cas  $\xi = 1.6 \%$  et  $p_d = 0.3$  p.u.

De l'observation des représentations graphiques des lois de commande synthétisées dans le chapitre précédent et qui indiquent les motifs MDI en fonction des puissances transmises désirées, il se dégage une convergence des motifs vers une forme asymptotique. Dans cette forme asymptotique, les  $q$  trous d'un motif se répartissent uniformément sur toute la séquence MDI et ont tous une même largeur. La convergence vers cette forme asymptotique réduit l'influence de la fréquence de résonance de la charge dans la synthèse des lois de commande à un simple ajustement des bornes des trous.

#### 4.3. MODÉLISATION SIMPLIFIÉE ET GÉNÉRATION AUTOMATIQUE DES MOTIFS

De la première observation, découle la formulation simplifiée suivante des coefficients de la série de Fourier du courant tiré par le convertisseur :

$$a_1 \approx 1 - \frac{1}{N_{mp}} \sum_{k=1}^q (n_{Sk} - n_{Ik}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^q \left( \sin\left(2\pi \frac{n_{Sk}}{N_{mp}}\right) - \sin\left(2\pi \frac{n_{Ik}}{N_{mp}}\right) \right) \quad (4.2.1)$$

$$b_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^q \cos\left(2\pi \frac{n_{Sk}}{N_{mp}}\right) - \cos\left(2\pi \frac{n_{Ik}}{N_{mp}}\right) \quad (4.2.2)$$

$$a_m \approx \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m+1) \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} \pi\right) - \sin\left((m+1) \frac{n_{Ik}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \\ & - \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m-1) \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} \pi\right) - \sin\left((m-1) \frac{n_{Ik}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.2.3)$$

$$b_m \approx \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m+1) \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} \pi\right) - \cos\left((m+1) \frac{n_{Ik}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \\ & - \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m-1) \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} \pi\right) - \cos\left((m-1) \frac{n_{Ik}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.2.4)$$

En considération de la seconde observation, on suppose que tous les trous ont une largeur  $\Delta n$  et des centres définis par :

$$\frac{n_{C,k}}{N_{mp}} = \frac{(2 \cdot k - 1)}{2q} \quad (4.3)$$

Les bornes inférieure et supérieure du  $k^{\text{ème}}$  trou s'écrivent:

$$n_{Ik} = n_{C,k} - \frac{\Delta n}{2} \quad (4.4.1)$$

$$n_{Sk} = n_{C,k} + \frac{\Delta n}{2} \quad (4.4.2)$$

En tenant compte de (4.4) et (4.3), la réécriture de (4.2.1) aboutit à :

$$a_1 \approx 1 - \frac{1}{N_{mp}} \sum_{k=1}^q \Delta n + \frac{1}{\pi} \sin \left( \pi \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \sum_{k=1}^q \cos \left( 2\pi \frac{2k-1}{2q} \right) \quad (4.5.1)$$

ou plus simplement :

$$a_1 \approx 1 - \frac{\Delta n}{N_{mp}} q \quad (4.5.2)$$

car

$$\sum_{k=1}^q \cos \left( 2\pi \frac{2k-1}{2q} \right) = 0 \quad (4.6)$$

En tenant compte de (4.4) et (4.3), la réécriture de (4.2.2) aboutit à :

$$b_1 \approx -\frac{1}{\pi} \sin \left( \pi \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \sum_{k=1}^q \sin \left( 2\pi \frac{2k-1}{2q} \right) = 0 \quad (4.7)$$

car

$$\sum_{k=1}^q \sin \left( 2\pi \frac{2k-1}{2q} \right) = 0 \quad (4.8)$$

En tenant compte de (4.4) et (4.3), la réécriture de (4.2.4) aboutit à :

$$b_m \approx \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{2}{m+1} \cdot \sin \left( (m+1) \pi \frac{\Delta n}{2N_{mp}} \right) \cdot \sum_{k=1}^q \sin \left( (m+1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) \\ & + \frac{2}{m-1} \cdot \sin \left( (m-1) \pi \frac{\Delta n}{2N_{mp}} \right) \cdot \sum_{k=1}^q \sin \left( (m-1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) \end{aligned} \right\} = 0 \quad (4.9)$$

$$\text{car} \quad \sum_{k=1}^q \sin \left( (m+1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = \sum_{k=1}^q \sin \left( (m-1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = 0 \quad (4.10)$$

En tenant compte de (4.4) et (4.3), la réécriture de (4.2.3) aboutit à :

$$a_m \approx \frac{2}{\pi} \left\{ \left[ \frac{1}{m+1} \sin \left( (m+1) \frac{\pi}{2} \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \sum_{k=1}^q \cos \left( (m+1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) \right] - \left[ \frac{1}{m-1} \sin \left( (m-1) \frac{\pi}{2} \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \sum_{k=1}^q \cos \left( (m-1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) \right] \right\} \quad (4.11)$$

Quand on considère les remarques suivantes :

✓ **Remarque 1**

Pour  $(m+1)$  multiple de  $2 \cdot q$ , c.-à-d.  $m = 2 \cdot h \cdot q - 1$  avec  $h = 1, 2, 3, \dots$

$$\cos \left( (m+1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = \pm 1 \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (4.12.1)$$

et, en conséquence,

$$\sum_{k=1}^q \cos \left( (m+1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = \pm q \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (4.12.2)$$

✓ **Remarque 2**

Pour  $(m-1)$  multiple de  $2 \cdot q$ , c.-à-d.  $m = 2 \cdot h \cdot q + 1$  avec  $h = 1, 2, 3, \dots$

$$\cos \left( (m-1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = \pm 1 \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (4.13.1)$$

et, en conséquence,

$$\sum_{k=1}^q \cos \left( (m-1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = \pm q \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (4.13.2)$$

✓ **Remarque 3**

Pour  $(m+1)$  non multiple de  $2 \cdot q$ , c.-à-d.  $m = 2 \cdot h \cdot q - 1 + 2 \cdot l$  avec  $h = 1, 2, 3, \dots$  et  $l = 1, 2, 3, \dots, q$

$$\sum_{k=1}^q \cos \left( (m+1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = \sum_{k=1}^q \cos \left( 2 \cdot l \cdot \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = 0 \quad (4.14)$$

✓ **Remarque 4**

Pour  $(m-1)$  non multiple de  $2 \cdot q$ , c.-à-d.  $m = 2 \cdot h \cdot q + 1 + 2 \cdot l$  avec  $h = 1, 2, 3, \dots$  et  $l = 1, 2, 3, \dots, q$

$$\sum_{k=1}^q \cos \left( (m-1) \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = \sum_{k=1}^q \cos \left( 2 \cdot l \cdot \pi \frac{2k-1}{2q} \right) = 0 \quad (4.15)$$

l'expression (4.11) du coefficient  $a_m$  devient très expressive, soit :

si  $m$  est de la forme  $2 \cdot h \cdot q - 1$

$$a_m \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (4.16.1)$$

si  $m$  est de la forme  $2 \cdot h \cdot q + 1$

$$a_m \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot h} \sin\left(\pi \cdot h \cdot q \cdot \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (4.16.2)$$

sinon

$$a_m \approx 0 \quad (4.16.3)$$

En résumé, la série de Fourier du courant tiré du réseau devient :

$$a_1 \approx 1 - \frac{\Delta n}{N_{mp}} q \quad (4.17.1)$$

après substitution de (4.17.1) dans (4.16.1) et dans (4.16.2),

si  $m = 2 \cdot h \cdot q - 1$  avec  $h$  entier naturel

$$a_m \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot h} \sin(\pi \cdot h \cdot (1 - a_1)) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (4.17.2)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot q + 1$  avec  $h$  entier naturel

$$a_m \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot h} \sin(\pi \cdot h \cdot (1 - a_1)) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (4.17.3)$$

$$\text{sinon} \quad a_m \approx 0 \quad (4.17.4)$$

$$b_m \approx 0 \text{ avec } m = 1, 3, 5, \dots \quad (4.17.5)$$

En tenant compte des expressions (4.17), le facteur de puissance peut être exprimé en fonction de  $a_1$ , représentant la puissance transmise, par l'expression :

$$FP = 1 / \sqrt{1 + \frac{2}{a_1^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(\pi \cdot h \cdot (1 - a_1))}{\pi \cdot h} \right]^2} \quad (4.18)$$

Finalement, le fait de considérer qu'un motif MDI est constitué de trous de même largeur et uniformément répartis sur la période de la tension d'alimentation de l'onduleur (Séquence MDI), aboutit aux résultats suivants :

- premièrement, la puissance transmise par le convertisseur, proportionnelle à  $a_1$ , varie linéairement avec la largeur des trous,
- et deuxièmement, le spectre harmonique du courant tiré par le convertisseur se compose, en plus du fondamental, de paires d'harmoniques d'ordre  $2 \cdot h \cdot q \pm 1$  et espacées les unes des autres de  $2q$ .

Sans effectuer aucun calcul, de tels motifs MDI peuvent être générés sur une base de comparaison. Parmi les options de comparaisons possibles, nous pouvons considérer celle d'une porteuse triangulaire ( $P_{or}$ ) et d'une tension de commande ( $e_c$ ).



La fréquence de la porteuse ( $F_{por}$ ) est un paramètre de réglage de la distorsion harmonique du courant tiré, ou plus précisément, de l'espacement entre les paires d'harmoniques résiduelles. Quand sa fréquence est :

$$F_{por} = q \cdot 2 \cdot F_{ca} \quad (4.19)$$

il en résulte un espacement entre les paires d'harmoniques résiduelles de  $2q$ .

La tension de commande ( $e_c$ ) est un paramètre de réglage de la puissance transmise désirée en p.u.. Elles sont liées par :

$$e_c = p_d \cdot Por_{max} \quad (4.20)$$

où  $Por_{max}$  est la valeur crête de la porteuse.

Cette comparaison génère un motif, dit asynchrone. Ce motif asynchrone doit encore être synchronisé par un signal à la fréquence de résonance de la charge. La largeur des trous est ainsi ajustée à un nombre entier de périodes de résonance de la charge et ce dans le but de garantir des commutations au zéro de courant dans les interrupteurs de l'onduleur. Cette synchronisation se fait facilement à l'aide d'une bascule D. Les figures 4.5 et 4.6 illustrent les étapes et le circuit de génération des motifs MDI par comparaison.

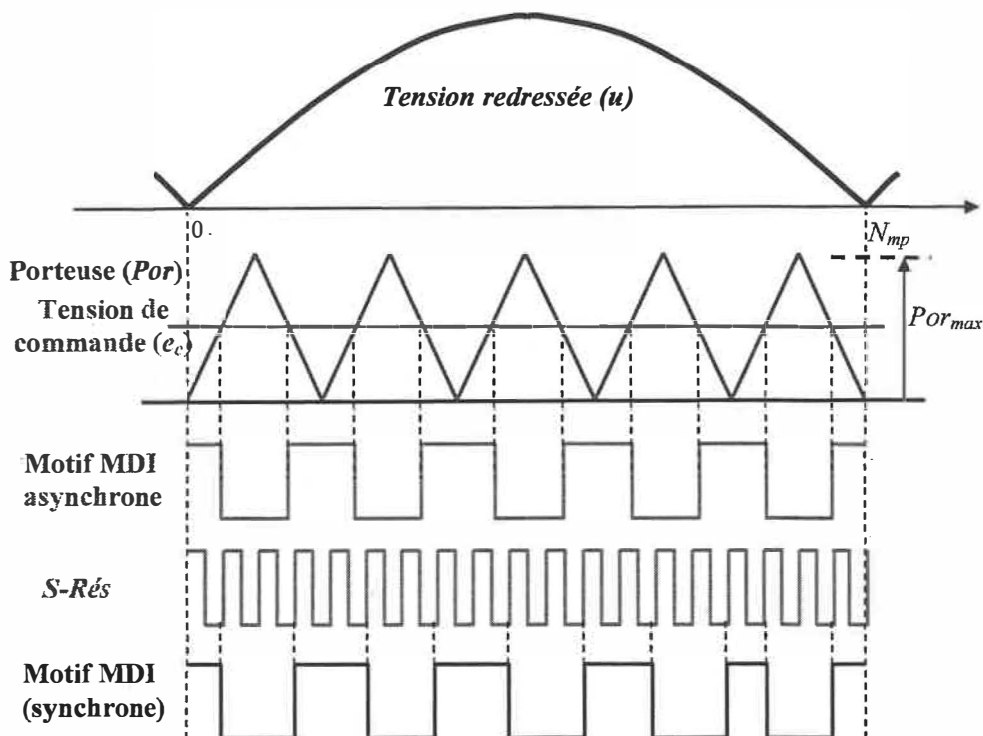


Figure 4.5. Génération des motifs MDI par comparaison

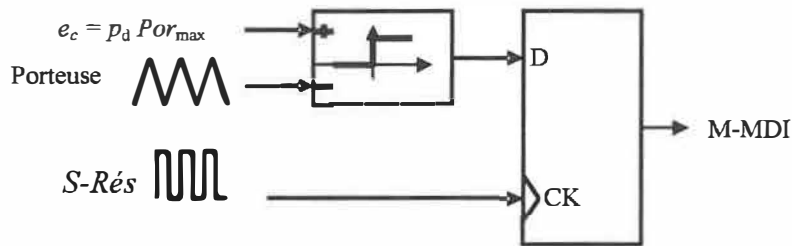


Figure 4.6. Circuit générateur des motifs MDI

#### 4.4. VALIDATION DU MODÈLE SIMPLIFIÉ

Pour la validation de la modélisation simplifiée, nous avons procédé à la simulation du même convertisseur que dans le chapitre II (même topologie et même alimentation), sauf que :

- i) les éléments de la charge sont ( $R = 1.80 \Omega$ ,  $L = 25 \mu\text{H}$  et  $C = 90 \text{ nF}$ ), soit une fréquence de résonance de  $106 \text{ kHz}$  et un amortissement  $\xi = 5.4 \%$ ,
- ii) un transformateur d'adaptation de rapport  $m_{tr} = 0.5$  est utilisé,
- iii) et le motif MDI est généré par comparaison.

Le modèle simulé est indiqué dans la figure 4.7.

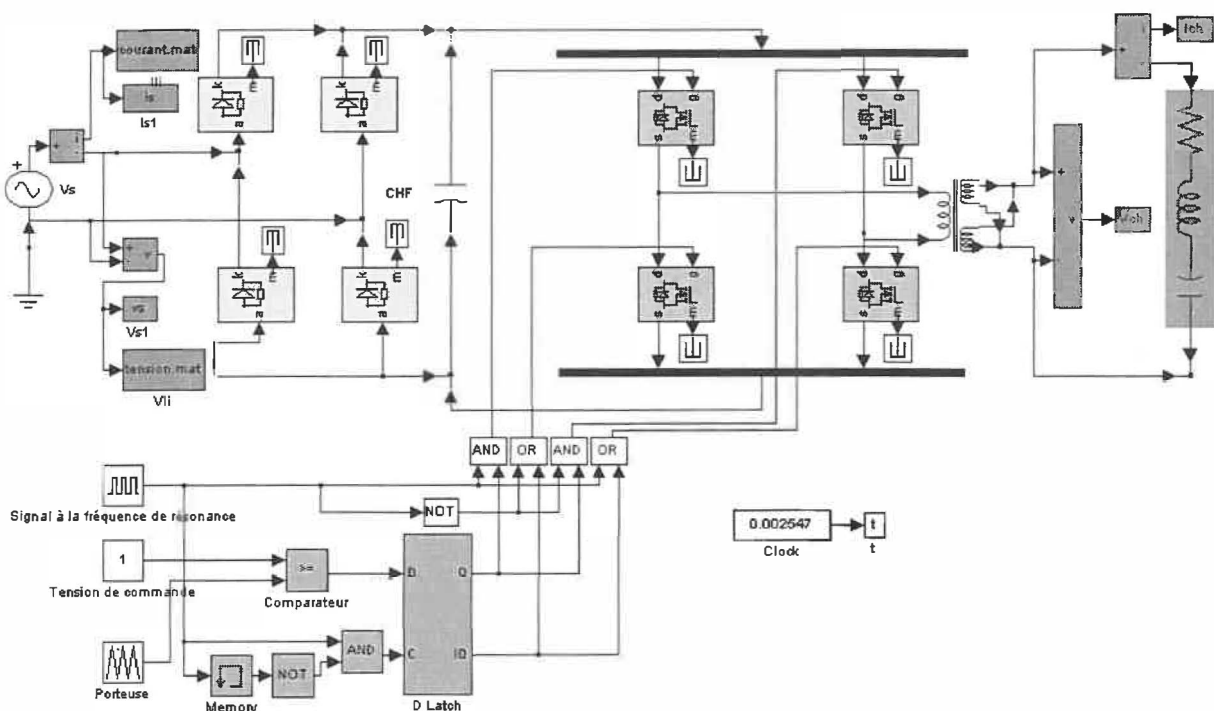


Figure 4.7. Modèle simulé du convertisseur avec motif MDI généré par comparaison

Nous avons effectué deux séries de simulation. Une avec des motifs à 15 trous et l'autre avec des motifs à 25 trous, c.-à-d. des porteuses ayant une fréquence 15 et 25 fois supérieures à la fréquence de la tension redressée ( $F_{por}=15 \cdot 120$  Hz et  $F_{por}=25 \cdot 120$  Hz). Les résultats obtenus par considération du modèle simplifié sont comparés aux résultats obtenus par la simulation du convertisseur avec génération comparée du motif MDI. La comparaison entre les spectres théorique et simulé du courant tiré par le convertisseur dans le cas d'un motif MDI à 15 trous est indiquée sur les figures 4.8 et 4.9.

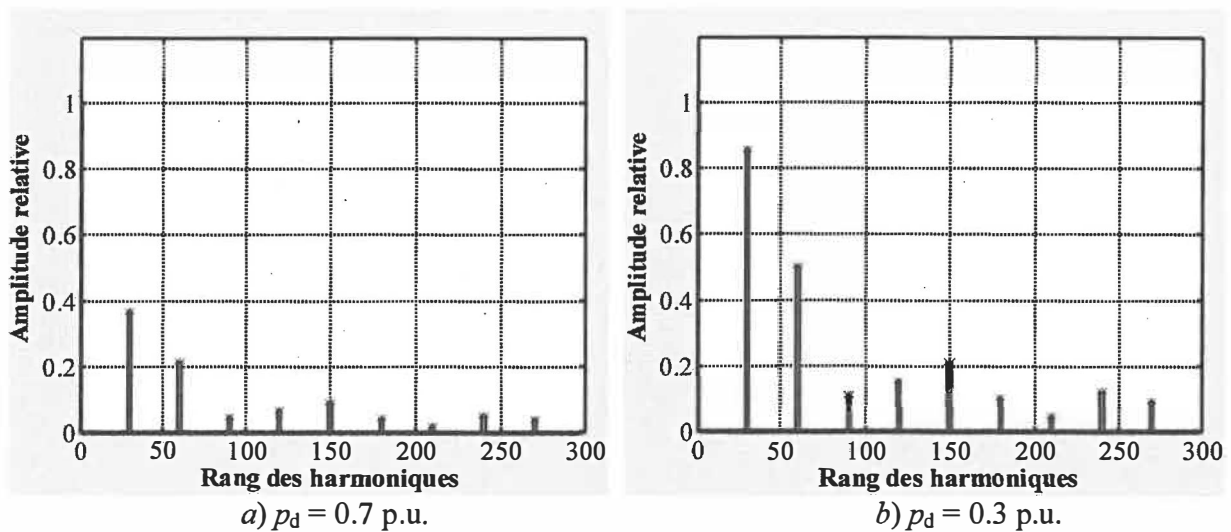


Figure 4.8. Spectres du courant tiré d'après le modèle théorique simplifié - Cas de 15 trous

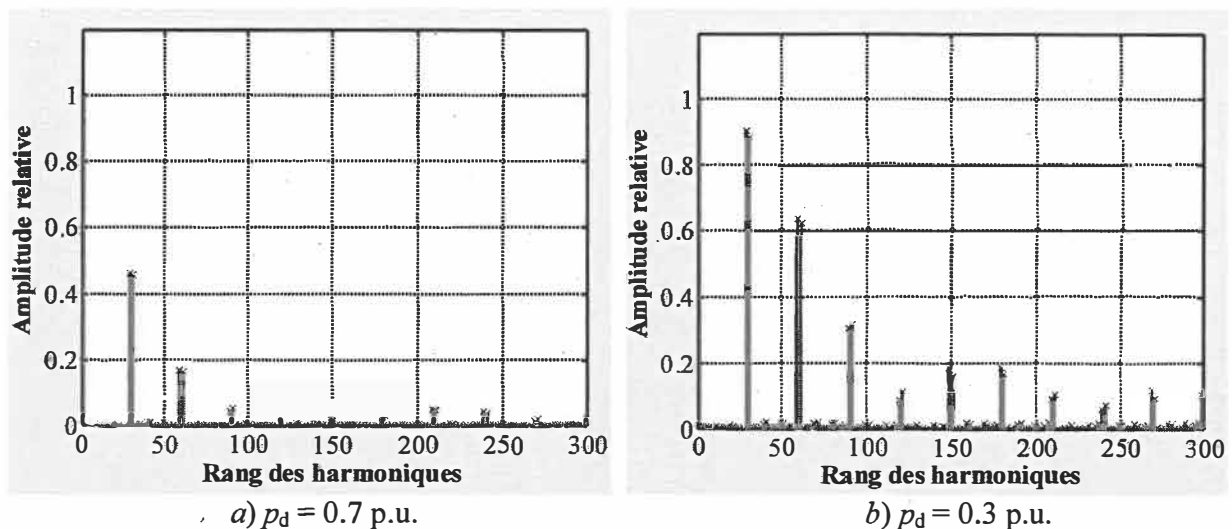


Figure 4.9. Spectres du courant tiré d'après la simulation du convertisseur avec génération des motifs par comparaison - Cas de 15 trous

Les figures 4.10 et 4.11 indiquent une comparaison entre les mêmes grandeurs mais avec le cas d'un motif MDI à 25 trous.

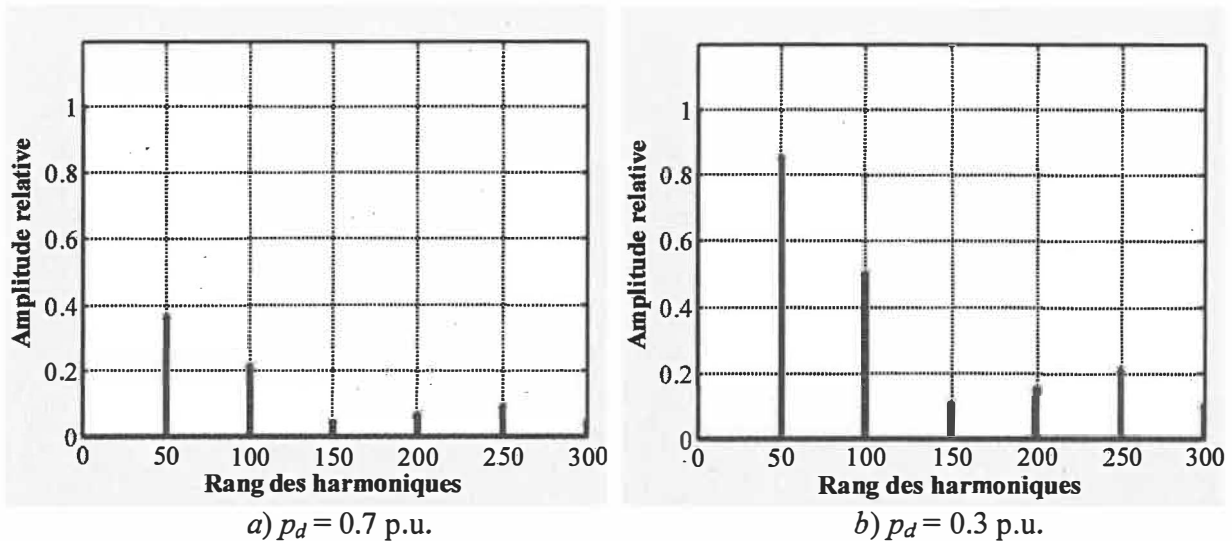


Figure 4.10. Spectres du courant tiré d'après le modèle théorique simplifié - Cas de 25 trous

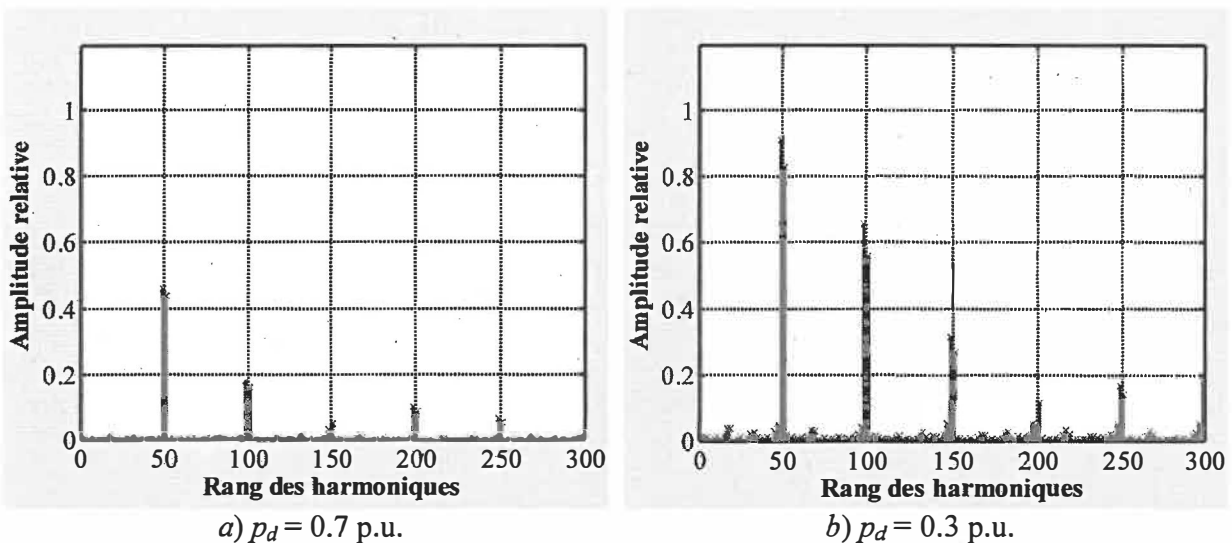


Figure 4.11. Spectres du courant tiré d'après la simulation du convertisseur avec génération des motifs par comparaison - Cas de 25 trous

Les comparaisons entre, d'une part, la puissance désirée (puissance transmise désirée) et la puissance transmise en théorie et en simulation et, d'autre part, la puissance désirée et le facteur de puissance sont, respectivement, indiquées sur les figures 4.12 et 4.13.

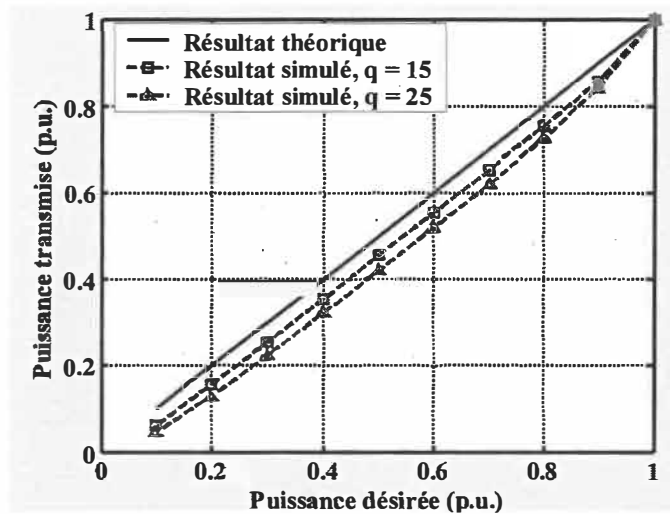


Figure 4.12. Comparaison des puissances transmises en théorie et en simulation

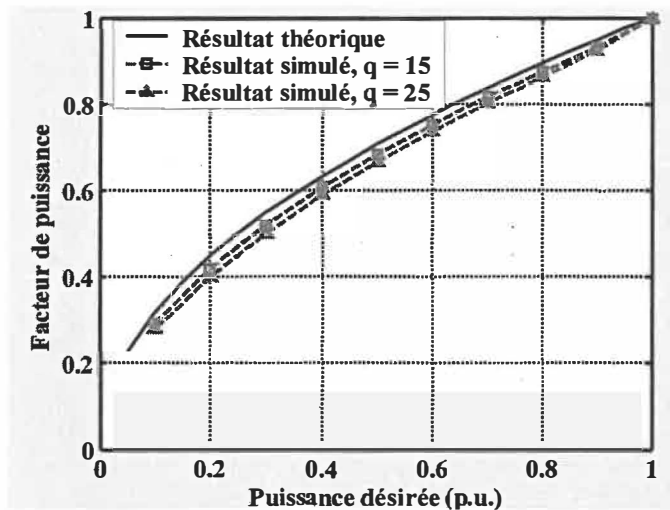


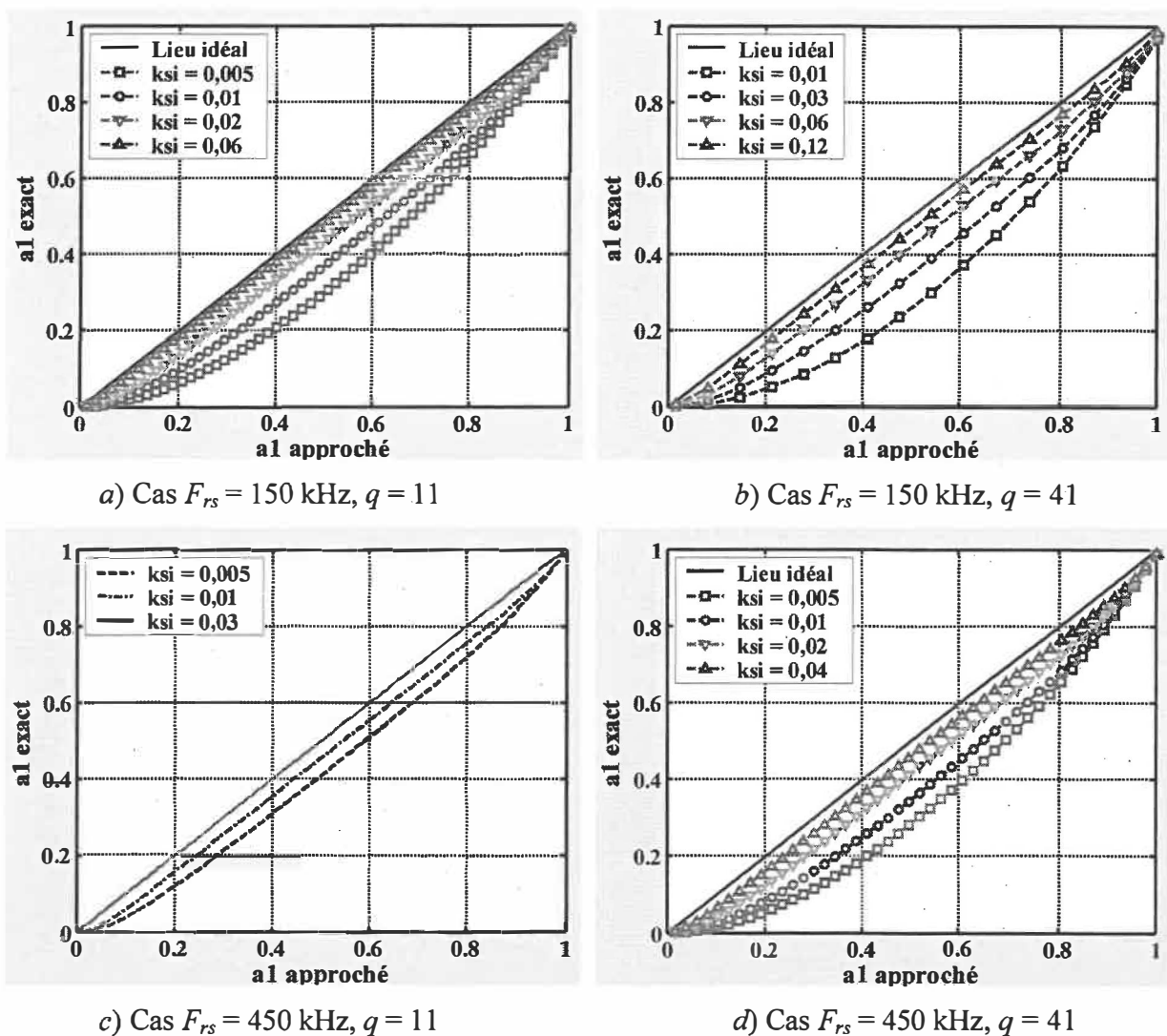
Figure 4.13. Comparaison des facteurs de puissance théoriques et simulés

On constate que, dans les conditions de charge et de porteuses considérées, le modèle théorique simplifié permet de prédire le comportement du convertisseur avec une précision largement acceptable. Sauf que cette précision se dégrade avec l'augmentation du nombre de trous des motifs MDI, alors qu'une telle action se répercute positivement sur la distorsion harmonique du courant tiré, sous forme d'une répartition plus espacée des paires d'harmoniques résiduelles. Nous sommes alors dans une situation de compromis dont la gestion de manière efficace justifie une implication dans la recherche des limites de validité du modèle simplifié. Ce sera l'objectif de la section suivante.

## 4.5. PRECISION DU MODÈLE SIMPLIFIÉ ET LIMITES DE LA VALIDITÉ

### 4.5.1. OBSERVATIONS

La comparaison des valeurs prises par le coefficient  $a_1$  selon qu'on considère son expression exacte (3.16.1, 3.17.1 et 3.17.2) ou approchée (4.2.1), détermination dans le cadre du modèle simplifié, dans différentes conditions de charges et de porteuses, est indiquée sur la figure 4.14.



$ksi$  : amortissement de la charge

Figure 4.14. Influences du nombre de trous et de l'amortissement et la fréquence de résonance de la charge sur la précision du modèle simplifié

Les données de cette comparaison permettent de faire les observations suivantes :

- ✓ Plus la charge est amortie ou que sa fréquence de résonance est élevée, plus la précision du modèle simplifié est bonne.
- ✓ Plus le motif comporte de trous (équivalent à plus la porteuse a une fréquence élevée), moins la précision du modèle simplifié est bonne.

#### 4.5.2. INTERPRÉTATION

Pour l'interprétation et l'argumentation de ces observations, afin qu'elles puissent avoir la valeur de résultats établis, nous revenons à la représentation temporelle du courant tiré par le convertisseur. En effet, ce courant donné dans le chapitre 2 par les expressions (2.13), peut être considéré comme la somme d'un courant principal et d'une série de courants secondaires :

$$i_e(t) = i_{e,p} + \sum_{k=1}^q i_{e,Sk} \quad (4.21)$$

où le courant principal est défini par :

$$\text{à un instant en dehors des trous } i_{e,p}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \quad (4.22.1)$$

$$\text{à un instant à l'intérieur d'un trou } i_{e,p}(t) = 0 \quad (4.22.2)$$

et un courant secondaire  $i_{e,Sk}$  est défini par :

$$\text{si } t \leq n_{Sk} T_{rs} \text{ (un instant antérieur au } k^{\text{ème}} \text{ trou)} \quad i_{e,Sk}(t) = 0 \quad (4.23.1)$$

$$\text{si } t > n_{Sk} T_{rs} \text{ (un instant postérieur au } k^{\text{ème}} \text{ trou)} \quad i_{e,Sk}(t) = -\Psi_k \cdot a^{\frac{2}{T_{rs}} t} \quad (4.23.2)$$

$$\text{avec } \Psi_k = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}}$$

Ces courants secondaires se présentent sous la forme d'impulsions à front montant raide et front descendant amorti. Les figures 4.15 et 4.16 indiquent, respectivement, le courant principal et quelques courants secondaires dans deux cas : un cas où le modèle simplifié est peu précis et un autre cas où il est très précis.

Les courants secondaires sont les originaux des termes  $a_{mtk}$  et  $b_{mtk}$ , dont la négligence est à la base du modèle simplifié. En conséquence, la discussion de la précision du modèle simplifié peut être ramenée à une discussion sur l'importance relative des courants secondaires.

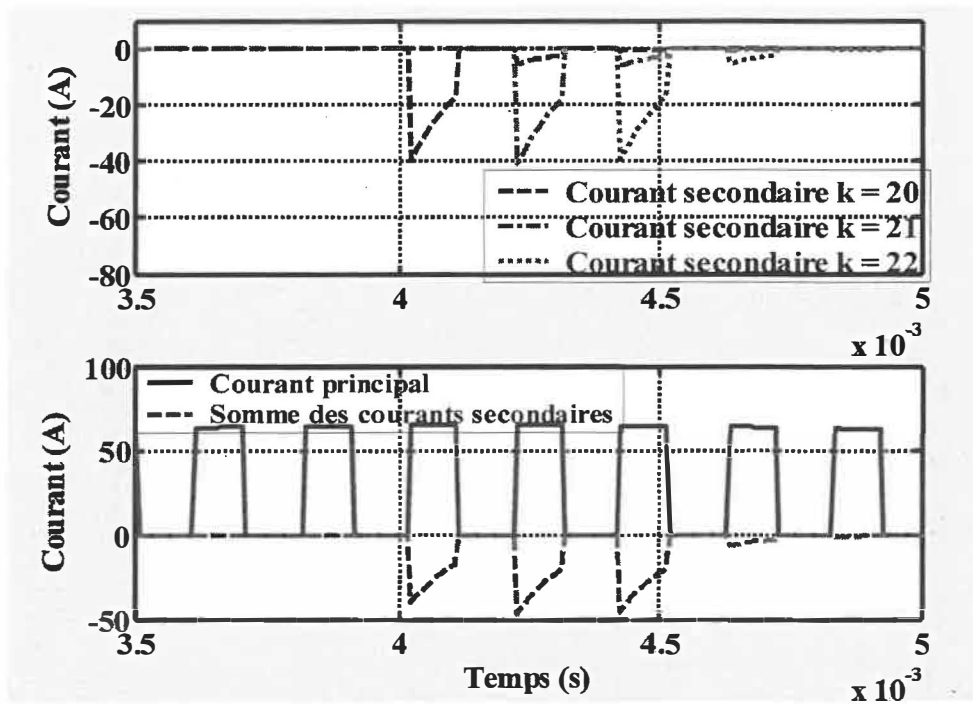


Figure 4.15. Courants principal et secondaires; Cas peu précis :  $\xi = 1\%$ ,  $F_{rs} = 150$  kHz,  $q = 41$  et  $p_d = 0.5$  p.u.

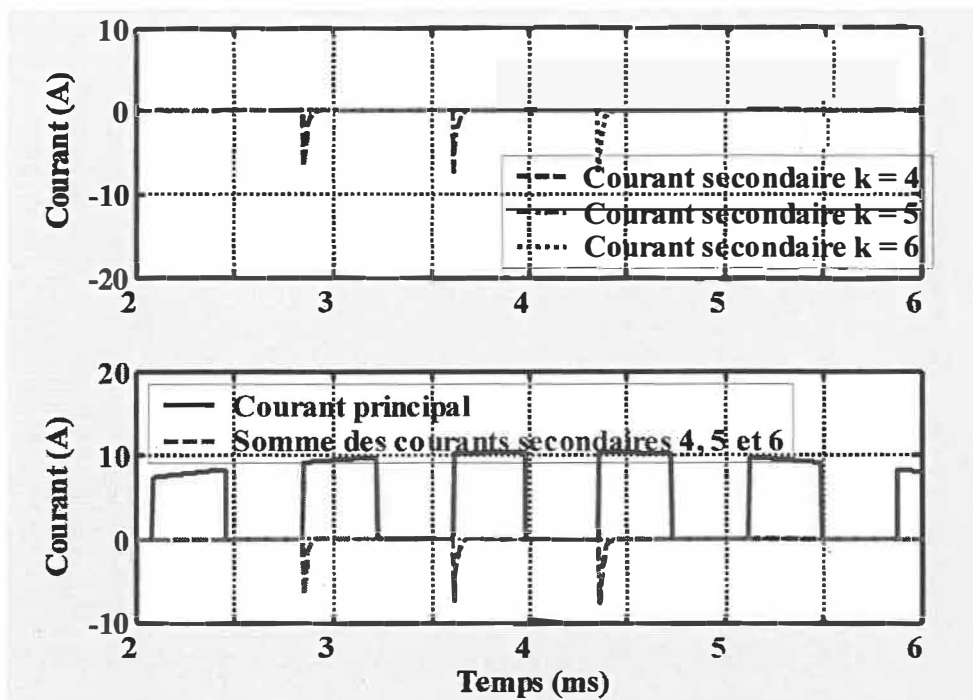


Figure 4.16. Courants principal et secondaires; Cas très précis :  $\xi = 6\%$ ,  $F_{rs} = 150$  kHz,  $q = 11$  et  $p_d = 0.5$  p.u.



Nous rappelons que le coefficient " $a$ " a été défini uniquement pour alléger les écritures. Il est lié au coefficient d'amortissement de la charge ( $\xi$ ) par :

$$a = 1 - \frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (4.24)$$

Pour un amortissement qui tend vers zéro, le coefficient " $a$ " tend vers un. Ensuite, il décroît quand la charge RLC devient de plus en plus amortie.

Après ce rappel de la définition du coefficient " $a$ ", on voit clairement dans l'expression (4.23) la confirmation de l'observation selon laquelle la précision du modèle s'améliore quand l'amortissement et/ou la fréquence de résonance de la charge augmentent. En effet, plus le coefficient " $a$ " est faible et/ou la période de résonance ( $T_{rs}$ ) est grande, plus les courants secondaires sont rapidement atténués dans le temps.

Quant au nombre de trous que comporte le motif MDI, il détermine le temps qui s'écoule entre le déclenchement de deux courants secondaires successifs ( $i_{e,Sk}$  et  $i_{e,S(k+1)}$ ). En effet, ce temps correspond à la période de la porteuse, laquelle, en rappel, est liée à la période de l'alimentation alternative et le nombre de trous par :

$$T_{por} = T_{ca} / (2 \cdot q) \quad (4.25)$$

En conséquence, plus le nombre de trous est faible, plus le temps qui s'écoule entre le déclenchement des courants secondaires est important et, donc, plus il y a de chance pour qu'un courant secondaire soit totalement amorti avant le déclenchement du suivant. À chaque instant, la somme des courants secondaires est égale au dernier courant secondaire déclenché. Autrement dit, les effets des courants secondaires ne s'accumulent pas et leur somme reste donc négligeable devant le courant principal. Le modèle simplifié gagne en précision. La figure 4.15 montre un cas où il y'a une accumulation des effets des courants secondaires, alors que la Figure 4.16 montre un cas où il n'y'a pas d'accumulation. Ceci confirme l'observation selon laquelle la précision s'améliore avec la baisse du nombre de trous.

#### 4.5.3. ÉTABLISSEMENT D'UN LIEN DE LIMITE DE VALIDITÉ

Pour que le modèle simplifié puisse être suffisamment précis, il faut que les courants secondaires, sous formes séparée ou résultante, demeurent négligeables par rapport au courant

principal. Ce dernier est constitué d'impulsions quasiment rectangulaires dont la durée ( $\Delta ICP$ ) se déduit de la période de la porteuse ( $T_{por}$ ) et de la durée des trous ( $\Delta n T_{rs}$ ) par :

$$\Delta ICP = T_{por} - \Delta n T_{rs} = T_{ca} / (2 \cdot q) - \Delta n T_{rs} \quad (4.26)$$

Pour que la somme des courants secondaires soit égale au dernier courant secondaire déclenché et que ce dernier puisse être considéré comme négligeable devant l'impulsion du courant principal, il faut qu'il soit totalement amorti avant la fin de l'impulsion du courant principal. La figure 4.16 illustre un cas où cette condition est vérifiée. L'impulsion du courant secondaire est très fine. Sa soustraction de l'impulsion du courant principal est pratiquement sans conséquence. Par contre, la figure 4.15 illustre un cas où la condition d'un amortissement total n'est pas vérifiée. L'impulsion du courant secondaire prend une forme trapézoïdale. Sa soustraction de l'impulsion du courant principal n'est pas sans conséquence.

Si l'on considère qu'un courant secondaire est totalement amorti quand son amplitude devient inférieure à 5 % de sa valeur initiale, la condition d'un amortissement total devient :

$$\Psi_k \cdot a^{2\left(\frac{T_{ca}}{2 \cdot q T_{rs}} \Delta n\right)} \leq 0.05 \Psi_k \quad (4.27)$$

En tenant compte de (4.17.1) et (4.24) et de la définition de  $N_{mp}$ , on aboutit à :

$$\frac{F_{rs}}{F_{ca}} \frac{p_d}{q} \log\left(1 - \frac{\pi \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) \leq \log(0.05) \quad (4.28)$$

Quand on désire garantir une bonne précision du modèle simplifié sur une gamme de puissance allant, par exemple, d'une valeur minimale  $p_{d,min}$  à la pleine puissance et avec une charge ayant une fréquence de résonance et un amortissement donnés, le nombre de trous doit demeurer inférieur à une valeur limite  $q_{max}$  définie par:

$$q \leq q_{max} = p_{d,min} \frac{F_{rs}}{F_{ca}} \frac{\log(1 - \pi \xi / \sqrt{1 - \xi^2})}{\log(0.05)} \quad (4.29)$$

Pour des charges ayant des fréquences de résonance et des coefficients d'amortissement allant, respectivement, de 20 à 200 kHz et de 0.01 à 0.10, nous avons calculé le nombre maximal de trous que doivent comporter les motifs MDI quand on désire que le modèle simplifié demeure très précis sur une gamme de puissance qui s'étend de 10 à 100 % de la pleine puissance. Le résultat de ces calculs est indiqué sur la Figure 4.17.

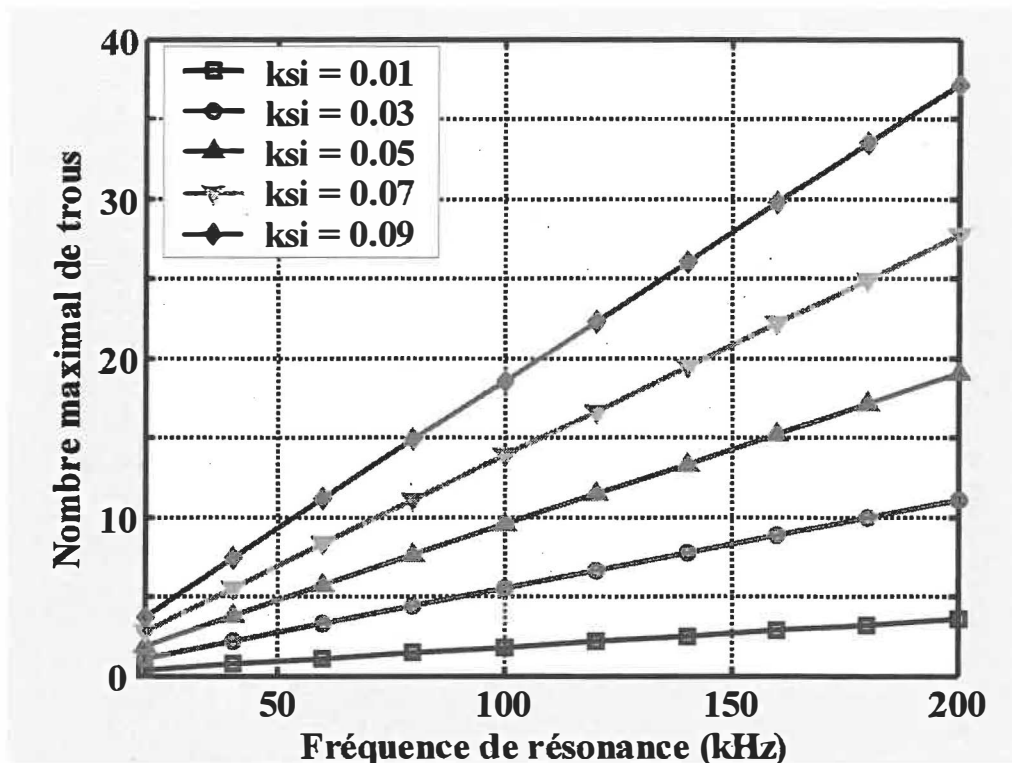


Figure 4.17. Nombre maximal de trous par motif garantissant la précision du modèle simplifié en fonction des caractéristiques de la charge

## 4.6. CONTRAINTES ET PARTICULARITÉS DE LA MISE EN ŒUVRE

### 4.6.1. ADAPTATION DES FRÉQUENCES ET SYNCHRONISATION

Rappelons que, dans le modèle simplifié élaboré, la génération des motifs MDI, telle que c'est illustré sur la figure 4.5, nécessite, en plus d'une grandeur continue (Tension de commande,  $e_c$ ), les trois grandeurs alternatives suivantes :

- i) la tension redressée ( $u$ ), ou son image, de fréquence  $F_{rd} = 2 \cdot F_{ca}$ ,
- ii) la porteuse de fréquence  $F_{por} = q \cdot F_{rd} = q \cdot 2 \cdot F_{ca}$ ,
- iii) et un signal *S-Rés* à la fréquence de résonance de la charge  $F_{rs}$ .

Afin d'assurer une variation quasi-continue de la puissance transmise par le convertisseur, nous avons choisi, dès le départ, d'assigner aux séquences MDI la longueur maximale  $N_{mp} = F_{rs} / F_{rd}$ .

De par le principe même du fonctionnement en MDI, la longueur des séquences est un entier

naturel ; d'où une première contrainte d'adaptation des fréquences : la fréquence de résonance de la charge doit être un multiple de la fréquence de la tension redressée. Autrement dit, la période de la tension redressée doit se composer d'un nombre entier de périodes de résonance de la charge. Aussi, est-il évident que le nombre de trous est un entier naturel ; d'où une deuxième contrainte d'adaptation des fréquences : la fréquence de la porteuse doit être un multiple de la fréquence de la tension redressée. En plus de la nécessité d'adaptation des fréquences des différents signaux intervenant dans la génération des motifs MDI, ces signaux doivent être synchronisés. En effet, pour que les centres des trous puissent demeurer uniformément répartis le long de la période de la tension redressée, le déclenchement d'une rampe ascendante de la porteuse doit coïncider avec le passage par zéro de la tension redressée\* ; d'où une première contrainte de synchronisation. Une seconde contrainte de synchronisation a déjà été évoquée. Elle réside dans l'impératif de synchroniser les transitions des motifs MDI sur le signal à la fréquence de résonance de la charge et ce afin que ces transitions ne puissent pas provoquer dans l'onduleur des commutations à courant non nul.

Le principe de la solution technique adoptée pour répondre à ces différentes contraintes, réside dans un ajustement de la séquence MDI par l'introduction dans le fonctionnement du convertisseur d'une séquence de relaxation. En effet, la période de la tension redressée n'est plus exclusivement réservée pour exécuter la séquence MDI, mais comporte aussi une séquence de relaxation durant laquelle l'échange de puissance entre la sortie et l'entrée du convertisseur est interrompu. La durée de cette séquence est ajustée automatiquement pour que le temps restant de la période redressée, et qui est alloué à l'exécution de la séquence MDI, soit un multiple de la période de résonance de la charge. Pour minimiser son effet sur la puissance transmise par le convertisseur, la séquence de relaxation doit être la plus courte possible et doit se produire dans un laps de temps qui correspond à des puissances instantanées très faibles. En conséquence, la séquence de relaxation se produit au voisinage du passage par zéro de la tension redressée.

Pour la mise en œuvre de cette solution, nous avons conçu un circuit électronique de commande qui réalise quatre fonctions. Arrangées selon le schéma bloc de la figure 4.18, ces fonctions sont : *i*) une fonction de relaxation, *ii*) une fonction de génération de la porteuse, *iii*) une fonction de génération de motifs et *iv*) une fonction de modulation des commutations.

\* : Si la tension de commande est le complément à un de la puissance transmise désirée en p.u., c'est la rampe descendante qui doit être synchronisée sur le passage par zéro de la tension redressée

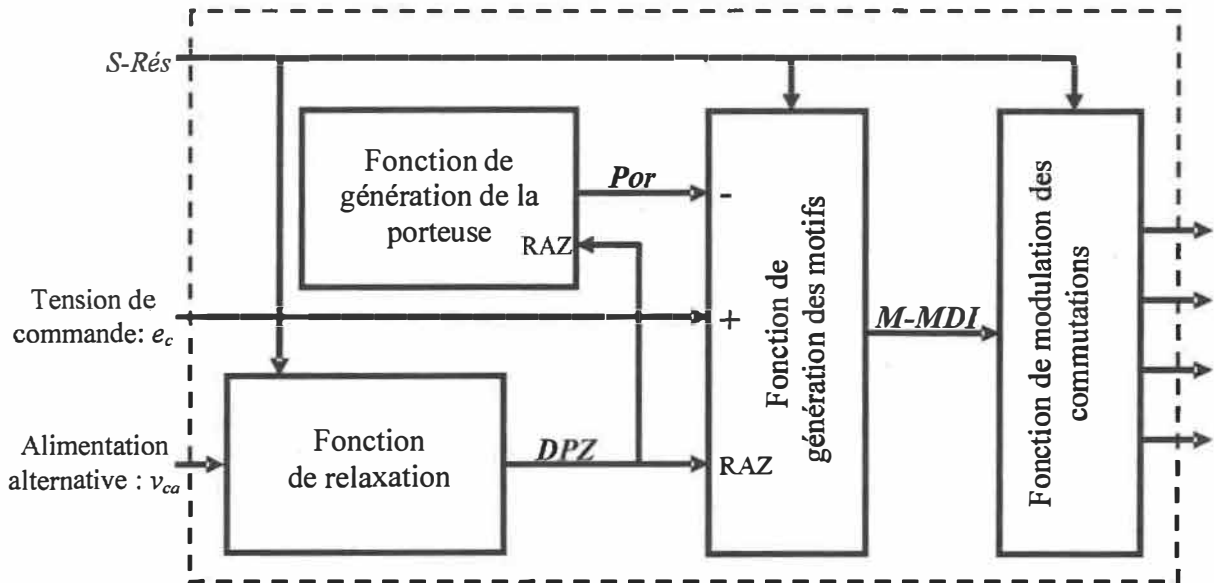


Figure 4.18. Schéma bloc du circuit de commande

La fonction de relaxation, dont le schéma synoptique est indiqué sur la figure 4.19, génère à sa sortie, synchronisée sur les fronts montants de  $S\text{-}Rés$ , le signal  $DPZ$ , qui est actif quand la tension alternative d'alimentation du redresseur est comprise entre des seuils ( $\pm V_{ref}$ ). Ses transitions actif-inactif et inactif-actif étant synchronisées par  $S\text{-}Rés$ , la durée pendant laquelle le signal  $DPZ$  est inactif est donc un multiple de la période de résonance de la charge. C'est cette durée qui détermine la longueur de la séquence MDI.

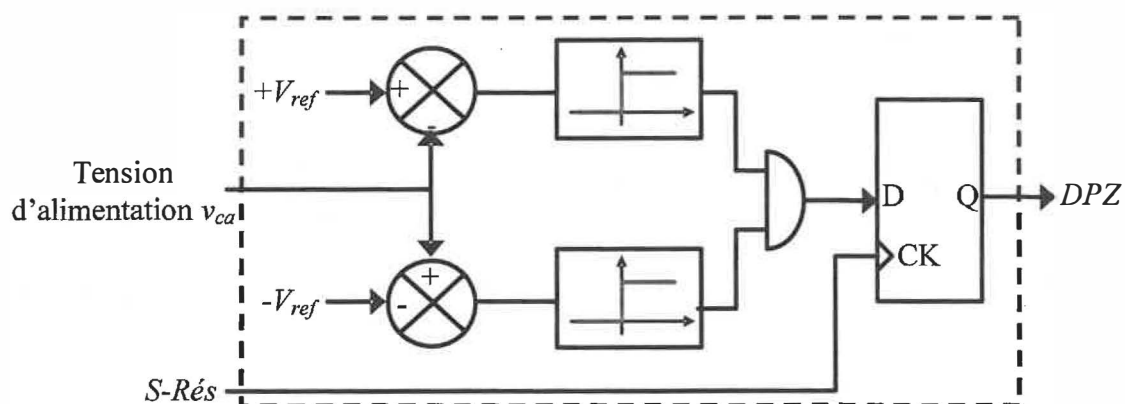


Figure 4.19. Synoptique de la fonction de relaxation

La fonction de génération de la porteuse repose, dans son principe de réalisation, sur la discrétisation et le stockage en mémoire d'un signal à l'image de la porteuse voulue. Son schéma synoptique est indiqué sur la figure 4.20. Sa sortie est remise à zéro, quand le signal *DPZ* est actif. Dans le cas contraire, la sortie de cette fonction reproduit la porteuse stockée. Par le biais du VCO, qui définit la base de temps des compteurs d'adressage de la mémoire, on peut ajuster le nombre de périodes de la porteuse par séquence MDI.

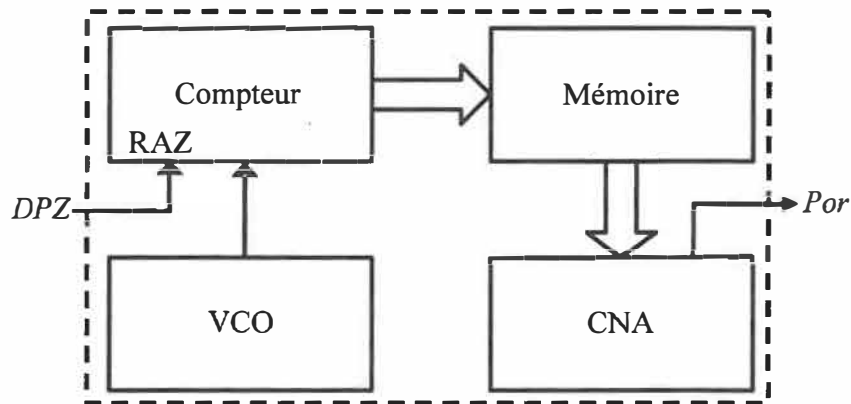


Figure 4.20. Synoptique de la fonction de génération de la porteuse

La fonction de génération des motifs MDI, dont le schéma synoptique est indiqué sur la figure 4.21, génère à sa sortie, synchronisée sur les fronts montants de *S-Rés*, le motif MDI suite à la comparaison de la tension de commande et de la porteuse. La sortie de cette fonction est remise à zéro quand le signal *DPZ* est actif.

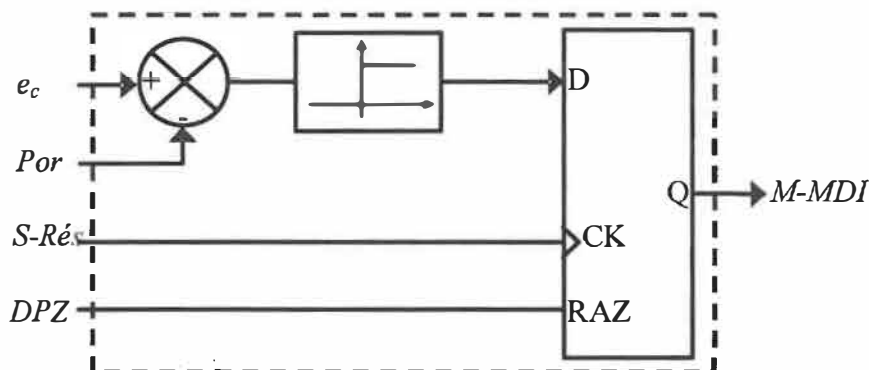
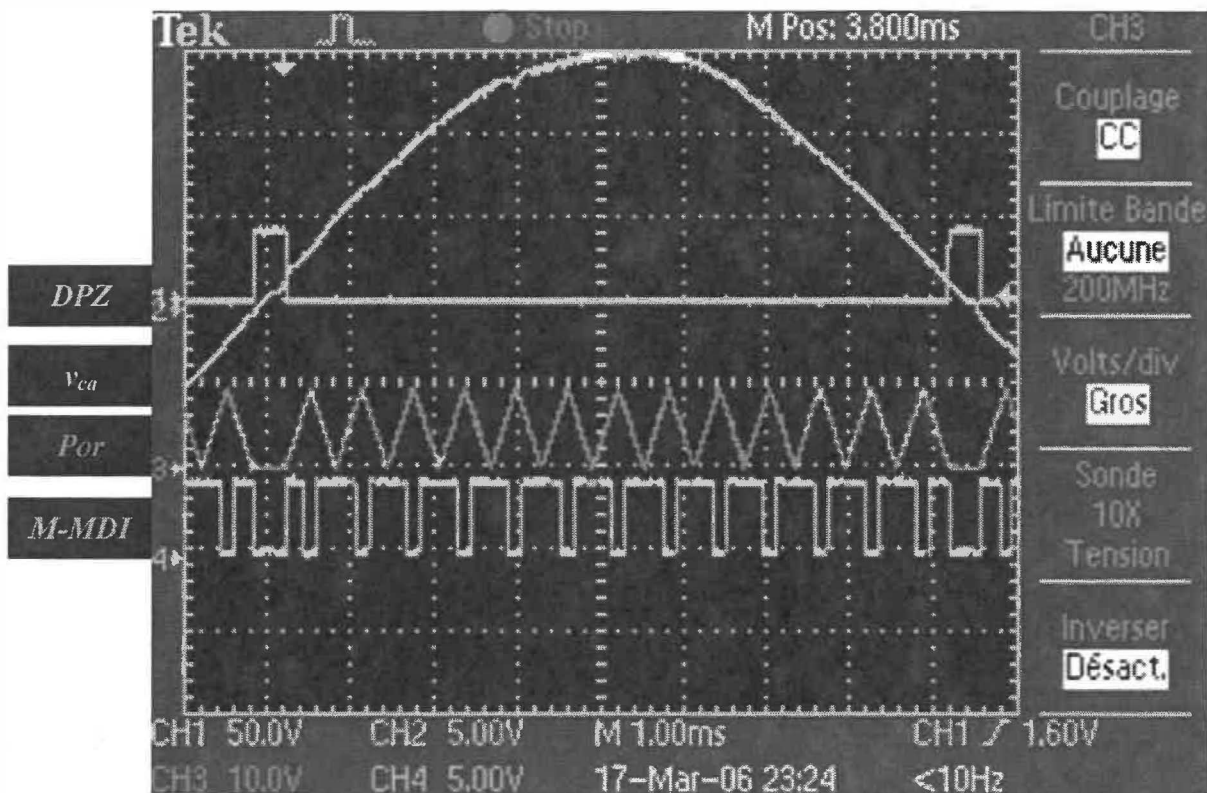


Figure 4.21. Synoptique de la fonction de génération des motifs

La fonction de modulation des commutations, constituée par des portes logiques "ET" et "OU", génère les ordres de commutations appliqués aux interfaces de commande des interrupteurs de l'onduleur. Selon que le motif MDI est au niveau un ou zéro, les ordres de commutation provoquent un fonctionnement normal ou en roue libre de l'onduleur.

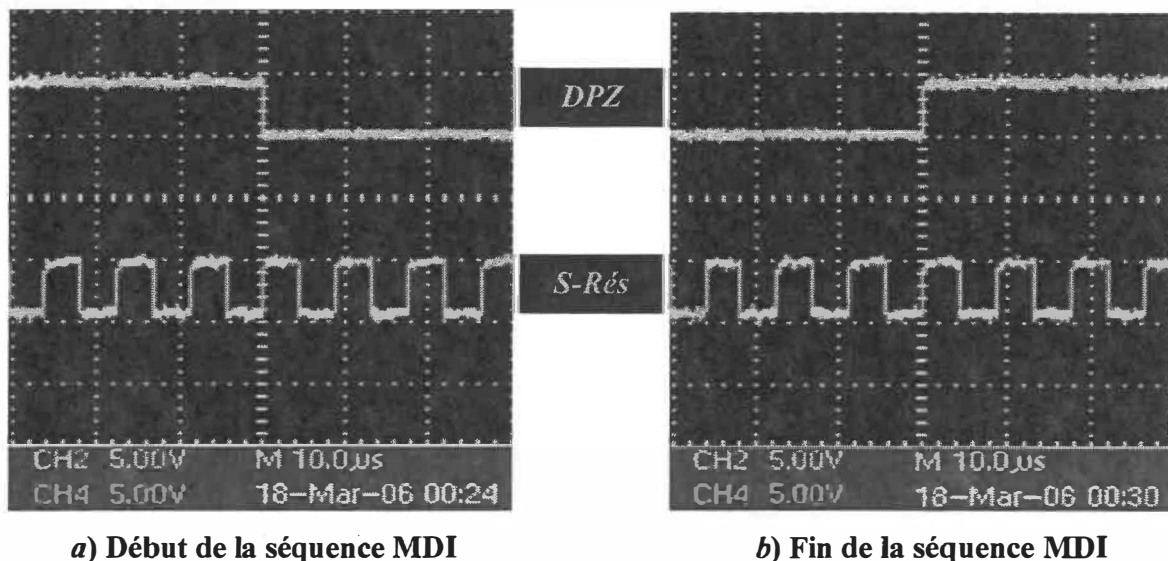
Le schéma électrique complet de ce circuit de commande, tel qu'il a été réalisé et testé, est donné dans l'annexe C. Les oscillogrammes des tests sont présentés et commentés dans la suite. Sur la figure 4.22, montrant la tension alternative d'alimentation, le signal *DPZ*, la porteuse et un motif MDI, on peut faire les constatations suivantes :

- i) Autour du passage par zéro de la tension d'alimentation du convertisseur, la porteuse et le motif MDI sont remis à zéro. C'est la séquence de relaxation.
- ii) La séquence MDI qui correspond au temps pendant lequel le signal *DPZ* est à zéro lors d'une demi période de la tension alternative d'alimentation, soit la période de la tension redressée, comporte un nombre entier de périodes de la porteuse ; d'où l'adaptation en fréquence et la synchronisation de la porteuse par rapport à la séquence MDI.



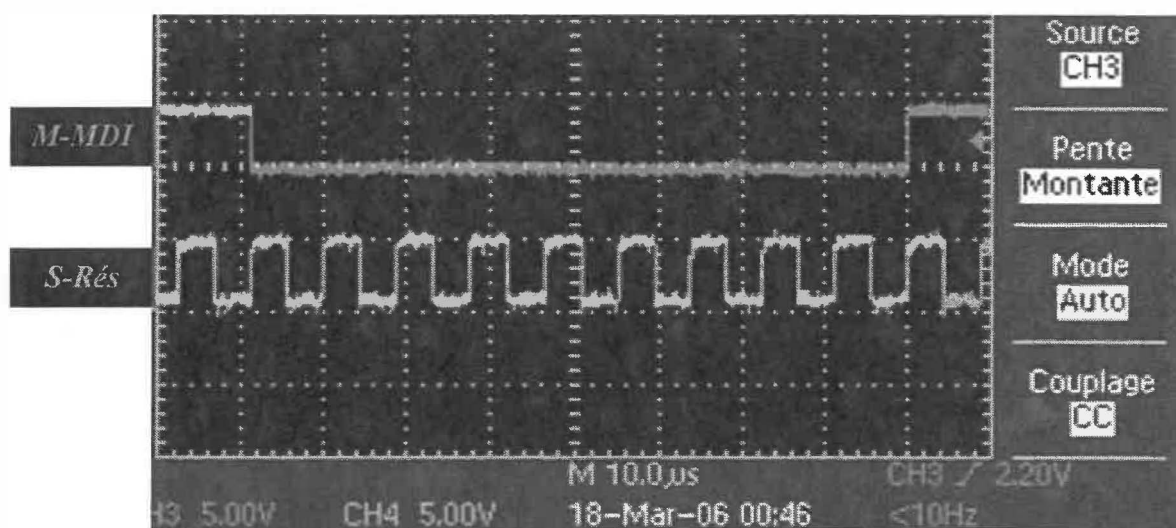
**Figure 4.22. Séquence de relaxation et adaptation - synchronisation entre la porteuse et l'alimentation alternative**

Sur la figure 4.23, montrant le signal *DPZ* et le signal *S-Rés*, on constate que les transitions de *DPZ* sont synchronisées sur les fronts montants de *S-Rés*. On est donc assuré que la séquence MDI comporte un nombre entier de périodes de résonance ; d'où l'adaptation entre les fréquences de résonance de la charge et de l'alimentation alternative.



**Figure 4.23. Adaptation et synchronisation entre la charge et l'alimentation alternative**

Sur la figure 4.24, montrant un trou du motif MDI et le signal *S-Rés*, on constate que la largeur des trous est automatiquement ajustée à un multiple de la période de résonance de la charge.

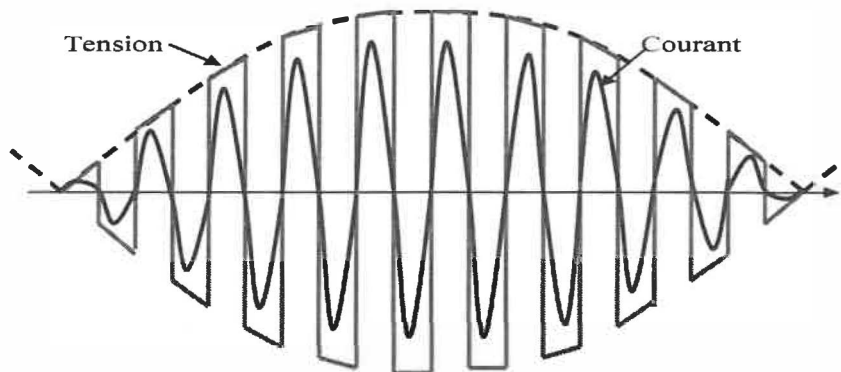


**Figure 4.24. Adaptation et synchronisation des trous à la fréquence de résonance**



#### 4.6.2. DIMENSIONNEMENT ADAPTÉ DU TRANSFORMATEUR

Du fait que l'étage de la conversion ca-cc du convertisseur MDI considéré ne comporte pas de filtre de lissage, la tension et le courant appliqués au primaire du transformateur d'adaptation de la charge se présentent, respectivement, sous la forme de créneaux et de sinusoïdes à la fréquence de résonance de la charge mais modulés en amplitude. Dans le cas d'un fonctionnement du convertisseur à sa pleine puissance, cas qu'il faut considérer pour le dimensionnement du transformateur, l'allure de ces grandeurs électriques est indiquée sur la figure 4.25.



**Figure 4.25. Allures de la tension et du courant dans le transformateur**

Cette particularité du fonctionnement du transformateur, avec modulation d'amplitude, nous l'intégrons dans une procédure de dimensionnement adapté sous forme de corrections des relations conventionnelles de dimensionnement des transformateurs hautes fréquences. Ces relations conventionnelles, nous les rappelons, ensuite nous les corrigeons et, enfin, nous les appliquons pour dimensionner le transformateur utilisé dans notre prototype.

##### 4.6.2.1. Relations de dimensionnement dans une procédure conventionnelle

Dans une procédure conventionnelle, qui ignorerait la modulation en amplitude, le dimensionnement se ferait sur la base du créneau de tension et de la sinusoïde de courant primaires ayant les plus grandes amplitudes, qui sont définis par :

$$v_p = \pm V_{p,\max} = \pm \hat{V}_{ca} \text{ à la fréquence de résonance } F_{rs} \quad (4.30.1)$$

$$i_p(t) = I_{p,\max} \sin(2\pi F_{rs} t) = \frac{\pi}{2} A_0 \sin(2\pi F_{rs} t) \quad (4.30.2)$$

Dans ce cas, la densité volumique des pertes fer peut être calculée par l'équation modifiée de Steinmetz [Albach M. et al. '96] :

$$P_{sp,\zeta} = C_m C_T F_{rs} F_{eq}^{x-1} \hat{B}_{\max}^y \quad (4.31)$$

où  $\hat{B}_{\max}$  est l'induction magnétique crête créée par  $\pm \hat{V}_{ca}$ ,

$F_{eq} = (8/\pi^2) F_{rs}$  est la fréquence équivalente en induction sinusoïdale,

$C_T, C_m, x$  et  $y$  sont des paramètres spécifiques du matériau magnétique utilisé.

Les valeurs efficaces de la tension et du courant primaires et, en conséquence, de la puissance apparente du transformateur sont :

$$V_{p,eff} = V_{p,\max} = \hat{V}_{ca} \quad (4.32.1)$$

$$I_{p,eff} = (\hat{I}_{p,\max} / \sqrt{2}) = (\pi / 2\sqrt{2}) \cdot A_0 \quad (4.32.2)$$

$$S = V_{p,eff} \cdot I_{p,eff} = (\pi / 2\sqrt{2}) \cdot \hat{V}_{ca} \cdot A_0 \quad (4.32.3)$$

À partir des relations liant les valeurs efficaces de la tension et du courant primaires aux dimensions du noyau magnétique [Foch H. et al. '94] :

$$V_{p,eff} = V_{p,\max} = 4n_p F_{rs} A_c \hat{B}_{\max} \quad (4.33.1)$$

$$I_{p,eff} = \frac{A_w}{2n_p K_B} J_{eff} \quad (4.33.2)$$

où  $A_c$  et  $A_w$  sont respectivement la section magnétique et la fenêtre de bobinage du noyau ,

$K_B = A_w /$  (section cuivre de l'enroulement électrique) est le coefficient de bobinage,

$n_p$  est le nombre de spires primaires,

$J_{eff}$  est la valeur efficace de la densité de courant,

on déduit la puissance maximale pouvant transiter par le noyau :

$$S_{\max} = \frac{2}{K_B} (A_c \cdot A_w) \cdot J_{eff} \cdot F_{rs} \cdot \hat{B}_{\max} \quad (4.34)$$

#### 4.6.2.2. Relations de dimensionnement dans une procédure adaptée

Dans une procédure adaptée à la particularité de la modulation en amplitude des grandeurs électriques du transformateur, tous les calculs de valeurs moyennes et efficaces doivent être

refaits avec substitution de la période de la séquence MDI ( $N_{mp}T_{rs}$ ), pratiquement identique à la période de la tension redressée ( $T_{ca}/2$ ), à la période de commutation de l'onduleur ( $T_{rs}$ ). Il en résulte les corrections suivantes.

#### 4.6.2.2.1. Correction de la densité volumique des pertes fer

Durant la  $n^{\text{ème}}$  période de résonance de la séquence MDI, la tension primaire est :

$$v_p(t) = +\hat{V}_{ca} \sin(\pi n / N_{mp}) \text{ quand } (n-1)T_{rs} \leq t < (n-0.5)T_{rs} \quad (4.35.1)$$

$$v_p(t) = -\hat{V}_{ca} \sin(\pi n / N_{mp}) \text{ quand } (n-0.5)T_{rs} \leq t < nT_{rs} \quad (4.35.2)$$

Le flux et l'induction magnétiques dans le noyau au cours de cette  $n^{\text{ème}}$  période de résonance sont la solution de l'équation :

$$v_p(t) = n_p \frac{d\phi}{dt} = \frac{n_p}{A_c} \frac{dB}{dt} \quad (4.36)$$

Par substitution de (4.35) dans (4.36), on établit la valeur crête de l'induction durant la  $n^{\text{ème}}$  période de résonance :

$$\hat{B}_n = \frac{\hat{V}_{ca}}{4 \cdot n_p \cdot F_{rs} \cdot A_c} \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) \quad (4.37.1)$$

que nous écrivons sous une forme plus condensée :

$$\hat{B}_n = \hat{B}_{\max} \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) \quad (4.37.2)$$

où  $\hat{B}_{\max}$ , en rappel, est l'induction magnétique crête créée par  $\pm \hat{V}_{ca}$ .

Durant la  $n^{\text{ème}}$  période de résonance de la séquence MDI, la densité volumique des pertes fer est, d'après l'équation modifiée de Steinmetz :

$$P_{sp,c,n} = C_m C_T F_{rs} F_{eq}^{x-1} \hat{B}_n^y \quad (4.38)$$

Après intégration sur une période de résonance, on en déduit la densité volumique de l'énergie perdue durant la  $n^{\text{ème}}$  période de résonance de la séquence MDI :

$$W_{sp,c,n} = C_m C_T F_{eq}^{x-1} \hat{B}_n^y \quad (4.39)$$

La densité volumique de l'énergie perdue durant toute la séquence MDI est :

$$W_{sp,c} = \sum_{n=1}^{N_{mp}} W_{sp,c,n} = C_m C_T F_{eq}^{x-1} \sum_{n=1}^{N_{mp}} \hat{B}_n^y \quad (4.40)$$

En conséquence, la densité volumique des pertes fer s'écrit :

$$P_{sp,c} = W_{sp,c} / N_{mp} T_{rs} = C_m C_T F_{rs} F_{eq}^{x-1} \langle \hat{B}_n^y \rangle \quad (4.41.1)$$

$$\text{avec } \langle \hat{B}_n^y \rangle = \sum_{n=1}^{N_{mp}} \hat{B}_n^y / N_{mp} \text{ est la valeur moyenne de } \hat{B}_n^y$$

Par substitution de (4.37.2) dans (4.41.1), on obtient :

$$P_{sp,c} = C_m C_T F_{rs} F_{eq}^{x-1} \hat{B}_{\max}^y X(y) \quad (4.41.2)$$

$$\text{avec } X(y) = \frac{1}{N_{mp}} \sum_{n=1}^{N_{mp}} \sin^y \left( \pi \frac{n}{N_{mp}} \right)$$

La comparaison des expressions (4.31) et (4.41.2) montre que, pour prendre compte du fonctionnement MDI, il est nécessaire d'introduire dans l'équation modifiée de Steinmetz un facteur multiplicatif de correction  $X(y)$ . Pour différents matériaux magnétiques, nous avons procédé au calcul de ce facteur quand  $N_{mp}$  est supérieur à 100. Le résultat de ce calcul est reporté dans le tableau 4.1. Si on considère que ce facteur de correction n'est pas très loin de 0.5, la densité volumique des pertes fer dans une procédure conventionnelle serait surestimée dans un rapport de 100 %.

**Tableau 4.1. Facteur de correction de la densité volumique des pertes fer**

Matériau magnétique (ferrite)	3C30	3C90	3F3		3F4	
Fréquence (MHz)	0.0 - 0.2	0.02 - 0.2	0.1 - 0.3	0.3 - 0.5	0.5 - 1	1 - 3
$y^*$	3.02	2.75	2.45	2.5	2.9	2.4
Facteur de correction $X(y)$	0.423	0.440	0.461	0.458	0.430	0.465

\* Valeurs extraites de [Design '97]

#### 4.6.2.2.2. Correction des valeurs efficaces de la tension et du courant

En tenant compte de (4.35), la valeur efficace de la tension primaire devient :

$$V_{p,eff} = \hat{V}_{ca} \sqrt{\left(1/N_{mp}\right) \sum_{n=1}^{N_{mp}} \sin^2(\pi n/N_{mp})} \quad (4.42)$$

Pour  $N_{mp}$  dépassant une centaine d'unités, nous pouvons considérer, avec une bonne précision, que :

$$\sum_{n=1}^{N_{mp}} \sin^2(\pi n/N_{mp}) \approx \frac{N_{mp}}{\pi} \int_0^\pi \sin^2(\theta) d\theta = \frac{N_{mp}}{2} \quad (4.43)$$

Par substitution de (4.43) dans (4.42), on obtient :

$$V_{p,eff} = \hat{V}_{ca} / \sqrt{2} \quad (4.44)$$

Le courant primaire est une sinusoïde modulée en amplitude. Il s'exprime par :

$$i_p(t) = (\pi/2) A_0 \sin(\pi n/N_{mp}) \sin(2\pi F_{rs} t) \text{ quand } (n-1)T_{rs} \leq t < nT_{rs} \quad (4.45)$$

Sa valeur efficace est définie par :

$$I_{p,eff} = \sqrt{\left(1/N_{mp} T_{rs}\right) \int_0^{N_{mp} T_{rs}} i_p^2(t) dt} \quad (4.46)$$

Par substitution de (4.43) et (4.45) dans (4.46), on obtient :

$$I_{p,eff} = (\pi/4) \cdot A_0 \quad (4.47)$$

La comparaison des valeurs corrigées et non corrigées montre que, dans une procédure conventionnelle, les valeurs efficaces de la tension et du courant sont surestimées de 30 %  $(=100 - (100/\sqrt{2}))$ .

#### 4.6.2.2.3. Correction des puissances apparente et maximale

En tenant compte de (4.44) et (4.47), la puissance apparente devient :

$$S = V_{p,eff} \cdot I_{p,eff} = (\pi/4\sqrt{2}) \cdot \hat{V}_{ca} \cdot A_0 \quad (4.48)$$

En tenant compte de (4.44), (4.33.1) devient :

$$\sqrt{2} \cdot V_{p,eff} = V_{p,max} = \hat{V}_{ca} = 4n_p F_{rs} A_c \hat{B}_{max} \quad (4.49)$$

En tenant compte de (4.49) et (4.33.2), la puissance maximale pouvant transiter par le noyau devient :

$$S_{max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{K_B} (A_c \cdot A_w) \cdot J_{eff} \cdot F_{rs} \cdot \hat{B}_{max} \quad (4.50)$$

En comparant (4.32.3) à (4.48) et (4.34) à (4.50), nous notons que les puissances apparente et maximale du noyau peuvent, dans une procédure conventionnelle, être surestimées, respectivement, dans des rapports de 2 et  $\sqrt{2}$ .

#### 4.6.2.3. Application

Ces différentes relations corrigées sont mises en application pour dimensionner le transformateur utilisé dans le prototype qui sera présenté ultérieurement.

Le cahier de charges est :

- ✓ Le rapport de transformation :  $m_{tr} = 0.5$
- ✓ La tension primaire est la tension de l'alimentation alternative 110 V / 60 Hz redressée et découpée à 120 kHz. Ce qui correspond en utilisant les notations de la section précédente, à :  
 $\hat{V}_{ca} = 150 \text{ V}, F_{rs} = 120 \text{ kHz}.$
- ✓ Le courant primaire est constitué par des sinusoïdes à 120 kHz modulées en amplitude par un sinus à 60 Hz. La valeur crête du courant primaire est  $I_{p,max} = \frac{\pi}{2} A_0 = 25 \text{ A}.$

Dans ces conditions, la puissance apparente du transformateur est  $S=1326 \text{ VA}$ . Le noyau magnétique sélectionné est EC 70 3C90. Ses caractéristiques géométriques sont [Data Handbook '05, pp 381-382] :

- ✓ le volume du circuit magnétique :  $V_c = 40100 \text{ mm}^3,$
- ✓ le volume du circuit électrique :  $V_w = 46285 \text{ mm}^3,$
- ✓  $A_c = 279 \text{ mm}^2$  et  $A_w = 475,63 \text{ mm}^2.$

La résistance thermique du noyau est  $R_{th,c} = 7^\circ\text{C/W}$  [Goldman A. '02] et les paramètres spécifiques du matériau 3C90 sont  $x = 1.46, y = 2.75, C_m = 3.2 \cdot 10^{-3}$  et  $C_T = 1$  à  $100^\circ\text{C}$  [Design '97]. Aussi, on considère que la température ambiante est de  $25^\circ\text{C}$  et que la température du noyau peut atteindre au maximum  $100^\circ\text{C}$  ; d'où un échauffement  $\Delta T = 75^\circ\text{C}$ .

Dans ces conditions, la densité volumique des pertes fer est estimée à :

$$P_{sp,c} = \Delta T / (R_{th,c} V_c) = 267 \text{ mW/cm}^3 \quad (4.51)$$

Après substitution de (4.51) dans (4.41.2), l'induction magnétique maximale est calculée :

$$\hat{B}_{max} = 173 \text{ mT} \quad (4.52)$$

On vérifie que cette induction maximale est inférieure à l'induction de saturation du matériau 3C90 qui vaut 450 mT à 25 °C et 350 mT à 100 °C [Data Handbook '05, pp 76]

Après substitution de (4.52) dans (4.49), on calcule les nombres de spires primaires et secondaires :

$$n_p = \hat{V}_{ca} / (4 \hat{B}_{\max} F_{rs} A_c) = 6.4 \text{ arrondi à 8 spires} \quad (4.53.1)$$

$$n_s = m_{tr} \cdot n_p = 4 \text{ spires} \quad (4.53.2)$$

Sachant que le rendement maximal du transformateur se produit à l'égalité des pertes fer et cuivre [McLyman W.T. '82], on déduit de (4.51) la densité volumique des pertes cuivre :

$$P_{sp,w} = \Delta T / (R_{th,c} V_w) = 231 \text{ mW/cm}^3 \quad (4.54)$$

En négligeant l'effet de peau dans les conducteurs de l'enroulement électrique (hypothèse justifiée par l'utilisation de fils de Litz) et en considérant que la résistivité du cuivre à 100 °C vaut  $2,2 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ , la densité volumique des pertes cuivre et la densité de courant sont liés par [Mohan N. et al. '03] :

$$P_{sp,w} = 22 J_{eff}^2 / K_B \text{ mW/cm}^3 \quad (4.55)$$

Par substitution de (4.54) dans (4.55), on établit le lien entre la densité de courant et le facteur de bobinage :

$$J_{eff} = 3.24 \cdot \sqrt{K_B} \text{ A/mm}^2 \quad (4.56)$$

En considérant que la puissance apparente du transformateur (1326 VA) doit demeurer inférieure à la puissance maximale du noyau et en tenant compte de (4.56) dans l'écriture de (4.50), on aboutit à :

$$K_B \leq 13.5 \quad (4.57)$$

La substitution de (4.57) dans ((4.56) aboutit à :

$$J_{eff} \leq 11.8 \text{ A/mm}^2 \quad (4.58)$$

Pour réaliser les enroulements primaire et secondaire, nous avons choisi les fils de Litz 5x3x28/38 et 5x3x44/38. Les sections cuivre et les diamètres externes des conducteurs primaires et secondaires sont respectivement  $3,4051 \text{ mm}^2$ ,  $5,3508 \text{ mm}^2$ , 3,00 mm et 3,81 mm. Les densités de courant primaire et secondaire sont alors :

$$J_{p,eff} = 3.7 \text{ A/mm}^2 \text{ et } J_{s,eff} = 4.7 \text{ A/mm}^2 \quad (4.59)$$

On vérifie qu'elles sont inférieures à la valeur limite spécifiée par (4.58).

Le facteur de bobinage est estimé à :

$$K_B = \frac{A_v = 475.63}{8 \times 3.4051 + 4 \times 5.3508} = 10 \quad (4.60)$$

On vérifie qu'il respecte la limite imposée par (4.57). Comme il est montré sur la figure 4.26, le circuit électrique ne remplit pas toute la fenêtre de bobinage du noyau. L'étude de faisabilité avec un noyau EC 41 (Noyau de dimensions immédiatement inférieures à EC 70 disponible à l'époque de réalisation, été 2004) s'est révélée négative. La figure 4.27 montre la tension et le courant secondaires à l'échelle de la fréquence de commutation de l'onduleur. La déformation des créneaux de tension est due à l'inductance de fuite, estimée à 5  $\mu$ H. Au passage, nous notons un très léger déphasage entre la tension et le courant. Ce déphasage sera commenté dans la section suivante.

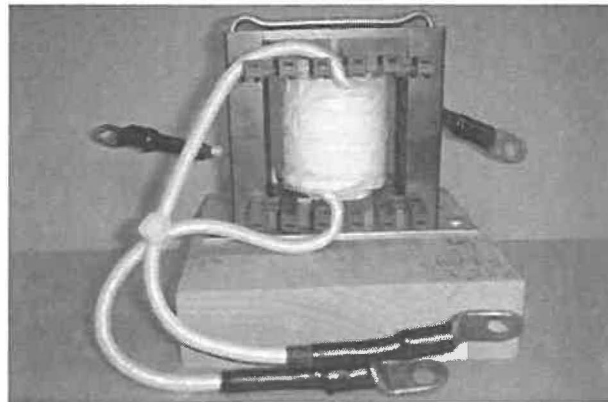


Figure 4.26. Photographie du transformateur 1330 VA – 120 kHz

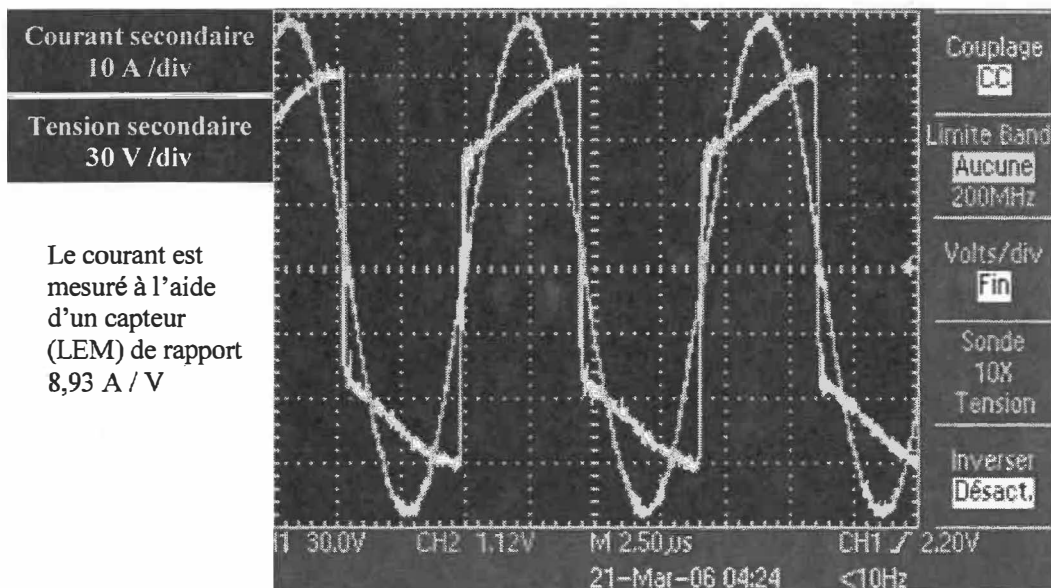
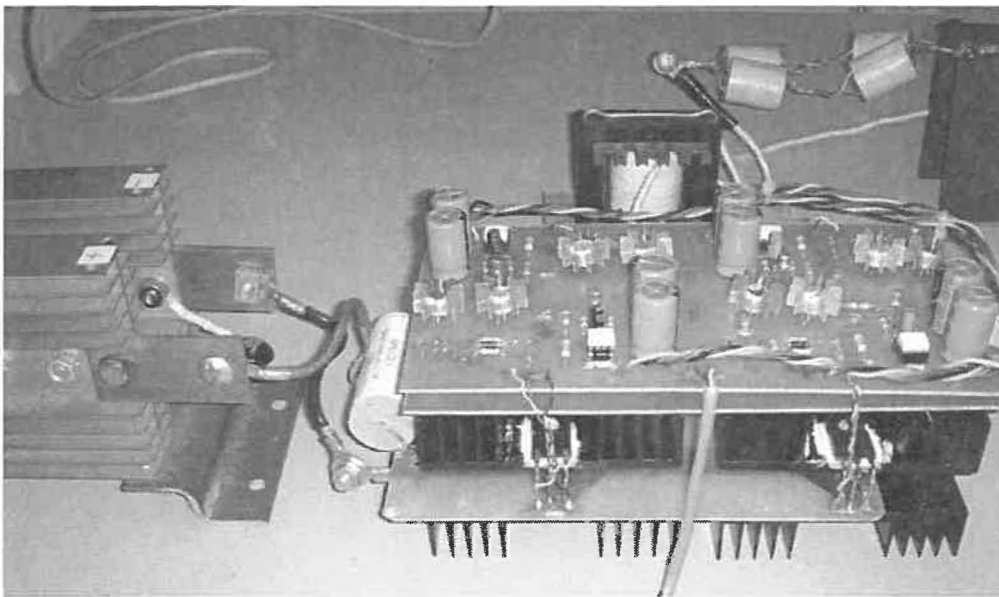


Figure 4.27. Tension et courant à l'échelle de la fréquence de commutation de l'onduleur



#### 4.7. ESSAIS SUR PROTOTYPE

Pour des impératifs de validation expérimentale des résultats, nous avons construit un premier prototype du convertisseur étudié dans ce chapitre. La charge considérée, associée au transformateur d'adaptation de rapport 1/2 dimensionné dans la section précédente, se compose d'une résistance  $R$  de  $1,85 \Omega$ , d'un condensateur  $C$  de  $90 \text{ nF}$  et d'une inductance  $L$  de  $20 \mu\text{H}$  à laquelle il convient d'ajouter l'inductance de fuite mesurée au secondaire du transformateur. Cette charge a donc une fréquence de résonance  $F_{rs}$  de  $106 \text{ kHz}$  et un amortissement  $\xi$  de  $5,85 \%$ . Le convertisseur est alimenté par une tension alternative de  $110 \text{ V}$  efficace -  $60 \text{ Hz}$  délivrée par un autotransformateur. L'inductance interne de cet autotransformateur à  $110 \text{ V}$  est  $54 \mu\text{H}$ , valeur déterminée suite à la mesure de l'angle d'empiétement dans une association à un redresseur du même autotransformateur et à la même tension. La capacité de découplage haute fréquence  $C_{HF}$  est prise égale à  $9 \mu\text{F}$  (3 condensateurs de  $5 \mu\text{F}$ ,  $3 \mu\text{F}$  et  $1 \mu\text{F}$  mis en parallèle). Dans ces conditions de charge et d'alimentation, la puissance théorique maximale du convertisseur est  $1270 \text{ W}$ . La figure 4.28 montre une photographie de ce prototype.



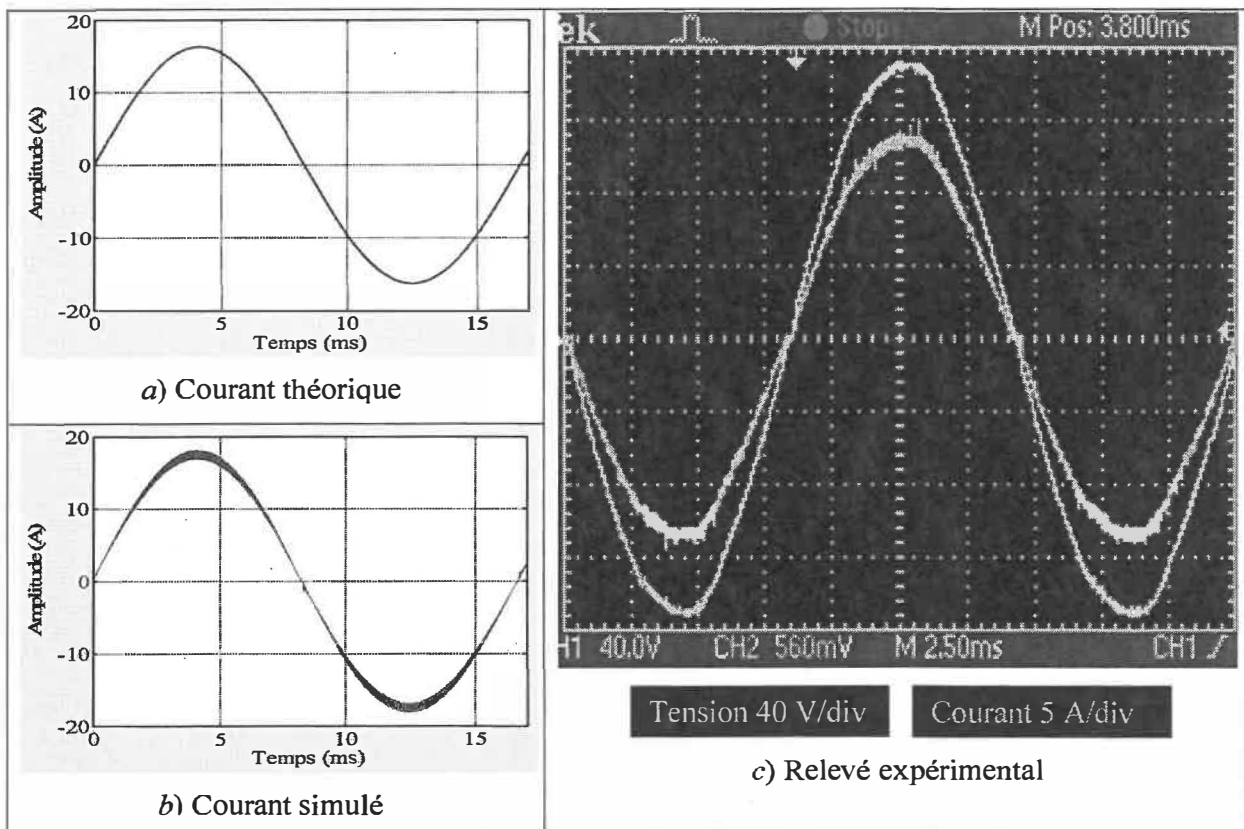
**Figure 4.28. Photographie du prototype 1270 W – 110 kHz**

La fréquence de la porteuse est réglée de manière que les motifs MDI comportent 13 trous. Le choix de motifs à 13 trous est un choix optimal dans la mesure où il permet d'aérer au maximum

les spectres harmoniques du courant tiré par le convertisseur tout en assurant la précision du modèle simplifié. En effet, par l'application du critère de précision établi dans la section 4.5.3 du présent chapitre et chiffré par (4.29) au cas de la charge considérée, le nombre de trous maximal est 13,07, arrondi à 13.

Sur la figure 4.29, nous montrons le courant tiré par le convertisseur en théorie, en simulation et en pratique dans un fonctionnement à pleine puissance. En plus d'une concordance de bonne facture entre la théorie, la simulation et l'expérimentation, la comparaison du courant dans les trois cas permet de faire les remarques suivantes :

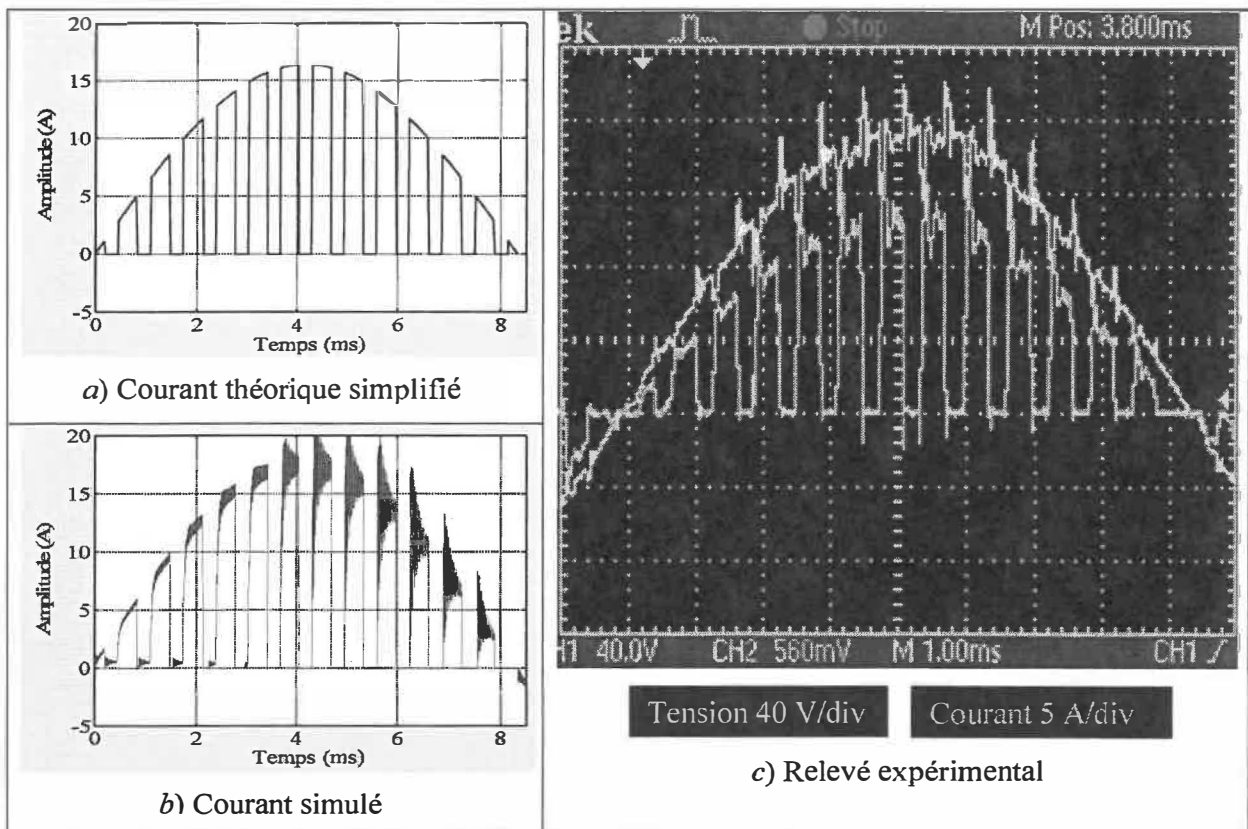
- i) La séquence de relaxation, introduite dans la commande de l'onduleur pour les besoins d'adaptation des fréquences, est sans conséquences perceptibles sur la forme du courant tiré ;
- ii) En pratique, le courant est légèrement plus faible qu'en théorie et en simulation. L'origine de cette baisse du courant et, donc, de la puissance, est due aux diverses résistances parasites des composants et des connexions et aussi à la commutation de l'onduleur à une fréquence légèrement supérieure à la fréquence de résonance.



**Figure 4.29. Courant tiré par le convertisseur à pleine puissance**

En effet, pour charger et décharger les capacités parasites,  $C_{oss}$ , des interrupteurs, il faut s'assurer d'un courant minimal non nul au moment des commutations. L'onde du courant doit alors être en léger retard par rapport à l'onde de tension ; d'où une fréquence de commutation supérieure à la fréquence de résonance. À titre d'exemple numérique, les IGBT utilisés dans le prototype (IRG4PF50WD) ont des capacités  $C_{oss}$  de valeur typique de 200 pF. Sous une tension de 150 V et courant commuté de 1 A (ce qui représente 5 % du courant maximal dans les interrupteurs), le temps pour charger et décharger les capacités  $C_{oss}$  est de 60 ns. Par rapport à une fréquence de 108 kHz, 60 ns représente un déphasage entre les ondes de tension et de courant qui ne dépasse pas de  $2,4^\circ$ . Ceci justifie pourquoi nous avons choisi une fréquence de commutation de 108 kHz alors que la fréquence de résonance est de 106 kHz.

Sur la figure 4.30, nous montrons le courant tiré par le convertisseur en théorie, en simulation et en pratique dans un fonctionnement à 60 % de la pleine puissance. La déformation constatée au niveau de la tension d'alimentation est due à l'effet combiné des discontinuités du courant tiré et de l'inductance interne de l'autotransformateur.



**Figure 4.30. Courant tiré par le convertisseur à 60 % de la pleine puissance**

Les impulsions du courant ont une forme aussi raide qu'en théorie et ne sont visiblement pas adoucies par l'inductance de l'autotransformateur, car elles restent dans la bande passante du filtre passe bas constitué par l'inductance de l'autotransformateur ( $54 \mu\text{H}$ ) et la capacité de découplage haute fréquence  $C_{\text{HF}}$  ( $9 \mu\text{F}$ ). En effet, la fréquence de coupure de ce filtre est de 7 kHz alors que les impulsions du courant se produisent à une fréquence de 1560 Hz ( $2 \times$  Fréquence d'alimentation  $\times$  Nombre de trous par motif).

En exemple de spectres harmoniques du courant tiré par le convertisseur, nous donnons, dans les figures 4.31, 4.32 et 4.33, ceux obtenus par la théorie, la simulation et l'expérimentation dans le cas d'une puissance désirée de 0,6 p.u.. Les résultats de ces figures concordent pour confirmer que le spectre harmonique est essentiellement composé de paires d'harmoniques espacées de 26 rangs les unes des autres. On peut aussi remarquer que dans le cas du spectre expérimental, les paires d'harmoniques d'ordres supérieurs à 150 sont atténuées. Ces paires correspondent à des fréquences supérieures à 9 kHz. Elles sont à la limite, voire en dehors de la bande passante du filtre passe bas évoqué auparavant, d'où leur atténuation.

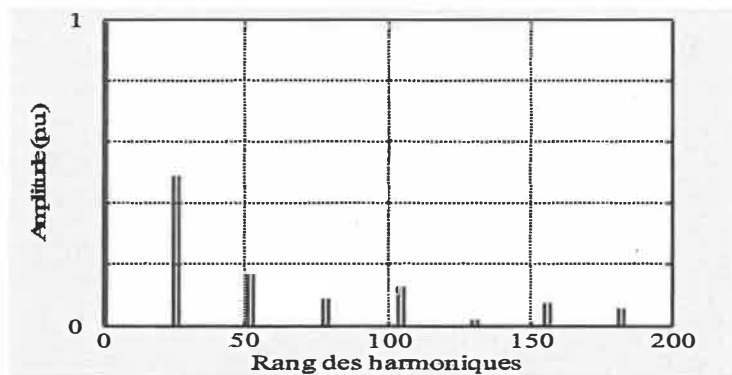


Figure 4.31. Spectre harmonique théorique à  $p_d = 0,6$  p.u.

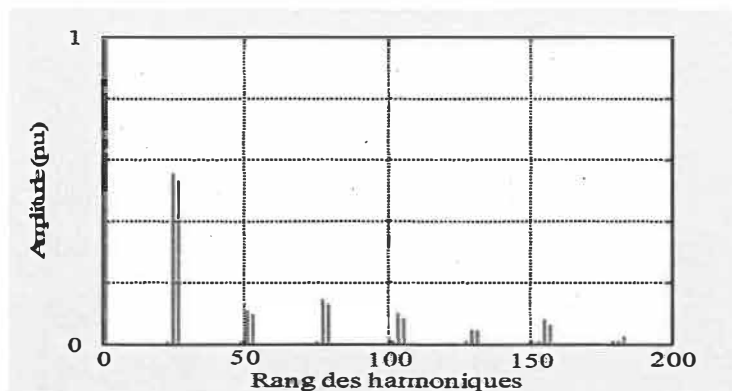


Figure 4.32. Spectre harmonique simulé à  $p_d = 0,6$  p.u.

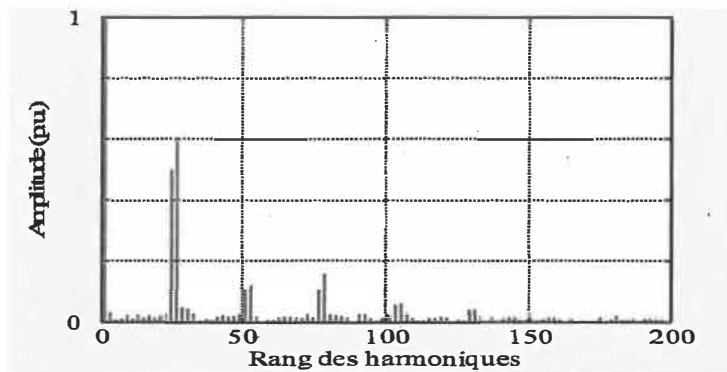
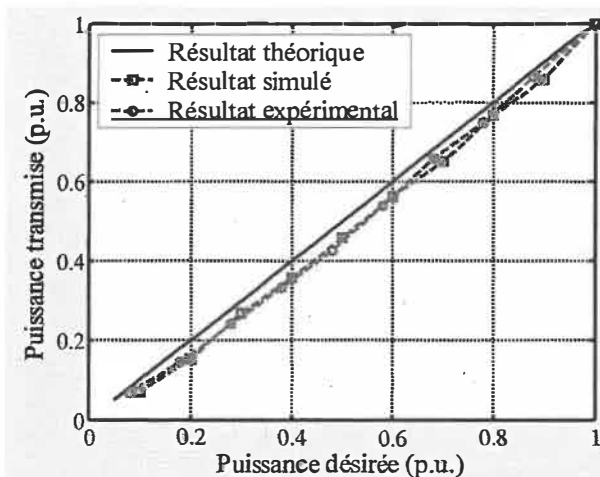
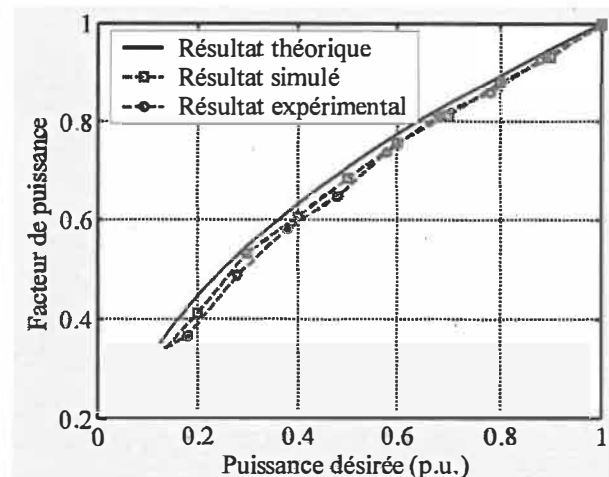


Figure 4.33. Spectre harmonique expérimental à  $p_d = 0,6$  p.u.

Sur la figure 4.34, nous avons représenté les évolutions de la puissance transmise et du facteur de puissance en fonction de la puissance désirée. La concordance des résultats théorique, simulé et expérimental montre que le modèle théorique simplifié permet de prédire avec précision le comportement du convertisseur.



a) Évolution de la puissance transmise



b) Évolution du facteur de puissance

Figure 4.34. Puissance transmise et facteur de puissance en fonction de la puissance désirée

#### 4.8. CONCLUSION

Les travaux exposés dans ce chapitre constituent, essentiellement, une refonte des résultats du chapitre précédent en vue d'assurer leur applicabilité et une solution aux problèmes de la mise en œuvre.

L'observation de la faible influence de l'amortissement de la charge résonnante sur la série de Fourier du courant absorbé par le convertisseur, a conduit à la simplification du modèle complet du chapitre précédent. Dans le modèle simplifié obtenu, les motifs MDI sont générés par comparaison synchrone d'une tension de commande et d'une porteuse triangulaire. La tension de commande permet une commande linéaire de la puissance transmise, tandis que la fréquence de la porteuse conditionne la distorsion harmonique du courant absorbé. En effet, le spectre harmonique du courant tiré par le convertisseur de l'alimentation alternative se compose de paires d'harmoniques régulièrement espacées d'une distance, proportionnelle à la fréquence de la porteuse. Ce modèle simplifié est validé par simulation. Ces résultats ont fait l'objet d'une publication [Sandali et al. '02b]. Les facteurs qui déterminent la précision du modèle simplifié sont explicités et sa limite de validité est établie en calculant la fréquence maximale de la porteuse en fonction de la fréquence de résonance et de l'amortissement de la charge.

La mise en œuvre du convertisseur MDI a été traitée en réalisant un circuit électronique de commande et en développant une procédure de dimensionnement du transformateur d'adaptation de l'impédance de la charge, qui est adaptée au fonctionnement MDI. Le circuit de commande réalise toutes les synchronisations et toutes les adaptations de fréquence requises. La procédure de dimensionnement du transformateur introduit, dans les relations habituelles de dimensionnement, des corrections qui tiennent compte du fonctionnement MDI. Les solutions conçues pour la mise en œuvre et le comportement du convertisseur sont vérifiées par des essais réalisés sur un prototype de 1,2 kW et une fréquence de 110 kHz. Ces résultats sont publiés dans [Sandali et al. '07a].

Avant de clore ce chapitre, il convient de noter que des résultats obtenus montrent que au fur et à mesure que la puissance transmise baisse, la distorsion du courant tiré par le convertisseur s'accroît (Élargissement continu des discontinuités) et, en conséquence, son facteur de puissance décroît de manière continue. Pour mieux conditionner cette distorsion harmonique, il faut augmenter le nombre de trous par motif (c.-à-d. augmenter la fréquence de la porteuse), sauf que le modèle simplifié perd sa précision. On est donc en face d'un compromis, qu'il faut chercher à solutionner, tâche à laquelle nous nous attelons dans le chapitre suivant.

# **CORRECTION DU FACTEUR DE PUISSANCE PAR ADOPTION D'UN ÉTAGE DE CONVERSION CC- CA À TOPOLOGIE MULTINIVEAU**

---

### **5.1. INTRODUCTION**

Dans le modèle simplifié, le spectre harmonique du courant tiré par le convertisseur se compose de paires d'harmoniques, dont l'espacement est proportionnel à la fréquence de la porteuse. La marge d'amélioration de la qualité de l'onde de courant, par la production de spectres plus aérés, est limitée. En effet, le modèle simplifié devient peu précis pour prédire correctement le fonctionnement du convertisseur, si la fréquence de la porteuse dépasse une certaine limite. Aussi, il convient de noter que produire des spectres aérés n'empêche pas une dégradation continue du facteur de puissance, car la distorsion harmonique s'accroît avec la baisse de la puissance transmise. L'objectif que nous nous fixons dans ce chapitre, est la recherche d'un conditionnement plus efficace, voire même une totale correction, de la distorsion harmonique, tout en restant dans les limites de validité du modèle simplifié. Notre moyen pour

atteindre cet objectif est la transformation du courant absorbé en plusieurs courants, tous entachés par la même forme de distorsion, puis la création des conditions d'une mutuelle compensation des distorsions dans le courant résultant.

Ce chapitre est structuré en deux sections principales. Dans la section 5.2, nous considérons, pour exposer l'heuristique de la technique de correction du facteur de puissance, un système multiconvertisseur multicharge ( $\text{MuC}_G$ ), qui se compose de  $G$  convertisseurs identiques à celui considéré dans le chapitre 4. Ensuite, la modélisation du fonctionnement du système multiconvertisseur multicharge, avec intégration de la technique de correction du facteur de puissance, est effectuée et validée par simulation. Dans la section 5.3, nous convertissons le système multiconvertisseur multicharge ( $\text{MuC}_G$ ) en un système multiconvertisseur monocharge ( $\text{MoC}_G$ ). Après établissement d'une équivalence entre les deux systèmes, nous procédons à la modélisation du fonctionnement du  $\text{MoC}_G$ , laquelle est validée par simulation. Enfin, nous présentons les résultats des essais expérimentaux effectués sur un prototype d'un  $\text{MoC}_2$  d'une puissance de 1,8 kW.

## 5.2. COMMANDE MDI APPLIQUÉE À UN SYSTÈME MULTICONVERTISSEUR MULTICHARGE ( $\text{MuC}_G$ )

### 5.2.1. DÉFINITION D'UN SYSTÈME MULTICONVERTISSEUR MULTICHARGE

Le système multiconvertisseur multicharge considéré, noté  $\text{MuC}_G$ , se compose de  $G$  convertisseurs MDI semblables à celui étudié dans le chapitre 4, notés  $\text{Conv}.g$  avec  $g=0,\dots,(G-1)$  et disposés selon l'arrangement de la figure 5.1. Le système  $\text{MuC}_G$  est en fait un système avec plusieurs charges. Chaque charge est alimentée à travers un convertisseur. On suppose que les charges et les puissances qu'elles absorbent sont identiques. En conséquence, les convertisseurs constituant le système ont tous la même tension de commande ( $e_c$ ). Aussi, on considère que les porteuses associées aux différents convertisseurs ont la même fréquence. Indifféremment, les différents onduleurs du système considéré peuvent être alimentés par des redresseurs différents (cas de la figure 5.1) ou par un seul redresseur de tête. Ceci n'a aucune influence ni sur la puissance transmise ni sur le courant tiré de l'alimentation.



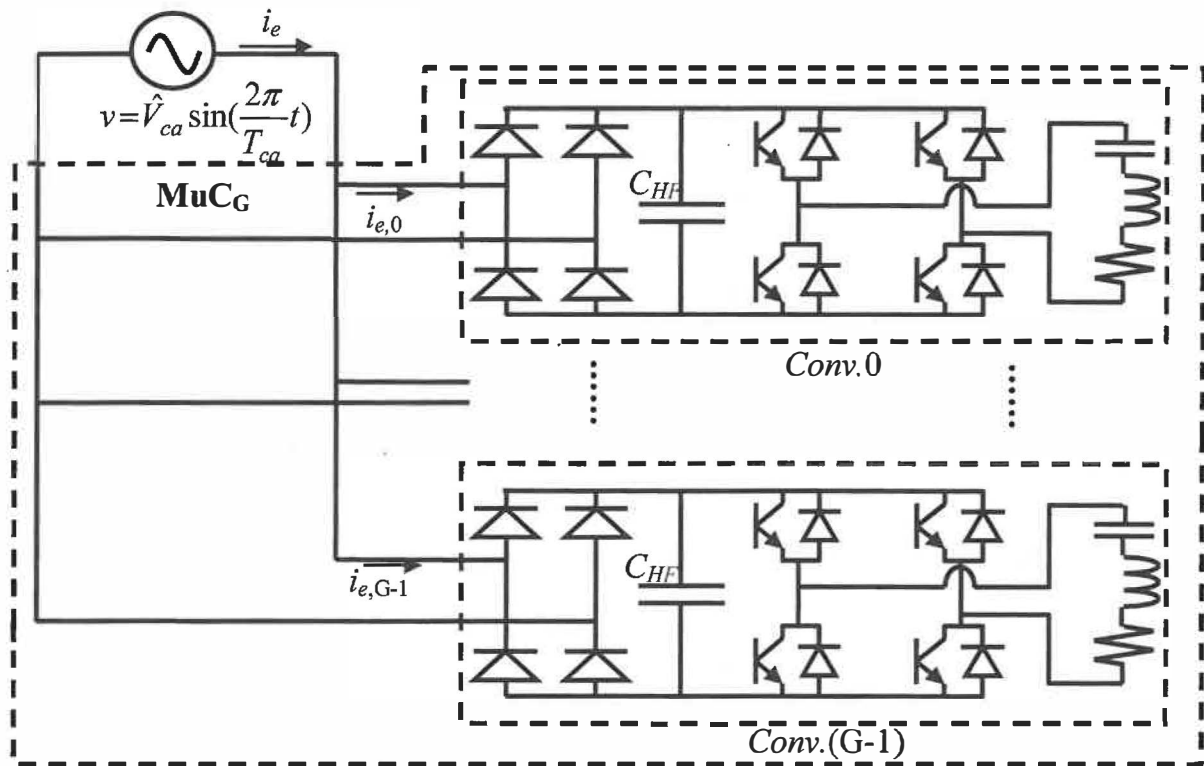


Figure 5.1. Structure du système  $\text{MuC}_G$  considéré et notations

## 5.2.2. HEURISTIQUE DE LA CORRECTION DU FACTEUR DE PUISSANCE

La correction du facteur de puissance du courant tiré par le système  $\text{MuC}_G$  résulte d'une démarche de cause à effet. Cette démarche repose sur la re-discussion de la distorsion harmonique à la lumière de la nouvelle donne créée par le système  $\text{MuC}_G$ . Dans la suite, nous l'explicitons par la description de son enchaînement.

### 5.2.2.1. Problème initial

Dans le cas d'un convertisseur MDI, la distorsion harmonique, qui est à l'origine de la dégradation du facteur de puissance, se manifeste sous la forme de discontinuités dans le courant tiré par le convertisseur. Ces discontinuités du courant constituent la répercussion des motifs MDI en aval du convertisseur. Elles se produisent quand l'onduleur fonctionne en mode roue libre et coïncident alors dans le temps avec les trous des motifs MDI. Dans le cas d'une

génération des motifs par comparaison, les discontinuités, comme les trous, sont centrées sur les sommets de la porteuse et sont de largeur proportionnelle à la puissance transmise désirée.

#### 5.2.2.2. Nouvelle donne

Dans le cas d'un système  $MuC_G$  tel qu'il est défini ci-dessus, le courant tiré de l'alimentation alternative est la somme des courants tirés par les différents convertisseurs ca-ca. Étant donné les conditions de fonctionnement de ce système, les courants tirés par les différents convertisseurs ont

- ✓ les mêmes amplitudes, car ils sont alimentés par la même source et débitent sur des charges identiques,
- ✓ des discontinuités de même largeur, car ils transmettent la même puissance.

#### 5.2.2.3. Exploitation de la nouvelle donne

Si les onduleurs du système  $MuC_G$  fonctionnent en mode roue libre simultanément, le courant tiré par le système  $MuC_G$  sera une image du courant tiré par un seul convertisseur. La distorsion harmonique ne sera ni corrigée ni aggravée. Par contre, si les onduleurs fonctionnent en mode roue libre d'une façon séquentielle, les discontinuités des courants tirés par les différents convertisseurs du système seront décalées dans le temps. En conséquence, les discontinuités du courant résultant, courant tiré de l'alimentation alternative par le système  $MuC_G$ , seront compensées totalement ou partiellement selon la puissance transmise. La compensation peut être totale et, donc, un facteur de puissance du courant tiré de l'alimentation alternative qui est unitaire, si le nombre d'onduleurs fonctionnant en mode normal demeure constant au cours du temps. Comme le nombre d'onduleurs dans le système considéré est  $G$ , le nombre d'onduleurs fonctionnant en mode normal peut être égal à 1, 2,...ou  $G$ . Pour qu'à chaque instant on puisse avoir un seul onduleur parmi  $G$  en mode normal, il faut que chaque onduleur fonctionne en mode normal pendant  $(1/G)^{\text{ème}}$  de la période de la porteuse. La puissance transmise par convertisseur représente alors  $100/G$  en pourcentage de son maximum. De manière générale, pour qu'à chaque instant on puisse avoir  $g$  onduleurs parmi  $G$  en mode normal, il faut que chaque onduleur

fonctionne en mode normal pendant  $(g/G)^{\text{ème}}$  de la période de la porteuse. La puissance transmise par convertisseur représente alors  $100 \cdot (g/G)$  en pourcentage de son maximum.

Finalement, le facteur de puissance du courant tiré par le système  $\text{MuC}_G$  peut être unitaire en  $G$  points de fonctionnement qui correspondent à des puissances transmises de  $100/G$ ,  $2 \cdot 100/G, \dots, g \cdot 100/G, \dots$  et 100 en pourcentage du maximum de la puissance transmise. Il faut pour cela une gestion séquentielle des phases de roue libre.

#### 5.2.2.4. Concrétisation

Pour ce faire, il suffit tout simplement de décaler les porteuses associées aux onduleurs d'un angle de  $2\pi/G$  les unes par rapport aux autres car les phases de roue libre sont centrées sur les sommets des porteuses. En fonction de la porteuse,  $\text{Por}_0(\theta)$ , du convertisseur  $\text{Conv}.0$ , la porteuse d'un convertisseur  $\text{Conv}.g$  s'écrit :

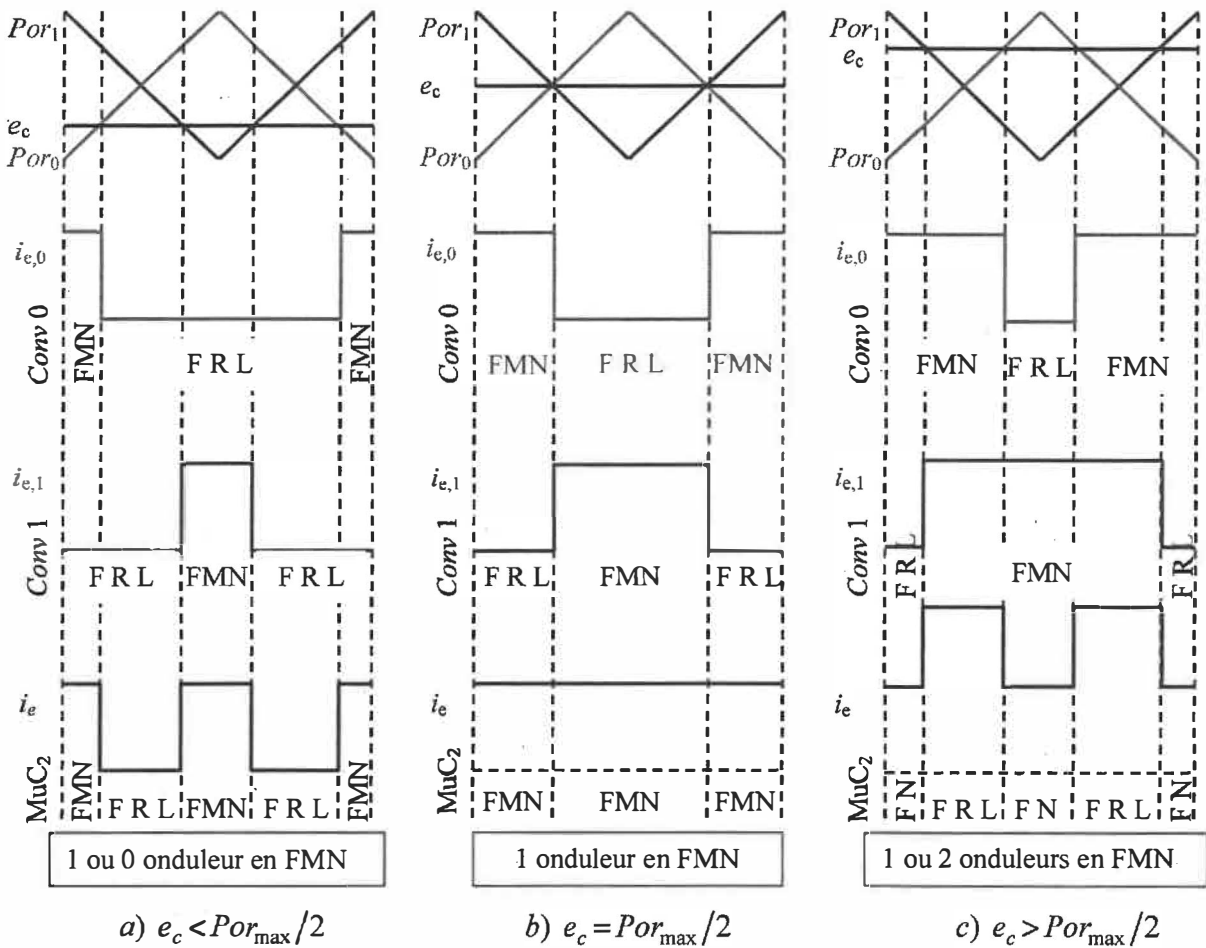
$$\text{Por}_g(\theta) = \text{Por}_0(\theta - g \cdot 2\pi/G) \quad (5.1)$$

En illustration de cette approche de compensation de la distorsion harmonique par décalage des porteuses, on propose en exemple une description sommaire d'un système  $\text{MuC}_G$  avec  $G = 2$ . La figure 5.2, relative à ce cas, indique les porteuses à considérer, les courants tirés par chaque convertisseur et par le système ainsi que l'enchaînement des modes de fonctionnement (Fonctionnement en mode normal, FMN, et fonctionnement en roue libre, FRL) des onduleurs au cours d'une période de porteuse.

Cette figure permet de faire les constatations suivantes:

- ✓ Quand la tension de commande est inférieure à 50 % de la valeur crête des porteuses, ce qui correspond à une puissance transmise inférieure à 50 % de la puissance maximale, les discontinuités sont sous-compensées. À tout instant, il y a soit un onduleur soit aucun en fonctionnement normal. Le facteur de puissance du système  $\text{MuC}_G$  n'est pas unitaire.
- ✓ Quand la tension de commande est égale à 50 % de la valeur crête des porteuses, ce qui correspond à une puissance transmise égale à 50 % de la puissance maximale, les discontinuités sont compensées. À tout instant, il y'a un onduleur en fonctionnement normal. Le facteur de puissance du système  $\text{MuC}_G$  est unitaire.
- ✓ Quand la tension de commande est supérieure à 50 % de la valeur crête des porteuses, ce qui correspond à une puissance transmise supérieure à 50 % de la puissance maximale, les

discontinuités sont sur-compensées. À tout instant, il y a soit un onduleur soit deux en fonctionnement normal. Le facteur de puissance du système  $MuC_G$  n'est pas unitaire.



**Figure 5.2. Illustration du principe de la compensation de la distorsion harmonique par décalage des porteuses, cas  $G = 2$**

En complément d'illustration, la figure 5.3 indique les porteuses qui seraient utilisées dans le cas d'un système  $MuC_G$  avec  $G = 4$ . On peut facilement vérifier que, lorsque la tension de commande est égale à 25, 50, 75 ou 100 % de la valeur crête des porteuses, les discontinuités se compensent au niveau du courant tiré de l'alimentation (c.-à-d. tiré par le système  $MuC_G$ ). Dans ces cas, on va avoir un, deux, trois ou quatre onduleurs toujours en fonctionnement normal et un facteur de puissance pratiquement unitaire.

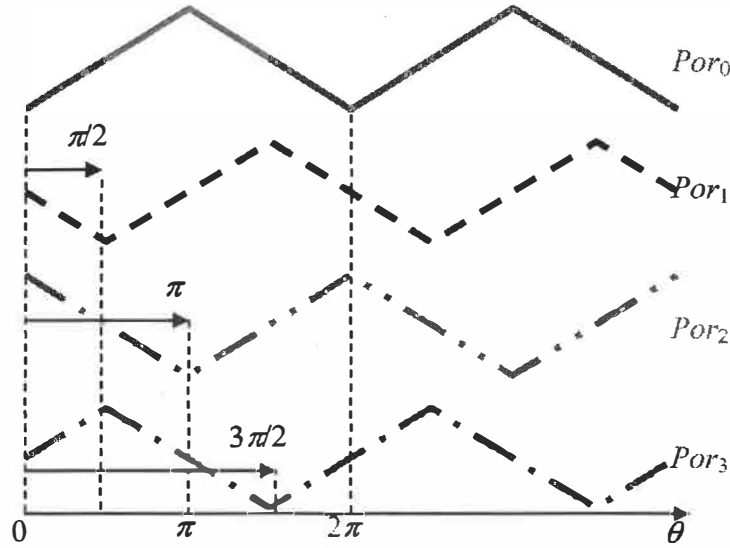


Figure 5.3. Porteuses à utiliser dans un système  $MuC_G$  avec  $G = 4$

Pour mieux appréhender cette correction et chiffrer les facteurs de puissance qui en résultent, nous proposons, dans la suite, une modélisation mathématique du système  $MuC_G$ .

### 5.2.3. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DE LA CORRECTION DU FACTEUR DE PUISSANCE

On considère la porteuse et le motif MDI du *Conv.0* comme références des porteuses et des motifs des autres convertisseurs du système. Rappelons que les expressions des centres des trous composant un motif ont été établies dans le chapitre 4 par (4.3). Avec une notation adaptée à l'utilisation de plus qu'un convertisseur, le centre du  $k^{\text{ème}}$  trou parmi les  $q$  trous composant les motifs appliqués à *Conv.0*, est défini par :

$$n_{C,k,0} = \frac{(2 \cdot k - 1)}{2q} N_{mp} \quad (5.2)$$

Puisque, pour chaque convertisseur, les centres des trous coïncident avec les sommets de sa porteuse et que la porteuse d'un convertisseur *Conv.g* se déduit de la porteuse du convertisseur *Conv.0* par déphasage de  $2\pi g/G$ , le centre du  $k^{\text{ème}}$  trou des motifs appliqués à *Conv.g*, s'écrit :

$$n_{C,k,g} = n_{C,k,0} + \frac{g}{G} \frac{N_{mp}}{q} = \frac{(2 \cdot k - 1)}{2q} N_{mp} + \frac{g}{G} \frac{N_{mp}}{q} \quad (5.3)$$

Étant donné que tous les convertisseurs du système transmettent la même puissance, tous les trous sont de même largeur  $\Delta n$ . En tenant alors compte de (5.3), les bornes inférieures et supérieures du  $k^{\text{ème}}$  trou du motif relatif au convertisseur *Conv.g* deviennent :

$$n_{I,k,g} = n_{C,k,g} - \frac{\Delta N}{2} = \frac{(2 \cdot k - 1)}{2q} N_{mp} + \frac{g}{G} \frac{N_{mp}}{q} - \frac{\Delta n}{2} \quad (5.4.1)$$

$$n_{S,k,g} = n_{C,k,g} + \frac{\Delta N}{2} = \frac{(2 \cdot k - 1)}{2q} N_{mp} + \frac{g}{G} \frac{N_{mp}}{q} + \frac{\Delta n}{2} \quad (5.4.2)$$

Les séries de Fourier des courants tirés par un convertisseur *Conv.g* et par le système MuC<sub>G</sub> sont notées :

$$\frac{i_{e,g}}{A_0} = \sum_{m=1,3,5,\dots} \left[ a_{m,g} \sin\left(m \frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) + b_{m,g} \cos\left(m \frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \right] \quad (5.5.1)$$

$$\frac{i_e}{A_0} = \sum_{m=1,3,5,\dots} \left[ a_m \sin\left(m \frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) + b_m \cos\left(m \frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \right] \quad (5.5.2)$$

$A_0$  étant déjà définie comme l'amplitude du courant tiré par un convertisseur lors du fonctionnement à pleine puissance.

Par substitution de (5.4) dans (4.2.1), on aboutit à :

$$a_{1,g} \approx 1 - \frac{1}{N_{mp}} \sum_{k=1}^q \Delta n + \frac{1}{\pi} \sin\left(\pi \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \sum_{k=1}^q \cos\left(2\pi \left(\frac{2k-1}{2q} + \frac{g}{G \cdot q}\right)\right) = 1 - q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \quad (5.6.1)$$

ou plus simplement

$$a_{1,g} \approx 1 - q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \quad (5.6.2)$$

Par substitution de (5.4) dans (4.2.2), on aboutit à :

$$b_{1,g} \approx -\frac{1}{\pi} \sin\left(\pi \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \sum_{k=1}^q \sin\left(2\pi \left(\frac{2k-1}{2q} + \frac{g}{G \cdot q}\right)\right) = 0 \quad (5.7)$$

Par substitution de (5.4) dans (4.2.3), on aboutit à :

$$a_{m,g} \approx \frac{2}{\pi} \left[ \begin{aligned} & + \frac{1}{m+1} \sin\left((m+1) \frac{\pi}{2} \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \cdot \cos\left((m+1) \pi \frac{g}{G \cdot q}\right) \sum_{k=1}^q \cos\left((m+1) \pi \frac{2k-1}{2q}\right) \\ & - \frac{1}{m-1} \sin\left((m-1) \frac{\pi}{2} \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \cdot \cos\left((m-1) \pi \frac{g}{G \cdot q}\right) \sum_{k=1}^q \cos\left((m-1) \pi \frac{2k-1}{2q}\right) \end{aligned} \right] \quad (5.8)$$

Par substitution de (5.4) dans (4.2.4), on aboutit à :

$$b_{m,g} \approx \frac{2}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{1}{m+1} \cdot \sin\left((m+1)\pi \frac{\Delta n}{2 N_{mp}}\right) \cdot \sin\left((m+1)\pi \frac{g}{G \cdot q}\right) \sum_{k=1}^q \cos\left((m+1)\pi \frac{2k-1}{2q}\right) \\ & +\frac{1}{m-1} \cdot \sin\left((m-1)\pi \frac{\Delta n}{2 N_{mp}}\right) \cdot \sin\left((m-1)\pi \frac{g}{G \cdot q}\right) \sum_{k=1}^q \cos\left((m-1)\pi \frac{2k-1}{2q}\right) \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

En tenant compte de (4.12.2), (4.13.2), (4.14) et (4.15), (5.8) et (5.9) se simplifient davantage.

Elles deviennent :

si  $m = 2 \cdot h \cdot q - 1$  ( $(m+1)$  multiple de  $2 \cdot q$ )

$$a_{m,g} \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot h} \sin\left(\pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \cos\left(2h\pi \frac{g}{G}\right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.10.1)$$

$$b_{m,g} \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot h} \sin\left(\pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \sin\left(2h\pi \frac{g}{G}\right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.10.2)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot q + 1$  ( $(m-1)$  multiple de  $2 \cdot q$ )

$$a_{m,g} \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot h} \sin\left(\pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \cos\left(2h\pi \frac{g}{G}\right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.10.3)$$

$$b_{m,g} \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot h} \sin\left(\pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \sin\left(2h\pi \frac{g}{G}\right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.10.4)$$

sinon

$$a_{m,g} = b_{m,g} = 0 \quad (5.10.5)$$

Le courant tiré par le système MuC<sub>G</sub> ( $i_e$ ) est la somme des courants tirés par chaque convertisseur ( $i_{e,g}$ ). Sa série de Fourier est alors :

$$a_1 = \sum_{g=0}^{G-1} a_{1,g} = \left(1 - q \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \cdot G = G \cdot a_{1,0} \quad (5.11)$$

$$b_1 = \sum_{g=0}^{G-1} b_{1,g} = 0 \quad (5.12)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot q - 1$  ( $(m+1)$  multiple de  $2 \cdot q$ )

$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot h} \sin\left(\pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \sum_{g=0}^{G-1} \cos\left(2h\pi \frac{g}{G}\right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.13.1)$$

$$b_m = \sum_{g=0}^{G-1} b_{m,g} \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot h} \sin\left(\pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \sum_{g=0}^{G-1} \sin\left(2h\pi \frac{g}{G}\right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.13.2)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot q + 1$  ( $(m-1)$  multiple de  $2 \cdot q$ )

$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \sum_{g=0}^{G-1} \cos \left( 2h\pi \frac{g}{G} \right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.14.1)$$

$$b_m = \sum_{g=0}^{G-1} b_{m,g} \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \sum_{g=0}^{G-1} \sin \left( 2h\pi \frac{g}{G} \right) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.14.2)$$

sinon

$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} = b_{m,S} = \sum_{g=0}^{G-1} b_{m,g} = 0 \quad (5.15)$$

Sachant que :

$$\text{si } h = j \cdot G \text{ (} h \text{ multiple de } G \text{)} \quad \sum_{g=0}^{G-1} \cos \left( 2h\pi \frac{g}{G} \right) = G \quad (5.16.1)$$

$$\text{sinon} \quad \sum_{g=0}^{G-1} \cos \left( 2h\pi \frac{g}{G} \right) = 0 \quad (5.16.2)$$

$$\text{quel que soit } h \text{ entier naturel} \quad \sum_{g=0}^{G-1} \sin \left( 2h\pi \frac{g}{G} \right) = 0 \quad (5.16.3)$$

(5.13.1) et (5.14.1) deviennent :

si  $m = 2 \cdot j \cdot G \cdot q - 1$  ( $(m+1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot j} \sin \left( \pi \cdot j \cdot G \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \text{ selon que } j \cdot G \text{ est pair ou impair} \quad (5.17.1)$$

si  $m = 2 \cdot j \cdot G \cdot q + 1$  ( $(m-1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot j} \sin \left( \pi \cdot j \cdot G \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \text{ selon que } j \cdot G \text{ est pair ou impair} \quad (5.17.2)$$

tandis que (5.13.2) et (5.14.2) se réduisent à zéro.

Finalement, la série de Fourier du courant tiré par le système MuC<sub>G</sub> est :

$$a_1 = \sum_{g=0}^{G-1} a_{1,g} = \left( 1 - q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \cdot G = G \cdot a_{1,0} \quad (5.18)$$

$$b_m = 0 \quad m = 1, 3, 5, \dots \quad (5.19)$$

si  $m = 2 \cdot j \cdot G \cdot q - 1$  ( $(m+1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot j} \sin \left( \pi \cdot j \cdot G \cdot q \frac{\Delta n}{N_{mp}} \right) \text{ selon que } j \cdot G \text{ est pair ou impair} \quad (5.20.1)$$

ou, après substitution de (5.18) dans (5.20.1) :



$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} \approx \pm \frac{1}{\pi \cdot j} \sin(\pi \cdot j \cdot G \cdot (1 - a_{1,0})) \text{ selon que } j \cdot G \text{ est pair ou impair} \quad (5.20.2)$$

si  $m = 2 \cdot j \cdot G \cdot q + 1$  ( $(m-1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot j} \sin\left(\pi \cdot j \cdot G \cdot q \cdot \frac{\Delta n}{N_{mp}}\right) \text{ selon que } j \cdot G \text{ est pair ou impair} \quad (5.21.1)$$

ou, après substitution de (5.18) dans (5.21.1) :

$$a_m = \sum_{g=0}^{G-1} a_{m,g} \approx \mp \frac{1}{\pi \cdot j} \sin(\pi \cdot j \cdot G \cdot (1 - a_{1,0})) \text{ selon que } j \cdot G \text{ est pair ou impair} \quad (5.21.2)$$

Tenant compte de (5.18) à (5.21.2), le facteur de puissance du courant tiré de l'alimentation alternative devient :

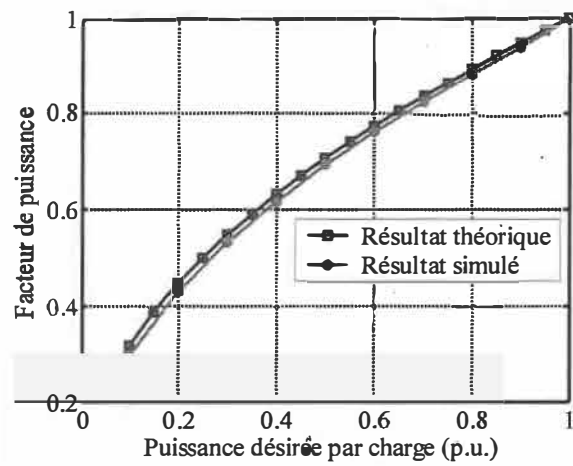
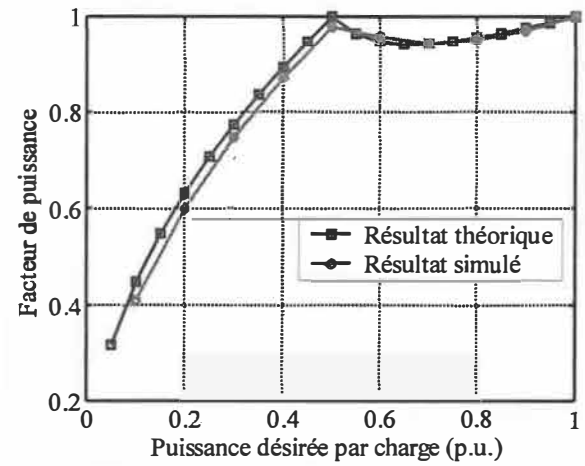
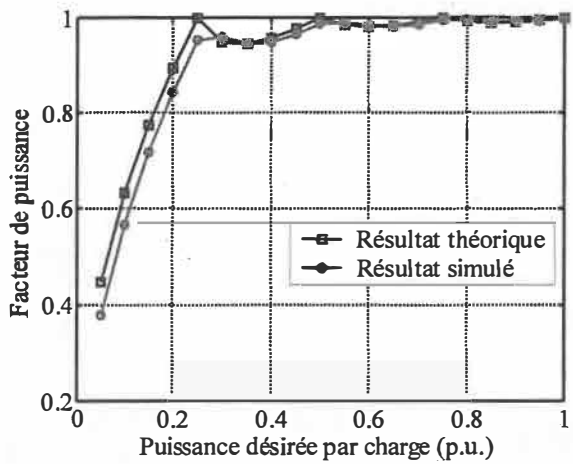
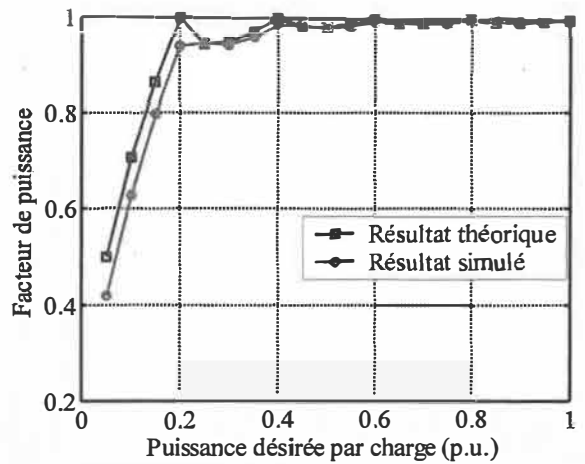
$$FP = 1 / \sqrt{1 + \frac{2}{a_{1,0}^2} \sum_{j=1}^{\infty} \left( \frac{\sin(j \cdot G \cdot \pi \cdot (1 - a_{1,0}))}{j \cdot G \cdot \pi} \right)^2} \quad (5.22)$$

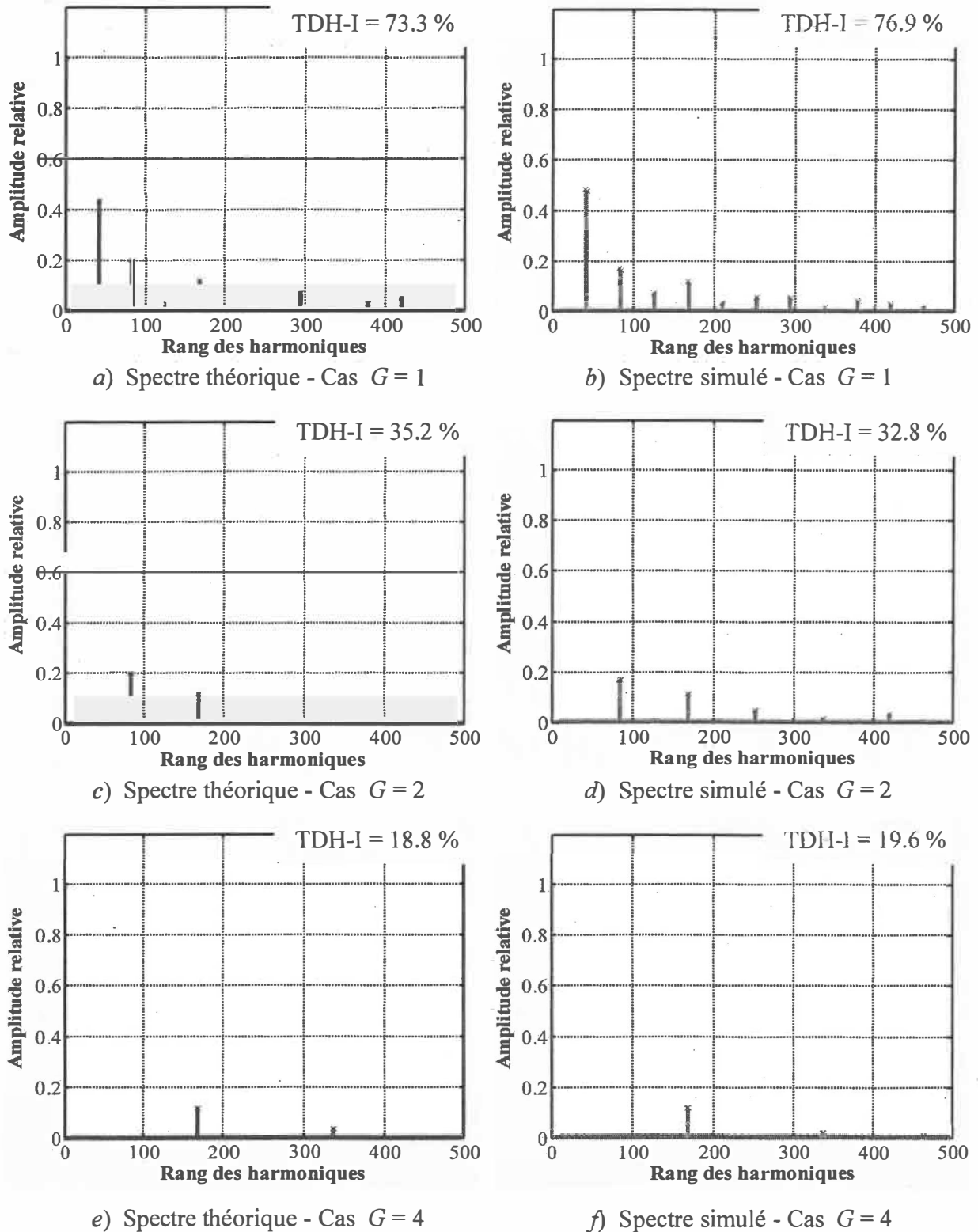
Comparé à un convertisseur avec un seul onduleur, un système MuC<sub>G</sub> apporte les avantages suivants :

- ✓ les paires d'harmoniques, composant les spectres du courant tiré de l'alimentation alternative, sont  $G$  fois plus espacées les unes des autres sans qu'elles ne soient amplifiées;
- ✓ plus que d'éviter une décroissance continue avec la puissance transmise, le facteur de puissance devient unitaire aux puissances transmises de  $1/G$ ,  $2/G$ , ...,  $((G-1)/G)$  et 1 p.u. (une suite arithmétique de raison  $1/G$ ).

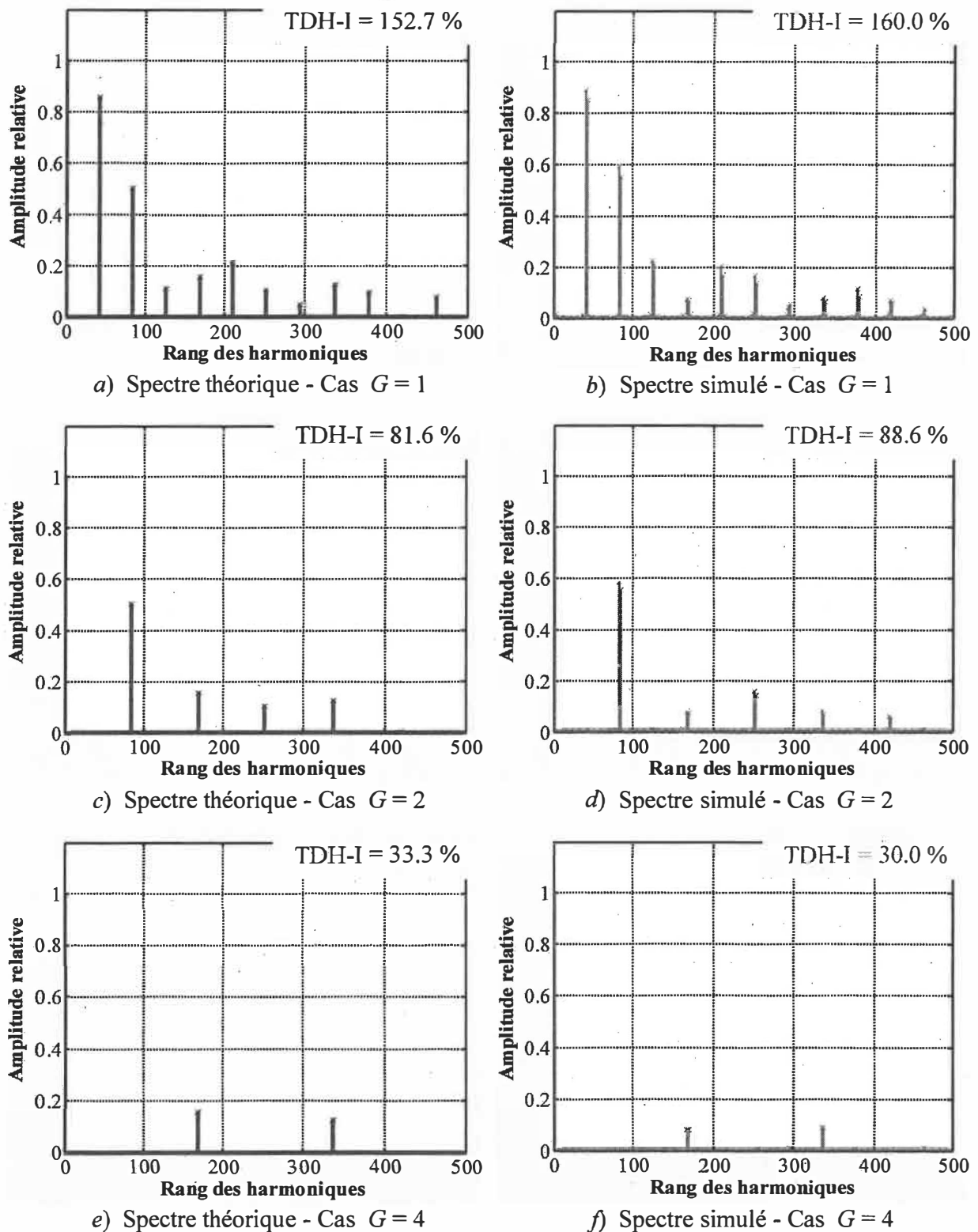
#### 5.2.4. VALIDATION PAR SIMULATION

Pour la validation des prédictions de fonctionnement, nous avons procédé à la simulation dans l'environnement Matlab-Simulink d'un système MuC<sub>G</sub> à  $G = 2, 4$  ou  $5$  onduleurs. La charge considérée a une fréquence de résonance de  $300$  kHz et un amortissement de  $4\%$  et des porteuses créant  $21$  trous. Les résultats obtenus sont indiqués sur les figures 5.4, 5.5 et 5.6.

a) Cas  $G = 1$ b) Cas  $G = 2$ c) Cas  $G = 4$ b) Cas  $G = 5$ Figure 5.4. Facteurs de puissance théoriques et simulés dans un système  $\text{MuC}_G$



**Figure 5.5. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un système multiconvertisseur multicharge  $MuC_G$  à puissance désirée par charge de 65 %**



**Figure 5.6. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un système multiconvertisseur multicharge MuC<sub>G</sub> à puissance désirée par charge de 30 %**

Les résultats obtenus par simulation valident les prédictions de fonctionnement du système multiconvertisseur multicharge  $MuC_G$ . Ceux de la figure 5.4 montrent que le facteur de puissance simulé suit de près le facteur de puissance théorique. De cette même figure, ressort un effet de bollards d'amarrage que constituent les puissances  $1/G$ ,  $2/G$ , ...,  $G/G$ . Plus un système  $MuC_G$  comporte d'onduleurs, plus il y a de bollards et plus l'amarrage du facteur de puissance à l'unité est parfait. Les résultats des figures 5.5 et 5.6 montrent que les spectres harmoniques simulés du courant tiré de l'alimentation alternative sont semblables aux spectres théoriques. De ces figures ressort un effet d'élimination séquentielle. Comparé à un convertisseur seul, un système  $MuC_G$  laisse passer une paire d'harmoniques après élimination de  $(G - 1)$  paires.

### 5.2.5. CARACTÈRE MULTINIVEAU DU SYSTÈME MULTICONVERTISSEUR MULTICHARGE

Le caractère multiniveau réfère, d'habitude, à des tensions en escaliers générées en aval d'un convertisseur. Chaque marche d'escalier correspond à un niveau. Dans le cas d'un système  $MuC_G$ , le caractère multiniveau réfère à des sinusoïdes de courant produites en amont du convertisseur. À un système  $MuC_G$ ,  $G$  niveaux sinusoïdaux sont associés. Quand le niveau sinusoïdal 1 (sinusoïde de plus faible amplitude) est pris comme niveau de référence, un niveau sinusoïdal  $g$ , noté  $N-Sin_g$ , se déduit par application d'une homothétie de rapport  $g$  au niveau de référence. Quand la puissance désirée par charge est égale à  $(100 \cdot g/G)$  ou comprise entre  $(100 \cdot (g-1)/G)$  et  $(100 \cdot g/G)$  en pourcentage de son maximum, le courant tiré de l'alimentation coïncide avec le niveau sinusoïdal  $N-Sin_g$  ou oscille entre les niveaux  $N-Sin_{(g-1)}$  et  $N-Sin_g$ . Les figures 5.7 et 5.8 montrent, respectivement, les exemples d'un courant qui coïncide avec un niveau et un courant qui oscille entre deux niveaux.

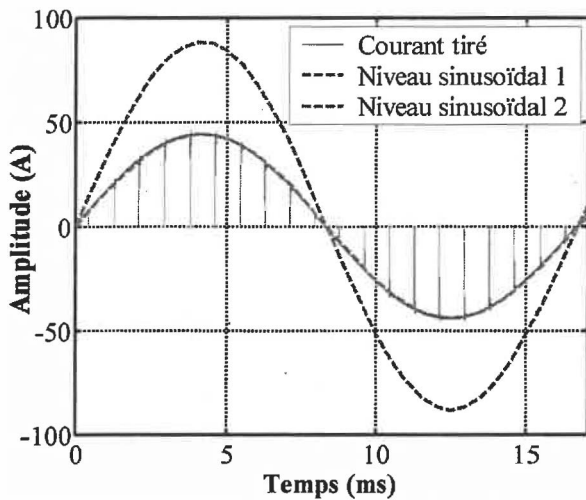


Figure 5.7. Exemple de courant qui coïncide avec un niveau sinusoïdal

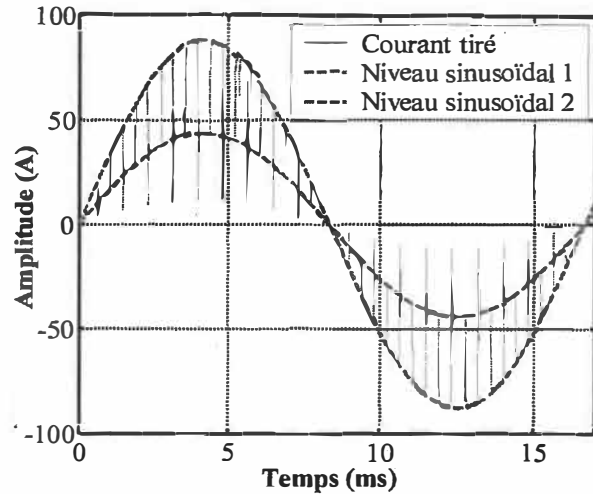


Figure 5.8. Exemple de courant qui oscille entre deux niveaux sinusoïdaux

### 5.3. COMMANDE MDI APPLIQUÉE À UN SYSTÈME MULTICONVERTISSEUR MONOCHARGE ( $\text{MOC}_G$ )

#### 5.3.1. CONVERSION DU SYSTÈME MULTICHARGE EN MONOCHARGE

Bien que le système multiconvertisseur multicharge, bâti avec plusieurs onduleurs dont les porteuses sont décalées entre elles, soit une solution efficace de la correction du facteur de puissance, il reste à le transformer en un système multiconvertisseur monocharge,  $\text{MoC}_G$ , et ce afin de nous remettre dans le cadre général des applications. Pour transformer un système électronique ayant plusieurs sorties en un système à une seule sortie, les sorties sont mises en parallèle ou en série suivant les règles d'interconnexions des sources électriques.

Dans un système  $\text{MuC}_G$ , les sorties sont considérées comme des sources de tension. Aux bornes d'une sortie, la tension est une suite de créneaux alternatifs ou nulle selon que l'onduleur, en arrière de cette sortie, est en mode de fonctionnement normal ou en mode de roue libre. Dans un système  $\text{MuC}_G$ , les onduleurs ne fonctionnent pas tous simultanément en même mode. Les tensions aux bornes des sorties ne sont donc pas égales à chaque instant. En conséquence, la conversion du système multiconvertisseur multicharge en un système multiconvertisseur monocharge,  $\text{MoC}_G$ , n'est pas possible par la mise en parallèle des sorties.

Ayant donc un caractère de source de tension, les sorties peuvent être mises en série pour autant qu'elles soient isolées. Pour qu'il en soit ainsi, deux options sont possibles. Dans la première option, l'isolement est assuré au niveau des entrées des redresseurs. On utilise alors autant de redresseurs, reliés à l'alimentation alternative par des transformateurs d'isolement, que d'onduleurs. Il en résulte le système MoC<sub>G</sub> de la figure 5.9. Dans ce cas, les onduleurs sont alimentés par des tensions continues isolées. Leur arrangement correspond exactement à une cascade multicellulaire, l'une des trois topologies de base des onduleurs multiniveau [Rodriguez J. et al. '02]. Dans la deuxième option, l'isolement est assuré au niveau des sorties des onduleurs. Ces derniers sont équipés, chacun, de transformateurs mais peuvent être tous alimentés par un seul redresseur sans transformateur. Il en résulte le système MoC<sub>G</sub> de la figure 5.10.

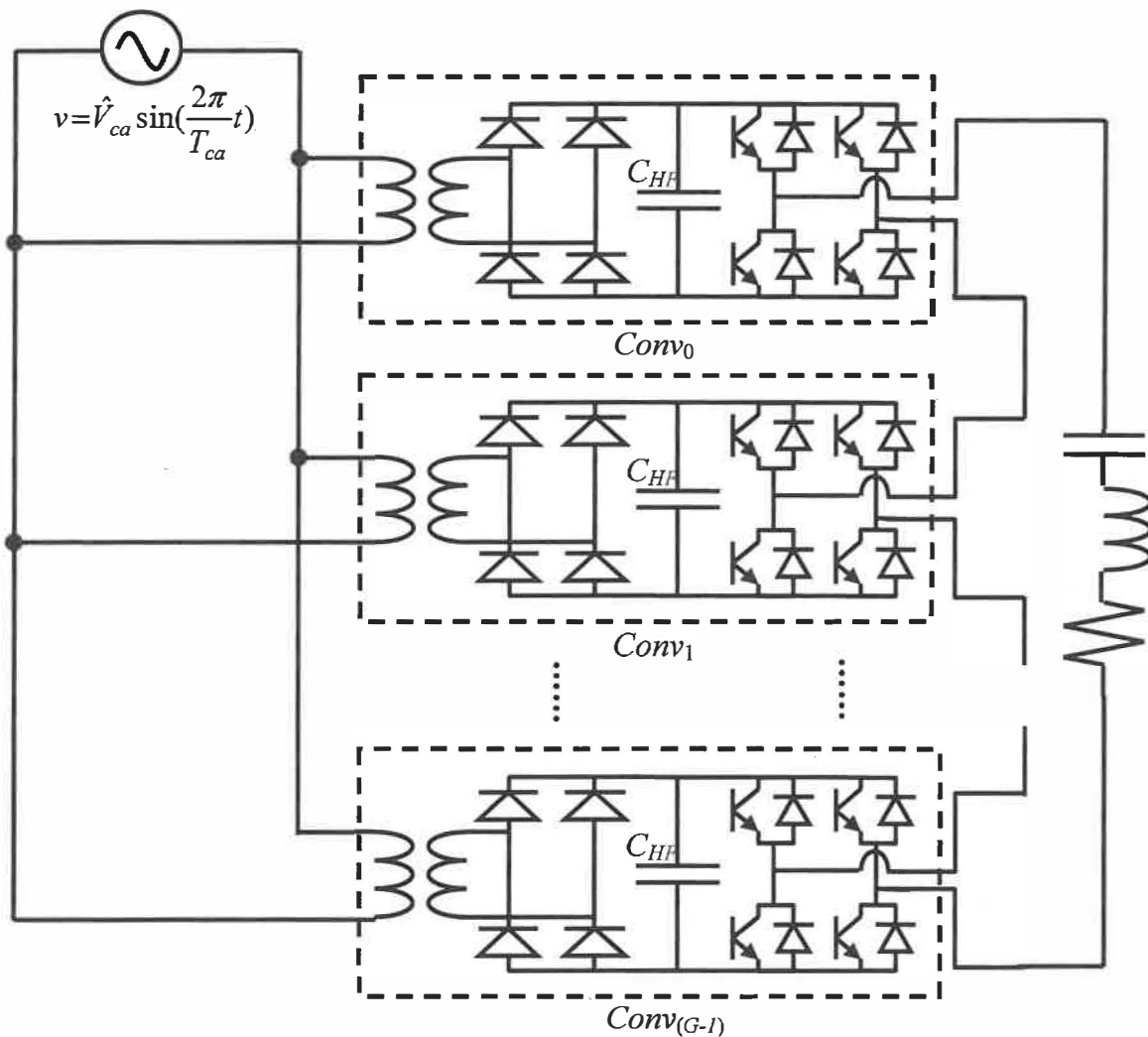
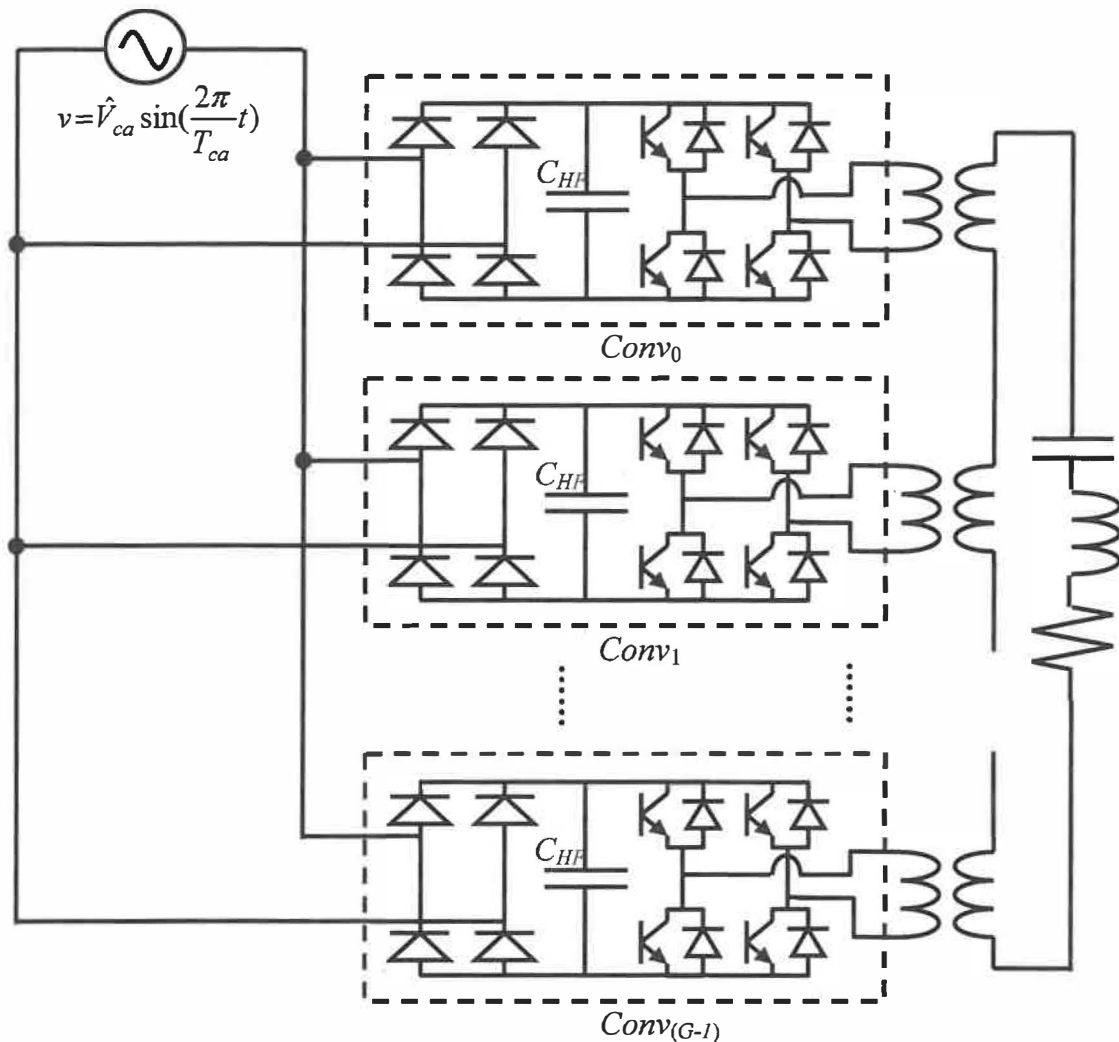


Figure 5.9. Système multiconvertisseur monocharge MoC<sub>G</sub> avec isolement des entrées



**Figure 5.10. Système multiconvertisseur monocharge MoC<sub>G</sub> avec isolement des sorties**

Nous retenons la solution du système MoC<sub>G</sub> avec isolement des sorties car elle est plus avantageuse que la solution avec isolement des entrées. Ses avantages ont trait au coût et à la compacité et peuvent être annoncés comme il suit :

- ✓ Placés aux sorties des onduleurs, les transformateurs d'isolement fonctionnent à haute fréquence. Leurs puissances volumique et massique sont nettement meilleures que lorsqu'ils sont placés aux entrées des redresseurs.
- ✓ Placés aux sorties des onduleurs, les transformateurs d'isolement et d'adaptation ne font qu'un. Les mêmes transformateurs isolent les sources et adaptent l'impédance de la charge aux calibres en tension et en courant des interrupteurs.



- ✓ Placés aux sorties des onduleurs, il devient possible d'utiliser un redresseur pour alimenter l'ensemble des onduleurs.

On continue à considérer que les onduleurs du système ont des porteuses décalées d'un angle  $2\pi/G$  les unes des autres et ont la même tension de commande ( $e_c$ ).

### 5.3.2. ÉTABLISSEMENT D'UNE ÉQUIVALENCE AVEC DES SYSTÈMES BICHARGE

Pour établir l'équivalence entre un système multiconvertisseur monocharge,  $MoC_G$ , et une série de systèmes bi-convertisseurs bi-charges,  $MuC_2$ , nous commençons par mettre en exergue les grandes lignes de cette équivalence à travers la description d'un  $MoC_2$  et d'un  $MoC_3$ , avant de proposer une généralisation.

#### 5.3.2.1. Cas d'un système à deux convertisseurs ( $G = 2$ )

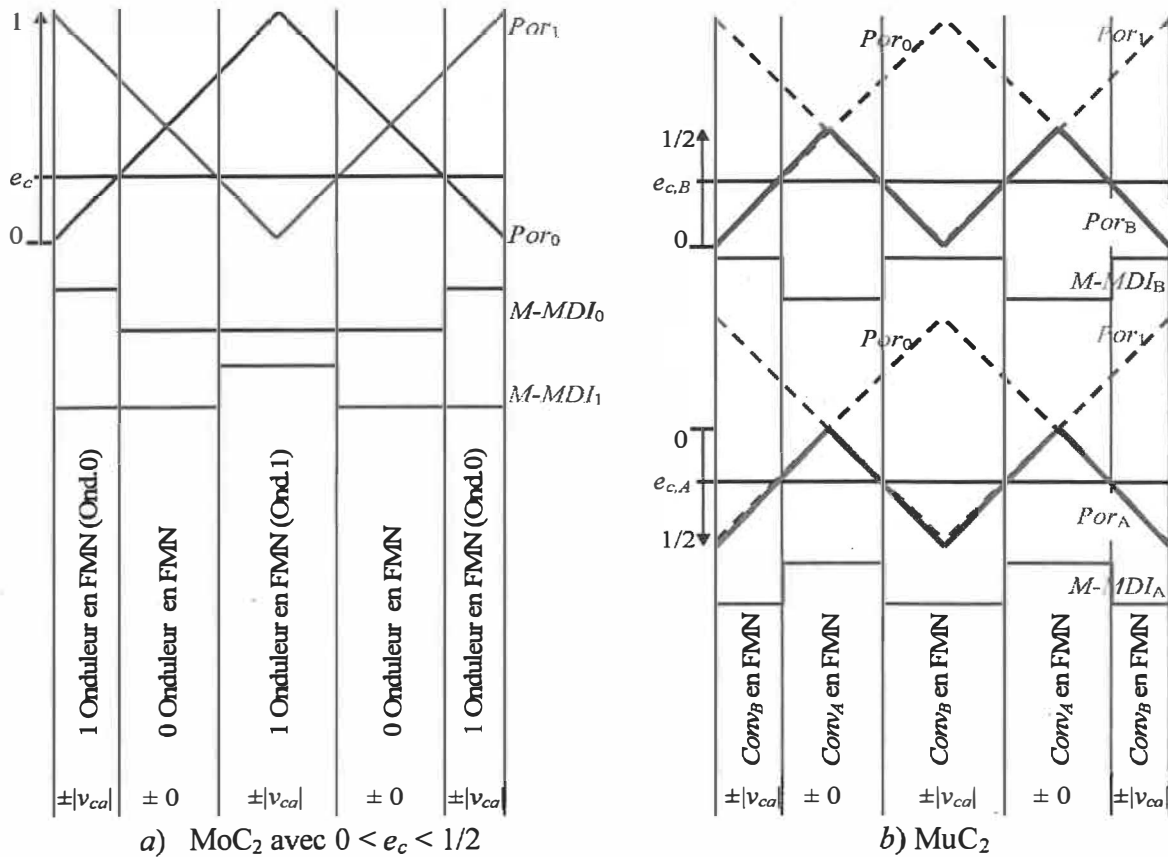
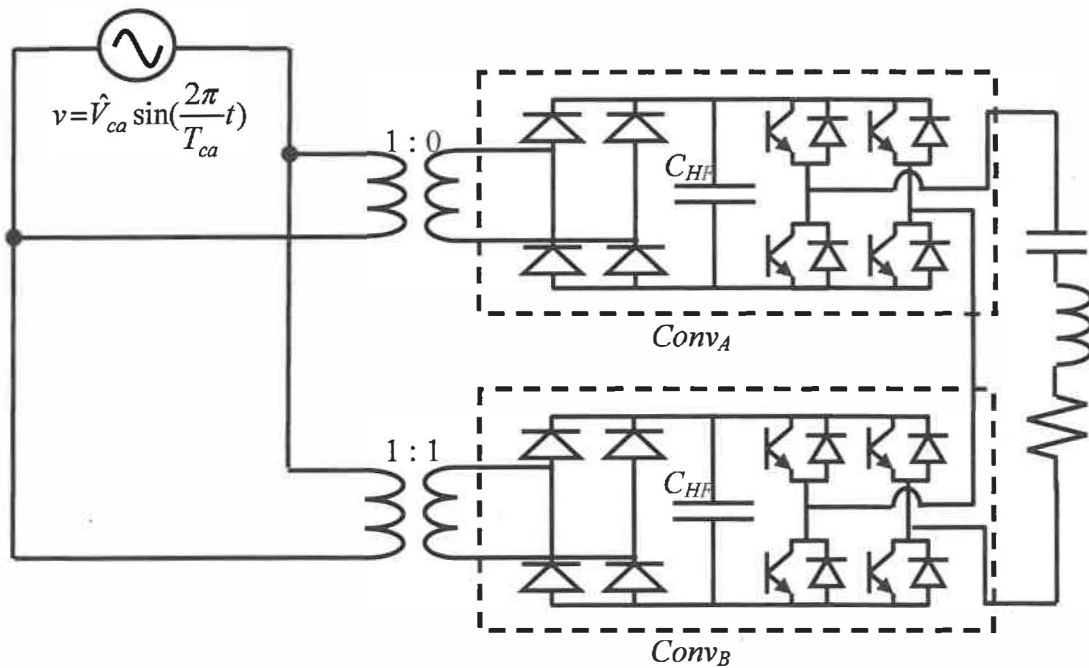
La figure 5.11.a décrit le fonctionnement du système  $MoC_2$  quand la tension de commande est comprise entre 0 et 1/2. On y constate que le nombre d'onduleurs fonctionnant en mode normal est un ou zéro et que la tension appliquée à la charge est une suite de deux séquences  $[0]-[\pm|v_{ca}|]$  qui se répète deux fois par période des porteuses du système initial ( $MoC_2$ ). La figure 5.11.b montre que la même tension peut être appliquée à la charge par un ensemble de deux convertisseurs  $Conv_A$  et  $Conv_B$ . Ces convertisseurs seraient arrangés selon le schéma de la figure 5.12 et reliés à l'alimentation alternative à travers des transformateurs de rapports, respectifs, 0 et 1. La figure 5.11.b permet aussi d'établir les caractéristiques de ces deux convertisseurs. Leurs tensions de commandes et leurs porteuses en fonction de la tension de commande de  $MoC_2$  et de sa porteuse de référence sont :

$$e_{c,A} = 1/2 - e_c \quad (5.23.1)$$

$$e_{c,B} = e_c - 0 \quad (5.23.2)$$

$$Por_A(\theta) = (1/2) \cdot Por_0(2 \cdot \theta - \pi) \quad (5.24.1)$$

$$Por_B(\theta) = (1/2) \cdot Por_0(2 \cdot \theta - 2 \cdot \pi) = (1/2) \cdot Por_0(2 \cdot \theta) \quad (5.24.2)$$

Figure 5.11. Fonctionnements équivalents MoC<sub>2</sub> avec  $0 < e_c < 1/2$  – MuC<sub>2</sub>Figure 5.12. Convertisseur équivalent à MoC<sub>2</sub> quand  $0 < e_c < 1/2$

La figure 5.13.a décrit le fonctionnement du système MoC<sub>2</sub> quand la tension de commande est comprise entre 1/2 et 1.

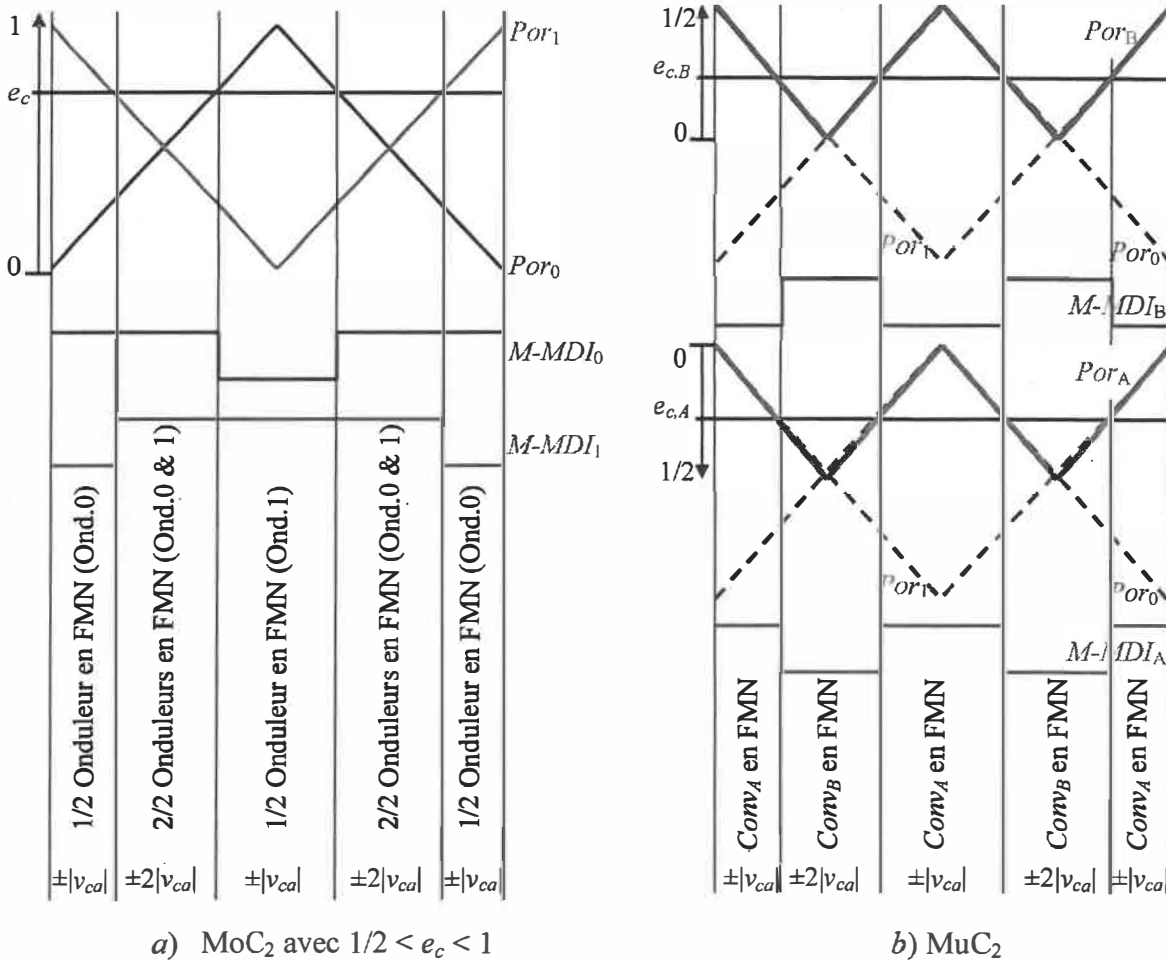


Figure 5.13. Fonctionnements équivalents MoC<sub>2</sub> avec  $1/2 < e_c < 1$  – MuC<sub>2</sub>

On y constate que le nombre d'onduleurs fonctionnant en mode normal est un ou deux et que la tension appliquée à la charge est une suite de deux séquences  $[\pm|v_{ca}|]$ - $[\pm 2|v_{ca}|]$  qui se répète deux fois par période des porteuses du système initial (MoC<sub>2</sub>). La figure 5.13.b montre que la même tension peut être appliquée à la charge par l'ensemble constitué par  $Conv_A$  et  $Conv_B$  qui seraient cette fois reliés à l'alimentation alternative par des transformateurs de rapports, respectifs, 1 et 2. Leurs tensions de commandes et leurs porteuses en fonction de la tension de commande de MoC<sub>2</sub> et de sa porteuse de référence deviennent :

$$e_{c,A} = 1 - e_c \quad (5.25.1)$$

$$e_{c,B} = e_c - (1/2) \quad (5.25.2)$$

$$Por_A(\theta) = (1/2) \cdot Por_0(2 \cdot \theta - 2 \cdot \pi) = (1/2) \cdot Por_0(2 \cdot \theta) \quad (5.26.1)$$

$$Por_B(\theta) = (1/2) \cdot Por_0(2 \cdot \theta - \pi) \quad (5.26.2)$$

### 5.3.2.2. Cas d'un système à trois convertisseurs ( $G = 3$ )

La figure 5.14.a décrit le fonctionnement du système MoC<sub>3</sub> quand la tension de commande est comprise entre 1/3 et 2/3.

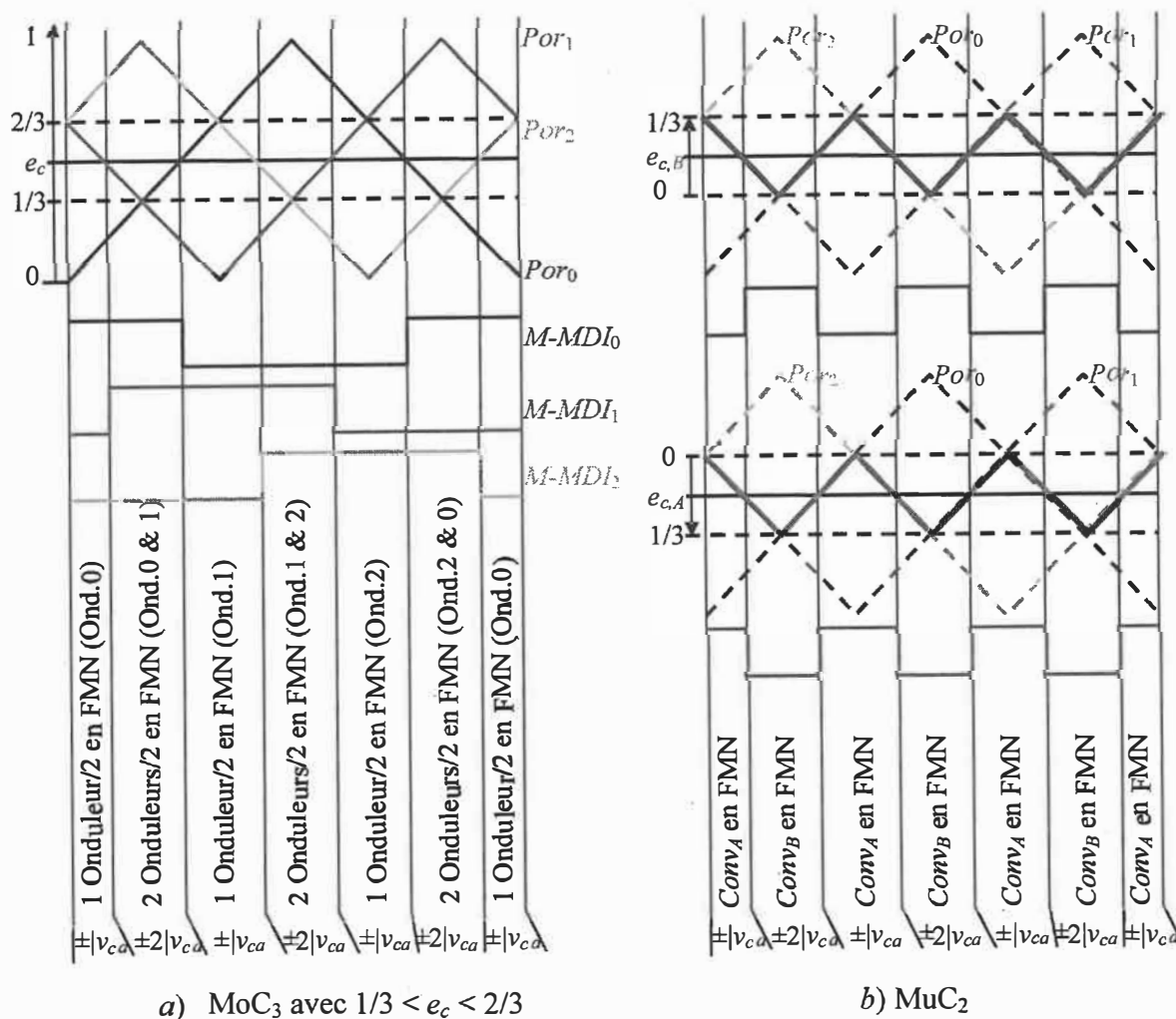


Figure 5.14. Fonctionnements équivalents MoC<sub>3</sub> avec  $1/3 < e_c < 2/3$  – MuC<sub>2</sub>

On y constate que le nombre d'onduleurs fonctionnant en mode normal est un ou deux et que la tension appliquée à la charge est une suite de deux séquences  $[\pm|v_{ca}|]$  et  $[\pm 2|v_{ca}|]$  qui se répète trois fois par période des porteuses du système initial ( $\text{MoC}_3$ ). La figure 5.14.b montre que la même tension peut être appliquée à la charge par l'ensemble constitué par  $\text{Conv}_A$  et  $\text{Conv}_B$  qui seraient cette fois reliés à l'alimentation alternative par des transformateurs de rapports, respectifs, 1 et 2. Leurs tensions de commandes et leurs porteuses en fonction de la tension de commande de  $\text{MoC}_3$  et de sa porteuse de référence deviennent :

$$e_{c,A} = (2/3) \cdot e_c \quad (5.27.1)$$

$$e_{c,B} = e_c - (1/3) \quad (5.27.2)$$

$$\text{Por}_A(\theta) = (1/3) \cdot \text{Por}_0(3 \cdot \theta - 2 \cdot \pi) = (1/3) \cdot \text{Por}_0(3 \cdot \theta) \quad (5.28.1)$$

$$\text{Por}_B(\theta) = (1/3) \cdot \text{Por}_0(3 \cdot \theta - \pi) \quad (5.28.2)$$

### 5.3.2.3. Généralisation

Dans un système  $\text{MoC}_G$ , la durée angulaire du fonctionnement en mode normal ( $\text{DAMN}$ ) d'un onduleur par période de porteuse peut être calculée en considérant les notations de la figure 5.15 par :

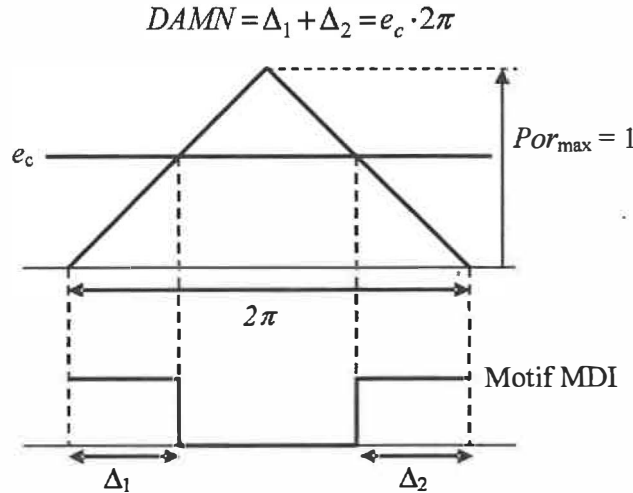


Figure 5.15. Définition de la durée angulaire du fonctionnement en mode normal

Du fait que les porteuses sont décalées de  $2\pi/G$ , l'onduleur de  $\text{Conv}_i$  amorce son fonctionnement en mode normal (FMN) avec un retard de  $2\pi/G$  par rapport à celui de  $\text{Conv}_{(i-1)}$ . En conséquence,

si  $e_c = 1/G$ , l'amorçage du FMN de l'onduleur d'un  $Conv_i$  coïncide avec la fin du FMN de l'onduleur de  $Conv_{(i-1)}$ . Il en résulte qu'il y'a toujours un et un seul onduleur en FMN et la tension appliquée à la charge est une suite de créneaux  $[\pm|v_{ca}|]$ .

Dans le cas général, quand la tension de commande est de la forme  $e_c = g/G$ , l'amorçage du FMN de l'onduleur d'un  $Conv_i$  coïncide avec la fin du FMN de l'onduleur de  $Conv_{(i-g)}$ . Il en résulte qu'il y'a toujours  $g$  onduleurs en FMN et la tension appliquée à la charge est une suite de créneaux  $[\pm g|v_{ca}|]$ .

Par contre, quand la tension de commande est comprise entre  $(g-1)/G$  et  $g/G$ , les FMN des onduleurs de  $Conv_i$  et  $Conv_{(i-g)}$  se chevauchent pendant un certain temps. Il en résulte qu'il y a, respectivement,  $(g-1)$  puis  $g$  onduleurs en FMN pendant et après le chevauchement. La tension appliquée à la charge devient alors une suite de deux séquences de créneaux :  $[\pm g|v_{ca}|]$  pendant le chevauchement et  $[\pm(g-1)|v_{ca}|]$  après. Ce chevauchement concerne tous les onduleurs du MoC<sub>G</sub> ( $i = 0, 1, 2, \dots, (G-1)$ ) et, donc, la suite des séquences  $[\pm(g-1)|v_{ca}|]$  et  $[\pm g|v_{ca}|]$  se répète  $G$  fois par période des porteuses du MoC<sub>G</sub>.

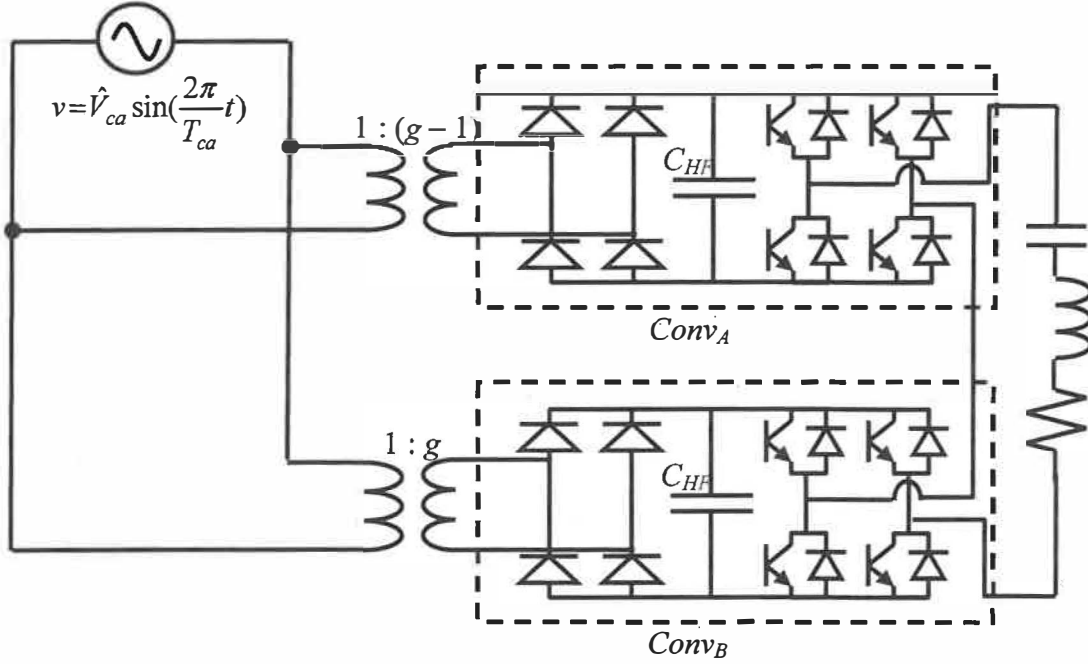
Il devient alors possible de ramener le fonctionnement du MoC<sub>G</sub>, chaque fois que sa tension de commande est comprise entre  $(g-1)/G$  et  $g/G$  à un ensemble équivalent constitué de deux convertisseurs  $Conv_A$  et  $Conv_B$  reliés à l'alimentation par des transformateurs de rapports  $(g-1)$  et  $g$  (Figure 5.16).

Quand  $e_c = (g-1)/G$ , la tension appliquée à la charge se compose uniquement de la séquence  $[\pm(g-1)|v_{ca}|]$  alors que la tension générée par  $Conv_B$  est nulle. La séquence  $[\pm g|v_{ca}|]$  commence à apparaître dès que la tension de commande de MoC<sub>G</sub> devient supérieure à  $(g-1)/G$ . Pour qu'il en soit ainsi, nous définissons la tension de commande du  $Conv_B$  par :

$$e_{c,B} = e_c - (g-1)/G \quad (5.29.1)$$

De même, quand  $e_c = g/G$ , la tension appliquée à la charge se compose uniquement de la séquence  $[\pm g|v_{ca}|]$  alors que la tension générée par  $Conv_A$  est nulle. La séquence  $[\pm(g-1)|v_{ca}|]$  commence à apparaître dès que la tension de commande de MoC<sub>G</sub> devient inférieure à  $g/G$ . Pour qu'il en soit ainsi, nous définissons la tension de commande du  $Conv_A$  par :

$$e_{c,A} = (g/G) - e_c \quad (5.29.2)$$

Figure 5.16. Transformation intermédiaire d'un MoC<sub>G</sub>

Quand  $e_c = (g-1)/G$ ,  $Conv_A$  doit être en FMN de manière continue alors que sa tension de commande est, d'après (5.29.2),  $e_{c,A} = 1/G$ . Pour éviter que ces deux propositions ne se contredisent, l'amplitude de la porteuse à associer au  $Conv_A$  doit être :

$$Por_{A,max} = (1/G) \cdot Por_{max} \quad (5.30.1)$$

Étant donné que l'amplitude des porteuses du MoC<sub>G</sub> est prise égale à 1, l'amplitude de la porteuse de  $Conv_A$  est tout simplement  $1/G$ . Le même raisonnement appliqué dans le cas de  $Conv_B$  aboutit au même résultat, à savoir :

$$Por_{A,max} = Por_{B,max} = (1/G) \quad (5.30.2)$$

Pour que, comme dans le système MoC<sub>G</sub>, les séquences  $[\pm(g-1)|v_{ca}] - [\pm g|v_{ca}]$  puissent se répéter  $G$  fois par période des porteuses du MoC<sub>G</sub>, les porteuses des  $Conv_A$  et  $Conv_B$  doivent avoir une fréquence  $G$  fois supérieure à celles des porteuses du MoC<sub>G</sub>.

Nous avons observé l'ordre de succession des séquences  $[\pm(g-1)|v_{ca}]$  et  $[\pm g|v_{ca}]$  par rapport au passage par zéro de la porteuse de référence (celle de  $Conv_0$  :  $Por_0$ ). Cet ordre observé et reporté dans le tableau 5.1, dans les cas de MoC<sub>G</sub> avec  $G = 2, 3, 4$  et  $5$ , reste indépendant de  $G$  et varie avec  $g$  de manière à ce que ce soit les créneaux de facteur multiplicatif impair qui précèdent.

**Tableau 5.1. Ordre de succession des séquences des créneaux**

Tension de commande $e_c$	$g$ correspondant	Ordre de succession
$0 < e_c < 1/G$	$g = 1$	$[\pm 1 v_{ca} ] - [0]$
$1/G < e_c < 2/G$	$g = 2$	$[\pm 1 v_{ca} ] - [\pm 2 v_{ca} ]$
$2/G < e_c < 3/G$	$g = 3$	$[\pm 3 v_{ca} ] - [\pm 2 v_{ca} ]$
$3/G < e_c < 4/G$	$g = 4$	$[\pm 3 v_{ca} ] - [\pm 4 v_{ca} ]$
$4/G < e_c < 5/G$	$g = 5$	$[\pm 5 v_{ca} ] - [\pm 4 v_{ca} ]$

Reste donc, pour que les  $Conv_A$  et  $Conv_B$  puissent reproduire fidèlement la tension générée par  $MoC_G$ , que la porteuse de  $Conv_A$  (et de  $Conv_B$ ) soit en phase ou en opposition de phase avec la porteuse de référence lors de son passage par zéro selon que  $g$  est pair ou impair (ou impair ou pair). Pour ce faire, nous exprimons les porteuses des  $Conv_A$  et  $Conv_B$  en fonction de la porteuse de référence par :

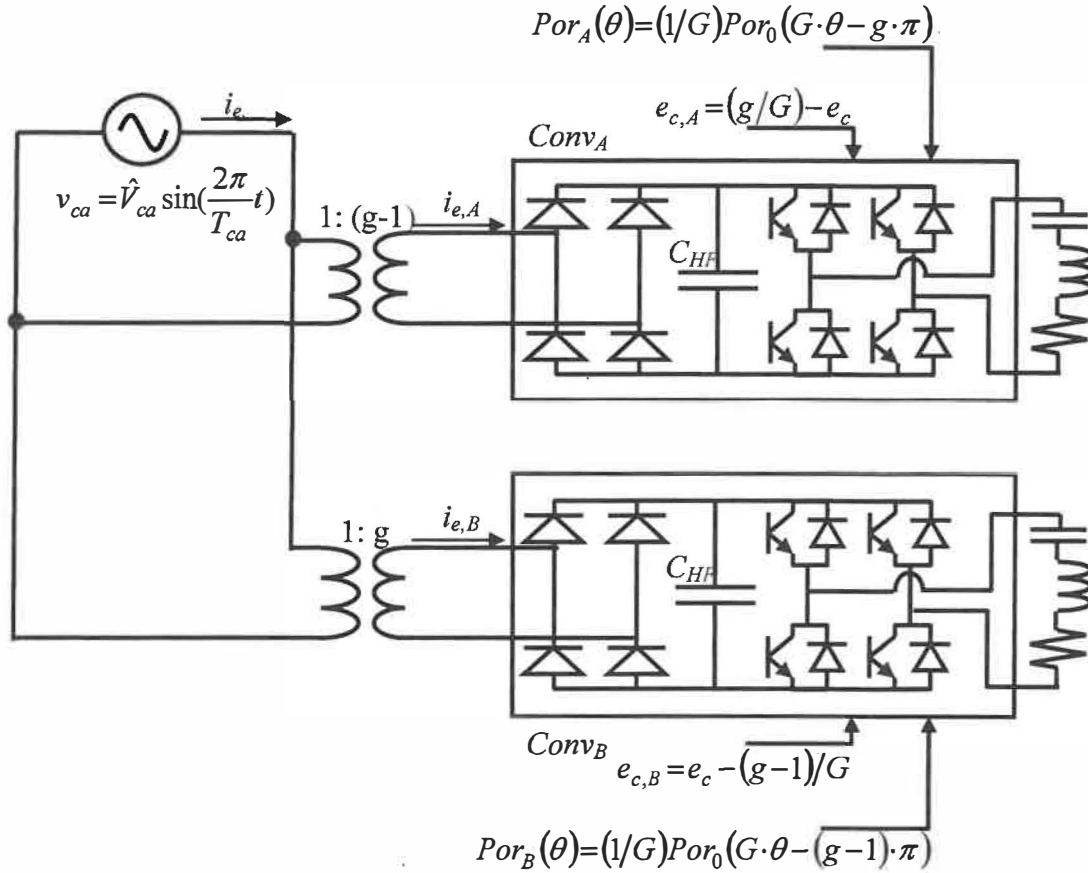
$$Por_A(\theta) = (1/G) \cdot Por_0(G \cdot \theta - g \cdot \pi) \quad (5.31.1)$$

$$Por_B(\theta) = (1/G) \cdot Por_0(G \cdot \theta - (g-1) \cdot \pi) \quad (5.31.2)$$

Avant de parachever l'établissement d'un système équivalent, il faut remarquer que  $Conv_A$  et  $Conv_B$  fonctionnent en mode normal (le seul mode durant lequel il y a transfert de puissance) de manière exclusive. Sans transgresser aucune règle des sciences physiques, on peut considérer dans l'esprit que  $Conv_A$  et  $Conv_B$  alimentent séparément deux charges qui sont identiques à la charge réelle. La puissance transmise à la charge réelle serait la somme des puissances transmises aux charges fictives par  $Conv_A$  et  $Conv_B$ .

Finalement, nous pouvons annoncer que, quand la tension de commande d'un  $MoC_G$  est comprise entre  $(g-1)/G$  et  $g/G$ , avec  $g = 1, 2, \dots, G$ , on peut décrire fidèlement son comportement par un système biconvertisseur bicharge (E-Mu $C_2$ ) (Figure 5.17). Pour la modélisation d'un  $MoC_G$ , nous allons alors considérer son convertisseur équivalent.





**Figure 5.17.** Système équivalent E-MuC<sub>2</sub> d'un MoCG quand  $(g-1)/G < e_c < g/G$

### 5.3.3. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

Nous continuons à considérer les mêmes références de courant et de puissance. La référence de courant est l'amplitude du courant tiré par un seul convertisseur (convertisseur avec un seul onduleur) sans transformateurs, ni à la sortie ni à l'entrée, et quand il fonctionne à pleine puissance. Cette pleine puissance est la référence des puissances. Les expressions de ces références sont données dans le chapitre 3 par (3.14.1) et (3.14.2).

Dans la section 5.2.3, nous avons établi à travers les expressions (5.6.2), (5.7) et (5.10.1) à (5.10.5) la série de Fourier du courant tiré par un convertisseur dans les conditions suivantes :

- ✓ le convertisseur est alimenté directement par l'alimentation alternative  $v_{ca}$ ,
- ✓ la porteuse a la même fréquence que la porteuse de référence ( $= q \cdot 2 \cdot F_{ca}$ ), mais décalée de  $2\pi g/G$ .

Les conditions de fonctionnement des convertisseurs  $Conv_A$  et  $Conv_B$  sont :

- ✓  $Conv_A$  et  $Conv_B$  sont alimentés, respectivement, à travers des transformateurs de rapports  $(g-1)$  et  $g$  par l'alimentation alternative  $v_{ca}$ ,
- ✓ leurs porteuses sont à une fréquence  $G$  fois supérieure à celle la porteuse de référence  $(=q \cdot G \cdot 2 \cdot F_{ca})$  et décalées, respectivement, de  $g\pi$  et  $(g-1)\pi$

Adaptées aux nouvelles conditions de fonctionnement, les expressions (5.6.2), (5.7) et (5.10.1) à (5.10.5) deviennent :

- ✓ dans le cas du courant tiré par  $Conv_A$

$$a_{1,A} = (g-1) \cdot \left( 1 - q \cdot G \cdot \frac{\Delta n_A}{N_{mp}} \right) \quad (5.32.1)$$

$$b_{1,A} = -(g-1) \frac{1}{\pi} \sin \left( \pi \frac{\Delta n_A}{N_{mp}} \right) \sum_{k=1}^{qG} \sin \left( 2\pi \left( \frac{2k-1}{2q \cdot G} + \frac{g}{2 \cdot G \cdot q} \right) \right) = 0 \quad (5.32.2)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q - 1$  ( $(m+1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_{m,A} = \pm \frac{(g-1)}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot G \cdot q \cdot \frac{\Delta n_A}{N_{mp}} \right) \cos(h \cdot g\pi) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.32.3)$$

$$b_{m,A} \approx \mp \frac{(g-1)}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot G \cdot q \cdot \frac{\Delta n_A}{N_{mp}} \right) \sin(h \cdot g\pi) = 0 \quad (5.32.4)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q + 1$  ( $(m-1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_{m,A} \approx \mp \frac{(g-1)}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot G \cdot q \cdot \frac{\Delta n_A}{N_{mp}} \right) \cos(h \cdot g\pi) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.32.5)$$

$$b_{m,A} = \pm \frac{(g-1)}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot G \cdot q \cdot \frac{\Delta n_A}{N_{mp}} \right) \sin(h \cdot g\pi) = 0 \quad (5.32.6)$$

sinon

$$a_{m,A} = b_{m,A} = 0 \quad (5.32.7)$$

- ✓ dans le cas du courant tiré par  $Conv_B$

$$a_{1,B} = g \cdot \left( 1 - q \cdot G \cdot \frac{\Delta n_B}{N_{mp}} \right) \quad (5.33.1)$$

$$b_{1,B} = -g \frac{1}{\pi} \sin \left( \pi \frac{\Delta n_B}{N_{mp}} \right) \sum_{k=1}^{qG} \sin \left( 2\pi \left( \frac{2k-1}{2q \cdot G} + \frac{g-1}{2 \cdot G \cdot q} \right) \right) = 0 \quad (5.33.2)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q - 1$  ( $(m+1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_{m,B} = \pm \frac{g}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot G \cdot q \frac{\Delta n_B}{N_{mp}} \right) \cos(h \cdot (g-1)\pi) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.33.3)$$

$$b_{m,B} \approx \mp \frac{g}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot G \cdot q \frac{\Delta n_B}{N_{mp}} \right) \sin(h \cdot (g-1)\pi) = 0 \quad (5.33.4)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q + 1$  ( $(m-1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_{m,B} \approx \mp \frac{g}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot G \cdot q \frac{\Delta n_B}{N_{mp}} \right) \cos(h \cdot (g-1)\pi) \text{ selon que } h \text{ est pair ou impair} \quad (5.33.5)$$

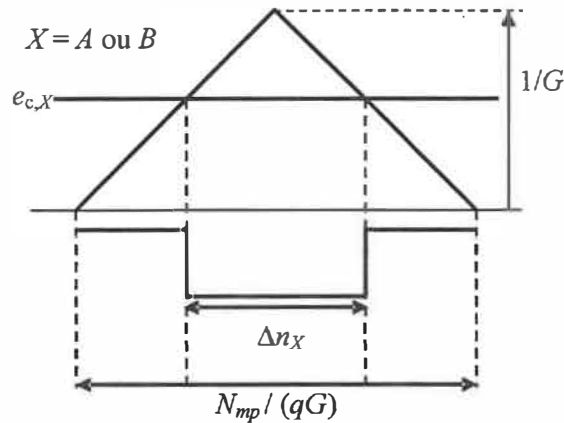
$$b_{m,B} = \pm \frac{g}{\pi \cdot h} \sin \left( \pi \cdot h \cdot G \cdot q \frac{\Delta n_B}{N_{mp}} \right) \sin(h \cdot (g-1)\pi) = 0 \quad (5.33.6)$$

sinon

$$a_{m,B} = b_{m,B} = 0 \quad (5.33.7)$$

Une interprétation géométrique de la figure 5.18 permet de déduire la largeur des trous en fonction de la tension de commande des convertisseurs  $Conv_A$  et  $Conv_B$ . La relation déduite est :

$$q \cdot G \frac{\Delta n_X}{N_{mp}} = 1 - G \cdot e_{c,X} \text{ avec } X = A \text{ ou } B \quad (5.34)$$



**Figure 5.18.** Largeur des trous des motifs des convertisseurs  $Conv_A$  et  $Conv_B$

En tenant compte de (5.34) et de (5.29.2), (5.32) devient :

$$a_{1,A} = (g-1) \cdot (g - G \cdot e_c) \quad (5.35.1)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q - 1$  (( $m+1$ ) multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_{m,A} = + \frac{(g-1)}{\pi \cdot h} \sin(\pi \cdot h \cdot G \cdot e_c) \quad (5.35.2)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q + 1$  (( $m-1$ ) multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_{m,A} = - \frac{(g-1)}{\pi \cdot h} \sin(\pi \cdot h \cdot G \cdot e_c) \quad (5.35.3)$$

sinon

$$a_{m,A} = 0 \quad (5.35.4)$$

$$b_{m,A} = 0 \quad (5.35.5)$$

En tenant compte de (5.34) et de (5.29), (5.33) devient :

$$a_{1,B} = g \cdot (G \cdot e_c - (g-1)) \quad (5.36.1)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q - 1$  (( $m+1$ ) multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_{m,B} = - \frac{g}{\pi \cdot h} \sin(\pi \cdot h \cdot G \cdot e_c) \quad (5.36.2)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q + 1$  (( $m-1$ ) multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_{m,B} = + \frac{g}{\pi \cdot h} \sin(\pi \cdot h \cdot G \cdot e_c) \quad (5.36.3)$$

sinon

$$a_{m,B} = 0 \quad (5.36.4)$$

$$b_{m,B} = 0 \quad (5.36.5)$$

Le courant tiré de l'alimentation alternative par le système MoC<sub>G</sub> est identique à celui tiré par le système E-MuC<sub>2</sub> formé par  $Conv_A$  et  $Conv_B$ . Ce courant est :

$$i_e = (g-1) \cdot i_{e,A} + g \cdot i_{e,B} \quad (5.37)$$

Sa série de Fourier est donc la somme pondérée par ( $g - 1$ ) et  $g$  des séries de Fourier des courants tirés par  $Conv_A$  et  $Conv_B$ . Les expressions des coefficients sont alors :

$$a_1 = g^2 + (G \cdot e_c - g) \cdot (2 \cdot g - 1) \quad (5.38.1)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q - 1$  (( $m+1$ ) multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_m = -(2 \cdot g - 1) \frac{\sin(\pi \cdot h \cdot G \cdot e_c)}{\pi \cdot h} \quad (5.38.2)$$

si  $m = 2 \cdot h \cdot G \cdot q + 1$  ( $(m-1)$  multiple de  $2 \cdot G \cdot q$ )

$$a_m = +(2 \cdot g - 1) \frac{\sin(\pi \cdot h \cdot G \cdot e_c)}{\pi \cdot h} \quad (5.38.3)$$

sinon

$$a_m = 0 \quad (5.38.4)$$

$$b_m = 0 \quad (5.38.5)$$

En considérant les expressions des coefficients de la série de Fourier, on établit le facteur de puissance en fonction de la tension de commande :

$$FP = 1 / \sqrt{1 + 2 \cdot (2 \cdot g - 1)^2 \frac{\sum_{h=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(\pi \cdot h \cdot G \cdot e_c)}{\pi \cdot h} \right]^2}{[g^2 + (G \cdot e_c - g) \cdot (2 \cdot g - 1)]^2}} \quad (5.39)$$

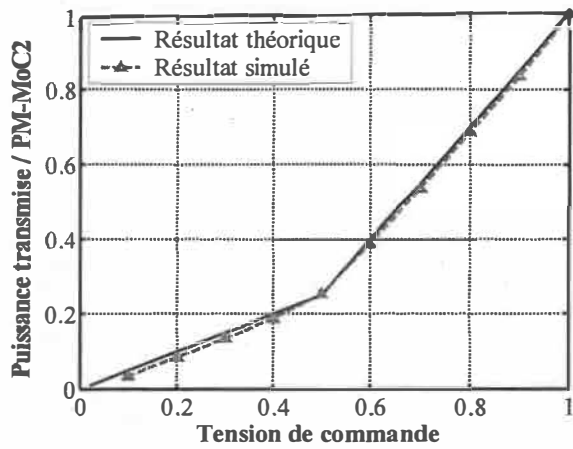
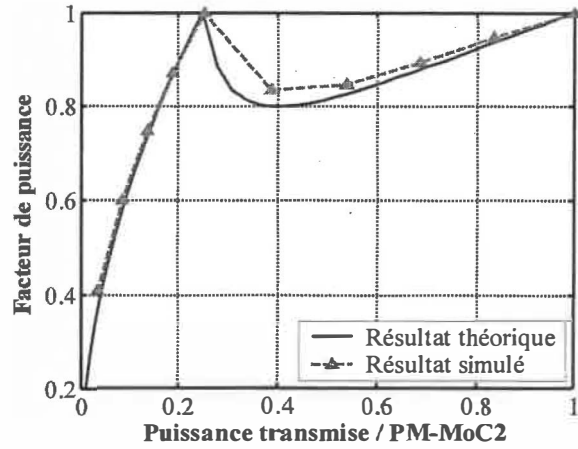
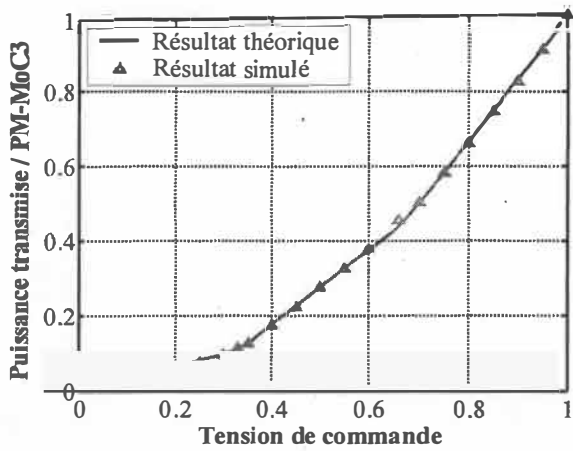
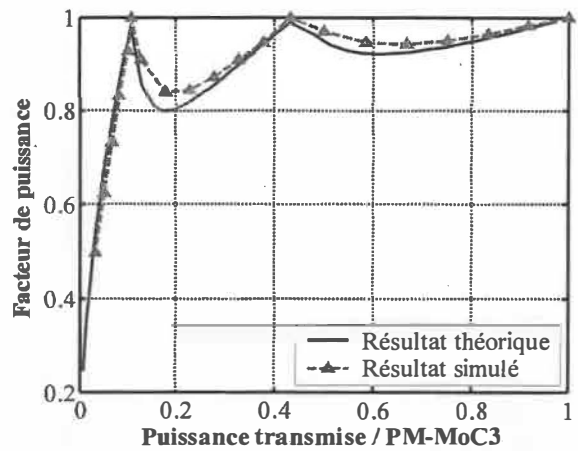
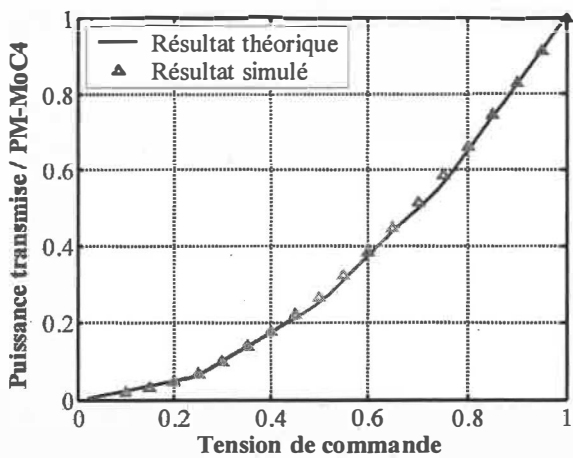
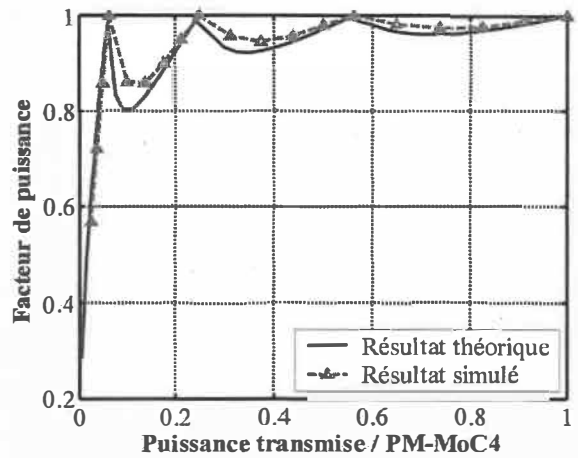
Nous notons que, quand la tension de commande est égale à  $g/G$  avec  $g = 1, 2, \dots, G$ , tous les coefficients de la série de Fourier du courant tiré de l'alimentation s'annulent, sauf le coefficient  $a_1$  qui égale  $g^2$ . Dans le domaine temporel, ce courant est alors une sinusoïde en phase avec la tension d'alimentation et d'une amplitude  $g^2$  fois supérieure à l'amplitude de référence.

De cette modélisation, nous retenons que, dans un convertisseur MoC<sub>G</sub> :

- ✓ le transfert de puissance en fonction de la tension de commande est linéaire par morceaux (5.38.1),
- ✓ que l'espacement entre les paires d'harmoniques composant le spectre du courant tiré de l'alimentation est proportionnel au nombre d'onduleurs utilisés (5.38.2 – 5.38.5),
- ✓ et que le facteur de puissance est unitaire quand la puissance transmise est  $100/G^2$ ,  $100/(G-1)^2$ ,  $100/(G-2)^2$ , ..., 100 en pourcentage de son maximum (5.39).

#### 5.3.4. VALIDATION PAR SIMULATION ET CARACTÈRE MULTINIVEAU

Pour la validation des prédictions de fonctionnement, nous avons procédé à la simulation dans l'environnement Matlab-Simulink d'un système MoC<sub>G</sub> à  $G = 2, 3$  ou 4 onduleurs. La charge considérée a une fréquence de résonance de 300 kHz et un amortissement de 4 %. Les porteuses créent 21 trous. Les résultats obtenus sont indiqués sur les figures 5.19, 5.20, 5.21 et 5.22.

a)  $G = 2$ a)  $G = 2$ b)  $G = 3$ b)  $G = 3$ c)  $G = 4$ c)  $G = 4$ Figure 5.19. Transfert de puissance dans un système  $MoC_G$ Figure 5.20. Facteur de puissance dans un système  $MoC_G$

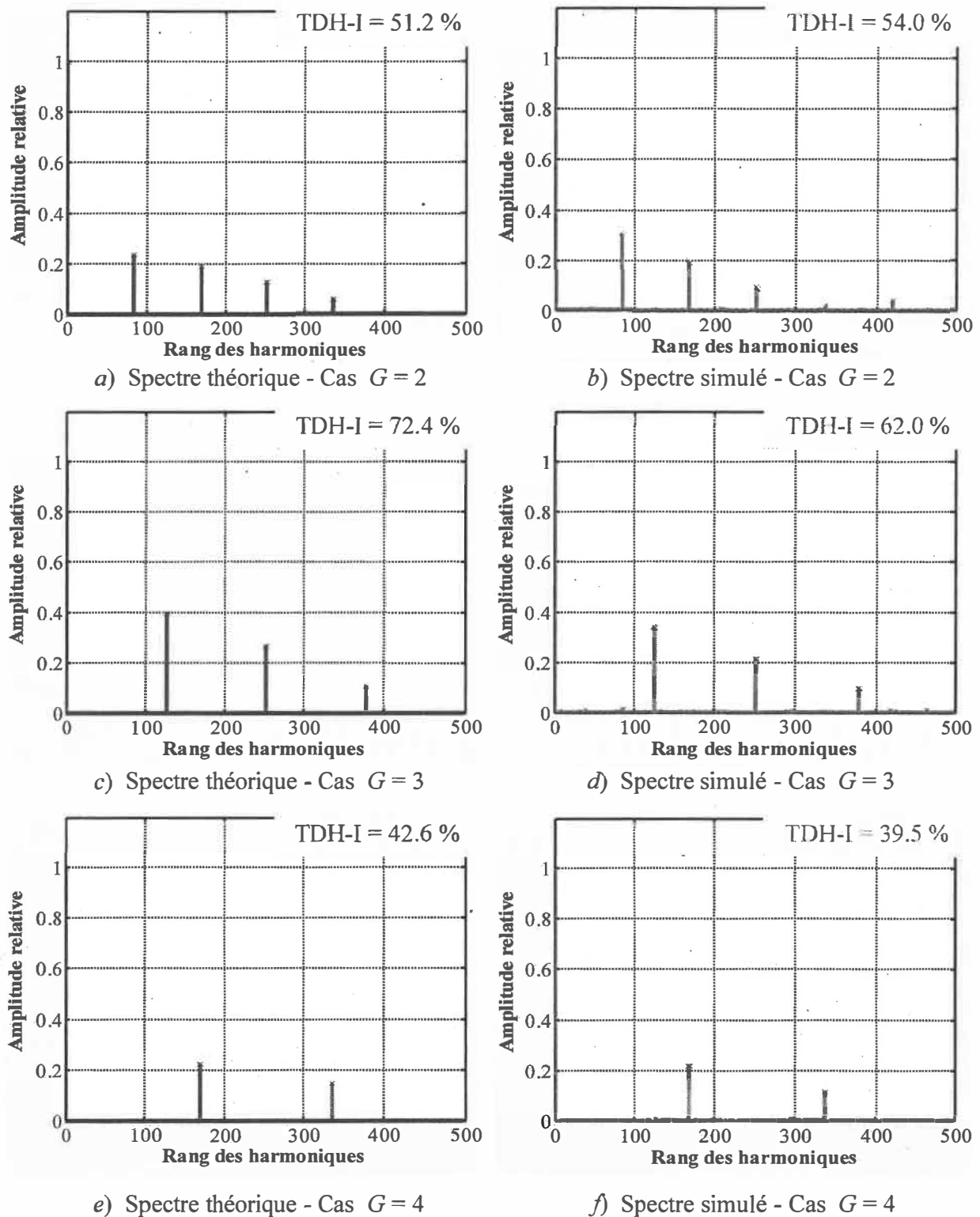


Figure 5.21. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un  $\text{MoC}_G$  avec  $G = 2, 3$  et  $4$  à puissance transmise de 20 % de la puissance maximale du  $\text{MoC}_G$

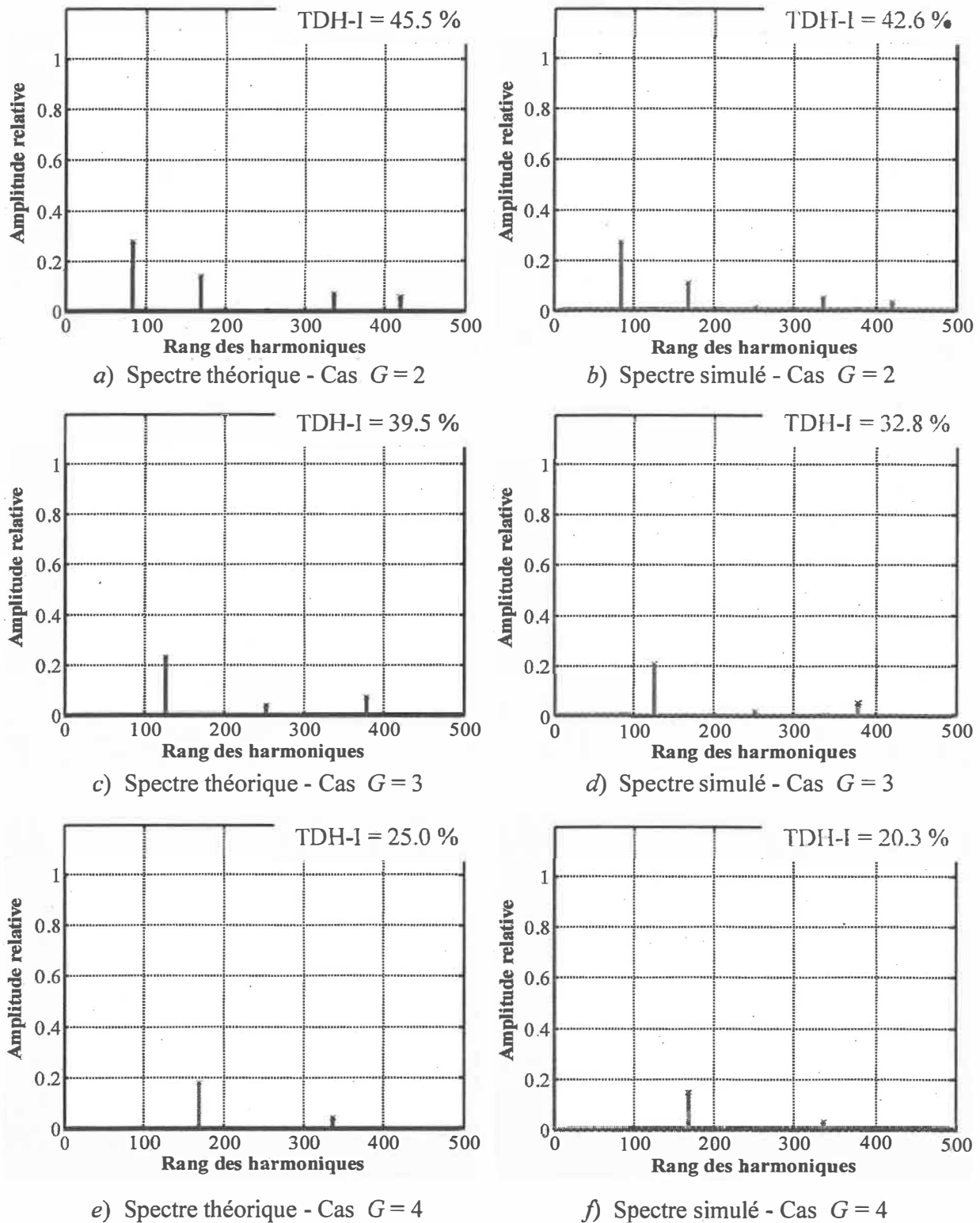


Figure 5.22. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un  $\text{MoC}_G$  avec  $G = 2, 3$  et  $4$  à puissance transmise de 75 % de la puissance maximale du  $\text{MoC}_G$



Sur l'ensemble des figures 5.19 à 5.22, les résultats théoriques et simulés concordent entre eux, ce qui atteste la validité de la modélisation entreprise dans la section précédente. La figure 5.19 montre la modification intervenue au niveau de la forme de la commande de puissance : d'une forme linéaire sur toute la plage de variation de la puissance, la commande est devenue linéaire par morceaux. Elle s'apparente fort bien à une forme en quadrature dès que le nombre d'onduleurs utilisés dépasse quelques unités. Sur la figure 5.20, on retrouve le même effet de bollards que dans un MuC, à une différence près. La répartition des bollards est une progression arithmétique de raison  $1/G$  dans un MuC<sub>G</sub>, alors qu'elle est élevée au carré dans un MoC<sub>G</sub>. Les résultats des figures 5.21 et 5.22 relatives aux spectres harmoniques du courant tiré, montrent qu'un MoC<sub>G</sub> a un effet d'élimination séquentielle sur les paires d'harmoniques, qualitativement, identique à celui d'un MuC<sub>G</sub>. À l'instar d'un MuC<sub>G</sub>, le caractère multiniveau d'un MoC<sub>G</sub> réfère à des sinusoïdes de courant en amont du convertisseur. Quand le niveau sinusoïdal 1 (sinusoïde de plus faible amplitude) est pris comme niveau de référence, un niveau sinusoïdal  $g$ , noté  $N\text{-Sin}^2_g$ , se déduit par application d'une homothétie de rapport  $g^2$  au niveau de référence. Quand la tension de commande d'un MoC<sub>G</sub> est de la forme  $g/G$  ou comprise entre  $(g-1)/G$  et  $g/G$ , le courant tiré coïncide avec le niveau  $N\text{-Sin}^2_g$  ou oscille entre les niveaux  $N\text{-Sin}^2_{(g-1)}$  et  $N\text{-Sin}^2_g$  à une fréquence  $G$  fois supérieure à celle des porteuses du MoC<sub>G</sub>. La figure 5.23 illustre des exemples d'un courant qui coïncide avec un niveau sinusoïdal et dans le cas inverse.

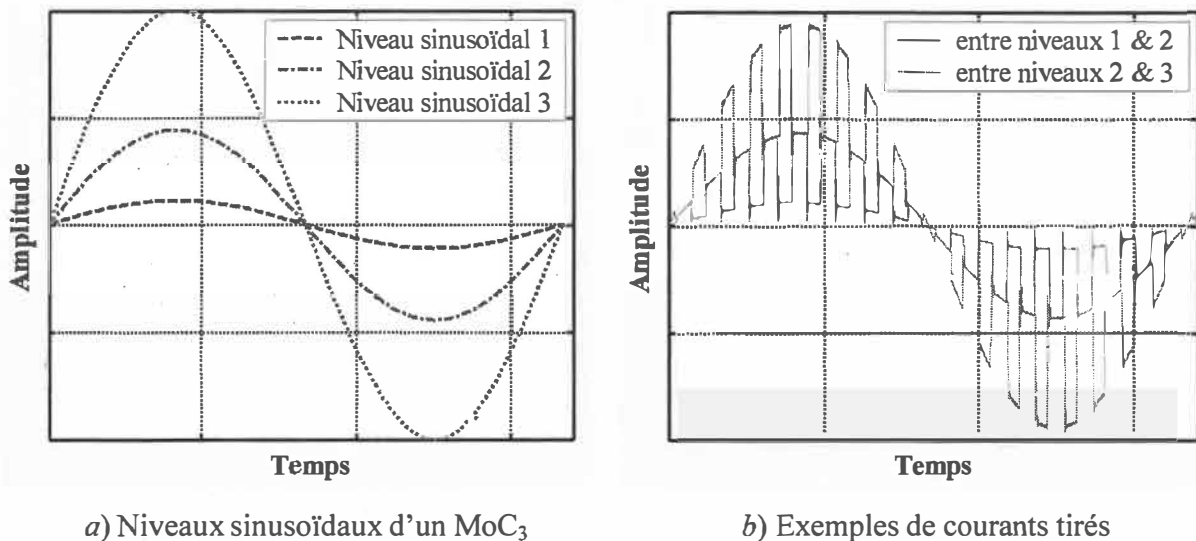


Figure 5.23. Caractère multiniveau des courants tirés par un MoC<sub>G</sub>, cas  $G = 3$

### 5.3.5. RÉALISATION ET EXPÉRIMENTATION

#### 5.3.5.1. Description du prototype

Pour les besoins d'une validation expérimentale, nous avons construit un second prototype, celui d'un MoC<sub>2</sub> à sorties isolées composé de deux onduleurs et d'un seul redresseur. La charge considérée est identique à celle utilisée dans le premier prototype (une résistance  $R$  de  $1,85 \Omega$ , un condensateur  $C$  de  $90 \text{ nF}$  et une inductance  $L$  de  $20 \mu\text{H}$ ). Les transformateurs d'adaptation et d'isolement, au nombre de deux, ont un rapport de  $3/10$ . Le convertisseur est alimenté par une tension alternative de  $120 \text{ V}$  efficace -  $60 \text{ Hz}$  délivrée par un auto-transformateur. La capacité de découplage haute fréquence  $C_{HF}$  est prise égale à  $6,4 \mu\text{F}$  (des condensateurs de  $2,4 \mu\text{F}$  et  $2 \mu\text{F}$  sont mis en parallèle avec deux autres de  $1 \mu\text{F}$  chacun). Dans ces conditions de charge et d'alimentation, la puissance théorique maximale du convertisseur est  $1800 \text{ W}$ . La figure 5.24 montre une photographie de l'ensemble du prototype, alors que sur la figure 5.25, on peut voir de manière plus rapprochée les différentes composantes.

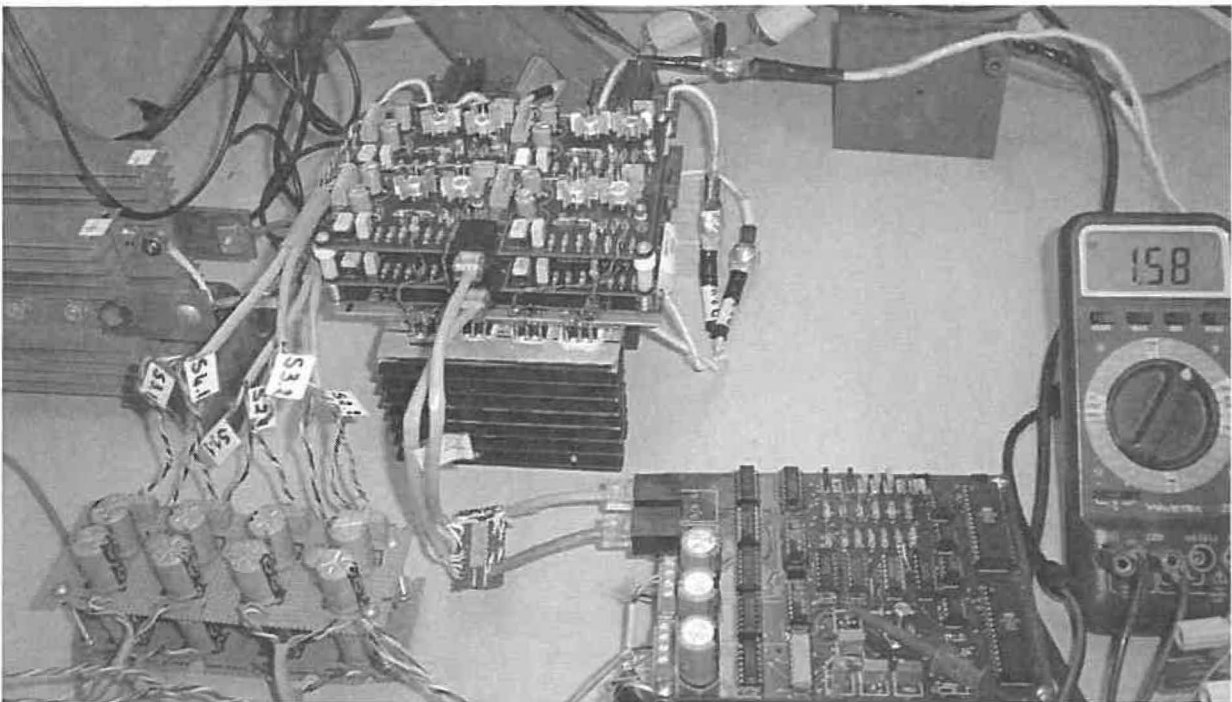
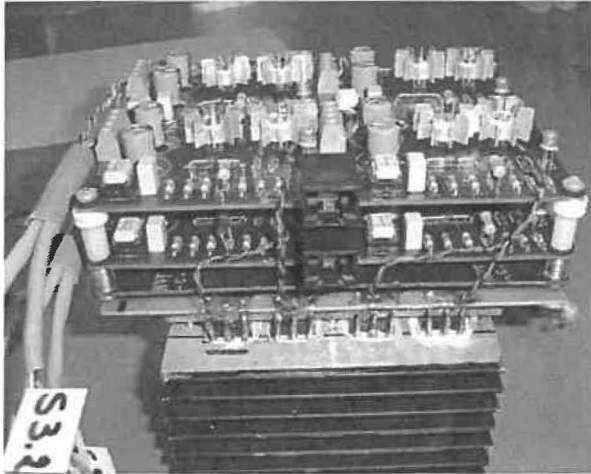
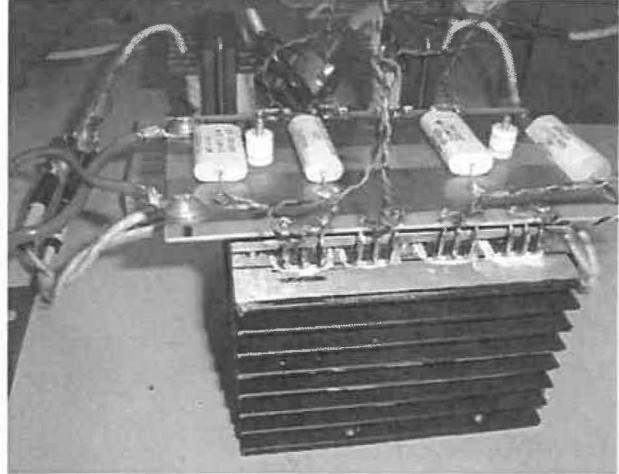


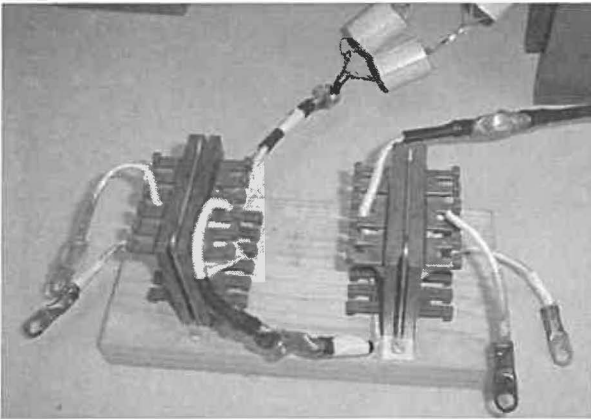
Figure 5.24. Vue générale sur le prototype  $1800 \text{ W} - 110 \text{ kHz}$  du MoC<sub>2</sub>



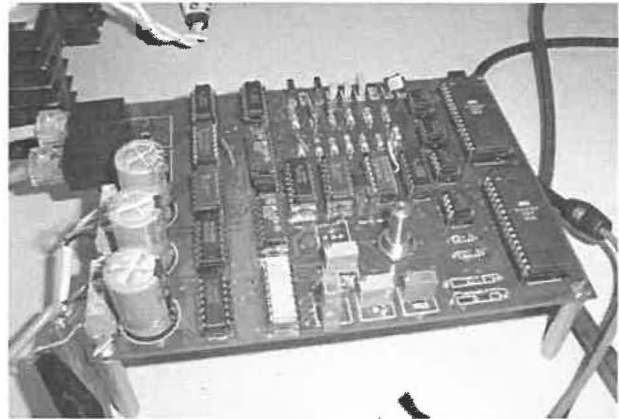
a) Ensemble des deux onduleurs monophasés avec la commande rapprochée des interrupteurs



b) Liaison Redresseur – onduleur et condensateurs de découplage haute fréquence



c) Transformateurs d'adaptation et d'isolement



d) Circuit de l'électronique de commande

**Figure 5.25. Vues des différentes composantes du prototype du MoC<sub>2</sub>**

Le circuit de l'électronique de commande utilisé est identique à celui décrit dans le chapitre 4 avec, toutefois, une adaptation au fonctionnement d'un MoC<sub>2</sub>. Il intègre la génération et le traitement d'une seconde porteuse. La figure 5.26 indique les deux porteuses du MoC<sub>2</sub>. La fréquence des porteuses est choisie pour avoir des motifs de 11 trous.

#### 5.3.5.2. Aperçu sur la tension et le courant dans la charge

Nous commençons par la présentation et l'interprétation de la tension et du courant au niveau de la charge.

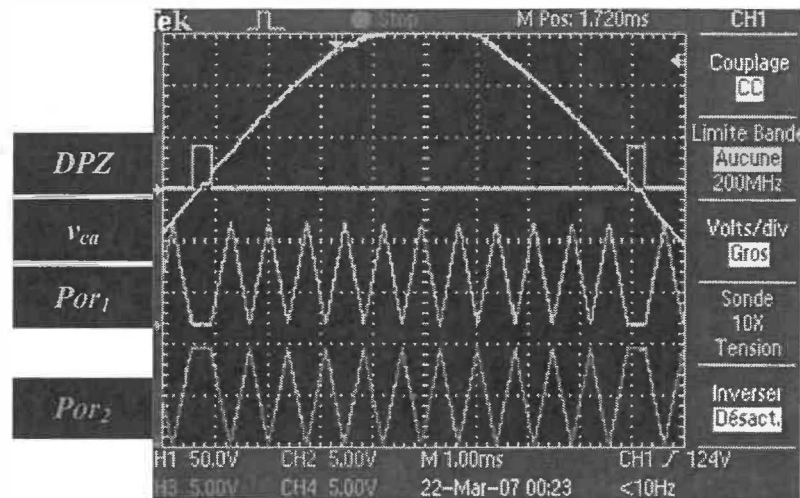


Figure 5.26. Illustration des porteuses d'un MoC<sub>2</sub>

La figure 5.27 montre la tension et le courant appliqués à la charge vus à l'échelle de la fréquence de commutation des onduleurs dans un point de fonctionnement à pleine puissance.

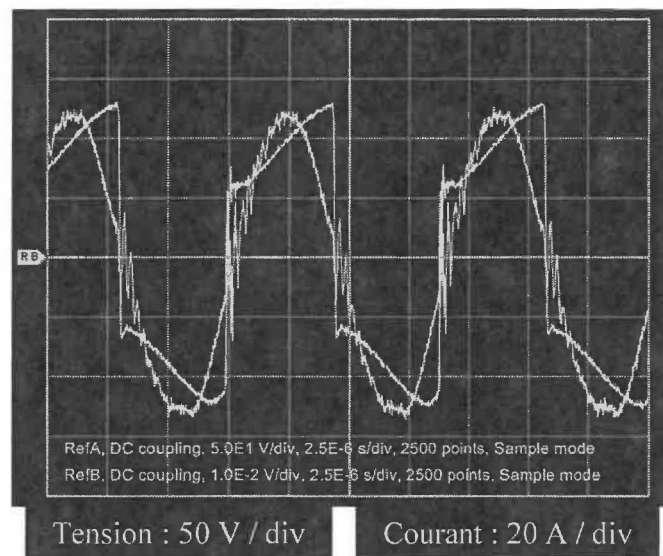
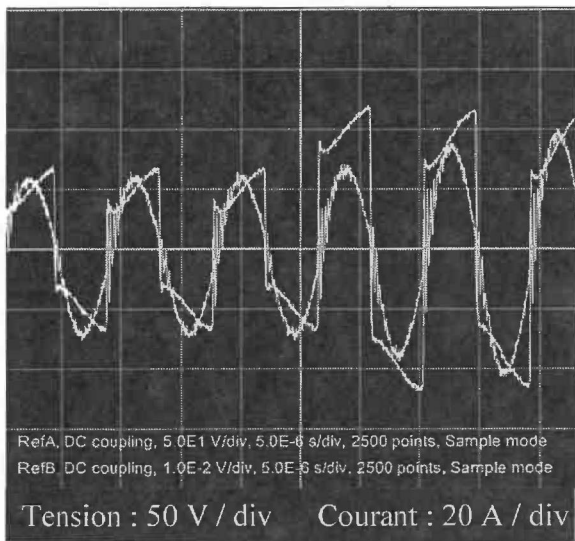


Figure 5.27. Tension et courant appliqués à la charge par MoC<sub>2</sub> à pleine puissance

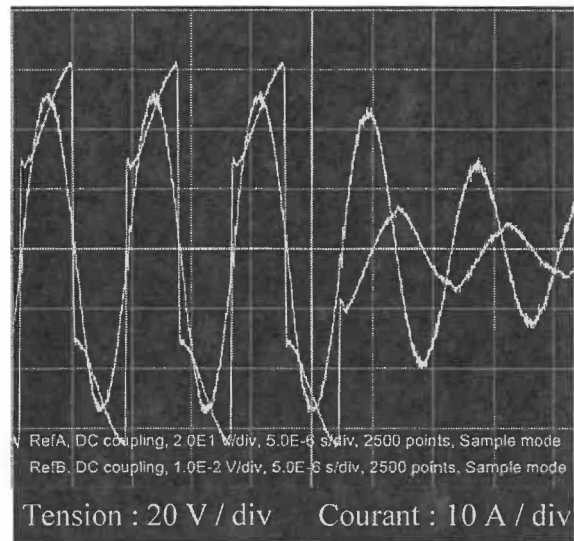
Sur cette figure, on constate que le courant coupé par les interrupteurs n'est pas rigoureusement nul. Il avoisine 10 A sur une valeur crête avoisinant 50 A. C'est pour les mêmes raisons que dans le premier prototype (nécessité de garder un déphasage entre la tension et le courant pour décharger les capacités  $C_{oss}$  des interrupteurs), que la fréquence de commutation est prise égale à

112 kHz dépassant ainsi la fréquence de résonance de la charge. La déformation des créneaux de la tension est due aux inductances de fuite des transformateurs.

Dans un MoC<sub>2</sub>, on peut avoir le nombre d'onduleurs fonctionnant simultanément en mode normal qui varie entre un et deux quand la tension de commande est comprise entre 0.5 et 1 p.u. ou qui varie entre un et zéro quand la tension de commande est comprise entre 0 et 0.5 p.u.. La figure 5.28 illustre ces deux cas où le nombre d'onduleurs en fonctionnement normal n'est pas constant. La transition de fonctionnement en mode normal de un à deux onduleurs est montrée sur la figure 5.28.a, tandis que la transition de un à zéro onduleur en fonctionnement normal est illustrée sur la figure 5.28.b. Lors d'un fonctionnement simultané de deux onduleurs en mode normal, l'amplitude des créneaux de la tension de la charge est multipliée par deux par rapport au cas d'un seul onduleur en mode normal, alors qu'elle est nulle dans le cas de zéro onduleur en mode normal. La tension observée sur la figure 5.28.b, après la transition d'un à zéro onduleur en mode normal, représente la chute de tension aux bornes des inductances de fuite des deux transformateurs.



a)  $e_c = 7,5/10$  (1 ou 2 onduleurs en FMN)

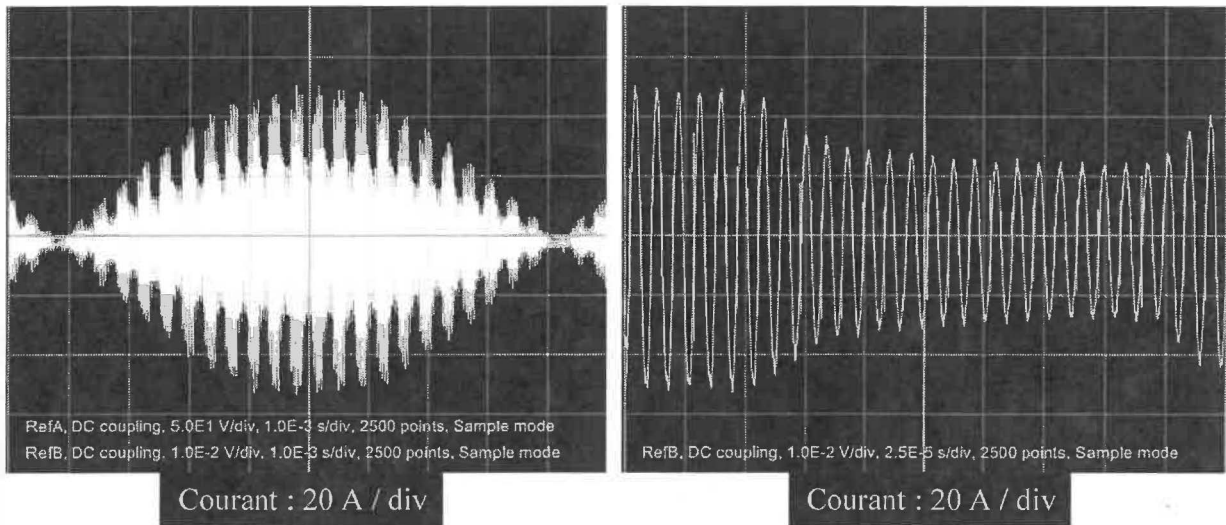


b)  $e_c = 3,0/10$  (1 ou 0 onduleurs en FMN)

**Figure 5.28. Variation du nombre d'onduleurs en mode normal dans un MoC<sub>2</sub>**

Le courant dans la charge est indiqué sur la figure 5.29 à l'échelle d'une période de la tension redressée d'alimentation des onduleurs et sur toute une durée de fonctionnement à un seul onduleur en mode normal. Cette figure montre clairement que le courant dans la charge subit

deux modulations en amplitude. Une est due à l'alimentation des onduleurs par un redresseur monophasé sans filtre de lissage et l'autre est due à l'alternance des séquences à  $g$  et  $(g-1)$  onduleurs en fonctionnement normal (dans le cas de la figure 5.29.b,  $g = 2$ ).



a) Sur une période de la tension redressée

b) Sur toute une durée de FMN à un onduleur

**Figure 5.29. Courant débité par un MoC<sub>2</sub>, cas de tension de commande de plus de 1/2**

### 5.3.5.3. Réaction du MoC<sub>2</sub> sur l'alimentation

Dans la présentation des relevés relatifs à la réaction du MoC<sub>2</sub> sur l'alimentation alternative, nous commençons par la figure 5.30 qui montre les enregistrements du courant tiré de l'alimentation dans les cas de tension de commande égale à 1/2 et à 1 (Valeurs rapportées à la valeur crête des porteuses). Cette figure, à elle seule, confirme ce qu'il y a de plus essentiel dans le fonctionnement d'un MoC<sub>2</sub> : une absorption sinusoïdale en deux points de fonctionnement, dont les puissances correspondantes sont dans un rapport 4 ( $= 2^2$ ). Abstraction faite du bruit de mesure, les courants relevés sur le prototype sont des sinusoïdes d'amplitude 5 A et 19 A quand la tension de commande est, respectivement, de 0.5 et 1 (Figure 5.30.c). La différence avec les courants théoriques et simulés réside dans un écart quantitatif. En théorie et en simulation, les amplitudes des courants sont, respectivement, de 6.5, 26, 5.5 et 22 A (Figure 5.30.a et b). La négligence des imperfections des éléments, de manière totale en théorie et partielle en simulation, et la commutation des onduleurs à une fréquence qui n'est pas rigoureusement identique à la fréquence de résonance expliquent cet écart.

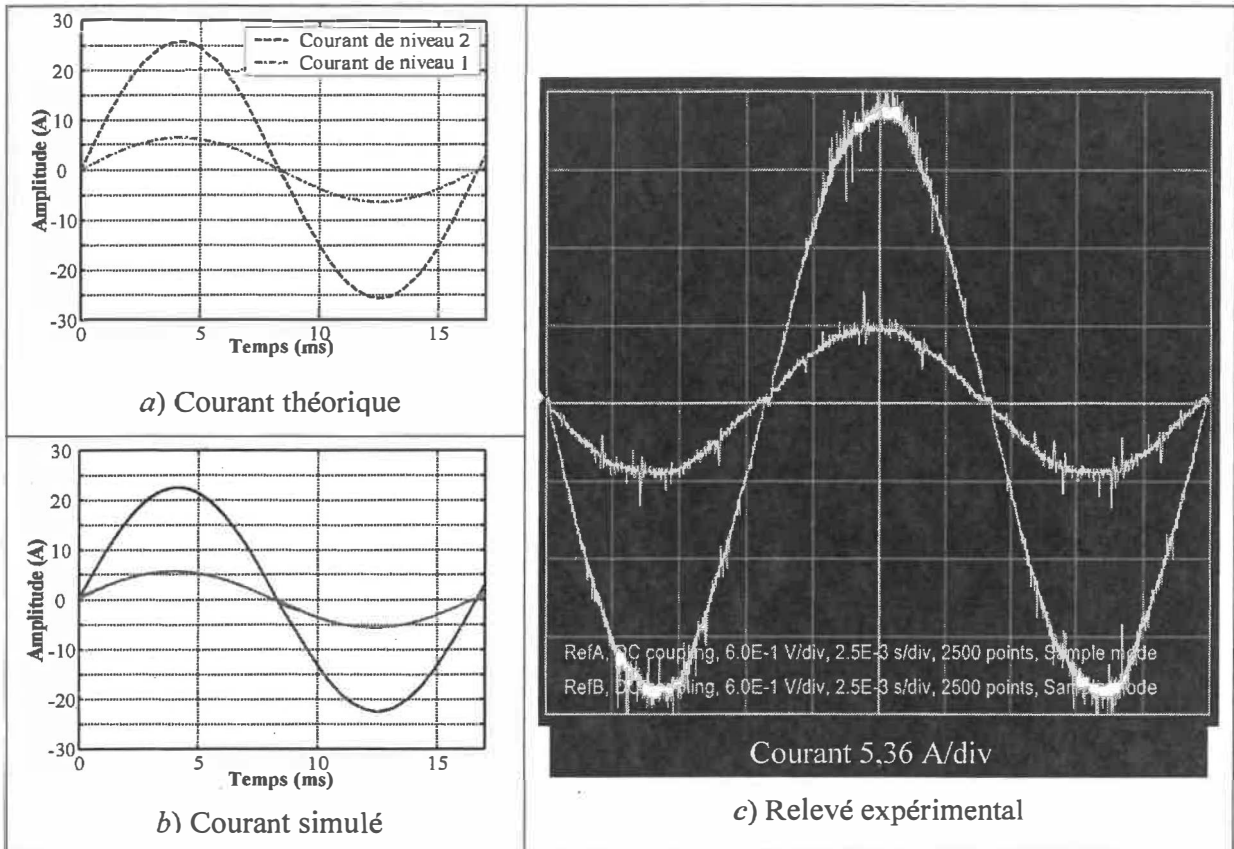


Figure 5.30. Courants tirés par un MoC<sub>2</sub> à  $e_c = 10/10$  et  $e_c = 5/10$

La figure 5.31 montre les enregistrements du courant tiré de l'alimentation dans les cas de tension de commande comprise entre 0 et 1/2 ( $e_c = 0.25$ ) et entre 1/2 à 1 ( $e_c = 0.75$ ). Elle confirme les propriétés de fonctionnement suivantes :

- ✓ quand la tension de commande est comprise entre 0 et 1/2, le courant oscille entre les niveaux 1 et 0 (Niveau 0 est le courant nul),
- ✓ quand la tension de commande est comprise entre 1/2 et 1, le courant oscille entre les niveaux 1 et 2 (Niveau 2 est le carré du niveau 1),
- ✓ la succession dans des ordres inverses des séquences à  $g$  et  $(g-1)$  onduleurs en FMN.

Pour mieux clarifier cette dernière propriété et sa relation avec la figure 5.31, nous nous permettons de rappeler qu'un courant tiré de l'alimentation qui coïncide, respectivement, avec les niveaux 0, 1 ou 2, est synonyme de 0, 1 ou 2 onduleurs en FMN. Aussi, faut-il prendre en considération que lors de l'acquisition des deux courants, l'oscilloscope était synchronisé sur le réseau électrique. Les variables temps ont donc la même origine dans les deux acquisitions.

Après ces précisions, on peut constater sur la figure 5.31 que si on considère une succession dans l'ordre  $g$  suivi de  $(g-1)$  des onduleurs en FMN quand la tension de commande est comprise entre 0 et  $1/2$  ( $g$  est alors égal à 1), la succession se fait dans l'ordre  $(g-1)$  suivi de  $g$  onduleurs en FMN quand la tension de commande est comprise entre  $1/2$  et 1 ( $g$  est alors égal à 2).

Les allures des courants théoriques simulés et réels diffèrent par l'existence ou non d'une oscillation plus ou moins importante quand les courants passent d'un niveau à un autre. Dans la théorie, nous avons considéré un découplage haute fréquence (fréquence double de la fréquence de résonance de la charge) entre les courants à l'entrée des onduleurs et la sortie du redresseur sans aucune considération matérielle. En simulation et en pratique, ce découplage haute fréquence est réalisé par le condensateur  $C_{HF}$  et, inévitablement, une inductance dans le circuit du redresseur. Cette inductance a beau être faible, elle ne peut être considérée comme nulle. Car si c'est le cas, le découplage haute fréquence ne se produira jamais quelle que soit la valeur assignée à  $C_{HF}$ .

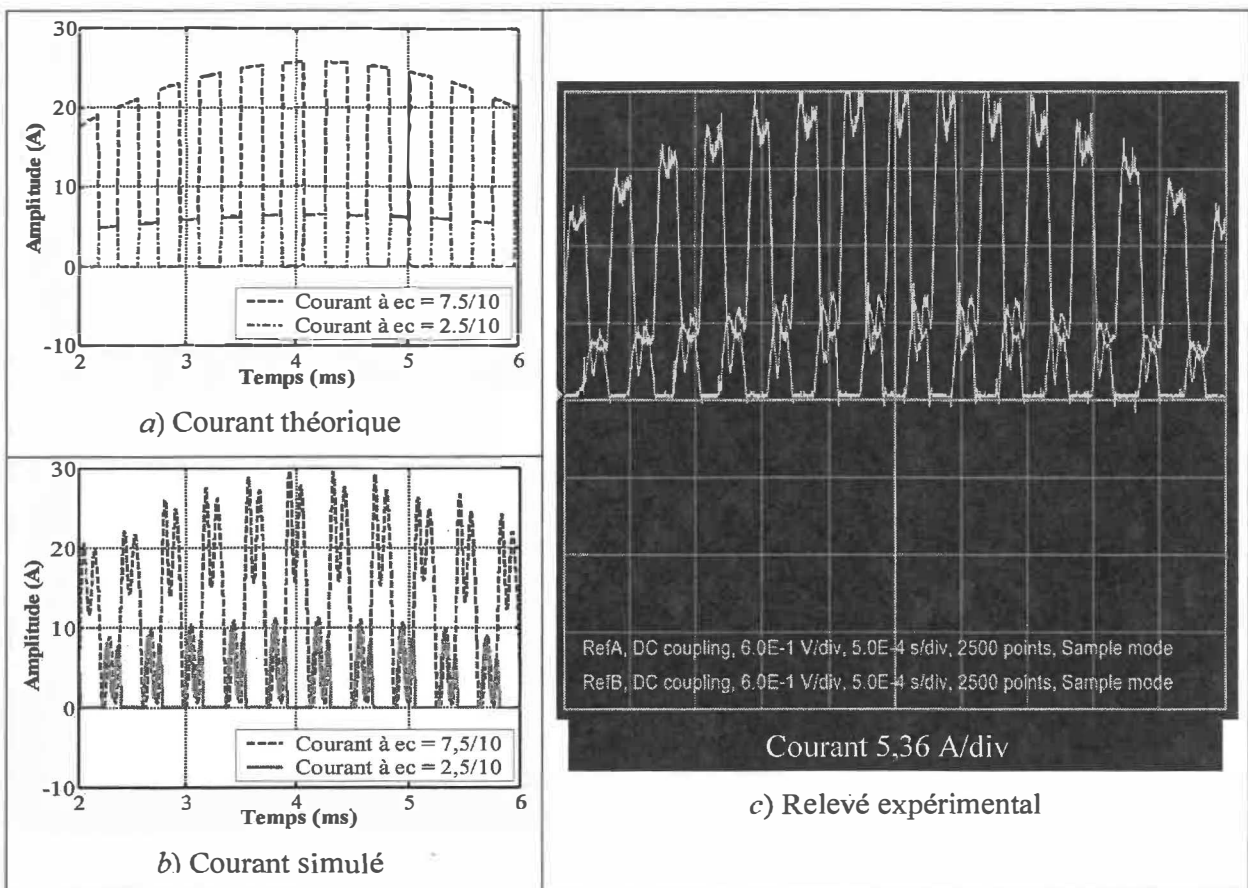


Figure 5.31. Courants tirés par un MoC<sub>2</sub> à  $e_c = 7,5/10$  et  $e_c = 2,5/10$



Les onduleurs sont alors alimentés à travers l'équivalent d'un filtre L-C et la variation du nombre d'onduleurs en FMN revient à une variation de charge de ce filtre et, en conséquence, y provoque un régime transitoire. Dans le modèle de la simulation du fonctionnement du MoC<sub>2</sub>, nous avons tenu compte de l'inductance de fuite de l'autotransformateur et des résistances à l'état passant des diodes du redresseur et avons négligé toutes les autres résistances parasites (résistance de l'enroulement secondaire, résistances des connexions, de contact, ...). Ceci explique que, sur le courant simulé, nous retrouvons des oscillations de même fréquence que dans le courant réel, sauf qu'elles sont moins amorties.

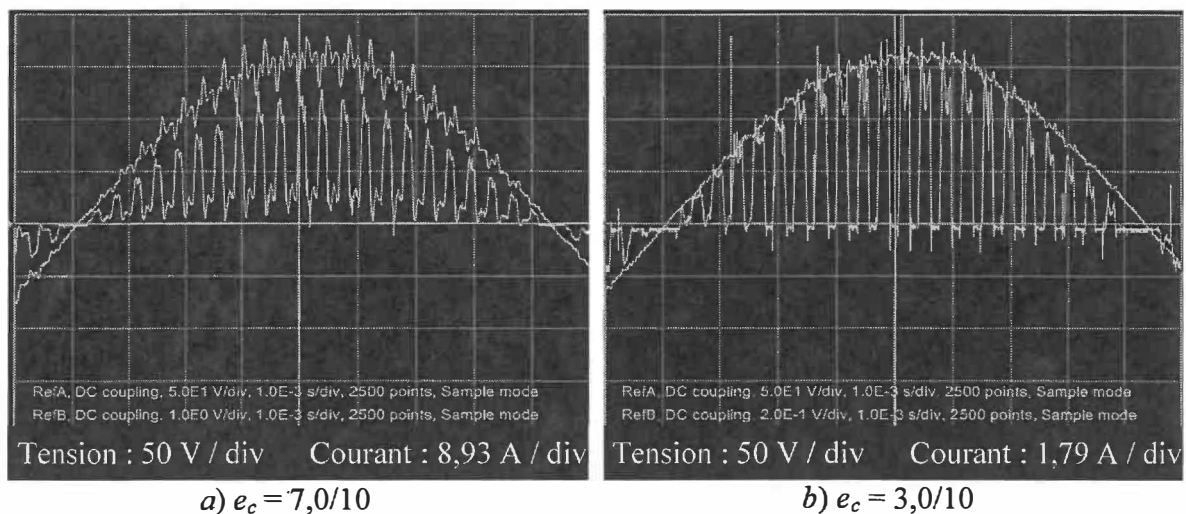
La figure 5.32 concerne un autre aspect de la réaction d'un convertisseur sur son alimentation : celui de la distorsion de la tension. Sur la figure 5.32, présentant les relevés expérimentaux de la tension et du courant à l'entrée du MoC<sub>2</sub> dans les cas de tension de commande de 0.7 p.u. et 0.3 p.u, il est possible de constater de visu que la distorsion de la tension d'alimentation n'est pas très importante. Sur la figure 5.33, nous avons chiffré cette distorsion par le calcul du taux de distorsion de la tension, défini par :

$$TDT = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2}}{V_1} = 100 \frac{\sqrt{V^2 - V_1^2}}{V_1} \quad (5.40)$$

où  $V$  est la valeur efficace de la tension d'alimentation

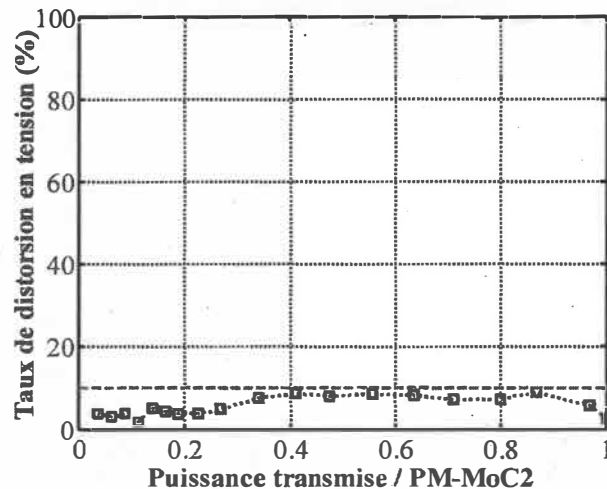
et  $V_1$  est la valeur efficace du fondamental de la tension d'alimentation

en fonction de la puissance transmise par le prototype.



**Figure 5.32. Illustration de la réaction du MoC<sub>2</sub> sur la tension d'alimentation**

Le résultat obtenu montre que le taux de distorsion de la tension ne dépasse pas 10 %. Comparé aux ordres de grandeurs habituels, ce taux est considéré comme faible. Aussi, il convient de remarquer sur la figure 5.32 que la tension d'alimentation n'est pas déformée lors de ses passages par zéro. En conséquence, l'électronique de commande du prototype, qui exploite ces passages par zéro, n'est pas perturbée par la distorsion de la tension.



**Figure 5.33. Taux de distorsion de la tension en fonction de la puissance transmise par MoC<sub>2</sub>**

En exemple de spectres harmoniques du courant tiré par le convertisseur, nous donnons, dans la figure 5.34, ceux obtenus par la théorie et l'expérimentation dans le cas de tension de commande de 0,35 p.u. et 0,7 p.u.. Les spectres théoriques et réels demeurent très semblables, avec, tout de même, une atténuation des paires d'harmoniques d'ordres élevés dans les spectres réels. C'est encore une fois l'effet du filtre de découplage haute fréquence.

Sur les figures 5.35 et 5.36, nous avons comparé les évolutions théoriques et expérimentales du transfert de puissance et du facteur de puissance. On y constate une très bonne concordance des résultats théoriques et expérimentaux. Cette concordance est notre gage de validité de la modélisation des convertisseurs de type MoC<sub>G</sub> proposée dans ce chapitre.

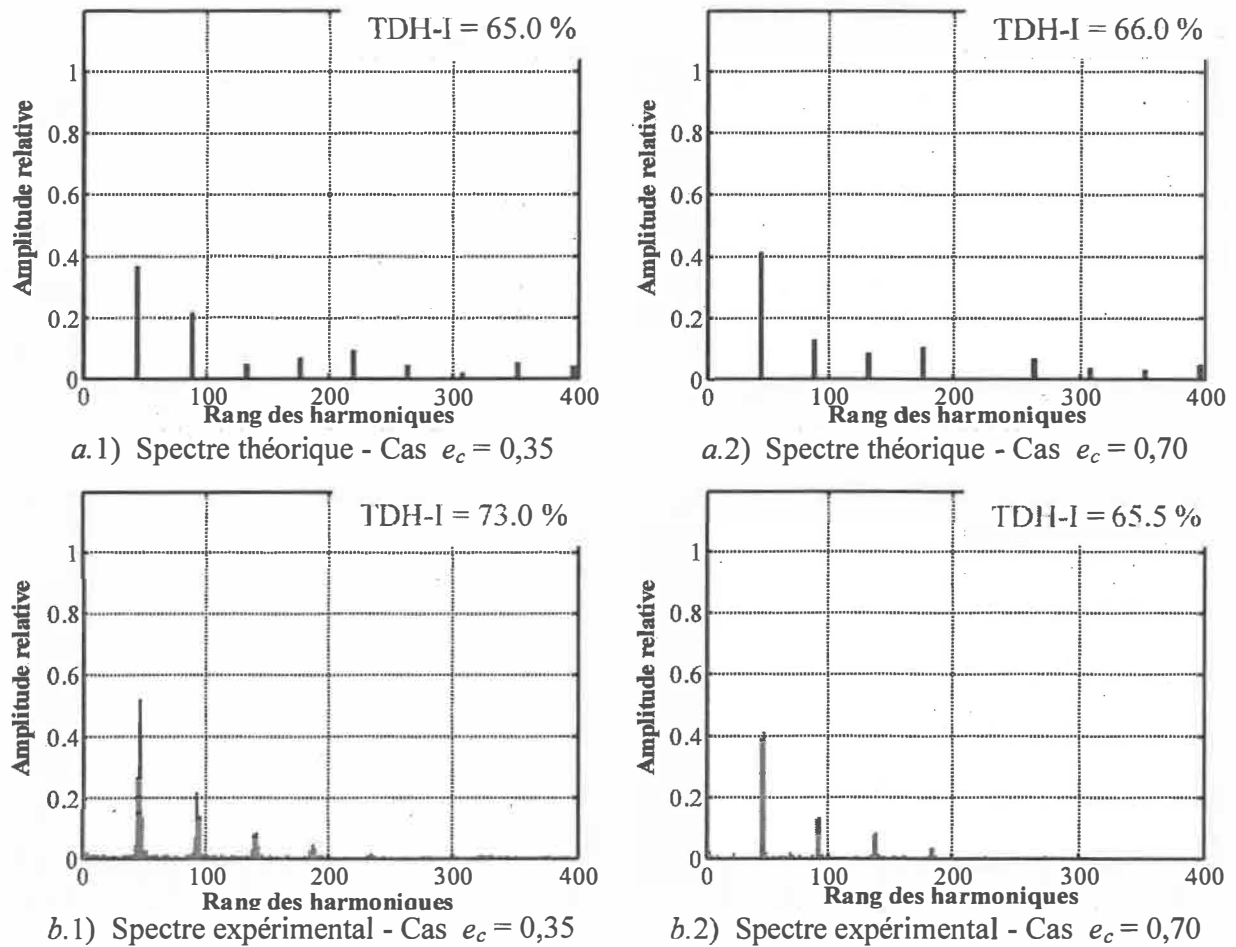


Figure 5.34. Spectres harmoniques théoriques et expérimentaux du courant tiré par un MoC<sub>2</sub> à  $e_c = 0,35$  et  $e_c = 0,70$  (p.u.) (la référence de  $e_c$  est la valeur crête des porteuses)

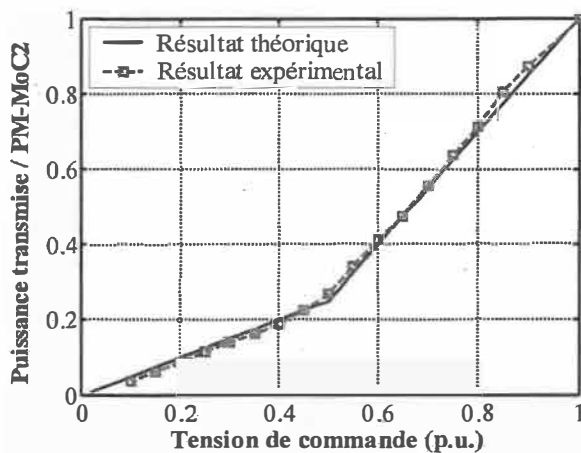


Figure 5.35. Transfert de puissance dans un MoC<sub>2</sub>

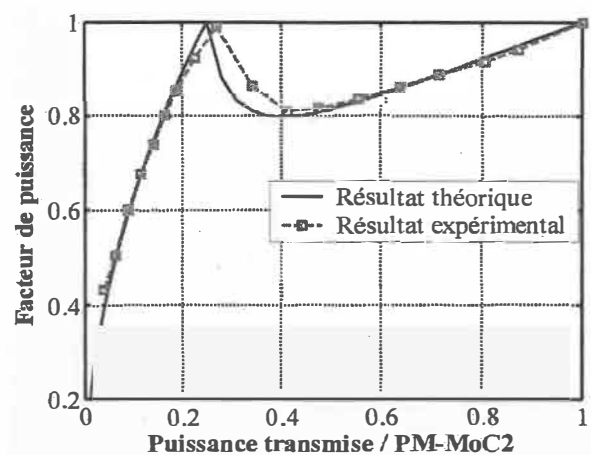


Figure 5.36. Facteur de puissance dans un MoC<sub>2</sub>

## 5.6. CONCLUSION

Le travail présenté dans ce chapitre a permis la conception d'un convertisseur ca-ca avec commande MDI en mesure de faire une auto-correction de son facteur de puissance. Ce convertisseur se distingue par son étage de conversion cc-ca, qui se compose de plusieurs onduleurs ayant des commandes MDI similaires à la commande développée dans le chapitre précédent.

Au préliminaire à cette conception, nous avons considéré un système multicharge ( $MuC_G$ ), dans lequel les onduleurs alimentent séparément, à partir de la même source, des charges identiques et qui consomment des puissances égales. La considération de ce système a permis de montrer la faisabilité d'une compensation mutuelle de la distorsion harmonique au niveau du courant global absorbé par le système, suite à un décalage régulier des porteuses, associées aux différents onduleurs, les unes par rapport aux autres. La modélisation des systèmes multicharge ( $MuC_G$ ) est faite par intégration, dans la modélisation simplifiée effectuée dans le chapitre précédent, des angles de décalage des porteuses. L'étude complète des systèmes ( $MuC_G$ ) a fait l'objet de la publication [Sandali et al. '03].

Par la mise en série des sorties des onduleurs, après isolation galvanique, d'un système  $MuC_G$ , nous avons obtenu un système mono charge ( $MoC_G$ ), qui correspond au convertisseur ca-ca objet de la conception en question. La modélisation de ce convertisseur est rendue possible, après avoir établi son équivalence avec un système bi-charges ( $MuC_2$ ), cas particulier d'un système  $MuC_G$ . Le convertisseur conçu ( $MoC_G$ ) permet *i*) des facteurs de puissance unitaires en  $G$  points de fonctionnement correspondant à des puissances transmises de  $100/g^2$ , avec  $g = 1, 2, \dots, G$ , en pourcentage de la puissance maximale du convertisseur, *ii*) un espacement entre les paires d'harmoniques, qui composent le spectre du courant absorbé,  $G$  fois plus grand que dans le cas d'un convertisseur avec un seul onduleur, *iii*) un transfert de la puissance, en fonction de la tension de commande, linéaire par morceaux. Ces résultats sont publiés dans [Sandali et al. '04a]. Pour passer du stade de conception de solution à celui de conception de produit, nous avons réalisé un prototype d'un système  $MoC_2$  de 1800 W et 110 kHz. Les résultats expérimentaux sont en conformité avec les prédictions théoriques.

## Chapitre 6

# CONVERTISSEUR AVEC REDRESSEUR DE TÊTE TRIPHASÉ : TRANSPOSITION DES MÉTHODES

---

### 6.1. INTRODUCTION

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié, selon une méthodologie bien précise, un convertisseur dont l'alimentation se fait en monophasé. De par ce genre d'alimentation, ce convertisseur se destine aux applications de faibles puissances. En effet, pour des considérations liées à l'exploitation des réseaux électriques de distribution, les puissances délivrées sous forme monophasée sont limitées. Par contre, il est évident que la méthodologie n'est pas limitée par des considérations de cette nature. L'objectif de ce chapitre est donc de transposer cette méthodologie au convertisseur, qui résulte du remplacement du redresseur monophasé par un redresseur triphasé.

Dans la section 6.2 du présent chapitre, nous faisons une modélisation sans a priori du fonctionnement du convertisseur considéré et nous discutons de la stratégie d'optimisation. Dans cette section, nous nous laissons guider par l'esprit qui a prévalu dans le chapitre 3 : privilégier la rigueur théorique. Dans la section 6.3, une modélisation simplifiée est effectuée et des lois de

commande sont synthétisées et mises en œuvre. Cette section correspond à la transposition de l'état d'esprit du chapitre 4 : privilégier l'applicabilité. Enfin, dans la section 6.4, nous cherchons à réaliser une correction du facteur de puissance du convertisseur ca-cc-ca par transformation de l'étage cc-ca en une structure mult niveau. C'est donc de la transposition de la démarche utilisée dans le chapitre 5, qu'il s'agit dans cette section.

## 6.2. MODÉLISATION SANS A PRIORI ET COMMANDE

### 6.2.1. ANALYSE DE FONCTIONNEMENT

Le convertisseur que nous considérons dans ce chapitre, diffère de celui considéré dans le chapitre 3, uniquement par la topologie du redresseur de tête : le redresseur monophasé est remplacé par un redresseur triphasé (Figure 6.1). Le condensateur, placé entre le redresseur et l'onduleur, garde la même fonction que dans le cas du convertisseur avec redresseur de tête monophasé : découplage haute fréquence des courants de l'onduleur et du redresseur sans lissage de la tension redressée.

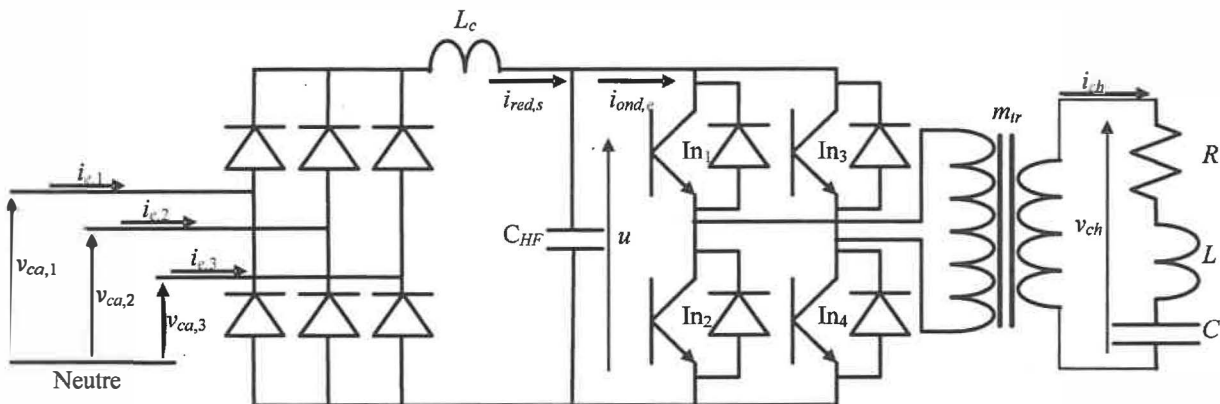


Figure 6.1. Convertisseur ca-ca MDI avec redresseur de tête triphasé

Comparée à l'analyse de fonctionnement faite dans le chapitre 3, celle projetée dans ce chapitre garde la même orientation (la création des conditions d'une variation quasi-continue de la puissance transmise et la caractérisation de la distorsion harmonique du courant tiré par le convertisseur) et se base sur la même hypothèse (HITC). Toutefois, le changement du redresseur impose les adaptations suivantes :

- Première adaptation

La tension redressée devient :

$$-\frac{T_{ca}}{12} \leq t \leq \frac{T_{ca}}{12} \quad u(t) = \hat{U}_{ca} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \quad (6.1)$$

La phase 1 étant considérée comme phase de référence, les courants tirés par le convertisseur en fonction du courant à la sortie du redresseur s'écrivent :

$$0 \leq t < \frac{T_{ca}}{12} \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (6.2.1)$$

$$\frac{T_{ca}}{12} \leq t < 3\frac{T_{ca}}{12} \quad i_{e,1}(t) = i_{red,s}(t - (T_{ca}/6)) \quad (6.2.2)$$

$$3\frac{T_{ca}}{12} \leq t < 5\frac{T_{ca}}{12} \quad i_{e,1}(t) = i_{e,1}(t - (T_{ca}/6)) \quad (6.2.3)$$

$$5\frac{T_{ca}}{12} \leq t < 6\frac{T_{ca}}{12} \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (6.2.4)$$

$$\frac{T_{ca}}{2} \leq t < T_{ca} \quad i_{e,1}(t) = -i_{e,1}(t - (T_{ca}/2)) \quad (6.2.5)$$

$$0 \leq t < T_{ca} \quad i_{e,2}(t) = i_{e,1}(t - (T_{ca}/3)) \quad (6.2.6)$$

$$0 \leq t < T_{ca} \quad i_{e,3}(t) = i_{e,1}(t - (2 \cdot T_{ca}/3)) \quad (6.2.7)$$

▪ Deuxième adaptation

La variable discrète  $n$ , définie par échantillonnage d'une période de la tension redressée à la fréquence de résonance de la charge, varie, cette fois, entre  $-N_{tp}/2$  et  $+N_{tp}/2$ .  $N_{tp}$  représente la longueur des séquences MDI et est défini par :

$$N_{tp} = \frac{F_{rs}}{6 \cdot F_{ca}} \quad (6.3)$$

En conséquence, on définit un motif MDI à  $q$  trous par la contrainte :

$$-\frac{N_{tp}}{2} \leq n_{I1} < n_{S1} < \dots \dots < n_{Iq} < n_{Sq} \leq \frac{N_{tp}}{2} \quad (6.4)$$

Sur la figure 6.2, nous précisons les notations de définition des tensions alternatives d'alimentation et de la tension redressée en fonction des temps continu et discret.

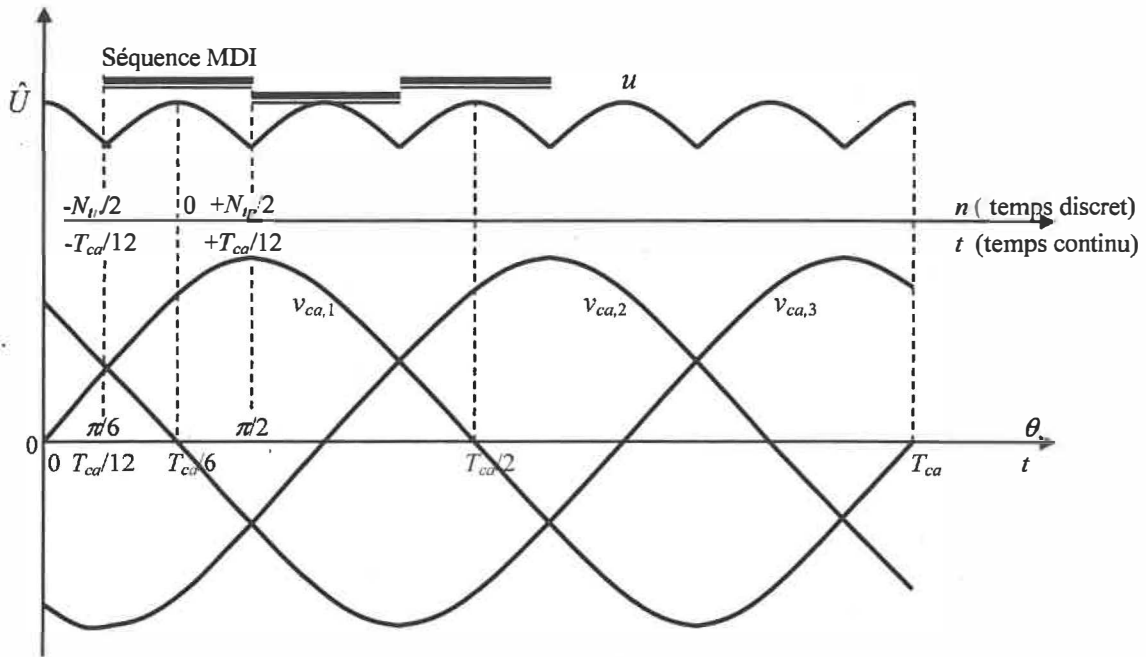


Figure 6.2. Définition des différentes tensions et des variables temps continu et discret

La mise en équation du convertisseur, dont l'objectif est la détermination des courants tirés et leur série de Fourier en fonction du motif MDI, nécessite les mêmes étapes que dans le cas du convertisseur avec redresseur de tête monophasé. Cependant, il faut tenir compte des adaptations évoquées ci-dessus. Tous les calculs intermédiaires que nécessite cette mise en équation sont fournis dans l'annexe D. Dans les résultats finaux, le courant tiré de la phase 1 (phase de référence) est exprimé par :

$$0 \leq t < T_{ca}/12 \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (6.5.1)$$

$$T_{ca}/12 \leq t < \frac{n_{j1} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t - \frac{\pi}{3}\right) \quad (6.5.2)$$

$$\frac{n_{j1} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{n_{s1} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (6.5.3)$$

$$\frac{n_{s1} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{n_{l2} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t - \frac{\pi}{3}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} B(n_{l1}, n_{s1}) a^{2(N_{ip}-n_{s1})} a^{\frac{t}{T_n}} \quad (6.5.4)$$

.....

.....



$$\frac{n_{S(q-1)} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{n_{lq} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t - \frac{\pi}{3}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \sum_{k=1}^{q-1} B(n_{lk}, n_{sk}) a^{2(N_{ip}-n_{sk})} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (6.5.5)$$

$$\frac{n_{lq} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{n_{sq} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (6.5.6)$$

$$\frac{n_{sq} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{3}{12} T_{ca} \quad i_{e,1}(t) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t - \frac{\pi}{3}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \sum_{k=1}^q B(n_{lk}, n_{sk}) a^{2(N_{ip}-n_{sk})} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (6.5.7)$$

$$(3 \cdot T_{ca})/12 \leq t < (5 \cdot T_{ca})/12 \quad i_{e,1}(t) = i_{e,1}(t - T_{ca}/6) \quad (6.5.8)$$

$$(5 \cdot T_{ca})/12 \leq t < T_{ca}/2 \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (6.5.9)$$

$$T_{ca}/2 \leq t < T_{ca} \quad i_{e,1}(t) = -i_{e,1}(t - (T_{ca}/2)) \quad (6.5.10)$$

Les courants tirés des deux autres phases se déduisent du courant de la phase 1 par déphasage de 120° et 240°.

Dans la série de Fourier, les courants sont référencés à une valeur définie par :

$$A_{1,0} = A_0 \left(1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right) = A_0 \cdot A = \sqrt{3} A_0 \cdot 1,0548 \quad (6.6)$$

Dans l'annexe D, on montre que cette référence est l'amplitude de la composante fondamentale active du courant tiré d'une phase de l'alimentation, quand le convertisseur fonctionne à sa pleine puissance (en l'absence de modulation).

La série de Fourier recherchée est définie par :

$$\frac{i_{e,1}}{A_{1,0}}(t) = \sum_{m=1,5,7,11,\dots} a_m \sin(2\pi F_{ca} t) + b_m \cos(2\pi F_{ca} t) \quad (6.7)$$

et les expressions de ses différents coefficients sont écrites sous la forme :

$$a_m = a_{m,1} + \sum_{k=1}^q a_{m \cdot k} \quad (6.8.1)$$

$$b_m = b_{m,1} + \sum_{k=1}^q b_{m \cdot k} \quad (6.8.2)$$

avec

quand  $m = 1$ ,

$$a_{1,1} = 1 - \frac{1}{N_{tp} \cdot A} \sum_{k=1}^q (n_{Sk} - n_{Ik}) - \frac{3}{2\pi \cdot A} \sum_{k=1}^q \left( \sin\left(\frac{2\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(\frac{2\pi n_{Ik}}{3 N_{tp}}\right) \right) \quad (6.9.1)$$

$$b_{1,1} = -\frac{3}{2\pi A} \sum_{k=1}^q \cos\left(\frac{2\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \cos\left(\frac{2\pi n_{Ik}}{3 N_{tp}}\right) \quad (6.10.1)$$

quand  $m = 5, 7, 11, \dots$

$$a_{m,1} = \frac{4\sqrt{3}}{\pi \cdot A} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \left\{ \begin{aligned} & \sin\left(m \frac{\pi}{2}\right) \left[ \left( \sin\left(\frac{\pi}{6}(m+1)\right) / (m+1) \right) + \left( \sin\left(\frac{\pi}{6}(m-1)\right) / (m-1) \right) \right] \\ & - \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m+1) \frac{\pi n_{Sk} + n_{Ik}}{6 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2}\right) \sin\left((m+1) \frac{n_{Sk} - n_{Ik} \pi}{N_{tp} 6}\right) \right] \\ & - \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m-1) \frac{\pi n_{Sk} + n_{Ik}}{6 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2}\right) \sin\left((m-1) \frac{n_{Sk} - n_{Ik} \pi}{N_{tp} 6}\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.9.2)$$

$$b_{m,1} = -\frac{4\sqrt{3}}{\pi \cdot A} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m+1) \frac{\pi n_{Sk} + n_{Ik}}{6 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2}\right) \sin\left((m+1) \frac{n_{Sk} - n_{Ik} \pi}{N_{tp} 6}\right) \right] \\ & + \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m-1) \frac{\pi n_{Sk} + n_{Ik}}{6 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2}\right) \sin\left((m-1) \frac{n_{Sk} - n_{Ik} \pi}{N_{tp} 6}\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.10.2)$$

quand  $m = 1, 5, 7, \dots$

$$a_{m1k} = \frac{4}{3AN_{tp}} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \frac{B(n_{Ik}, n_{Sk})}{C_0 E(m)} \left\{ \begin{aligned} & a^{2\left(\frac{N_{tp}}{2} n_{Sk}\right)} \sin\left(m \frac{2\pi}{3} + \gamma_m\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2} + \gamma_m\right) \\ & - a^{-2n_{Sk}} \sum_{h=k+1}^q \left[ \begin{aligned} & a^{2n_{Sh}} \sin\left(m \frac{\pi n_{Sh}}{3 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2} + \gamma_m\right) \\ & - a^{2n_{Ih}} \sin\left(m \frac{\pi n_{Ih}}{3 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2} + \gamma_m\right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.9.3)$$

$$b_{m1k} = -\frac{4}{3AN_{tp}} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \frac{B(n_{Ik}, n_{Sk})}{C_0 E(m)} \left\{ \begin{aligned} & a^{2\left(\frac{N_{tp}}{2} n_{Sk}\right)} \sin\left(m \frac{2\pi}{3} - \lambda_m\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2} - \lambda_m\right) \\ & - a^{-2n_{Sk}} \sum_{h=k+1}^q \left[ \begin{aligned} & a^{2n_{Sh}} \sin\left(m \frac{\pi n_{Sh}}{3 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2} - \lambda_m\right) \\ & - a^{2n_{Ih}} \sin\left(m \frac{\pi n_{Ih}}{3 N_{tp}} + m \frac{\pi}{2} - \lambda_m\right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.10.3)$$

## 6.2.2. STRATÉGIES D'OPTIMISATION ET LOIS DE COMMANDE

### 6.2.2.1. Problématique de la stratégie d'optimisation

Dans les convertisseurs ca-ca considérés dans cette thèse, le redresseur de tête voit une charge, composée du condensateur de découplage haute fréquence en parallèle avec l'onduleur et sa charge RLC, qui se comporte comme une résistance de valeur finie ou infinie, respectivement, quand l'onduleur fonctionne en mode normal ou en roue libre. De par le fonctionnement du redresseur, cette charge est également vue par l'alimentation alternative du convertisseur ca-ca. La distorsion du courant tiré de celle-ci peut être de deux origines différentes : une distorsion due au fonctionnement en MDI de l'onduleur et une autre due au fonctionnement du redresseur. Quand le redresseur de tête est monophasé, seule la distorsion de la première origine subsiste. La considération du point de fonctionnement à pleine puissance, c.-à-d. quand la distorsion subsistante est nulle, comme cas optimal est évidente. De même, on ne peut adopter une stratégie d'optimisation meilleure que celle qui cherche à maintenir ce cas optimal quand la puissance varie.

Par contre, quand le redresseur de tête est triphasé, les distorsions des deux origines sont présentes dans le courant tiré de l'alimentation. La distorsion de la seconde origine ne varie pas avec la puissance transmise. Elle est due à la connexion tournante de la charge du redresseur aux trois phases de l'alimentation. Une idée sur l'importance de cette distorsion, la seule qui subsiste quand le convertisseur fonctionne à sa pleine puissance, est donnée dans le tableau 6.1. Les calculs de ce tableau sont effectués dans l'annexe D.

**Tableau 6.1. Caractérisation de la distorsion due au redresseur triphasé**

$m$	1	5	7	11	13	17	19	23	25	29	31
$a_m$ (%)	100	-22.6	-11.3	09.0	06.4	-05.6	-04.5	04.1	03.4	-03.2	-02.8
$b_m$ (%)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Dans ces conditions, il n'est plus évident de s'apercevoir un point de fonctionnement optimal et plusieurs stratégies deviennent envisageables. A priori, utiliser une distorsion pour compenser

l'autre apparaît comme une stratégie intéressante. À l'instar de ce que nous avons fait dans le chapitre 3, nous traduisons cette stratégie par la synthèse d'une loi de commande d'élimination sélective.

#### 6.2.2.2. Loi de commande d'élimination sélective

Une loi de commande d'élimination sélective doit permettre de commander la variation de la puissance transmise et d'annuler, dans le courant tiré de l'alimentation, des harmoniques choisis parmi ceux des plus faibles rangs. Dans le cas d'utilisation de motifs MDI avec  $q$  trous, les harmoniques à éliminer sont les  $(q-1)$  premiers harmoniques, sans compter les harmoniques paires ou multiples de trois, qui sont, naturellement, nuls dans un redresseur triphasé symétrique.

##### 6.2.2.2.1. Cas de loi de commande d'élimination sélective avec 2 trous

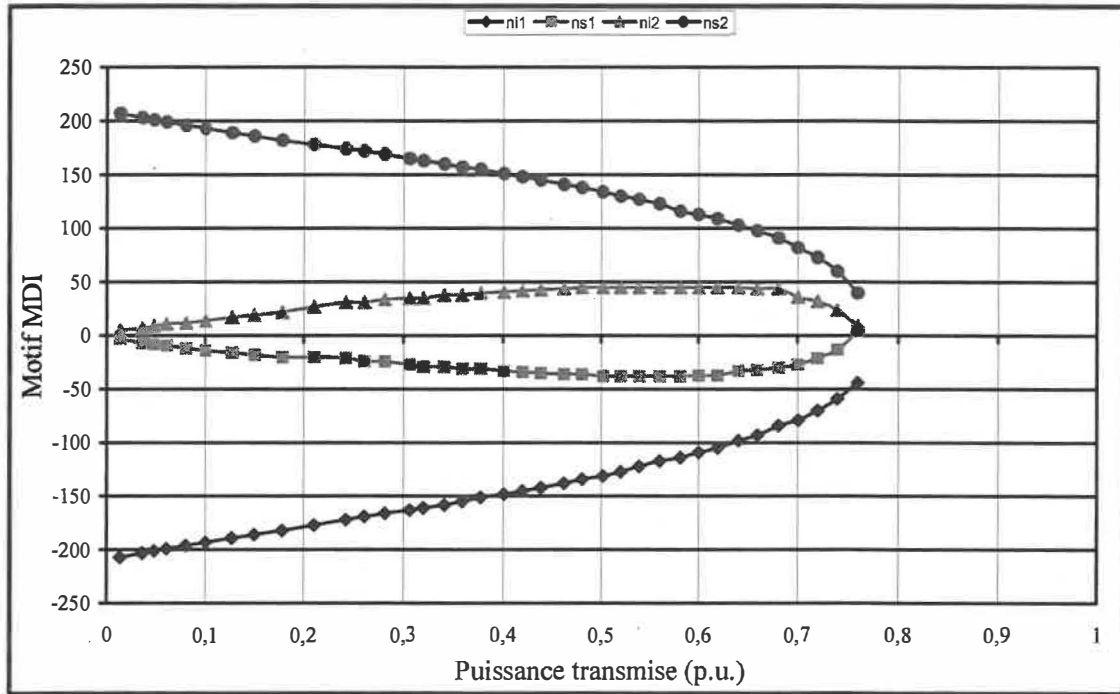
Avec des motifs MDI à deux trous, une loi de commande d'élimination sélective permet de varier la puissance transmise, de maintenir le fondamental du courant en phase avec la tension d'alimentation et d'annuler l'harmonique d'ordre 5. Sa synthèse nécessite la résolution du système suivant :

$$\begin{cases} a_1 = p_d \\ b_1 = a_5 = b_5 = 0 \pm \xi \cdot a_1 \end{cases} \quad \text{avec } \xi = 0.002 \quad (6.11)$$

Pour résoudre ce système, nous considérons un processus itératif avec rétrécissement continu des trous tel qu'il est défini et utilisé dans le chapitre 3. Également, nous considérons la même charge que dans le chapitre 3 ( $R = 1.53 \, \Omega$ ,  $L = 51 \, \mu\text{H}$ ,  $C = 90 \, \text{nF}$  et un transformateur d'adaptation de rapport unitaire). La longueur de la séquence MDI devient :

$$N_{tp} = 420$$

Cette loi de commande est illustrée par la figure 6.3 qui donne pour chaque valeur désirée de la puissance transmise le motif à appliquer. On constate qu'on peut varier la puissance transmise avec annulation des harmoniques d'ordre 5 dans les courants tirés (Pour être plus précis, l'harmonique 5 est maintenu à moins de 0.2 % du fondamental) jusqu'à 76 % de la pleine puissance du convertisseur. En conséquence, cette loi de commande occasionne un déchet de puissance de 24 %.



**Figure 6.3. Synthèse de la loi de commande d'élimination sélective avec deux trous  
(Élimination de l'harmonique 5)**

#### 6.2.2.2.2. Cas de loi de commande d'élimination sélective avec 3 trous

Avec trois trous, la loi de commande est supposée annuler les harmoniques d'ordre 5 et 7.

Le système d'équations suivant :

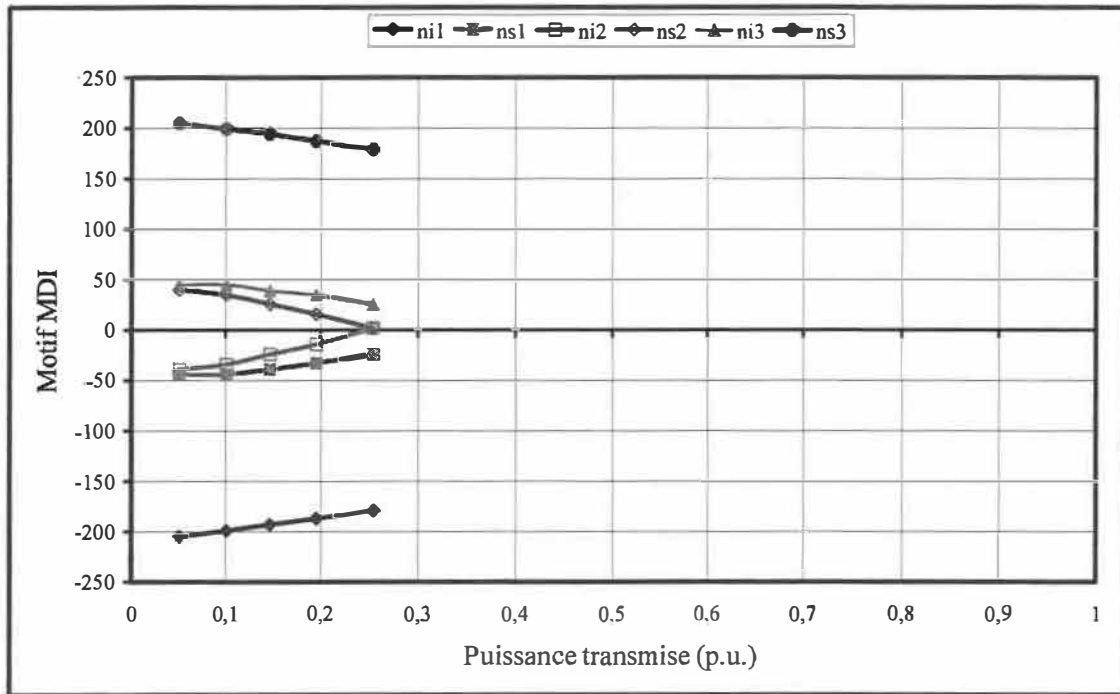
$$\begin{cases} a_1 = p_d \\ b_1 = a_5 = b_5 = a_7 = b_7 = 0 \pm 0.01 \cdot a_1 \end{cases} \quad (6.12)$$

qu'il faut résoudre pour synthétiser cette loi, n'admet aucun motif comme solution, dans le cas de la charge prise pour exemple ci-dessus.

Avec la considération d'un critère moins contraignant :

$$\begin{cases} a_1 = p_d \\ b_1 = a_5 = b_5 = b_7 = 0 \pm 0.01 \cdot a_1 \\ a_7 = 0 \pm 0.12 \cdot a_1 \end{cases} \quad (6.13)$$

on arrive à synthétiser une loi de commande, que montre la figure 6.4. On constate qu'une telle loi de commande entraîne un déchet de puissance de l'ordre de 75 %.



**Figure 6.4. Synthèse de la loi de commande d'élimination sélective avec trois trous (Élimination de l'harmonique 5 et limitation de l'harmonique 7 à 12 % du fondamental)**

A la lumière de la synthèse des lois de commande d'élimination sélective, on arrive à constater que la stratégie de compensation de la distorsion due au redresseur triphasé par celle due à l'onduleur, n'est pas réalisable et qu'il faut penser à une autre stratégie.

### 6.2.2.3. Loi de commande du meilleur facteur de puissance possible (MFPP)

Dans cette autre stratégie, les deux distorsions sont considérées comme une seule, qu'il faut atténuer le plus possible, quand on fait varier la puissance transmise de zéro jusqu'à sa valeur maximale. Pour traduire cette stratégie, nous proposons la loi de commande du Meilleur Facteur de Puissance Possible (MFPP). Cette loi permet de varier la puissance de zéro à son maximum et d'assurer qu'à chaque valeur de la puissance transmise, le facteur de puissance est le meilleur possible. La synthèse de cette loi nécessite la résolution du système suivant :

$$\begin{cases} a_1(n_{11}, \dots, n_{Sg}) = p_d \\ FP(n_{11}, \dots, n_{Sg}) = \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^2 + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{a_{6h\pm 1}^2 + b_{6h\pm 1}^2}{a_1^2}} \right]^{-1} \end{cases} \text{ maximum} \quad (6.14)$$

Comme il est évoqué dans le chapitre 3, ce système peut être résolu par le balayage systématique de l'ensemble des combinaisons d'entiers naturels relatifs, qui satisfont la contrainte (6.4) d'un motif MDI de longueur et de nombre de trous donnés. Cet algorithme de résolution, d'une grande simplicité conceptuelle, n'est pas applicable à cause de la taille des calculs requis. Pour lui assurer un degré minimal d'applicabilité, nous nous proposons de réduire la taille des calculs, suite à une modélisation simplifiée du convertisseur considéré.

### 6.3. MODÉLISATION SIMPLIFIÉE ET COMMANDE

#### 6.3.1. FORME SIMPLIFIÉE DU COURANT ABSORBÉ

La simplification envisagée repose sur deux hypothèses simplificatrices, explicitées dans ce qui suit.

##### Première hypothèse : Négliger l'ondulation du courant

Quand il n'est pas nul, le courant dans le redresseur peut être considéré comme la somme d'un terme constant et d'une ondulation de telle sorte qu'on puisse écrire :

$$-\pi/6 \leq \theta \leq \pi/6 \quad i_{red,s}(\theta) = \sqrt{3}A_0 \cos(\theta) = \left\{ \langle i_{red,s} \rangle = \sqrt{3}A_0 \frac{3}{\pi} \right\} + \{ \tilde{i}_{red,s}(\theta) = i_{red,s}(\theta) - \langle i_{red,s} \rangle \} \quad (6.15.1)$$

Au maximum, l'ondulation représente 4.7 % de la valeur crête du courant. En conséquence, on identifie le courant dans le redresseur au terme constant :

$$-\pi/6 \leq \theta \leq \pi/6 \quad i_{red,s}(\theta) = \sqrt{3}A_0 \cos(\theta) \approx \langle i_{red,s} \rangle = \sqrt{3}A_0 \frac{3}{\pi} \quad (6.15.2)$$

##### Deuxième hypothèse : Négliger l'amortissement de l'établissement du courant

À la fin d'un trou, le courant se rétablit d'une manière plus ou moins amortie, selon que le coefficient d'amortissement de la charge est plus ou moins élevé. Nous négligeons cet amortissement. C'est à la fin de cette section que nous discutons de la validité de cette hypothèse. Sur la figure 6.5, nous illustrons les deux hypothèses simplificatrices, en indiquant les formes réelle et supposée du courant dans le redresseur.

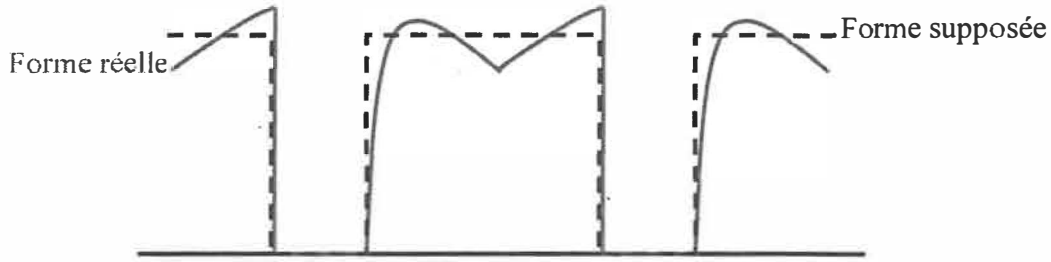


Figure 6.5. Illustration des hypothèses simplificatrices, cas d'un motif avec un trou

Le courant à la sortie du redresseur devient alors :

$$-T_{ca}/12 \leq t \leq T_{ca}/12 \quad i_{red,s}(t) = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} A_0 \quad \text{en dehors des trous} \quad (6.16.1)$$

$$i_{red,s}(t) = 0 \quad \text{en dedans des trous} \quad (6.16.2)$$

Ce qui correspond à une image du motif MDI.

Le passage de la variable temps, utilisée pour exprimer des grandeurs à la sortie du redresseur, à la variable angle, utilisée pour exprimer des grandeurs à l'entrée du redresseur, est indiqué sur la figure 6.2. La relation de ce passage est :

$$\theta = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{T_{ca}} t \quad (6.17)$$

En tenant compte de (6.17) et (6.16), le courant tiré de la phase 1 s'écrit :

$$0 \leq \theta < \pi/6 \quad i_{e,1}(\theta) = 0 \quad (6.18.1)$$

$$\pi/6 \leq \theta < \pi/2 \quad i_{e,1}(\theta) = i_{red,s}(t) \quad (6.18.2)$$

$$\pi/2 \leq \theta < 5\pi/6 \quad i_{e,1}(\theta) = i_{e,1}(\theta - \pi/3) \quad (6.18.3)$$

$$5\pi/6 \leq \theta < \pi \quad i_{e,1}(\theta) = 0 \quad (6.18.4)$$

$$\pi \leq \theta < 2\pi \quad i_{e,1}(\theta) = -i_{e,1}(\theta - \pi) \quad (6.18.5)$$

Sous cette dernière forme, la variable temps est éliminée des expressions du courant tiré. Seule, la variable angulaire suffit pour définir le courant. En adaptation à cette propriété, nous mettons la contrainte de définition des motifs MDI sous la forme angulaire suivante :

$$\frac{\pi}{6} < \theta_{I1} < \theta_{S1} < \dots < \theta_{Iq} < \theta_{Sq} < \frac{\pi}{2} \quad (6.19)$$

Les passages des relations de contrainte (6.4) à (6.19) et inversement sont régis par :

$$\theta_{xk} = (\pi/3) \cdot (1 + (n_{xk}/N_p)) \quad (6.20.1)$$



$$n_{Xk} = \text{Arr}(N_{tp} \cdot ((3\theta_{Xk}/\pi) - 1)) \quad (6.20.2)$$

avec  $X = I$  ou  $S$ ,  $k = 1, 2, \dots, q$  et  $\text{Arr}$  est la fonction qui arrondit un réel à l'entier le plus proche. Sur la figure 6.6, nous montrons comment le courant tiré de la phase de référence peut être constitué par concaténation des motifs MDI.

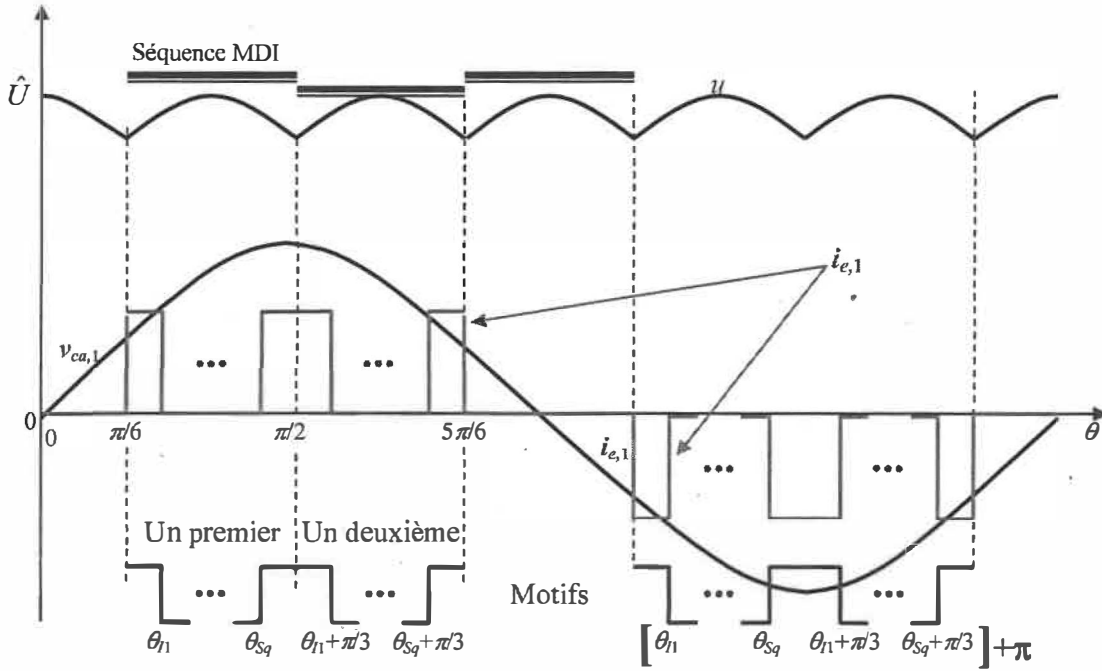


Figure 6.6. Reconstitution du courant tiré à partir du motif MDI

Pour assurer un facteur de déplacement de l'onde du courant, par rapport à l'onde de tension, qui soit unitaire, c.-à-d. annulation des coefficients  $b_m$  dans la série de Fourier du courant, il faut que l'alternance positive du courant soit symétrique par rapport à l'axe  $\pi/2$ . Pour qu'il en soit ainsi, une simple interprétation géométrique de la construction de la figure 6.6 nous enseigne qu'il faut que la concaténation des deux motifs soit symétrique par rapport à  $\pi/2$  ou, plus simplement, que le motif soit symétrique par rapport à  $\pi/3$ . Dans ce cas, le nombre des angles, qui définissent un motif, est alors divisé par deux : la deuxième moitié des angles se déduit de la première moitié par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta_{Sq} + (\theta_{I1} + \pi/3)}{2} = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\theta_{Iq} + (\theta_{S1} + \pi/3)}{2} = \frac{\pi}{2} \\ \dots \\ \dots \end{array} \right. \quad \text{équivalent à} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta_{Sq} + \theta_{I1}}{2} = \frac{\pi}{3} \\ \frac{\theta_{Iq} + \theta_{S1}}{2} = \frac{\pi}{3} \\ \dots \\ \dots \end{array} \right. \quad \text{équivalent à} \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta_{Sq} = \frac{2\pi}{3} - \theta_{I1} \\ \theta_{Iq} = \frac{2\pi}{3} - \theta_{S1} \\ \dots \\ \dots \end{array} \right. \quad (6.21)$$

En tenant compte de (6.20), (6.21) devient :

$$\text{si } q \text{ est pair ( } q = 2l \text{ )} \quad \begin{cases} n_{S(q+1-j)} = -n_{lj} \text{ avec } j=1, \dots, l \\ n_{I(q+1-j)} = -n_{Sj} \end{cases} \quad (6.22.1)$$

$$\text{si } q \text{ est impair ( } q = 2l - 1 \text{ )} \quad \begin{cases} n_{S(q+1-j)} = -n_{lj} \text{ avec } j=1, \dots, (l-1) \\ n_{I(q+1-j)} = -n_{Sj} \\ n_{SI} = -n_{II} \end{cases} \quad (6.22.2)$$

La série de Fourier du courant tiré se réduit à :

$$\frac{i_{e,1}}{(A_{1,0})_{app}}(t) = \sum_{m=1,5,7,11,\dots} a_m \sin(2\pi F_{ca} t) \quad (6.23)$$

La référence des courants est l'amplitude du fondamental du courant en pleine puissance, approximée selon l'hypothèse d'une ondulation négligeable (première hypothèse faite dans cette section). Son expression est :

$$(A_{1,0})_{app} = \sqrt{3} A_0 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\pi} = \sqrt{3} A_0 \cdot 1,0530 \quad (6.23)$$

Tout de même, cette référence est très proche de la référence qui tient compte de l'ondulation du courant  $A_{1,0}$ , donnée par (6.6).

D'après les calculs de l'annexe E, les coefficients de la série de Fourier du courant tiré, dans le cas d'un motif symétrique, s'écrivent :

$$\text{pour le fondamental} \quad a_1 = 1 - \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(\frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(\frac{\pi n_{Ik}}{3 N_{tp}}\right) \right] \quad (6.24)$$

pour les harmoniques d'ordre  $m = 6h \pm 1$

$$a_m = -\frac{1}{m} - \frac{\pm 1}{m} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{Ik}}{3 N_{tp}}\right) \right] \text{ si } h \text{ est impair} \quad (6.25.1)$$

$$a_m = +\frac{1}{m} - \frac{\pm 1}{m} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{Ik}}{3 N_{tp}}\right) \right] \text{ si } h \text{ est pair} \quad (6.25.2)$$

Dans le cas de motifs symétriques, tels que nous nous imposons, les coefficients  $b_m$  sont nuls.

Étant donné que le facteur de déplacement est unitaire (motif symétrique), le facteur de distorsion s'identifie au facteur de puissance. La valeur efficace du courant étant, d'après les calculs de l'annexe E :

$$I_{eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{1 - \sum_{k=1}^q \frac{n_{Sk} - n_{Ik}}{N_{tp}}} \quad (6.26)$$

nous établissons l'expression du facteur de distorsion du courant :

$$FP^{dp1} = FDS = \frac{3}{\pi} \frac{1 - \sum_{k=1}^q \sin\left(\frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(\frac{\pi n_{Ik}}{3 N_{tp}}\right)}{\sqrt{1 - \frac{1}{N_{tp}} \sum_{k=1}^q n_{Sk} - n_{Ik}}} \quad (6.27)$$

La notation  $FP^{dp1}$  signifie qu'il s'agit de facteurs de puissance dans des cas où le facteur de déplacement est unitaire.

### 6.3.2. LOI DE COMMANDE DE TYPE MFPP<sup>dp1</sup>

Cette mise en équation simplifiée permet, d'une part, de diviser par deux le nombre de variables qui définissent un motif MDI et, d'autre part, de déterminer directement le facteur de puissance sans passer par le calcul d'un très grand nombre d'harmoniques. Nous sommes alors dans un contexte qui améliore l'applicabilité de l'algorithme, que nous avons voulu utiliser pour synthétiser une loi de commande de type MFPP. Le tableau 6.2 montre bien le gain en applicabilité que procure la considération de motifs symétriques.

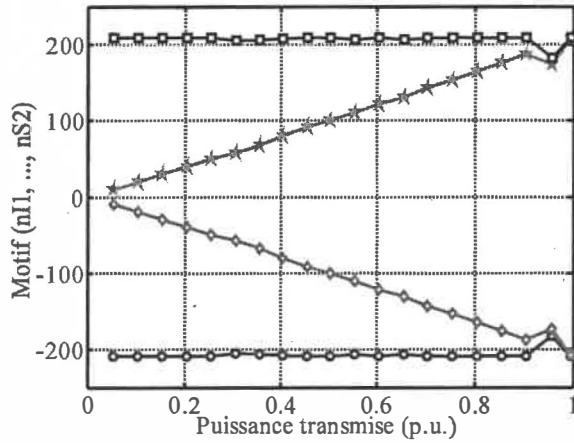
**Tableau 6.2. Nombre de motifs sans a priori et symétriques – Cas  $N_{tp} = 420$**

Nombre de trous	Motifs sans a priori	Motifs symétriques
$q = 1$	88 410	210
$q = 2$	1 290 358 685	22 155
$q = 3$	7 461 370 060 144	1 543 465
$q = 4$	> 22 891 749 822 023 940	80 260 180
$q = 5$	> 43 279 650 919 070 070 000	3 322 771 452
$q = 6$	> 55 250 408 911 912 840 000 000	114 081 819 852

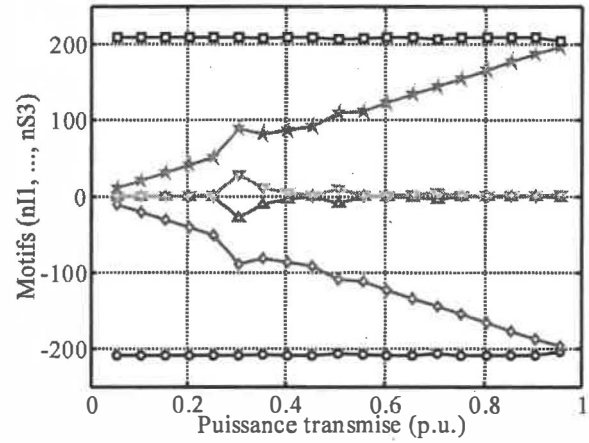
De par la considération de motifs symétriques, qui impliquent un facteur de déplacement unitaire, la loi de commande de type MFPP, régie par le système (6.14), devient, de fait, une loi de commande de type MFPP<sup>dp1</sup>, régie par :

$$\begin{cases} a_1(n_{l1}, \dots, n_{sq}) = 1 - \sum_{k=1}^q \sin\left(\frac{\pi n_{sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(\frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) = p_d \\ FDS = \frac{3}{\pi} \left[ a_1(n_{l1}, \dots, n_{sq}) / \sqrt{1 - \frac{1}{N_{tp}} \sum_{k=1}^q n_{sk} - n_{lk}} \right] \text{ maximum} \end{cases} \quad (6.28)$$

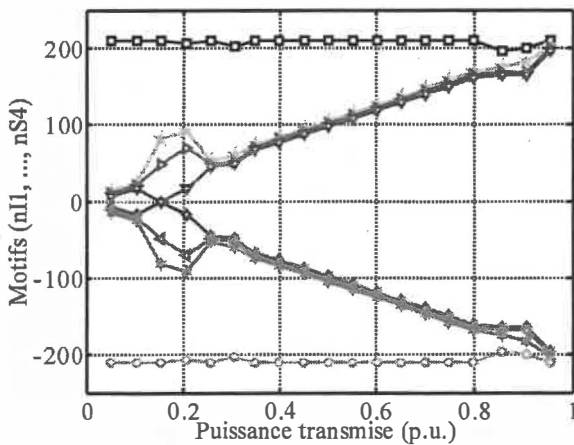
Appliquée dans des cas de motifs à 2, 3, 4 et 5 trous et une longueur de séquence  $N_{tp} = 420$ , la synthèse de lois de commande de type MFPP<sup>dp1</sup> a abouti aux résultats de la figure 6.7.



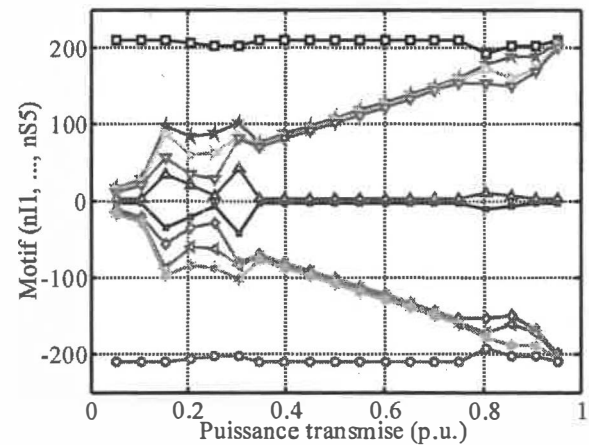
a) Cas de motifs à deux trous



b) Cas de motifs à trois trous



c) Cas de motifs à quatre trous



d) Cas de motifs à cinq trous

Figure 6.7. Motif MDI vs puissance transmise dans des lois de commande de type MFPP<sup>dp1</sup>

On constate que ces lois de commande, dont l'objectif est de maximiser le facteur de distorsion, donnent lieu à des motifs qui convergent vers une même forme : des motifs à deux trous latéraux de même largeur. Les bornes qui définissent ces motifs sont :

$$\begin{cases} n_{s2} = -n_{l1} = N_{ip}/2 \\ 0 \leq n_{l2} = -n_{s1} \leq N_{ip}/2 \end{cases} \quad (6.29)$$

Par substitution de (6.29) dans (6.24) et (6.27), on obtient, alors, le meilleur facteur de puissance possible, quand le facteur de déplacement est unitaire, en fonction de la puissance. Son expression est :

$$MFPP^{dp1} = FDS = \frac{3}{\pi} \frac{a_1}{\sqrt{\frac{6}{\pi} \arcsin\left(\frac{a_1}{2}\right)}} \quad (6.30)$$

La dispersion entre les  $MFPP^{dp1}$ , obtenus d'après les lois de commande à 2, 3, 4 et 5 trous, et les  $MFPP^{dp1}$ , calculés d'après (6.30), est extrêmement faible au point qu'on ne s'en aperçoit même pas dans une représentation graphique. Ceci montre que, pour chaque valeur de la puissance transmise, le  $MFPP^{dp1}$  est unique. Par contre, la forme des motifs qui donnent les  $MFPP^{dp1}$ , n'est pas unique. Autrement dit, ce n'est pas la forme des motifs en deux trous latéraux de même largeur qui donne exclusivement les  $MFPP^{dp1}$ . En effet, la synthèse d'une loi de commande de type  $MFPP^{dp1}$  avec un seul trou (Figure 6.8) montre que les  $MFPP^{dp1}$  (toujours les mêmes que dans les lois à plus qu'un trou) sont dus à des motifs d'une autre forme : des motifs à un trou au centre de la séquence. On peut aussi vérifier que, dans le cas de motifs à un seul trou central, le facteur de puissance s'exprime par l'expression (6.30).

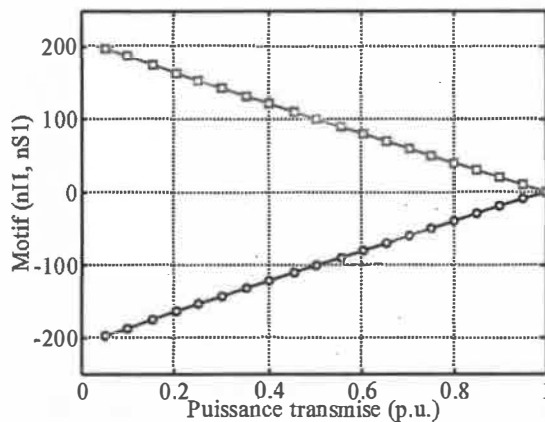


Figure 6.8. Loi de commande  $MFPP^{dp1}$  avec un trou

La forme des motifs à deux trous latéraux, obtenue quand on considère plus que un trou, s'explique par l'algorithme de recherche du  $\text{MFPP}^{\text{dp1}}$  utilisé. En effet, pour chaque valeur de la puissance transmise, cet algorithme balaye l'ensemble des motifs possibles en effectuant des incrémentations emboîtées. La boucle d'incrémentations la plus externe est celle de  $n_{Sg}$  et la plus interne est celle de  $n_{I1}$ . Quand plusieurs motifs donnent un  $\text{MFPP}^{\text{dp1}}$ , c'est le premier motif rencontré qui est associé à ce  $\text{MFPP}^{\text{dp1}}$ .

Le facteur de distorsion est un indicateur qui caractérise le poids de la résultante des harmoniques dans la valeur efficace d'un signal. Maintenant que nous avons optimisé la distorsion des courants absorbés dans sa globalité (obtention du  $\text{MFPP}^{\text{dp1}}$ ), nous nous proposons de l'optimiser dans sa distribution spectrale, car les motifs à deux trous latéraux ou un seul trou central provoquent des courants absorbés ayant des spectres harmoniques fortement congestionnés en basses fréquences (Figure 6.9).

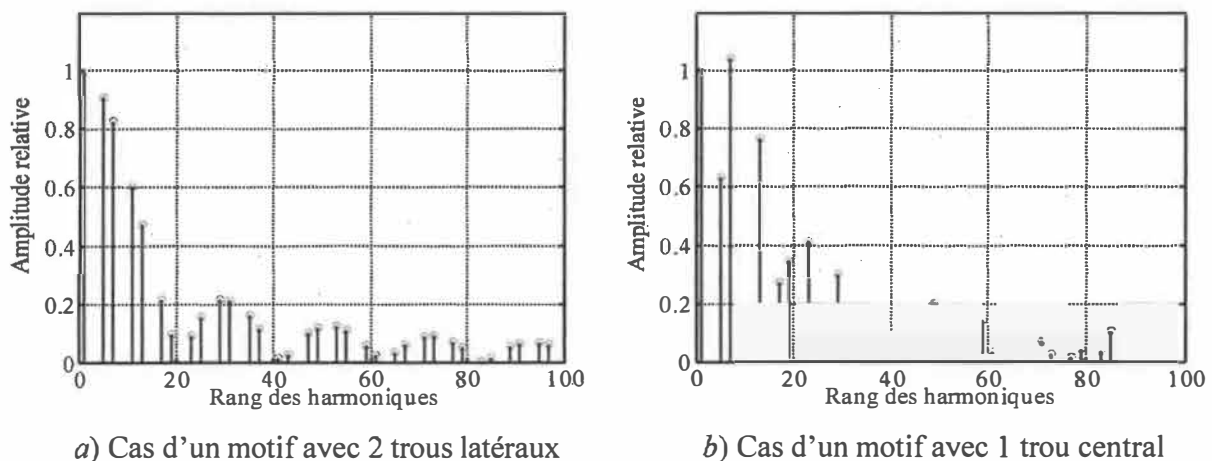


Figure 6.9. Spectres des courants tirés à 0.3 p.u. : exemple de congestion basse fréquence

### 6.3.3. LOI DE COMMANDE DE SÉPARATION DES DISTORSIONS

#### 6.3.3.1. Élaboration

La congestion, dont il est question, s'explique par le fait que, lorsqu'on considère des motifs à deux trous latéraux ou un trou central, le spectre de la distorsion due au fonctionnement de l'onduleur en MDI se chevauche avec celui de la distorsion due au redresseur. Ce dernier

spectre ne peut pas être déplacé. Il dépend de la fréquence des tensions alternatives d'alimentation et de l'indice de pulsation du redresseur. Par contre, le spectre de la distorsion due au fonctionnement de l'onduleur en MDI peut être déplacé vers des fréquences plus élevées, si la séquence MDI est scindée en séquences identiques plus courtes.

Pour ce faire, nous considérons que les  $q$  trous d'une séquence MDI  $[-N_{tp}/2 \ N_{tp}/2]$  sont tous de même largeur  $(\Delta n)$  et uniformément répartis. Les centres des trous  $(n_{C,k})$  sont alors donnés par :

$$\frac{n_{C,k}}{N_{tp}} = \frac{2 \cdot k - (q+1)}{2 \cdot q} \quad \text{avec } k = 1, 2, \dots, q \quad (6.31)$$

Les bornes inférieures et supérieures des trous deviennent alors :

$$\begin{cases} n_{lk} = n_{C,k} - (\Delta n/2) \\ n_{sk} = n_{C,k} + (\Delta n/2) \end{cases} \quad (6.32)$$

Par substitution de (6.31) dans (6.32), puis dans (6.26), (6.24) et (6.25), on obtient :

pour la valeur efficace 
$$I_{eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{1 - q \frac{\Delta n}{N_{tp}}}} \quad (6.33)$$

pour le fondamental 
$$a_1 = 1 - 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \Delta n}{6 N_{tp}}\right) SIG_q(m=1) \quad (6.34)$$

pour les harmoniques d'ordre  $m = 6h \pm 1$

$$a_m = -\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin\left(m \frac{\pi \Delta n}{6 N_{tp}}\right) \cdot SIG_q(m) \quad \text{si } h \text{ est impair} \quad (6.35.1)$$

$$a_m = +\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin\left(m \frac{\pi \Delta n}{6 N_{tp}}\right) \cdot SIG_q(m) \quad \text{si } h \text{ est pair} \quad (6.35.2)$$

L'entité  $SIG_q$  est définie par l'expression :

$$SIG_q(m) = \sum_{k=1}^q \cos\left(m \frac{\pi n_{C,k}}{3 N_{tp}}\right) = \sum_{k=1}^q \cos\left(m \frac{\pi 2k - (q+1)}{3 \cdot 2q}\right) \quad (6.36)$$

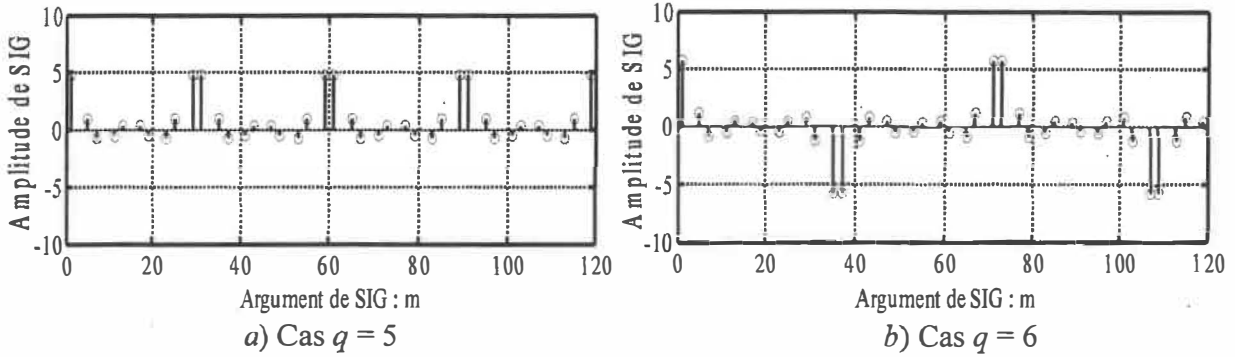
Les calculs de  $SIG_q$  sont effectués dans l'annexe F. Les principaux résultats de ces calculs sont :

quand  $m=1$  
$$SIG_q(m) \approx (3/\pi) \cdot q \quad (6.37.1)$$

quand  $m = 6 \cdot h \cdot q \pm 1$  
$$|SIG_q(m)| = SIG(1) \quad (6.37.2)$$

quand  $m \neq 6 \cdot h \cdot q \pm 1$  
$$|SIG_q(m)| = SIG(1) / |m - (6 \cdot h \cdot q)| \quad (6.37.3)$$

Sur la figure 6.10, nous avons reporté les valeurs prises par  $SIG_q$  dans les cas  $q = 5$  et 6. On y constate que  $SIG_q$  est très voisine de  $q$ , quand son argument est un multiple de  $6q$  à une unité près, et qu'autour de ces arguments,  $SIG_q$  décroît de manière hyperbolique.



**Figure 6.10.  $SIG_q$  en fonction de l'ordre des harmoniques**

Sachant que la largeur maximale des trous, quand le motif MDI en comporte  $q$ , est :

$$\Delta n_{\max} = N_p / q \quad (6.38)$$

nous pouvons considérer que :

$$\sin\left(\frac{\pi \Delta n}{6 N_p}\right) \approx \frac{\pi \Delta n}{6 N_p} \quad (6.39)$$

Après substitution de (6.39) et (6.37.1) dans (6.34), on obtient :

$$\alpha_1 = 1 - \frac{\Delta n}{N_p} q \quad (6.40)$$

D'après les expressions (6.35), les coefficients de la série de Fourier résultent de la somme de termes en  $1/m$  et de termes proportionnels à  $SIG_q$ .

Les premiers termes sont typiques de la distorsion que génère un redresseur PD3 à diodes débitant un courant parfaitement lissé. Ces termes s'amortissent de manière continue. Ils sont pratiquement nuls après l'harmonique d'ordre 19. Dans les courants tirés par le convertisseur, la distorsion due au redresseur est donc localisée du côté des basses fréquences. On peut donc considérer que (6.35) devient :

$$\alpha_m \approx -\frac{\pm 2}{m} \sin\left(m \frac{\pi \Delta n}{6 N_p}\right) \cdot SIG_q(m) \quad \text{dès que } m > 19 \quad (6.41)$$



Les coefficients de la série de Fourier se réduisent aux seconds termes. Ces derniers dépendent des caractéristiques du motif MDI et, donc, caractérisent la distorsion due au fonctionnement en MDI de l'onduleur. D'après le calcul de  $SIG_q$ , cette distorsion se produit au voisinage d'harmoniques de rang multiple de  $6.q$  à une unité près. Dès que le nombre de trous dépasse quelques unités ( $q$  supérieur à 3), une séparation des distorsions se produit.

La substitution de (6.37.2), (6.37.3) et (6.40) dans (6.41) aboutit à:

$$\text{si } m=6hq\pm 1 \quad |a_m| = (1-a_1) \cdot \sin\left(m \frac{\pi}{6} \frac{1-a_1}{q}\right) \bigg/ \left(m \frac{\pi}{6} \frac{1-a_1}{q}\right) \quad (6.42.1)$$

$$\text{si } m \neq 6hq\pm 1 \quad |a_m| = |a_{6hq\pm 1}| / (m - 6hq) \quad (6.42.2)$$

Par substitution de (6.31) dans (6.32), puis dans (6.27), on obtient :

$$FP = \frac{3}{\pi} \left(1 - q \frac{\Delta n}{N}\right) \bigg/ \left(\sqrt{1 - q \frac{\Delta n}{N}}\right) \quad (6.43.1)$$

Par substitution de (6.40) dans (6.43.1), on obtient le facteur de puissance en fonction de la puissance transmise que permet la loi de commande de séparation des distorsions :

$$FP = \frac{3}{\pi} \sqrt{a_1} \quad (6.43.2)$$

Le tracé de ce facteur de puissance et celui de la loi de commande du MFPP<sup>dp1</sup> montre qu'ils sont quasiment identiques (Figure 6.11). La loi de commande de séparation des distorsions permet, alors, d'avoir des facteurs de puissance aussi bons que dans le cas de la loi du MFPP<sup>dp1</sup> en plus de spectres harmoniques plus aérés.

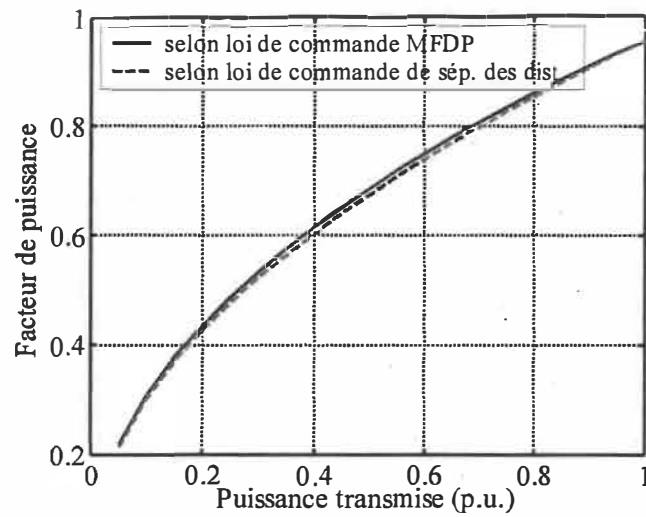
À l'instar de l'implantation de la loi de commande linéaire, vue dans le chapitre 4, celle de la loi de commande de séparation des distorsions peut être réalisée, dans son principe, par une comparaison synchrone d'une porteuse triangulaire de fréquence :

$$F_{por} = q \cdot 6 \cdot F_{ca} \quad (6.44)$$

et une tension de commande, liée à la puissance transmise désirée par :

$$e_c = p_d \cdot Por_{\max} \quad (6.45)$$

où  $Por_{\max}$  est la valeur crête de la porteuse.



(MFDP est utilisé à la place MFPP<sup>dp1</sup> car L'éditeur de légende n'accepte pas des écritures avec exposant)

**Figure 6.11. Facteurs de puissance d'après les lois de commande MFPP<sup>dp1</sup> et de séparation des distorsions**

### 6.3.3.2. Précision

Rappelons que la modélisation simplifiée, faite dans cette section, se base sur deux hypothèses simplificatrices. La première néglige l'ondulation du courant dans le redresseur. Cette hypothèse a été justifiée lors de son annonce. La deuxième hypothèse est identique à celle qui est à la base de la modélisation simplifiée du convertisseur avec redresseur monophasé. Physiquement, elle considère le courant absorbé d'une phase, entre deux trous, comme une impulsion rectangulaire à fronts raides. Analytiquement, elle néglige les courants secondaires par rapport au courant principal dans la composition du courant tiré d'une phase de l'alimentation. Le courant principal et les courants secondaires sont définis dans le chapitre 4. En les adaptant aux données du chapitre présent, ils deviennent :

pour le courant principal

$$\text{à un instant en dehors des trous} \quad i_{e,1,P} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \quad (6.46.1)$$

$$\text{à un instant à l'intérieur d'un trou} \quad i_{e,1,P} = 0 \quad (6.46.2)$$

pour un courant secondaire  $i_{e,1,Sk}$

$$\text{si } t < n_{Sk} T_{rs} \text{ (un instant antérieur à la fin du } k^{\text{ème}} \text{ trou)} \quad i_{e,l,Sk}(t) = 0 \quad (6.47.1)$$

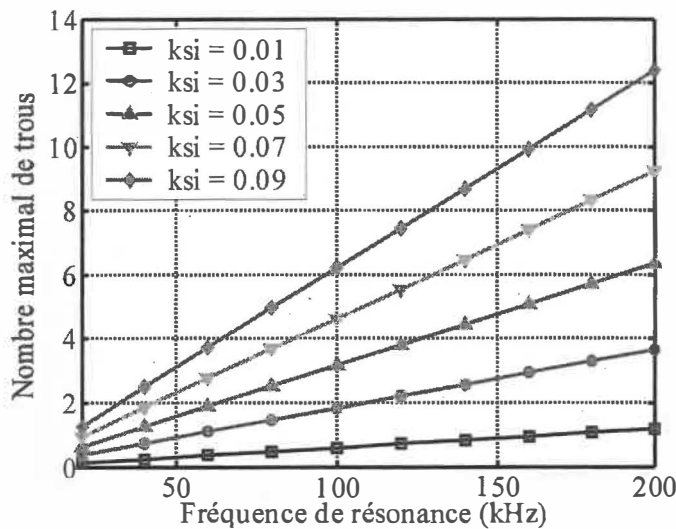
$$\text{si } t \geq n_{Sk} T_{rs} \text{ (un instant postérieur à la fin du } k^{\text{ème}} \text{ trou)} \quad i_{e,l,Sk}(t) = -\Phi_k \cdot a^{2 \frac{t}{T_{rs}}} \quad (6.47.2)$$

$$\text{avec } \Phi_k = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 B(n_{lk}, n_{Sk}) a^{2(N_p - n_{Sk})}$$

Nous considérons que le modèle simplifié demeure suffisamment précis, si l'amplitude d'un courant secondaire, déclenché à la fin d'un  $k^{\text{ème}}$  trou, tombe à moins de 5 % de sa valeur initiale avant le début du  $(k+1)^{\text{ème}}$  trou (une manière pour que les effets des courants secondaires ne s'accumulent pas et que ces courants gardent une forme d'impulsion fine). Ceci doit rester valable tant que la puissance transmise est comprise entre 10 et 100 % de la pleine puissance du convertisseur. Ce critère de précision, identique à celui considéré dans le chapitre 4, se traduit par un nombre maximal de trous par motif MDI donné par :

$$q \leq q_{\max} = p_{d,\min} \frac{F_{rs}}{3 \cdot F_{ca}} \frac{\log(1 - \pi \xi / \sqrt{1 - \xi^2})}{\log(0.05)} \quad (6.48)$$

Pour des charges ayant des fréquences de résonance et des coefficients d'amortissement allant, respectivement, de 20 à 200 kHz et de 0.01 à 0.10, nous avons calculé le nombre maximal de trous que doit comporter les motifs MDI. Le résultat de ce calcul est indiqué sur la figure 6.12.



**Figure 6.12.** Nombre maximal de trous par motif garantissant la précision du modèle simplifié en fonction des caractéristiques de la charge – Cas de redresseur de tête triphasé

### 6.3.3.3. Validation par simulation

Pour la validation de la modélisation simplifiée, nous avons procédé à la simulation du convertisseur de la figure 6.1 dans les conditions suivantes : *i*) l'alimentation est composée de trois tensions 70 V efficace – 60 Hz formant un système triphasé ; *ii*) les éléments de la charge sont ( $R = 2.2 \Omega$ ,  $L = 25 \mu\text{H}$  [bobine de  $20 \mu\text{H} + 5 \mu\text{H}$  comme inductance de fuite du transformateur d'adaptation] et  $C = 90 \text{ nF}$ ), soit une fréquence de résonance de 106 kHz et un amortissement  $\xi = 6.60 \%$  ; *iii*) un transformateur d'adaptation de rapport  $m_{tr} = 0.5$  et un condensateur de découplage  $C_{HF} = 7 \mu\text{F}$  ( $1/2/1/2/1 \mu\text{F}$ ) ; *iv*) les motifs MDI sont générés par comparaison, c.-à.-d. que nous considérons une loi de commande de séparation des distorsions. Nous avons effectué deux séries de simulation, dans l'environnement Matlab-Simulink, qui correspondent chacune à des motifs avec cinq et six trous. Les résultats obtenus, qui seront présentés en parallèle avec ceux de l'expérimentation, montrent une concordance du comportement du modèle simulé avec les prédictions théoriques.

### 6.3.3.4. Mise en œuvre et expérimentation

#### 6.3.3.4.1. Circuit de commande

La loi de commande de séparation des distorsions est identique en tout point à la loi de commande linéaire, établie dans le chapitre 4, sauf en ce qui concerne la délimitation de la séquence MDI. Celle-ci doit être ajustée sur la période de la tension redressée. Tous les modules du circuit de commande, proposé dans le chapitre 4 pour implanter la loi de commande linéaire, sont utilisables pour implanter la loi de commande de séparation des distorsions, sauf le module de la fonction de relaxation. Nous le remplaçons par le module dont le schéma électrique est donné sur la figure 6.13. Ce module génère une impulsion chaque fois qu'une tension composée passe par zéro. Le temps qui s'écoule entre deux impulsions correspond bien à une séquence MDI ajustée à la période de la tension à la sortie du redresseur triphasé. Une photographie de ce module et un oscilloscope, qui illustre le fonctionnement du circuit de commande, sont indiqués sur les figures 6.14 et 6.15.

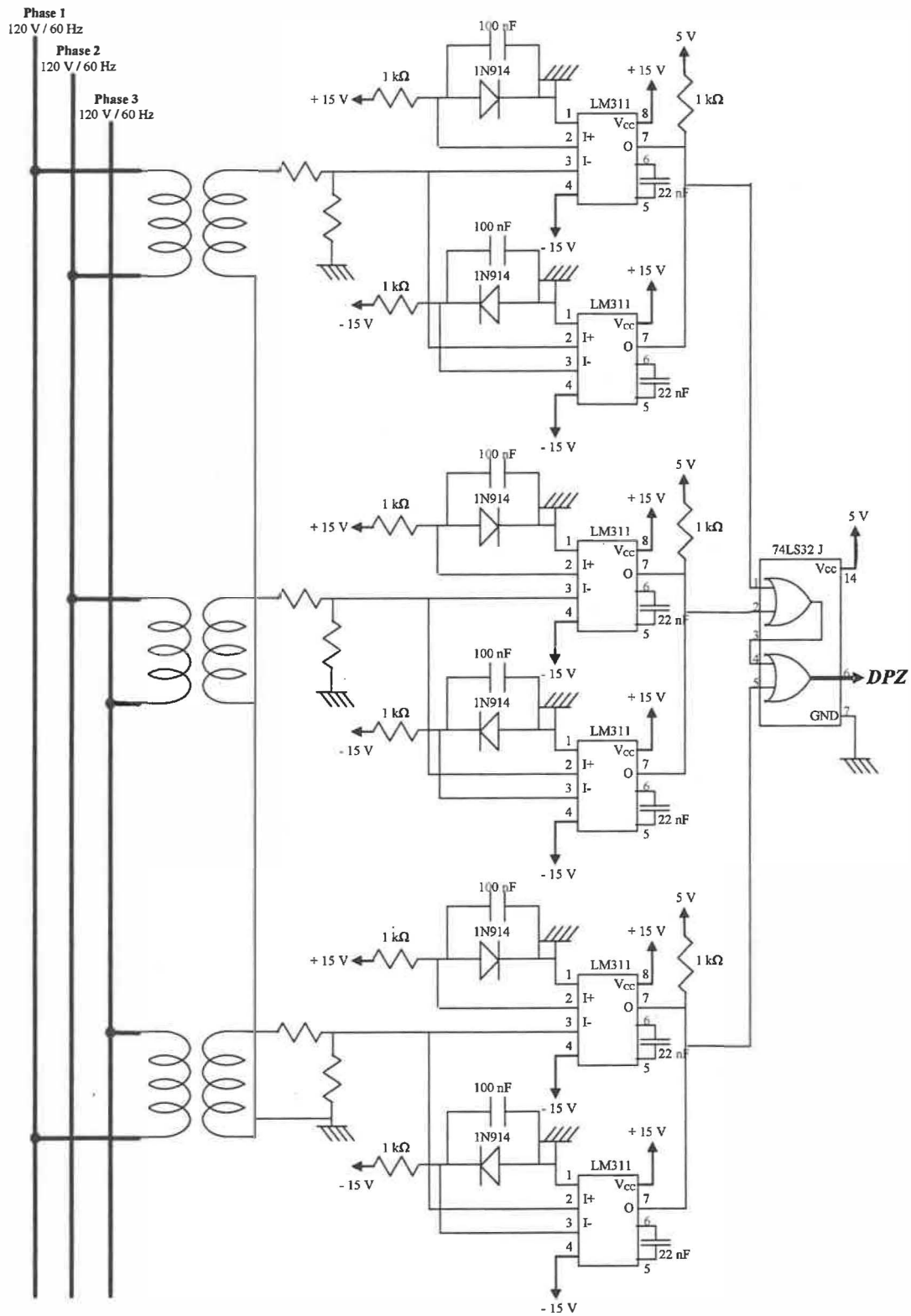
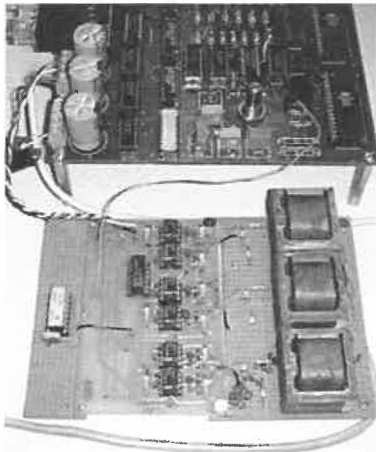
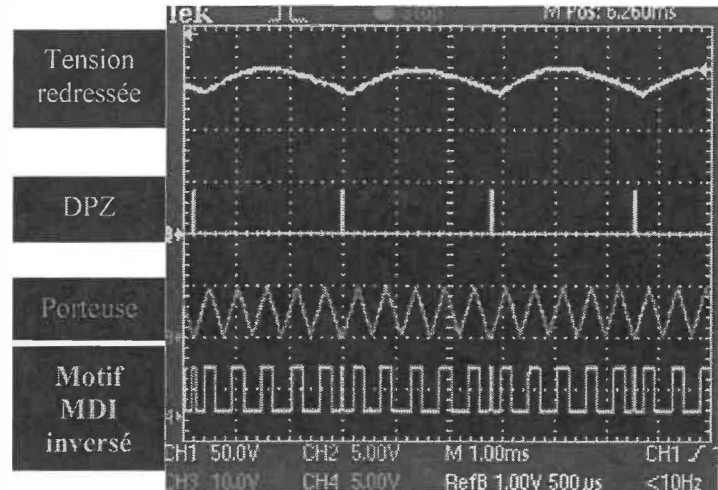


Figure 6.13. Schéma électrique du module de relaxation – Cas d'un redresseur de tête triphasé



**Figure 6.14.** Photographie du module de relaxation adapté au cas triphasé



**Figure 6.15.** Oscillographe des principaux signaux du circuit de commande adapté au cas triphasé

#### 6.3.3.4.2. Dispositif expérimental

Avant d'arriver au stade de l'expérimentation, le convertisseur considéré a fait l'objet d'une simulation. Donc, sa description est, partiellement, faite dans la sous-section 6.2.3.3 du présent chapitre. Pour la compléter, il convient de préciser la source d'alimentation utilisée et la fréquence de commutation. Le convertisseur est alimenté à travers un autotransformateur triphasé dont les tensions secondaires sont fixées à 70 V efficace. L'inductance de fuite, à cette tension secondaire, est estimée à 300  $\mu\text{H}$ . La fréquence de commutation de l'onduleur est fixée à 110 kHz.

#### 6.3.3.4.3. Comparaison : théorie – simulation - expérimentation

La figure 6.16, montrant le courant tiré d'une phase à pleine puissance, suscite les commentaires suivants :

L'écart observé entre la théorie et la simulation est dû à l'hypothèse de négliger l'ondulation du courant, pour établir le modèle simplifié. Visiblement, cette hypothèse est justifiée.

L'écart entre la simulation et l'expérimentation réside, essentiellement, dans la pente des transitions du courant. L'inductance de fuite de l'autotransformateur, estimée à 300  $\mu\text{H}$  et qui intervient dans la détermination des pentes des transitions de manière inversement

proportionnelle, n'est pas considérée dans le modèle simulé. Les interruptions observées au début, au milieu et à la fin d'une alternance sont dues au fait que, de par le fonctionnement du circuit de commande, le signal *DPZ* est transcrit dans le motif MDI.

La puissance maximum théorique est de 2420 W, tandis qu'en expérimentation, nous mesurons 1800 W au maximum. Cet écart s'explique par les inévitables écarts entre les fréquences de résonance et de commutation et les résistances parasites en divers point du convertisseur.

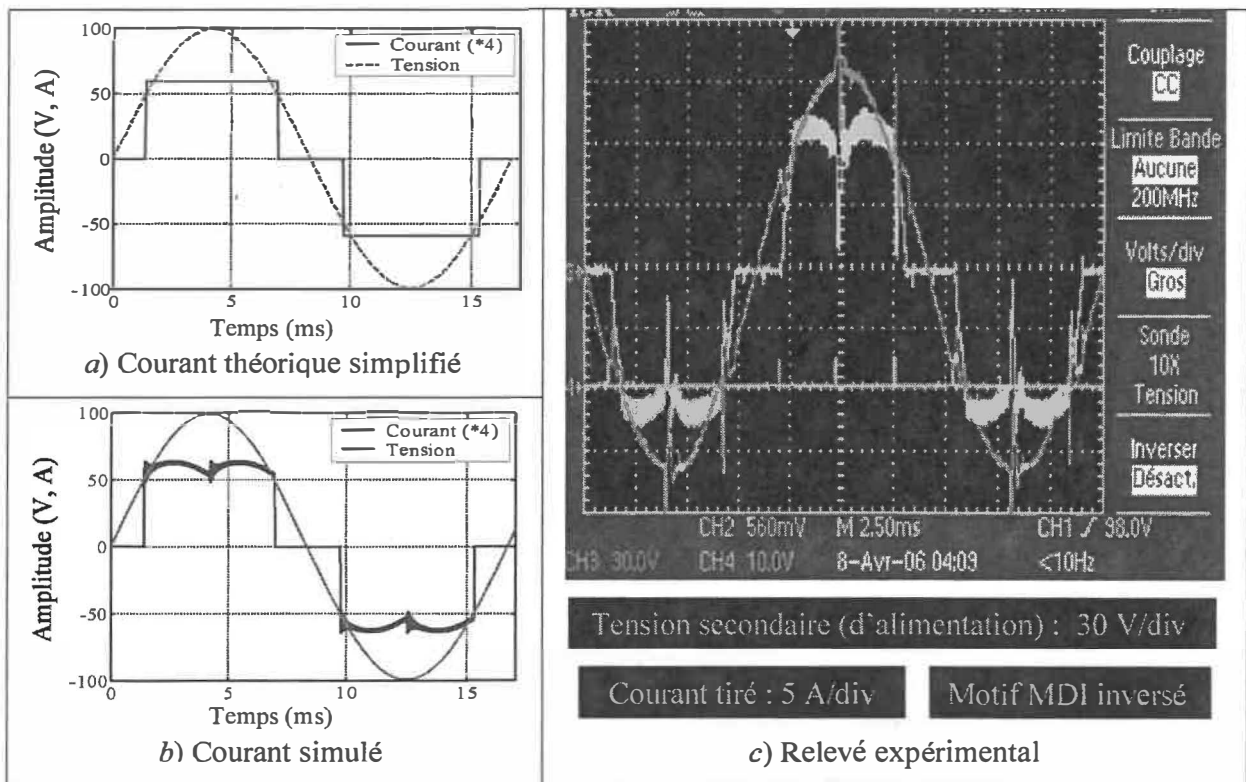


Figure 6.16. Courant tiré par le convertisseur à pleine puissance

Les figures 6.17 et 6.18 indiquent, respectivement, le courant tiré d'une phase de l'alimentation à une puissance transmise de 50 % de la pleine puissance, dans les cas de motifs à 5 et 6 trous. Les commentaires, suscités par ces figures, sont en relation avec les inductances qui peuvent se trouver en amont du redresseur. En simulation et en expérimentation, ces inductances se confondent, respectivement, avec les inductances parasites incluses dans le modèle des diodes, d'une valeur de 1  $\mu\text{H}$  par diode, et les inductances de fuite de l'autotransformateur, d'une valeur beaucoup plus grande (de l'ordre de 300  $\mu\text{H}$ ).

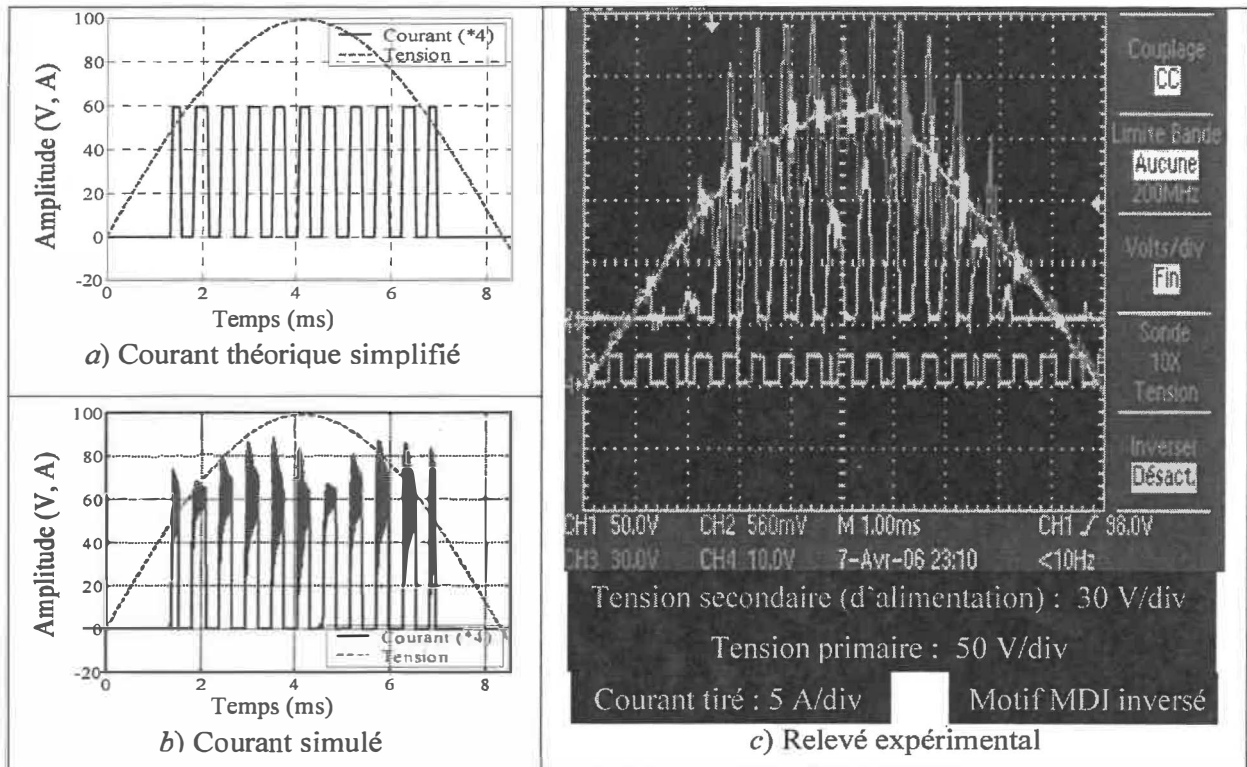


Figure 6.17. Courant tiré par le convertisseur à une puissance de 0.5 p.u., cas 5 trous/motif

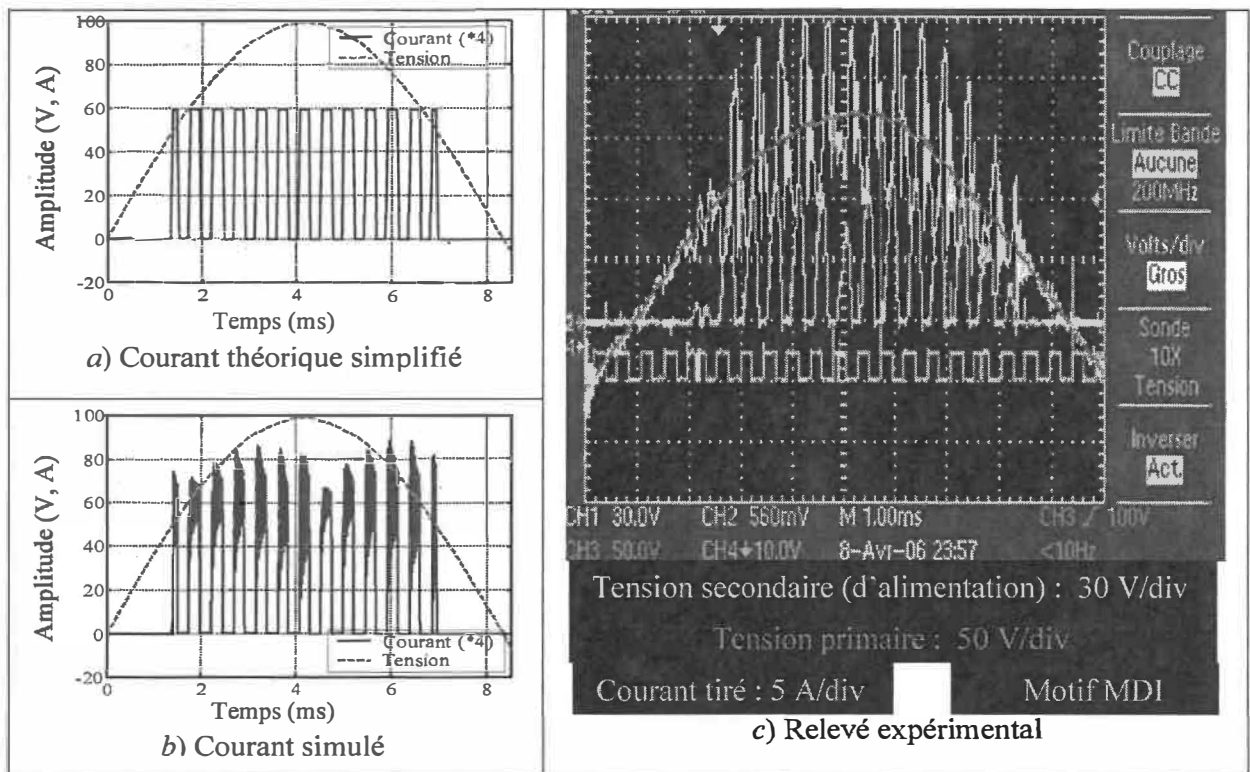


Figure 6.18. Courant tiré par le convertisseur à une puissance de 0.5 p.u., cas 6 trous/motif



Durant une séquence MDI, la connexion entre l'entrée et la sortie du redresseur est figée. Ces inductances et le condensateur de découplage HF forment, alors, un filtre L-C passe bas, qui s'intercale entre l'alimentation et l'onduleur. Le passage du fonctionnement de l'onduleur du mode roue libre au mode normal constitue pour le filtre une variation brusque de charge. À une telle variation, le filtre répond de manière rapide et oscillatoire, si l'inductance est faible, comme en simulation, ou lente et amortie, si l'inductance est grande, comme en expérimentation. Dès lors, on comprend pourquoi les impulsions du courant sont rectangulaires avec superposition d'une oscillation haute fréquence en simulation et, plutôt, triangulaires en expérimentation.

Inévitablement, les tensions à l'entrée du redresseur sont perturbées par la présence de ces mêmes inductances. En simulation, on ne s'aperçoit pas de ces perturbations car les inductances sont incorporées dans le redresseur (le point de visualisation des tensions est en amont des inductances). Par contre en expérimentation, elles sont bien visibles car les inductances sont incorporées dans l'alimentation (le point de visualisation des tensions est en aval des inductances). Sur les oscillographes, on a bien pris soin de visualiser, simultanément avec la tension secondaire d'alimentation du convertisseur, la tension primaire correspondante. On constate que cette dernière n'est pas perturbée. Ceci explique pourquoi le circuit de commande continue à fonctionner correctement malgré les perturbations des tensions à l'entrée du convertisseur. En effet, le circuit de commande exploite les tensions primaires pour générer le signal *DPZ* (Figure 6.13).

La figure 6.19 montre les spectres harmoniques théoriques, simulés et expérimentaux des courants tirés pour des puissances de 75 et 25 % de la pleine puissance dans le cas de motifs à 5 trous par séquence. La figure 6.20 montre les mêmes spectres mais dans le cas de motifs à 6 trous par séquence. Sur ces figures, nous vérifions qu'au voisinage du fondamental, les amplitudes des harmoniques sont, approximativement, inversement proportionnelles à leur rang. Étant donné que cette forme de répartition spectrale est caractéristique de la distorsion due au redresseur, nous pouvons confirmer la séparation de la distorsion due au redresseur de celle due à l'onduleur. Cette dernière, conformément à la théorie, se présente sous la forme de paires dominantes espacées d'une distance de 6 fois le nombre de trous par séquence.

Les spectres expérimentaux se distinguent des spectres théoriques et simulés par une très forte atténuation de la troisième paire, qui se produit à des fréquences de  $60 \cdot (3 \cdot 6 \cdot 5 \pm 1) = 5400 \pm 60$  Hz ou  $60 \cdot (3 \cdot 6 \cdot 6 \pm 1) = 6480 \pm 60$  Hz selon que le motif comporte 5 ou 6 trous par séquence.

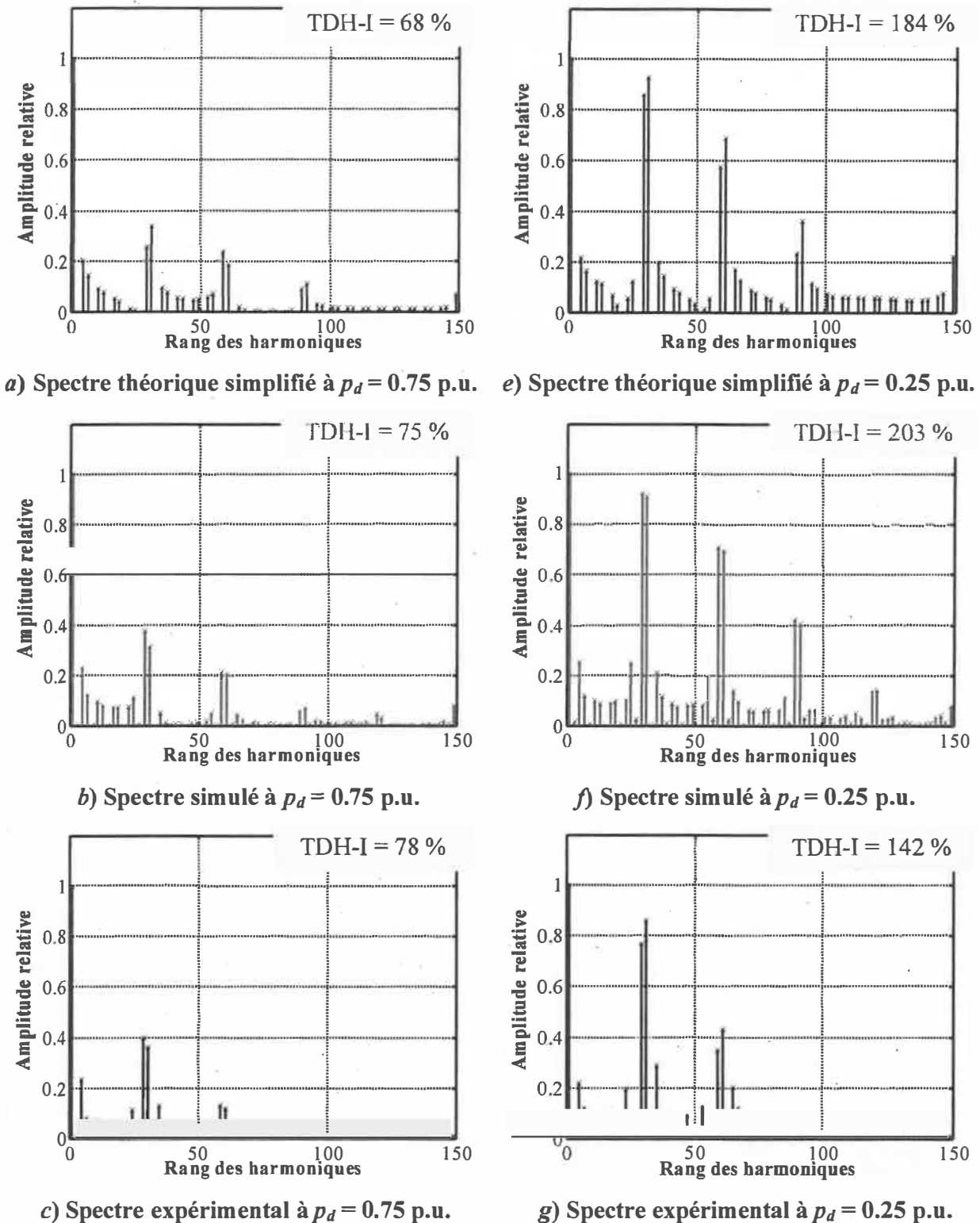
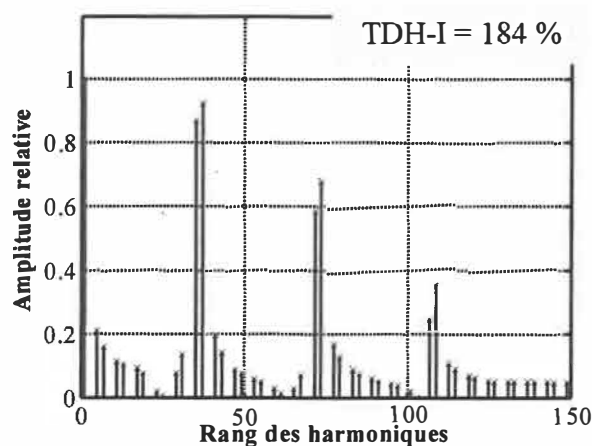
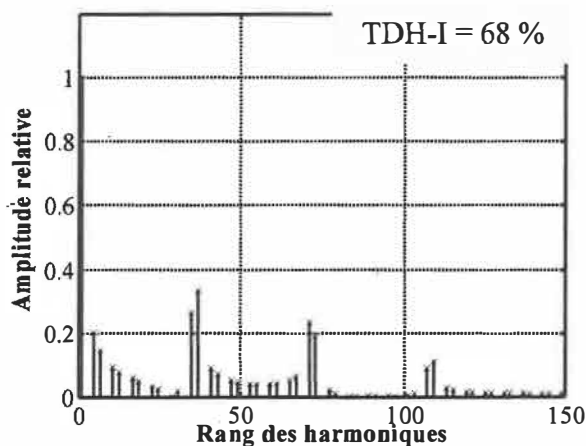
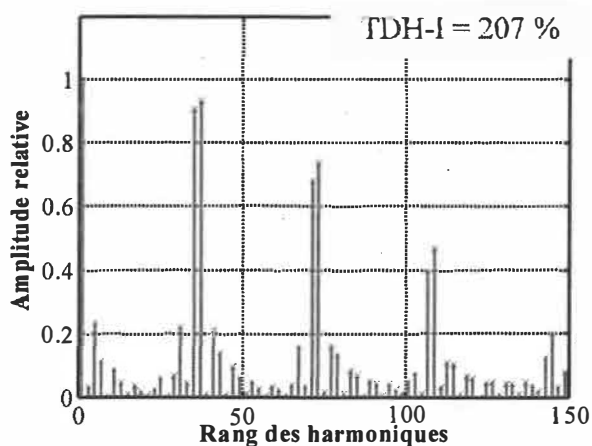
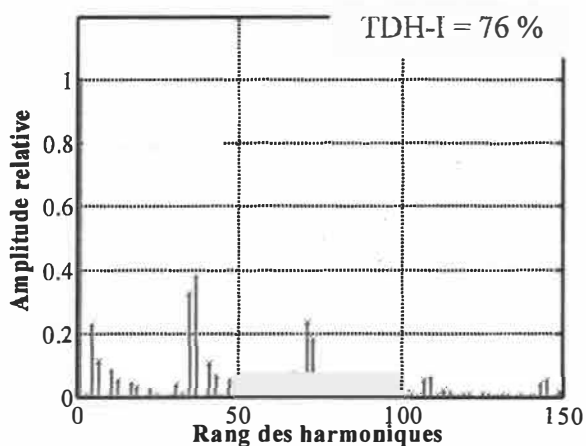
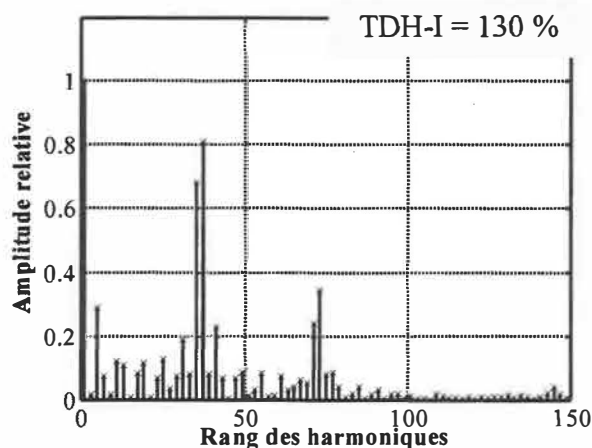
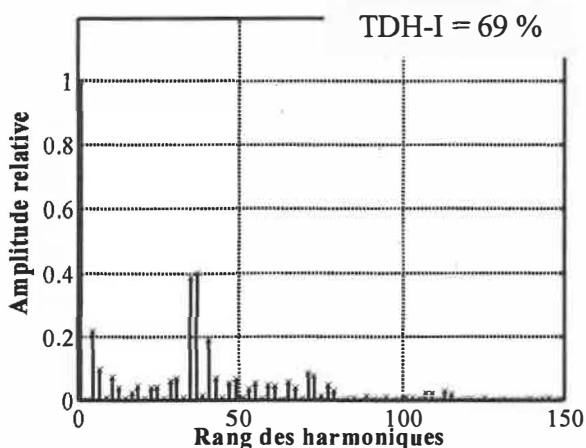


Figure 6. 19. Comparaison des spectres harmoniques théoriques, simulés et expérimentaux du courant tiré par le convertisseur - Cas des motifs à 5 trous


 a) Spectre théorique simplifié à  $p_d = 0.75$  p.u.

 e) Spectre théorique simplifié à  $p_d = 0.25$  p.u.

 b) Spectre simulé à  $p_d = 0.75$  p.u.

 f) Spectre simulé à  $p_d = 0.25$  p.u.

 c) Spectre expérimental à  $p_d = 0.75$  p.u.

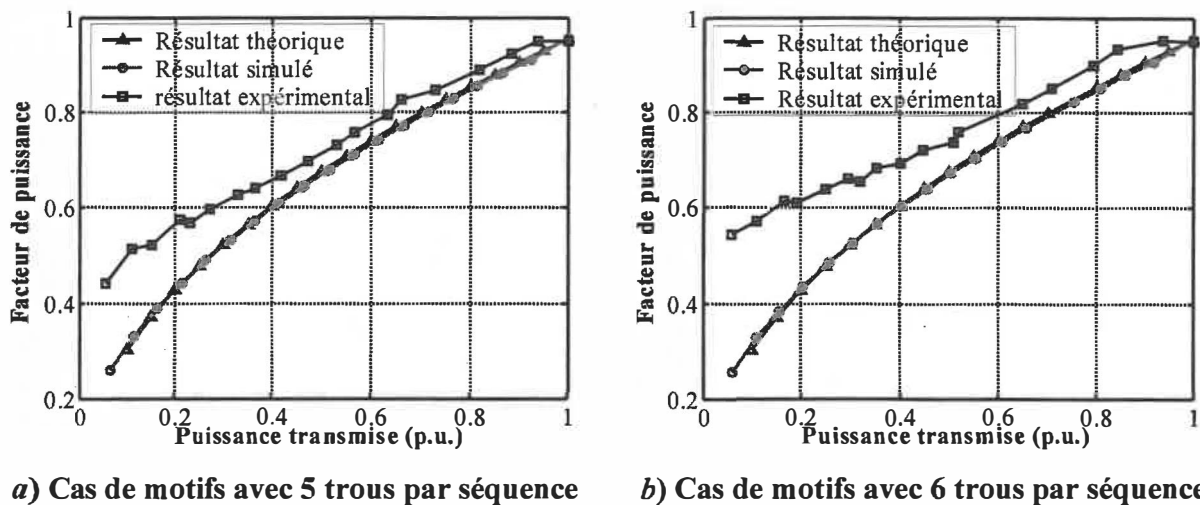
 g) Spectre expérimental à  $p_d = 0.25$  p.u.

Figure 6. 20. Comparaison des spectres harmoniques théoriques, simulés et expérimentaux du courant tiré par le convertisseur - Cas des motifs à 6 trous

Les fréquences de cette paire sont largement supérieures à la fréquence de coupure du filtre L-C passe bas, évoqué plus haut, et qui est de l'ordre de 2500 Hz, ce qui explique son atténuation.

Sachant que la fréquence du fondamental est 60 Hz, l'harmonique dont la fréquence est la plus proche de 2500 Hz, est celui d'ordre 41. En conséquence, tous les harmoniques d'ordre supérieurs à 41 sont plus ou moins atténués par ce filtre non intentionnel. Ceci justifie l'obtention de facteurs de puissance expérimentaux meilleurs que ceux obtenus en simulation et en théorie.

Les facteurs de puissance expérimentaux, simulés et théoriques sont indiqués sur la figure 6.21. En comparant les facteurs de puissance dans les cas de motifs à cinq et à six trous par séquence, on constate que le facteur de puissance expérimental est encore meilleur dans le cas de motifs à six qu'à cinq trous par séquence. La raison réside dans le fait que plus on augmente le nombre de trous par séquence, c.-à-d. on augmente la fréquence de la porteuse, plus on pousse la distorsion due à l'onduleur en dehors de la bande passante du filtre non intentionnel.



a) Cas de motifs avec 5 trous par séquence      b) Cas de motifs avec 6 trous par séquence

Figure 6. 21. Comparaison des facteurs de puissance théoriques, simulés et expérimentaux

La figure 6.22 illustre la commande de la puissance transmise par la tension de commande ( $e_c$ ). On constate que, d'une manière générale, les résultats de la simulation et de l'expérimentation concordent avec les résultats théoriques, qui prédisent une variation linéaire de la puissance transmise avec la tension de commande. Les résultats théoriques s'approchent plus des résultats simulés et expérimentaux dans le cas de motifs avec cinq trous qu'avec six. Cette constatation est conforme à l'étude de la précision du modèle simplifié.

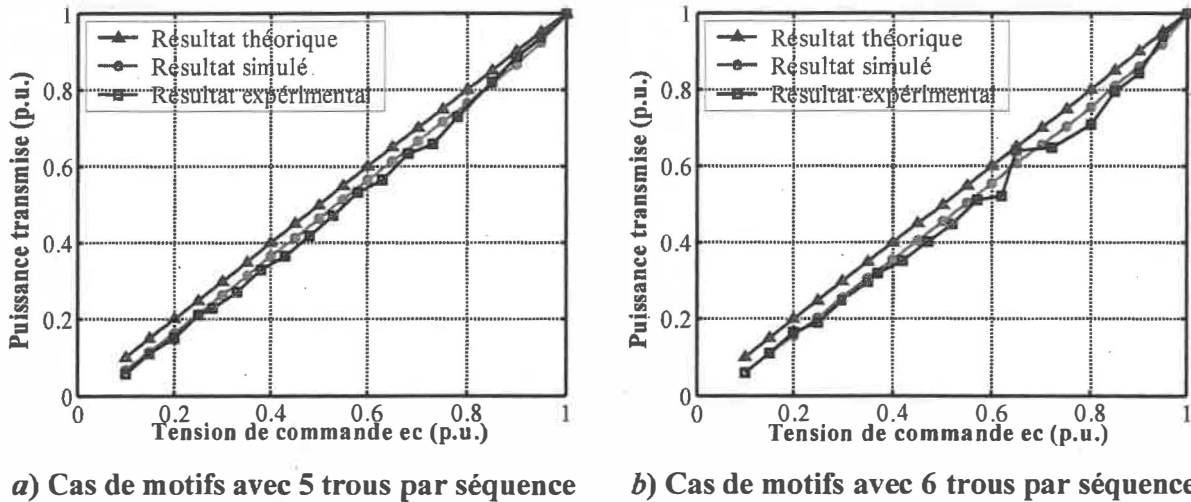


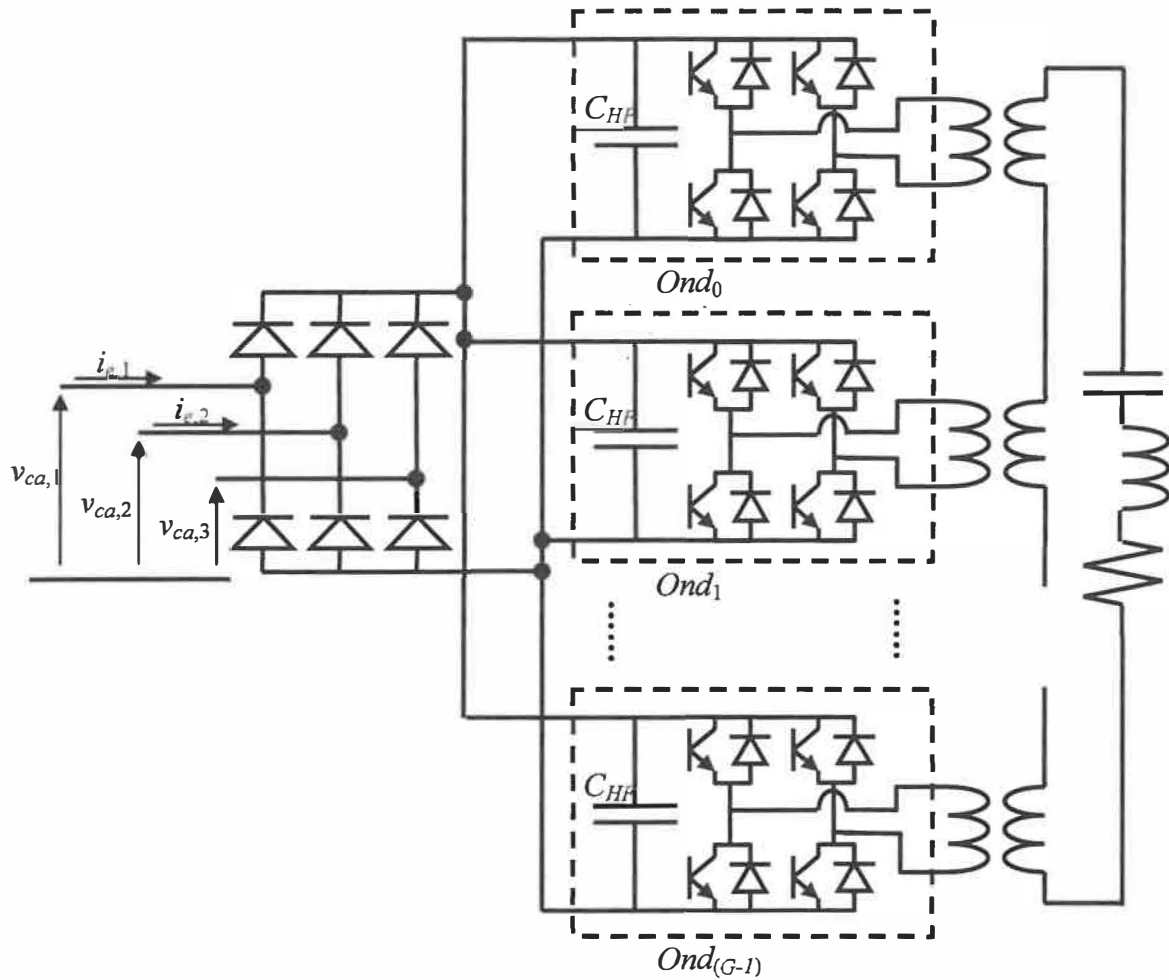
Figure 6.22. Transfert de puissance en théorie, en simulation et en pratique

L'augmentation de la fréquence de la porteuse permet de mieux exploiter le filtre LC non intentionnel, suite à la production de courants tirés ayant des spectres harmoniques plus aérés. Par contre, elle rend la modélisation simplifiée moins précise. Ce compromis, similaire à celui rencontré dans le chapitre 4, nous le traitons, dans la section suivante, de la même manière qu'auparavant.

## 6.4. ADOPTION D'UNE STRUCTURE MULTINIVEAU POUR L'ÉTAGE CC-CA

### 6.4.1. CONVERTISSEUR CONSIDÉRÉ ET STRUCTURE ÉQUIVALENTE

Afin de corriger la distorsion due à l'onduleur, tout en respectant les conditions d'une modélisation simplifiée précise, nous appliquons au convertisseur avec redresseur de tête triphasé la même technique, appliquée auparavant au convertisseur avec redresseur de tête monophasé : donner à l'étage de conversion cc-ca une topologie d'onduleur multiniveau en cascade, où les porteuses des différents onduleurs constitutifs sont déphasées les unes par rapport aux autres de  $2\pi/G$ , si  $G$  est le nombre d'onduleurs constitutifs (Figure 6.23).



**Figure 6.23. Système multiconvertisseur monocharge avec redresseur triphasé (3ph-MoC<sub>G</sub>)**

Dans le multiconvertisseur de la figure 6.23 et son analogue, considéré dans le chapitre précédent, les étages cc-ca fonctionnent de la même manière. Ils diffèrent uniquement par la forme de la tension d'alimentation. En conséquence, le système équivalent biconvertisseur, établi dans le chapitre précédent, demeure valable pour modéliser le multiconvertisseur de la figure 6.23, à condition d'y introduire des transformateurs et des redresseurs triphasés (Figure 6.24).

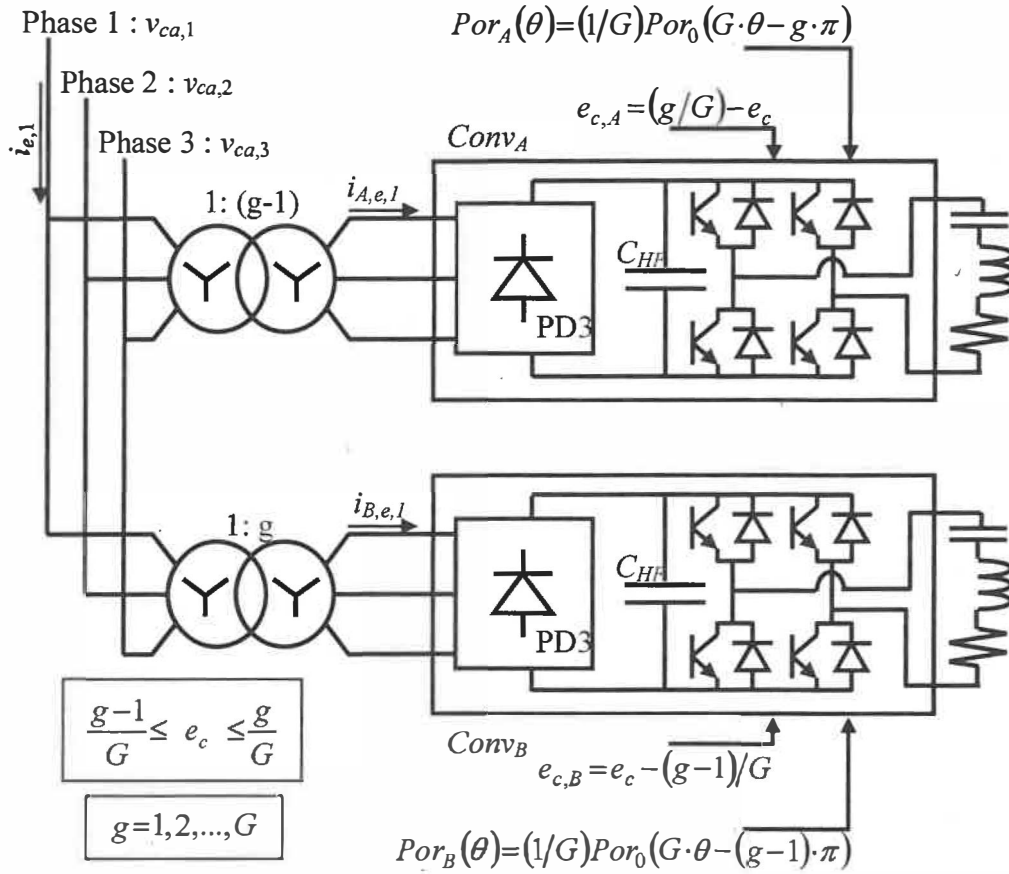


Figure 6.24. Système biconvertisseur équivalent adapté au cas du redresseur triphasé

#### 6.4.2. MODÉLISATION

La porteuse,  $Por_0$ , associée à l'onduleur  $Ond_0$ , est considérée comme la porteuse de base (à partir de laquelle, toutes les autres porteuses sont déduites). Sa fréquence est  $6qF_{ca}$ . Le déclenchement de la rampe ascendante de cette porteuse coïncide avec le début de la séquence MDI. Dans le système biconvertisseur équivalent, qui décrit le fonctionnement du système multiconvertisseur quand sa tension de commande ( $e_c$ ) est comprise entre des valeurs de la forme  $(g-1)/G$  et  $g/G$ , les porteuses de  $Conv_A$  et de  $Conv_B$  deviennent :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} Por_A(\theta) = (1/G)Por_0(G \cdot \theta - g \cdot \pi) = (1/G)Por_0(G \cdot \theta) \\ Por_B(\theta) = (1/G)Por_0(G \cdot \theta - (g-1) \cdot \pi) = (1/G)Por_0(G \cdot \theta + \pi) \end{cases} & \text{si } g \text{ est pair} \\ \text{et} & \begin{cases} Por_A(\theta) = (1/G)Por_0(G \cdot \theta - g \cdot \pi) = (1/G)Por_0(G \cdot \theta + \pi) \\ Por_B(\theta) = (1/G)Por_0(G \cdot \theta - (g-1) \cdot \pi) = (1/G)Por_0(G \cdot \theta) \end{cases} & \text{si } g \text{ est impair} \end{aligned}$$

Autrement dit, le début de la séquence MDI coïncide avec le déclenchement de la rampe ascendante ou descendante de la porteuse  $Por_A$  de  $Conv_A$ , selon que  $g$  est pair ou impair. L'inverse se produit avec la porteuse  $Por_B$  de  $Conv_B$ . La figure 6.25 illustre cette situation.

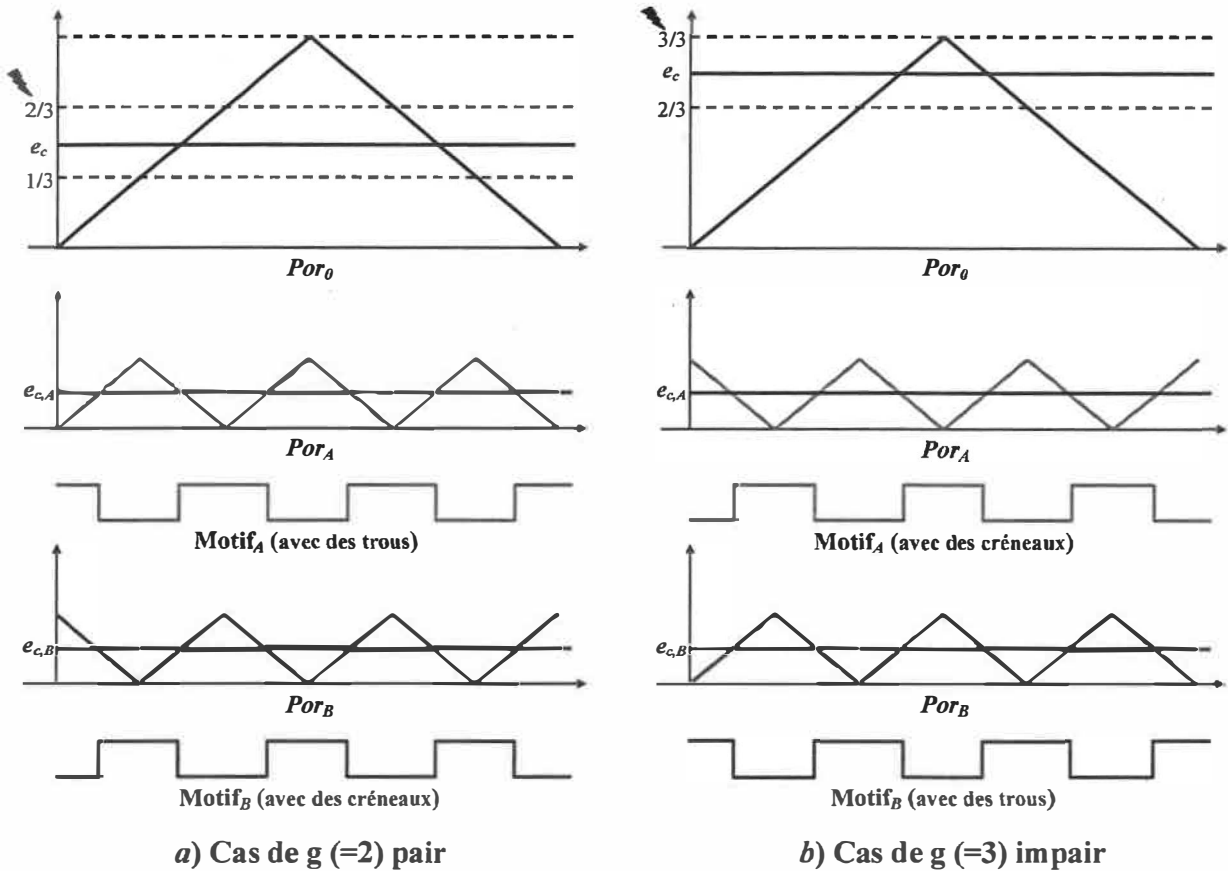


Figure 6.25. Porteuses et motifs dans un système biconvertisseur équivalent à un multiconvertisseur avec  $G = 3$  et  $q = 1$

Pour la modélisation du système multiconvertisseur 3ph-MoC<sub>G</sub>, il est nécessaire de distinguer les deux cas :  $g$  pair et  $g$  impair.

**Premier cas : la tension de commande  $e_c$  est comprise entre  $(g-1)/G$  et  $g/G$  avec  $g$  pair**

Le convertisseur  $Conv_A$  fonctionne avec des motifs composés de trous, tous de même largeur  $\Delta n_A$  et uniformément répartis sur la séquence MDI. La modélisation de ce type de fonctionnement est faite dans la section 6.3.3.1. En adaptant (6.33), (6.34) et (6.35) au fait que  $Conv_A$  est alimenté par des tensions  $(g-1)$  fois supérieures et que son motif comporte  $G$  fois plus de trous par rapport



au convertisseur considéré dans la section 6.3.3, on arrive à la détermination de la valeur efficace et du spectre des courants tirés par  $Conv_A$ . Par adaptation de (6.33), on obtient l'expression de la valeur efficace des courants tirés par  $Conv_A$  :

$$I_{A,eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot (g-1) \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{1 - q \cdot G \frac{\Delta n_A}{N_{ip}}} \quad (6.49)$$

Par adaptation de (6.34) et (6.35), on obtient le spectre des courants tirés par  $Conv_A$  :

$$\text{pour le fondamental} \quad a_{A,1} = (g-1) \cdot \left( 1 - 2 \cdot \sin \left( \frac{\pi \Delta n_A}{6 N_{ip}} \right) \right) SIG_{qG}(m=1) \quad (6.50.1)$$

ou, après approximation du sinus et calcul de  $SIG_{qG}$ ,

$$a_{A,1} = (g-1) \cdot \left( 1 - q \cdot G \frac{\Delta n_A}{N_{ip}} \right) \quad (6.50.2)$$

pour les harmoniques d'ordre  $m=6h \pm 1$

$$a_{A,m} = (g-1) \cdot \left( -\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi \Delta n_A}{6 N_{ip}} \right) \right) \cdot SIG_{qG}(m) \quad \text{si } h \text{ est impair} \quad (6.51.1)$$

$$a_{A,m} = (g-1) \cdot \left( +\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi \Delta n_A}{6 N_{ip}} \right) \right) \cdot SIG_{qG}(m) \quad \text{si } h \text{ est pair} \quad (6.51.2)$$

$SIG_{qG}$  et  $SIG_q$  représentent une même entité, sauf que le premier est paramétré par  $qG$ , alors que le second l'est par  $q$ . Donc, les résultats remarquables de  $SIG_{qG}$  se déduisent de ceux de  $SIG_q$  et sont :

$$\text{quand } m=1 \quad SIG_{qG}(m) \approx (3/\pi) \cdot q \cdot G \quad (6.52.1)$$

$$\text{quand } m=6 \cdot h \cdot q \cdot G \pm 1 \quad |SIG_q(m)| = SIG(1) \quad (6.52.2)$$

$$\text{quand } m \neq 6 \cdot h \cdot q \cdot G \pm 1 \quad |SIG_q(m)| = SIG(1) / |m - (6 \cdot h \cdot q \cdot G)| \quad (6.52.3)$$

Le convertisseur  $Conv_B$  fonctionne avec des motifs composés de créneaux, tous de même largeur  $\Delta l_B$  et uniformément répartis sur la séquence MDI. La modélisation de ce type de fonctionnement est faite dans la section E.3 de l'annexe E. En adaptant les résultats établis dans cette annexe au fait que  $Conv_B$  est alimenté par des tensions  $g$  fois supérieures et que son motif comporte  $G$  fois plus de créneaux par rapport au convertisseur considéré dans l'annexe E, on arrive à la

détermination de la valeur efficace et du spectre des courants tirés par  $Conv_B$ . La valeur efficace des courants tirés par  $Conv_B$  s'exprime par :

$$I_{B,eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot g \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{q \cdot G \frac{\Delta I_B}{N_{tp}}} \quad (6.53)$$

Le spectre des courants tirés par  $Conv_B$  s'exprime par:

pour le fondamental 
$$a_{B,1} = g \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \Delta I_B}{6 N_{tp}}\right) SIG_{qG}(m=1) \quad (6.54.1)$$

ou, après approximation du sinus et calcul de  $SIG_{qG}$ ,

$$a_{B,1} = g \cdot q \cdot G \frac{\Delta I_B}{N_{tp}} \quad (6.54.2)$$

pour les harmoniques d'ordre  $m=6h \pm 1$

$$a_{B,m} = g \cdot \frac{\pm 2}{m} \sin\left(m \frac{\pi \Delta I_B}{6 N_{tp}}\right) \cdot SIG_{qG}(m) \quad (6.55)$$

### **Deuxième cas : la tension de commande $e_c$ est comprise entre $(g-1)/G$ et $g/G$ avec $g$ impair**

Le convertisseur  $Conv_A$  fonctionne avec des motifs composés de créneaux, tous de même largeur  $\Delta I_A$ . Son fonctionnement est alors identique à celui de  $Conv_B$  dans le cas précédent ( $g$  pair). Les expressions de la valeur efficace et du spectre des courants tirés par  $Conv_A$  se déduisent de celles des mêmes grandeurs, associées à  $Conv_B$  quand  $g$  est pair. Il suffit d'y remplacer  $g$  par  $(g-1)$  et  $\Delta I_B$  par  $\Delta I_A$ . On obtient alors :

pour la valeur efficace 
$$I_{A,eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot (g-1) \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{q \cdot G \frac{\Delta I_A}{N_{tp}}} \quad (6.56)$$

pour le fondamental 
$$a_{A,1} = (g-1) \cdot q \cdot G \frac{\Delta I_A}{N_{tp}} \quad (6.57)$$

pour les harmoniques d'ordre  $m=6h \pm 1$  
$$a_{A,m} = (g-1) \cdot \frac{\pm 2}{m} \sin\left(m \frac{\pi \Delta I_A}{6 N_{tp}}\right) \cdot SIG_{qG}(m) \quad (6.58)$$

Quant au convertisseur  $Conv_B$ , son fonctionnement est identique à celui de  $Conv_A$  avec  $g$  pair. Après adaptation des expressions relatives à  $Conv_A$  avec  $g$  pair, on obtient :

pour la valeur efficace

$$I_{B,eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot g \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{1 - q \cdot G \frac{\Delta n_B}{N_{tp}}} \quad (6.59)$$

pour le fondamental

$$a_{B,1} = g \cdot \left( 1 - q \cdot G \frac{\Delta n_B}{N_{tp}} \right) \quad (6.60)$$

pour les harmoniques d'ordre  $m = 6h \pm 1$

$$a_{B,m} = g \cdot \left( -\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi \Delta n_B}{6 N_{tp}} \right) \cdot SIG_{qG}(m) \right) \text{ si } h \text{ est impair} \quad (6.61.1)$$

$$a_{B,m} = g \cdot \left( +\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi \Delta n_B}{6 N_{tp}} \right) \cdot SIG_{qG}(m) \right) \text{ si } h \text{ est pair} \quad (6.61.2)$$

### Équivalences entre les deux cas

L'interprétation géométrique de la figure 6.26 permet d'établir la largeur des trous ou des créneaux, selon que le début de la séquence coïncide avec le déclenchement de la rampe ascendante ou descendante de la porteuse, en fonction de la tension de commande.

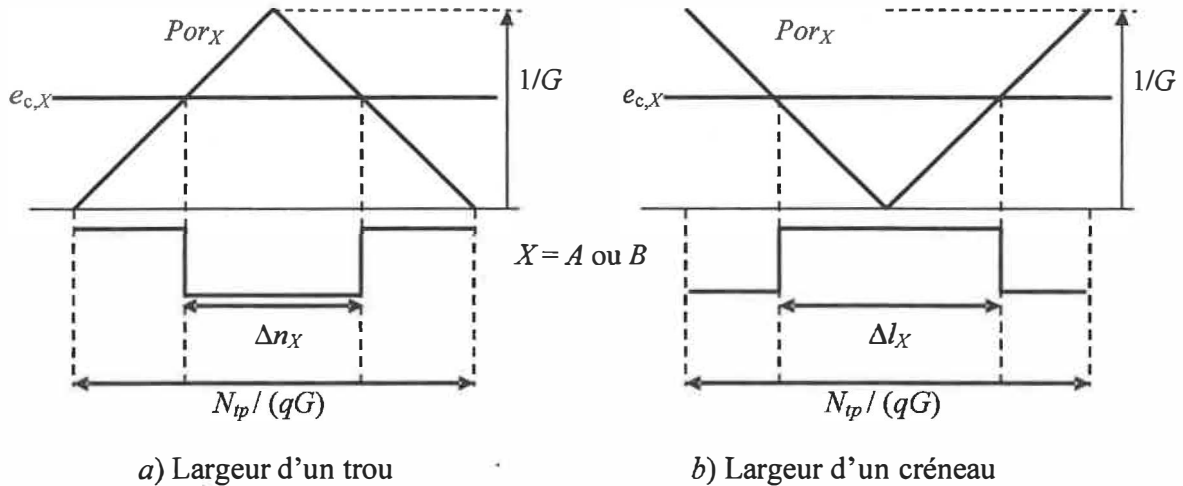


Figure 6.26. Largeur des trous et des créneaux des motifs des convertisseurs  $Conv_A$  et  $Conv_B$

On déduit que :

$$\frac{\Delta n_X}{N_{tp}} = \frac{1}{q \cdot G} - \frac{e_{c,X}}{q} \text{ avec } X = A \text{ ou } B \quad (6.62.1)$$

$$\frac{\Delta I_X}{N_{tp}} = \frac{e_{c,X}}{q} \quad \text{avec } X = A \text{ ou } B \quad (6.62.2)$$

$$\frac{\Delta n_X}{N_{tp}} + \frac{\Delta I_X}{N_{tp}} = \frac{1}{q \cdot G} \quad \text{avec } X = A \text{ ou } B \quad (6.63)$$

En réexaminant, à la lumière de (6.63), les expressions de la valeur efficace, du fondamental et des harmoniques des courants tirés par  $Conv_A$  et  $Conv_B$  dans les cas  $g$  pair et  $g$  impair, on constate que la valeur efficace et le fondamental sont indépendants de la parité de  $g$ , alors que les harmoniques ne le sont pas.

En substituant (6.62.1) dans (6.49) et (6.50.2) ou (6.62.2) dans (6.56) et (6.57), on obtient :

$$I_{A,eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot (g-1) \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{G \cdot e_{c,A}} \quad (6.64.1)$$

$$a_{A,1} = (g-1) \cdot G \cdot e_{c,A} \quad (6.65.1)$$

ou, sachant que  $e_{c,A} = (g/G) - e_c$ ,

$$I_{A,eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot (g-1) \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{g - G \cdot e_c} \quad (6.64.2)$$

$$a_{A,1} = (g-1) \cdot (g - G \cdot e_c) \quad (6.65.2)$$

En substituant (6.62.2) dans (6.53) et (6.54.2) ou (6.62.1) dans (6.59) et (6.60), on obtient :

$$I_{B,eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot g \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{G \cdot e_{c,B}} \quad (6.66.1)$$

$$a_{B,1} = g \cdot G \cdot e_{c,B} \quad (6.67.1)$$

ou, sachant que  $e_{c,B} = e_c - ((g-1)/G)$ ,

$$I_{B,eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot g \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{G \cdot e_c - (g-1)} \quad (6.66.2)$$

$$a_{B,1} = g \cdot (G \cdot e_c - (g-1)) \quad (6.67.2)$$

En substituant (6.50.2) dans (6.51) et (6.57) dans (6.58), on obtient, pour un harmonique d'ordre  $m = 6h \pm 1$  :

$$a_{A,m} = (g-1) \cdot \left( -\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi (g-1) - a_{A,1}}{6 (g-1) \cdot q \cdot G} \right) \cdot SIG_{qG}(m) \right) \quad \text{si } g \text{ est pair et } h \text{ est impair} \quad (6.68.1)$$

$$a_{A,m} = (g-1) \cdot \left( +\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi (g-1) - a_{A,1}}{6 (g-1) \cdot q \cdot G} \right) \cdot SIG_{qG}(m) \right) \quad \text{si } g \text{ et } h \text{ sont pairs} \quad (6.68.2)$$

$$a_{A,m} = (g-1) \cdot \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi a_{A,1}}{6 (g-1) \cdot q \cdot G} \right) \cdot SIG_{qG}(m) \quad \text{si } g \text{ est impair} \quad (6.68.3)$$

En substituant (6.54.2) dans (6.55) et (6.60) dans (6.61), on obtient, pour un harmonique d'ordre  $m=6h \pm 1$ :

$$a_{B,m} = g \cdot \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi a_{B,1}}{6 g \cdot q \cdot G} \right) \cdot SIG_{qG}(m) \quad \text{si } g \text{ est pair} \quad (6.69.1)$$

$$a_{B,m} = g \cdot \left( -\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi g - a_{B,1}}{6 g \cdot q \cdot G} \right) \cdot SIG_{qG}(m) \right) \quad \text{si } g \text{ et } h \text{ sont impairs} \quad (6.69.2)$$

$$a_{B,m} = g \cdot \left( +\frac{1}{m} - \frac{\pm 2}{m} \sin \left( m \frac{\pi g - a_{B,1}}{6 g \cdot q \cdot G} \right) \cdot SIG_{qG}(m) \right) \quad \text{si } g \text{ est impair et } h \text{ est pair} \quad (6.69.3)$$

La valeur efficace ( $I_{eff}$ ) et l'amplitude du fondamental ( $a_1 \cdot (A_{1,0})_{app}$ ) des courants tirés de l'alimentation par le système 3ph-MoC<sub>G</sub> se déduisent de celles des courants tirés par les convertisseurs du système biconvertisseur équivalent. Elles sont liées par les relations :

$$I_{eff} = \sqrt{\left( (g-1) \cdot I_{A,eff} \right)^2 + \left( g \cdot I_{B,eff} \right)^2} \quad (6.70.1)$$

$$a_1 = (g-1) \cdot a_{A,1} + g \cdot a_{B,1} \quad (6.71.1)$$

En substituant (6.64.2) et (6.66.2) dans (6.70.1) et (6.65.2) et (6.67.2) dans (6.71.1), on obtient :

$$I_{eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{(g^4 - (g-1)^4) \cdot G \cdot e_c + ((g-1)^4 \cdot g) - ((g-1) \cdot g^4)}} \quad (6.70.2)$$

$$a_1 = (g^2 - (g-1)^2) \cdot G \cdot e_c + ((g-1)^2 \cdot g) - ((g-1) \cdot g^2) \quad (6.71.2)$$

À partir de la détermination de la valeur efficace et du fondamental, on établit le facteur de puissance des courants tirés par le système 3ph-MoC<sub>G</sub> :

$$FP = \frac{3 (g^2 - (g-1)^2) \cdot G \cdot e_c + ((g-1)^2 \cdot g) - ((g-1) \cdot g^2)}{\pi \sqrt{(g^4 - (g-1)^4) \cdot G \cdot e_c + ((g-1)^4 \cdot g) - ((g-1) \cdot g^4)}} \quad (6.72)$$

Le spectre des courants tirés de l'alimentation par le système multiconvertisseur se déduit de ceux des courants tirés par les convertisseurs du système biconvertisseur équivalent. Ils sont liés par la relation :

$$a_m = (g-1) \cdot a_{A,m} + g \cdot a_{B,m} \quad (6.73)$$

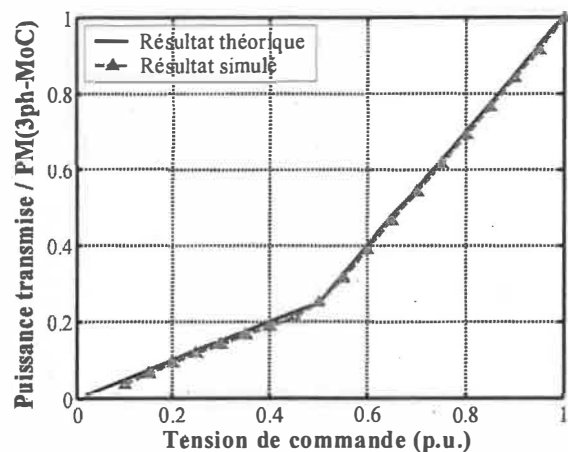
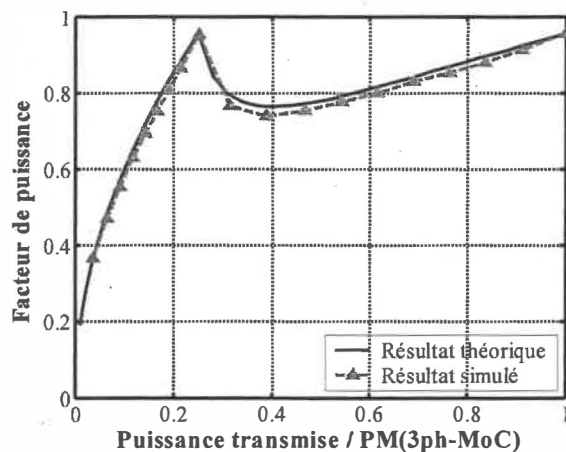
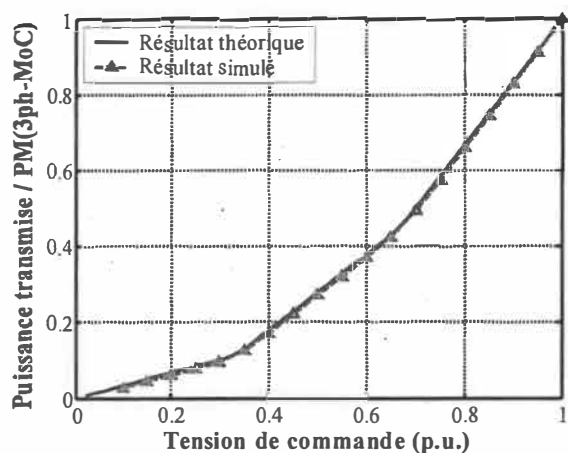
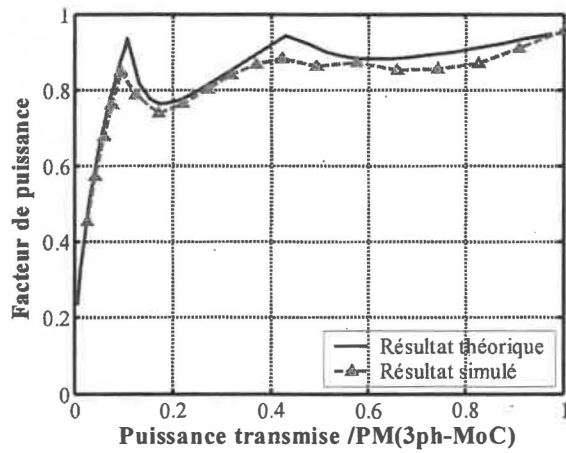
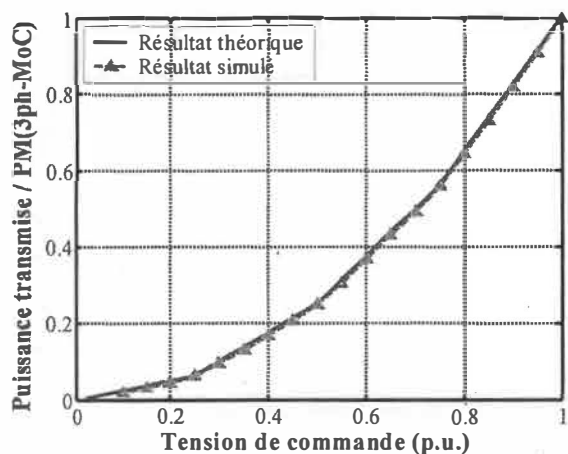
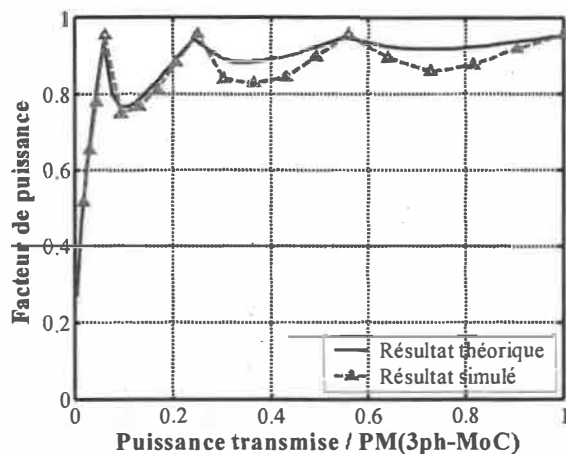
L'expression (6.73) peut être davantage développée en considérant les expressions (6.68) et (6.69). Connaissant le comportement de  $SIG_{qG}$ , nous énonçons que le spectre des courants tirés par le système multiconvertisseur sont prédominés par des paires d'harmoniques d'ordre  $6hqG \pm 1$ , soit donc, à fréquences de porteuses égales, un espacement  $G$  fois plus grand que dans le cas d'un convertisseur avec un seul onduleur.

Les résultats de cette modélisation peuvent être résumés en ce qui suit :

- ✓ Le transfert de la puissance en fonction de la tension de commande est linéaire par morceaux. Les coordonnées des points de cassure de la linéarité sont ( $e_c = g/G$ ,  $a_1 = g^2$ ) avec  $g = 1, 2, \dots, G$ .
- ✓ À chaque point de cassure ( $e_c = g/G$ ), le facteur de puissance atteint son maximum, qui se chiffre à  $3/\pi$ , et les courants tirés coïncident avec les courants de niveau  $g$ . Ces derniers sont définis comme étant les courants tirés de l'alimentation triphasée par  $Conv_B$ , quand il fonctionne à pleine puissance.
- ✓ Entre deux points de cassure ( $g-1/G < e_c < g/G$ ), les spectres harmoniques des courants tirés sont prédominés par des paires d'ordre  $6hqG \pm 1$ .

### 6.4.3. VALIDATION PAR SIMULATION

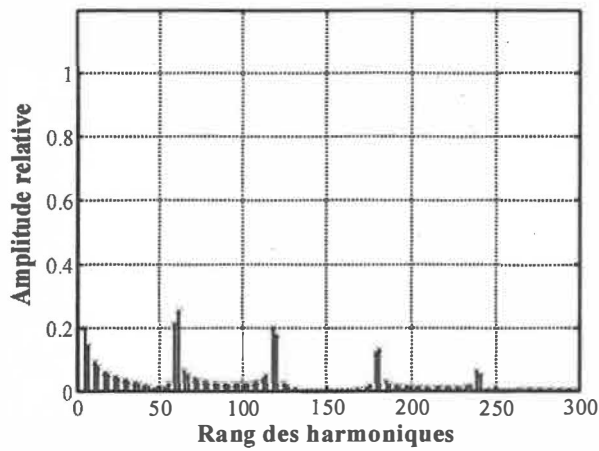
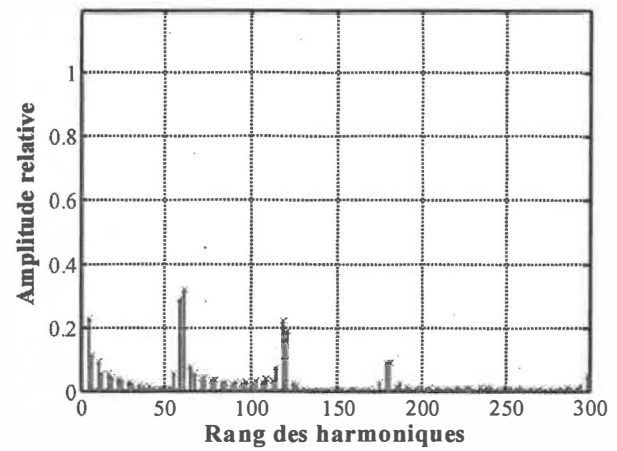
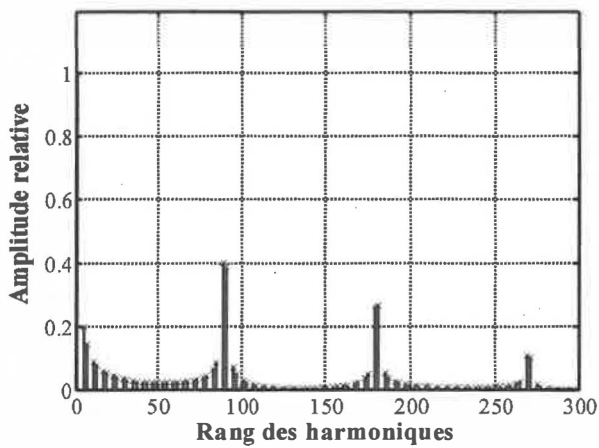
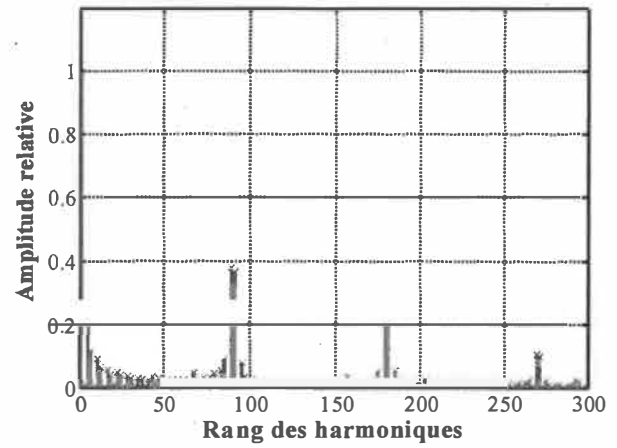
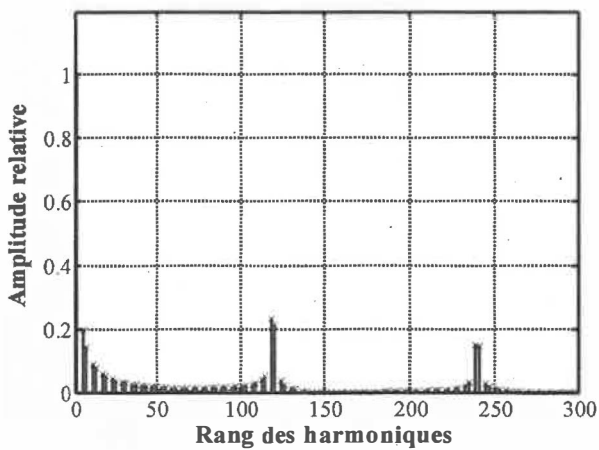
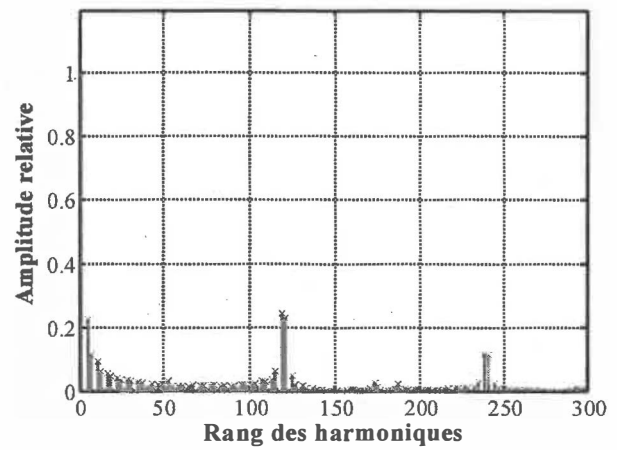
Pour la validation de la modélisation, effectuée ci-dessus, nous avons procédé à la simulation, dans l'environnement Matlab Simulink, d'un système multiconvertisseur monocharge 3ph-MoC<sub>G</sub> avec 2, 3 et 4 onduleurs. Nous avons choisi une fréquence des porteuses triangulaires égale à  $5 \cdot 6 \cdot F_{ca}$ , ce qui correspond à des motifs comportant 5 trous par séquence MDI. Les comparaisons entre les transferts de puissance, les facteurs de puissance et les spectres harmoniques des courants tirés par le système multiconvertisseur théoriques et simulés sont indiquées sur les figures 6.27, 6.28, 6.29 et 6.30. Elles sont concluantes.


 a)  $G = 2$ 

 a)  $G = 2$ 

 b)  $G = 3$ 

 b)  $G = 3$ 

 c)  $G = 4$ 

 c)  $G = 4$ 

PM(3ph-MoC) représente la puissance maximale du 3ph-MoC

**Figure 6. 27. Transfert de puissance dans un système multiconvertisseur**

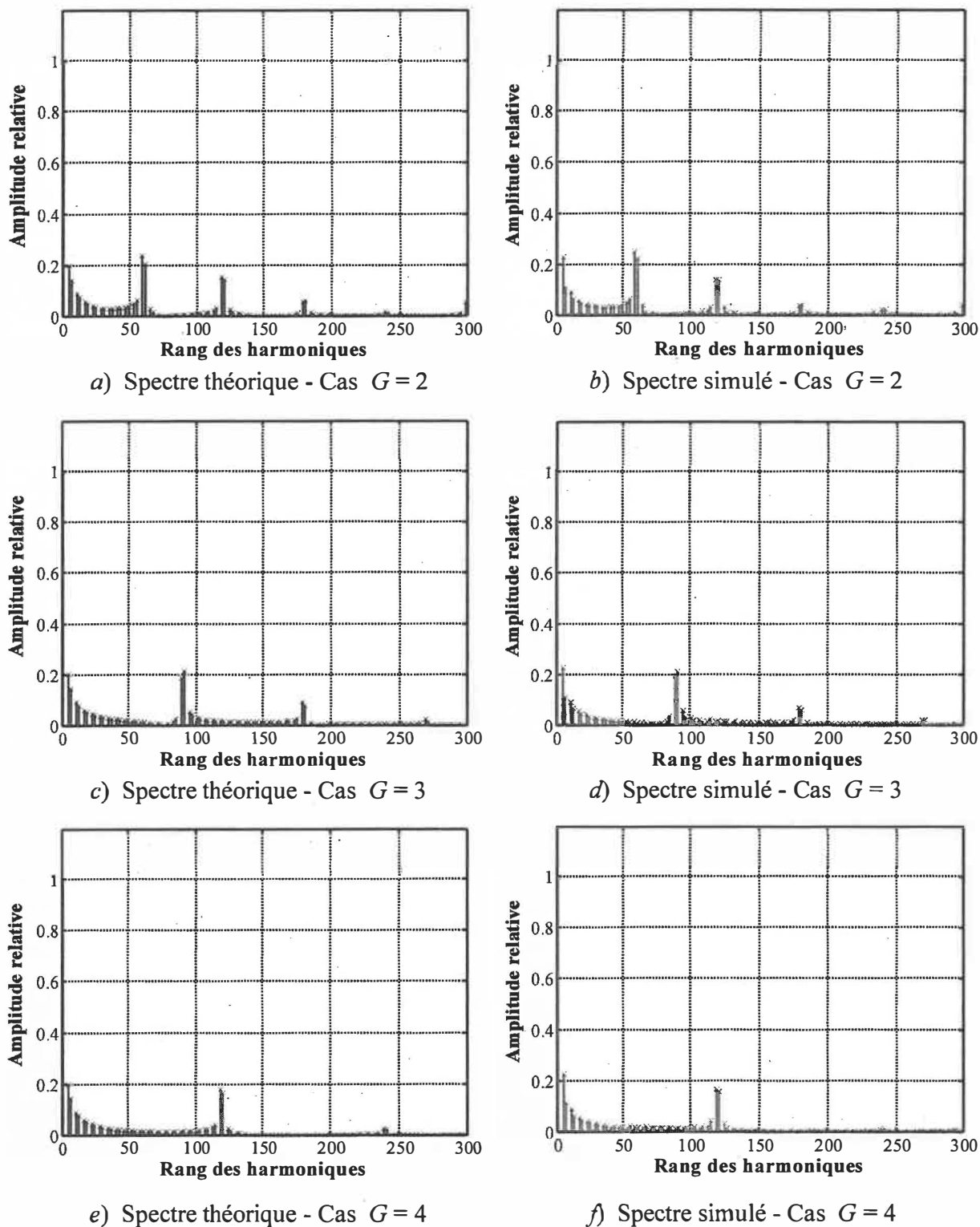
**Figure 6.28. Facteur de puissance dans un système multiconvertisseur**


 a) Spectre théorique - Cas  $G = 2$ 

 b) Spectre simulé - Cas  $G = 2$ 

 c) Spectre théorique - Cas  $G = 3$ 

 d) Spectre simulé - Cas  $G = 3$ 

 e) Spectre théorique - Cas  $G = 4$ 

 f) Spectre simulé - Cas  $G = 4$ 

Les amplitudes des harmoniques sont relatives à celle du fondamental

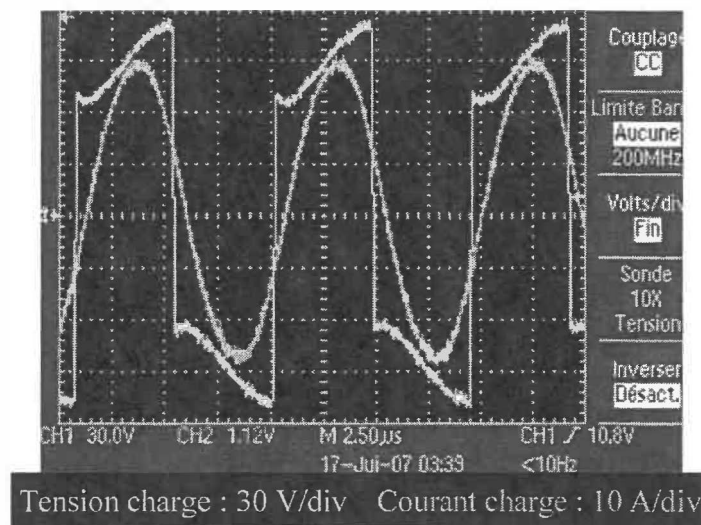
**Figure 6.29. Spectres harmoniques théoriques et simulés du courant tiré par un 3ph-MoC<sub>G</sub> avec  $G = 2, 3$  et  $4$  à puissance transmise de 20 % de la puissance maximale**





#### 6.4.4. MISE EN ŒUVRE ET EXPÉRIMENTATION

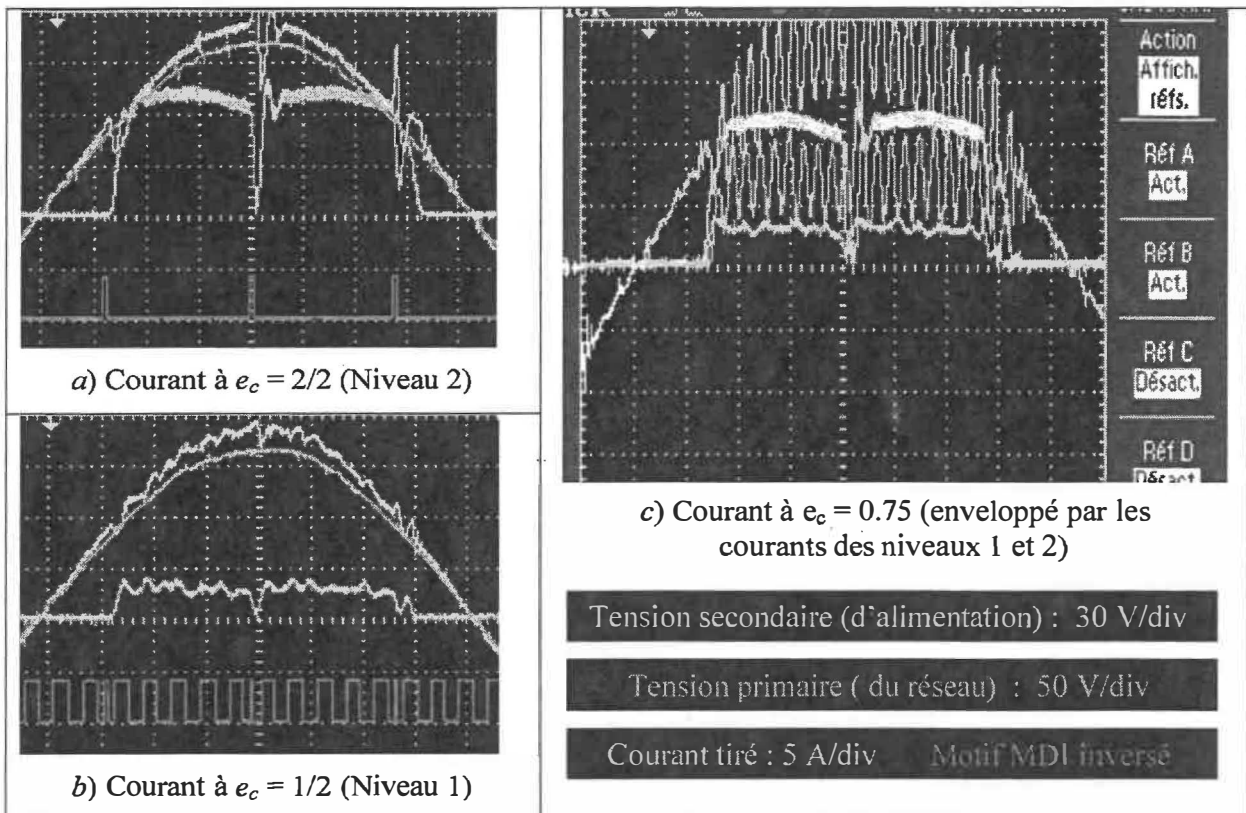
Afin de pouvoir effectuer une validation expérimentale, nous avons transformé le prototype du MoC<sub>2</sub>, décrit dans le chapitre 5, en prototype d'un 3ph-MoC<sub>2</sub> moyennant les modifications suivantes : remplacement du redresseur de tête et du module de relaxation par d'autres, qui sont adaptés à une alimentation en triphasé. La capacité de découplage haute fréquence C<sub>HF</sub> se compose d'une mise en parallèle de cinq condensateurs totalisant 7  $\mu$ F. Les transformateurs d'isolement et d'adaptation ont un rapport  $m_{tr} = 1/4$ . La charge considérée se compose d'une résistance de 2.2  $\Omega$ , d'un condensateur de 90 nF et d'une inductance de 20  $\mu$ H, à laquelle il convient d'ajouter la somme des inductances de fuite des transformateurs d'adaptation et d'isolement, estimée à 8  $\mu$ H en total, ce qui correspond à un coefficient d'amortissement et une fréquence de résonance de la charge de 6.2 % et 100 kHz. La fréquence de commutation est fixée à 104 kHz. Le prototype est alimenté par des tensions triphasées de 75 V efficace (tension simple) / 60 Hz via un autotransformateur. Dans ces conditions, la puissance maximale théorique vaut 2690 W, alors qu'en pratique, la puissance maximale, mesurée à l'entrée du convertisseur, est de 2000 W. L'écart entre les puissances maximales théorique et réelle est dû, principalement, à celui entre les fréquences de résonance et de commutation. L'oscillographe de la figure 6.31, montrant la tension et le courant dans la charge, illustre cet écart. L'estimation de l'inductance de fuite des transformateurs est faite à partir de ce relevé.



**Figure 6.31. Tension et courant dans la charge – Écart entre les fréquences de commutation et de résonance**

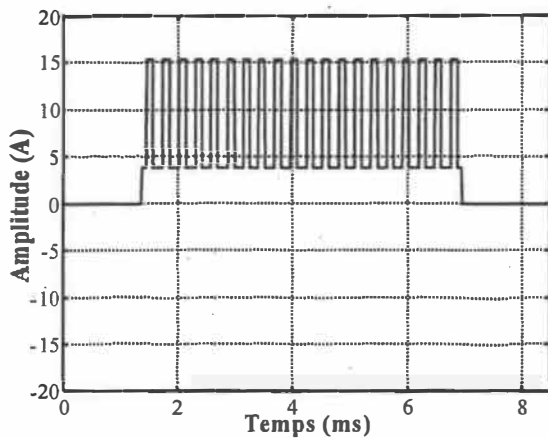
De la figure 6.32, il ressort les faits les plus saillants dans le fonctionnement d'un 3ph-MoC<sub>2</sub>, à savoir :

- quand la tension de commande est égale à  $2/2$ , le courant tiré coïncide avec celui de niveau 2 (a) ;
- quand la tension de commande est égale à  $1/2$ , le courant tiré coïncide avec celui de niveau 1 (b) ;
- quand la tension de commande est comprise entre  $1/2$  et  $2/2$ , le courant tiré est enveloppé par les courants de niveaux 1 et 2 et adouci (c).

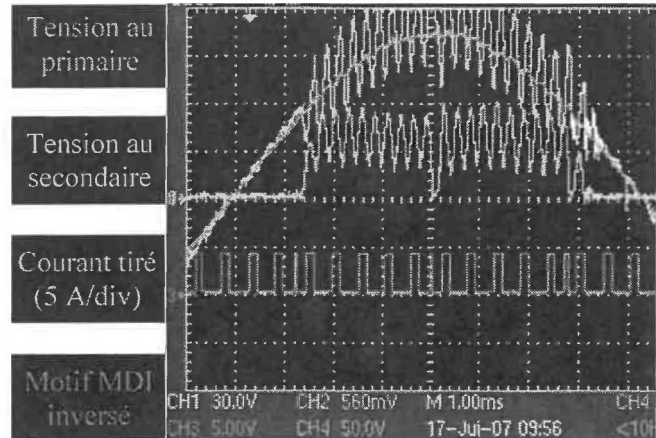


**Figure 6.32. Aspects saillants du fonctionnement d'un 3ph-MoC<sub>2</sub>**

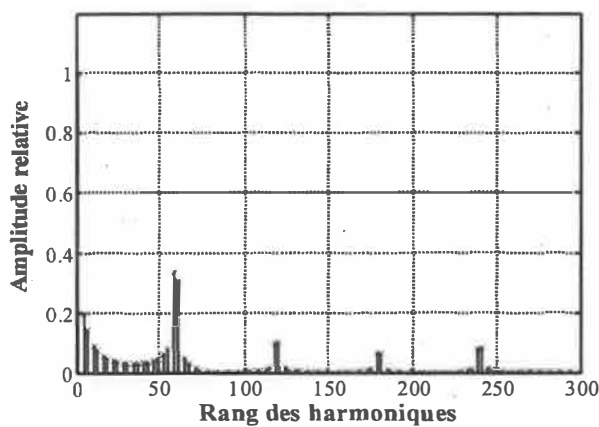
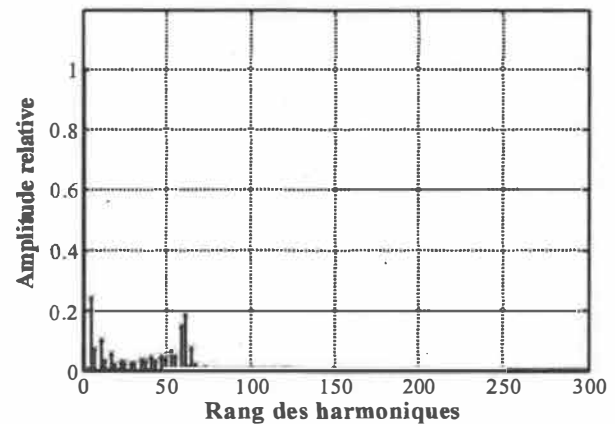
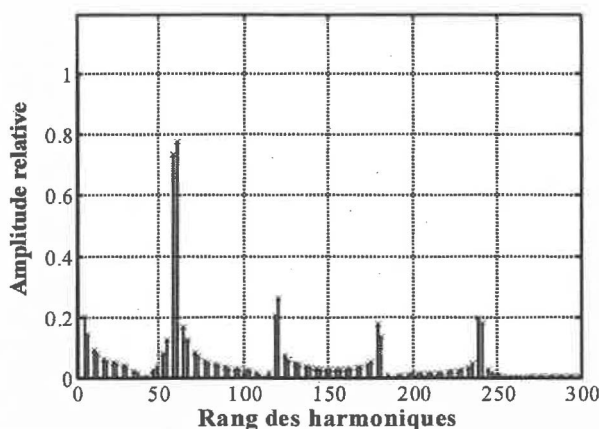
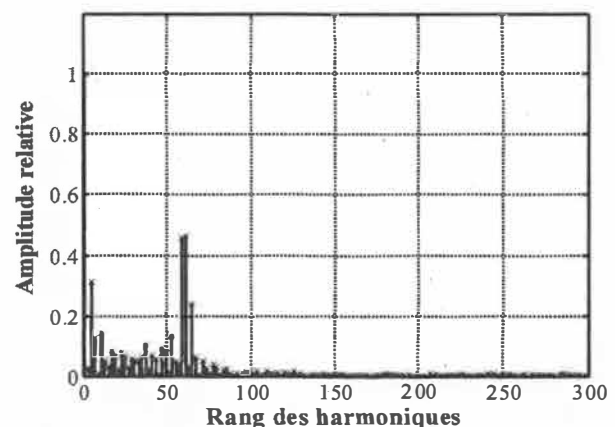
Cet adoucissement est dû au filtre non intentionnel, issu de l'association de l'inductance de fuite de l'autotransformateur d'alimentation et du condensateur de découplage haute fréquence. La comparaison du courant et de la tension à l'entrée du 3ph-MoC<sub>2</sub> en théorie, où l'inductance de fuite n'est pas considérée, et en pratique, en est la confirmation (Figure 6.33). Les conséquences de ce filtre sont encore manifestes, quand on compare les spectres harmoniques des courants absorbés en théorie et en pratique (Figure 6.34).



a) Courant tiré théorique



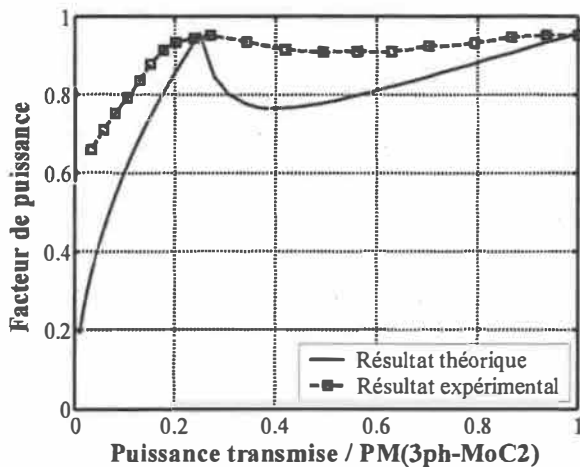
b) Courant tiré expérimental

 Figure 6.33. Illustration de l'effet du filtre non intentionnel sur le courant tiré, Cas  $e_c = 0.7$ 

 a) Spectre théorique à 0.8 x PM(3ph-MoC<sub>2</sub>)

 b) Spectre expérimental à 0.8 x PM(3ph-MoC<sub>2</sub>)

 c) Spectre théorique à 0.1 x PM(3ph-MoC<sub>2</sub>)

 d) Spectre expérimental à 0.1 x PM(3ph-MoC<sub>2</sub>)

Les amplitudes des harmoniques sont relatives à celle du fondamental

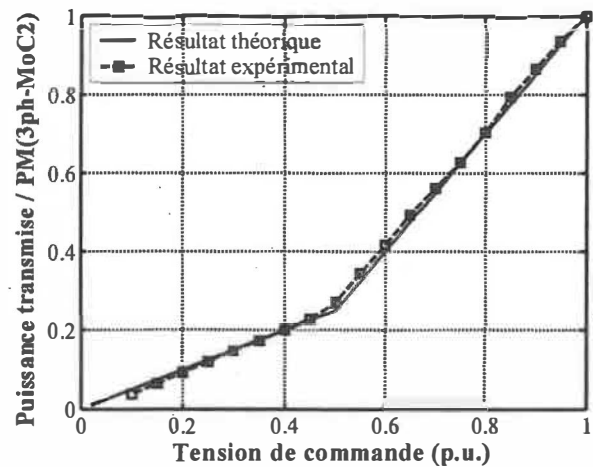
Figure 6.34. Spectres harmoniques théoriques et expérimentaux du courant tiré

Conformément à la théorie, les spectres sont prédominés par des paires d'harmoniques d'ordre  $h \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 \pm 1$ , sauf que le filtre non intentionnel absorbe les paires se trouvant en dehors de sa bande passante. Pour la même raison, le facteur de puissance expérimental présente, conformément à la théorie, deux bollards, mais, en dehors des bollards, il est meilleur qu'en théorie (Figure 6.35). Le transfert de puissance expérimental est conforme à la théorie (Figure 6.36).



**Figure 6.35. Facteur de puissance dans un 3ph-MoC<sub>2</sub>**

PM(3ph-MoC<sub>2</sub>) représente la puissance maximale du 3ph-MoC<sub>2</sub>



**Figure 6.36. Transfert de puissance dans un 3ph-MoC<sub>2</sub>**

## 6.5. CONCLUSION

Le convertisseur, objet de ce chapitre, diffère de celui considéré précédemment par le redresseur de tête : d'une configuration monophasée, on est passé à une configuration triphasée. Les travaux présentés ont trait à la transposition de la méthodologie, développée au cours des chapitres précédents, au cas du convertisseur avec redresseur de tête triphasé. Cette transposition est faite en trois volets.

Dans le premier volet de la transposition, l'établissement d'une analyse de fonctionnement, qui intègre la nouvelle forme de la tension redressée, et la définition d'une stratégie d'optimisation de la commande MDI en sont les principaux résultats. L'analyse de fonctionnement, analogue à celle effectuée dans le chapitre 3, nous a permis de décomposer la distorsion harmonique des courants tirés par le convertisseur en deux types de distorsion, une distorsion due au

fonctionnement du redresseur et une autre due au fonctionnement en MDI de l'onduleur, et de caractériser chaque distorsion. Nous avons montré que la stratégie d'optimisation, qui consiste à utiliser une distorsion pour compenser l'autre, n'est pas possible et que l'optimisation doit se faire sur la base du meilleur facteur de puissance. Ces résultats sont publiés dans [Sandali A. et al. '05].

L'établissement d'une analyse de fonctionnement simplifiée, son exploitation en vue de la synthèse de lois de commande, qui s'inscrivent dans le cadre de la stratégie d'optimisation retenue, et la mise en œuvre de ces lois forment le contenu du deuxième volet. La synthèse, l'implantation et la délimitation du domaine de validité de la loi de commande de séparation des distorsions sont les résultats les plus significatifs de ce volet. Cette loi, analogue à loi de commande linéaire établie dans le chapitre 4, permet d'optimiser la distorsion harmonique générée par le convertisseur en quantité et en qualité. L'optimisation quantitative réside dans le maintien d'un facteur de distorsion le meilleur possible, avec facteur de déplacement unitaire, à chaque valeur de la puissance transmise. L'optimisation qualitative réside dans la production de spectres harmoniques très aérés. Les performances de cette loi sont validées sur un prototype de 1800 W 100 kHz. Les résultats associés à ce volet sont publiés dans [Sandali A. et al. '06] et [Sandali A. et al. '07b].

Le troisième volet de la transposition concerne la correction partielle du facteur de puissance par modification de la topologie de l'étage de la conversion cc-ca. La technique, développée dans le chapitre 5 et qui utilise une structure d'onduleur multiniveau en cascade, est appliquée au convertisseur considéré dans ce chapitre. La modélisation effectuée a abouti à des caractéristiques similaires à celles obtenues dans le cas d'un convertisseur avec redresseur monophasé, sauf que le facteur de puissance est égal à  $\pi/3$  aux bollards. Ceci prouve que cette technique de correction ne corrige que la distorsion due au fonctionnement de l'onduleur en MDI et confirme la conclusion selon laquelle les deux types de distorsion ne peuvent se compenser mutuellement. Les résultats de ce volet sont validés sur un prototype de 2000 W 100 kHz. Les résultats obtenus sont parfaitement conformes aux prédictions théoriques sauf en ce qui concerne le facteur de puissance. Ce dernier est meilleur en pratique qu'en théorie car le conditionnement des spectres harmoniques des courants tirés de l'alimentation permet de mettre l'inductance parasite de la source, associée au condensateur de découplage haute fréquence, à contribution dans l'amélioration du facteur de puissance.

# CONCLUSION GÉNÉRALE

---

### 7.1. SYNTHÈSE DES TRAVAUX

Situés par rapport aux travaux de ceux qui nous ont précédés au sujet de l'application de la commande MDI à un onduleur à résonance série, les nôtres, présentés dans cette thèse, représentent une évolution. Cette dernière est incarnée par des approfondissements, liés au fonctionnement, au dimensionnement et à la mise en œuvre du convertisseur considéré par nos prédécesseurs, et des innovations dans la structure de ce convertisseur en vue d'améliorer ses performances.

Parmi l'ensemble des approfondissements entrepris, l'analyse de fonctionnement constitue la pierre angulaire. Rappelons qu'à l'opposé de nos prédécesseurs, nous avons, délibérément, choisi de considérer les séquences MDI les plus longues possibles et ce afin d'assurer une variation quasi-continue et linéaire de la puissance transmise. Pour être en cohérence avec notre choix, nous avons considéré des hypothèses, qui sont moins simplificatrices que celles rencontrées en littérature technique. Premièrement, la tension redressée est supposée constante uniquement à l'échelle d'un cycle de résonance de la charge, au lieu que ça soit durant toute une séquence MDI. Deuxièmement, la cellule de découplage haute fréquence entre les courants à la sortie du redresseur et à l'entrée de l'onduleur absorbe uniquement les ondulations au double de la fréquence de résonance de la charge, au lieu que ça soit aussi les ondulations à la fréquence de la séquence MDI. C'est sous ces hypothèses que l'analyse de fonctionnement est effectuée. Cette

analyse permet de caractériser la puissance transmise par le convertisseur (action en aval) et la distorsion du courant tiré de l'alimentation (action en amont). Cette double caractérisation est rendue possible par la détermination de la série de Fourier du courant tiré en fonction du motif MDI et est exploitée dans la synthèse de lois de commande MDI. Ces lois visent la variation de la puissance transmise et l'élimination d'un nombre limité d'harmoniques, parmi ceux des plus faibles rangs, contenus dans le spectre du courant tiré par le convertisseur. La synthèse de ces lois nécessite la résolution d'un système d'équations dont la complexité augmente très rapidement avec le nombre d'harmoniques à éliminer.

L'élimination des harmoniques résiduels est réalisée par un filtre passif passe bas, intercalé entre le convertisseur et son alimentation. Ainsi, la correction du facteur de puissance du courant tiré de l'alimentation est ramenée, d'une question de correction de la distorsion harmonique, à une question de correction du facteur de déplacement, c.-à-d. d'optimisation de la puissance réactive mise en jeu dans le filtre passif. Deux démarches de détermination des éléments du filtre sont proposées. Les deux démarches diffèrent dans la gestion de la puissance réactive, que nécessite le fonctionnement du filtre. Dans une démarche, la puissance réactive est irréversible, tandis que dans l'autre, elle est réversible. Cette réversibilité représente, pour nous, un moyen pour réduire, en valeur absolue, la puissance réactive et d'éviter la décroissance continue du facteur de puissance, quand la puissance transmise décroît. Par contre, ces deux démarches intègrent de la même manière la loi de commande dans la délimitation de la bande passante du filtre. La correction du facteur de puissance est partagée entre le filtre passif et la loi de commande MDI.

Pour miniaturiser le filtre, il faut augmenter le nombre d'harmoniques éliminés par la loi de commande. C'est dans ce souci que nous avons procédé à la simplification de l'analyse de fonctionnement, pour pouvoir en déduire des lois de commande linéaire dont la synthèse se fait sans calcul. La synthèse de ces lois repose, dans son principe, sur la comparaison d'une porteuse triangulaire et d'une tension de commande. Avec de telles lois, la puissance transmise varie linéairement avec la tension de commande et le spectre harmonique du courant tiré par le convertisseur se compose de paires d'harmoniques, dont l'espacement est proportionnel à la fréquence de la porteuse. Cette simplification, à l'origine des lois de commande linéaire et qui consiste à négliger l'amortissement du rétablissement du courant tiré par le convertisseur après chaque phase de fonctionnement en roue libre de l'onduleur, est faite en connaissance de cause. En effet, la limite de validité de la simplification est explicitement établie en fonction des



performances désirées (espacement entre les paires d'harmoniques c.-à-d. fréquence de la porteuse) et les caractéristiques de la charge (fréquence de résonance et coefficient d'amortissement).

La mise en œuvre des lois de commande linéaire nécessite diverses synchronisations et adaptations des fréquences. Un circuit électronique de commande, répondant à ces nécessités, est réalisé. Il se distingue, principalement, par l'introduction d'une phase de relaxation dans le fonctionnement du convertisseur.

Pour adapter le dimensionnement du transformateur d'adaptation de l'impédance de la charge aux spécificités du fonctionnement du convertisseur, nous avons procédé à la correction des différentes relations de dimensionnement des transformateurs hautes fréquences. La correction la plus importante est celle concernant la détermination des pertes dans le noyau magnétique.

Un premier prototype de 1200 W 100 kHz a été réalisé pour valider les performances de la loi de commande linéaire et tester le bon fonctionnement du circuit électronique de commande et du transformateur.

La modification apportée à la structure du convertisseur, pour qu'il fasse son auto-correction du facteur de puissance, correspond à l'innovation la plus significative, entreprise dans cette thèse. Suite à une réflexion sur la nature de la distorsion harmonique générée, nous sommes parvenus à établir que la correction du facteur de puissance, sans le recours à un filtre passif, nécessite, inéluctablement, la considération de plusieurs onduleurs, au moins deux, et qui fonctionnent en mode roue libre (ou en mode normal) d'une manière séquentielle; chose facilement réalisée par un simple décalage des porteuses associées aux différents onduleurs. Pour la modélisation de la correction du facteur, nous avons, dans un premier temps, considéré un système multiconvertisseur multicharge ( $MuC_G$ ) car ce système procure les conditions initiales sur lesquelles l'heuristique de la compensation mutuelle de la distorsion harmonique est fondée. Puis, dans un deuxième temps, nous avons transformé le système  $MuC_G$  en un système multiconvertisseur monocharge ( $MoC_G$ ). Enfin, dans un troisième temps, nous avons établi une équivalence entre le fonctionnement d'un  $MoC_G$  et celui d'un système biconvertisseur bi charge ( $Eq-MuC_2$ ), dont les caractéristiques dépendent de la tension de commande. Ainsi, la modélisation du  $MoC_G$  est ramenée à celle d'un cas particulier de  $MuC_2$ . Les points saillants dans le fonctionnement d'un  $MoC_G$  sont : *i*) un facteur de puissance unitaire en  $G$  points correspondant à des tensions de commande de la forme  $g/G$ , où  $G$  est le nombre d'onduleurs du  $MoC_G$  et  $g = 1$ ,

2, ...,  $G$ ; *ii*) un meilleur conditionnement de la distorsion harmonique du courant tiré (l'espacement entre les paires d'harmoniques est  $G$  fois plus grand que dans le cas d'un convertisseur avec un seul onduleur à même fréquence de porteuse); *iii*) le transfert de puissance est linéaire par morceaux. La validation expérimentale de ces points saillants est faite sur un second prototype de 1800W 100 kHz, correspondant à un MoC<sub>2</sub>.

Le remplacement du redresseur monophasé de tête par un redresseur triphasé est une autre modification apportée à la structure du convertisseur d'origine. La méthodologie, ayant servi dans le cas du convertisseur avec redresseur monophasé et qui consiste en la trilogie "approfondir, simplifier, innover", est transposée au cas du nouveau convertisseur. Dans le volet de l'approfondissement, nous avons montré que la distorsion harmonique du courant tiré par ce convertisseur est la résultante de deux distorsions d'origines différentes (une distorsion, non commandée, due au fonctionnement du redresseur triphasé et une distorsion, commandée, due au fonctionnement de l'onduleur) et que la compensation d'une distorsion par une autre n'est pas réalisable. Dans le volet de la simplification, nous avons établi la loi de commande de séparation des distorsions. Cette loi, similaire à la loi de commande linéaire, permet de linéariser le transfert de puissance et de créer un conditionnement favorable de la distorsion harmonique des courants tirés de l'alimentation. Dans le volet de l'innovation, la correction du facteur de puissance par modification de l'étage de la conversion cc-ca est transposée au cas du convertisseur avec redresseur triphasé. On a alors défini un système 3ph-MoC<sub>G</sub> dont les caractéristiques sont similaires à celles d'un système MoC<sub>G</sub>. À noter toutefois que dans le cas du système 3ph-MoC<sub>G</sub>, les bollards du facteur de puissance se situent à  $3/\pi$  au lieu de l'unité. L'implantation et les performances de la loi de commande de séparation des distorsions et le comportement du système 3ph-MoC<sub>G</sub> sont validés par expérimentation dans des applications à 2000 W - 100 kHz.

## 7.2. SUITE DES TRAVAUX

### 7.2.1. MDI du point de vue électrothermique

Dans le domaine du chauffage par induction, qui demeure l'une des applications les plus répandues des onduleurs à résonance, l'aspect qualitatif de la puissance électrique absorbée par un inducteur est aussi important que l'aspect quantitatif. La profondeur et la dynamique de la

pénétration de la chaleur dans une pièce dépendent de la densité spectrale de la puissance électrique convertie en chaleur. Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés seulement à l'aspect quantitatif de la puissance. Même si l'aspect qualitatif n'est pas abordé, il est clair que la densité spectrale de la puissance transmise par les convertisseurs considérés est conditionnée, d'une part, par les fréquences de résonance, de la porteuse et de la tension redressée et, d'autre part, par le fait que l'étage de la conversion cc-ca est constitué d'un ou plusieurs onduleurs.

Une étude, avec orientation électrothermique, des quatre convertisseurs considérés (Convertisseurs à un seul onduleur avec redresseur monophasé ou triphasé, MoC<sub>G</sub> et 3ph-MoC<sub>G</sub>) peut, probablement, valoriser davantage la MDI. En effet, dans certaines applications où les pièces à chauffer présentent des surfaces non régulières et/ou nécessitent des traitements thermiques surfaciques et d'autres en profondeur, des convertisseurs d'électronique de puissance sont spécialement conçus pour alimenter les inducteurs en courants modulés [Diong B. et al. '04] [Esteve V. et al. '05] [Esteve V. et al. '06]. La modulation des courants à la sortie des convertisseurs MDI, due à la variation de la puissance et l'absence de filtre de lissage de la tension redressée, pourrait être mise à profit dans ce genre d'applications.

### 7.2.2. MDI appliquée à des onduleurs de courant

La réaction des convertisseurs considérés, sur leur alimentation, se traduit par l'absorption de courants découpés. C'est la conséquence de l'application de la commande MDI à un onduleur de tension. Nous proposons d'étendre la commande MDI à un onduleur de courant. Par application des règles de la dualité, nous pourrions alors déduire quatre nouveaux convertisseurs, dont la réaction sur leur alimentation se traduira par un découpage dans la tension à leur entrée et continuité du courant. À la distorsion de courant, se substituera une distorsion de tension; problème moins crucial.

# RÉFÉRENCES

[Albach M. et al. '96] : Albach M., Th. Dürbaum and A. Brockmeyer, "Calculating Core Losses in Transformers for Arbitrary Magnetizing Currents. Comparison of Different Approaches", IEEE / 26<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 1996, pp. 1463 – 1468, 23-27 June, Baveno, Italy.

[Blaabjerg F. et al. '04] : Blaabjerg F., Z. Chen and K. S. Baekhoej, "Power Electronics as Efficient Interface in Dispersed Power Generation Systems", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 19, No. 5, September 2004, pp. 1184-1194.

[Bose B. K. '00] : Bose B. K., "Energy, Environment and Advances in Power Electronics", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 15, No. 4, July 2000, pp. 688-701.

[Calleja H. et Ordonez R. '98] : Calleja H. and R. Ordonez, "Control circuit for an induction heating inverter with active PFC", IEEE / 29<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 1998, Vol. I, pp. 485 – 490, 17-22 May, Fukuoka, Japan.

[Calleja H. et Ordonez R. '99a] : Calleja H. and R. Ordonez, "Induction heating inverter with active power factor correction", International Journal of Electronics, Vol. 86, No. 9, 1999, pp. 1113 - 1121.

[Calleja H. et Ordonez R. '99b] : Calleja H. and R. Ordonez, "Improved Induction - Heating Inverter with Power Factor Correction", IEEE / 30<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 1999, Vol. II, pp. 1132 – 1137, 27 June – 1 July, Charleston, South Carolina, USA.

[Calleja H. et Pacheco J. '00a] : Calleja H. and J. Pacheco, "Frequency spectra of pulse-density modulated waveforms of resonant invertors", IEEE / 6<sup>th</sup> International Power Electronics Congress, CIEP 2000, pp. 223 – 228, 15-19 October, Acapulco, Mexico.

[Calleja H. et Pacheco J. '00b] : Calleja H. and J. Pacheco, "Power distribution in Pulse-Density Modulated waveforms ", IEEE / 31<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 2000, Vol. III, pp. 1457 – 1462, 18-23 June, Galway, Ireland.

[Costa F. et Rojat G. '99] : Costa F. et G. Rojat, "CEM en électronique de puissance: Sources de perturbations, couplages, SEM", Collection Techniques de l'Ingénieur, Traité Génie électrique, Dossier D3 290, Août 1999.

[Data Handbook '05] : "Data Handbook Soft ferrites and accessoires 2005", Rapport disponible sur le site [www.ferroxcube.com](http://www.ferroxcube.com) à la rubrique Application info.

- [Design '97] : "Design of Planar Power Transformers", Rapport disponible sur le site [www.ferroxcube.com](http://www.ferroxcube.com) à la rubrique Application info\_Power conversion
- [Diong B. et al. '04] : Diong, B., S. Basireddy, , K. Corzine, and Y. Familant, , "Multilevel inverters with equal or unequal sources for dual-frequency induction heating", IEEE / 19<sup>th</sup> annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004, Vol. 2, pp. 825-831, 22-26 February, Anaheim, California, USA.
- [EIA '05] : International Energy Outlook 2005, Rapport publié par Energy Information Administration, Us Department of Energy, disponible sur [www.eia.doe.gov/oiaf/ieo/index.html](http://www.eia.doe.gov/oiaf/ieo/index.html)
- [El Asser A. et Chow T.P. '02] : El Asser A. and T.P. Chow, "Silicone Carbide Benefits and Advantages for Power Electronics Circuits and Systems", Proceedings of IEEE, Vol. 90, No. 6, June 2002, pp. 969-986.
- [Elbuluk M. E. et al. '96] : Elbuluk M. E., D. S. Zinger and T. Lee, "Performance of MCT's in a Current-Regulated AC/AC PDM Converter", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 11, No. 1, January 1996, pp. 49-56.
- [Esteve V. et al. '06] : Esteve, V., J. Jordan, E.J. Dede, E. Sanchis-Kilders and E. Maset, "Induction heating inverter with simultaneous dual-frequency output", IEEE / 21<sup>th</sup> annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2006, Vol. 1, pp. 19-23, 19-23 March, Dallas, Texas.
- [Esteve V. et al. '05] : Esteve, V., J. Pardo, J. Jordan, E.J. Dede, E. Sanchis-Kilders, E. Maset, "High Power Resonant Inverter with Simultaneous Dual-frequency Output", IEEE / 36<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 2005, pp. 1278-1281, 12-18 June, Recife, Brazil.
- [Fathy K. et al. '05] : Fathy K., Y. Miura, K. Yasui, I. Hirota, T. Iwai, H. Omori, Hyun-Woo Lee and M. Nakaoka, "PWM/PDM dual mode controlled soft switching multi resonant high-frequency inverter", IEEE / International Conference on Industrial Technology, ICIT 2005, pp. 1450 – 1455, 14-17 December, Hong Kong, China.
- [Foch H. et al. '94] : Foch H., Y. Chéron, R. Arches, B. Escaut, P. Marty et M. Metz, "Convertisseur de type Forward, Dimensionnement du transformateur et de l'inductance de lissage", Collection Techniques de l'Ingénieur, Traité Génie électrique, Dossier D 3167, Juin 1994.
- [Fujita H. et al. '93] : Fujita H., H. Akagi, K. Sano, K. Mita and R.H. Leonard, "Pulse-Density-Modulation Based Power Control of a 4 kW - 400 kHz Voltage Source Inverter for induction

heating Applications", IEEE / Power Conversion Conference, 1993, pp. 111-116, April, Yokohama, Japan.

**[Fujita H. et Akagi H. '96]** : Fujita H. and H. Akagi, "Pulse-Density-Modulation Power Control of a 4 kW - 450 kHz Voltage Source Inverter for induction Melting Applications", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 2, March / April 1996, pp. 279 - 286.

**[Fujita H. et al. '97]** : Fujita H., S. Ogasawara and H. Akagi, "An approach to a Broad Range of Power Control in Voltage-Source Series Resonant Inverters for Corona Discharge Treatment Pulse Density Modulation", IEEE / 28<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 1997, Vol. II, pp. 1000 – 1006, 22-27 June, St. Louis, Missouri, USA.

**[Fujita H. et Akagi H. '98]** : H. Fujita and H. Akagi, "Control and performance of a pulse-density-modulated series-resonant inverter for corona discharge processes ", IEEE / 33<sup>th</sup> annual Industry Applications Conference, 1998, Vol. II, pp. 1320 – 1325, 12-15 October, St. Louis, Missouri, USA.

**[Fujita H. et Akagi H. '99]** : H. Fujita and H. Akagi, "Control and performance of a pulse-density-modulated series-resonant inverter for corona discharge processes ", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 35, No. 3, May / June 1999, pp. 621 - 627.

**[Goldman A. '02]** : Goldman A., "Magnetic Components for Power Electronics", Kluwer Academic Publishers, 2002.

**[Grajales L. et al. '93]** : Grajales L., J.A. Sabaté, K.R. Wang, W. A. Tabisz and F. C. Lee, "Design of a 10 kW, 500 kHz Phase-Shift Controlled Series-Resonant Inverter for Induction Heating", IEEE / Industry Applications Society annual meeting, 1993, Vol. II, pp. 843 – 849, 2-8 October, Toronto, Ontario, Canada.

**[Kirschner L. et al. '05]** : Kirschner L., D. Retzmann and G. Thumm, "Benefits of FACTS for Power System Enhancement", IEEE/PES Transmission and Distribution Conference et Exhibition; Asia and Pacific, 23-25 August, Dalian, China, 2005.

**[Konishi Y. et al. '98]** : Konishi Y., S. Wang, S. Shirakawa and M. Nakaoka, "Pulse Density Modulated High-Frequency Load Resonant Inverter for Ozonizer and Its Feasible Performance Evaluations", IEEE / 33<sup>th</sup> annual meeting of Industry Applications Society, 1998, Vol. II, pp. 1313 – 1319, 12-15 October, St. Louis, Missouri, USA.

- [**Koudriavtsev O. et al. '02**] : Koudriavtsev O., Y. Wang, S. Konishi, and M. Nakaoka, "A Novel Pulse Density Modulated High-Frequency Inverter for Silent Discharge Type Ozonizer", IEEE Transactions on Industry applications, Vol. 38, No. 2, March / April 2002, pp. 369-378.
- [**Majumbar G. '04**] : Majumdar G., "Future of Power Semiconductors", IEEE / 35<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 2004, Vol. I, pp. 10-15, 20-25 June, Aachen, Germany.
- [**McLyman W.T. '82**] : McLyman W.T., "Transformer and Inductor Design Handbook", *Marcel Dekker Inc*, 1982.
- [**Mohan N. '03**] : Mohan N., "ELECTRIC DRIVES: An Integrative Approach", Éditeur: MNPERE Minneapolis, 2003, ISBN: 0-9715292-1-3.
- [**Mohan N. et al. '03**] : Mohan N., T. M. Undeland and W. P. Robbins, "Power electronics: Converters, Applications and Design", Éditeur: John Wiley et Sons Inc, 2003.
- [**Mullett C. E. '04**] : Mullett C. E., "A 5-Year Power Technology Roadmap", IEEE / 19<sup>th</sup> annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004, Vol. I, pp. 11-17, 22-26 February, Anaheim, California, USA.
- [**ONU '02**] : Rapport du sommet mondial pour le développement durable Johannesburg (Afrique du Sud), 26 août – 4 septembre 2002, A/CONF.199/20\*\*, Publication des Nations Unis, Numéro de vente: F.03.II.A.1., ISBN: 92-1-204247-3
- [**Ordenez, R. et Calleja, H. '98**] : Ordenez, R. and H. Calleja, "Induction heating inverter with power factor correction ", IEEE / 5<sup>th</sup> International Power Electronics Congress, CIEP 1998, pp. 90 – 95, 12-15 October, Morelia, Mexico.
- [**Panfeng C. '05**] : Panfeng C., "The WEEE Challenge to China", Fourth International Symposium on Environmentally Conscious Design and Inverse Manufacturing, EcoDesign '2005, pp. 532– 534, 12-14 December, Tokyo, Japan.
- [**Povh D '00**] : Povh D., "Use of HVDC and FACTS", Proceedings of IEEE, Vol. 88, No. 2, February 2000, pp. 235-245.
- [**Rodriguez J. et al. '02**] : Rodriguez, J., Jih-Sheng Lai and Fang Zheng Peng, "Multilevel Inverters: A Survey of Topologies, Controls and Applications", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49, No. 4, August 2002, pp. 724 - 738.

[Sandali A. et al. '01] : Sandali A., P. Sicard and A. Chériti, "PDM Control Strategy of a Rectifier – Series Resonant Inverter Set", IASTED / Power and Energy Systems International Conference 2001, pp. 99-105, 19-22 November, Tampa, Florida, USA.

[Sandali A. et al. '02a] : Sandali A., P. Sicard and A. Chériti, "Power factor improvement of an ac/ac converter by association of PDM control and passive filtering", IEEE / 33<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 2002, Vol. I, pp. 250-255, 23-27 June, Cairns, Queensland, Australia.

[Sandali A. et al. '02b] : Sandali A., A. Chériti and P. Sicard, "Simple PDM Pattern Generation for an Ac/ac Resonant Converter", IEEE / 28<sup>th</sup> annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON'2002, Vol. 1, pp. 294 - 299, 4-8 November, Sevilla, Spain.

[Sandali A. et al. '03] : Sandali A., P. Sicard and A. Chériti, "Mutual compensation of harmonic distortion in a PDM multi-converter system used in induction heating", 10<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications, EPE '2003, 4 – 6 September, Toulouse, France.

[Sandali A. et al. '04a] : Sandali A., A. Chériti, P. Sicard, and Al-Haddad K., "Application of PDM Control to a Multilevel Ac/ac Converter With Self Power Factor Correction", IEEE / 35<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 2004, pp. 2881-2887, 20-25 June, Aachen, Germany.

[Sandali A. et al. '04b] : Sandali A., A. Chériti and P. Sicard, "Comparison of the Various PDM Control Modes", IEEE / International Conference on Industrial Technology, ICIT 2004, pp. 574-579, 8-12 December, Tunisia.

[Sandali A. et al. '05] : Sandali A., A. Chériti and P. Sicard, "PDM control applied to an ac/ac converter with three-phase diode rectifier," IEEE / 31<sup>th</sup> annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON'2005, pp. 1098-1103, 6-10 November, Raleigh, NC, USA.

[Sandali A. et al. '06] : Sandali A., A. Chériti and P. Sicard, "Simple Analysis and Control Laws Synthesis Applied to a Three-Phase Diode Rectifier-fed PDM AC/AC Converter", IEEE / International Symposium on Industrial Electronics, ISIE 2006, pp. 1358-1363, 9-13 July, Montréal, Québec, Canada.

[Sandali A. et al. '07a] : Sandali A., A. Chériti and P. Sicard, "Design Considerations for PDM AC/AC Converter Implementation", IEEE / 22<sup>th</sup> annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2007, pp. 1678-1683, 25 February – 1 March, Anaheim, California, USA.



- [Sandali A. et al. '07b] : Sandali A., A. Chériti and P. Sicard, "A favourable Conditioning of the Harmonic Distortion Generated by a PDM Ac/ac Converter with Three-Phase Diode Rectifier", IEEE / 38<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 2007, 17 – 21 June, Orlando, Florida, USA.
- [Shepard J. D. '04] : Shepard J. D., "Power Electronics Futures", IEEE / 19<sup>th</sup> annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004, Vol. I, pp. 31-34, 22-26 February, Anaheim, California, USA.
- [Sood P. K. et Lipo T. A. '88] : Sood P. K. and T. A. Lipo, "Power Conversion Distribution System Using a High-frequency AC Link", IEEE Transactions on Industry applications, Vol. 24, No. 2, March / April 1988, pp. 288-300.
- [Sood P. K. et al. '88] : Sood P. K., T. A. Lipo and I. G. Hansen, "A Versatile Power Converter for High-frequency Link Systems", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 2, No. 4, October 1988, pp. 383-390.
- [Stevens A. et Huisman J. '03] : Stevens A. and J. Huisman, "An industry vision on the implementation of WEEE and RoHS", 3<sup>rd</sup> International Symposium on Environmentally Conscious Design and Inverse Manufacturing, EcoDesign '03, pp. 9-16, 8-11 Dec., Tokyo, Japan.
- [Sugimure H. et al. '05] : Sugimure H., Hyun-Woo Lee, A. M. Eid and M. Nakaoka, "Series Load Resonant Tank High Frequency Inverter with ZCS-PDM Control Scheme for Induction-Heated Fixing Roller", IEEE / International Conference on Industrial Technology, ICIT 2005, pp. 1450 – 1455, 14-17 December, Hong Kong, China.
- [Van Wyk et Lee F. C. '99] : Van Wyk J.D. and F.C. Lee, "Power Electronics Technology at the Dawn of the New Millenium – Status and Future", IEEE / 30<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 1999, Vol. I, pp. 3-12, 27 June - 1 July, Charleston, South Carolina, USA.
- [Wang S. et al. '98] : Wang S., M. Nakaoka and Y. Konishi, "DSP-based PDM et PWM Type Voltage-Fed Load-Resonant Inverter with High-Voltage Transformer for Silent Discharge Ozonizer", IEEE / 29<sup>th</sup> annual Power Electronics Specialists Conference, 1998, Vol. I, pp. 159 – 164, 17-22 May, Fukuoka, Japan.
- [Zhang X.P. et al. '05] : Zhang X.-P., L. Yao, B. Chong, C. Sasse and K.R. Godfrey, "FACTS and HVDC Technologies for the Development of Future Power Systems", International Conference on Future Power Systems, 2005, pp. 1-6, 16-18, November,

# MISE EN ÉQUATION DÉTAILLÉE - CAS D'UN CONVERTISSEUR MDI AVEC REDRESSEUR DE TÊTE MONOPHASÉ

## *De quoi s'agit-il?*

*Cette annexe est une description détaillée de la procédure de mise en équation, dont les résultats sont présentés dans la section 3.2.3 du chapitre 3. Elle présente les calculs intermédiaires menant à l'établissement de la série de Fourier du courant tiré de la source d'alimentation par le convertisseur. Le cheminement de cette mise en équation est indiqué ci-dessous.*

Détermination de l'amplitude de la tension aux bornes de la capacité de la charge  
résonnante durant chaque période de commutation de l'onduleur

Déduction de l'amplitude du courant dans la charge durant chaque période de  
commutation

Déduction de l'amplitude du courant à l'entrée de l'onduleur durant chaque période de  
commutation

Déduction du courant à la sortie du redresseur supposé constant durant une demi-  
période de commutation de l'onduleur

Déduction du courant à l'entrée du redresseur et calcul de sa série de Fourier



<b>A.2. Fonctionnement sans cycle de roue libre</b> .....	232
A.2.1. Expression de la tension aux bornes du condensateur $C$ ( $v_c$ ) .....	232
A.2.2. Expression des courants et de la puissance transmise .....	234
<b>A.3. Fonctionnement en MDI à un trou</b> .....	236
A.3.1. Expression de la tension aux bornes du condensateur $C$ ( $v_c$ ) .....	237
A.3.2. Expressions des courants .....	238
<b>A.4. Cas général – Fonctionnement en MDI à <math>q</math> trous</b> .....	240
A.4.1. Expression de la tension aux bornes du condensateur $C$ ( $v_c$ ) .....	240
A.4.2. Expressions des courants .....	242
A.4.3. Décomposition en série de Fourier de $i_{red,e}$ .....	243
<b>A.5. Compléments</b> .....	246

---

### A.1. Convertisseur étudié, notations et hypothèses

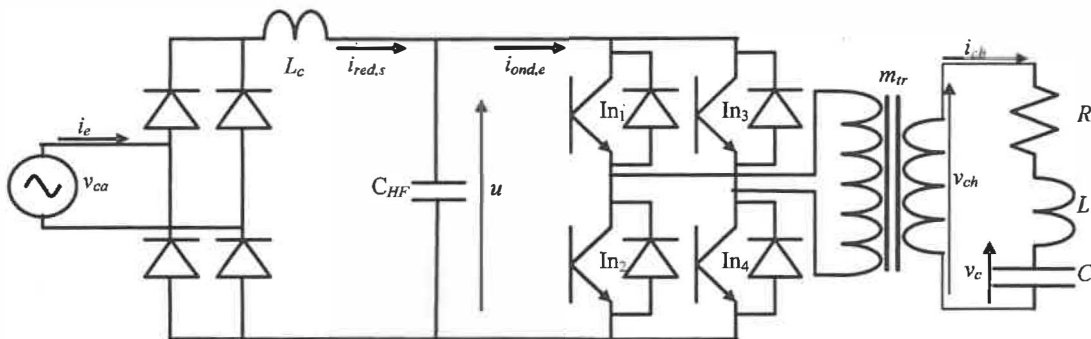


Figure A.1. Schémas du convertisseur et indication des courants et tensions

Pour ne pas surcharger les écritures des équations, nous considérons un transformateur d'adaptation de l'impédance de la charge de rapport unitaire.

#### Quelques notations

- $X(n)$  représente la valeur prise par une grandeur  $X$  à l'instant  $t = nT_{rs}$ ,
- $P_{n_1-n_s}$  est la fonction porte définie par:  $P_{n_1-n_s}(t) = 1$  si  $n_1T_{rs} \leq t < n_sT_{rs}$   
 $P_{n_1-n_s}(t) = 0$  sinon

#### Hypothèses

- Les interrupteurs semiconducteurs et le découplage haute fréquence entre les courants de sortie du redresseur et d'entrée de l'onduleur sont supposés parfaits.
- Le circuit RLC est supposé très peu amorti, d'où un coefficient " $a$ " très proche de l'unité.
- La fréquence de commutation est supposée très grande par rapport à la fréquence de la tension  $v_{ca}$ . Les conséquences de cette supposition sont:

$$\checkmark N_{mp} \gg 1, \alpha \gg \omega$$

✓ et une tension  $u$  variant très peu durant une période  $T_{rs}$ . On écrit que:

$$\text{pour } (n-1)T_{rs} < t \leq nT_{rs} \quad u(t) = u(n) = \hat{V}_{ca} \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) \quad (\text{A.1.1})$$

De par le principe de la commande MDI, la période de commutation est prise égale à la période de résonance de la charge RLC;

$$\text{d'où} \quad i_{ch}(n) = i_{ch}(n-0.5) = 0 \quad (\text{A.1.2})$$

## A.2. Fonctionnement sans cycle de roue libre

### A.2.1. Expression de la tension aux bornes de C ( $v_c$ )

On considère l'intervalle de temps  $[(n-1)T_{rs}, nT_{rs}]$ , qui correspond à la  $n^{\text{ème}}$  période de commutation. Durant la 1<sup>ère</sup> moitié de cette période, la charge est soumise à une tension  $v_{ch} = u(n) = m_{tr} \hat{V}_{ca} \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right)$  avec comme condition initiale  $v_c(n-1)$ . À la fin de cette 1<sup>ère</sup> moitié, la tension  $v_c$  devient:

$$v_c(n-0.5) = (1+a) \cdot m_{tr} u(n) - a \cdot v_c(n-1) \quad (\text{A.2.1})$$

Durant la 2<sup>ème</sup> moitié, la charge est soumise à une tension  $v_{ch} = -m_{tr} u(n) = -m_{tr} \hat{V}_{ca} \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right)$  avec comme condition initiale  $v_c(n-0.5)$ . À la fin de cette période, la tension  $v_c$  devient:

$$v_c(n) = -(1+a) \cdot m_{tr} u(n) - a \cdot v_c(n-0.5) \quad (\text{A.2.2})$$

Par identification des expressions de  $v_c(n-0.5)$ , déduites de (A.2.1) et (A.2.2), on obtient la relation de récurrence:

$$v_c(n) = a^2 \cdot v_c(n-1) - (1+a)^2 \cdot m_{tr} u(n) \quad (\text{A.2.3})$$

En fonction de la tension à l'origine ( $v_c(0)$ ), l'expression (A.2.3) s'écrit:

$$v_c(n) = a^{2n} \cdot v_c(0) - (1+a)^2 m_{tr} \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u(n-j) \quad (\text{A.2.4})$$

La série de l'expression (A.2.4) peut être calculée par assimilation à une intégrale

$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u(n-j) = u(n) + \frac{1}{T_{rs}} \int_0^{(n-1)T_{rs}} a^{2\frac{t'}{T_{rs}}} \cdot u(nT_{rs} - t') dt' \quad (\text{A.3})$$

où la variable discrète  $j$  est exprimée par la variable continue  $t'$  avec  $t' = jT_{rs}$ .

Le calcul de l'intégrale aboutit à:

$$\int_0^{(n-1)T_{rs}} a^{2\frac{t'}{T_{rs}}} \cdot u(nT_{rs} - t') dt' = \frac{\hat{V}_{ca}}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_{ca}^2}} \left\{ \sin \left( \pi \frac{n}{N_{mp}} - \arctg \left( \frac{\omega_{ca}}{\alpha} \right) \right) - a^{2(n-1)} \sin \left( \frac{\pi}{N_{mp}} - \arctg \left( \frac{\omega_{ca}}{\alpha} \right) \right) \right\} \quad (\text{A.4})$$

où  $\omega_{ca}$  est la pulsation de l'alimentation alternative ( $= 2\pi F_{ca}$ ) et  $\alpha = -2 \cdot \log(a) \cdot F_{rs}$

En tenant compte de l'hypothèse d'une fréquence de commutation très grande par rapport à la fréquence de la tension alternative d'alimentation  $v_{ca}$ , l'expression (A.4) peut être grandement simplifiée. Elle devient:

$$\int_0^{(n-1)T_{rs}} a^{2\frac{t'}{T_{rs}}} \cdot u(nT_{rs} - t') dt' = \frac{\hat{V}_{ca}}{\alpha} \sin \left( \pi \frac{n}{N_{mp}} \right) \quad (\text{A.5})$$

L'expression (A.2.4) devient alors:

$$v_c(n) = a^{2n} \cdot v_c(0) - (1+a)^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) \cdot m_{tr} u(n) \quad (\text{A.6})$$

Étant périodique de période  $T_{ca}/2$  et continue,  $v_c$  prend les mêmes valeurs aux instants 0 et  $T_{ca}/2$ , d'où:

$$v_c(N_{mp}) = v_c(0) \quad (\text{A.7.1})$$

En mettant  $n = N_{mp}$  dans l'expression (A.6), on obtient:

$$v_c(N_{mp}) = a^{2N_{mp}} \cdot v_c(0) \quad (\text{A.7.2})$$

La solution du système des équations (A.7.1) et (A.7.2) est:

$$v_c(N_{mp}) = v_c(0) = 0 \quad (\text{A.7.3})$$

Enfin l'expression simplifiée de  $v_c$  devient alors:

$$v_c(n) = -(1+a)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) \cdot m_{tr} u(n) \quad (\text{A.8})$$

### A.2.2. Expressions des courants et de la puissance transmise

Étant supposé que la charge RLC est très peu amortie, le courant  $i_{ch}$  varie comme un sinus durant chaque demi-période  $T_{rs}$  (Figure A.2.a). Ses valeurs crêtes peuvent être facilement déduites par utilisation du plan de phase (Figure A.2.b):

$$i_{ch}(n-0.75) = \sqrt{\frac{C}{L}} (m_{tr} u(n) - v_c(n-1)) \quad (\text{A.9.1})$$

$$i_{ch}(n-0.25) = -\sqrt{\frac{C}{L}} (m_{tr} u(n) + v_c(n)) \quad (\text{A.9.2})$$

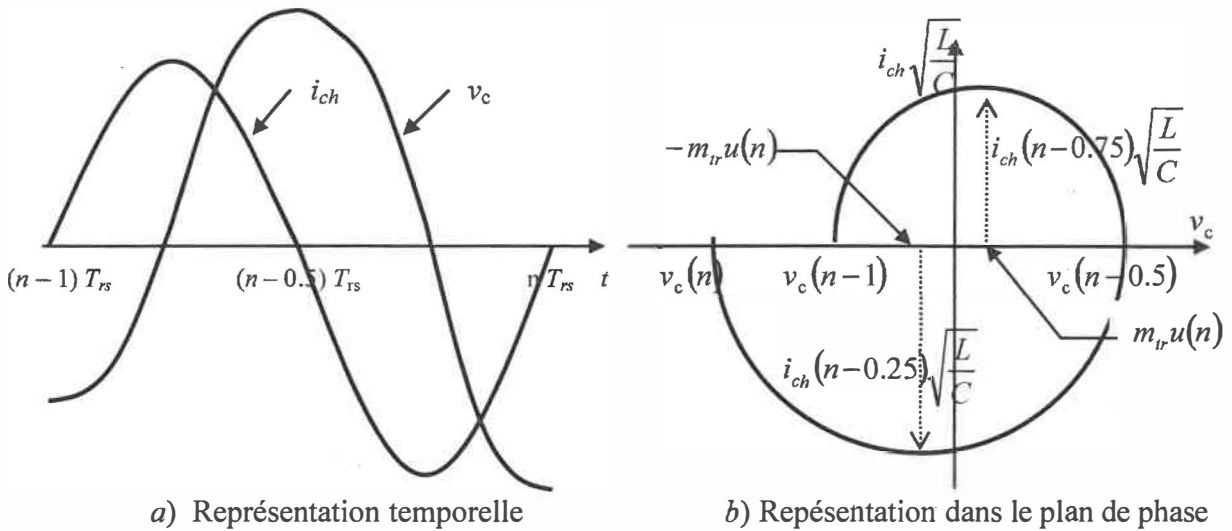


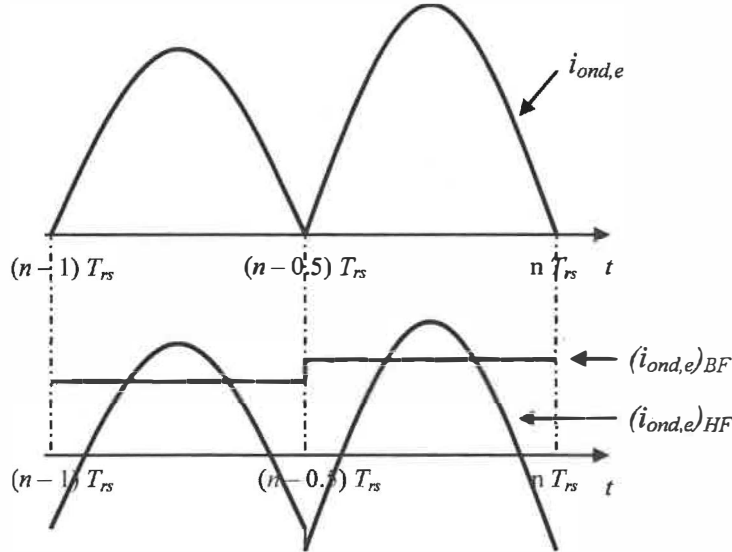
Figure A.2. Tension  $v_c$  et courant  $i_{ch}$  durant une  $n^{\text{ème}}$  période

Le courant à l'entrée de l'onduleur ( $i_{ond,e}$ ) est lié au courant dans la charge ( $i_{ch}$ ) par :

$$(n-1)T_{rs} \leq t \leq (n-0.5)T_{rs} \quad i_{ond,e} = m_{tr} i_{ch} \quad (\text{A.10.1})$$

$$(n-0.5)T_{rs} \leq t \leq nT_{rs} \quad i_{ond,e} = -m_{tr} i_{ch} \quad (\text{A.10.2})$$

Comme indiqué sur la figure A.3, le courant  $i_{ond,e}$  peut être considéré comme la somme d'une composante basse fréquence (à  $2.F_{ca}$ ) et une autre haute fréquence (à  $2.F_{rs}$ ), notées respectivement  $(i_{ond,e})_{BF}$  et  $(i_{ond,e})_{HF}$ .



**Figure A.3. Courant à l'entrée de l'onduleur et ses composantes basse et haute fréquences**

La composante basse fréquence  $(i_{ond,e})_{BF}$  est définie par les relations:

$$(n-1)T_{rs} < t \leq (n-0.5)T_{rs} \quad (i_{ond,e})_{BF} = m_{ir} \frac{2}{T_{rs}} \int_0^{T_{rs}/2} i_{ch}(n-0.75) \sin(2\pi t/T_{rs}) dt = \frac{2m_{ir}}{\pi} i_{ch}(n-0.75) \quad (A.11.1)$$

$$(n-0.5)T_{rs} < t \leq nT_{rs} \quad (i_{ond,e})_{BF} = -\frac{2m_{ir}}{T_{rs}} \int_{T_{rs}/2}^{T_{rs}} i_{ch}(n-0.25) \sin(2\pi t/T_{rs}) dt = \frac{2m_{ir}}{\pi} i_{ch}(n-0.25) \quad (A.1.2)$$

Le découplage haute fréquence entre les courants  $i_{red,s}$  et  $i_{ond,e}$  étant supposé parfait, on a:

$$i_{red,s} = (i_{ond,e})_{BF} \quad (A.12.1)$$

En réécrivant cette expression en tenant compte des expressions (A.11) (A.9) et (A.8), on obtient:

$$1 \leq n \leq N_{mp} \quad i_{red,s}(n) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right\} m_{ir}^2 u(n) = A_0 \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) \quad (A.12.2)$$

En passant de la variable discrète  $(n)$  à la variable continue  $t = nT_{rs}$ , (A.12.2) devient :

$$0 \leq t \leq \frac{T_{ca}}{2} \quad i_{red,s}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \quad (A.12.3)$$

Le courant à l'entrée du redresseur ( $i_{red,e}$ ), de période  $T_{ca}$ , a pour expression:

$$0 \leq t \leq T_{ca} \quad i_{red,e}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \quad (\text{A.13})$$

Ce courant est sinusoïdal et en phase avec la tension. En conséquence, le facteur de puissance du convertisseur est égal à l'unité. La puissance transmise à la charge est:

$$P_{\max} = \frac{\hat{V}_{ca} \cdot A_0}{2} \cong \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) m_{tr}^2 \hat{V}_{ca}^2 \quad (\text{A.14})$$

### A.3. Fonctionnement en MDI à un trou

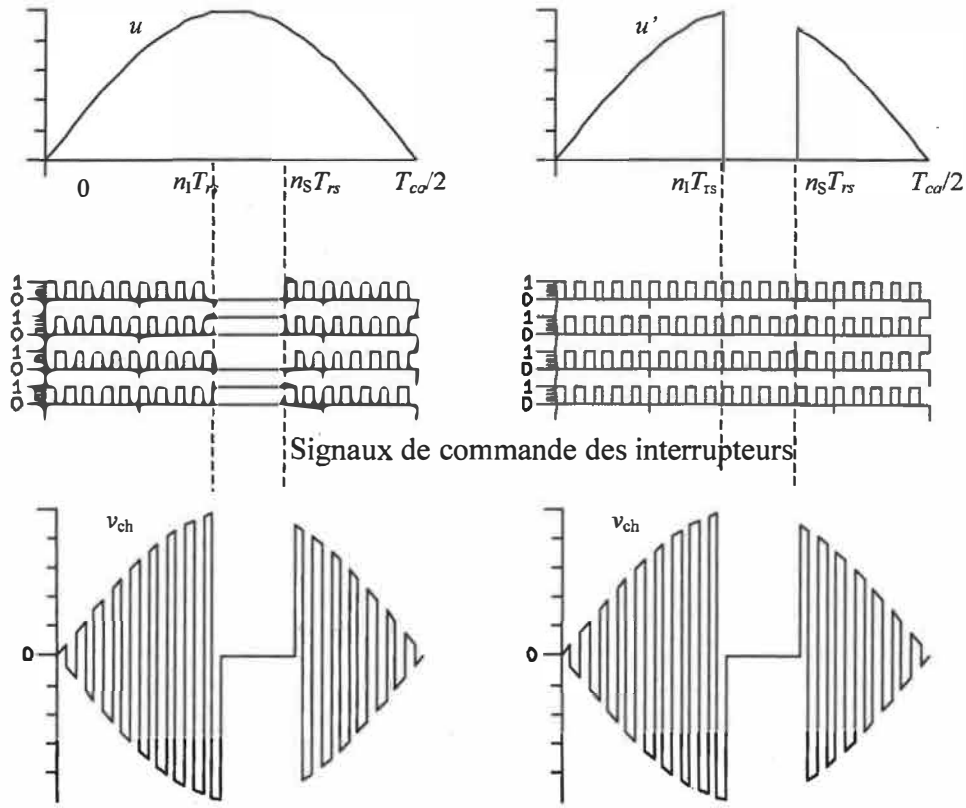
On considère maintenant que dans chaque période  $T_{ca}/2$  de la tension  $u$ , les commandes des interrupteurs de l'onduleur introduisent entre les instants  $n_1 T_{rs}$  et  $n_s T_{rs}$  une suite continue de cycles de roue libre, soit donc un trou de bornes  $n_1$  et  $n_s$ . La figure A.4.a indique les chronogrammes des signaux de commande des interrupteurs et la tension aux bornes de la charge RLC. Cette dernière sera soumise à la même tension (Figure A.4.b), si on considère que la commande des interrupteurs n'introduit pas de cycles de roue libre, mais que l'onduleur est alimenté par une tension:

$$u' = u - u'' \quad (\text{A.15})$$

$$\text{avec } u'' = u \cdot P_{n_1 - n_s}$$

Dans les deux cas, les grandeurs  $v_c$  et  $i_{ch}$  seront alors les mêmes. Dans la suite, nous utiliserons cette équivalence pour établir les expressions de  $v_c$  et de  $i_{ch}$ .





a) Trou produit par la commande des interrupteurs b) Trou dans la tension d'alimentation de l'onduleur

**Figure A.4. Équivalence entre un trou produit par la commande et un trou dans la tension d'alimentation de l'onduleur**

### A.3.1. Expression de la tension aux bornes de C

Pour établir l'expression de  $v_c$ , il suffit de remplacer dans (A.2.4)  $u$  par  $u'$  et de tenir compte de (A.3) et (A.5). On obtient alors:

$$v_c(n) = a^{2n} \cdot v_c(0) - (1+a)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) \cdot m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) \quad (\text{A.16})$$

Le calcul de  $\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j)$  est présenté dans la section A.5. On démontre que:

$$\text{si } 1 \leq n < n_1 \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = 0 \quad (\text{A.17.1})$$

$$\text{si } n_1 \leq n < n_s \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) u(n) - \frac{a^{2(n-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \quad (\text{A.17.2})$$

$$\text{si } n_s \leq n \leq N_{mp} \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = a^{2(n-n_s)} \left\{ \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) u(n_s) - \frac{a^{2(n_s-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \right\} \quad (\text{A.17.3})$$

En affectant à la variable  $n$  la valeur  $N_{mp}$  et en tenant compte de (A.17.3), l'expression (A.16) s'écrit:

$$v_c(N_{mp}) = a^{2N_{mp}} \cdot v_c(0) + (1+a)^2 a^{2(N_{mp}-n_s)} m_{ir} \left\{ \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) u(n_s) - \frac{a^{2(n_s-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \right\} \quad (\text{A.18})$$

Sachant d'une part que  $v_c$  est périodique de période  $T_{ca}/2$  et que d'autre part les termes  $a^{2N_{mp}}$  et  $a^{2(N_{mp}-n_s)}$  tendent rapidement vers zéro, on peut considérer que:

$$v_c(N_{mp}) = v_c(0) = 0 \quad (\text{A.19})$$

D'où finalement les expressions de  $v_c$ :

$$\text{Si } 1 \leq n < n_1 \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) m_{ir} u(n) \quad (\text{A.20.1})$$

Si  $n_1 \leq n < n_s$

$$v_c(n) = -(1+a)^2 \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) m_{ir} u(n) + (1+a)^2 m_{ir} \left\{ \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) u(n) - \frac{a^{2(n-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \right\} \quad (\text{A.20.2})$$

Si  $n_s \leq n \leq N_{mp}$

$$v_c(n) = -(1+a)^2 \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) m_{ir} u(n) + (1+a)^2 m_{ir} \left\{ \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) u(n_s) - \frac{a^{2(n_s-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \right\} a^{2(n-n_s)}$$

$$\text{ou encore} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) m_{ir} u(n) + (1+a)^2 m_{ir} A(n_1, n_s) a^{2(n-n_s)} \quad (\text{A.20.3})$$

### A.3.2. Expressions des courants

Le courant dans la charge garde la même forme que précédemment. Les expressions (A.9) des amplitudes  $I(n-0.75)$  et  $I(n-0.25)$  demeurent valables à condition d'y remplacer  $u$  par  $u'$  et d'exprimer  $v_c$  par ses expressions (A.20). On obtient alors:

$$1 \leq n < n_1 \quad i_{ch}(n-0.25) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right\} m_{ir} u(n) \quad (A.21.1)$$

$$n_s \leq n \leq N_{mp} \quad i_{ch}(n-0.25) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right\} m_{ir} u(n) - \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{ir} A(n_1, n_s) a^{2(n-n_s)} \quad (A.21.2)$$

Le courant à l'entrée de l'onduleur est lié au courant dans la charge par:

$$\text{en dehors du trou } (t < n_1 T_{rs} \text{ et } t \geq n_s T_{rs}), \quad i_{ond,e}(t) = m_{ir} |i_{ch}(t)| \quad (A.22.1)$$

$$\text{à l'intérieur du trou } (n_1 T_{rs} \leq t < n_s T_{rs}), \quad i_{ond,e}(t) = 0 \quad (A.22.2)$$

Sa composante basse fréquence est:

$$\text{en dehors du trou } (t < n_1 T_{rs} \text{ et } t \geq n_s T_{rs}), \quad (i_{ond,e})_{BF} = m_{ir} \frac{2}{\pi} i_{ch}(n-0.25) \quad (A.23.1)$$

$$\text{à l'intérieur du trou } (n_1 T_{rs} \leq t < n_s T_{rs}), \quad (i_{ond,e})_{BF} = 0 \quad (A.23.2)$$

Le courant à la sortie du redresseur demeure identique à la composante basse fréquence du courant à l'entrée de l'onduleur. En exprimant, dans (A.23),  $i_{ch}(n-0.25)$  par ses expressions (A.21), on obtient:

$$1 \leq n < n_1 \quad i_{red,s}(n) = A_0 \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) \quad (A.24.1)$$

$$n_1 \leq n < n_s \quad i_{red,s}(n) = 0 \quad (A.24.2)$$

$$n_s \leq n \leq N_{mp} \quad i_{red,s}(n) = A_0 \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{ir}^2 A(n_1, n_s) a^{2(n-n_s)} \quad (A.24.3)$$

En fonction de la variable continue  $t$ , les expressions (A.24) deviennent:

$$0 \leq t < n_1 T_{rs} \quad i_{red,s}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \quad (A.25.1)$$

$$n_1 T_{rs} \leq t < n_s T_{rs} \quad i_{red,s}(t) = 0 \quad (A.25.2)$$

$$n_s T_{rs} \leq t \leq \frac{T_{ca}}{2} \quad i_{red,s}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{ir}^2 A(n_1, n_s) a^{-2n_s} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (A.25.3)$$

Le courant à l'entrée du redresseur  $i_e$ , de période  $T_{ca}$ , se déduit facilement de  $i_{red,s}$  par les relations:

$$0 \leq t \leq T_{ca}/2 \quad i_e(t) = i_{red,s}(t) \quad (A.26.1)$$

$$T_{ca}/2 \leq t \leq T_{ca} \quad i_e(t) = -i_{red,s}(t - T_{ca}/2) \quad (A.26.2)$$

#### A.4. Cas général - Fonctionnement en MDI à $q$ trous

On considère que, dans chaque période  $T_{ca}/2$  de la tension  $u$ , les signaux de commande des interrupteurs créent  $q$  trous. Chaque trou est repéré par ses bornes inférieure  $n_{ik}$  et supérieure  $n_{sk}$  avec  $k = 1, 2, \dots, q$ . Ces différentes bornes vérifient l'inéquation:

$$1 \leq n_{i1} < n_{s1} < n_{i2} < n_{s2} < \dots < n_{iq} < n_{sq} \leq N_{mp} \quad (A.27)$$

Dans ce cas, la tension  $v_{ch}$ , et en conséquence, la tension  $v_c$  et le courant  $i_{ch}$  seront les mêmes que si la commande des interrupteurs est continue (sans cycle de roue libre) et que la tension d'alimentation de l'onduleur est:

$$u' = u - \sum_{k=1}^q u_k'' \quad (A.28)$$

$$\text{où } u_k'' = u \cdot P_{n_{ik}-n_{sk}}$$

$P_{n_{ik}-n_{sk}}$  est la fonction porte définie par:  $P_{n_{ik}-n_{sk}}(t) = 1$  si  $n_{ik}T_{rs} \leq t < n_{sk}T_{rs}$

$$P_{n_{ik}-n_{sk}}(t) = 0 \quad \text{sinon}$$

Pour établir les expressions des différentes grandeurs, on fait la même démarche que précédemment tout en remplaçant  $u$  par  $u'$ , donnée par (A.28).

##### A.4.1. Expression de la tension aux bornes de C

En remplaçant dans (A.2.4)  $u$  par  $u'$ , donnée par (A.28), et en tenant compte de (A.3) et (A.5), l'expression de  $v_c$  s'écrit:

$$\dot{v}_c(n) = a^{2n} \cdot v_c(0) - (1+a)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{-2\log(a)}\right) \cdot m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} \sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) \quad (A.29)$$

Le calcul de  $\sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j)$  est présenté dans la section A.5. On démontre que:

$$1 \leq n < n_{i1} \quad \sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = 0 \quad (A.30.1)$$

$$n_{11} \leq n \leq n_{S1} \quad \sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = A(n_{11}, n) \quad (\text{A.30.2})$$

$$n_{S1} \leq n < n_{12} \quad \sum_{k=1}^p \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = A(n_{11}, n_{S1}) a^{2(n-n_{S1})} \quad (\text{A.30.3})$$

.....  
 .....  
 .....

$$n_{S(q-1)} \leq n < n_{1q} \quad \sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = \sum_{k=1}^{p-1} A(n_{1k}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (\text{A.30.4})$$

$$n_{1q} \leq n < n_{Sq} \quad \sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{1k}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} + A(n_{1q}, n) \quad (\text{A.30.5})$$

$$n_{Sq} \leq n \leq N_{mp} \quad \sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = \sum_{k=1}^q A(n_{1k}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (\text{A.30.6})$$

De même que dans le cas précédent, on montre que  $v_c$  est nulle à  $n = 0$  et  $n = N_{mp}$ .

Les expressions de cette tension s'écrivent:

$$1 \leq n < n_{11} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{ir} u(n) \quad (\text{A.31.1})$$

$$n_{11} \leq n < n_{S1} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{ir} u(n) + (1+a)^2 m_{ir} A(n_{11}, n) \quad (\text{A.31.2})$$

$$n_{S1} \leq n < n_{12} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{ir} u(n) + (1+a)^2 m_{ir} A(n_{11}, n_{S1}) a^{2(n-n_{S1})} \quad (\text{A.31.3})$$

.....  
 .....  
 .....

$$n_{S(q-1)} \leq n < n_{1q} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{ir} u(n) + (1+a)^2 m_{ir} \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{1k}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (\text{A.31.4})$$

$$n_{1q} \leq n < n_{Sq} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{ir} u(n) + (1+a)^2 m_{ir} \left\{ \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{1k}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} + A(n_{1q}, n) \right\} \quad (\text{A.31.5})$$

$$n_{Sq} \leq n \leq N_{mp} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{ir} u(n) + (1+a)^2 m_{ir} \sum_{k=1}^q A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (A.31.6)$$

#### A.4.2. Expressions des courants

En substituant dans l'équation (A.9.2)  $v_c$  par ses expressions (A.31), les amplitudes  $i_{ch}(n-0.25)$  s'écrivent en dehors des trous:

$$1 \leq n < n_{11} \quad i_{ch}(n-0.25) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right\} m_{ir} u(n) \quad (A.32.1)$$

$$n_{S1} \leq n < n_{12}$$

$$i_{ch}(n-0.25) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right\} m_{ir} u(n) - \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{ir} A(n_{11}, n_{S1}) a^{2(n-n_{S1})} \quad (A.32.2)$$

$$n_{S(q-1)} \leq n < n_{1q}$$

$$i_{ch}(n-0.25) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right\} m_{ir} u(n) - \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{ir} \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (A.32.3)$$

$$n_{Sq} \leq n \leq N_{mp}$$

$$i_{ch}(n-0.25) = \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) - 1 \right\} m_{ir} u(n) - \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{ir} \sum_{k=1}^q A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (A.32.4)$$

Le courant à la sortie du redresseur est assimilé à la composante basse fréquence du courant à l'entrée de l'onduleur. Il est défini par:

$$\text{à l'extérieur des trous,} \quad i_{red,s}(n) = \frac{2m_{ir}}{\pi} i_{ch}(n-0.25) \quad (A.33.1)$$

$$\text{à l'intérieur des trous,} \quad i_{red,s}(n) = 0 \quad (A.33.2)$$

Compte tenu des expressions (A.32), on obtient:

$$1 \leq n < n_{11} \quad i_{red,s}(n) = A_0 \sin \left( \pi \frac{n}{N_{mp}} \right) \quad (A.34.1)$$

$$n_{11} \leq n < n_{S1} \quad i_{red,s}(n) = 0 \quad (A.34.2)$$

$$n_{S1} \leq n < n_{12} \quad i_{red,s}(n) = A_0 \sin \left( \pi \frac{n}{N_{mp}} \right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{ir}^2 A(n_{11}, n_{S1}) a^{-2n_{S1}} a^{2n} \quad (A.34.3)$$

....

....

$$n_{S(q-1)} \leq n < n_{1q} \quad i_{red,s}(n) = A_0 \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{tr}^2 \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} a^{2n} \quad (A.34.4)$$

$$n_{1q} \leq n < n_{Sq} \quad i_{red,s}(n) = 0 \quad (A.34.5)$$

$$n_{Sq} \leq n \leq N_{mp} \quad i_{red,s}(n) = A_0 \sin\left(\pi \frac{n}{N_{mp}}\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{tr}^2 \sum_{k=1}^q A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} a^{2n} \quad (A.34.6)$$

En fonction de la variable continue  $t$ , le courant à la sortie du redresseur est donné par:

$$0 \leq t < n_{11} T_{rs} \quad i_{red,s}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \quad (A.35.1)$$

$$n_{11} T_{rs} \leq t < n_{S1} T_{rs} \quad i_{red,s}(t) = 0 \quad (A.35.2)$$

$$n_{S1} T_{rs} \leq t < n_{12} T_{rs} \quad i_{red,s}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{tr}^2 A(n_{11}, n_{S1}) a^{-2n_{S1}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (A.35.3)$$

....

....

....

$$n_{S(q-1)} T_{rs} \leq t < n_{1q} T_{rs} \quad i_{red,s}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{tr}^2 \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (A.35.4)$$

$$n_{1q} T_{rs} \leq t < n_{Sq} T_{rs} \quad i_{red,s}(t) = 0 \quad (A.35.5)$$

$$n_{Sq} T_{rs} \leq t \leq T_{ca}/2 \quad i_{red,s}(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} (1+a)^2 m_{tr}^2 \sum_{k=1}^q A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (A.35.6)$$

Pour déterminer les expressions de  $i_e$ , de période  $T_{ca}$ , il suffit d'écrire les équations (A.26) en tenant compte des expressions (A.35).

#### A.4.3. Décomposition en série de Fourier de courant d'entrée du convertisseur ( $i_e$ )

Les alternances positives ( $0 \leq t \leq T_{ca}/2$ ) et négatives ( $T_{ca}/2 \leq t \leq T_{ca}$ ) du courant  $i_e$  sont identiques au signe près. En conséquence, le spectre de  $i_e$  ne comporte que des harmoniques de rang impair.

Sous forme de série de Fourier,  $i_e$  s'écrit:

$$i_e(t) = \sum_{m \text{ impair}} A_m \sin(m2\pi F_{ca} \cdot t) + B_m \cos(m2\pi F_{ca} \cdot t) \quad (\text{A.36})$$

Dans la suite, on utilisera des coefficients en valeur réduite, notés  $a_m$  et  $b_m$  tels que:

$$a_m = \frac{A_m}{A_0} = \frac{4}{T_{ca}} \int_0^{\frac{T_{ca}}{2}} \frac{i_e}{A_0} \sin(m2\pi F_{ca} \cdot t) dt = \frac{4}{T_{ca}} \int_0^{\frac{T_{ca}}{2}} \frac{i_{red,s}}{A_0} \sin(m2\pi F_{ca} \cdot t) dt \quad (\text{A.37.1})$$

$$b_m = \frac{B_m}{A_0} = \frac{4}{T_{ca}} \int_0^{\frac{T_{ca}}{2}} \frac{i_{red,e}}{A_0} \cos(m2\pi F_{ca} \cdot t) dt = \frac{4}{T_{ca}} \int_0^{\frac{T_{ca}}{2}} \frac{i_{red,s}}{A_0} \cos(m2\pi F_{ca} \cdot t) dt \quad (\text{A.37.2})$$

En injectant dans les équations ci-dessus les expressions (A.35), les coefficients réduits de la série de Fourier se mettent sous la forme:

$$a_m = a_{m,1} + \sum_{k=1}^q a_{m,k} \quad (\text{A.38.1})$$

$$b_m = b_{m,1} + \sum_{k=1}^q b_{m,k} \quad (\text{A.38.2})$$

où

$$a_{m,1} = \frac{4}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T_{ca}}{2}} \sin(2\pi F_{ca} t) \sin(m2\pi F_{ca} t) dt - \sum_{k=1}^q \int_{n_{Ik}T_{rs}}^{n_{Sk}T_{rs}} \sin(2\pi F_{ca} t) \sin(m2\pi F_{ca} t) dt \right\} \quad (\text{A.39.1})$$

$$a_{m,k} = -\frac{4}{T} \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{(1+a)^2 m_{tr}^2}{A_0} A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} \left\{ \int_{n_{Sk}T_{rs}}^{\frac{T_{ca}}{2}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \sin(m2\pi F_{ca} t) dt - \sum_{h=k+1}^q \int_{n_{Ik}T_{rs}}^{n_{Sh}T_{rs}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \sin(m2\pi F_{ca} t) dt \right\} \quad (\text{A.39.2})$$

$$b_{m,1} = \frac{4}{T_{ca}} \left\{ \int_0^{\frac{T_{ca}}{2}} \sin(2\pi F_{ca} t) \cos(m2\pi F_{ca} t) dt - \sum_{k=1}^q \int_{n_{Ik}T_{rs}}^{n_{Sk}T_{rs}} \sin(2\pi F_{ca} t) \cos(m2\pi F_{ca} t) dt \right\} \quad (\text{A.39.3})$$

$$b_{m,k} = -\frac{4}{T} \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{(1+a)^2 m_{tr}^2}{A_0} A(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} \left\{ \int_{n_{Sk}T_{rs}}^{\frac{T_{ca}}{2}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \cos(m2\pi F_{ca} t) dt - \sum_{h=k+1}^q \int_{n_{Ik}T_{rs}}^{n_{Sh}T_{rs}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \cos(m2\pi F_{ca} t) dt \right\} \quad (\text{A.39.4})$$

Tout calcul fait, on trouve:

pour  $m = 1$ ,

$$a_{1,1} = 1 - \frac{1}{N_{mp}} \sum_{k=1}^q (n_{Sk} - n_{Ik}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^q \left( \sin\left(2\pi \frac{n_{Sk}}{N_{mp}}\right) - \sin\left(2\pi \frac{n_{Ik}}{N_{mp}}\right) \right) \quad (\text{A.40.1})$$



$$a_{1,k} = -\frac{2}{N_{mp}} \frac{A(n_{I,k}, n_{S,k})}{C_0} \left\{ \sin\left(\pi \frac{n_{S,k}}{N_{mp}}\right) + a^{-2n_{S,k}} \sum_{h=k+1}^q \left( a^{2n_{S,h}} \sin\left(\pi \frac{n_{S,h}}{N_{mp}}\right) - a^{2n_{I,h}} \sin\left(\pi \frac{n_{I,h}}{N_{mp}}\right) \right) \right\} \quad (\text{A.40.2})$$

$$b_{1,1} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^q \cos\left(2\pi \frac{n_{S,k}}{N_{mp}}\right) - \cos\left(2\pi \frac{n_{I,k}}{N_{mp}}\right) \quad (\text{A.40.3})$$

$$b_{1,k} = -\frac{2}{N_{mp}} \frac{A(n_{I,k}, n_{S,k})}{C_0} \left\{ a^{2(N-n_{S,k})} + \cos\left(\pi \frac{n_{S,k}}{N_{mp}}\right) + a^{-2n_{S,k}} \sum_{h=k+1}^q \left[ a^{2n_{S,h}} \cos\left(\pi \frac{n_{S,h}}{N_{mp}}\right) - a^{2n_{I,h}} \cos\left(\pi \frac{n_{I,h}}{N_{mp}}\right) \right] \right\} \quad (\text{A.40.4})$$

pour  $m \neq 1$

$$a_{m,1} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m+1) \frac{n_{S,k}}{N_{mp}} \pi\right) - \sin\left((m+1) \frac{n_{I,k}}{N_{mp}} \pi\right) \right] - \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m-1) \frac{n_{S,k}}{N_{mp}} \pi\right) - \sin\left((m-1) \frac{n_{I,k}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \right\} \quad (\text{A.40.5})$$

$$a_{m,k} = -\frac{2}{N_{mp}} \frac{A(n_{I,k}, n_{S,k})}{C_0 D(m)} \left\{ a^{2(N_{mp}-n_{S,k})} \sin \varphi_m + \sin\left(m\pi \frac{n_{S,k}}{N_{mp}} + \varphi_m\right) + a^{-2n_{S,k}} \sum_{h=k+1}^q \left[ a^{2n_{S,h}} \sin\left(m\pi \frac{n_{S,h}}{N_{mp}} + \varphi_m\right) - a^{2n_{I,h}} \sin\left(m\pi \frac{n_{I,h}}{N_{mp}} + \varphi_m\right) \right] \right\} \quad (\text{A.40.6})$$

$$b_{m,1} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m+1) \frac{n_{S,k}}{N_{mp}} \pi\right) - \cos\left((m+1) \frac{n_{I,k}}{N_{mp}} \pi\right) \right] - \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m-1) \frac{n_{S,k}}{N_{mp}} \pi\right) - \cos\left((m-1) \frac{n_{I,k}}{N_{mp}} \pi\right) \right] \right\} \quad (\text{A.40.7})$$

$$b_{m k} = -\frac{2}{N_{mp}} \frac{A(n_{Ik}, n_{Sk})}{C_0 D(m)} \left\{ a^{2(N-n_{Sk})} \sin \psi_m - \sin \left( m\pi \frac{n_{Sk}}{N_{mp}} - \psi_m \right) - \right. \\ \left. a^{-2n_{Sk}} \sum_{h=k+1}^q a^{2n_{Sh}} \sin \left( m\pi \frac{n_{Sh}}{N_{mp}} - \psi_m \right) - a^{2n_{Ih}} \sin \left( m\pi \frac{n_{Ih}}{N_{mp}} - \psi_m \right) \right\} \quad (\text{A.40.8})$$

## A.5. Compléments

### A.5.1. Calcul de $\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j)$

#### 1<sup>er</sup> cas $1 \leq n < n_I$

Quand  $j$  varie dans l'intervalle  $[0, n-1]$ ,  $(n-j)$  varie dans  $[1, n]$ .  $(n-j)$  demeure alors inférieur à  $n_I$ ;

d'où 
$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = 0$$

#### 2<sup>ème</sup> cas $n_I \leq n < n_S$

L'intervalle de variation de  $j$   $[0, n-1]$  est partagé en deux intervalles tels que:

$$[0, n-1] = [0, n-n_I] \cup [n-n_I+1, n-1]$$

Quand  $j$  varie dans  $[0, n-n_I]$ ,  $(n-j)$  varie dans  $[n_I, n]$ , donc  $u''(n-j) = u(n-j)$ .

Quand  $j$  varie dans  $[n-n_I+1, n-1]$ ,  $(n-j)$  varie dans  $[1, n_I-1]$ , donc  $u''(n-j) = 0$ .

D'où 
$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = \sum_{j=0}^{n-n_I} a^{2j} u(n-j)$$

Sous forme intégrale, 
$$\sum_{j=0}^{n-n_I} a^{2j} u(n-j) = u(n) + \frac{1}{T_{rs}} \int_0^{(n-n_I)T_{rs}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} u(nT_{rs}-t) dt$$

En faisant le changement de variable  $t' = nT_{rs} - t$ , l'expression précédente devient:

$$\sum_{j=0}^{n-n_I} a^{2j} u(n-j) = u(n) + \frac{a^{2n}}{T_{rs}} \int_{n_I T_{rs}}^{n T_{rs}} a^{\frac{2t'}{T_{rs}}} u(t') dt'$$

En remplaçant  $u$  par son expression  $u(t') = \hat{V}_{ca} \sin(\omega t')$ , et en introduisant le coefficient  $\alpha$  défini par  $\alpha = -\frac{2 \log(a)}{T_{rs}}$ , le calcul de l'intégrale précédente aboutit à :

$$\sum_{j=0}^{n-n_1} a^{2j} u(n-j) = u(n) + \frac{a^{2n} \hat{V}_{ca}}{T_{rs} \sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \left[ e^{\alpha t'} \sin \left( \omega t' - \arctg \frac{\omega}{\alpha} \right) \right]_{n_1 T_{rs}}^{n T_{rs}}$$

or  $\alpha$  est très grande devant  $\omega$ , donc :

$$\sum_{j=0}^{n-n_1} a^{2j} u(n-j) = u(n) + \frac{a^{2n} \hat{V}_{ca}}{T_{rs} \alpha} \left[ e^{\alpha t'} \sin(\omega t') \right]_{n_1 T_{rs}}^{n T_{rs}}$$

D'où finalement,

$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = \sum_{j=0}^{n-n_1} a^{2j} u(n-j) \cong u(n) \left( 1 + \frac{1}{-2 \log(a)} \right) - \frac{a^{2(n-n_1)}}{-2 \log(a)} u(n_1)$$

En particulier,

$$\sum_{j=0}^{n_s-n_1} a^{2j} u(n-j) \cong u(n_s) \left( 1 + \frac{1}{-2 \log(a)} \right) - \frac{a^{2(n_s-n_1)}}{-2 \log(a)} u(n_1)$$

**3<sup>ème</sup> cas**  $n_s \leq n \leq N_{mp}$

L'intervalle de variation de  $j$   $[0, n-1]$  est partagé en trois intervalles tels que :

$$[0, n-1] = [0, n-n_s-1] \cup [n-n_s, n-n_1] \cup [n-n_1+1, n-1]$$

Quand  $j$  varie dans  $[0, n-n_s-1]$ ,  $(n-j)$  varie dans  $[n_s+1, n]$ , donc  $u''(n-j) = 0$ .

Quand  $j$  varie dans  $[n-n_s, n-n_1]$ ,  $(n-j)$  varie dans  $[n_1, n_s]$ , donc  $u''(n-j) = u(n-j)$ .

Quand  $j$  varie dans  $[n-n_1+1, n-1]$ ,  $(n-j)$  varie dans  $[1, n_1-1]$ , donc  $u''(n-j) = 0$ .

D'où

$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = \sum_{j=n-n_s}^{n-n_1} a^{2j} u(n-j)$$

$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = \sum_{j=n-n_s}^{n-n_1} a^{2j} u(n-j) = \begin{cases} a^{2(n-n_s)} u(n_s) \\ a^{2(n-n_s)} a^2 u(n_s-1) \\ \vdots \\ a^{2(n-n_s)} a^{2(n_s-n_1)} u(n_1) \end{cases} = a^{2(n-n_s)} \sum_{j=0}^{n_s-n_1} a^{2j} u(n_s-j)$$

Soit,

$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u''(n-j) = a^{2(n-n_s)} \sum_{j=0}^{n_s-n_1} a^{2j} u(n_s-j) = a^{2(n-n_s)} \left\{ u(n_s) \left( 1 + \frac{1}{-2 \log(a)} \right) - \frac{a^{2(n_s-n_1)}}{-2 \log(a)} u(n_1) \right\}$$

**A.5.2. Calcul de**  $\sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j)$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_1''(n-j) + \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_2''(n-j) + \dots + \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_q''(n-j)$$

D'après les calculs de la section 5.1, on a:

$$1 \leq n < n_{11} \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_1''(n-j) = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_2''(n-j) = \dots = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_q''(n-j) = 0$$

$$n_{11} \leq n < n_{s1} \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_2''(n-j) = \dots = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_q''(n-j) = 0$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_1''(n-j) = A(n_{11}, n)$$

$$n_{s1} \leq n < n_{12} \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_2''(n-j) = \dots = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_q''(n-j) = 0$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_1''(n-j) = A(n_{11}, n_{s1}) a^{2(n-n_{s1})}$$

$$n_{12} \leq n < n_{s2} \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_3''(n-j) = \dots = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_q''(n-j) = 0$$

$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_2''(n-j) = A(n_{12}, n)$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = A(n_{11}, n_{s1}) a^{2(n-n_{s1})} + A(n_{12}, n)$$

$$n_{s2} \leq n < n_{13} \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_3''(n-j) = \dots = \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_q''(n-j) = 0$$

$$\sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_2''(n-j) = A(n_{12}, n_{s2}) a^{2(n-n_{s2})}$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = A(n_{11}, n_{s1}) a^{2(n-n_{s1})} + A(n_{12}, n_{s2}) a^{2(n-n_{s2})}$$

.....

.....

.....

$$n_{1q} \leq n < n_{sq} \quad \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_q''(n-j) = 0$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = \sum_{k=1}^{q-1} A(n_{1k}, n_{sk}) a^{2(n-n_{sk})} + A(n_{1q}, n)$$

$$n_{sq} \leq n \leq N_{mp} \quad \sum_{k=1}^q \sum_{j=0}^{n-1} a^{2j} u_k''(n-j) = \sum_{k=1}^q A(n_{1k}, n_{sk}) a^{2(n-n_{sk})}$$

## DÉNOMBREMENT DES MOTIFS

### *De quoi s'agit-il?*

Dans la section 3.3.1 du chapitre 3 et la section 6.3 du chapitre 6, les résultats de dénombrement de motifs MDI, avec ou sans contraintes particulières, sont utilisés. Cette annexe est une description détaillée des procédures de dénombrement des motifs MDI dans les cas suivants :

- ✓ motifs sans restrictions particulières (sauf la restriction de définition d'un motif MDI)
- ✓ motifs qui se déduisent d'un motif initial par rétrécissement ou élargissement des trous d'une largeur maximale  $2\Delta n$
- ✓ motifs composés de trous extrêmement réduits : la largeur des trous ne dépasse pas  $\Delta n$
- ✓ motifs composés de trous extrêmement larges : la distance entre deux trous successifs ne dépasse pas  $\Delta n$

<b>B.1. Dénombrement des motifs sans restrictions</b> .....	251
<b>B.2. Dénombrement des motifs obtenus par rétrécissement ou élargissement d'un motif initial</b> .....	253
<b>B.3. Dénombrement des motifs à trous extrêmement réduits</b> .....	254
<b>B.4. Dénombrement des motifs à trous extrêmement larges</b> .....	256
<b>B.4.1. Cas de motifs à deux trous</b> .....	257
<b>B.4.2. Cas de motifs à trois trous</b> .....	258
<b>B.4.3. Cas de motifs à q trous</b> .....	259

---

### B.1. Dénombrement des motifs sans restrictions

Un motif MDI de  $q$  trous et de longueur  $N$  ( $N = N_{mp}$  ou  $N_{tp}$  selon que le redresseur est monophasé ou triphasé) est considéré comme une combinaison de  $2q$  entiers naturels ( $n_{I1}, n_{S1}, \dots, n_{Iq}, n_{Sq}$ ) qui satisfont la contrainte :

$$0 \leq n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{Iq} < n_{Sq} \leq N \quad (\text{B.1})$$

Le nombre de combinaisons qui répondent à cette contrainte, est noté  $C_{2q}^N$ .

La contrainte (B.1) peut être décomposée en deux contraintes suivantes :

$$0 \leq n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{Iq} < n_{Sq} \leq (N-1) \quad (\text{B.2})$$

$$0 \leq n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{Iq} < n_{Sq} = N \quad (\text{B.3})$$

La contrainte (B.2) diffère de la contrainte (B.1) par le fait que  $n_{Sq}$  est limité à  $(N-1)$ . Le nombre de combinaisons, qui répondent à cette contrainte, est  $C_{2q}^{N-1}$ .

La contrainte (B.3) diffère de la contrainte (B.1) par le fait que  $n_{Sq}$  est fixé à  $N$ . Les éléments variables des combinaisons se trouvent réduits de 1 et limités à  $(N-1)$ . Le nombre de combinaisons, qui répondent à cette contrainte, est  $C_{2q-1}^{N-1}$ . On peut facilement vérifier que toute combinaison qui satisfait les contraintes (B.2) ou (B.3), satisfait la contrainte (B.1) et réciproquement; d'où :

$$C_{2q}^N = C_{2q}^{N-1} + C_{2q-1}^{N-1} \quad (\text{B.4})$$

Cette dernière expression montre qu'on peut calculer le nombre de motif par une démarche de récurrence à condition de déterminer un ensemble de valeurs initiales de motifs. Pour ce faire, nous dressons le tableau B.1, qui dénombre les motifs à un trou.

**Tableau B.1. Dénombrement des motifs à un seul trou**

$n_{S1}$	$n_{I1}$	Nombre de combinaisons
1	0	1
2	0	2
	1	
3	0	3
	1	
	2	
.	.	.
$N$	0	$N$
	1	
	$N-1$	

Chaque ligne du tableau dénombre les motifs quand  $n_{S1}$  est fixé à 1, 2, ... ou  $N$ . Le total des combinaisons est :

$$C_2^N = \sum_{n=1}^N n \quad (\text{B.5.1})$$

Sous une forme de récurrence, (B.5.1) devient :

$$C_2^N = C_2^{N-1} + N \quad (\text{B.5.2})$$

Nous complétons cet ensemble de valeurs initiales par les motifs de longueur  $N = 1$  :

$$C_2^1 = 1 \quad (\text{B.6.1})$$

car seule la combinaison ( $n_{I1} = 0$  et  $n_{S1} = 1$ ) satisfait la contrainte  $0 \leq n_{I1} < n_{S1} \leq 1$ ,

$$C_3^1 = 0 \quad (\text{B.6.2})$$

car aucune combinaison ( $n_{I1}, n_{S1}, n_{I2}$ ) ne satisfait la contrainte  $0 \leq n_{I1} < n_{S1} < n_{I2} \leq 1$ ,

$$C_4^1 = 0 \quad (\text{B.6.3})$$



car aucune combinaison  $(n_{I1}, n_{S1}, n_{I2}, n_{S2})$  ne satisfait la contrainte  $0 \leq n_{I1} < n_{S1} < n_{I2} < n_{S2} \leq 1$ .

Le processus de calcul peut alors être initié en considérant le tableau B.2, dont la première ligne est composée des valeurs initiales  $C_2^N$  et la première colonne des valeurs initiales  $C_{2q}^1$

**Tableau B.2. Dénombrement par récurrence des motifs sans restriction**

$N$	1	2	3	4	$N$
$C_2^N$	$C_2^1=1$	$C_2^1=3$	$C_2^1=6$	$C_2^1=10$	
$C_3^N$	$C_3^1=0$	$C_3^2=1$	$C_3^3=4$		
$C_4^N$	$C_4^1=0$				
$C_{2q}^N$	$C_{2q}^1=0$				

## B.2. Dénombrement des motifs obtenus par rétrécissement ou élargissement d'un motif initial

Initialement, on a une combinaison de  $2q$  éléments  $[(n_{I1})_i, \dots, (n_{Sq})_i]$ . À chaque élément de cette combinaison, on peut affecter  $\Delta n$  nouvelles valeurs :

$$\begin{cases} n_{Ik} = (n_{Ik})_i + 1, (n_{Ik})_i + 2, \dots, (n_{Ik})_i + \Delta n \\ n_{Sk} = (n_{Sk})_i - 1, (n_{Sk})_i - 2, \dots, (n_{Sk})_i - \Delta n \end{cases} \text{ avec } k = 1, \dots, q \quad (\text{B.7.1})$$

quand on considère le rétrécissement du motif initial

ou

$$\begin{cases} n_{Ik} = (n_{Ik})_i - 1, (n_{Ik})_i - 2, \dots, (n_{Ik})_i - \Delta n \\ n_{Sk} = (n_{Sk})_i + 1, (n_{Sk})_i + 2, \dots, (n_{Sk})_i + \Delta n \end{cases} \text{ avec } k = 1, \dots, q \quad (\text{B.7.2})$$

quand on considère l'élargissement du motif initial.

Le nombre de combinaisons qu'on peut alors déduire de la combinaison initiale par rétrécissement ou élargissement est tout simplement  $\Delta(n+1)^{2q}$ .

### B.3. Dénombrement des motifs à trous extrêmement réduits

On considère des motifs de longueur  $N$  et de  $q$  trous ayant chacun une largeur inférieure ou égale à  $\Delta n$ . Ces motifs doivent satisfaire la double contrainte suivante :

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{Iq} < n_{Sq} < N \\ n_{Sk} - \Delta n \leq n_{Ik} \leq n_{Sk} - 1 \text{ où } k=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

Le nombre de motifs qui satisfont cette double contrainte, est noté :  $CR_{2q, \Delta n}^N$ .

La double contrainte (B.8) peut être décomposée en deux autres contraintes :

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{Iq} < n_{Sq} < (N-1) \\ n_{Sk} - \Delta n \leq n_{Ik} \leq n_{Sk} - 1 \text{ où } k=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{Iq} < n_{Sq} = (N-1) \\ n_{Sk} - \Delta n \leq n_{Ik} \leq n_{Sk} - 1 \text{ où } k=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

La contrainte (B.10) peut elle aussi être décomposée en  $\Delta n$  contraintes suivantes :

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{S(q-1)} < n_{Iq} = (N-1)-1 \\ n_{Sk} - \Delta n \leq n_{Ik} \leq n_{Sk} - 1 \text{ où } k=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (\text{B.11.1})$$

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{S(q-1)} < n_{Iq} = (N-1)-2 \\ n_{Sk} - \Delta n \leq n_{Ik} \leq n_{Sk} - 1 \text{ où } k=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (\text{B.11.2})$$

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} < n_{S1} < \dots < n_{S(q-1)} < n_{Iq} = (N-1) - \Delta n \\ n_{Sk} - \Delta n \leq n_{Ik} \leq n_{Sk} - 1 \text{ où } k=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (\text{B.11.}\Delta n)$$

Les motifs qui satisfont la contrainte (B.9), sont des motifs de longueur  $N-1$  et de  $q$  trous dont la largeur est limitée à  $\Delta n$ . Ils sont au nombre de  $CR_{2q, \Delta n}^{N-1}$ .

Les motifs qui satisfont une des contraintes (B.11), sont des motifs de longueur  $(N-1)-u$ , avec  $u = 1, 2, \dots, \Delta n$ , et  $(q-1)$  trous de largeur limitée à  $\Delta n$ . Ils sont au nombre de  $CR_{2(q-1), \Delta n}^{(N-1)-u}$ .

Le nombre des motifs qui satisfont la contrainte (B.8) est la somme de l'ensemble des motifs satisfaisant la contrainte (B.9) ou l'une des contraintes (B.11); d'où :

$$CR_{2q, \Delta n}^N = CR_{2q, \Delta n}^{N-1} + \sum_{u=1}^{\Delta n} CR_{2(q-1), \Delta n}^{(N-1)-u} \quad (\text{B.12})$$

Cette dernière expression montre qu'on peut calculer le nombre de motifs par une démarche de récurrence à condition de déterminer un ensemble de valeurs initiales de motifs. Pour ce faire, nous dressons le tableau B.3, qui dénombre les motifs à un trou de largeur limitée à  $\Delta n$ .

**Tableau B.3. Dénombrement des motifs à un seul trou de largeur limitée à  $\Delta n$** 

$n_{S1}$	$n_{I1}$	Nombre de motifs
2	1	1
3	1, 2	2
4	1, 2, 3	3
$\cdot$		
$(\Delta n+1)$	1, 2, 3, ..., $\Delta n$	$\Delta n$
$(\Delta n+2)$	2, 3, ..., $(\Delta n+1)$	$\Delta n$
$\cdot$		
$N-1$	$N-(\Delta n+1), \dots, (N-2)$	$\Delta n$

Le total des motifs est :

$$CR_{2,1,\Delta n}^N = \Delta n \cdot (N-1) - \sum_{i=0}^{\Delta n-1} i \quad (\text{B.13.1})$$

Sous une forme de récurrence, (B.13.1) devient :

$$CR_{2,1,\Delta n}^N = CR_{2,1,\Delta n}^{N-1} + \Delta n \quad (\text{B.13.2})$$

Nous complétons cet ensemble de valeurs initiales par des exemples de motifs à faible longueur.

$$CR_{2,1,\Delta n}^3 = 1 \quad (\text{B.14.1})$$

car seule la combinaison  $(n_{I1}=1, n_{S1}=2)$  satisfait la contrainte  $0 < n_{I1} < n_{S1} < 3$ ,

$$CR_{2,2,\Delta n}^5 = 1 \quad (\text{B.14.2})$$

car seule la combinaison  $(n_{I1}=1, n_{S1}=2, n_{I2}=3, n_{S2}=4)$  satisfait la contrainte  $0 < n_{I1} < n_{S1} < n_{I2} < n_{S2} < 5$ .

Les tableaux B.4 et B.5 montrent, respectivement, le processus de dénombrement des motifs dans les cas  $\Delta n = 2$  et  $\Delta n = 3$ .

**Tableau B.4. Dénombrement par récurrence des motifs à largeur réduite,  $\Delta n = 2$** 

$N$	3	4	5	6	7	8	$N$
$CR_{2,1,2}^N$	1	$\xrightarrow{+2}$ 3	$\xrightarrow{+2}$ 5	$\xrightarrow{+2}$ 7	$\xrightarrow{+2}$ 9	$\xrightarrow{+2}$ 11	$\xrightarrow{+2}$
$CR_{2,2,2}^N$	0	0	1	5	13	$CR_{2,2,2}^8 = 25$	
$CR_{2,3,2}^N$	0	0	0	0	1	$CR_{2,3,2}^8 = 7$	
$CR_{2,4,2}^N$	0	0	0	0	0		
$CR_{2,5,2}^N$	0						
$CR_{2,q,2}^N$							

**Tableau B.5. Dénombrement par récurrence des motifs à largeur réduite,  $\Delta n = 3$** 

$N$	3	4	5	6	7	8	$N$
$CR_{2,1,3}^N$	1	$\xrightarrow{+3}$ 3	$\xrightarrow{+3}$ 6	$\xrightarrow{+3}$ 9	$\xrightarrow{+3}$ 12	$\xrightarrow{+3}$ 15	$\xrightarrow{+3}$
$CR_{2,2,3}^N$	0	0	1	5	15	$CR_{2,2,3}^8 = 33$	
$CR_{2,3,3}^N$	0	0	0	0	1	$CR_{2,3,3}^8 = 7$	
$CR_{2,4,3}^N$	0	0	0	0	0	0	
$CR_{2,5,3}^N$							
$CR_{2,q,3}^N$							

**B.4. Dénombrement des motifs à trous extrêmement larges**

Dans cette section, nous dénombrons des motifs dont la distance entre les trous ne dépasse pas  $\Delta n$ . Ces motifs doivent satisfaire la contrainte :

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} \leq \Delta n \\ n_{Ik} < n_{I(k+1)} - \Delta n \leq n_{Sk} < n_{I(k+1)} \\ n_{Iq} < N - \Delta n \leq n_{Sq} < N \end{cases} \quad \text{avec } k = 1, \dots, (q-1) \quad (\text{B.15})$$

Ils sont notés  $CL_{2,q,\Delta n}^N$  où  $N$  et  $q$  sont, respectivement, la longueur et le nombre de trous des motifs.

### B.4.1. Cas de motifs à deux trous

Dans le cas d'un motif à deux trous, la contrainte (B.15) devient :

$$\begin{cases} 0 < n_{I1} \leq \Delta n \\ \text{Sup}((n_{I1} + 1), (n_{I2} - \Delta n)) \leq n_{S1} < n_{I2} \\ \text{Sup}((n_{I2} + 1), (N - \Delta n)) \leq n_{S2} < N \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

$n_{I2}$  varie de  $(n_{I1} + 2)$  à  $(n_{S2} - 1)$  par pas de 1. Il prend alors  $(n_{S2} - 1) - (n_{I1} + 2) + 1$  valeurs.

Pour chaque valeur prise par  $n_{I2}$ ,  $n_{S1}$  prend :

$$\Delta n \text{ valeurs } (n_{S1} = n_{I2} - \Delta n, \dots, n_{I2} - 2, n_{I2} - 1), \text{ si } n_{I2} > n_{I1} + \Delta n \quad (\text{B.17.1})$$

$$(\Delta n - 1) \text{ valeurs } (n_{S1} = n_{I2} - \Delta n + 1, \dots, n_{I2} - 2, n_{I2} - 1), \text{ si } n_{I2} = n_{I1} + \Delta n \quad (\text{B.17.2})$$

$$(\Delta n - 2) \text{ valeurs } (n_{S1} = n_{I2} - \Delta n + 2, \dots, n_{I2} - 2, n_{I2} - 1), \text{ si } n_{I2} = n_{I1} + \Delta n - 1 \quad (\text{B.17.3})$$

$$(\Delta n - 3) \text{ valeurs } (n_{S1} = n_{I2} - \Delta n + 3, \dots, n_{I2} - 2, n_{I2} - 1), \text{ si } n_{I2} = n_{I1} + \Delta n - 2 \quad (\text{B.17.4})$$

$$\text{une valeur } (n_{S1} = n_{I2} - 1), \text{ si } n_{I2} = n_{I1} + 2 \quad (\text{B.17.5})$$

En tenant compte seulement des variations de  $n_{I2}$  et  $n_{S1}$ , on dénombre :

$$\Delta n \cdot \{(n_{S2} - 1) - (n_{I1} + 2) - 1\} - \sum_{i=1}^{\Delta n - 1} i \text{ motifs} \quad (\text{B.18})$$

Quand  $n_{I1}$  et  $n_{S2}$  varient, respectivement, de 1 à  $\Delta n$  et de  $(N - \Delta n)$  à  $(N - 1)$  par pas de 1. On peut écrire que :

$$n_{S2} = N - s \text{ avec } s = 1, 2, \dots, \Delta n \quad (\text{B.19.1})$$

$$n_{I1} = r \text{ avec } r = 1, 2, \dots, \Delta n \quad (\text{B.19.2})$$

Pour calculer le nombre total des motifs, il reste à sommer (B.18) sur  $n_{I1}$  et  $n_{S2}$ . On obtient alors, après substitution de (B.19) dans (B.18) :

$$CL_{2,2,\Delta n}^N = \sum_{s=1}^{\Delta n} \sum_{r=1}^{\Delta n} \left\{ \Delta n \cdot \{N - s - r - 2\} - \sum_{i=1}^{\Delta n - 1} i \right\} \quad (\text{B.20.1})$$

Après simplification, (B.20.1) devient :

$$CL_{2,2,\Delta n}^N = \Delta n^2 \cdot \left\{ \Delta n \cdot (N - 2) - \sum_{i=1}^{\Delta n - 1} i \right\} - \Delta n \cdot \sum_{s=1}^{\Delta n} \sum_{r=1}^{\Delta n} (s - r) \quad (\text{B.20.2})$$

Mise sous forme de récurrence, (B.20.2) devient :

$$CL_{2,2,\Delta n}^N = \Delta n^3 + CL_{2,2,\Delta n}^{N-1} \quad (\text{B.20.3})$$

Ce raisonnement est valable sous condition que :

$$n_{S2} > n_{I1} + \Delta n \quad (\text{B.21.1})$$

Sachant que la plus petite valeur possible de  $n_{S2}$  est  $(N - \Delta n)$  et que la plus grande valeur possible de  $n_{I1}$  est  $(\Delta n)$ , (B.21.1) devient :

$$N > 3 \cdot \Delta n \quad (B.21.2)$$

Dans le cas où la condition (B.21.2) n'est pas vérifiée, on fait un dénombrement direct.

### Exemple de dénombrement dans le cas $\Delta n = 2$

Quand  $N < 5$ , aucun motif de deux trous ne répond à la contrainte  $0 < n_{I1} < n_{S1} < n_{I2} < n_{S2} < N$

Quand  $N = 5$ , on compte un seul motif de deux trous :  $0 < 1 < 2 < 3 < 4 < N$

$$CL_{2,2,2}^5 = 1 \quad (B.22.1)$$

Quand  $N = 6$ , on compte 5 motifs de deux trous :

$$0 < (n_{I1} = 1) < (n_{S1} = 2) < (n_{I2} = 3) < (n_{S2} = 5) < N$$

$$0 < (n_{I1} = 1) < (n_{S1} = 2) < (n_{I2} = 4) < (n_{S2} = 5) < N$$

$$0 < (n_{I1} = 1) < (n_{S1} = 3) < (n_{I2} = 4) < (n_{S2} = 5) < N$$

$$0 < (n_{I1} = 2) < (n_{S1} = 3) < (n_{I2} = 4) < (n_{S2} = 5) < N$$

$$0 < (n_{I1} = 1) < (n_{S1} = 2) < (n_{I2} = 3) < (n_{S2} = 4) < N$$

$$\text{d'où } CL_{2,2,2}^6 = 5 \quad (B.22.2)$$

$$\text{Quand } N = 7, \quad CL_{2,2,\Delta n}^7 = 2^2 \cdot \left\{ 2 \cdot (7-2) - \sum_{i=1}^{2-1} i \right\} - 2 \cdot \sum_{s=1}^2 \sum_{r=1}^2 (s-r) = 12 \quad (B.22.3)$$

$$\text{Quand } N = 8, \quad CL_{2,2,2}^8 = 2^3 + CL_{2,2,2}^7 = 20 \quad (B.22.4)$$

### B.4.2. Cas de motifs à trois trous

Un motif à trois trous peut être considéré comme un motif à deux trous de longueur  $n_{I3}$ . Le dénombrement des motifs à trois trous est ramené à une suite de dénombrements des motifs à deux trous correspondant aux différents couples possibles de  $n_{I3}$  et  $n_{S3}$ . L'arborescence de la figure B.1 montre l'ensemble des dénombrements de motifs à deux trous, qu'il faut additionner pour dénombrer les motifs à trois trous; d'où :

$$CL_{2,3,\Delta n}^N = \left[ \Delta n \sum_{l=5}^{N-(\Delta n+1)} CL_{2,2,\Delta n}^l \right] + \left[ \sum_{u=1}^{\Delta n-1} u \cdot CL_{2,2,\Delta n}^{N-1-u} \right] \quad (B.23)$$

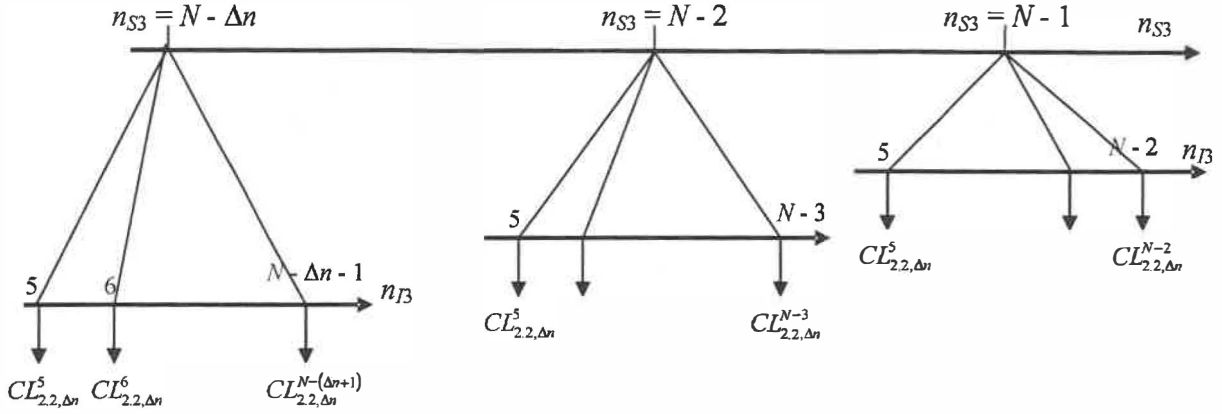


Figure B.1. Arborecence de passage des motifs de trois trous à des motifs de deux trous

### Cas $\Delta n = 2$

Le dénombrement des motifs de longueur  $N$  et  $(N + 1)$  par application de (B.23) aboutit à :

$$CL_{2,3,2}^N = 2 \sum_{l=5}^{N-3} CL_{2,2,\Delta n}^l + CL_{2,2,2}^{N-2} \quad (\text{B.24})$$

$$CL_{2,3,2}^{N+1} = 2 \sum_{l=5}^{N-2} CL_{2,2,\Delta n}^l + CL_{2,2,2}^{N-1} \quad (\text{B.25})$$

Sachant qu'on peut écrire :

$$\sum_{l=5}^{N-2} CL_{2,2,\Delta n}^l = CL_{2,2,\Delta n}^{N-2} + \sum_{l=5}^{N-3} CL_{2,2,\Delta n}^l \quad (\text{B.26})$$

et en tenant compte de (B.24); (B.25) devient

$$CL_{2,3,2}^{N+1} = CL_{2,3,2}^N + CL_{2,2,\Delta n}^{N-2} + CL_{2,2,2}^{N-1} \quad (\text{B.27})$$

### Cas $\Delta n = 3$

Un raisonnement similaire à celui du cas précédent aboutit à :

$$CL_{2,3,3}^{N+1} = CL_{2,3,3}^N + CL_{2,2,\Delta 3}^{N-3} + CL_{2,2,\Delta 3}^{N-2} + CL_{2,2,3}^{N-1} \quad (\text{B.28})$$

### B.4.3. Cas de motifs à $q$ trous

Le raisonnement par arborescence effectué pour le dénombrement des motifs à trois trous à partir de celui des motifs à deux trous est facilement généralisé pour dénombrer des motifs à  $q$  trous à partir des motifs à  $(q - 1)$  trous. Il aboutit à

$$CL_{2,q,\Delta n}^N = \left[ \Delta n \sum_{l=5}^{N-(\Delta n+1)} CL_{2,(q-1),\Delta n}^l \right] + \left[ \sum_{u=1}^{\Delta n-1} u \cdot CL_{2,(q-1),\Delta n}^{N-1-u} \right] \quad (\text{B.29})$$

# SCHÉMAS ÉLECTRIQUES DES DIFFÉRENTS MODULES DU CIRCUIT ÉLECTRONIQUE DE COMMANDE

## *De quoi s'agit-il?*

*Cette annexe présente les schémas des circuits électroniques qui réalisent les différentes fonctions du circuit de commande du convertisseur, considéré dans le chapitre 4. Ces fonctions sont :*

- ✓ *la fonction de relaxation qui génère le signal DPZ*
- ✓ *la fonction de génération de la porteuse*
- ✓ *la fonction de génération des motifs MDI et des signaux de commande des interrupteurs*

---

<b>C.1. Circuit de la fonction de relaxation .....</b>	<b>261</b>
<b>C.2. Circuit de la fonction de génération des motifs .....</b>	<b>262</b>
<b>C.3. Circuit de la fonction de génération du motif MDI et des commandes des interrupteurs .....</b>	<b>263</b>

---



## C.1. Circuit de la fonction de relaxation

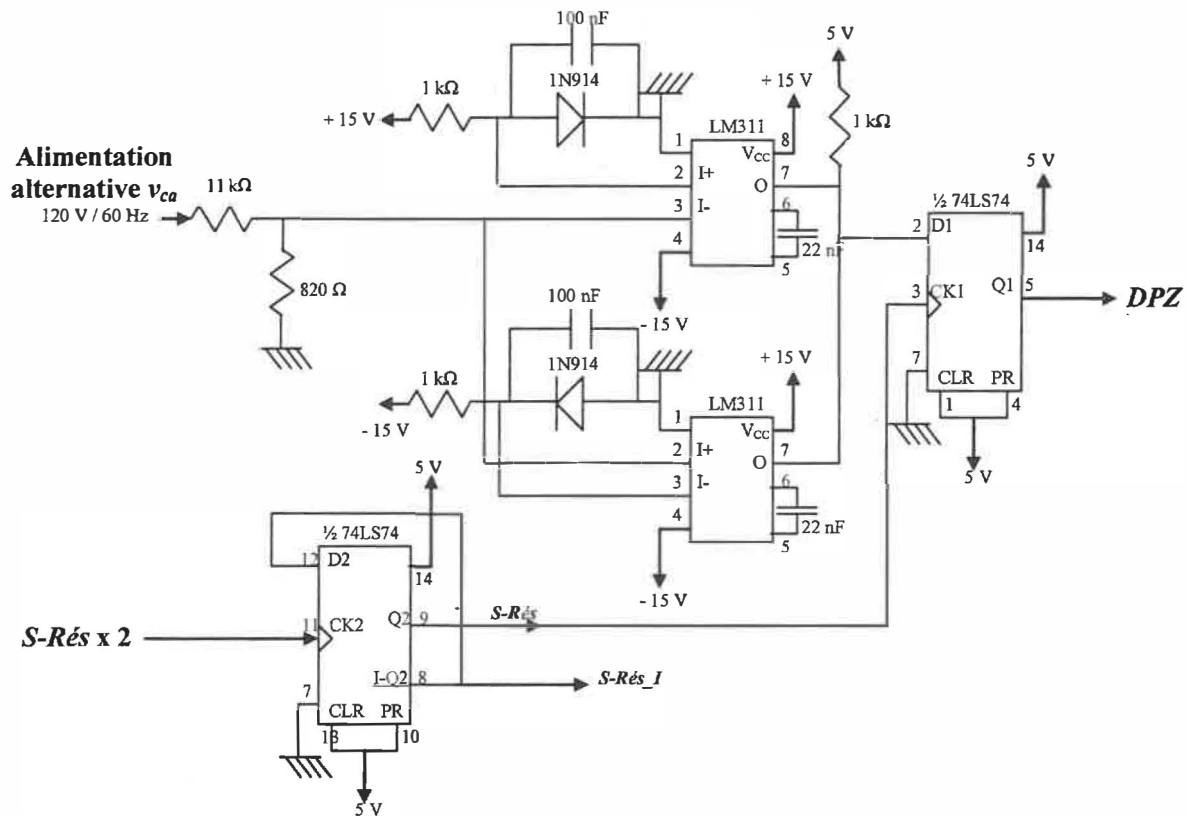


Figure C.1. Schéma du module de réalisation de la fonction de relaxation

La tension alternative d'alimentation, après réduction de son amplitude par le diviseur de tension ( $11\text{ k}\Omega$  et  $820\text{ }\Omega$ ), est comparée aux tensions de référence  $+V_{ref}$  et  $-V_{ref}$ . Ces tensions de référence sont les tensions aux bornes des diodes 1N914. Ceci permet d'avoir des tensions de référence stables (égales en valeur absolue et insensibles aux dispersions des alimentations auxiliaires  $\pm 15\text{ V}$  et des résistances  $1\text{ k}\Omega$ ). Les comparaisons, par rapport aux tensions de références, sont réalisées par des LM 311. Sachant que ces derniers sont à "Collecteur ouvert", leurs sorties sont directement reliées, et ce afin de réaliser une opération logique ET entre les deux comparaisons sans utilisation d'une porte logique. L'impulsion, qui résulte de ces deux comparaisons, est synchronisée sur les fronts montants d'un signal à la fréquence de résonance de la charge ( $S\text{-Rés}$ ) par une des deux bascules D du circuit 74LS74. Il en résulte, finalement, le signal  $DPZ$ .

L'autre bascule est exploitée pour générer, à partir d'un signal à deux fois la fréquence de résonance ( $S\text{-rés} \times 2$ ), le signal ( $S\text{-Rés}$ ) et son inverse ( $S\text{-Rés}_I$ ). L'intérêt de cette opération est expliqué plus loin dans cette annexe.

## C.2. Circuit de la fonction de génération des motifs

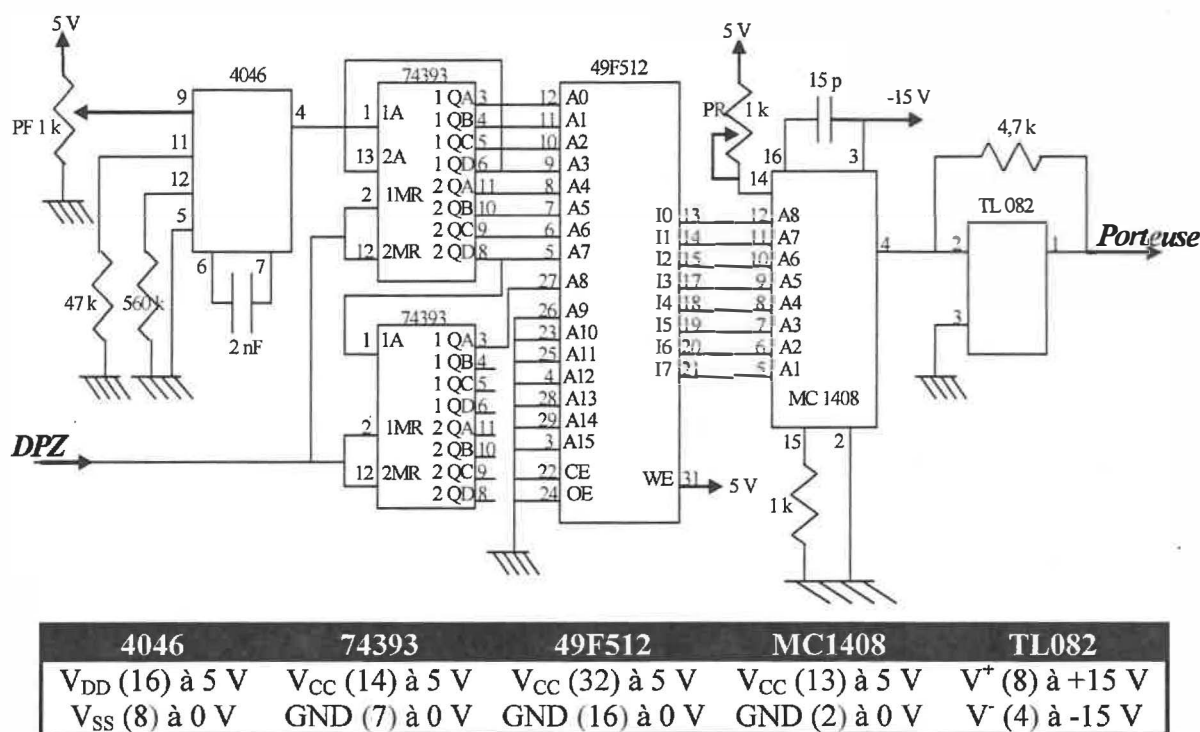


Figure C.2. Schéma du module de réalisation de la fonction de relaxation

La forme triangulaire de la porteuse est échantillonnée en 512 échantillons, qui sont stockés dans les 512 premiers octets de la mémoire 49F512. Ces 512 premiers octets sont adressés par les 9 premiers bits d'un compteur de 12 bits. Pour constituer ce compteur, deux circuits 74393 ont été nécessaires. Ce compteur est remis à zéro chaque fois que le signal *DPZ* est au niveau 1 et est excité par le VCO du circuit 4046. Le potentiomètre *PF* permet donc de commander la fréquence de la porteuse, via la fréquence du VCO. La fréquence de la porteuse est 512 fois plus petite que la fréquence du VCO. Les circuits MC 1408 et TL 082 forment l'étage de la conversion de la porteuse d'une forme binaire en tension analogique. Le potentiomètre *PR* permet de régler l'amplitude de la porteuse.

### C.3. Circuit de la fonction de génération du motif MDI et des commandes des interrupteurs

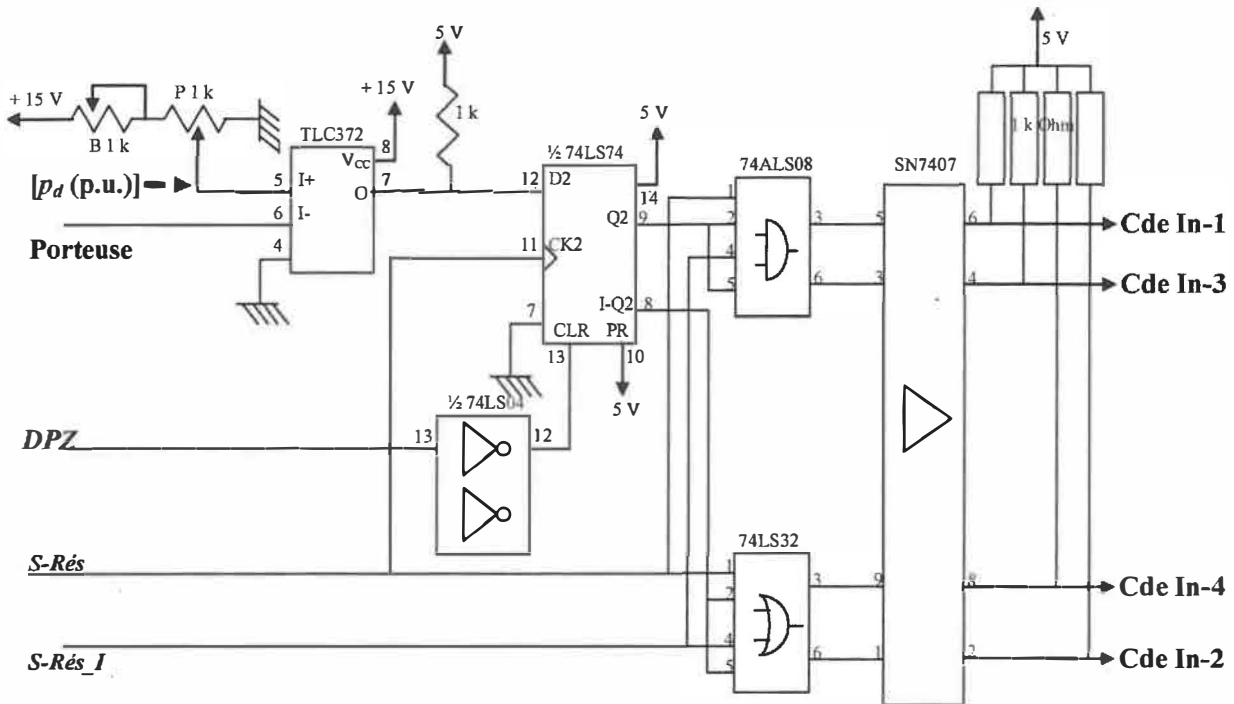


Figure C.3. Schéma du module de réalisation de la fonction de génération du motif et des commandes des interrupteurs

La tension au niveau du curseur du potentiomètre P est la tension de commande  $e_c$ , qui représente aussi la puissance transmise désirée. Sa comparaison à la porteuse par le circuit TLC372 génère un motif asynchrone. Une bascule D (circuit 74LS74), qui est remise à zéro chaque fois que le signal DPZ est au niveau logique un, génère, à partir du motif asynchrone, un motif synchronisé sur le signal de résonance. La même bascule génère aussi un motif MDI inversé. Les signaux de commande des interrupteurs supérieurs de l'onduleur sont générés par des portes ET (circuit 74ALS08) à partir du motif MDI et des signaux  $S\text{-}R\acute{e}s$  et  $S\text{-}R\acute{e}s\_I$ . Les signaux de commande des interrupteurs inférieurs sont générés par des portes OU (circuit 74LS32) à partir du motif MDI inversé et des signaux  $S\text{-}R\acute{e}s$  et  $S\text{-}R\acute{e}s\_I$ .

Dans le cas où une porte logique NON est utilisée pour générer le signal  $S\text{-}R\acute{e}s\_I$  à partir du signal  $S\text{-}R\acute{e}s$ , ces signaux ne seraient pas en parfaite opposition de phase à cause du temps de réponse de la porte logique NON. En conséquence, les commandes des interrupteurs 1 et 2 ne seront pas en opposition de phase, respectivement, avec les commandes des interrupteurs 3 et 4.

## MISE EN ÉQUATION DÉTAILLÉE - CAS D'UN CONVERTISSEUR MDI AVEC REDRESSEUR DE TÊTE TRIPHASÉ

### *De quoi s'agit-il?*

*Cette annexe s'attache au chapitre 6. Elle présente la mise en équation d'un convertisseur ca-ca à MDI dont le redresseur de tête est un pont triphasé double à diodes. Elle décrit la démarche et les calculs intermédiaires menant à l'établissement de la série de Fourier des courants tirés par le convertisseur. Le cheminement de cette mise en équation est indiqué ci-dessous.*

Détermination de l'amplitude de la tension aux bornes de la capacité de la charge  
résonnante durant chaque période de commutation de l'onduleur



Déduction de l'amplitude du courant dans la charge durant chaque période de  
commutation



Déduction de l'amplitude du courant à l'entrée de l'onduleur durant chaque période de  
commutation



Déduction du courant à la sortie du redresseur supposé constant durant une demi-  
période de commutation de l'onduleur

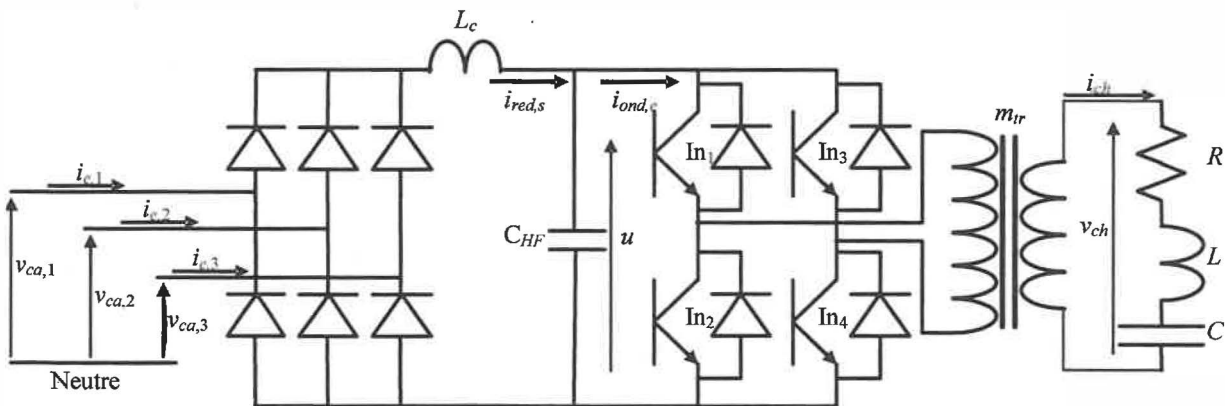


Déduction du courant à l'entrée du redresseur et calcul de sa série de Fourier

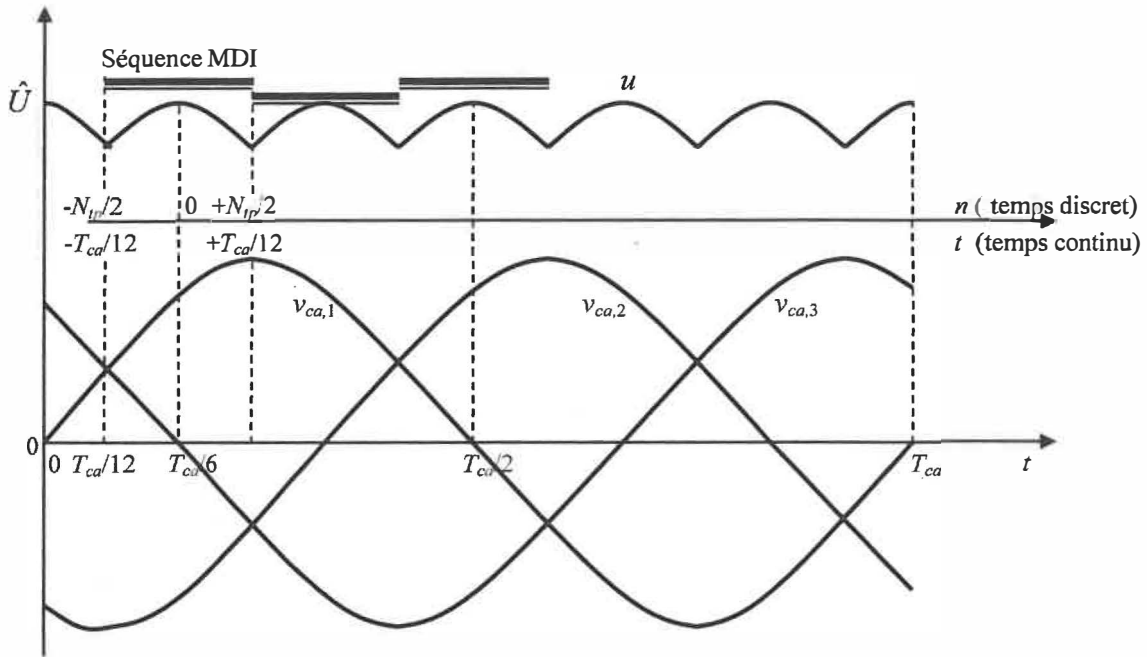
<b>D.1. Convertisseur étudié, notations et hypothèses</b> .....	265
<b>D.2. Expression de la tension aux bornes du condensateur C (<math>v_c</math>)</b> .....	266
D.2.1. Cas de fonctionnement sans cycle de roue libre .....	266
D.2.2. Cas de fonctionnement avec un trou .....	268
D.2.3. Cas de fonctionnement avec $q$ trous .....	270
<b>D.3. Expressions des courants</b> .....	271
D.3.1. Cas de fonctionnement sans cycle de roue libre .....	271
D.3.2. Cas de fonctionnement avec $q$ trous .....	272
<b>D.4. Analyse de Fourier des courants tirés par le convertisseur</b> .....	275
D.4.1. Cas de fonctionnement avec zéro trou .....	276
D.4.2. Cas de fonctionnement avec $q$ trous .....	277

## D.1. Convertisseur étudié, notations et hypothèses

Nous indiquons sur les figures D.1 et D.2 le convertisseur considéré, les tensions à l'entrée et à la sortie du redresseur et les séquences MDI utilisées.



**Figure D.1. Schémas du convertisseur et identification des courants et tensions**



**Figure D.2. Indication des tensions alternatives et redressée et des séquences MDI**

Les interrupteurs semiconducteurs et le découplage haute fréquence entre les courants de sortie du redresseur et d'entrée de l'onduleur sont supposés parfaits.

Le circuit RLC est supposé très peu amorti, d'où un coefficient "a" très proche de l'unité.

La fréquence de commutation est supposée très grande par rapport à la fréquence des tensions  $v_{ca,1-3}$ . En conséquence, la tension  $u$  variant très peu durant une période  $T_{rs}$ . On écrit que:

$$\text{pour } (n-1)T_{rs} < t \leq nT_{rs} \quad u(n) = \hat{U}_{ca} \cos\left(\frac{\pi n}{3 N_{ip}}\right) \quad (\text{D.1})$$

De par le principe de la commande MDI, la période de commutation est prise égale à la période de résonance de la charge RLC, d'où

$$i_{ch}(n) = i_{ch}(n-0.5) = 0 \quad (\text{D.2})$$

## D.2. Expression de la tension aux bornes de C ( $v_c$ )

### D.2.1. Cas de fonctionnement sans cycle de roue libre

On considère un intervalle de temps  $[(n-1)T_{rs}, nT_{rs}]$ , qui correspond à une période de commutation.

Durant la 1<sup>ère</sup> moitié de cette période, la charge est soumise à une tension

$$v_{ch} = m_{tr} u(n) = m_{tr} \hat{U}_{ca} \cos\left(\frac{\pi n}{3 N_{tp}}\right) \text{ avec comme condition initiale } v_c(n-1). \text{ À la fin de cette 1<sup>ère</sup> moitié, la tension } v_c \text{ devient:}$$

$$v_c(n-0.5) = (1+a) \cdot m_{tr} u(n) - a \cdot v_c(n-1) \quad (D.2)$$

Durant la 2<sup>ème</sup> moitié, la charge est soumise à une tension  $v_{ch} = -m_{tr} u(n) = -m_{tr} \hat{U}_{ca} \cos\left(\frac{\pi n}{3 N_{tp}}\right)$

avec comme condition initiale  $v_c(n-0.5)$ . À la fin de cette période, la tension  $v_c$  devient:

$$v_c(n) = -(1+a) \cdot m_{tr} u(n) - a \cdot v_c(n-0.5) \quad (D.3)$$

En éliminant  $v_c(n-0.5)$  dans les expressions (D.2) et (D.3), on obtient la relation de récurrence:

$$v_c(n) = a^2 \cdot v_c(n-1) - (1+a)^2 \cdot m_{tr} u(n) \quad (D.4)$$

En fonction de la tension à l'origine ( $v_c(-N_{tp}/2)$ ), l'expression (D.4) s'écrit:

$$v_c(n) = a^{2n+N_{tp}} \cdot v_c(-N_{tp}/2) - (1+a)^2 m_{tr} \sum_{j=0}^{n+(N_{tp}/2)-1} a^{2j} \cdot u(n-j) \quad (D.5)$$

La série de l'expression (D.5) peut être calculée par assimilation à une intégrale

$$\sum_{j=0}^{n+(N_{tp}/2)-1} a^{2j} \cdot u(n-j) = u(n) + \frac{1}{T_{rs}} \int_0^{(n+(N_{tp}/2)-1)T_{rs}} a^{2\frac{t'}{T_{rs}}} \cdot u(nT_{rs}-t') dt' \quad (D.6)$$

où la variable discrète  $j$  est exprimée par la variable continue  $t'$  avec  $t' = jT_{rs}$ .

Le calcul de l'intégrale aboutit à:

$$\int_0^{(n+(N_{tp}/2)-1)T_{rs}} a^{2\frac{t'}{T_{rs}}} \cdot u(nT_{rs}-t') dt' = \frac{\hat{U}_{ca}}{\alpha} \left\{ \cos\left(\frac{\pi n}{3 N_{tp}}\right) - a^{2(n+(N_{tp}/2)-1)} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \right\} \quad (D.7)$$

$$\text{où} \quad \alpha = -2 \cdot \log(a) \cdot F_{rs}$$

L'expression (D.5) devient alors:

$$v_c(n) = a^{2n+N_{tp}} \cdot v_c(-N_{tp}/2) - (1+a)^2 \cdot m_{tr} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) u(n) - \frac{a^{2(n+(N_{tp}/2)-1)}}{-2\log(a)} \hat{U}_{ca} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \right] \quad (D.8)$$

Étant périodique de période  $T_{ca}/6$ ,  $v_c$  prend les mêmes valeurs aux instants  $-T_{ca}/12$  et  $T_{ca}/12$ , d'où:

$$v_c(-N_{tp}/2) = v_c(N_{tp}/2) \quad (D.9)$$

En mettant  $n = N_{tp}/2$  dans l'expression (D.8), on obtient:

$$v_c(N_p/2) = a^{2N_p} \cdot v_c(-N_p/2) - (1+a)^2 \cdot m_{tr} \hat{U}_{ca} \left[ \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - \frac{a^{2(N_p-1)}}{-2\log(a)} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \right] \quad (D.10.1)$$

$N_p$  étant supposé très grand et  $a$  inférieur à 1, (D.10.1) se réduit à:

$$v_c(N_p/2) \cong -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) \cdot m_{tr} \hat{U}_{ca} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad (D.10.2)$$

En tenant compte de (D.9) et (D.10.2), (D.5) devient:

$$v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1-(1/a^2)}{-2\log(a)} \right) m_{tr} \hat{U}_{ca} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) a^{2n+N_p} - (1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) \cdot m_{tr} u(n) \quad (D.11.1)$$

Enfin l'expression simplifiée de  $v_c$  devient alors:

$$v_c(n) \cong -(1+a)^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) \cdot m_{tr} u(n) \quad (D.11.2)$$

### D.2.2. Cas de fonctionnement avec un trou de bornes $n_1$ et $n_s$

Pour la détermination de la tension aux bornes du condensateur et du courant dans la charge, il est équivalent de considérer que la commande des interrupteurs n'introduit pas de cycles de roue libre, mais que l'onduleur est alimenté par une tension:

$$u' = u - u'' \quad (D.12)$$

$$\text{avec } u'' = u \cdot P_{n_1-n_s}$$

La tension aux bornes de  $C$ , produite par la tension  $u'$ , peut être considérée comme la tension aux bornes de  $C$  produite par la tension  $u$ , que nous avons déjà établie (D.11.2), moins celle produite par  $u''$ , que nous notons  $v''_c$  et que nous déterminons ci-dessous.

En remplaçant  $u$  par  $u''$ , (D.5) devient:

$$v''_c(n) = a^{2n+N_p} \cdot v''_c(-N_p/2) - (1+a)^2 \sum_{j=0}^{n+(N_p/2)-1} a^{2j} \cdot m_{tr} u''(n-j) \quad (D.13)$$

On peut démontrer que :

$$\text{pour } -\frac{N_p}{2} \leq n < n_1 \quad \sum_{j=0}^{n+(N_p/2)-1} a^{2j} m_{tr} u''(n-j) = 0 \quad (D.14.1)$$

$$\text{pour } n_1 \leq n < n_s \quad \sum_{j=0}^{n+(N_p/2)-1} a^{2j} m_{tr} u''(n-j) = \sum_{j=0}^{n-n_1} a^{2j} \cdot m_{tr} u(n-j) \quad (D.14.2)$$



$$\text{pour } n_s \leq n \leq \frac{N_{tp}}{2} \quad \sum_{j=0}^{n+(N_{tp}/2)-1} a^{2j} m_{tr} u''(n-j) = a^{2(n-n_s)} \sum_{j=0}^{n_s-n_1} a^{2j} m_{tr} u(n_s-j) \quad (\text{D.14.3})$$

En assimilant la série à sa forme intégrale, on établit que :

$$\sum_{j=0}^{n+(N_{tp}/2)-1} a^{2j} m_{tr} u''(n-j) = \sum_{j=0}^{n-n_1} a^{2j} m_{tr} u(n-j) \cong m_{tr} \left[ \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) u(n) - \frac{a^{2(n-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \right] \quad (\text{D.15})$$

En mettant  $n = N_{tp}/2$  dans (D.13) et en tenant compte de (D.14.3) et (D.15), on écrit :

$$v_c''(N_{tp}/2) = a^{2N_{tp}} v_c''(-N_{tp}/2) - (1+a)^2 m_{tr} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) u(n_s) - \frac{a^{2(n_s-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \right\} a^{-2n_s} a^{N_{tp}} \quad (\text{D.16})$$

Comme  $N_{tp}$  est supposé très grand, on peut considérer que :

$$v_c''(N_{tp}/2) = v_c''(-N_{tp}/2) \cong 0 \quad (\text{D.17})$$

Compte tenu de (D.17), (D.15) et (D.14), (D.13) devient :

$$\text{pour } N_{tp}/2 \leq n < n_1 \quad v_c''(n) = 0 \quad (\text{D.18.1})$$

pour  $n_1 \leq n < n_s$

$$v_c''(n) = -(1+a)^2 m_{tr} \left[ \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) u(n) - \frac{a^{2(n-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \right] = -(1+a)^2 m_{tr} B(n_1, n) \quad (\text{D.18.2})$$

pour  $n_s \leq n \leq N_{tp}/2$

$$v_c''(n) = -(1+a)^2 m_{tr} \left[ \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) u(n_s) - \frac{a^{2(n_s-n_1)}}{-2\log(a)} u(n_1) \right] a^{2(n-n_s)} = -(1+a)^2 m_{tr} B(n_1, n_s) a^{2(n-n_s)} \quad (\text{D.18.3})$$

La tension aux bornes du condensateur est alors donnée par :

$$\text{pour } N_{tp}/2 \leq n < n_1 \quad v_c(n) \cong -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) \quad (\text{D.19.1})$$

$$\text{pour } n_1 \leq n < n_s \quad v_c(n) \cong -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} B(n_1, n) \quad (\text{D.19.2})$$

$$\text{pour } n_s \leq n \leq \frac{N_{tp}}{2} \quad v_c(n) \cong -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} B(n_1, n_s) a^{2(n-n_s)} \quad (\text{D.19.3})$$

### D.2.3. Cas de fonctionnement avec $q$ trous

On considère que dans chaque période  $[-T_{ca}/12 \ T_{ca}/12]$  de la tension  $u$ , les signaux de commande des interrupteurs créent  $q$  trous. Chaque trou est repéré par ses bornes inférieures  $n_{Ik}$  et supérieures  $n_{Sk}$  avec  $k = 1, 2, \dots, q$ . Ces différentes bornes vérifient l'inéquation:

$$-N_{ip}/2 < n_{I1} < n_{S1} < n_{I2} < n_{S2} < \dots < n_{Iq} < n_{Sq} < N_{ip}/2 \quad (D.20)$$

Dans ce cas, la tension  $v_{ch}$ , et en conséquence, la tension  $v_c$  et le courant  $i_{ch}$  seront les mêmes que si la commande des interrupteurs est continue (sans cycle de roue libre) et que la tension d'alimentation de l'onduleur est:

$$u' = u - \sum_{k=1}^q u_k'' \quad (D.21)$$

$$\text{où } u_k'' = u \cdot P_{n_{Ik} - n_{Sk}}$$

Les résultats établis dans le cas d'un fonctionnement avec un trou sont facilement généralisés au cas d'un fonctionnement avec  $q$  trous.

À partir de (D.19), on déduit que pour:

$$N_{ip}/2 \leq n < n_{I1} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) \quad (D.22.1)$$

$$n_{I1} \leq n < n_{S1} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} B(n_{I1}, n) \quad (D.22.2)$$

$$n_{S1} \leq n < n_{I2} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} B(n_{I1}, n_{S1}) a^{2(n-n_{S1})} \quad (D.22.3)$$

.....

.....

$$n_{S(q-1)} \leq n < n_{Iq} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} \sum_{k=1}^{q-1} B(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (D.22.4)$$

$$n_{Iq} \leq n < n_{Sq} \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} \left\{ \sum_{k=1}^{q-1} B(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} + B(n_{Iq}, n) \right\} \quad (D.22.5)$$

$$n_{Sq} \leq n \leq N_{ip}/2 \quad v_c(n) = -(1+a)^2 \left( 1 + \frac{1}{-2\log(a)} \right) m_{tr} u(n) + (1+a)^2 m_{tr} \sum_{k=1}^q B(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (D.22.6)$$

### D.3. Expressions des courants

#### D.3.1. Cas de fonctionnement sans trous

##### D.3.1.1. Courants $i_{ch}$ et $i_{ond,e}$

Étant supposé que la charge RLC est très peu amortie, le courant  $i_{ch}$  varie comme un sinus durant chaque période  $[(n-1)T_{rs} \ nT_{rs}]$ . Sa valeur crête est:

$$i_{ch}(n-0.25) = -\sqrt{\frac{C}{L}}(m_{tr}u(n) + v_c(n)) \quad (D.23)$$

Le courant à l'entrée de l'onduleur ( $i_{ond,e}$ ) est la forme redressée du courant dans la charge ( $i_{ch}$ ). Ils sont liés par:

$$i_{ond,e} = m_{tr}|i_{ch}| \quad (D.24)$$

##### D.3.1.2. Courant $i_{red,s}$

Dans l'hypothèse d'un découplage haute fréquence parfait assuré par  $C_{HF}$ , le courant  $i_{red,s}$  est identique à la composante basse fréquence de  $i_{ond,e}$ . Durant une période  $[(n-1)T_{rs} \ nT_{rs}]$ , on peut estimer que  $i_{red,s}$  reste constant et égal à la valeur moyenne de  $i_{ond,e}$ :

$$(n-1)T_{rs} \leq t \leq nT_{rs} \quad i_{red,s} = \frac{2}{\pi}(i_{ond,e})_{crête} \quad (D.25)$$

En tenant compte de (D.25), (D.24), (D.23), (D.11.2) et (D.1), on peut écrire que:

$$-N_{ip}/2 \leq n \leq N_{ip}/2$$

$$i_{red,s}(n) = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ \left( 1 + a^2 \right) \left( 1 + \frac{1}{-2 \log(a)} \right) - 1 \right\} m_{tr}^2 \hat{U}_{ca} \cos\left(\frac{\pi}{3} \frac{n}{N_{ip}}\right) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} \frac{n}{N_{ip}}\right) \quad (D.26.1)$$

Sachant que  $t = nT_{rs}$ , (D.26.1) devient:

$$-T_{ca}/12 \leq t \leq T_{ca}/12 \quad i_{red,s}(t) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \quad (D.26.2)$$

##### D.3.1.3. Courants à l'entrée du redresseur ( $i_{e,1}$ , $i_{e,2}$ et $i_{e,3}$ )

Le courant  $i_{e,1}$  se déduit de  $i_{red,s}$  par les équations suivantes:

$$0 \leq t < T_{ca}/12 \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (D.27.1)$$

$$T_{ca}/12 \leq t < (3 \cdot T_{ca})/12 \quad i_{e,1}(t) = i_{red,s}(t - T_{ca}/6) = A_0 \sqrt{3} \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t - \frac{\pi}{3}\right) \quad (D.27.2)$$

$$(3 \cdot T_{ca})/12 \leq t < (5 \cdot T_{ca})/12 \quad i_{e,1}(t) = i_{e,1}(t - T_{ca}/6) \quad (D.27.3)$$

$$(5 \cdot T_{ca})/12 < t < T_{ca}/2 \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (D.27.4)$$

$$T_{ca}/2 \leq t \leq T_{ca} \quad i_{e,1}(t) = -i_{e,1}(t - (T_{ca}/2)) \quad (D.27.5)$$

La figure D.3 indique la forme du courant de la phase 1. Les courants  $i_{e,2}$  et  $i_{e,3}$  se déduisent de  $i_{e,1}$  par des déphasages de  $120^\circ$  et  $240^\circ$

$$0 \leq t \leq T_{ca} \quad i_{e,2}(t) = i_{e,1}(t - T_{ca}/3) \quad (D.28.1)$$

$$0 \leq t \leq T_{ca} \quad i_{e,3}(t) = i_{e,1}(t - (2 \cdot T_{ca})/3) \quad (D.28.2)$$

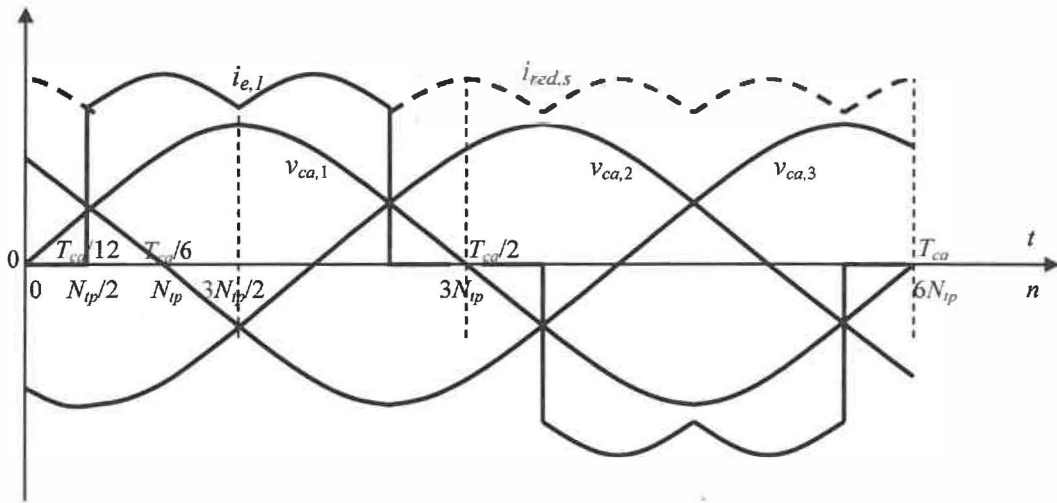


Figure D.3. Allure du courant tiré d'une phase par le convertisseur en absence de trous

### D.3.2. Cas de fonctionnement avec $q$ trous

#### D.3.2.1. Courants $i_{ch}$ et $i_{ond,e}$

Le courant dans la charge  $i_{ch}$  se calcule de la même façon que précédemment à condition d'exprimer  $v_c$  par son expression (D.22) dans (D.23). Le courant à l'entrée de l'onduleur ( $i_{ond,e}$ ) est donné par:

$$\text{en dehors des trous} \quad i_{ond,e} = m_{tr} |i_{ch}| \quad (D.29.1)$$

$$\text{durant un trou} \quad i_{ond,e} = 0 \quad (D.29.2)$$

**D.3.2.2. Courant  $i_{red,s}$** 

En supposant un découplage haute fréquence parfait, (D.25) demeure valable. En tenant compte de (D.25), (D.29), (D.23), (D.22) et (D.1), on peut écrire que:

$$\frac{N_{ip}}{2} \leq n < n_{I1} \quad i_{red,s}(n) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} \frac{n}{N_{ip}}\right) \quad (D.30.1)$$

$$n_{I1} \leq n < n_{S1} \quad i_{red,s}(n) = 0 \quad (D.30.2)$$

$$n_{S1} \leq n < n_{I2} \quad i_{red,s}(n) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} \frac{n}{N_{ip}}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 B(n_{I1}, n_{S1}) a^{2(n-n_{S1})} \quad (D.30.3)$$

.....  
.....

$$n_{S(q-1)} \leq n < n_{Iq} \quad i_{red,s}(n) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} \frac{n}{N_{ip}}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 \sum_{k=1}^{q-1} B(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (D.30.4)$$

$$n_{Iq} \leq n < n_{Sq} \quad i_{red,s}(n) = 0 \quad (D.30.5)$$

$$n_{Sq} \leq n \leq N_{ip}/2 \quad i_{red,s}(n) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{\pi}{3} \frac{n}{N_{ip}}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 \sum_{k=1}^q B(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{2(n-n_{Sk})} \quad (D.30.6)$$

En passant de la variable discrète  $n$  à la variable continue  $t$ , liées par  $t = n T_{rs}$  et sachant que  $T_{ca} = 6 \cdot N_{ip} \cdot T_{rs}$ , les expressions (D.30) deviennent:

$$-T_{ca}/12 \leq t < n_{I1} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \quad i_{red,s}(t) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) \quad (D.31.1)$$

$$n_{I1} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \leq t < n_{S1} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \quad i_{red,s}(t) = 0 \quad (D.31.2)$$

$$n_{S1} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \leq t < n_{I2} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \quad i_{red,s}(t) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 B(n_{I1}, n_{S1}) a^{-2n_{S1}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (D.31.3)$$

.....  
.....

$$n_{S(q-1)} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \leq t < n_{Iq} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \quad i_{red,s}(t) = \sqrt{3} A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}} t\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 \sum_{k=1}^{q-1} B(n_{Ik}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} a^{\frac{2t}{T_{rs}}} \quad (D.31.4)$$

$$n_{Iq} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \leq t < n_{Sq} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \quad i_{red,s}(t) = 0 \quad (D.31.5)$$

$$n_{Sq} \frac{T_{ca}}{6N_{ip}} \leq n \leq \frac{T_{ca}}{12} \quad i_{red,s}(t) = \sqrt{3}A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 \sum_{k=1}^q B(n_{lk}, n_{sk}) a^{-2n_{sk}} a^{\frac{2}{T_{rs}}} \quad (D.31.6)$$

### D.3.2.3. Courant $i_{e,1}$

Le courant  $i_{e,1}$  se déduit de  $i_{red,s}$  par les équations suivantes:

$$0 \leq t < T_{ca}/12 \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (D.32.1)$$

$$T_{ca}/12 \leq t < \frac{n_{l1} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = \sqrt{3}A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t - \frac{\pi}{3}\right) \quad (D.32.2)$$

$$\frac{n_{l1} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{n_{s1} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (D.32.3)$$

$$\frac{n_{s1} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{n_{l2} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = \sqrt{3}A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t - \frac{\pi}{3}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 B(n_{l1}, n_{s1}) a^{2(N_{ip}-n_{s1})} a^{\frac{2}{T_{rs}}} \quad (D.32.4)$$

.....

.....

$$\frac{n_{s(q-1)} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{n_{lq} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = \sqrt{3}A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t - \frac{\pi}{3}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 \sum_{k=1}^{q-1} B(n_{lk}, n_{sk}) a^{2(N_{ip}-n_{sk})} a^{\frac{2}{T_{rs}}} \quad (D.32.5)$$

$$\frac{n_{lq} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq t < \frac{n_{sq} T_{ca}}{N_{ip} 6} \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (D.32.6)$$

$$\frac{n_{sq} T_{ca}}{N_{ip} 6} \leq n < \frac{3}{12} T_{ca} \quad i_{e,1}(t) = \sqrt{3}A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_{ca}}t - \frac{\pi}{3}\right) - (1+a^2) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} m_{tr}^2 \sum_{k=1}^q B(n_{lk}, n_{sk}) a^{2(N_{ip}-n_{sk})} a^{\frac{2}{T_{rs}}} \quad (D.32.7)$$

$$(3 \cdot T_{ca})/12 \leq t < (5 \cdot T_{ca})/12 \quad i_{e,1}(t) = i_{e,1}(t - T_{ca}/6) \quad (D.32.8)$$

$$(5 \cdot T_{ca})/12 \leq t < T_{ca}/2 \quad i_{e,1}(t) = 0 \quad (D.32.9)$$

$$T_{ca}/2 \leq t \leq T_{ca} \quad i_{e,1}(t) = -i_{e,1}(t - (T_{ca}/2)) \quad (D.32.10)$$

#### D.4. Analyse de Fourier des courants tirés par le convertisseur

Il suffit de faire une analyse de Fourier d'un seul des trois courants à l'entrée du convertisseur. Notre choix s'est porté sur  $i_{e,1}$ . Nous écrivons que:

$$i_{e,1}(t) = \sum_{m=1,5,7,11,13,\dots} A_m \sin(\omega_{ca} t) + B_m \cos(\omega_{ca} t) \quad (D.33)$$

Les coefficients  $A_m$  sont définis par:

$$A_m = \frac{4}{T_{ca}} \int_0^{\frac{T_{ca}}{2}} i_{e,1}(t) \sin(m \omega_{ca} t) dt = \frac{4}{T_{ca}} \left\{ \int_{T_{ca}/12}^{3T_{ca}/12} i_{e,1}(t) \sin(m \omega_{ca} t) dt + \int_{3T_{ca}/12}^{5T_{ca}/12} i_1(t - (T_{ca}/6)) \sin(m \omega_{ca} t) dt \right\} \quad (D.34)$$

En effectuant un changement de variable  $t \rightarrow t - (T_{ca}/6)$ , on obtient:

$$\int_{3T_{ca}/12}^{5T_{ca}/12} i_{e,1}(t - (T_{ca}/6)) \sin(m \omega_{ca} t) dt = \int_{T_{ca}/12}^{3T_{ca}/12} i_{e,1}(t) \sin\left(m \omega_{ca} t + m \frac{\pi}{3}\right) dt \quad (D.35)$$

La forme intégrale de  $A_m$  devient, après avoir effectué la somme de 2 sinus:

$$A_m = \frac{8}{T_{ca}} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \int_{T_{ca}/12}^{3T_{ca}/12} i_{e,1}(t) \sin\left(m \omega_{ca} t + m \frac{\pi}{6}\right) dt \quad (D.36.1)$$

En faisant intervenir le courant à la sortie du redresseur, (D.36.1) s'écrit:

$$A_m = \frac{8}{T_{ca}} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \int_{T_{ca}/12}^{3T_{ca}/12} i_{red,s}(t - T_{ca}/6) \sin\left(m \omega_{ca} t + m \frac{\pi}{6}\right) dt \quad (D.36.2)$$

Après un second changement de variable  $t \rightarrow t - (T_{ca}/6)$ , on obtient une forme plus simple:

$$A_m = \frac{8}{T_{ca}} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \int_{-T_{ca}/12}^{T_{ca}/12} i_{red,s}(t) \sin\left(m \omega_{ca} t + m \frac{\pi}{2}\right) dt \quad (D.36.3)$$

Les coefficients  $B_m$  sont définis par:

$$B_m = \frac{4}{T_{ca}} \int_0^{\frac{T_{ca}}{2}} i_{e,1}(t) \cos(m \omega_{ca} t) dt \quad (D.37.1)$$

En leur appliquant le même traitement qu'aux coefficients  $A_m$ , on obtient:

$$B_m = \frac{8}{T_{ca}} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \int_{-T_{ca}/12}^{T_{ca}/12} i_{red,s}(t) \cos\left(m \omega_{ca} t + m \frac{\pi}{2}\right) dt \quad (D.37.2)$$

Pour déterminer les différents coefficients de la série de Fourier du courant tiré par le convertisseur, il suffit alors d'effectuer les intégrations des expressions (D.36.3) et (D.37.2) en y utilisant les expressions de  $i_{red,s}$ , déjà établies dans les cas d'un nombre de trous quelconque.

#### D.4.1. Cas de fonctionnement avec zéro trou

Comme il est indiqué sur la figure D.3, une alternance positive du courant  $i_{e,1}$  possède une symétrie axiale par rapport à  $\pi/2$  et ses alternances positive et négative sont identiques au signe près. En conséquence, les coefficients  $B_m$  sont nuls. De même, les spectres des courants ne contiennent que des harmoniques impairs non multiples de trois à cause de l'utilisation d'un système triphasé sans neutre.

##### D.4.1.1. Calcul des coefficients $A_m$

Le calcul de l'intégrale (D.36.3), en tenant compte de (D.26.2), aboutit à:

- Amplitude du fondamental  $A_1$ , noté  $A_{1,0}$  par référence au fonctionnement à zéro trou et que nous utiliserons dans la suite comme référence des courants, est:

$$A_{1,0} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \left\{ \left( 1 + a^2 \right) \left( 1 + \frac{1}{-2 \log(a)} \right) - 1 \right\} m_{ir}^2 \hat{V}_{ca} \left( 1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \right) = A_0 A \quad (D.38.1)$$

- Amplitude des harmoniques en valeur réduite ( $a_m = \frac{A_m}{A_{1,0}}$ ,  $m = 3, 5, 7, 11, 13, \dots$ )

$$a_m = \frac{12}{\pi \sqrt{3} A} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(m \frac{\pi}{2}\right) \left\{ \frac{\sin((m+1) \cdot \pi/6)}{m+1} + \frac{\sin((m-1) \cdot \pi/6)}{m-1} \right\} \quad (D.38.2)$$

##### D.4.1.2. Calcul du facteur de puissance

La valeur efficace du courant  $i_{e,1}$ , calculée à partir de sa définition, est:

$$I_e = A_0 \sqrt{A} \quad (D.39)$$

Les puissances apparente et active, calculées à partir de leur définition, sont:

$$S = \frac{3}{\sqrt{6}} \hat{U}_{ca} \cdot I_e = \frac{3}{\sqrt{6}} \hat{U}_{ca} \cdot A_0 \cdot \sqrt{A} \quad (D.39.1)$$

$$P = \frac{3}{2} \frac{\hat{U}_{ca}}{\sqrt{3}} \cdot A_{1,0} = \frac{3}{2} \frac{\hat{U}_{ca}}{\sqrt{3}} \cdot A_0 \cdot A \quad (D.39.2)$$

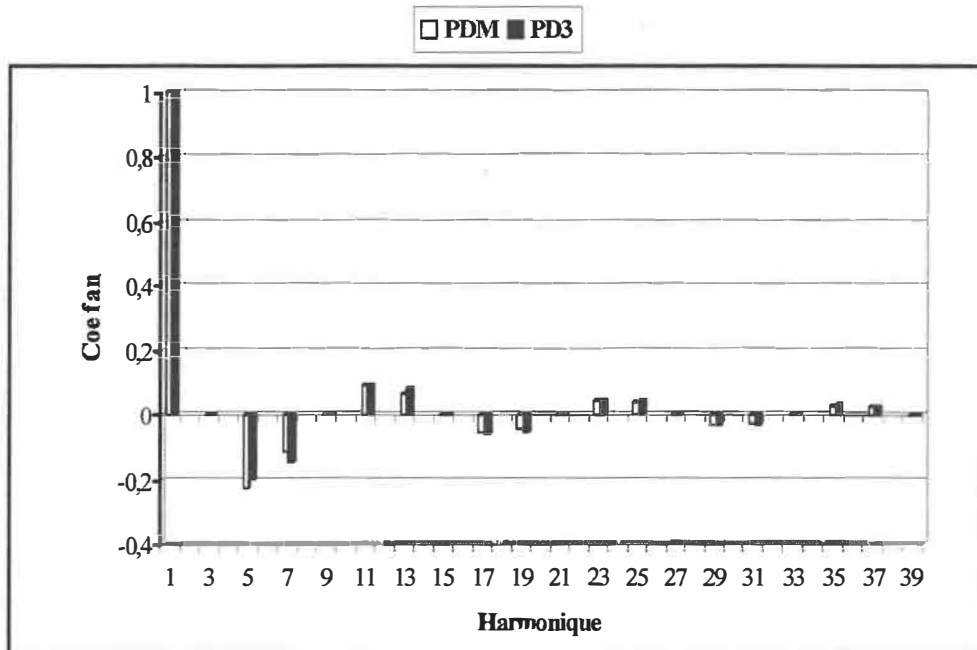
En fonctionnement avec 0 trou (c.-à-d. à puissance maximale), le facteur de puissance du convertisseur MDI avec redresseur de tête triphasé est:

$$(FP)_0 = \frac{P}{S} = \sqrt{\frac{A}{2}} = 0.9558 \quad (D.40)$$



#### D.4.1.3. Comparaison avec un redresseur débitant un courant parfaitement lissé

Nous considérons un redresseur PD3 à diodes qui débite un courant parfaitement lissé. La figure D.4 montre les spectres des courants tirés du réseau d'alimentation par le redresseur et par le convertisseur MDI. On constate un léger avantage au profit du convertisseur MDI car les amplitudes des harmoniques de même rang sont légèrement plus faibles en convertisseur MDI qu'en redresseur PD3, à l'exception des harmoniques d'ordre 5. En effet, l'harmonique 5 en MDI représente 22.63 % du fondamental, alors que dans un redresseur PD3, ce taux est de 20 %.



**Figure D.4. Comparaison des spectres des courants tirés par un redresseur PD3 et un convertisseur MDI utilisant un redresseur de tête triphasé à puissance maximale**

#### D.4.2. Cas de fonctionnement avec $q$ trous

Pour déterminer la série de Fourier des courants tirés du réseau d'alimentation par le convertisseur MDI dans le cas d'un fonctionnement avec un nombre de trous  $q$  (entier naturel), il faut calculer les intégrales des expressions (D.36.3) et (D.37.2) en y remplaçant  $i_{red,s}$  par ses expressions (D.31). Les coefficients  $A_m$  et  $B_m$  sont exprimés en valeur réduite.  $A_{1,0}$  est prise comme référence. On calcule alors des coefficients réduits:

$$a_m = \frac{A_m}{A_{1,0}} \quad (D.41.1)$$

et

$$b_m = \frac{B_m}{A_{1,0}} \quad \text{où} \quad m = 1, 5, 7, 11, 13, \dots \quad (D.41.2)$$

Les coefficients réduits de la série de Fourier se mettent sous la forme:

$$a_m = a_{m,1} + \sum_{k=1}^q a_{m,k} \quad (D.42.1)$$

$$b_m = b_{m,1} + \sum_{k=1}^q b_{m,k} \quad (D.42.2)$$

où

$$a_{m,1} = \frac{8\sqrt{3}}{A \cdot T_{ca}} \cos\left(m\frac{\pi}{6}\right) \left\{ \int_{-T_{ca}/12}^{T_{ca}/12} \cos(\omega_{ca} t) \sin\left(m\omega_{ca} t + m\frac{\pi}{2}\right) dt - \sum_{k=1}^q \int_{n_{1k}T_{rs}}^{n_{Sk}T_{rs}} \cos(\omega_{ca} t) \sin\left(m\omega_{ca} t + m\frac{\pi}{2}\right) dt \right\} \quad (D.43.1)$$

$$a_{m,k} = -\frac{8}{A \cdot T_{ca}} \cos\left(m\frac{\pi}{6}\right) \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{(1+a)^2}{A_0} m_{ir}^2 B(n_{1k}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} \left\{ \int_{n_{Sk}T_{rs}}^{T_{ca}/12} a^{2t/T_{rs}} \sin\left(m\omega_{ca} t + m\frac{\pi}{2}\right) dt - \sum_{h=k+1}^q \int_{n_{1h}T_{rs}}^{n_{Sh}T_{rs}} a^{2t/T_{rs}} \sin\left(m\omega_{ca} t + m\frac{\pi}{2}\right) dt \right\} \quad (D.43.2)$$

$$b_{m,1} = \frac{8\sqrt{3}}{A \cdot T_{ca}} \cos\left(m\frac{\pi}{6}\right) \left\{ \int_{-T_{ca}/12}^{T_{ca}/12} \cos(\omega_{ca} t) \cos\left(m\omega_{ca} t + m\frac{\pi}{2}\right) dt - \sum_{k=1}^q \int_{n_{1k}T_{rs}}^{n_{Sk}T_{rs}} \cos(\omega_{ca} t) \cos\left(m\omega_{ca} t + m\frac{\pi}{2}\right) dt \right\} \quad (D.43.3)$$

$$b_{m,k} = -\frac{8}{A \cdot T_{ca}} \cos\left(m\frac{\pi}{6}\right) \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{(1+a)^2}{A_0} m_{ir}^2 B(n_{1k}, n_{Sk}) a^{-2n_{Sk}} \left\{ \int_{n_{Sk}T_{rs}}^{T_{ca}/12} a^{2t/T_{rs}} \cos\left(m\omega_{ca} t + m\frac{\pi}{2}\right) dt - \sum_{h=k+1}^q \int_{n_{1h}T_{rs}}^{n_{Sh}T_{rs}} a^{2t/T_{rs}} \cos\left(m\omega_{ca} t + m\frac{\pi}{2}\right) dt \right\} \quad (D.43.4)$$

Tout calcul fait, on trouve :

pour  $m = 1$ ,

$$a_{1,1} = 1 - \frac{1}{A \cdot N_{tp}} \sum_{k=1}^q (n_{Sk} - n_{1k}) - \frac{3}{2\pi \cdot A} \sum_{k=1}^q \left( \sin\left(\frac{2\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(\frac{2\pi n_{1k}}{3 N_{tp}}\right) \right) \quad (D.44.1)$$

$$b_{1,1} = -\frac{3}{2\pi \cdot A} \sum_{k=1}^q \cos\left(\frac{2\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \cos\left(\frac{2\pi n_{1k}}{3 N_{tp}}\right) \quad (D.44.2)$$

pour  $m \neq 1$ 

$$a_{m,1} = \frac{4\sqrt{3}}{\pi \cdot A} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \left\{ \sin\left(m \frac{\pi}{2}\right) \left[ \sin\left(\frac{\pi}{6}(m+1)\right) / (m+1) + \sin\left(\frac{\pi}{6}(m-1)\right) / (m-1) \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m+1) \frac{\pi n_{Sk} + n_{Ik}}{6 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2}\right) \sin\left((m+1) \frac{n_{Sk} - n_{Ik}}{N_{ip}} \frac{\pi}{6}\right) \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left((m-1) \frac{\pi n_{Sk} + n_{Ik}}{6 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2}\right) \sin\left((m-1) \frac{n_{Sk} - n_{Ik}}{N_{ip}} \frac{\pi}{6}\right) \right] \right\} \quad (D.44.3)$$

$$b_{m,1} = -\frac{4\sqrt{3}}{\pi \cdot A} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \left\{ \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m+1) \frac{\pi n_{Sk} + n_{Ik}}{6 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2}\right) \sin\left((m+1) \frac{n_{Sk} - n_{Ik}}{N_{ip}} \frac{\pi}{6}\right) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left((m-1) \frac{\pi n_{Sk} + n_{Ik}}{6 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2}\right) \sin\left((m-1) \frac{n_{Sk} - n_{Ik}}{N_{ip}} \frac{\pi}{6}\right) \right] \right\} \quad (D.44.4)$$

pour  $m = 1, 5, 7, \dots$ 

$$a_{mtk} = \frac{4}{3AN_{ip}} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \frac{B(n_{Ik}, n_{Sk})}{C_0 E(m)} \left\{ a^{2\left(\frac{N_{ip}}{2} - n_{Sk}\right)} \sin\left(m \frac{2\pi}{3} + \gamma_m\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2} + \gamma_m\right) \right. \\ \left. - a^{-2n_{Sk}} \sum_{h=k+1}^q \left[ a^{2n_{Sh}} \sin\left(m \frac{\pi n_{Sh}}{3 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2} + \gamma_m\right) \right] \right. \\ \left. - a^{2n_{Ih}} \sin\left(m \frac{\pi n_{Ih}}{3 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2} + \gamma_m\right) \right] \right\} \quad (D.44.5)$$

$$b_{mtk} = -\frac{4}{3AN_{ip}} \cos\left(m \frac{\pi}{6}\right) \frac{B(n_{Ik}, n_{Sk})}{C_0 E(m)} \left\{ a^{2\left(\frac{N_{ip}}{2} - n_{Sk}\right)} \sin\left(m \frac{2\pi}{3} - \lambda_m\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2} - \lambda_m\right) \right. \\ \left. - a^{-2n_{Sk}} \sum_{h=k+1}^q \left[ a^{2n_{Sh}} \sin\left(m \frac{\pi n_{Sh}}{3 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2} - \lambda_m\right) \right] \right. \\ \left. - a^{2n_{Ih}} \sin\left(m \frac{\pi n_{Ih}}{3 N_{ip}} + m \frac{\pi}{2} - \lambda_m\right) \right] \right\} \quad (D.44.6) ..$$

# CALCUL DES SPECTRES HARMONIQUES DES COURANTS TIRÉS DANS LE CADRE DE LA MODÉLISATION SIMPLIFIÉE - CAS AVEC REDRESSEUR DE TÊTE TRIPHASÉ

## *De quoi s'agit-il?*

*Cette annexe s'attache au chapitre 6. Elle présente des calculs intermédiaires servant dans la détermination des spectres harmoniques et de la valeur efficace des courants tirés par le convertisseur MDI avec redresseur de tête triphasé, dans le cadre de la modélisation simplifiée. Nous considérons des motifs symétriques de deux types : motifs composés de trous et motifs composés de créneaux (forme décalée des motifs à trous).*

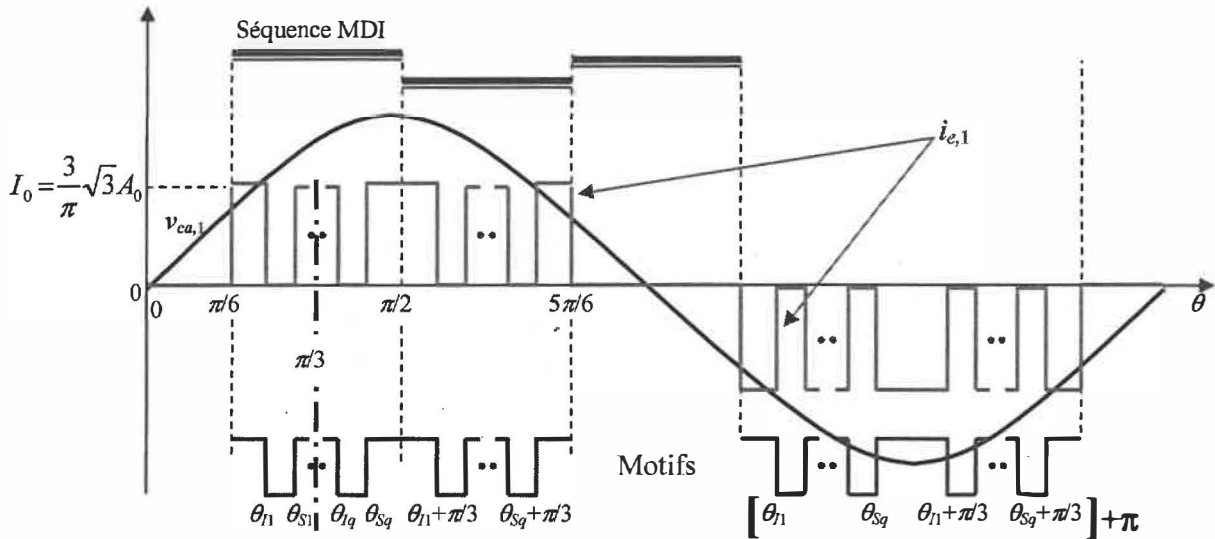
---

<b>E.1. Cas de motifs symétriques composés de trous .....</b>	<b>281</b>
<b>E.2. Cas de motifs symétriques composés de créneaux .....</b>	<b>283</b>
<b>E.3. Cas de motifs symétriques composés de créneaux uniformément répartis .....</b>	<b>285</b>

---

### E.1. Cas de motifs symétriques composés de trous

Sur la figure E.1, nous indiquons un motif symétrique composé de trous et l'allure du courant tiré d'une phase, dans sa forme simplifiée.



**Figure E.1. Indication d'un motif symétrique composé de trous et le courant tiré correspondant en modélisation simplifiée**

Étant donné qu'on considère des séquences MDI symétriques par rapport à leur milieu, la concaténation de deux motifs sur l'intervalle  $[\pi/6 \ 5\pi/6]$  est symétrique par rapport à  $\pi/2$ . En conséquence, l'alternance positive du courant  $i_{e,1}$  est symétrique par rapport à l'axe  $\pi/2$  et les alternances positive et négative sont identiques au signe près.

Dans ces conditions, les termes en quadrature de phase, dans la série de Fourier du courant  $i_{e,1}$  sont nuls. L'amplitude d'un harmonique d'ordre  $m$ , défini par :

$$A_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{e,1}(\theta) \sin(m\theta) d\theta \quad (\text{E.1})$$

devient :

$$A_m = \frac{4}{\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/2} i_{e,1}(\theta) \sin(m\theta) d\theta \quad (\text{E.2.1})$$

En considérant le courant  $i_{e,1}$  comme continu de valeur  $I_0$  dans lequel des trous, d'abscisses  $\theta_{lk}$  et  $\theta_{Sk}$ , sont pratiqués, (E.2.1) s'écrit :

$$A_m = \frac{4}{\pi} I_0 \left\{ \int_{-\pi/6}^{\pi/2} \sin(m\theta) d\theta - \sum_{k=1}^q \int_{\theta_{jk}}^{\theta_{sk}} \sin(m\theta) d\theta \right\} \quad (E.2.2)$$

Après le calcul des intégrales, on obtient :

$$A_m = \frac{4}{\pi \cdot m} I_0 \left\{ \cos\left(m\frac{\pi}{6}\right) - \sum_{k=1}^q [\cos(m\theta_{lk}) - \cos(m\theta_{sk})] \right\} \quad (E.3.1)$$

Sachant que  $\theta_{jk} = \frac{\pi n_{jk}}{3 N_{tp}} + \frac{\pi}{3}$ , (E.3.1) peut aussi être écrite sous la forme :

$$A_m = \frac{4}{\pi \cdot m} I_0 \left\{ \cos\left(m\frac{\pi}{6}\right) - \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left(m\frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}} + m\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(m\frac{\pi n_{sk}}{3 N_{tp}} + m\frac{\pi}{3}\right) \right] \right\} \quad (E.3.2)$$

ou encore

$$A_m = \frac{4}{\pi \cdot m} I_0 \left\{ \cos\left(m\frac{\pi}{6}\right) - \sum_{k=1}^q \left[ \cos\left(m\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(m\frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(m\frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) - \cos\left(m\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(m\frac{\pi n_{sk}}{3 N_{tp}}\right) + \sin\left(m\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(m\frac{\pi n_{sk}}{3 N_{tp}}\right) \right] \right\} \quad (E.3.3)$$

Le motif étant symétrique ( $n_{l1} = -n_{sq}$ ,  $n_{s1} = -n_{lq}$ , ...), les termes en cosinus dans (E.3.3) s'annulent deux à deux. L'expression finale de l'amplitude de l'harmonique d'ordre  $m$  est :

$$A_m = \frac{4}{\pi \cdot m} I_0 \left\{ \cos\left(m\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(m\frac{\pi}{3}\right) \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(m\frac{\pi n_{sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m\frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) \right] \right\} \quad (E.4)$$

Dans le cas du fondamental, on obtient :

$$A_1 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0 \left\{ 1 - \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(\frac{\pi n_{sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(\frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) \right] \right\} \quad (E.5.1)$$

En valeur réduite (amplitude référencée à  $\frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0$ , qui représente l'amplitude du fondamental à pleine puissance), on obtient :

$$a_1 = 1 - \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(m\frac{\pi n_{sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m\frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) \right] \quad (E.5.2)$$

Dans le cas d'un harmonique d'ordre  $m=6h\pm 1$ , on obtient :

si  $h$  est impair, 
$$A_m = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0 \left\{ \frac{-1}{m} - \frac{\pm 1}{m} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) \right] \right\} \quad (\text{E.6.1})$$

et en valeur réduite 
$$a_m = \frac{-1}{m} - \frac{\pm 1}{m} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) \right] \quad (\text{E.6.2})$$

si  $h$  est pair, 
$$A_m = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0 \left\{ \frac{1}{m} - \frac{\pm 1}{m} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) \right] \right\} \quad (\text{E.6.3})$$

et en valeur réduite 
$$a_m = \frac{1}{m} - \frac{\pm 1}{m} \sum_{k=1}^q \left[ \sin\left(m \frac{\pi n_{Sk}}{3 N_{tp}}\right) - \sin\left(m \frac{\pi n_{lk}}{3 N_{tp}}\right) \right] \quad (\text{E.6.4})$$

La valeur efficace du courant  $i_{e,1}$  est définie par :

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_{e,1}(\theta)^2 d\theta} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \left( \int_{\pi/6}^{\pi/2} I_0^2 d\theta - \sum_{k=1}^q \int_{\theta_{lk}}^{\theta_{Sk}} I_0^2 d\theta \right)} \quad (\text{E.7.1})$$

Après calcul des intégrales, la valeur efficace du courant devient :

$$I_{eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \sqrt{\frac{2}{\pi} \left( \frac{\pi}{3} - \left( \sum_{k=1}^q \theta_{Sk} - \theta_{lk} \right) \right)} \quad (\text{E.7.2})$$

ou 
$$I_{eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \sqrt{\frac{2}{3} \left( 1 - \sum_{k=1}^q \frac{n_{Sk} - n_{lk}}{N_{tp}} \right)} \quad (\text{E.7.3})$$

## E.2. Cas de motifs symétriques composés de créneaux

Quand le début d'une séquence MDI coïncide avec un fonctionnement en mode roue libre, nous considérons que le motif MDI se compose de créneaux. Physiquement, cette appellation se justifie par le fait qu'initialement l'onduleur est en mode roue libre (Courant tiré est nul) et, qu'au cours du temps et de manière intermittente, le motif le force à fonctionner en mode normal (Courant tiré non nul). La figure E.2 illustre ce cas de motifs avec symétrie.

La détermination du spectre harmonique peut être faite en considérant le courant  $i_{e,1}$  comme une superposition de créneaux, d'abscisses  $\theta_{lk}$  et  $\theta_{Sk}$  et d'amplitude  $I_0$ . On obtient :

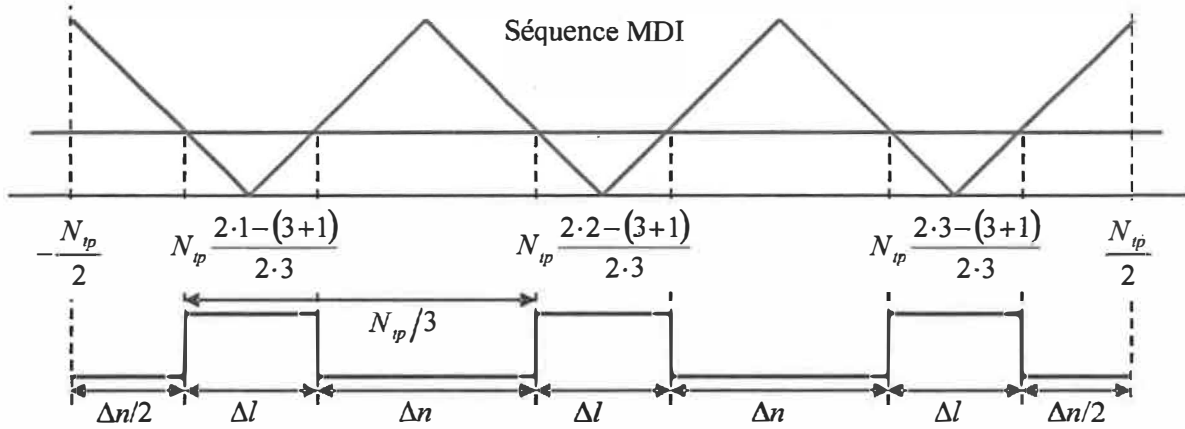
$$A_m = \frac{4}{\pi \cdot m} I_0 \sum_{k=1}^q [\cos(m\theta_{lk}) - \cos(m\theta_{Sk})] \quad (\text{E.8})$$





### E.3. Cas de motifs symétriques composés de créneaux de même largeur et uniformément répartis

Un motif, composé de créneaux de même largeur et uniformément répartis, se produit quand il est généré par la comparaison d'une tension de commande et d'une porteuse triangulaire, dont le déclenchement de la rampe descendante coïncide avec le début de la séquence MDI. La figure E.3 illustre ce cas.



**Figure E.3. Illustration d'un motif composé de créneaux de même largeur et uniformément répartis – Cas de 3 créneaux par séquence**

Les créneaux sont centrés aux points :

$$\frac{n_{C,k}}{N_{ip}} = \frac{2 \cdot k - (q+1)}{2 \cdot q} \quad \text{avec } k = 1, 2, \dots, q \quad (\text{E.11})$$

et les bornes d'un créneaux de largeur  $\Delta l$  sont données par :

$$\begin{cases} l_{Jk} = n_{C,k} - (\Delta l/2) \\ l_{Sk} = n_{C,k} + (\Delta l/2) \end{cases} \quad (\text{E.12})$$

Par substitution de (E.11) dans (E.12), puis dans (E.9), on obtient le spectre du courant tiré, dans le cas d'un motif à créneaux uniformément répartis de largeur  $\Delta l$  :

pour le fondamental 
$$a_1 = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \Delta l}{6 N_{ip}}\right) \text{SIG}_q(m=1) \quad (\text{E.13.1})$$

pour  $m=6h \pm 1$  
$$a_m = \frac{\pm 2}{m} \sin\left(m \frac{\pi \Delta l}{6 N_{ip}}\right) \cdot \text{SIG}_q(m) \quad (\text{E.13.2})$$

En réécrivant (E.10.3) avec la considération de créneaux de même largeur, la valeur efficace du courant tiré devient :

$$I_{eff} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} A_0 \right) \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{q \frac{\Delta l}{N_{tp}}} \quad (E.14)$$

Un motif avec  $q$  créneaux de largeur  $\Delta l$  peut aussi être considéré comme un motif avec  $q$  trous, dont les centres sont décalés de  $\pi$  par rapport à ceux des créneaux. La somme des largeurs des créneaux et des trous correspond à une période de la porteuse. Il en résulte la relation :

$$\Delta l + \Delta n = \frac{N_{tp}}{q} \quad (E.15)$$

## **Annexe F**

# **COMPLÉMENTS DE CALCUL DES SPECTRES HARMONIQUES DANS LE CADRE DE LA LOI DE SÉPARATION DES DISTORSIONS : CALCUL DES $SIG_q$**

---

### ***De quoi s'agit-il?***

*Cette annexe s'attache au chapitre 6. Elle présente un complément de calcul des spectres harmoniques des courants tirés par le convertisseur MDI avec redresseur de tête triphasé, dans le cadre de la loi de commande de séparation des distorsions. Ce complément concerne la détermination de l'entité  $SIG_q$ , que nous avons utilisée dans les expressions des coefficients de la série de Fourier des courants tirés par le convertisseur.*

L'entité  $SIG_q$  est définie par l'expression :

$$SIG_q(m) = \sum_{k=1}^q \cos\left(m \frac{\pi}{3} \frac{n_{C,k}}{N_{tp}}\right) = \sum_{k=1}^q \cos\left(m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q}\right) \quad (F.1)$$

Son calcul peut être grandement facilité quand on tient compte des remarques qui suivent.

### Remarque 1 : la périodicité de $SIG_q$

$SIG_q$  est périodique de période  $6 \cdot q$  ou  $2 \cdot 6 \cdot q$ , selon que  $q$  est impair ou pair.

En effet,

✓ Si  $q$  est impair,  $(q+1)$  sera pair, et :

$$SIG_q(m + j \cdot 6 \cdot q) = \sum_{k=1}^q \cos\left(m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q} - j(q+1)\pi\right) = SIG_q(m) \quad (F.2)$$

La période de  $SIG_q$  est bien  $6 \cdot q$

✓ Si  $q$  est pair,

$$SIG_q(m + j \cdot 2 \cdot 6 \cdot q) = \sum_{k=1}^q \cos\left(m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q} - j(q+1) \cdot 2 \cdot \pi\right) = SIG_q(m) \quad (F.3)$$

La période de  $SIG_q$  est bien  $2 \cdot 6 \cdot q$

### Conséquence :

Il suffit de calculer  $SIG_q$  seulement sur l'intervalle  $[1 \ 6 \cdot q]$  ou sur l'intervalle  $[1 \ 2 \cdot 6 \cdot q]$ , selon que  $q$  est impair ou pair.

### Remarque 2 : les symétries de $SIG_q$

✓ Dans le cas  $q$  pair,

- Pour deux points  $m$  et  $m'$ , symétriques par rapport au milieu de la période  $[1 \ 2 \cdot 6 \cdot q]$ , c.-à-d. que :

$$m' = 2 \cdot 6 \cdot q - m \quad (F.4)$$

le calcul de  $SIG_q$  montre que :

$$\begin{aligned}
 SIG_q(m') &= SIG_q(2 \cdot 6 \cdot q - m) = \sum_{k=1}^q \cos \left( -m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q} - (q+1) \cdot 2 \cdot \pi \right) \\
 &= \sum_{k=1}^q \cos \left( m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q} \right) = SIG_q(m)
 \end{aligned} \tag{F.5}$$

$SIG_q$  présente alors une symétrie paire par rapport au milieu de sa période. Son calcul peut être effectué seulement sur l'intervalle  $[1 \ 6 \cdot q]$ .

- Pour deux points  $m$  et  $m'$ , symétriques par rapport au milieu de l'intervalle  $[1 \ 6 \cdot q]$ , c.-à-d. que :

$$m' = 6 \cdot q - m \tag{F.6}$$

le calcul de  $SIG_q$  montre que :

$$\begin{aligned}
 SIG_q(m') &= SIG_q(6 \cdot q - m) = \sum_{k=1}^q \cos \left( -m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q} - (q+1) \cdot \pi \right) \\
 &= - \sum_{k=1}^q \cos \left( m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q} \right) = -SIG_q(m)
 \end{aligned} \tag{F.7}$$

$SIG_q$  présente alors une symétrie impaire par rapport au milieu de l'intervalle  $[1 \ 6 \cdot q]$ . Finalement, son calcul peut être effectué seulement sur l'intervalle qui représente le quart de sa période, soit  $[1 \ 6 \cdot q/2]$ .

✓ Dans le cas  $q$  impair,

- Pour deux points  $m$  et  $m'$ , symétriques par rapport au milieu de la période  $[1 \ 6 \cdot q]$ , c.-à-d. que :

$$m' = 6 \cdot q - m \tag{F.8}$$

le calcul de  $SIG_q$  montre que :

$$\begin{aligned}
 SIG_q(m') &= SIG_q(6 \cdot q - m) = \sum_{k=1}^q \cos \left( -m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q} - (q+1) \cdot \pi \right) \\
 &= \sum_{k=1}^q \cos \left( m \frac{\pi}{3} \frac{2k - (q+1)}{2q} \right) = SIG_q(m)
 \end{aligned} \tag{F.9}$$

$SIG_q$  présente alors une symétrie paire par rapport au milieu de sa période  $[1 \ 6 \cdot q]$ .  
Finalement, son calcul peut être effectué seulement sur l'intervalle qui représente la moitié de sa période, soit  $[1 \ 6 \cdot q/2]$ .

### Conséquence des remarques 1 et 2:

Il suffit de calculer  $SIG_q$  seulement sur l'intervalle  $[1 \ 6 \cdot q/2]$ , que  $q$  soit impair ou pair.

### Calcul de $SIG_q$ pour $1 \leq m \leq 6q/2$

Pour  $m = 1$ ,

$$SIG_q(1) = \sum_{k=1}^q \cos\left(\frac{\pi \ 2k - (q+1)}{6 \ q}\right) = q \frac{3}{\pi} \sum_{k=1}^q \cos\left(\frac{\pi \ 2k - (q+1)}{6 \ q}\right) \cdot q \frac{\pi}{3} \quad (F.10)$$

En approximant la série par une intégrale continue, on obtient :

$$SIG_q(1) \approx q \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{-\pi/6} \cos(\theta) d\theta = q \frac{3}{\pi} 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = q \frac{3}{\pi} \quad (F.11)$$

Pour  $m = 6h \pm 1$

$$SIG_q(m) \approx q \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{-\pi/6} \cos((6h \pm 1)\theta) d\theta = q \frac{3}{\pi} 2 \frac{\sin\left(h\pi \pm \frac{\pi}{6}\right)}{6h \pm 1} \quad (F.12)$$

$$\text{Si } h \text{ est impair,} \quad SIG_q(m = 6h \pm 1) = \mp \frac{SIG_q(1)}{m} \quad (F.13)$$

$$\text{Si } h \text{ est pair,} \quad SIG_q(m = 6h \pm 1) = \pm \frac{SIG_q(1)}{m} \quad (F.14)$$