

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DU PROGRAMME DE MAÎTRISE EN PHYSIQUE

PAR
AHMED ERRAIS

FABRICATION D'UN PROTOTYPE POUR MESURER DES TRACES D'EAU
DANS LE SF₆ PAR UNE MÉTHODE DIFFÉRENTIELLE MICRO-ONDE

JUIN 2005

Résumé

Depuis sa découverte en 1900 par Henri Moissan, l'hexafluorure de soufre plus communément appelé SF_6 a fasciné les scientifiques par ses propriétés intéressantes et inhabituelles. Les premières recherches d'applications industrielles sur ce gaz furent menées par General Electric Company qui proposa en 1937 de l'utiliser comme isolant dans les équipements électriques. Durant ces trente dernières années, le SF_6 a été utilisé de façon étendue dans les coupe-circuits de haute tension et d'autres commutateurs utilisés dans l'industrie de l'énergie. Ce gaz sera bientôt la seule technologie utilisée en haute tension pour la conception de certains appareils électriques tels que les disjoncteurs.

Cependant, la présence d'un contaminant dans le SF_6 affecte sa tenue diélectrique et influence la durée de vie de ces appareils. Cette contamination est due à la présence d'humidité ou bien à l'état de décomposition du produit. A haute température, le gaz SF_6 peut se décomposer lentement produisant des substances qui peuvent être particulièrement toxiques et corrosives. Ainsi, la supervision du taux d'humidité devient essentielle afin de prévenir des dommages irréversibles, et de prolonger la durée de vie des systèmes d'isolation.

Ainsi, des nombreux travaux de recherches ont été réalisés pour améliorer les techniques de détection des contaminants dans les gaz. Parmi l'ensemble des méthodes utilisées pour détecter l'humidité, la méthode différentielle micro-onde reste la technique la plus efficace pour détecter l'humidité dans le SF₆. En effet, le seuil de détection de l'humidité par cette technique est de l'ordre de 3 ppm (ppm ≡ partie par million) à la pression atmosphérique et à la température ambiante. Le principe de la méthode différentielle est basée sur la mesure du changement de la fréquence de résonance d'une cavité de mesure induit par la présence d'un contaminant par rapport à une cavité de référence contenant un gaz pur. Le signal de sortie du système différentiel est alors proportionnel à la quantité de contaminant dans la cavité de mesure.

L'objectif de ce projet est, alors, d'améliorer la technique micro-onde différentielle pour la rendre plus simple à utiliser et de minimiser les dimensions et le coût des composants du système différentiel. Parmi ces améliorations, il sera question de changer l'amplificateur synchrone (*lock-in*) par une carte digitale incorporée dans un ordinateur portable à des fins de mesures. Puis, de donner des solutions pour remplacer le synthétiseur micro-onde par un équipement ou un circuit électronique moins chers et plus petit.

Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le laboratoire de micro-onde de l'Institut de Recherche sur l'Hydrogène de l'Université du Québec à Trois-Rivières, sous la direction du professeur Jacques Goyette.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à l'égard de mon directeur de recherche, le docteur Jacques Goyette, Professeur et Directeur du Département de Physique à l'Université du Québec à Trois-Rivières, pour avoir dirigé mon projet de recherche. Ses conseils, ses encouragements et son support humain m'ont été d'une aide inestimable.

J'adresse mes remerciements les plus sincères à mon co-directeur le Docteur Tapan K. Bose, ancien Directeur de l'Institut de Recherche sur l'Hydrogène et professeur associé au Département de Physique de l'Université du Québec à Trois-Rivières.

Je tiens à remercier le Docteur Michel F. Fréchette de l'Institut de Recherche d'Hydro-Québec à Varennes (IREQ) pour son implication et son aide dans ce projet. Je désire aussi remercier la Compagnie Toshiba Inc. pour avoir financé cette recherche. Il faut aussi souligner que mon projet de maîtrise est la suite d'une recherche originalement financée par Hydro-Québec.

Je souhaiterai aussi remercier tous les membres de l'Institut de Recherche sur l'Hydrogène pour leur bienveillance et leur soutien tant technique que moral, en particulier, le Docteur Ahmed Hourri pour ses conseils judicieux.

Finalement, mes sincères remerciements vont à ma famille pour leurs encouragements et leur appui solide tout au long de mes études.

Tables des matières

RÉSUMÉ.....	II
REMERCIEMENTS	IV
TABLES DES MATIÈRES	VI
LISTE DES FIGURES.....	VIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XI
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 :.....	6
PRINCIPE ET THÉORIE DE LA MÉTHODE DIFFÉRENTIELLE	6
1.1 PRÉSENTATION DE LA TECHNIQUE DIFFÉRENTIELLE MICRO-ONDE	6
1.1.1 LE SCHÉMA FONCTIONNEL DU SYSTÈME DIFFÉRENTIEL	6
1.1.2 PRINCIPE DE LA MÉTHODE MICRO-ONDE DIFFÉRENTIELLE.....	9
1.2 DÉRIVATION DU SIGNAL DE SORTIE	10
1.3 DÉTERMINATION DU FACTEUR DE QUALITÉ	16
1.4 CONSIDÉRATIONS THERMODYNAMIQUES.....	19
1.4.1 DÉTERMINATION DE LA CONCENTRATION DU CONTAMINANT	19
1.4.2 LE PREMIER COEFFICIENT DU VIRIEL DE LA CONSTANTE DIÉLECTRIQUE.....	22
1.4.3 LE PREMIER COEFFICIENT DU VIRIEL DE L'EAU.....	24
CHAPITRE 2 :.....	27
PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE.....	27
2.1 LE MONTAGE DE LA TECHNIQUE DIFFÉRENTIELLE MICRO-ONDE	27
2.1.1 DESCRIPTION DES ÉLÉMENTS DU PREMIER MONTAGE	27
2.1.2 LES CAVITÉS RÉSONNANTES.....	32
2.2 PRÉPARATION DES MÉLANGES HUMIDES	34
2.2.1 LE BANC D'HYGROMÉTRIE	34
2.2.2 LA MÉTHODE DE PRÉPARATION DES GAZ HUMIDES.....	36

2.3 LE NOUVEAU MONTAGE DE LA TECHNIQUE DIFFÉRENTIELLE.....	37
2.3.1 CHANGEMENT DE L'AMPLIFICATEUR <i>LOCK-IN</i> PAR UNE CARTE DIGITALE	37
2.3.2 CHANGEMENT DU SYNTHÉTISEUR PAR UN VCO	45
2.3.3 LE SCHÉMA DU MONTAGE FINAL DE LA TECHNIQUE DIFFÉRENTIELLE.....	45
CHAPITRE 3 :.....	48
RÉSULTATS ET DISCUSSION	48
3.1 RÉSULTATS PRÉLIMINAIRES.....	48
3.1.1 VÉRIFICATION DE LA SENSIBILITÉ DU SYSTÈME DIFFÉRENTIEL.....	49
3.1.2 DÉTECTION DU CONTAMINANT DANS L'AZOTE.....	52
3.1.2.1 Azote contaminé avec du SF_6	52
3.1.2.2 Azote contaminé avec de l'eau	56
3.1.3 DÉTECTION DE L'HUMIDITÉ DANS LE SF_6	59
3.2 RÉSULTATS FINAUX.....	61
3.2.1 VÉRIFICATION DE LA SENSIBILITÉ DU NOUVEAU MONTAGE.....	62
3.2.2 DÉTECTION DU CONTAMINANT DANS L'AZOTE	67
3.2.2.1 Azote contaminé avec du SF_6	67
3.2.2.2 Azote contaminé avec de l'eau	69
3.2.3 LE SF_6 CONTAMINÉ AVEC DE L'EAU	72
3.3 COMPARAISON DES RÉSULTATS OBTENUS PAR LES DEUX MONTAGES.....	75
CONCLUSION.....	77
BIBLIOGRAPHIE.....	79
ANNEXE : APPROCHE THÉORIQUE.....	84

Liste des figures

Figure 1 : Le schéma fonctionnel de la technique différentielle micro-onde.....	8
Figure 2 : Graphique de la forme du signal de sortie V_{out} pour des valeurs typiques des paramètres de la cavité et $\phi_2 = 0$	15
Figure 3 : Graphique de V_{out} en fonction de la fréquence et du phase ϕ_2	16
Figure 4 : L'organisation expérimentale de la technique différentielle.....	28
Figure 5 : Le panneau du programme utilisé pour mesurer le signal de sortie du premier montage de la technique différentiel.....	30
Figure 6 : Le diagramme du programme utilisé pour mesurer le signal de sortie.....	31
Figure 7 : Schéma de la cavité résonante.....	33
Figure 8 : Le schéma du banc d'hygrométrie.....	35
Figure 9 : Le panneau du programme utilisé pour mesurer le signal de sortie du système différentiel à l'aide de la carte digitale.....	39
Figure 10 (a): Diagramme du programme utilisé pour mesurer le signal de sortie du Système différentiel à l'aide de la carte digitale.....	41
Figure 10 (b) : Diagramme du programme « <i>SF₆ Start Sync</i> » utilisé dans le programme de mesure de signal de sortie.....	42
Figure 10 (c) : Diagramme du programme « <i>lock</i> » utilisé dans le programme de mesure de signal de sortie.....	42
Figure 11 : Plan du circuit de l'amplificateur différentiel.....	44

Figure 12 : Schéma du système final de la méthode différentielle micro-onde.....	47
Figure 13 : La mesure du signal de sortie V_s en fonction de la différence de pression dP entre les deux cavités remplies par l'azote.....	50
Figure 14 : Le graphe de la tension de sortie V_s en fonction de la fréquence pour les mélanges de l'azote contaminé par le SF_6	54
Figure 15 : Le graphe de la tension de sortie V_s du système différentiel micro-onde en fonction de la concentration de SF_6 dans l'azote.....	55
Figure 16 : Graphique de la tension de sortie du système différentiel en fonction de la concentration de vapeur d'eau dans l'azote.....	58
Figure 17 : Graphique du voltage à la sortie du système différentiel micro-onde en fonction de la concentration de la vapeur d'eau dans le SF_6	60
Figure 18 : Mesures du signal de sortie en fonction de la fréquence dans le cas de déséquilibre de pression entre deux cavités remplies par le SF_6	63
Figure 19 : Déséquilibre de pression entre les deux cavités remplies par l'azote pour le nouveau montage de la technique différentielle.....	64
Figure 20 : Déséquilibre de pression entre les deux cavités remplies par le SF_6	66
Figure 21 : Graphique de la tension V_s à la sortie du système différentiel en fonction de la concentration de SF_6 dans l'azote.....	68
Figure 22 : Graphique de la tension de sortie en fonction de la concentration de l'eau dans l'azote pour le nouveau montage du système différentiel.....	71
Figure 23 : Graphique du signal de sortie en fonction de la fréquence pour les différents mélanges de SF_6 contaminé avec l'eau.....	73

Figure 24 : Graphique de la tension V_s à la sortie du système différentiel en fonction de la concentration de l'eau dans le SF_674

Liste des tableaux

Table1 : La valeur du premier coefficient du viriel de la constante diélectrique A_ϵ à

$T = 293 \text{ K}$ pour certains gaz qui sont très utilisés.....26

Introduction

Le gaz hexafluorure de soufre plus communément appelé SF₆ est un milieu diélectrique presque parfait. Le SF₆ présente des propriétés physico-chimiques qui favorisent son utilisation comme isolant, comme par exemple, sa haute rigidité diélectrique, une bonne conductivité thermique pour une température voisine de 2000 K ; ce qui permet un refroidissement rapide et une forte électronégativité. L'ensemble de ces propriétés ont favorisé l'utilisation de ce gaz dans les équipements électrotechniques. Ainsi, le SF₆ est utilisé généralement en tant qu'isolant grâce à ses propriétés de coupure comme, par exemple, dans les transformateurs à haute tension et les commutateurs. Durant ces quarante dernières années, le SF₆ est considéré comme le gaz isolant essentiel pour les matériels électriques à haute et moyenne tension. L'utilisation majeure de ce gaz concerne les postes blindés et les câbles à isolation gazeuse de courte longueur.

Nous savons que l'existence de l'humidité avec un taux supérieur au seuil de tolérance admis pour un appareil utilisant le SF₆ affecte fortement sa tenue diélectrique et diminue sa durée de vie.¹ Par exemple, le seuil de tolérance admis pour la teneur en eau dans un appareil de coupure comme un disjoncteur varie sur un intervalle de 40 ppm à 800 ppm (parties par million).² En effet, les contaminants proviennent de la présence de l'humidité et de l'état de décomposition du SF₆ qui se décompose lentement à haute

température en relâchant du fluor qui réagissant, entre autres avec l'eau, peut former des composés particulièrement toxiques et corrosifs. Par conséquent, il devient nécessaire de superviser le taux d'humidité dans ce gaz pour maintenir sa rigidité diélectrique, prolonger la durée de vie des systèmes d'isolation et minimiser la présence de substances réactives.

Généralement, l'humidité peut être calculée à partir des lectures prises par un hygromètre. Les hygromètres ont été largement examinés par Carr-Brion.³ Actuellement, plusieurs types d'hygromètres sont disponibles dans la commerce. Ils sont regroupés principalement en trois catégories selon les méthodes utilisées pour les fabriquer à savoir les méthodes électrochimiques, les méthodes spectroscopiques et les méthodes physiques.

Les méthodes électrochimiques ont toujours été utilisées pour détecter des faibles quantités de contaminant dans un gaz. Le principe de mesure par cette méthode repose sur des réactions matière-matière.⁴⁻¹⁰ Malgré leur plage de détection étendue, leur précision et leur grande sélectivité, tous ces détecteurs nécessitent un calibrage et une maintenance régulière. De plus, leur utilisation est incompatible avec certains types de gaz.

Les méthodes spectroscopiques¹¹⁻¹⁷ demandent des procédures expérimentales complexes. De plus, l'analyse des résultats obtenus avec ces méthodes restreint leur utilisation à une clientèle experte. Notons que les détecteurs basés sur ces méthodes

opèrent généralement pour des pressions inférieures à 0.1 MPa. De plus, ils nécessitent un calibrage régulier.

Les méthodes physiques¹⁸⁻²⁰ sont utilisées en nombre très limité en raison de leur complexité et leur manque de robustesse. Malgré leur précision et leur sélectivité, la plupart des appareils basés sur ces méthodes physiques ne sont pas miniaturisables. Par conséquent ces méthodes sont difficilement transférables au milieu industriel pour effectuer des mesures de détection de contaminant *in situ*.

Comme nous avons vu auparavant, la majorité des hygromètres disponibles actuellement sur le marché ont besoin d'un calibrage régulier ou d'un entretien permanent de certaines de leurs pièces. D'autres hygromètres sont sensibles à la présence de contaminant ou de gaz corrosifs. De plus, jusqu'à présent on ne trouve pas encore un détecteur d'humidité qui puisse répondre complètement aux exigences de l'industrie d'électricité. Cela signifie en fait, un appareil qui peut mesurer un taux d'humidité moins de 40 ppm dans le SF₆ et qu'on peut utiliser directement sur le champ sans avoir besoin de le calibrer. Par conséquent, beaucoup de travail reste à faire afin d'améliorer les méthodes hygrométriques actuelles et de répondre aux exigences de l'industrie.

Ainsi, pour satisfaire les besoins de l'industrie électrique pour le contrôle de l'humidité dans le gaz SF₆, de nombreux projets de recherches ont été réalisés pour augmenter la performance des techniques hygrométriques traditionnelles. Dans ce cadre,

Rouleau et *al.*²¹ ont développé une méthode différentielle micro-onde basée sur la mesure du changement de la fréquence de résonance d'une cavité de mesure, induite par la présence d'un contaminant, par rapport à une cavité de référence contenant un gaz pur. Le signal de sortie est associé à la différence des coefficients de réflexion de la cavité de mesure et de la cavité de référence. Le seuil de détection de l'humidité de cette technique est de l'ordre de 3 ppm à la pression atmosphérique et à la température ambiante.²²

L'objectif principal de notre projet de recherche consiste à améliorer la technique différentielle micro-onde en modifiant le premier montage réalisé par J. F. Rouleau²² pour le rendre plus performant, et plus particulièrement pour minimiser le coût et la taille du système différentiel. En effet, nous avons cherché principalement à changer le synthétiseur micro-onde (HP 8341B) de HEWLETT PACKARD et l'amplificateur synchrone (SR830) de STANFORD RESEARCH SYSTEMS par d'autres équipements moins chers, qui ont des dimensions beaucoup plus petites comparées aux équipements utilisés actuellement.

Tout d'abord, nous avons commencé à vérifier la capacité de la méthode micro-onde différentielle à détecter la présence d'un contaminant dans un gaz. Les mesures préliminaires ont été effectuées principalement sur l'azote et le SF₆ contaminés en utilisant le premier montage du système différentiel. Par la suite, nous avons changé l'amplificateur synchrone (*lock-in*) par une carte digitale incorporé dans un ordinateur portable. Nous avons ensuite effectué d'autres séries de mesures après chaque

modification apportée sur le montage de la technique différentielle en utilisant des mélanges d'azote et de SF₆ humides, et ceci afin de vérifier la sensibilité et de calculer le seuil de détection du nouveau montage. Enfin, nous avons comparé les résultats des mesures préliminaires obtenues par le premier montage avec les résultats finaux donnés par le nouveau montage du système différentiel. L'analyse des résultats trouvés vont nous permettre de savoir si l'objectif d'améliorer la technique différentielle micro-onde a été atteint.

Chapitre 1 :

Principe et théorie de la méthode différentielle

1.1 Présentation de la technique différentielle micro-onde

1.1.1 Le schéma fonctionnel du système différentiel

Le montage de la technique différentielle micro-onde à cavité résonnante est constitué de deux cavités résonnantes : d'une part, une cavité de référence, remplie par le gaz sec et d'autre part, d'une cavité de mesure, contenant le gaz humide. La concentration de contaminant est mesurée à partir de la différence entre les signaux réfléchis provenant de la cavité de référence et de la cavité de mesure. Le circuit du système différentiel est alimenté par un synthétiseur micro-onde, et les résultats sont recueillis à la sortie d'un amplificateur synchrone. La figure 1 montre le schéma fonctionnel de la méthode différentielle micro-onde à cavités résonnantes.

Le principe de base de la méthode différentielle micro-onde repose sur la mesure du changement de la fréquence de résonance d'une cavité de mesure induit par la présence d'un contaminant par rapport à une cavité de référence contenant un gaz pur. Le signal de sortie du système différentiel est associé à la différence des coefficients de réflexion de la cavité de mesure et de la cavité de référence.

En effet, le synthétiseur génère un signal porteur à haute fréquence. À l'entrée du circuit hybride, nous avons mélangé le signal porteur avec un signal sinusoïdal à basse fréquence provenant de l'amplificateur synchrone pour obtenir un signal modulé qui va traverser la jonction hybride. Par la suite, à la sortie du circuit hybride, nous avons un signal modulé en amplitude proportionnel à la quantité de contaminant dans le gaz. Enfin, nous avons utilisé un filtre passe-bas pour pouvoir mesurer le signal de sortie à l'aide de l'amplificateur synchrone (*lock-in*). L'explication du principe de la technique différentielle micro-onde et l'analyse du signal seront données en détail dans les prochaines sections.

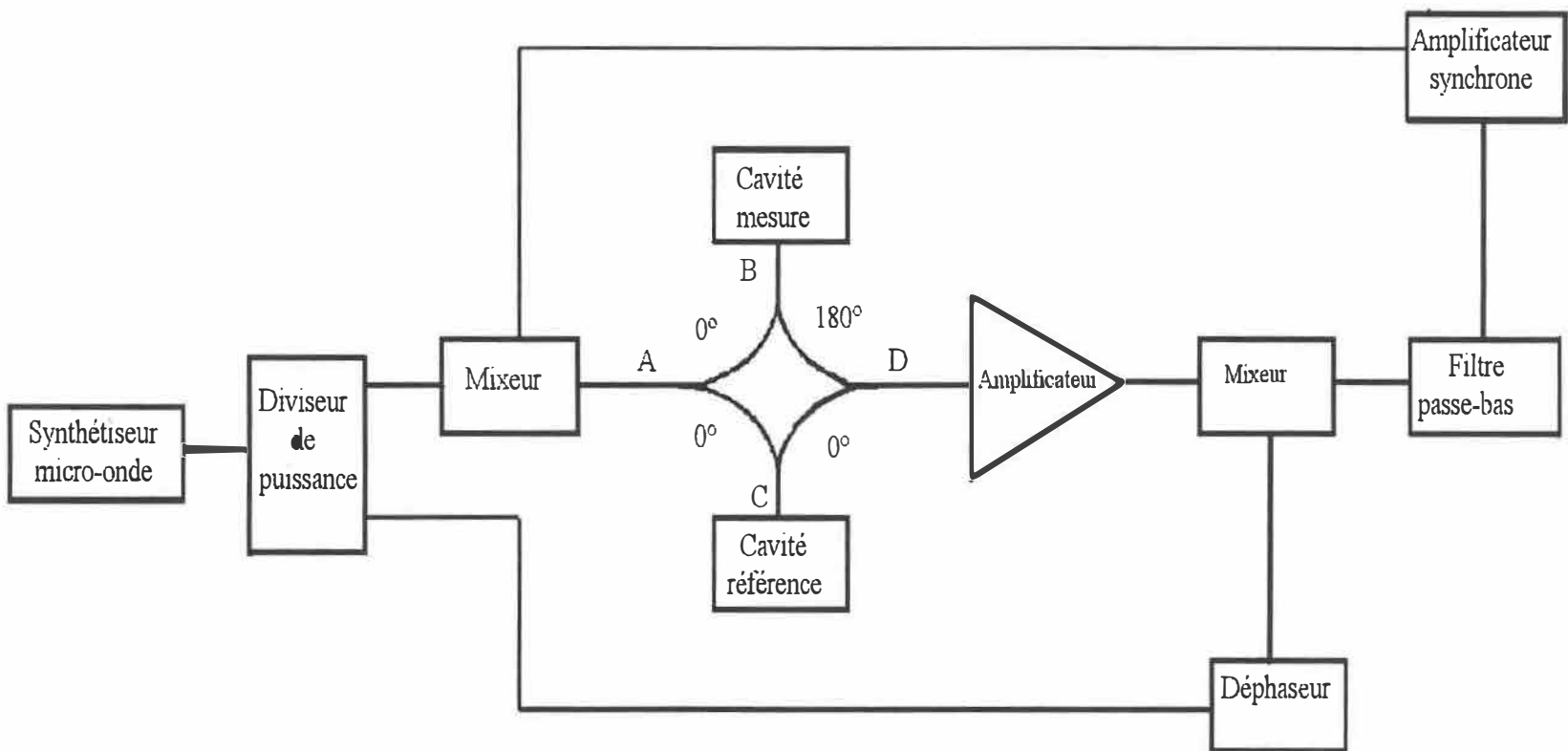


Figure 1 : Schéma fonctionnel de la méthode différentielle micro-onde.

1.1.2 Principe de la méthode micro-onde différentielle

Le synthétiseur génère un signal à haute fréquence de 7 à 8 GHz appelé signal porteur. Ce signal est divisé en deux parties égales par un diviseur de puissance. Au niveau du premier mélangeur, nous modulons la première partie du signal porteur avec un signal sinusoïdal à basse fréquence, autour de 1 kHz, venant de l'amplificateur synchrone. Nous trouvons ainsi un signal modulé en amplitude au point A situé à l'entrée du circuit hybride (voir figure 1).

D'une part, la première moitié de ce signal modulé se dirige vers le point B situé à l'entrée de la cavité de mesure. A la sortie de cette cavité, nous trouvons deux signaux de nouveau. Le premier signal est réfléchi par la cavité pour retourner vers le point A où il va être absorbé, alors que le deuxième signal va se diriger vers le point D situé à la sortie du circuit hybride avec un changement de phase de 180° .

D'autre part, la deuxième moitié du signal modulé se dirige vers le point C situé à l'entrée de la cavité de référence. Ce signal est réfléchi par la cavité vers le point D mais il ne subit aucun déphasage. Ainsi, si les deux cavités sont identiques et si elles sont remplies par le même gaz, à la même température et à la même pression, le signal à la sortie de la jonction hybride est alors nul, car il est la somme de deux signaux qui possèdent la même amplitude mais avec une phase opposée.

Cependant, l'impédance de la cavité de mesure va changer si cette dernière est remplie par un gaz contaminé, ce qui fait que le signal réfléchi au point B va aussi changer. Nous trouvons donc à la sortie de la jonction hybride un signal non nul qui est une fonction de la concentration de contaminant présent dans le gaz.

Ensuite, nous avons utilisé un amplificateur pour amener le signal sortant du circuit hybride à un niveau suffisamment élevé afin de pouvoir le démoduler avec le signal porteur. Ainsi, au niveau du deuxième mélangeur, le signal modulé est mélangé avec l'autre partie du signal porteur. Nous obtenons enfin à la sortie du deuxième mélangeur le signal de sortie démodulé qui peut être filtré à l'aide d'un filtre passe-bas afin de pouvoir le mesurer par l'amplificateur synchrone.

1.2 Dérivation du signal de sortie

Cette section va nous expliquer comment fonctionne le circuit différentiel. A la sortie du synthétiseur micro-onde, le signal V_{mw} est simplement :

$$V_{mo} = V_0 \sin(\omega t) \quad (1.1)$$

avec ω étant la fréquence. Cela signifie qu'à la sortie du diviseur de puissance, le signal sera :

$$V_{pd} = \frac{V_0}{2} \sin(\omega t). \quad (1.2)$$

Le signal de modulation arrivant de l'amplificateur *lock-in* est :

$$V_{lio} = V_{mod} \sin(\omega_m t + \phi_1) \quad (1.3)$$

où ω_m est la fréquence de modulation et ϕ_1 étant le déphasage entre les signaux venant du synthétiseur micro-onde et de l'amplificateur *lock-in*. Le signal à la sortie du premier mélangeur est donc:

$$V_{mix1} = V_{pd} V_{lio} = \frac{V_0 V_{mod}}{2} \sin(\omega t) \sin(\omega_m t + \phi_1) = \frac{A_1}{2} \sin(\omega t) \sin(\omega_m t + \phi_1). \quad (1.4)$$

Cela signifie que le signal qui atteint le point B ou C du circuit hybride sera :

$$V_{hybr} = \frac{V_{mix1}}{2} = \frac{A_1}{4} \sin(\omega t) \sin(\omega_m t + \phi_1). \quad (1.5)$$

Nous savons qu'une cavité résonante réagit d'une façon similaire à un circuit *RLC*, c'est-à-dire qu'elle emmagasine l'énergie électromagnétique et une fraction de cette énergie est dissipée à chaque cycle d'oscillation. Le rapport de l'énergie emmagasinée et de l'énergie dissipée détermine le facteur de qualité de la cavité. A la résonance, l'impédance Z_c d'une cavité micro-onde peut s'écrire sous la forme²³ :

$$Z_c = \frac{R_0 \left[1 - jQ \left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right) \right]}{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right)^2} \quad (1.6)$$

avec f étant la fréquence, f_r étant la fréquence de résonance, Q le facteur de qualité et R_0 la résistance de résonance.

Par la suite, il faut tenir compte du fait que cette impédance est en série avec une autre impédance due à l'inductance de l'antenne L_a utilisée pour exciter la cavité. Ainsi, l'impédance Z_{end} à l'extrémité de la ligne de transmission reliant la cavité avec le circuit hybride sera :

$$Z_{end} = Z_c + j\omega L_a \quad (1.7)$$

où $\omega = 2\pi f$.

D'autre part, si nous supposons que la ligne de transmission est sans perte, l'impédance Z_{in} à l'entrée de la ligne de transmission et l'impédance aux portes B ou C de la jonction hybride sera :

$$Z_{in} = Z_0 \left(\frac{Z_L + jZ_0 \tan 2\pi fl / c}{Z_0 + jZ_L \tan 2\pi fl / c} \right) \quad (1.8)$$

avec Z_0 étant l'impédance caractéristique de la ligne ($Z_0 = 50 \Omega$ dans notre cas), l étant la longueur de la ligne de transmission et c la vitesse de la lumière.

Le coefficient de réflexion aux portes B ou C de la jonction hybride est :

$$\Gamma_I = \frac{Z_{inI} - Z_0}{Z_{inI} + Z_0} \quad (1.9)$$

où $I = B$ ou C .

D'autre part, le signal réfléchi au point B du circuit hybride sera donné par :

$$V_B = \frac{A_1 |\Gamma_B|}{4} \sin(\omega t + \phi_B) \sin(\omega_m t + \phi_1) \quad (1.10)$$

où $|\Gamma_B|$ est l'amplitude du coefficient de réflexion et ϕ_B étant sa phase. De la même façon, le signal réfléchi au point C du circuit hybride est :

$$V_C = \frac{A_1 |\Gamma_C|}{4} \sin(\omega t + \phi_C) \sin(\omega_m t + \phi_1). \quad (1.11)$$

L'amplitude du signal de V_D à la sortie du circuit (point D) sera :

$$V_D = V_B \cos \theta + V_C \quad (1.12)$$

où θ est une constante du circuit hybride. Si on suppose que $\theta = \pi$, nous trouvons:

$$V_D = \frac{A_1}{4} \sin(\omega_m t + \phi_1) (|\Gamma_C| \sin(\omega t + \phi_C) - |\Gamma_B| \sin(\omega t + \phi_B)). \quad (1.13)$$

Si le gain de l'amplificateur micro-onde est G , alors la tension de sortie de cet amplificateur sera :

$$V_{amp} = -G V_D V_D = \frac{G A_1}{4} \sin(\omega_m t + \phi_1) (|\Gamma_B| \sin(\omega t + \phi_B) - |\Gamma_C| \sin(\omega t + \phi_C)). \quad (1.14)$$

Si ϕ_2 est le déphasage donné au signal micro-onde passant à travers le déphaseur, alors la tension de sortie du deuxième mélangeur sera :

$$\begin{aligned} V_{mix2} &= V_{amp} A_2 \sin(\omega t + \phi_2) \\ &= \frac{B}{4} \sin(\omega_m t + \phi_1) \sin(\omega t + \phi_2) (|\Gamma_B| \sin(\omega t + \phi_B) - |\Gamma_C| \sin(\omega t + \phi_C)) \end{aligned} \quad (1.15)$$

où nous posons $B = G A_1 A_2$. A la sortie du filtre passe-bas, les seuls composants de fréquence restants dans le signal seront ceux à la fréquence de modulation. Nous pouvons écrire:

$$V_{lp} = \frac{B}{8} \sin(\omega_m t + \phi_1) \left(|\Gamma_B| \cos(\phi_2 - \phi_B) - |\Gamma_C| \cos(\phi_2 - \phi_C) \right). \quad (1.16)$$

A l'intérieur de l'amplificateur *lock-in*, le dernier signal sera additionné avec un signal à la fréquence de modulation et ayant un déphasage de ϕ_3 . D'autre part, le signal traité par l'amplificateur *lock-in* sera :

$$\begin{aligned} V_{lock-in} &= V_{lp} A_3 \sin(\omega_m t + \phi_3) \\ &= \frac{V_f}{8} \sin(\omega_m t + \phi_1) \sin(\omega_m t + \phi_3) \left(|\Gamma_B| \cos(\phi_2 - \phi_B) - |\Gamma_C| \cos(\phi_2 - \phi_C) \right) \end{aligned} \quad (1.17)$$

avec $V_f = V_{lp} A_3$. A la sortie de l'amplificateur *lock-in*, nous trouvons seulement les composants DC du signal et :

$$\begin{aligned} V_{out} &= \frac{V_f}{16} \left(|\Gamma_B| (\cos(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_B) + \cos(\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_B)) \right. \\ &\quad \left. - |\Gamma_C| (\cos(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_C) + \cos(\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_C)) \right) \end{aligned} \quad (1.18)$$

Si nous ajustons la phase de l'amplificateur *lock-in* tel que $\phi_1 = \phi_3$, nous aurons :

$$V_{out} = \frac{V_f}{8} \left(|\Gamma_B| \cos(\phi_2 - \phi_B) - |\Gamma_C| \cos(\phi_2 - \phi_C) \right). \quad (1.19)$$

La figure 2 ci-dessous montre la forme du signal de sortie V_{out} pour des valeurs typiques des paramètres de la cavité et $\phi_2 = 0$. D'un autre côté, la figure 3 représente le graphique du signal de sortie V_{out} en fonction de la fréquence et de la phase ϕ_2 .

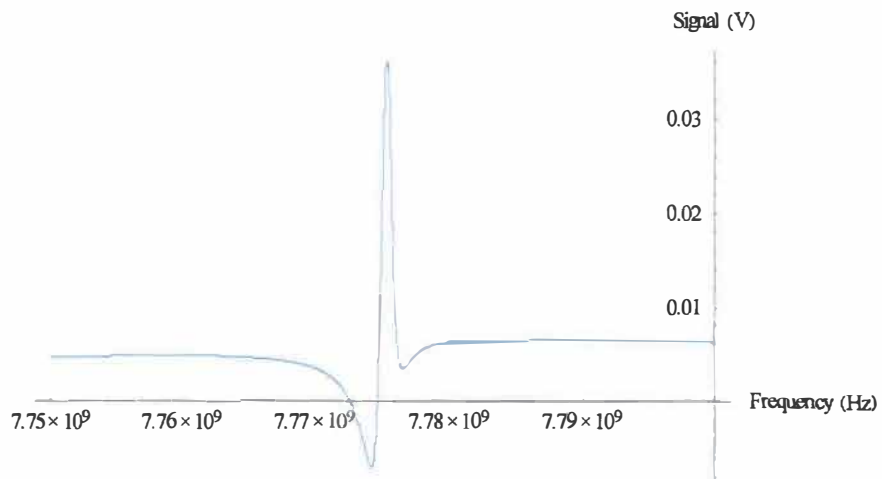


Figure 2 : Graphique de la forme du signal de sortie V_{out} pour des valeurs typiques des paramètres de la cavité et $\phi_2 = 0$.

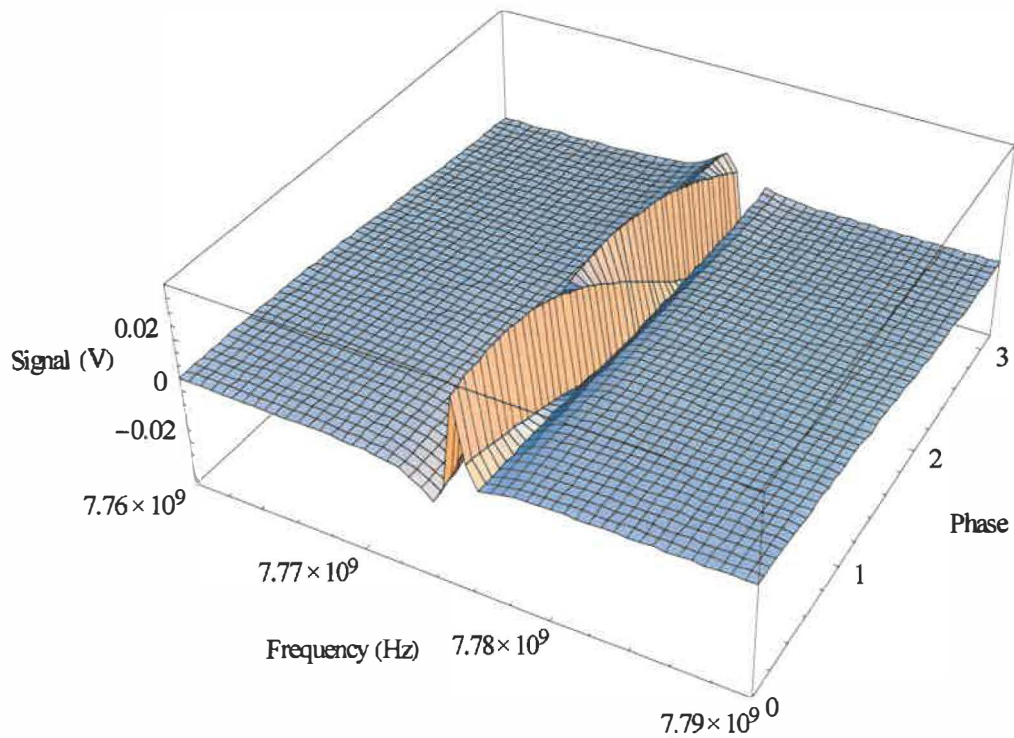


Figure 3 : Graphique du signal de sortie V_{out} en fonction de la fréquence et du phase ϕ_2 .

1.3 Détermination du facteur de qualité

Comme il a été signalé auparavant, le facteur de qualité Q d'une cavité résonante est défini comme le ratio de l'énergie emmagasinée sur l'énergie dissipée par période. Nous savons que ce facteur peut facilement influencer la sensibilité de la technique

différentielle. Par conséquent, il devient nécessaire de calculer le facteur de qualité de nos deux cavités.

Pour déterminer la valeur du facteur de qualité d'une cavité pour un mode de propagation donné, nous devons dériver les équations des champs, soit pour les modes à champ transversal électrique TE, soit pour les modes à champ transversal magnétique TM. Ces équations, pour les champs électriques et magnétiques dans un espace sans charge, sont les suivantes ²⁴ :

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \epsilon \mu \vec{E} = 0 \quad (1.20)$$

et

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \epsilon \mu \vec{H} = 0. \quad (1.21)$$

Les composantes du champ sont calculées à partir des équations (1.20) et (1.21). Nous devons utiliser la méthode de séparation des variables et les conditions aux limites pour résoudre ces deux équations en coordonnées cylindriques, ²⁵ pour une cavité de diamètre D et de longueur l . Nous obtenons, ainsi, les trois composantes du champ électrique pour le mode TE_{nmp} :

$$E_r = j\omega_r \mu \frac{H_0}{k_c^2} \frac{n}{r} J_n(k_c r) \sin n\phi \sin k_z z, \quad (1.22)$$

$$E_\phi = j\omega_r \mu \frac{H_0}{k_c} J'_n(k_c r) \cos n\phi \sin k_z z, \quad (1.23)$$

$$E_z = 0 \quad (1.24)$$

avec H_0 étant une constante proportionnelle à l'amplitude du signal, J_n est la nième fonction de Bessel, J'_n est la dérivée de J_n par rapport à $K_c r$, $K_z = p\pi/l$ et $K_c = q'_{nm}/a$ où q'_{nm} est la nième racine de la première dérivée de la nième fonction de Bessel.

Cependant, l'énergie électrique emmagasinée dans un volume V est calculée à partir de la relation suivante :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \vec{D} \cdot \vec{E} dV \quad (1.25)$$

avec $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$. Pour le mode TE_{01p} nous retrouvons seulement la composante azimutale²⁶ $E = E_\phi$. Ainsi, le facteur de qualité de la cavité résonante est donné par²⁷ :

$$Q = \frac{\lambda_r}{2\pi\delta_s} \frac{\left[(q'_{01})^2 + \left(\frac{p\pi D}{2l} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{(q'_{01})^2 + \frac{D}{l} \left(\frac{p\pi D}{2l} \right)^2} \quad (1.26)$$

où $\delta_s = (\pi f \mu_R \mu_0 \sigma)^{-1/2}$ est la profondeur de peau du matériau à la résonance qui compose la cavité et $q'_{01} = 3.832$. Cette fonction est maximale pour $D/l \approx 1$.

Ainsi, pour le mode TE_{011} à la fréquence de résonance $f_r = 10$ GHz, avec une cavité plaquée en argent $\delta_s = 0.73 \mu\text{m}$, on peut s'attendre à obtenir un facteur de qualité de l'ordre de 35000.

1.4 Considérations thermodynamiques

Les paramètres d'état : pression P , volume V , température T , permittivité ε , concentration ρ ... décrivent l'état d'un système thermodynamique que constitue l'échantillon gazeux à étudier. Ces variables ne sont pas toutes indépendantes. L'interdépendance de ces variables d'état s'exprime par une relation de type :

$$f(P, V, T, \varepsilon, \dots) = 0 \quad (1.27)$$

que l'on appelle équation d'état ou équation caractéristique.

La présence d'un contaminant dans l'échantillon gazeux va changer légèrement la constante diélectrique du gaz qui induit à son tour une variation de la tension de sortie du système différentiel. Ainsi, pour évaluer le seuil de détection ou la sensibilité de la méthode différentielle micro-onde à cavité résonnante, nous devons trouver une relation entre le changement de la constante diélectrique et une variable thermodynamique.

1.4.1 Détermination de la concentration du contaminant

L'étude de la polarisation diélectrique des gaz en fonction des variables thermodynamiques a conduit Clausius et Mossotti à établir une relation exprimant la variation de la permittivité du gaz parfait en fonction de sa concentration. Dans le cas d'un gaz réel, on peut écrire la relation de Clausius-Mossotti²⁸ sous la forme d'un

développement en série du viriel de puissances de la concentration molaire volumique ρ :

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = CM = A_\varepsilon \rho + B_\varepsilon \rho^2 + C_\varepsilon \rho^3 + \dots \quad (1.28)$$

avec ε étant la permittivité relative statique ou constante diélectrique du gaz dont la permittivité absolue est $\varepsilon_0 \varepsilon$, ε_0 est la permittivité du vide. Les coefficients A_ε , B_ε et C_ε sont respectivement le premier, le deuxième et le troisième coefficients du viriel de la constante diélectrique.

Le premier coefficient du viriel de la constante diélectrique A_ε , représente la contribution idéale de la molécule isolée à la polarisation diélectrique ; le deuxième et le troisième coefficients B_ε et C_ε , décrivant les déviations initiales par rapport à l'idéalité dues respectivement aux interactions entre paires de molécules et entre triplets de molécules.²⁹⁻³⁰ La signification physique des coefficients du viriel d'ordre supérieur à trois n'est pas connue. Pour l'instant, on se contente de les considérer comme des paramètres d'ajustement numérique.

Pour des basses pressions, la densité va suivre le comportement d'un gaz idéal où seulement le premier terme de l'expansion du viriel est considéré à l'équation (1.28).

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = A_\varepsilon \rho. \quad (1.29)$$

Donc, la constante diélectrique est alors selon la série du binôme:

$$\varepsilon = \frac{1 + 2A_\varepsilon \rho}{1 - A_\varepsilon \rho} \quad (1.30)$$

Sachant que $A_\varepsilon \rho \ll 1$, on trouve que la constante diélectrique est égale :

$$\varepsilon = (1 + 2A_\varepsilon \rho)(1 + A_\varepsilon \rho) \approx 1 + 3A_\varepsilon \rho \quad (1.31)$$

En utilisant l'équation (1.31), la différence de pression, ΔP , entre les deux cavités est équivalente à une différence de la constante diélectrique selon la relation suivante :

$$\Delta \varepsilon = \frac{3A_\varepsilon}{RT} \Delta P \quad (1.32)$$

où P est la pression, T est la température absolue et R est la constante universelle des gaz.

D'autre part, le premier coefficient du viriel de la constante diélectrique d'un gaz contaminé $(A_\varepsilon)_m$ est une fonction de la fraction molaire x du contaminant $(A_\varepsilon)_c$ et du premier coefficient du viriel du gaz pur $(A_\varepsilon)_p$ selon la relation suivante²⁸:

$$(A_\varepsilon)_m = (1 - x)(A_\varepsilon)_p + x(A_\varepsilon)_c \quad (1.33)$$

La concentration du contaminant est alors déduite de la dernière équation. Ainsi, à partir de la valeur de $(A_\varepsilon)_m$, on peut calculer la quantité x du contaminant dans le mélange binaire :

$$x = \frac{(A_\varepsilon)_m - (A_\varepsilon)_p}{(A_\varepsilon)_c - (A_\varepsilon)_p} \quad (1.34)$$

Supposons que la densité molaire du mélange est approximativement identique à la densité molaire du gaz pur $\rho_m \approx \rho_p = \rho$ et en substituant l'équation (1.33) nous trouvons :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{3x\rho[(A_\varepsilon)_c - (A_\varepsilon)_p]}{1 + 3\rho(A_\varepsilon)_p} \quad (1.35)$$

avec $\Delta\varepsilon = \varepsilon_m - \varepsilon_p$ et $\rho = P/RT$.

Ainsi, à partir de l'équation (1.35) nous pouvons déterminer la concentration du contaminant x dans un mélange, on obtient alors la relation suivante :

$$x = \frac{1}{3\rho} \left(\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right) \left[\frac{1 + 3\rho(A_\varepsilon)_p}{(A_\varepsilon)_c - (A_\varepsilon)_p} \right]. \quad (1.36)$$

1.4.2 Le premier coefficient du viriel de la constante diélectrique

L'équation d'état du gaz réel peut prendre des formes très diverses. On peut exprimer l'équation d'état du viriel selon un polynôme en série de puissances de la concentration molaire volumique ρ . L'équation d'état du viriel est la suivante³¹:

$$\frac{P}{RT} = \rho + B_p\rho^2 + C_p\rho^3 + \dots \quad (1.37)$$

où B_p , C_p , ... sont respectivement le second, le troisième, ... coefficient du viriel thermophysique, R est la constante universelle des gaz, T la température absolue, ρ la

concentration molaire volumique du gaz, c'est-à-dire $\rho = n/V$, n est la quantité de matière et V le volume.

L'équation d'état du gaz parfait correspond à un modèle idéal de fluide dont les molécules sont suffisamment éloignées les unes des autres en n'interagissent pas, les seules interactions permises étant les chocs parfaitement élastiques :

$$\frac{P}{RT} = \rho. \quad (1.38)$$

On écrit souvent, l'équation d'état du viriel sous une forme semblable à celle de l'équation d'état du gaz parfait en faisant intervenir le facteur de compressibilité Z , grandeur sans dimension caractérisant la non idéalité du gaz étudié³² :

$$Z = \frac{P}{\rho RT} = 1 + B_p \rho + C_p \rho^2 + \dots \quad (1.39)$$

Le premier coefficient du viriel de la constante diélectrique A_ϵ est obtenu par des mesures de la constante diélectrique ϵ en fonction de la pression. En fait, la dernière équation peut être combinée avec l'équation de Clausius-Mossotti donnée en haut pour avoir l'équation suivante:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \frac{RT}{P} = A_\epsilon + (B_\epsilon - A_\epsilon B_p) \frac{P}{RT} + \dots \quad (1.40)$$

Donc, pour les basses pressions, lorsque P tend vers zéro, on trouve :

$$A_\varepsilon \approx \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{RT}{P}. \quad (1.41)$$

1.4.3 Le premier coefficient du viriel de l'eau

La technique différentielle micro-onde sert à déterminer la concentration de contaminant dans le gaz. En effet, nous nous intéressons particulièrement à la détection de la vapeur d'eau dans le SF₆. Afin de déterminer la sensibilité du système différentiel, il faut calculer tout d'abord les premiers coefficients du viriel de la constante diélectrique du SF₆ et de l'eau.

Le premier coefficient du viriel de la constante diélectrique du gaz SF₆ est bien connu.³³⁻³⁴ Donc, il nous reste maintenant à calculer le premier coefficient du viriel de l'eau $(A_\varepsilon)_{eau}$ à l'état gazeux.

Le premier coefficient du viriel de la constante diélectrique a été établi par Buckingham et Pople,³⁵ l'expression de A_ε est donnée par :

$$A_\varepsilon = \frac{N_A}{3\varepsilon_0} \left(\alpha_0 + \frac{\mu_0^2}{3kT} \right) \quad (1.42)$$

avec N_A étant le nombre d'Avogadro $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, K est la constante de Boltzmann $K = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$, α_0 est la polarisabilité totale d'une molécule isolée, et μ_0 le moment dipolaire permanent d'une molécule polaire.

Ainsi, pour calculer le premier coefficient du viriel de l'eau, il faut seulement connaître les valeurs de la polarisabilité totale et du moment dipolaire de la molécule d'eau. La valeur de la polarisabilité totale et la valeur du moment dipolaire de l'eau sont respectivement³⁶: $(\alpha_0)_{\text{eau}} = 1.636 \times 10^{-40} \text{ F m}^2$ et $(\mu_0)_{\text{eau}} = 1.636 \times 10^{-40} \text{ F m}^2$. Après les calculs, on trouve qu'à $T = 293 \text{ K}$ $(A_\epsilon)_{\text{eau}} = 75.31 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$. La table 1 ci-dessous donne la valeur du premier coefficient du viriel de la constante diélectrique A_ϵ à $T = 293 \text{ K}$ pour certains gaz qui sont très utilisés et en particulier pour ceux qui ont été employés dans le cadre de ce projet.

Gaz	$A_e \times 10^6 \text{ (m}^3 \text{ mol}^{-1}\text{)}$
He	0.5196
H ₂	2.032
A _r	4.14
N ₂	4.3895
CH ₄	6.547
SF ₆	16.543
H ₂ O	75.31

Table 1 : La valeur du premier coefficient du viriel de la constante diélectrique A_e pour quelques gaz célèbres à T = 293 K.

Chapitre 2 :

Procédure expérimentale

2.1 Le montage de la technique différentielle micro-onde

2.1.1 Description des éléments du premier montage

Le premier montage du système différentiel micro-onde est constitué principalement de deux cavités résonnantes, un synthétiseur micro-onde et un amplificateur synchrone (*lock-in*). Le synthétiseur micro-onde de HEWLETT PACKARD modèle HP 8341B a une puissance de sortie maximum de 18 dBm et une bande de fréquence allant de 10 MHz jusqu'à 20 GHz. L'amplificateur *lock-in* provient de la compagnie STANFORD RESEARCH SYSTEMS de modèle SR830. Les autres circuits micro-ondes proviennent de la compagnie NARDA.

L'amplificateur utilisé pour amplifier le signal sortant du circuit hybride est un amplificateur de la compagnie Mini-Circuits modèle ZVE-8G et dont le gain de 30 dB avec une bande passante allant de 2 GHz à 8 GHz. Il faut néanmoins s'assurer que l'amplitude du signal ne soit pas trop élevée car il y avait un risque que l'amplificateur soit saturé et atteigne éventuellement le régime non-linéaire. Pour éviter cette situation, il faut prendre certaines précautions pour minimiser la différence de la fréquence de résonance entre les deux cavités. La figure 4 montre l'organisation expérimentale du premier montage de la technique différentielle micro-onde à cavités résonnantes.

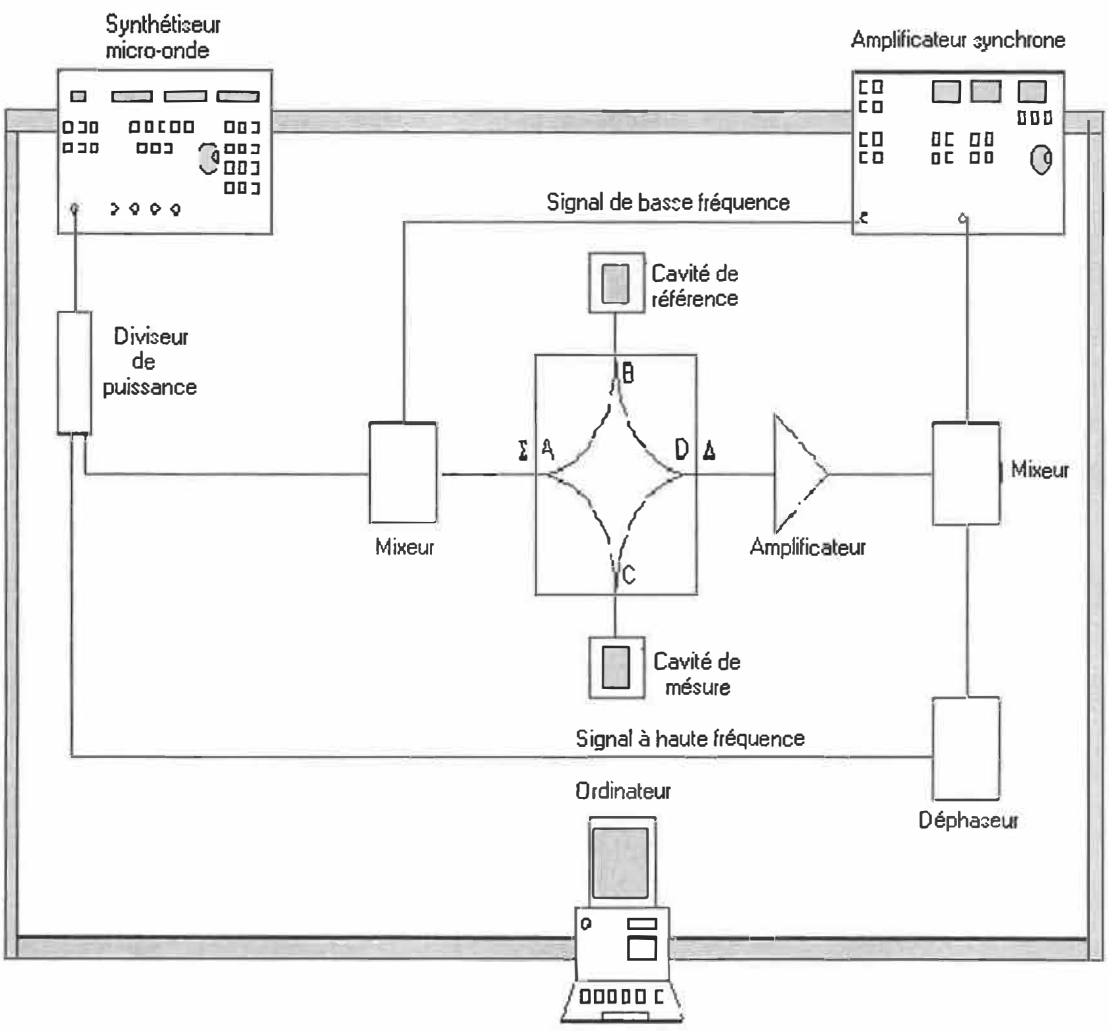


Figure 4 : L'organisation expérimentale de la technique différentielle micro-onde à cavités résonantes.

Les résultats de détection de l'humidité dans les gaz obtenus à l'aide du premier montage de la méthode différentielle sont affichés sur un ordinateur branché entre l'amplificateur synchrone et le synthétiseur micro-onde. Le balayage en fréquence et la prise de données sont automatisés grâce à un programme développé avec le logiciel Labview[®] 4 de NATIONAL INSTRUMENTS.³⁷

La communication entre l'ordinateur, le synthétiseur et l'amplificateur *lock-in* se fait par l'intermédiaire d'une carte GPIB. Dans un premier temps, on décide du nombre des points que l'on prendra durant un balayage. Par la suite, un signal est envoyé au *lock-in* afin qu'il se serve d'une de ses sorties auxiliaires TTL pour déclencher le balayage du synthétiseur entre deux fréquences choisie au préalable.

Des commandes GPIB sont envoyées vers l'amplificateur *lock-in* afin qu'ils transfèrent le résultat de ces mesures vers l'ordinateur. Le signal en phase et le signal en quadrature en fonction de la fréquence sont affichés sur l'écran de l'ordinateur. Les résultats peuvent aussi être sauvegardés pour les analyser ultérieurement. La figure 5 ci-dessous montre le panneau du programme utilisé pour mesurer le signal de sortie du système différentiel, tandis que la figure 6 illustre le diagramme de ce programme.

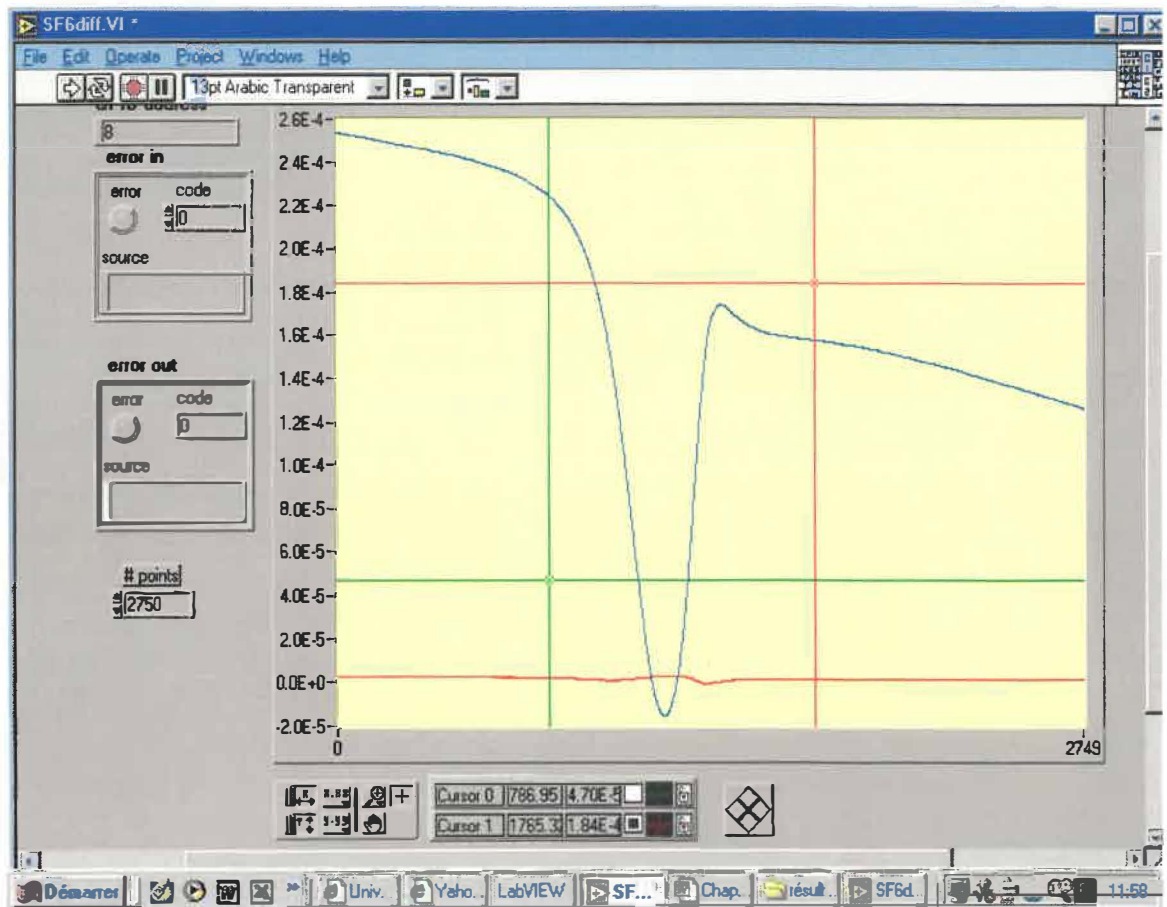


Figure 5 : Le programme utilisé pour mesurer le signal de sortie du premier montage de la technique différentielle.

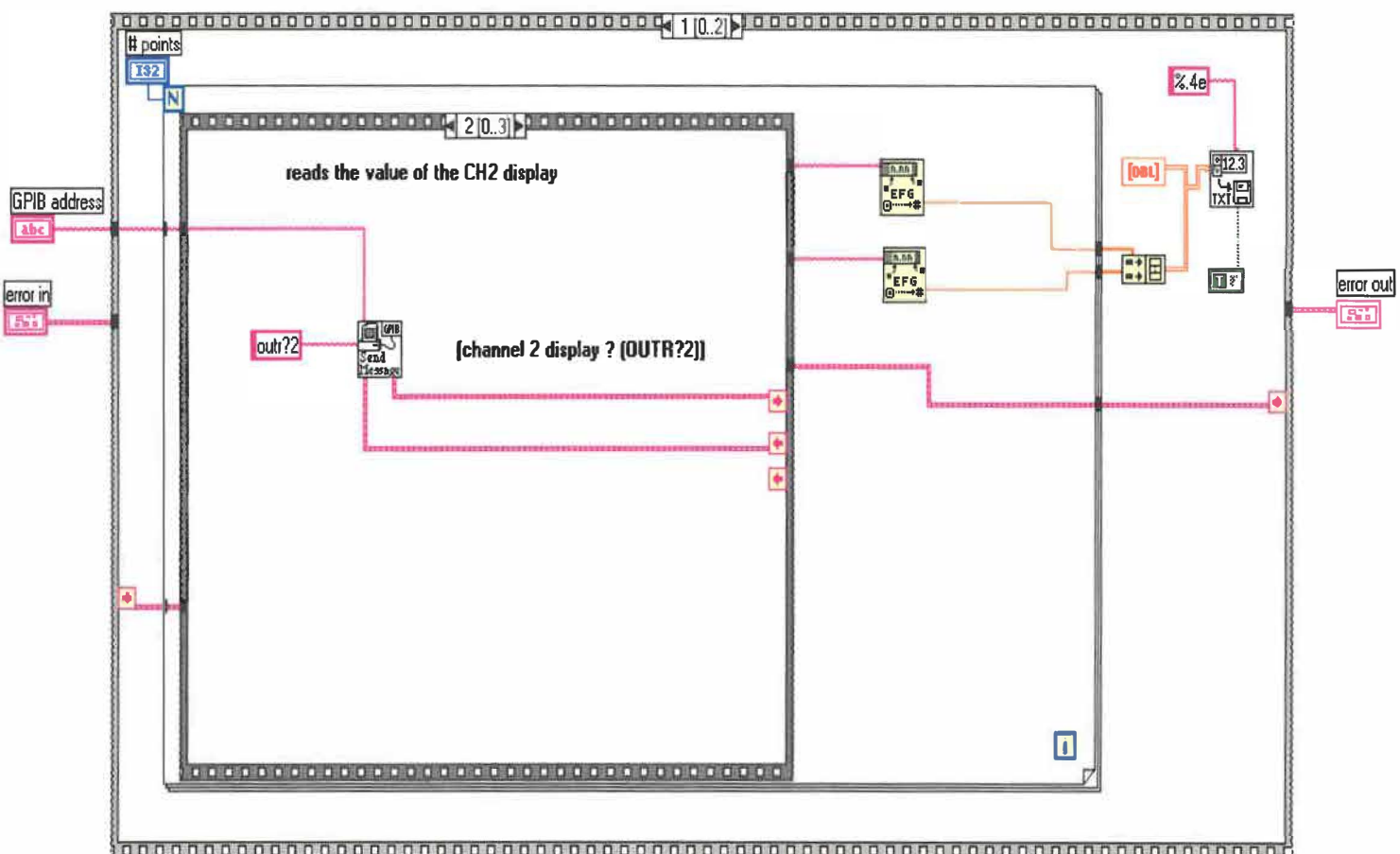


Figure 6 : Diagramme du programme utilisé pour mesurer le signal de sortie.

2.1.2 Les cavités résonnantes

Les cavités résonnantes utilisées dans le montage de la méthode différentielle sont des cavités cylindriques de même dimensions.²² Elles ont une hauteur de 6.3 cm et un diamètre de 4.925 cm. Comme il a été signalé auparavant, deux cavités sont utilisées pour notre circuit. La première appelée cavité de référence est remplie par le gaz pur tandis que la deuxième appelée cavité de mesure est remplie avec du gaz contaminé.

Chaque cavité est disposée à l'intérieur d'une cellule en acier inoxydable. Ainsi le gaz est admis directement dans ces cellules. Les cavités sont munies de petits orifices sur les couvercles de manière à éviter des déformations mécaniques et de permettre l'admission et l'échappement des gaz. La pression dans chaque cellule est mesurée avec un capteur de pression calibré (Keller 0 à 2 MPa) et la différence de pression entre les deux cavités est mesurée à l'aide d'un capteur de pression différentiel (Sensotec 0 à 2 MPa). L'afficheur de tension utilisé est assez précis pour détecter des différences de pression d'environ 40 Pa.

Une antenne dipolaire est disposée sur la paroi de la cavité et la fréquence de résonance des deux cavités est mesurée avec un analyseur de réseaux (HP8510B). Les deux cavités sont très près du couplage critique et leur fréquence de résonance peut être variée sur une petite plage de fréquence. Les deux cavités sont munies chacune d'une tige métallique que nous avons inséré là où le champ électrique est maximum afin de

syntoniser leurs fréquences de résonance respectives. La figure 7 montre le schéma d'une de nos deux cavités utilisées dans le montage de la technique différentielle.

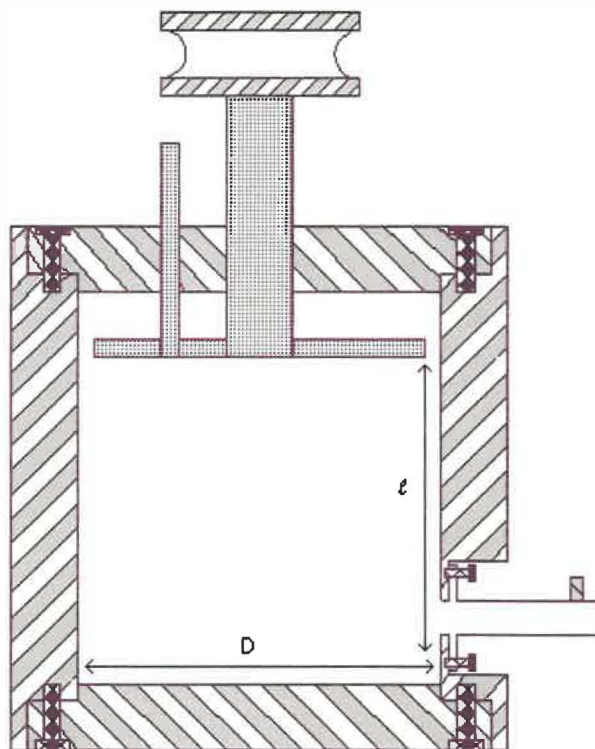


Figure 7 : Schéma de la cavité résonante utilisée dans le système différentiel.

avec : $D = 4.925$ cm et $\ell = 6.300$ cm.

2.2 Préparation des mélanges humides

2.2.1 Le banc d'hygrométrie

Avant de mesurer le taux d'humidité dans un gaz par la technique différentielle micro-onde à cavité résonnante, nous avons besoin de préparer des gaz contaminés avec des concentrations bien déterminés. Comme nous l'avons signalé dans le premier chapitre, le principe de la méthode repose sur la mesure du changement de la fréquence de résonance de la cavité de mesure induit par la présence du contaminant par rapport à la cavité de référence contenant le gaz pur. Donc, il faut tout d'abord réaliser un montage pour préparer des gaz humides afin de remplir la cavité de mesure.

Ainsi, nous avons bâti le banc d'hygrométrie qui sert à préparer les mélanges du gaz et de vapeur d'eau. Le montage de ce banc est constitué principalement d'un saturateur, d'un condenseur, d'un débitmètre, et d'un hygromètre pour mesurer la concentration du contaminant dans le gaz.

Nous avons alors utilisé un hygromètre de la compagnie Stephens Analytical, Inc. modèle MCM, Dewmatic 600 D, connecté en ligne pour mesurer la teneur en vapeur d'eau pour des concentrations au-dessous de 1000 ppm. Pour des concentrations au-dessous de 100 ppm nous avons utilisé un autre hygromètre de la même compagnie modèle MCM, alphadew HS. Pour mettre le vide dans le circuit, nous nous sommes servis d'une pompe à vide après chaque utilisation. Le schéma du banc d'hygrométrie est montré à la figure 8 ci-dessous.

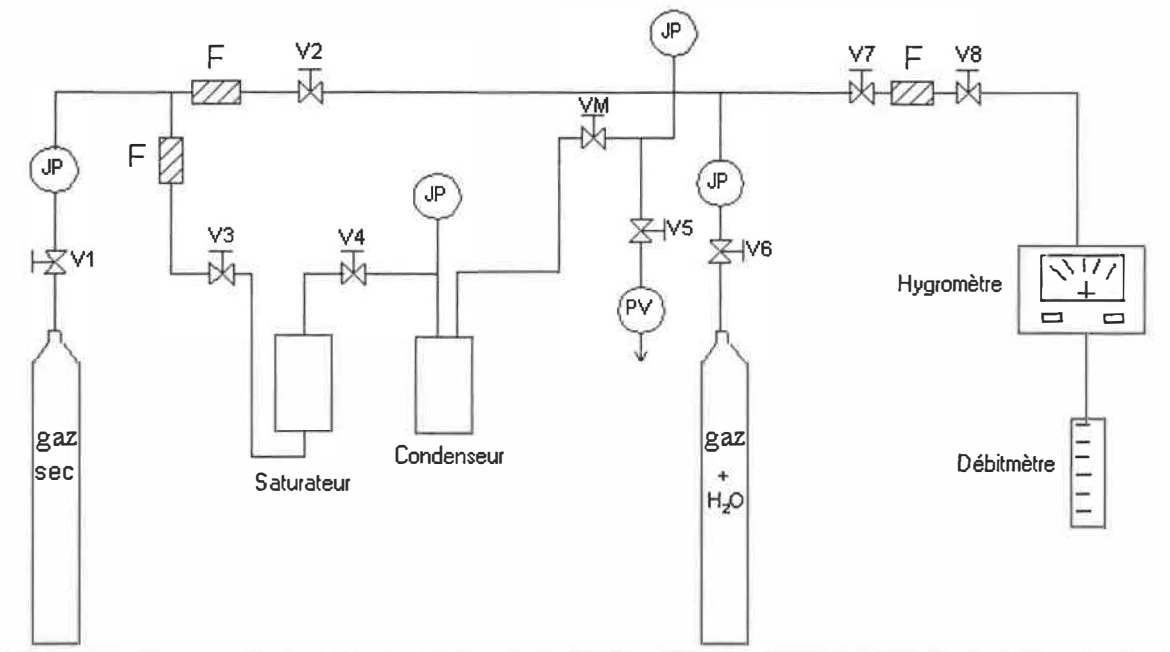


Figure 8 : Représentation schématique du banc d'hygrométrie.

avec : V1-V8 : valve,

VM : valve micrométrique,

JP : jauge de pression,

F : filtre,

PV : pompe à vide.

2.2.2 La méthode de préparation des gaz humides

La préparation des mélanges des gaz humides est réalisée selon une méthode hygrométrique qui consiste à faire circuler le gaz sec dans le saturateur rempli d'eau pure suivi du condenseur pour éliminer l'excès d'humidité.³⁸ Le débit de circulation du gaz dans notre banc d'hygrométrie mesuré par le débitmètre et le taux d'humidité est donné par l'hygromètre.

Les étapes à suivre pour préparer les mélanges à l'aide de notre banc d'hygrométrie sont les suivantes : Nous ouvrons d'abord toutes les valves du circuit excepté deux valves V3 et V4 à l'entrée et à la sortie de saturateur. En utilisant la pompe à vide pendant quinze minutes pour vider le circuit afin de s'assurer qu'il ne reste plus de contaminant dans les tubes. Ensuite, nous faisons circuler le gaz pur dans le montage en laissant toujours les valves V3 et V4 fermées afin de sécher les tubes et d'équilibrer l'hygromètre.

Lorsque nous voyons que la valeur donnée par l'hygromètre est stable et très proche du taux d'humidité qui existe dans le gaz pur utilisé, nous ouvrons les valves V3 et V4 pour laisser passer le gaz dans le saturateur. Ensuite, nous ajustons la valve micrométrique VM selon le niveaux d'humidité recherché. Enfin, nous fermons la valve V8 et nous ouvrons la valve V6 pour remplir le gaz humide dans une bouteille.

2.3 Le nouveau montage de la technique différentielle

Étant donné que notre objectif principal consiste à améliorer le montage de la méthode micro-onde différentielle à cavité résonnante en le rendant moins volumineux, nous avons cherché particulièrement à changer l'amplificateur synchrone et le synthétiseur micro-onde par d'autres équipements qui sont moins chers et qui ont des dimensions plus petites.

2.3.1 Changement de l'amplificateur *Lock-in* par une carte digitale

Un des buts de ce projet était de rendre la méthode différentielle portable; nous voulions ultérieurement obtenir un montage qui pourrait être amené sur le terrain pour faire des mesures sur des équipements électriques isolés au SF₆. C'est pourquoi dans un premier temps nous avons proposé de remplacer l'amplificateur *lock-in* par une carte digitale afin de minimiser le volume de notre appareil, et de simplifier son utilisation.

Ainsi, nous avons choisi pour cela une carte digitale de la compagnie NATIONAL INSTRUMENTS³⁷ modèle DAQCard-6036E et nous l'avons incorporé dans un ordinateur portable. Cette carte était branchée dans le système micro-onde différentiel à l'aide d'un panneau de connexion extérieure de la même compagnie dont le modèle est le BNC-2110.

Cette nouvelle configuration nous a amené à réécrire complètement les logiciels de contrôle et de prise des données. De plus, le logiciel se charge aussi de la détection synchrone. Ensuite, nous avons réalisé des nouveaux programmes à l'aide du logiciel Labview® 6.0 de NATIONAL INSTRUMENTS pour contrôler la carte et prendre des mesures. Les figures 9 et 10 montrent le panneau et le diagramme du programme que nous avons développé afin de mesurer le signal de sortie du système différentiel à l'aide de la carte digitale.

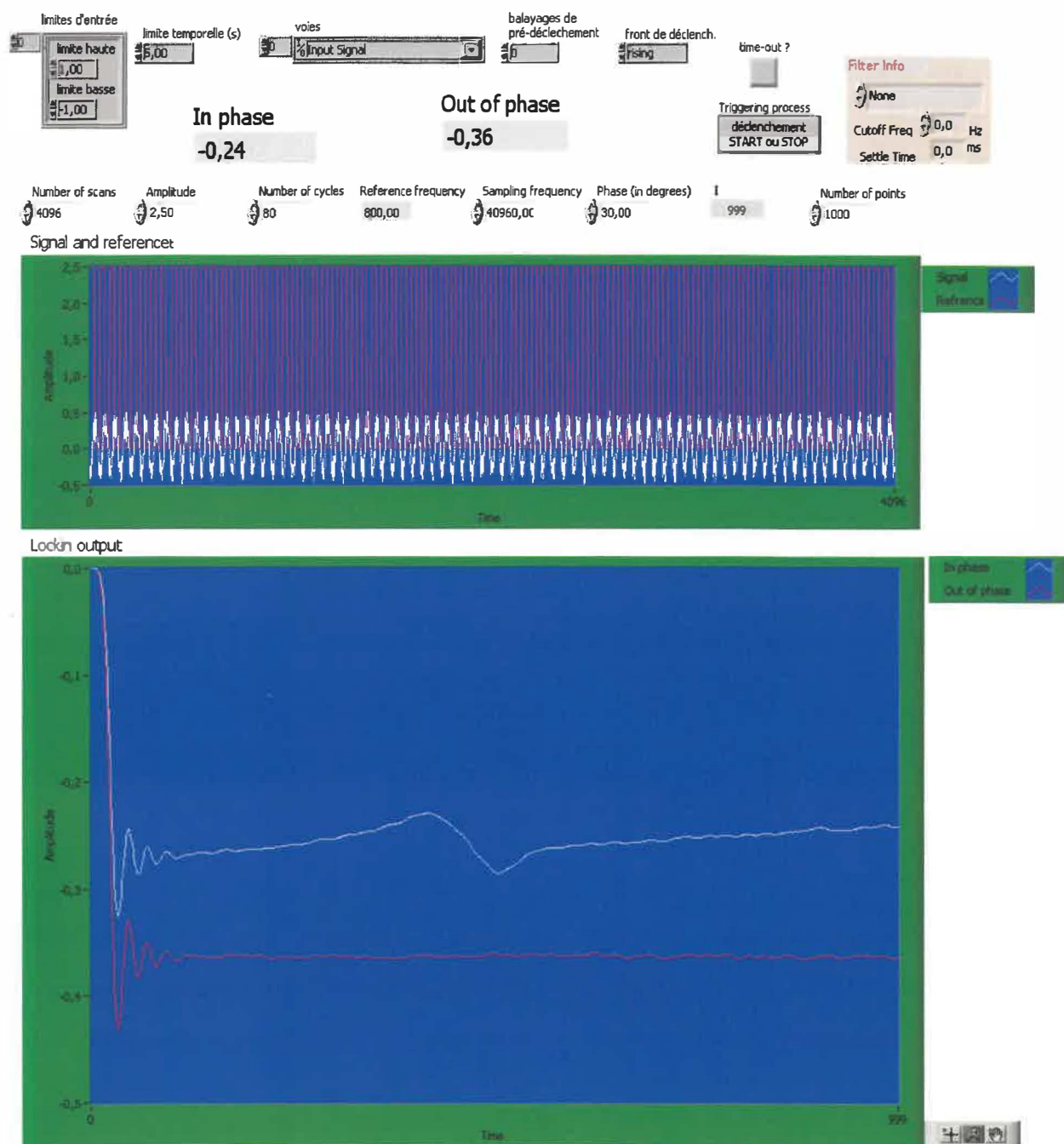


Figure 9 : Le programme utilisé pour mesurer le signal de sortie pour le nouveau montage du système différentiel à l'aide de la carte digitale.

Alors que dans le cas précédent, la syntonisation était assurée par un signal sinusoïdal, dans ce nouveau montage, nous utiliserons plutôt une onde carrée provenant d'un des compteurs de la carte d'acquisition. De nombreuses variables peuvent être entrées dans le logiciel. Nous choisissons d'abord le nombre de points qui seront recueillis durant un balayage en fréquence. Le « *Number of scans* » (N_s) donne le nombre d'échantillons analysés pour donner un point. La « *Sampling frequency* » (f_s) donne la fréquence d'échantillonnage de la carte. Le « *number of cycles* » (N_c) sert à déterminer la fréquence de référence (f_{ref}) donnée par :

$$f_{ref} = \frac{N_c \times f_s}{N_s}$$

On peut aussi faire entrer la différence de phase entre le signal de référence et le signal provenant du montage. Finalement on peut aussi choisir les paramètres des filtres passe-bas utilisés dans la détection synchrone. Deux graphiques sont produits par le logiciel. Le premier nous donne le signal de référence et le signal recueilli par un point, *i.e.* pour N_s échantillons. Une détection synchrone est ensuite faite, elle consiste essentiellement à multiplier ces deux signaux l'un par l'autre et à prendre la moyenne. Par la suite, ces résultats sont passés au travers d'un filtre passe-bas avant d'être affichés sur un deuxième graphique qui donne le signal provenant du montage en fonction de la fréquence. Les résultats peuvent être aussi sauvegardés dans une filière pour être analysés ultérieure.

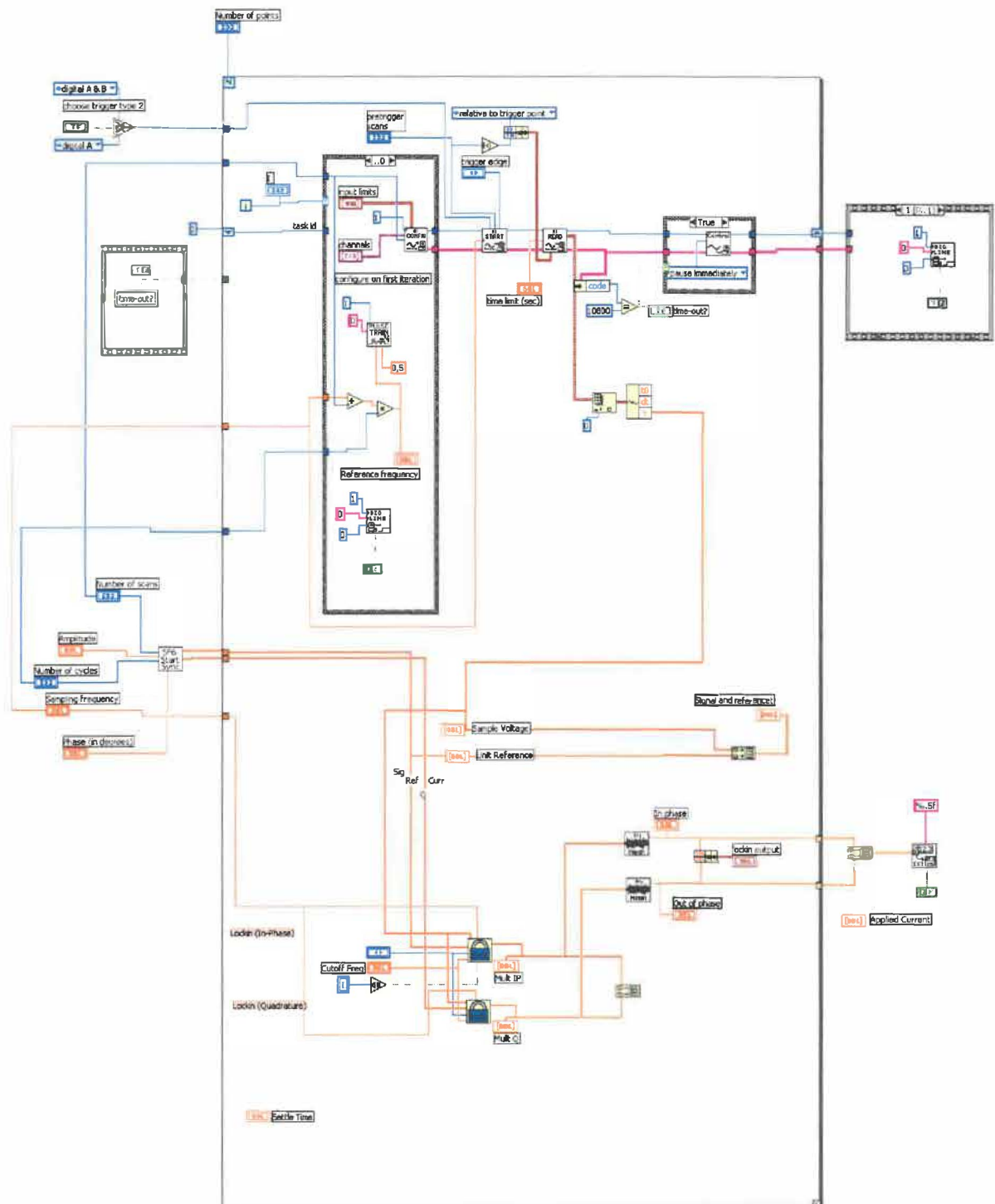


Figure 10 (a) : Diagramme du programme utilisé pour mesurer le signal de sortie du système différentiel à l'aide de la carte digitale.

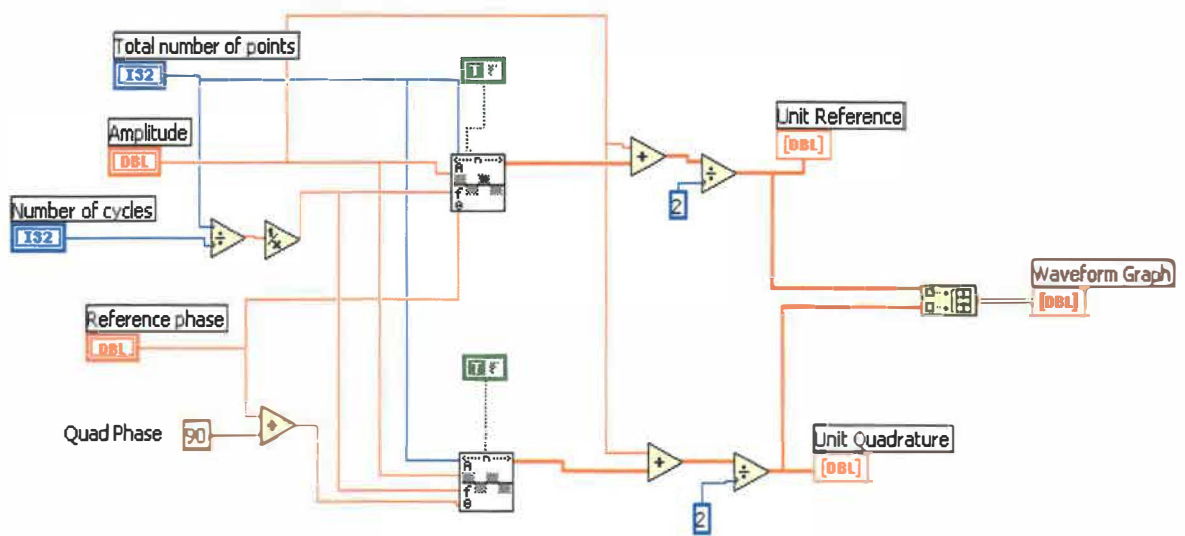


Figure 10 (b): Diagramme du programme « SF₆ Start Sync » utilisé dans le programme de mesure de signal de sortie.

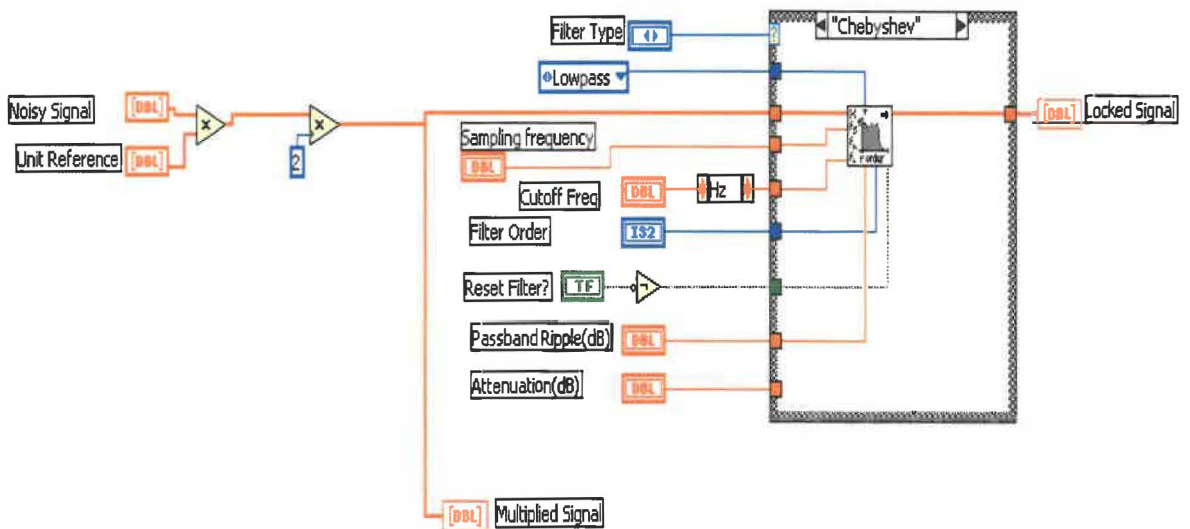


Figure 10 (c): Diagramme du programme « lock » utilisé dans le programme de mesure de signal de sortie.

Comme cela a été expliqué dans le premier chapitre, nous avons obtenu à la sortie du deuxième mélangeur de notre système différentiel un signal de basse fréquence que nous avons mesuré par l'amplificateur synchrone. Après avoir changé l'amplificateur synchrone par la carte d'acquisition, nous avons eu des difficultés pour tracer le signal de sortie. Ainsi, afin que l'on puisse visualiser clairement la résonance, nous avons utilisé dans un premier temps un amplificateur simple avec une seule entrée. Mais malheureusement, nous n'avons pas pu obtenir une bonne courbe de résonance puisque le signal de sortie était faible et qu'il y avait trop de bruit. Pour résoudre ce problème, nous avons proposé d'utiliser un amplificateur différentiel avec deux entrées. Pour cela, nous avons construit un nouveau amplificateur différentiel qui peut amplifier le signal de 100 jusqu'au 10000 fois (voir figure 11). Cette fois-ci le signal de sortie est assez amplifié et la courbe de résonance est clairement visible.

Enfin, pour diminuer le bruit du signal de sortie, nous avons utilisé dans le programme de mesure un filtre passe-bas du type inverse Chebyshev. Ce filtre est semblable au filtre de Butterworth puisqu'il est plat dans la bande passante. Mais, le filtre inverse Chebyshev est différent de ce dernier car il possède des pôles d'atténuation dans la bande d'arrêt.³⁹ Comme son nom l'indique, le filtre *inverse* Chebyshev appartient à la famille des filtres de Chebyshev. La différence entre ces filtres est que l'ondulation du filtre inverse Chebyshev est confinée à la bande d'arrêt. Parmi les avantages de ce filtre, on peut dire qu'il possède une réponse de magnitude plate dans la bande passante avec un taux d'atténuation raide dans la bande de transition.⁴⁰

Pour vérifier que les changements apportés sur le montage de la technique différentielle micro-onde sont compatibles avec le reste du circuit, nous avons commencé par effectuer des tests sur la sensibilité et la performance de notre appareil. Ainsi, nous avons pris des nouvelles séries de mesures après chaque changement effectué sur notre montage. Les résultats de ces tests ainsi que les résultats finaux obtenus sont détaillés dans le chapitre suivant.

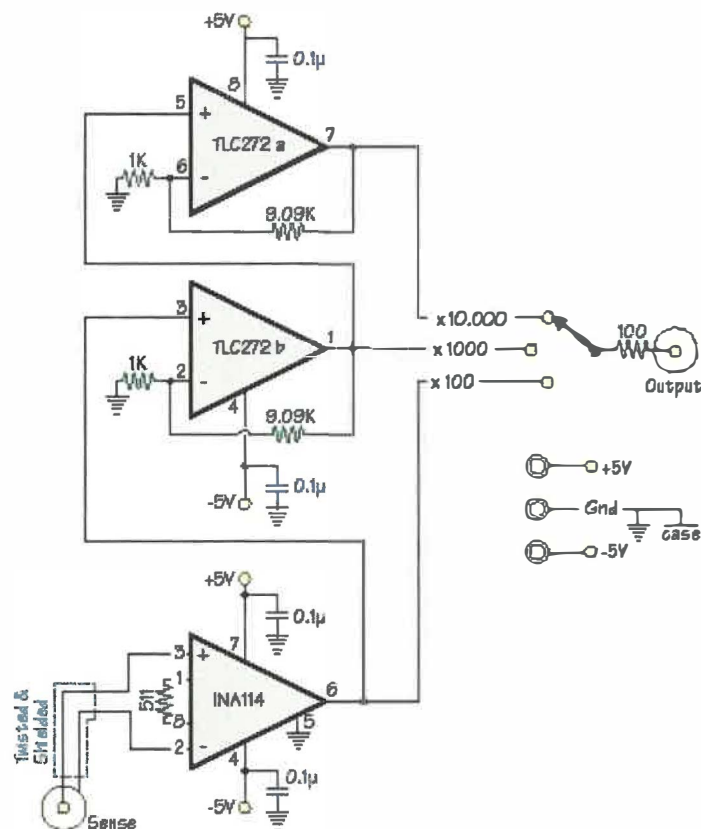


Figure 11: Plan du circuit de l'amplificateur différentiel.

2.3.2 Changement du Synthétiseur par un VCO

Après avoir réglé tous les problèmes concernant l'installation de notre carte à la place de l'amplificateur *lock-in*. Nous avons songé à une solution pour remplacer le synthétiseur. Nous avons proposé comme solution de changer le synthétiseur (HP 8341B) par un VCO (*Voltage Controlled Oscillator*) oscillateurs dont la fréquence est contrôlée par une tension. Ainsi, nous avons choisi un VCO de la compagnie COUGAR COMPONENTS⁴¹ dont le modèle est OAS8900 ayant une bande de fréquence d'oscillation situé entre 7300 et 8900 MHz et contrôlée par une bande de tension allant de 0 à 15 V.

Mais par faute du temps, nous ne sommes pas arrivés à prendre des mesures par le VCO dans le nouveau montage du système différentiel. Dans le cas contraire, nous aurions branché le VCO avec la carte digitale à la place du synthétiseur micro-onde. L'ordinateur contiendrait donc deux cartes dont l'une est la carte *lock-in* permettant de prendre les mesures et l'autre serait une carte de conversion digitale analogique pour le contrôle du VCO et la lecture de pression.

2.3.3 Le schéma du montage final de la technique différentielle

Après les changements effectués sur le premier montage du système différentiel, le montage final de la technique différentielle micro-onde est beaucoup moins volumineux. Dans ce nouveau montage, nous avons toujours gardé les mêmes cavités résonantes et

les mêmes capteurs de pression. Les résultats sont recueillis par la carte digitale et sont affichés sur l'ordinateur portable en utilisant un programme élaboré à l'aide du logiciel Labview[®] 6.0. La figure 12 montre le schéma du système final de la méthode différentielle micro-onde.

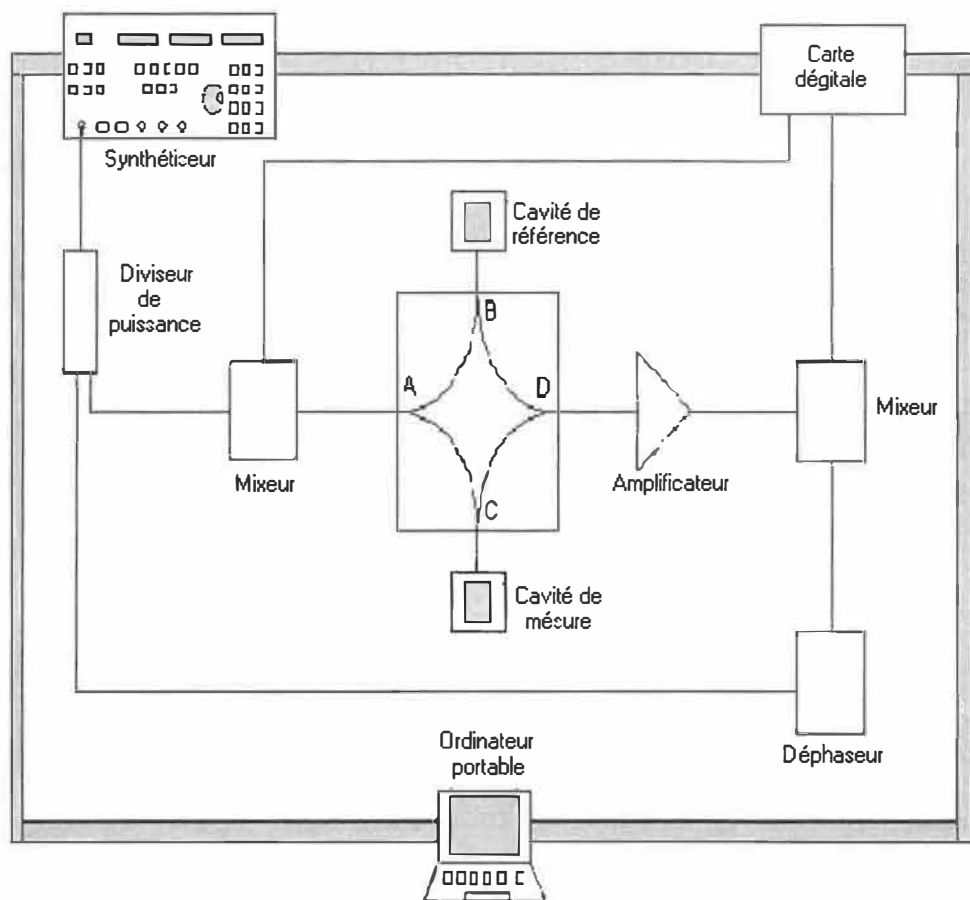


Figure 12: Schéma du système final de la méthode différentielle micro-onde.

Chapitre 3 :

Résultats et discussion

3.1 Résultats préliminaires

Les résultats préliminaires sont ceux obtenus par le premier montage de la technique différentielle micro-onde. En effet, comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent, les résultats des mesures ont été donnés à l'aide de l'amplificateur *lock-in* en mesurant le signal de sortie du système différentiel.

Les premiers essais ont servi à vérifier la sensibilité et le seuil de détection de la méthode différentielle. Dans ces premières séries de mesures, nous avons créé un déséquilibre de pression entre les deux cavités, et nous avons mesuré le signal de sortie en utilisant le même gaz. Par la suite, il a fallu tester la sensibilité à détecter des contaminants dans les gaz. Nous avons d'abord utilisé un mélange d'azote contaminé avec le SF₆, afin de mettre au point un protocole de mesure et de vérifier la stabilité de notre système lorsqu'on remplit et on vide les enceintes contenant les cavités résonnantes. Une fois que notre protocole de mesure a été élaboré, nous avons calibré notre système différentiel pour détecter l'humidité dans le SF₆.

Les mesures ont été réalisées avec nos cavités résonantes selon le mode de résonance TE_{011} . La fréquence de résonance des deux cavités sous vide est $f_0 = 7.8$ GHz mesurée

à partir de l'analyseur de réseaux (HP8510B). Comme il a été signalé dans le deuxième chapitre, nous pouvons syntoniser la résonance des deux cavités à l'aide de la tige métallique en l'insérant à l'endroit où le champ électrique est maximum.

3.1.1 Vérification de la sensibilité du système différentiel

Nous avons commencé par vérifier la performance de la technique micro-onde différentielle en utilisant le premier montage. En fait, la première série de mesures a servi à valider l'estimation théorique de la sensibilité et le seuil de détection du système différentiel.

Ainsi, dans cette série de mesures, nous avons créé un déséquilibre de pression entre les deux cavités et nous avons mesuré le signal de sortie à l'aide de notre amplificateur *lock-in*. La saisie des données a été faite autour de la pression atmosphérique pendant que les deux cavités étaient initialement remplies par l'azote. Les petites variations de pression pouvaient être réalisées à partir de la cavité de mesure en gardant la pression constante dans la cavité de référence. La figure 13 montre la variation du signal de sortie V_S en fonction de la différence de pression dP .

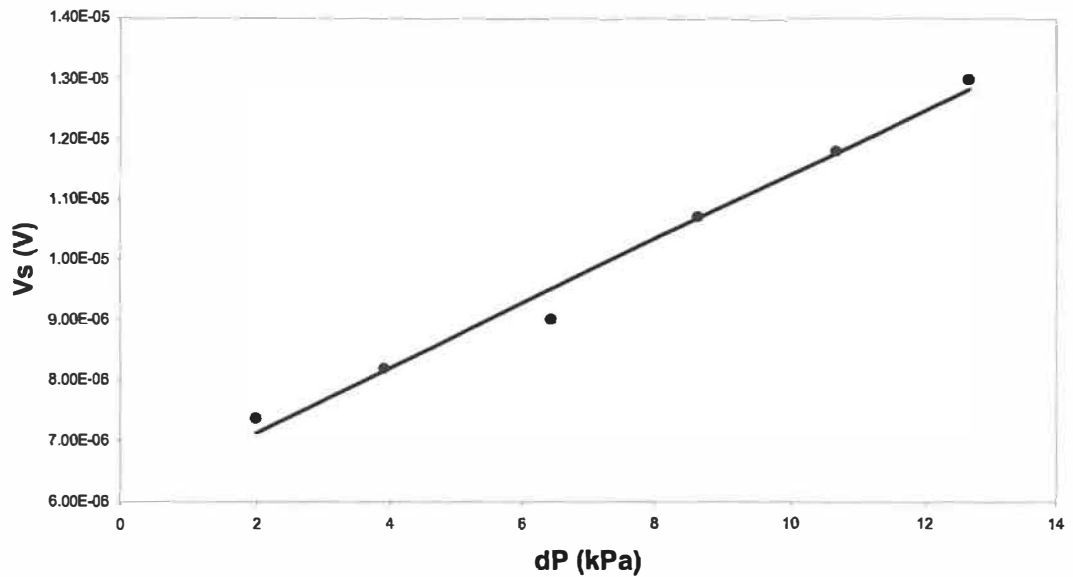


Figure 13 : La mesure du signal de sortie V_S en fonction de la différence de pression dP entre les deux cavités remplies par l'azote.

Nous avons montré dans l'équation (1.32), que la différence de pression ΔP entre les deux cavités était équivalente à une différence de la constante diélectrique $\Delta \epsilon$. L'effet de cette différence de pression sur le signal détecté est ainsi équivalent à la présence d'un contaminant dans le gaz contenu dans la cavité de mesure lorsque nous avons un équilibre de pression entre les deux cavités.

En fait, le premier coefficient du viriel de la constante diélectrique de l'azote est bien connu,⁴² $A_\epsilon = 4.3895 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$. Ainsi, nous pouvons calculer la différence de la

constante diélectrique $\Delta\epsilon$ entre les deux cavités remplies d'azote en fonction de la différence de pression ΔP , on obtient :

$$\Delta\epsilon = 5.28 \times 10^{-3} \Delta P$$

avec ΔP exprimée en MPa.

Si nous ajustons les données du graphique de la figure 13 à une droite, nous obtenons une pente de :

$$\frac{dV}{dP} = 5.35 \times 10^{-4} \text{ V MPa}^{-1}.$$

En considérant la valeur de la différence de la constante diélectrique calculée ci-dessus et de la pente de la courbe de la figure 13, nous trouvons que la sensibilité de notre système différentiel est de :

$$\frac{dV}{d\epsilon} = \frac{dV}{dP} \frac{dP}{d\epsilon} = 0.1 \text{ V}.$$

Ce qui signifie que si la constante diélectrique changeait par 1, le signal de sortie serait de 0.1 V ou, ce qui correspond mieux aux ordres de grandeur avec lesquels nous travaillons, le signal de sortie sera de 1 μ V si ϵ varie par 10^{-5} .

3.1.2 Détection du contaminant dans l'azote

3.1.2.1 Azote contaminé avec du SF₆

Afin de vérifier la capacité de notre système à détecter la présence d'un contaminant dans un gaz, nous avons effectué une série de mesures utilisant des mélanges d'azote contaminés avec des petites quantités de SF₆. En fait, il y a deux raisons qui nous ont amenés à étudier ces mélanges. La première raison est que ces mélanges étaient faciles à préparer (il est facile de diluer un gaz dans un autre) ; ce qui nous permettait d'évaluer rapidement notre système. La deuxième raison est que la molécule de SF₆ est non-polaire ; il y avait donc peu de risque que notre contaminant soit adsorbé sur la surface de la cavité ; ce qui aurait pu nous empêcher de détecter ce contaminant.

Ainsi, nous avons rempli les enceintes contenant les cavités de référence et de mesure par l'azote jusqu'à la pression atmosphérique P . Ensuite, nous avons ajouté une quantité de SF₆ à l'enceinte contenant la cavité de mesure amenant la pression à l'intérieur de celle-ci à P_t (pression totale). La concentration x de SF₆ peut être facilement calculée à partir de la relation :

$$x = \frac{P_t - P}{P_t} = \frac{\Delta P}{P_t}.$$

La différence de pression ΔP peut être mesurée avec précision à l'aide de notre capteur de pression différentielle Sensotec.

Ensuite, nous avons attendu au moins quinze minutes afin de nous assurer de l'homogénéité du mélange et en laissant lentement une partie de ce dernier s'échapper, ceci pour ramener la pression dans l'enceinte contenant la cavité de mesure à la pression atmosphérique. Nous avons alors préparé cinq mélanges dont les concentrations en SF_6 étaient respectivement de 6200, 3170, 1600, 1030 et 270 ppm. Les mesures ont été effectuées à la pression atmosphérique et à une température de 300 K. La figure 14 montre le graphe de la tension de sortie V_s du système différentiel micro-onde en fonction de la fréquence pour les mélanges de l'azote contaminé par le SF_6 . La figure 15 donne la variation de la tension de sortie V_s en fonction de la concentration de SF_6 dans l'azote.

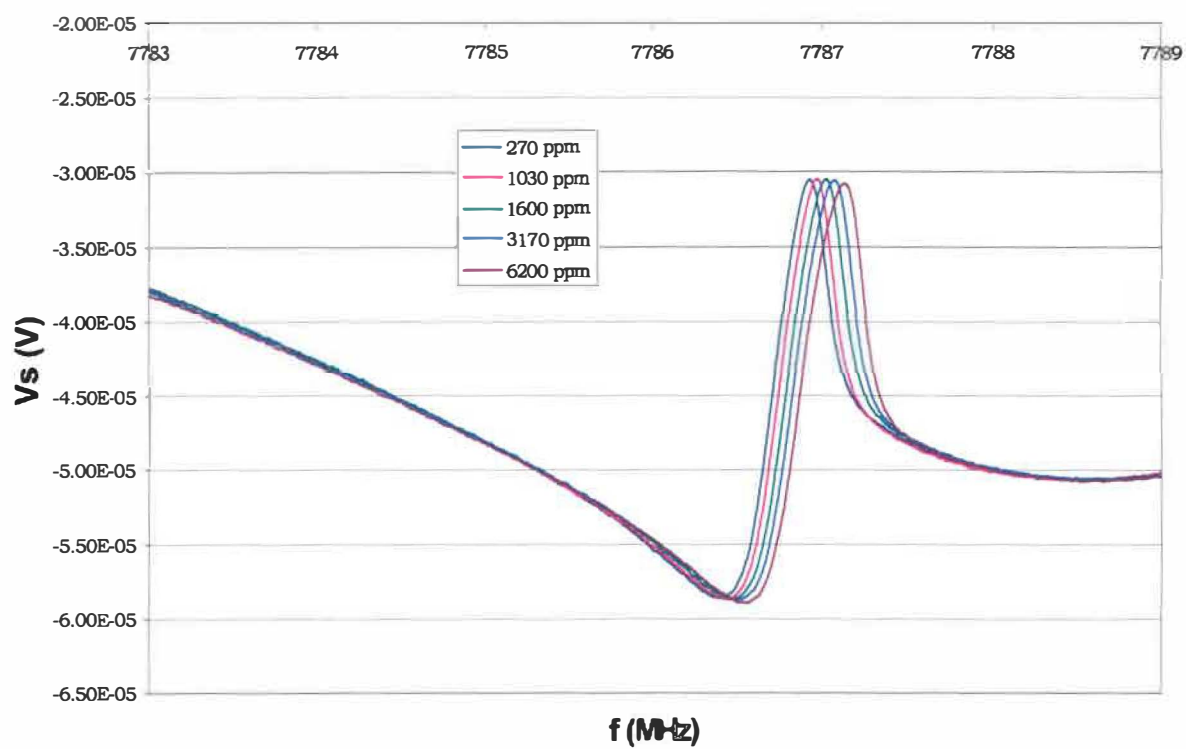


Figure 14 : Graphique de la tension de sortie V_s du système différentiel micro-onde en fonction de la fréquence pour cinq mélanges d'azote contaminé par le SF_6 .

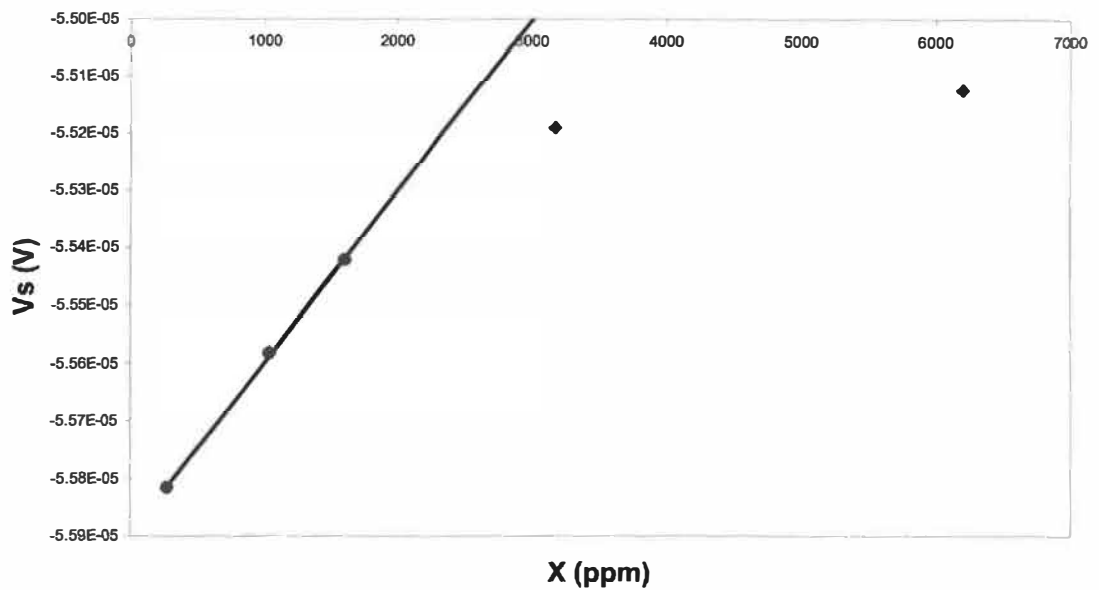


Figure 15 : Le graphe de la tension de sortie V_s du système différentiel micro-onde en fonction de la concentration de SF_6 dans l'azote.

Notons que nous cherchons à détecter des faibles concentrations de SF_6 dans l'azote, donc nous ne nous intéressons qu'à la partie linéaire de la courbe de la figure 15 là où les effets de saturation du système d'amplification micro-onde ne se font pas sentir. Si on évalue les données de la partie linéaire de la courbe de la figure 15 par une droite, nous obtenons une pente de :

$$\frac{dV_s}{dx} = 0.0003 \frac{\mu\text{V}}{\text{ppm}} = 0.0003 \text{ V.}$$

Puisque on connaît les premiers coefficients du viriel de la constante diélectrique des composantes du mélange qui sont respectivement de $4.3895 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$ pour l'azote⁴² et de $16.534 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$ pour le SF_6 ,³³ on pourra calculer la différence entre les constantes diélectriques du gaz pur et du gaz contaminé à partir de la formule suivante :

$$\Delta\epsilon = \frac{3Px}{RT} \left((A_\epsilon)_{\text{SF}_6} - (A_\epsilon)_{\text{N}_2} \right).$$

Dans notre cas, nous avons $P = 100 \text{ kPa}$, $T = 300 \text{ K}$ et R est la constante universelle des gaz, $R = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Ainsi, nous obtenons $\Delta\epsilon = 0.00146x$.

Considérant la pente que nous avons calculée, nous trouvons une valeur de la sensibilité du système micro-onde différentiel de :

$$S = \frac{dV_s}{d\epsilon} = 684 \frac{dV_s}{dx} = 0.2 \text{ V}$$

ce qui est passablement près du résultats obtenu à la page 51.

3.1.2.2 Azote contaminé avec de l'eau

Nous avons, ensuite, poursuivi nos expériences en contaminant de l'azote avec la vapeur d'eau. Les mélanges ont été préparés à l'aide de notre banc d'hygrométrie et les concentrations en vapeur d'eau ont été mesurées avec l'hygromètre Dewmatic. En fait, nous avons commencé d'abord par préparer un mélange dont la concentration en vapeur d'eau était de 200 ppm , mesurée avec une précision de $\pm 2 \text{ ppm}$.

Nous avons rempli l'enceinte contenant la cavité de référence avec de l'azote pur, et l'enceinte contenant la cavité de mesure par le mélange de l'azote et de l'eau jusqu'à la pression atmosphérique. Nous avons effectué la première mesure avec ce mélange de 200 ppm. Ensuite, pour compléter notre série de mesures, nous avons changé la concentration de l'humidité dans l'enceinte contenant la cavité de mesure en ajoutant de l'azote pur. Nous avons attendu quinze minutes pour nous assurer de l'homogénéité du mélange, et nous avons ramené la pression dans l'enceinte de la cavité de mesure à la pression atmosphérique en laissant lentement s'échapper une partie du mélange.

Comme nous l'avons expliqué dans la section précédente, on peut facilement connaître la concentration de contaminant dans le nouveau mélange préparé en mesurant la quantité du gaz pur ajouté. Pour cela, nous avons utilisé deux capteurs de pression Keller branchés avec chacune de nos cavités. Pour établir l'équilibre de pression entre les deux cavités avant chaque mesure, nous nous sommes servi d'un capteur de pression différentiel. Le graphique de la tension de sortie du système différentiel en fonction de la concentration de vapeur d'eau dans l'azote est donné sur la figure 16 ci-dessous.

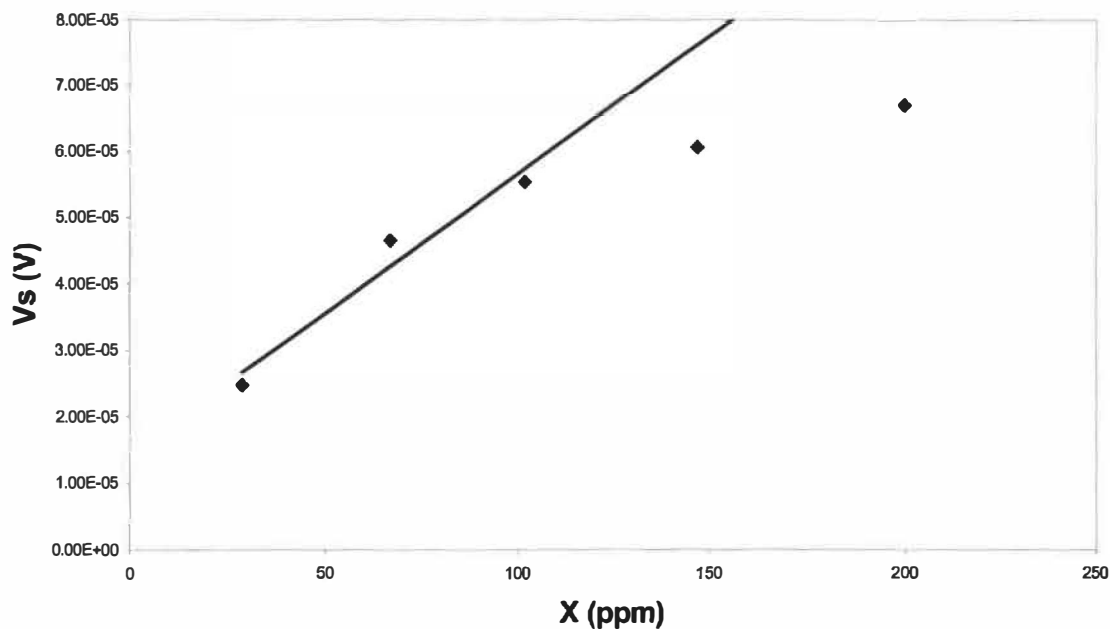


Figure 16 : Graphique de la tension de sortie du système différentiel en fonction de la concentration de vapeur d'eau dans l'azote.

Notons que la sensibilité de la méthode différentielle est définie, par convention, comme étant le rapport entre le bruit du montage et la pente de la partie linéaire de la courbe de la figure 16.

Si nous ajustons les trois premiers points du graphique de la figure 16 à une droite, nous obtenons une pente de $0.4 \mu\text{V/ppm}$. En tenant compte du fait que l'amplitude du bruit à la sortie de l'amplificateur synchrone est de $1 \mu\text{V}$, nous pouvons détecter environ

2.5 ppm de vapeur d'eau dans un mélange d'azote et d'eau maintenu à la pression atmosphérique et à la température de la pièce.

3.1.3 Détection de l'humidité dans le SF₆

Comme dans la section précédente où nous avons détecté la concentrations du contaminant dans l'azote, il a été ensuite question de détecter le taux de vapeur d'eau dans le SF₆. Les mesures furent effectuées à la pression atmosphérique et à une température de 300 K ajustée à l'aide d'un bain à température contrôlée. Les mélanges ont été préparés en utilisant notre banc d'hygrométrie et les concentrations en vapeur d'eau ont été mesurées avec l'hygromètre Dewmatic.

Ainsi, nous avons préparé premièrement un mélange de SF₆ avec de l'eau dont le taux d'humidité est 340 ppm, mesurée avec une précision de ± 2 ppm. Ensuite, pour compléter notre série de mesures, nous avons effectué des expériences sur des mélanges dont les concentrations en vapeur d'eau étaient respectivement de 233, 148, 44 et 20 ppm; ces mélanges étaient obtenus par dilution partielle. Les résultats des mesures de la tension de sortie du système différentiel en fonction du taux de l'humidité dans le SF₆ sont donnés sur la figure 17 ci-dessous.

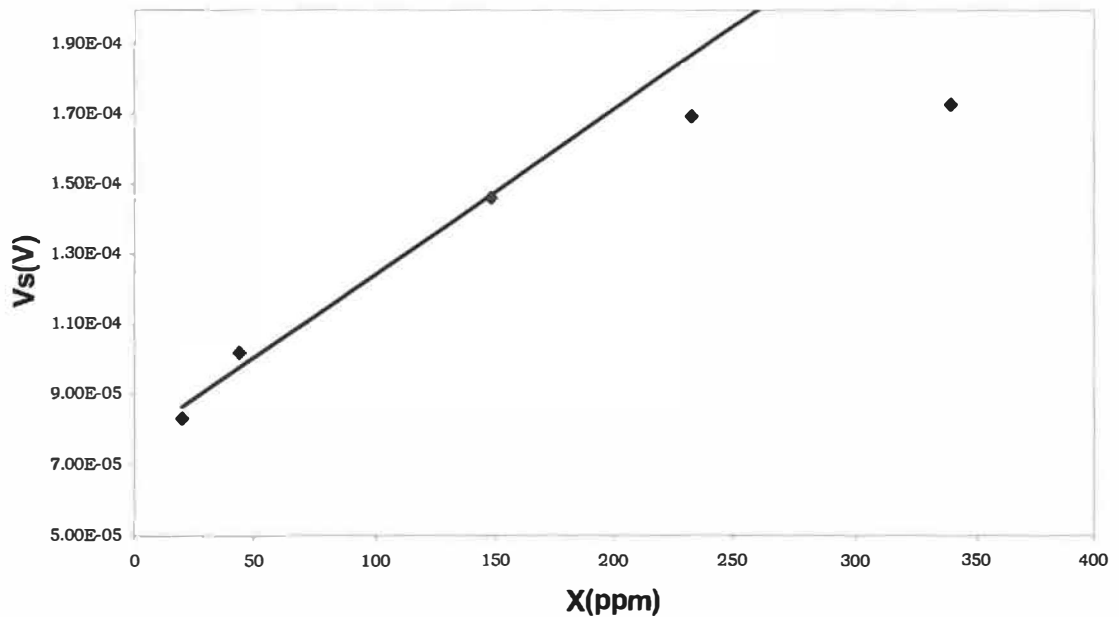


Figure 17 : Graphique du voltage à la sortie du système différentiel micro-onde en fonction de la concentration de la vapeur d'eau dans le SF_6 .

De même que pour l'azote contaminé avec l'eau, la courbe de la figure 17 représentant la tension de sortie du système différentiel en fonction de la concentration de la vapeur d'eau dans le SF_6 s'apparente à une droite dont la pente est de $0.5 \mu V/ppm$ pour les trois premiers points. Le bruit de notre montage provient généralement de l'amplificateur *lock-in* qui, dans notre cas, possède un bruit de $1 \mu V$.

Ainsi, pour trouver la sensibilité de la méthode différentielle à détecter l'humidité dans le SF_6 , il suffit de diviser l'amplitude du bruit par la valeur de la pente que nous venons de calculer. Nous avons ainsi, trouvé que la méthode possède une bonne

sensibilité à pouvoir détecter 2 ppm de vapeur d'eau dans le SF₆ à la pression atmosphérique et à la température ambiante.

3.2 Résultats finaux

Les résultats finaux ont été réalisés avec le nouveau montage de la technique différentielle micro-onde. En effet, dans ce nouveau montage, les mesures ont été prises à l'aide d'une carte digitale qui a remplacée l'amplificateur synchrone (*lock-in*). Cette carte a été incorporée dans un ordinateur portable. Le balayage en fréquence et la prise des données ont été automatisés grâce à un programme développé avec le logiciel Labview® 6.

Comme pour le cas de l'ancien montage du système différentiel, nous avons commencé par vérifier la sensibilité du nouveau montage suite aux changements apportés. Ensuite, nous avons utilisé un mélange gazeux facile à préparer, c'est-à-dire celui de l'azote contaminé avec le SF₆, afin de rétablir de nouveau un protocole de mesure et de vérifier la stabilité du système pendant la prises des mesures. Après avoir bien maîtrisé la procédure de prise des mesures avec le nouveau montage de la technique différentielle, nous étions en mesure de calibrer notre système pour détecter la présence d'eau dans le SF₆.

3.2.1 Vérification de la sensibilité du nouveau montage

Nous avons répété la procédure de la section 3.1.1 en créant un déséquilibre de pression entre la cavité de mesure et celle de référence afin de vérifier la sensibilité du système suite aux modifications. Nous avons réalisé ce test avec l'azote et le SF_6 pour prouver l'invariance de la sensibilité du nouveau montage de la méthode différentielle selon deux gaz différents, en prenant soin de nous assurer que les phases des signaux réfléchis des cavités de mesure et de référence étaient égaux. La figure 18 montre le graphique de la tension de sortie du système différentiel en fonction de la fréquence lorsque nous créons un déséquilibre de pression entre les deux cavités remplies par le SF_6 . Il faut remarquer que, loin de la résonance, ces graphiques montrent des oscillations qui n'étaient pas observées avec le montage précédent. Cela indique sans doute que la carte digitale n'est pas aussi efficace que l'amplificateur *lock-in* pour rejeter le bruit de basses fréquences. Les figures 19 et 20 donnent les graphiques de la variation de la tension de sortie du système différentiel en fonction de la différence de pression en remplissant les enceintes contenant les cavités par l'azote et par le SF_6 respectivement.

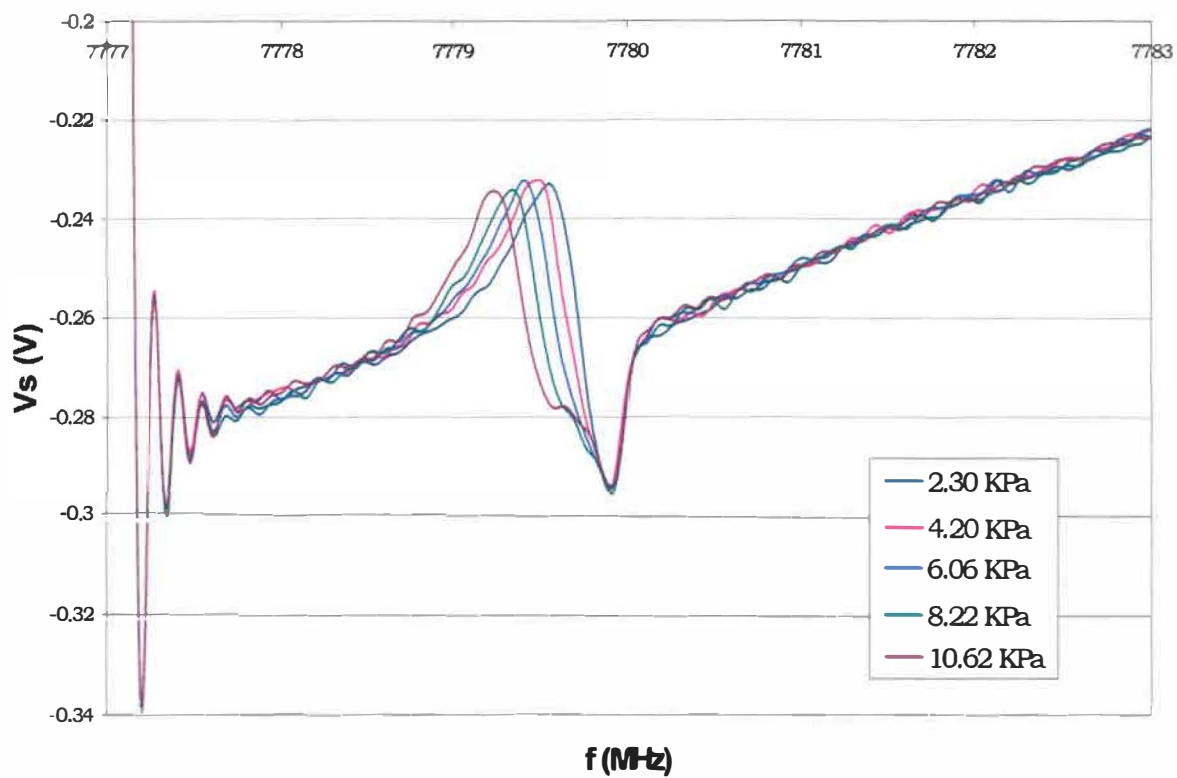


Figure 18 : Graphique des mesures du signal de sortie en fonction de la fréquence dans le cas de déséquilibre de pression entre deux cavités remplies par le SF_6 .

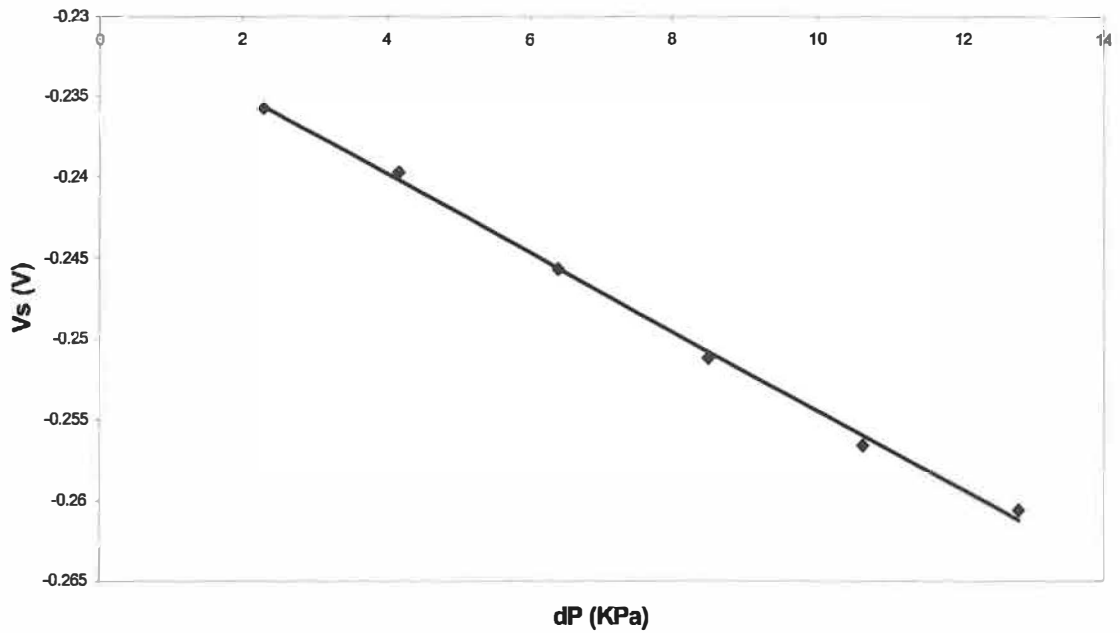


Figure 19 : Déséquilibre de pression entre les deux cavités remplies par l'azote pour le nouveau montage de la technique différentielle.

Comme nous l'avons vu dans la section 3.1.1, une différence de la constante diélectrique $\Delta\epsilon$ entre deux cavités remplies d'azote est équivalente à une différence de pression ΔP (exprimée en MPa) donnée par :

$$\Delta\epsilon = 5.28 \times 10^{-3} \Delta P.$$

Si nous ajustons les données du graphique de la figure 19 à une droite, nous obtenons une pente de :

$$\frac{dV}{dP} = -2.5 \text{ V MPa}^{-1}.$$

Le signe négatif provient de la différence de phase entre les deux signaux sortant des deux cavités résonnantes, d'où la nécessité d'enlever ce signe dans le calcul de la sensibilité. D'autre part, il faut diviser la valeur de la pente par 100 car nous avons amplifié 100 fois le signal de sortie avant de prendre les mesures. On obtient donc une valeur de 0.025 V MPa^{-1} .

Finalement, on trouve que la sensibilité de la méthode différentielle pour détecter des contaminants dans l'azote est de :

$$\frac{dV}{d\varepsilon} = \frac{dV}{dP} \frac{dP}{d\varepsilon} = 4.7 \text{ V}.$$

Nous serons donc 50 fois moins précis avec notre nouveau montage.

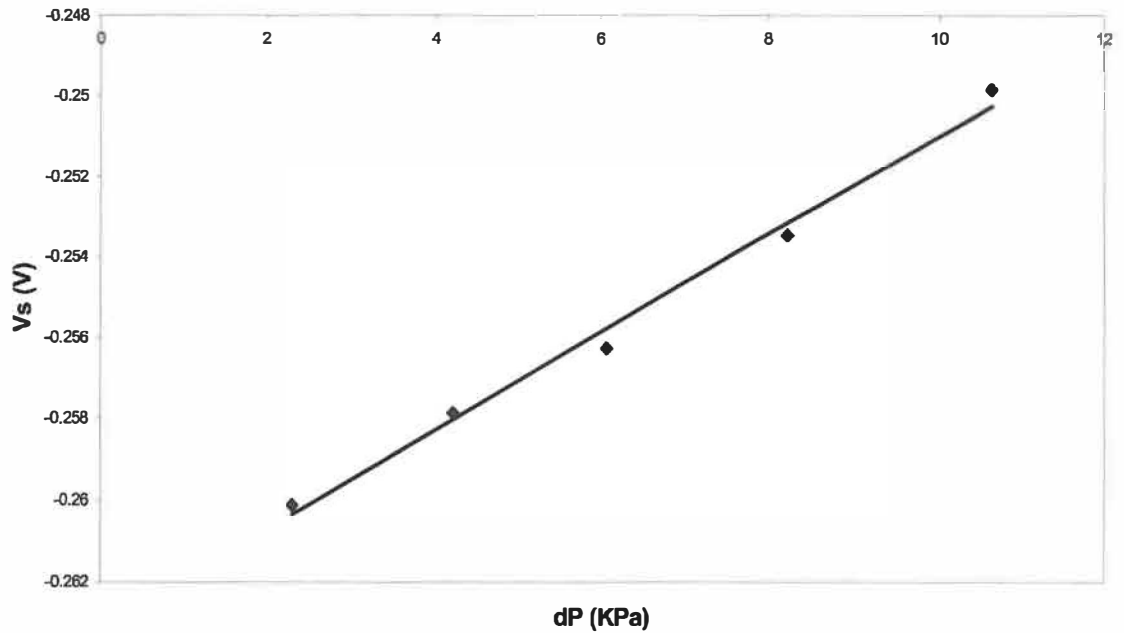


Figure 20 : Déséquilibre de pression entre les deux cavités remplies par le SF₆.

Puisqu'on connaît la valeur du premier coefficient du viriel de la constante diélectrique du SF₆ qui est² $A_\epsilon = 16.534 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$, nous pouvons calculer la différence de la constante diélectrique entre nos deux cavités remplies par le SF₆ en fonction de la différence de pression ΔP (exprimée en MPa), nous trouvons alors :

$$\Delta\epsilon = 1.99 \times 10^{-2} \Delta P.$$

De même, si nous ajustons les données du graphique de la figure 20 à une droite, nous obtenons une pente de :

$$\frac{dV}{dP} = 1.2 \text{ V MPa}^{-1}.$$

Nous allons diviser cette valeur par 100, puisque nous avons amplifié le signal 100 fois avant de prendre les mesures.

Finalement, la valeur de la sensibilité du système différentiel pour détecter la concentration de contaminant dans le SF₆ est de:

$$\frac{dV}{d\varepsilon} = 0.6 \text{ V.}$$

3.2.2 Détection du contaminant dans l'azote

3.2.2.1 Azote contaminé avec du SF₆

Nous avons suivi la même procédure citée dans la section 3.1.2.1 pour préparer des mélanges de l'azote contaminé avec le SF₆. Nous avons ainsi préparé sept mélanges dont les concentrations en SF₆ étaient respectivement de 7500, 4880, 2016, 1258, 805, 520, 214 ppm. Les mesures ont été effectuées à la pression atmosphérique et à une température de 30 °C. La figure 21 montre la variation de la tension de sortie V_s en fonction de la concentration de SF₆ dans l'azote pour le nouveau montage du système différentiel micro-onde.

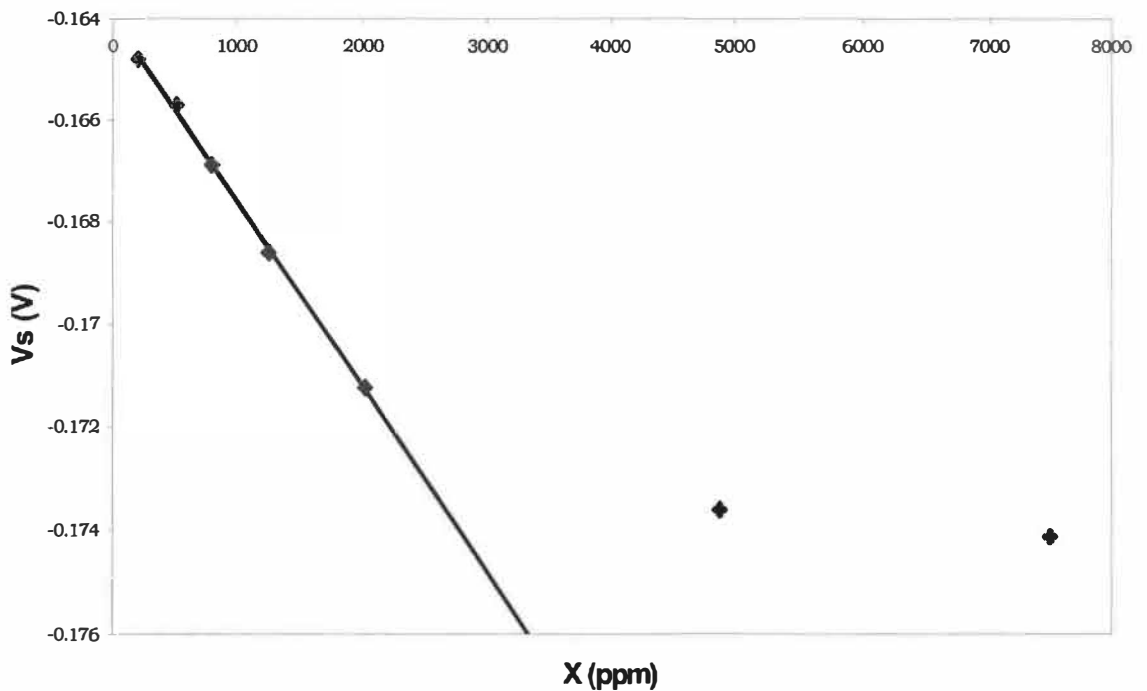


Figure 21 : Graphique de la tension V_s à la sortie du système différentiel en fonction de la concentration de SF_6 dans l'azote.

Rappelons que le seuil de détection est défini, par convention, comme étant la limite de détection qui correspond à la quantité de vapeur d'eau mesurable lorsque le signal de sortie est égal à l'amplitude du bruit du montage.

Ainsi, afin de déterminer la sensibilité du nouveau montage de la méthode différentielle micro-onde, nous avons commencé par calculer la limite de détection de la

carte digitale. La carte que nous avons utilisé est une carte de 16 bits, permettant de prendre des mesures sur un intervalle de ± 5 V. On obtient alors :

$$\text{Limite de la carte} = \frac{10}{2^{16}} \text{ V} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ V}.$$

Ensuite, il fallu calculer la pente de la partie linéaire de la courbe de la figure 21 (nous prenons seulement la partie linéaire de la courbe puisque nous nous intéressons uniquement à détecter des faibles quantités de contaminant dans l'azote). Si nous ajustons les données de la partie linéaire de ce graphique à une droite, nous obtenons une pente de $-3.5 \mu\text{V/ppm}$. Le signe négatif provient de la différence de phase entre les deux signaux sortants des deux cavités, ce signe ne sera pas pris en compte dans le calcul de la sensibilité.

Enfin, la valeur de la sensibilité peut être calculée en divisant la limite de détection de la carte digitale par la valeur de la pente. Nous trouvons alors que notre appareil peut détecter environ 43 ppm de SF_6 dans un mélange d'azote contaminé avec le SF_6 à la pression atmosphérique et à une température de 300 K.

3.2.2.2 Azote contaminé avec de l'eau

De même, nous avons suivi la même procédure décrite dans la section 3.1.2.2 pour préparer des mélanges d'azote contaminé avec de l'eau. Nous avons préparé premièrement, un mélange de 400 ppm à l'aide de notre banc d'hygrométrie. Ensuite,

pour préparer d'autres mélanges, nous avons ajouté du gaz pur dans la cavité de mesure qui contient le mélange humide pour diminuer la concentration du contaminant dans le mélange. Nous avons laissé le gaz s'échapper lentement de la cavité de mesure jusqu'à la pression atmosphérique et nous avons effectué de nouvelles mesures.

Nous avons utilisé l'analyseur de réseau pour choisir la bonne bande de fréquence de balayage. Ainsi, la bande de fréquence utilisée pour l'azote est de 7.784 GHz à 7.788 GHz. La figure 22 donne la variation de la tension de sortie du système différentiel en fonction de la concentration de l'eau dans l'azote.

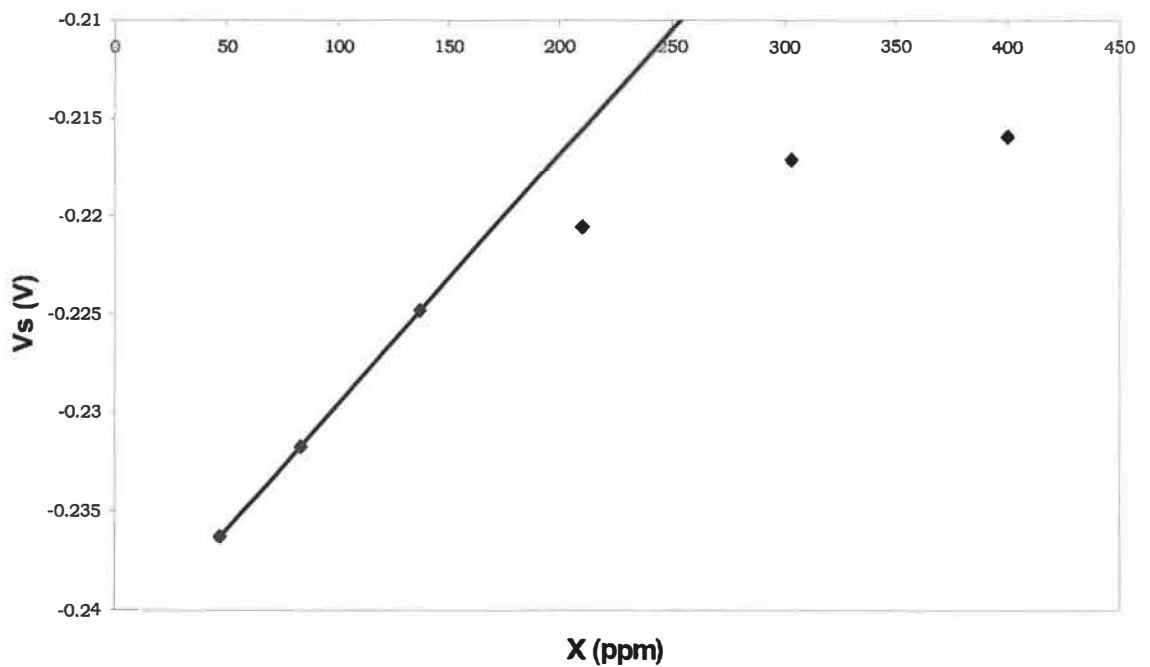


Figure 22 : Graphique de la tension de sortie V_s en fonction de la concentration de l'eau dans l'azote pour le nouveau montage du système différentiel.

D'après l'apparence de la figure 22, nous constatons que notre montage possède une bonne sensibilité. Si on considère uniquement la partie linéaire de la courbe, on obtient la pente suivante :

$$\frac{dV_s}{dx} = 1.3 \times 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{ppm}} .$$

En tenant compte du fait que la limite de détection de la carte digitale est de $1.5 \times 10^{-4} \text{V}$, nous pouvons dire que le nouveau montage de la méthode micro-onde

différentielle peut détecter environ 1.15 ppm d'eau dans l'azote à la pression atmosphérique et à la température ambiante.

3.2.3 Le SF₆ contaminé avec de l'eau

Après avoir prouvé que la méthode différentielle possède une bonne sensibilité pour détecter la vapeur d'eau dans l'azote, il nous fallait alors calibrer le nouveau montage de la technique différentielle micro-onde afin de pouvoir mesurer la concentration de vapeur d'eau dans le SF₆. Ainsi, nous avons utilisé de nouveau l'analyseur de réseau pour choisir la bande de fréquence de balayage pour prendre des mesures avec le SF₆. Pour cela, nous avons choisi cette fois une bande de fréquence allant de 7.777 GHz jusqu'à 7.783 GHz.

Comme il a été le cas pour l'azote contaminé avec l'eau, nous avons utilisé notre banc d'hygrométrie pour préparer un mélange de SF₆ contaminé avec 500 ppm d'eau. Nous avons suivi la même méthode pour préparer d'autres mélanges de SF₆ humide afin de compléter notre série de mesure. Les résultats des mesures du signal de sortie en fonction de la fréquence pour les différents mélanges de SF₆ et de l'eau sont donnés sur la figure 23 ci-dessous. La figure 24 montre la variation de la tension de sortie du système différentiel en fonction de la concentration de l'eau dans le SF₆.

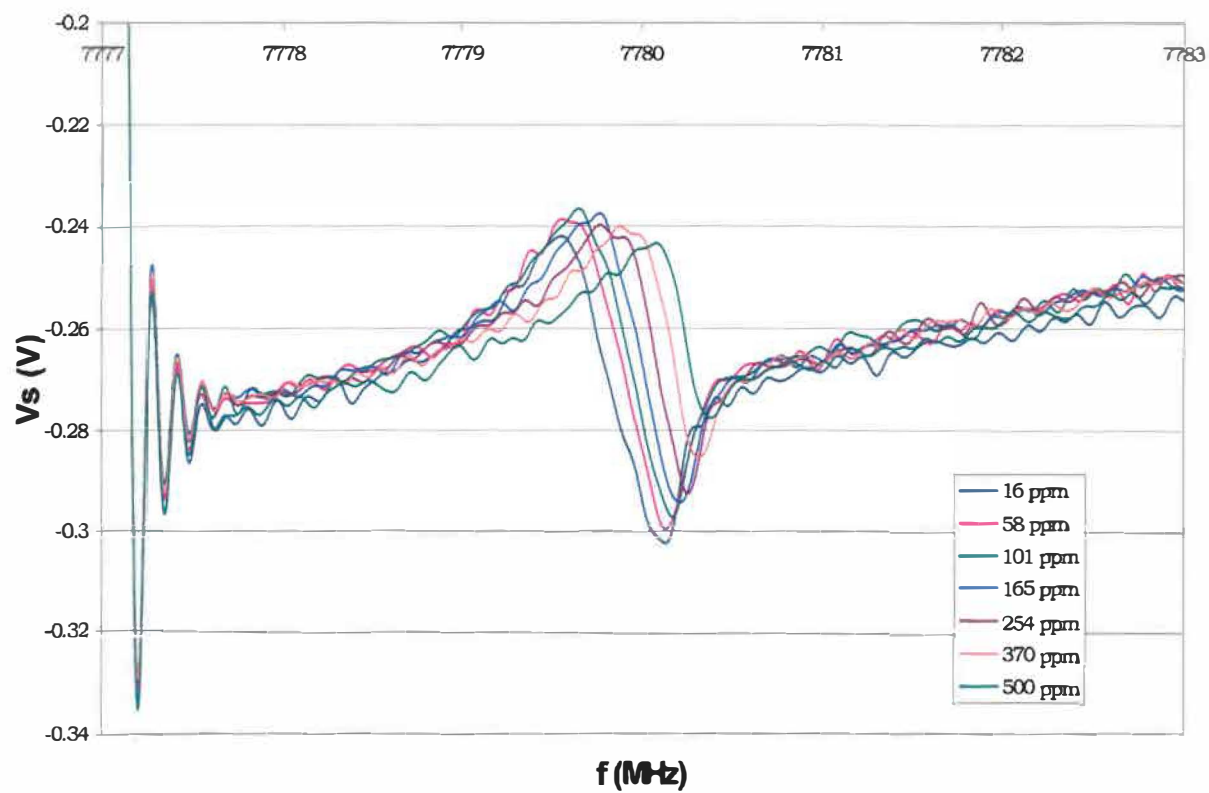


Figure 23 : Graphique du signal de sortie en fonction de la fréquence pour les différents mélanges de SF_6 contaminé avec l'eau.

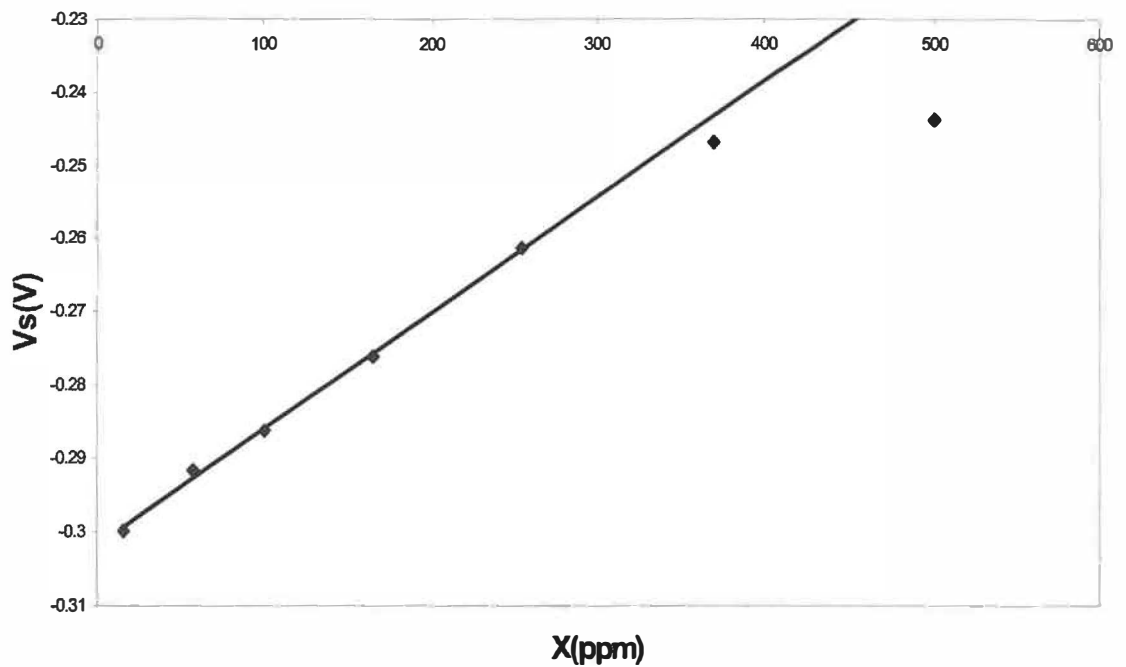


Figure 24 : Graphique de la tension V_s à la sortie du système différentiel en fonction de la concentration de l'eau dans le SF_6 .

Il est facile de remarquer que notre système a une bonne sensibilité pour la détection de l'eau dans le SF_6 . On peut d'ailleurs se reporter à la figure 24 qui donne le signal de sortie du système différentiel en fonction de la concentration d'eau dans le SF_6 à la fréquence de résonance de la cavité de référence.

Si nous ajustons les données de la partie linéaire de la figure 24 à une droite, nous obtenons ainsi une pente de 1.5×10^{-4} V/ppm. Étant donné que la limite de détection de la carte digitale est de 1.5×10^{-4} V, alors la sensibilité du nouveau montage de la

technique différentielle à détecter l'humidité dans le SF_6 est de 1 ppm à la pression atmosphérique et à la température ambiante.

3.3 Comparaison des résultats obtenus par les deux montages

Si nous faisons une simple comparaison entre les courbes de la figure 14 et celles de la figure 23 qui représentent respectivement la tension de sortie du système différentiel en fonction de la fréquence pour le premier et le nouveau montage de la technique micro-onde, nous constatons que les courbes données par la figure 14 sont nettement meilleures par rapport à celles données par la figure 23. Cette différence d'apparence entre les deux graphiques est tout à fait normale puisque l'amplificateur synchrone est très sophistiqué par rapport à notre carte digitale et il peut mesurer des signaux de petites intensités sans être influencé par le bruit.

Cependant, si nous comparons les sensibilités à détecter du contaminant dans les gaz pour les deux montages de la méthode micro-onde, nous ne trouvons pas une grande différence entre les deux montages. Par exemple, si nous nous intéressons particulièrement aux résultats de détection de l'humidité dans le SF_6 donnés dans les sections 3.1.3 et 3.2.3 de ce chapitre, nous trouvons une sensibilité de 2 ppm pour le premier montage alors que le nouveau montage possède une sensibilité plus petite de pouvoir détecter 1 ppm de vapeur d'eau dans le SF_6 à la pression atmosphérique et à la température ambiante

D'après ces comparaisons, nous pouvons dire donc, malgré que notre carte digitale ne soit pas aussi sophistiquée comme l'amplificateur *lock-in*, le nouveau montage de la technique différentielle micro-onde à cavités résonantes possède lui-même une bonne sensibilité pour détecter la concentration du contaminant dans les gaz par rapport à l'ancien montage. Ainsi, nous allons atteindre notre objectif principal à savoir celui de pouvoir minimiser le volume et le coût des composantes de notre prototype. De plus nous avons réussi à faciliter la procédure de prise de mesure et à augmenter la sensibilité du système différentiel.

Conclusion

Dans le cadre de ce projet, nous avons développé un prototype pour mesurer des traces d'eau dans le SF₆ par une méthode différentielle micro-onde. Nous avons montré que notre appareil possède une bonne sensibilité pour mesurer la teneur en vapeur d'eau dans les gaz à la température ambiante et à la pression atmosphérique. Par la suite, nous avons amélioré la performance de la technique en apportant des changements sur le premier montage du système différentiel. En effet, nous avons réussi à minimiser le volume de l'appareil et de faciliter la procédure de prise des mesures.

Pour pouvoir comparer les sensibilités du système différentiel avant et après les modifications, nous avons effectué des séries de mesures avec les deux montages de la méthode différentielle micro-onde. Les résultats trouvés montrent une différence entre le seuil de détection du premier montage avec celui du montage final, et cela prouve ainsi une amélioration du montage de la méthode différentielle. En fait, le seuil de détection de la vapeur d'eau dans le SF₆ pour le premier montage du système différentiel était de 2 ppm à la pression atmosphérique et à la température ambiante, tandis que celui du nouveau montage est désormais de 1 ppm. Cette sensibilité respecte bien le seuil de tolérance de la quantité d'humidité admise dans les appareils électriques, notamment, les transformateurs de courant et les appareils de commutation.

Nous pouvons augmenter la performance du système différentiel micro-onde en apportant d'autres transformations sur notre montage. En utilisant, par exemple, des enceintes et des cavités qui sont plus petites par rapport à celles utilisées dans notre montage et ceci afin de miniaturiser encore le volume de l'appareil. De même, il est possible aussi de remplacer les valves simples du circuit par d'autres qui sont automatiques. L'utilisation de ces valves automatisées vont faciliter la procédure à prendre des mesures et pourront augmenter la précision du système différentiel.

Bien que la technique micro-onde différentielle puisse être utilisée principalement comme un détecteur du taux de l'humidité dans le SF_6 pour les équipements électriques, elle permet aussi la mesure des contaminants dont la présence est considérée néfaste dans certains procédés industriels. Par exemple, nous pouvons utiliser cette technique pour détecter l'humidité dans le méthane et prévenir la formation d'hydrates dans les pipelines de gaz naturel. De plus, cette technique peut être aussi efficace pour la mesure de la teneur de l'hydrogène en monoxyde de carbone qui est nuisible pour la performance des catalyseurs inclus dans les piles à combustible.

Bibliographie

- 1 Nitta T., Shibuya Y., Arahata Y., Takahashi H. et Kuwahara H., "Factors controlling surface flashover in SF₆ gas insulated systems", IEEE Trans., vol. PAS-97, p. 959 (1978).
- 2 Dodds J. J., "Moisture content in SF₆ equipment", Circuit Breakers, 52AIC85 (1985).
- 3 Carr-Brion K., *Moisture Sensors in Process Control*, Elsevier, New York, USA (1986).
- 4 Traversa, J. Intelligent Material Systems and Structures, 6, 860 (1995).
- 5 Keyvani, J. Maclay, S. Lee, J. Setter et Z. Cao, "A planar integrated chlorinated hydrocarbon gas sensor on a silicon substrate", Sensors and Actuators B, 5, 199 (1991).
- 6 R. M. Geatches, A. V. Chadwick et J.D. Wright, "Single-crystal metal oxide gas sensors", Sensors and Actuators B, 4, 467 (1991).
- 7 R. C. Erson, R. S. Muller et C. W. Tobias, "Investigations of porous silicon for vapor sensing ", Sensors and Actuators A, 23, 835 (1990).
- 8 C. Hamann, G. Kampfrath et M. Mueller, "Gas and humidity sensors based on organic active thin films", Sensors and Actuators B, 1, 142 (1990).
- 9 Z. Cao et J. R. Setter, "A selective solid-state gas sensor for halogenated hydrocarbons ", Sensors and Actuators B, 5, 109 (1991).

- 10 M. S. Nieuwenhuizen et A. J. Nederlof, "A SAW gas sensor for carbon dioxide and water. Preliminary experiments", *Sensors and Actuators B*, 2, 97 (1990).
- 11 J. L. Briesacher, M. Nakamura et T. Ohmi, *J. Electrochem. Soc.*, 138, 3717 (1991).
- 12 R. S. Inman et J. J. F. McAndrew, "Application of tunable diode laser absorption spectroscopy to trace moisture measurements in gases", *Analytical Chem. Columbus*, 66, 2471 (1994).
- 13 A. N. Leontakianakos, "Determination of water vapor by microwave spectroscopy with application to quality control of natural gas", *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurements*, 41, 370 (1992).
- 14 M. P. Arroyo, S. Langlois et R. K. Hanson, "Diode-laser absorption technique for simultaneous measurements of multiple gas dynamic parameters in high-speed flows containing water vapor ", *Applied Optics*, 33, 3296 (1994).
- 15 A. I. Nadezhdinskii, E. V. Stepanov, A. I. Kuznetsov, G. C. Devyatykh, G. A. Maksimov, V. A. Khorshev et S. M. Shapin, *SPIE Laser Diode Technology and Applications III*, 1418, 487 (1991).
- 16 P. Werle, *Spectrochimica Acta Part A*, 52, 805 (1996).
- 17 E. Grosjean et D. Grosjean, *Int. J. Anal. Chem.*, 62, 311 (1996).
- 18 T. Chen, "Wavelength-modulated optical gas sensors", *Sensors and Actuators B*, 13, 284 (1993).
- 19 A. C. Wilson, T. H. Barnes, P. J. Seakins, T. G. Rolfe et E. Ingham, *Int. J. Thermophys.*, 13, 685 (1992).
- 20 A. E. Green et W. Kohsiek, *Boundary Layer Meteorology*, 74, 353 (1995).

- 21 Rouleau J. F., Goyette J., Bose T. K. et Fréchette M. F., "Investigation of a microwave differential cavity resonator device for the measurement of humidity in gases", *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 70, no. 9, p. 3590 (1999).
- 22 Rouleau J. F., Goyette J., Bose T. K. et Fréchette M. F., "Performance of a microwave sensor for the precise measurement of water vapor in gases", *IEEE Trans. on Dielectrics and Electr. Insul.*, vol. 7, no. 6, p. 825 (2000).
- 23 Chipman R. A., *Schaum's outline of Theory and Problems of Transmission Lines*, McGraw-Hill, New York, USA (1968).
- 24 Karmel P. R., Colef G. D. et Camisa R. L., *Introduction to Electromagnetic and Microwave Engineering*, Wiley, New York, USA (1998).
- 25 Rizzi P. A., *Microwave Engineering*, Prentice Hall, New Jersey, USA (1988).
- 26 Pozar D. M., *Microwave Engineering*, 2nd ed. Wiley, New York, USA (1998).
- 27 Rouleau J. F., Goyette J., Bose T. K. et Fréchette M. F., "Optimization study of a microwave differential technique for humidity measurement in gases", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 50, no. 3 (2001).
- 28 Hill N. E., Vaughan W. E., Price A. H. et Davies M., *Dielectric Properties and Molecular Behavior*, Van Nostrand, London, UK (1969).
- 29 Böttcher C. J. F., *Theory of electric polarization*, vol. 1, Elsevier, Amsterdam, Netherlands (1973).
- 30 Sutter H., *Dielectric and related molecular processes*, vol. 1, The Chem. Soc., London, UK (1972).

- 31 Achtermann H. J., Bose T. K., Rögner H. et St-Arnaud J.-M., "Precise determination of the compressibility factor of methane, and their mixtures from refractive index measurements", *Int. J. Thermophys.*, vol. 7, no. 3, p. 709 (1986).
- 32 Mason E. A., Spurling T. H, *The virial equation of state*, The International Encyclopedia of Physical Chemistry and Chemical Physics, Topic 10, Vol. 2, Ed. J. S. Rowlinson, Pergamon Press, London (1969).
- 33 Obriot J., Ge J., Bose T. K. et St-Arnaud J.-M., "Determination of the density from simultaneous measurements of the refractive index and the dielectric constant of gaseous CH₄, SF₆ and CO₂", *Fluid Phase Equilibria*, vol. 86, p. 315 (1993).
- 34 Hosticka C. et Bose T. K., "Dielectric and pressure virial coefficients of imperfect gases : Hexadecapolar system", *J. Chem. Phys.*, vol. 60, no. 4, p. 1318 (1974).
- 35 Buckingham A. D., Pople J. A., *Trans Faraday Soc.*, 51, 1029 (1955).
- 36 Gray C. G. et Gubbins K. E., *Theory of Molecular Fluids*, vol. 1, Clarendon Press, Oxford, UK (1984).
- 37 <http://www.ni.com/>.
- 38 St-Arnaud J.-M., Bose T.K., Okambawa R. et Ingrain D., "Application of the dielectric constant measurements to study the influence of the small quantities of water vapor on the compressibility factor of methane", *Int. J. Thermophys.*, vol. 13, no. 4, p. 685 (1992).
- 39 Moschytz G. S. and Horn P., *Active Filter Design Handbook*, John Wiley& Sons Ltd (1981).
- 40 <http://www.etc.tuiasi.ro/cin/Downloads/Filters/Filters.htm>.

41 <http://www.cougarcorp.com/>.

42 Huot J. et Bose T. K., "Determination of the quadrupole of nitrogen from the dielectric second virial coefficient", J. Chem. Phys., vol. 94, no. 5, p. 3849 (1991).

Annexe :

Approche théorique

Nous proposons dans cette partie une autre façon de mesurer la variation de la fréquence de résonance Δf_r , c'est-à-dire la mesure de la variation de la permittivité $\Delta \varepsilon$. Comme nous l'avons montré dans le premier chapitre, notamment à l'équation (1.36), la détermination de la valeur $\Delta \varepsilon$ nous conduit facilement à trouver la concentration du contaminant x dans les gaz.

Cependant, durant nos expériences, nous constatons que les courbes présentant le signal de sortie du système différentiel en fonction de la concentration du contaminant ne passent pas par zéro. Ainsi, nos résultats ne nous permettent pas de mesurer la valeur de $\Delta \varepsilon$ directement. Cette nouvelle approche est privilégiée car on espère ainsi être capable de mesurer $\Delta \varepsilon$ qui permettra de calculer le taux de l'humidité x sans avoir à faire de calibration préalable. Nous estimons que cette méthode est la façon préférable pour améliorer la qualité des résultats obtenus.

Supposons que la cavité de mesure est reliée à la porte B et que la cavité de référence est reliée à la porte C. Faisons une première mesure en remplissant les deux cavités avec le gaz pur dans les mêmes conditions de pression et de température. Les résultats donnent V_{s0} . Si les cavités étaient identiques nous aurions $V_{s0} = 0$, mais, en pratique,

cette condition est impossible à réaliser. Ainsi, les deux cavités ne sont pas parfaitement identiques, nous aurons alors en général :

$$V_{out0} = \frac{V_f}{8} (|\Gamma_{B0}| \cos(\phi_2 - \phi_{B0}) - |\Gamma_{C0}| \cos(\phi_2 - \phi_{C0})) \neq 0.$$

Faisons une deuxième mesure où nous mettons le gaz contaminé à l'intérieur de l'enceinte contenant la cavité de mesure, le résultat de cette mesure est :

$$V_{out1} = \frac{V_f}{8} (|\Gamma_{B1}| \cos(\phi_2 - \phi_{B1}) - |\Gamma_{C1}| \cos(\phi_2 - \phi_{C1})).$$

Puisque $|\Gamma_{B0}| = |\Gamma_{B1}|$ et $\phi_{B0} = \phi_{B1}$, la différence entre les deux signaux sera donc :

$$\Delta V_{out} = V_{out1} - V_{out0} = \frac{V_f}{8} (|\Gamma_{C0}| \cos(\phi_2 - \phi_{C0}) - |\Gamma_{C1}| \cos(\phi_2 - \phi_{C1})).$$

En posant $|\Gamma_{C1}| = |\Gamma_{C0}| + \Delta\Gamma$ et $\phi_{C1} = \phi_{C0} + \Delta\phi$, nous trouvons :

$$\Delta V_{out} = -\frac{V_f}{8} (\Delta\Gamma \cos(\phi_2 - \phi_{C0}) + \Delta\phi |\Gamma_{C0}| \sin(\phi_2 - \phi_{C1})).$$

Le coefficient de réflexion peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \Gamma_C &= \frac{Z_{inC} - Z_0}{Z_{inC} + Z_0} = \frac{R_{inC} + jX_{inC} - Z_0}{R_{inC} + jX_{inC} + Z_0}, \\ &= \frac{R_{inC}^2 + X_{inC}^2 - Z_0^2 + 2jX_{inC}Z_0}{(R_{inC} + Z_0)^2 + X_{inC}^2}. \end{aligned}$$

Cela signifie que nous avons :

$$|\Gamma_C| = \sqrt{\frac{(R_{inC} - Z_0)^2 + X_{inC}^2}{(R_{inC} + Z_0)^2 + X_{inC}^2}}.$$

Faisons la variation au premier ordre de Z_{inC} , nous obtenons :

$$\begin{aligned}\Delta|\Gamma| &= \frac{\partial|\Gamma_c|}{\partial R_{inC}} \Delta R_{inC} + \frac{\partial|\Gamma_c|}{\partial X_{inC}} \Delta X_{inC} \\ &= -\frac{2Z_0(-R_{inC}^2 + Z_0^2 + X_{inC}^2)}{((R_{inC} + Z_0)^2 + X_{inC}^2)^2} \frac{\Delta R_{inC}}{|\Gamma_c|} + \frac{4Z_0 R_{inC} X_{inC}}{((R_{inC} + Z_0)^2 + X_{inC}^2)^2} \frac{\Delta X_{inC}}{|\Gamma_c|}\end{aligned}$$

L'argument du coefficient de réflexion est donné par:

$$\phi_c = \arctan\left(\frac{2X_{inC}Z_0}{R_{inC}^2 + X_{inC}^2 - Z_0^2}\right)$$

et

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \frac{\partial\phi_c}{\partial R_{inC}} \Delta R_{inC} + \frac{\partial\phi_c}{\partial X_{inC}} \Delta X_{inC} \\ &= -\frac{4Z_0 R_{inC} X_{inC}}{(R_{inC}^2 + X_{inC}^2 + Z_0^2)^2 - 4R_{inC}^2 Z_0^2} \Delta R_{inC} + -\frac{2Z_0(-R_{inC}^2 + X_{inC}^2 + Z_0^2)}{(R_{inC}^2 + X_{inC}^2 + Z_0^2)^2 - 4R_{inC}^2 Z_0^2} \Delta X_{inC}\end{aligned}$$

Si nous posons que $\beta = 2\pi fl / c$, l'impédance d'entrée de la ligne de transmission peut s'écrire à partir de la relation (1.8) sous la forme :

$$\begin{aligned}Z_{inC} &= R_{inC} + jX_{inC} = Z_0 \left(\frac{R_{end} + j(X_{end} + Z_0 \tan \beta)}{Z_0 - X_{end} \tan \beta + jR_{end} \tan \beta} \right) \\ &= Z_0 \left(\frac{R_{end} Z_0 (1 + \tan^2 \beta)}{(Z_0 - X_{end} \tan \beta)^2 + R_{end}^2 \tan^2 \beta} + j \frac{X_{end} Z_0 (1 - \tan^2 \beta) + (Z_0^2 - X_{end}^2 - R_{end}^2) \tan \beta}{(Z_0 - X_{end} \tan \beta)^2 + R_{end}^2 \tan^2 \beta} \right)\end{aligned}$$

De même si nous faisons la variation au premier ordre de Z_L , nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\Delta R_{inC} &= \frac{\partial R_{inC}}{\partial R_{end}} \Delta R_{end} + \frac{\partial R_{inC}}{\partial X_{end}} \Delta X_{end} \\
&= \frac{Z_0^2 (1 + \tan^2 \beta) ((Z_0 - X_{end} \tan \beta)^2 - R_{end}^2 \tan^2 \beta)}{((Z_0 - X_{end} \tan \beta)^2 + R_{end}^2 \tan^2 \beta)^2} \Delta R_{end} + \\
&\quad \frac{2 R_{end} Z_0^2 (1 + \tan^2 \beta) \tan \beta (Z_0 - X_{end} \tan \beta)}{((Z_0 - X_{end} \tan \beta)^2 + R_{end}^2 \tan^2 \beta)^2} \Delta X_{end}
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\Delta X_{inC} &= \frac{\partial X_{inC}}{\partial R_{end}} \Delta R_{end} + \frac{\partial X_{inC}}{\partial X_{end}} \Delta X_{end} \\
&= - \frac{2 R_{end} Z_0^2 \tan \beta (1 + \tan^2 \beta) (Z_0 - X_{end} \tan \beta)}{((Z_0 - X_{end} \tan \beta)^2 + R_{end}^2 \tan^2 \beta)^2} \Delta R_{end} + \\
&\quad \frac{Z_0^2 (1 + \tan^2 \beta) ((Z_0 - X_{end} \tan \beta)^2 - R_{end}^2 \tan^2 \beta)}{((Z_0 - X_{end} \tan \beta)^2 + R_{end}^2 \tan^2 \beta)^2} \Delta X_{end}
\end{aligned}$$

L'impédance à l'extrémité de la ligne de transmission sera :

$$Z_{end} = R_{end} + jX_{end} = R_c + j(X_c + \omega L_a).$$

La variation au premier ordre de Z_c , donne :

$$\Delta R_{end} = \Delta R_c$$

et

$$\Delta X_{end} = \Delta X_c$$

L'impédance d'une cavité près de la fréquence de résonance est donnée par :

$$Z_c = R_c + jX_c = \frac{R_0}{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right)^2} + j \frac{R_0 Q \left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right)}{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right)^2}.$$

Si nous faisons la variation au premier ordre de R_c par rapport à la fréquence de résonance f_r , on trouve :

$$\Delta R_c = \frac{\partial R_c}{\partial f_r} \Delta f_r = \frac{\frac{2Q^2 R_0}{f_r} \left(\frac{f^2}{f_r^2} - \frac{f_r^2}{f^2} \right)}{\left(1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right)^2 \right)^2} \Delta f_r.$$

De même, la variation au premier ordre de X_c par rapport à f_r , donne :

$$\Delta X_c = \frac{\partial X_c}{\partial f_r} \Delta f_r = \frac{\frac{QR_0}{f_r} \left(\frac{f}{f_r} + \frac{f_r}{f} \right) \left(-1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right)^2 \right)}{\left(1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_r} - \frac{f_r}{f} \right)^2 \right)^2} \Delta f_r.$$

Finalement si $\Delta \epsilon$ est la variation de la permittivité diélectrique du gaz, nous aurons:

$$\Delta f_r = -\frac{f_r}{2} \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \approx -\frac{f_r}{2} \Delta \epsilon.$$