UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

MODÉLISATION DES MÉCANISMES DE FIXATION DES PRIX POUR L'ÉNERGIE TRANSACTIONNELLE EN TENANT COMPTE DES CONTRAINTES DU RÉSEAU DE DISTRIBUTION

THÈSE PRÉSENTÉE

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DU DOCTORAT EN GÉNIE ÉLECTRIQUE

PAR

DANIEL GALEANO-SUÁREZ

JUILLET 2026

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire, de cette thèse ou de cet essai a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire, de sa thèse ou de son essai.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire, cette thèse ou cet essai. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire, de cette thèse et de son essai requiert son autorisation.

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

DOCTORAT EN GÉNIE ÉLECTRIQUE

Direction de recherche :

Prof. Kodjo Agbossou	Directeur de recherche
Prof. Juan Oviedo	Codirecteur de recherche

Jury d'évaluation

Kodjo Agbossou	Directeur de recherche
Juan Oviedo	Codirecteur de recherche
Sousso Kelouwani	Président du jury
Michel Lemaire	Membre interne
Javier Solano	Évaluateur externe

Résumé

La transition énergétique en cours promeut la modernisation des systèmes électriques pour les rendre plus soutenables, équitables et sécuritaires. Cette évolution transforme les réseaux électriques en structures complexes intégrant diverses ressources, telles que des générateurs distribués exploitant des énergies renouvelables, des véhicules électriques, des systèmes de stockage décentralisés et de nouvelles charges intelligentes. Il est donc indispensable de mettre en place de nouveaux mécanismes de gestion pour optimiser l'exploitation du réseau. Dans ce contexte, l'énergie transactionnelle se présente comme un outil de gestion permettant d'établir des contrats entre les parties prenantes. Ce paradigme implique une gestion décentralisée où chaque participant maximise ses intérêts tout en maintenant l'équilibre dynamique du réseau. L'énergie transactionnelle améliore également l'efficacité économique, l'équité et la fiabilité du réseau en utilisant les valorisations des utilisateurs comme paramètre opérationnel. Cependant, le succès de ce paradigme dépend directement des mécanismes de fixation des prix utilisés par l'opérateur du système de distribution pour négocier les contrats avec les utilisateurs. À cet égard, ce projet vise à les modéliser pour les systèmes d'énergie transactionnelle en tenant compte des contraintes du système de distribution. Le projet se concentrera sur deux approches de fixation des prix : le mécanisme de partage de coûts et le mécanisme de prix marginal localisé au niveau de la distribution. En premier lieu, cette recherche proposera un cadre méthodologique pour comparer les deux mécanismes dans les mêmes conditions afin d'en évaluer les effets sur l'équité, l'efficacité économique et la qualité du service du réseau. Ensuite, le mécanisme de partage de coûts sera modifié pour inclure les contraintes du système de distribution et améliorer sa fiabilité. Finalement, cette thèse cherchera à régulariser le problème des flux optimaux de puissance afin d'intégrer l'équité dans les prix.

Abstract

The ongoing energy transition promotes the modernization of electrical systems to make them more sustainable, equitable, and secure. This evolution is transforming power grids into complex structures integrating various resources, such as distributed generators using renewable energy sources, electric vehicles, decentralized storage systems, and new smart loads. Therefore, it is essential to implement new management mechanisms to optimize grid operation and fully leverage all these resources. In this context, transactive energy emerges as a tool to manage the grid through contracts between all stakeholders. This paradigm involves decentralized management where each participant is responsible for maximizing its interests while maintaining the dynamic balance of the grid. Transactive energy also improves the economic efficiency, fairness, and reliability of the grid by adopting users' valuations as an operational parameter. However, the success of this new paradigm depends directly on the pricing mechanisms used by the distribution system operator in the negotiation process with the customers. In this regard, this project aims to model pricing mechanisms for transactive energy systems considering the constraints of the distribution system. The project focuses on two specific pricing mechanisms: the cost-sharing mechanism and the locational marginal pricing mechanism for distribution grids. Firstly, this research will propose a methodological framework to compare the two pricing mechanisms under similar conditions. This will allow us to draw significant conclusions on the impact of each mechanism on the economic efficiency, fairness, and reliability of the grid. Then, the cost-sharing mechanism will be modified to include the physical constraints of the distribution system and improve its reliability. Subsequently, this thesis will seek to regularize the optimal power flow problem to integrate fairness into the locational marginal prices.

Table des matières

Résumé iii

Table des matières v

Liste des tableaux viii

Liste des figures ix

Liste des symboles x

Chapitre 1 - Introduction 1

1.1 Contexte général de la recherche 1

1.2 Motivation 5

1.3 Problématique 7

1.4 Objectifs et contributions 9

1.5 Hypothèses simplificatrices 10

1.6 Méthodologie 12

1.7 Infrastructure de recherche 14

1.8 Structure de la thèse 16

Chapitre 2 - État de l'art 18

2.1 Mécanismes de fixation des prix 18

2.2 Quantification de l'impact des mécanismes de fixation des prix dans l'ET . 21

2.2.1 L'équité 21

2.2.2 L'efficacité économique 23

2.2.3 La qualité de la tension 24

2.2.4 Comparaison des mécanismes de fixation des prix 25
2.3 Mécanisme de partage de coûts 27
2.4 Mécanisme de prix marginal localisé au niveau de la distribution 29
2.5 Réseau de distribution 32

Chapitre 3 - Présentation des résultats par articles 34
3.1 Cadre de simulations pour comparer les mécanismes de fixation des prix .. 36
3.1.1 Contexte 36
3.1.2 Méthodologie 37
3.1.3 Résultats 39
3.2 Inclusion des contraintes dans le mécanisme de partage de coûts 51
3.2.1 Contexte 51
3.2.2 Méthodologie 52
3.2.3 Résultats 54
3.3 Inclusion de l'équité dans le mécanisme de prix marginal localisé au niveau de la distribution 69
3.3.1 Contexte 69
3.3.2 Méthodologie 70
3.3.3 Résultats 72

Chapitre 4 - Discussions et opportunités futures 90
4.1 Comparaison des mécanismes de prix dans les marchés transactionnels 90
4.2 Intégration des contraintes réseau dans le mécanisme de PC 91
4.3 Intégration de l'équité dans le mécanisme de PMLD 93

Chapitre 5 - Conclusions et recommandations 95
5.1 Recommandations 97

Annexe A - Modèles de charges et données de simulation 108

Liste des tableaux

Tableau 2-1 Revue de la littérature sur les mécanismes PC et le PMLD 26

Tableau 2-2 Revue de la littérature sur le mécanisme de PC. 29

Tableau 2-3 Revue de la littérature sur le mécanisme de PMLD 31

Liste des figures

Figure 1.1 Structure énergétique actuelle et trajectoire de décarbonation au Québec [5]. 2

Figure 1.2 Sources de flexibilité [13]. 3

Figure 1.3 Méthodologie de recherche adoptée. 13

Figure 2.1 Interactions entre les participants du marché transactionnel. 18

Figure 2.2 Différents mécanismes de fixation des prix. 19

Figure 2.3 Bien-être social. 24

Figure 2.4 Réseau de distribution IEEE à 33-bus. 33

Figure 3.1 Structure conceptuelle de la thèse et articulation des articles. 34

Liste des symboles

— GES : Gaz à effet de serre.

— ONU : Organisation des Nations Unies.

— RED : Ressources énergétiques distribuées.

— ET : Énergie transactionnelle.

— GRD: Gestionnaire de réseau de distribution.

— PC: Partage de coûts.

— PMLD: Prix marginal localisé au niveau de la distribution.

— PU: Prix uniforme.

— ToU: Time of use.

— CPP: Critical peak pricing.

— RTP: Real time pricing.

— P2P: Peer to peer.

— FPO: Flux de puissance optimal.

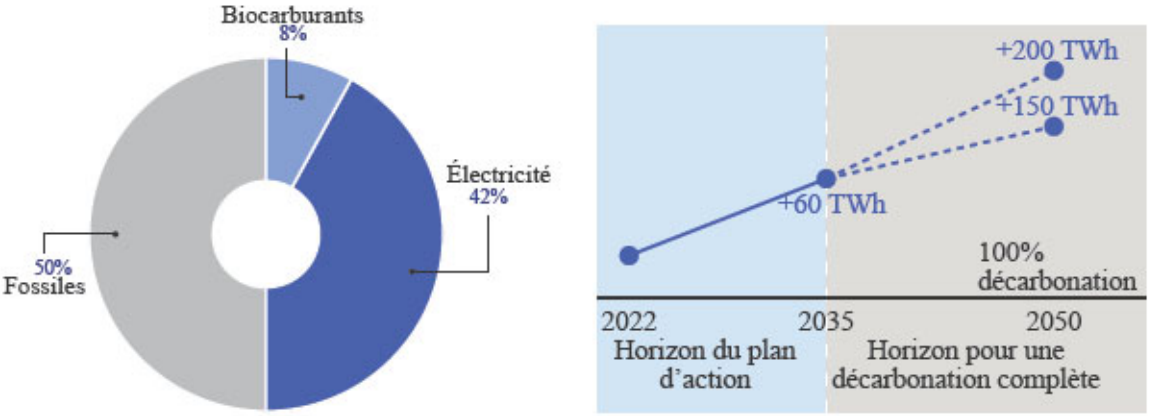
Chapitre 1 - Introduction

1.1 Contexte général de la recherche

L'humanité est aujourd'hui confrontée à des enjeux environnementaux majeurs qui suscitent une attention croissante. L'un des problèmes fondamentaux est la forte production de gaz à effet de serre (GES) liée aux activités humaines, ce qui constitue l'une des principales causes du réchauffement climatique [1]. C'est pourquoi les gouvernements mondiaux visent à mener une transition énergétique. La transition énergétique correspond à l'ensemble des mesures mises en œuvre pour décarboner l'économie et limiter le réchauffement climatique [2]. Il s'agit d'un défi complexe, compte tenu de la dépendance économique de la société actuelle aux sources de production conventionnelles, telles que le pétrole et le charbon. De plus, il est nécessaire d'effectuer cette transition sans accroître les niveaux d'inégalités déjà présents dans certains secteurs de la société et sans freiner le développement économique. C'est dans ce contexte que le groupe d'experts de l'Organisation des Nations Unies (ONU) a proposé de mettre en place un mix énergétique intégrant progressivement des sources de production propres et renouvelables [3].

Dans le contexte spécifique de la province du Québec (Canada), où se déroule cette recherche, l'objectif est d'atteindre la carboneutralité d'ici 2050 [4]. Toutefois, comme l'illustre la Figure 1.1a, près de 50 % de la consommation d'énergie repose encore sur des combustibles fossiles, ce qui rend la transition énergétique particulièrement complexe. Afin d'y répondre, le plan d'action provincial prévoit une production additionnelle de plus de 60 [TWh] d'électricité propre d'ici 2035. De plus, comme le montre la Figure 1.1b, la demande énergétique devrait presque doubler d'ici 2050, ce qui nécessitera entre 150 et 200 [TWh] supplémentaires pour soutenir l'électrification accrue des secteurs industriels et résidentiels et atteindre les objectifs de la transition énergétique [5]. Par

ailleurs, l'un des objectifs clés de la province consiste à développer des stratégies visant à améliorer la gestion de la consommation des utilisateurs finaux, étant donné que les infrastructures actuelles ne suffiront pas à couvrir les besoins énergétiques croissants. Enfin, le gouvernement estime qu'en investissant dans de nouvelles sources d'électricité renouvelables telles que l'hydroélectricité, l'éolien et l'énergie solaire, il sera possible de bâtir une économie durable tout en garantissant un accès à une électricité abordable et respectueuse de l'environnement [6, 7].



(a) Répartition de la consommation énergétique au Québec (2020)

(b) Horizons de décarbonation du plan d'action énergétique

Figure 1.1 Structure énergétique actuelle et trajectoire de décarbonation au Québec [5].

Dans ce contexte, les énergies renouvelables sont devenues le cœur de la transition énergétique grâce à leurs caractéristiques propres et à l'absence d'émissions de carbone [8]. Elles peuvent être mises en œuvre dans le système électrique existant à travers des ressources énergétiques distribuées (RED), telles que les panneaux solaires résidentiels, les bornes de recharge, les petites éoliennes, entre autres. Les RED sont généralement installées du côté des consommateurs, ce qui contribue à transformer le fonctionnement du réseau électrique, en le faisant passer d'un modèle centralisé à un modèle distribué [9]. Les consommateurs ont désormais la possibilité de devenir des prosommateurs qui produisent

leur propre énergie et contribuent ainsi à l'efficacité du réseau. De plus, l'intégration des énergies renouvelables via les RED soutient directement les objectifs de la transition énergétique, puisque la décentralisation réduit les pertes dans le système, diversifie les ressources et améliore la sécurité énergétique [10].

Cependant, l'intégration des énergies renouvelables dans les systèmes de gestion de l'énergie engendre différents problèmes techniques en raison de leur caractère intermittent. Cette intermittence complique le maintien de l'équilibre dynamique entre la production et la demande, ce qui constitue un défi central dans l'exploitation des réseaux électriques [11]. Pour cette raison, différents schémas de solution ont été proposés aux gestionnaires du système électrique afin d'équilibrer l'offre et la demande [12]. L'une des solutions envisageables consiste à tirer parti de la flexibilité du réseau de distribution. Cette flexibilité, comme l'illustre la Figure 1.2, peut provenir de plusieurs sources, notamment les mécanismes de marché, la gestion de la demande, la production flexible du réseau et les systèmes de stockage d'énergie [13].

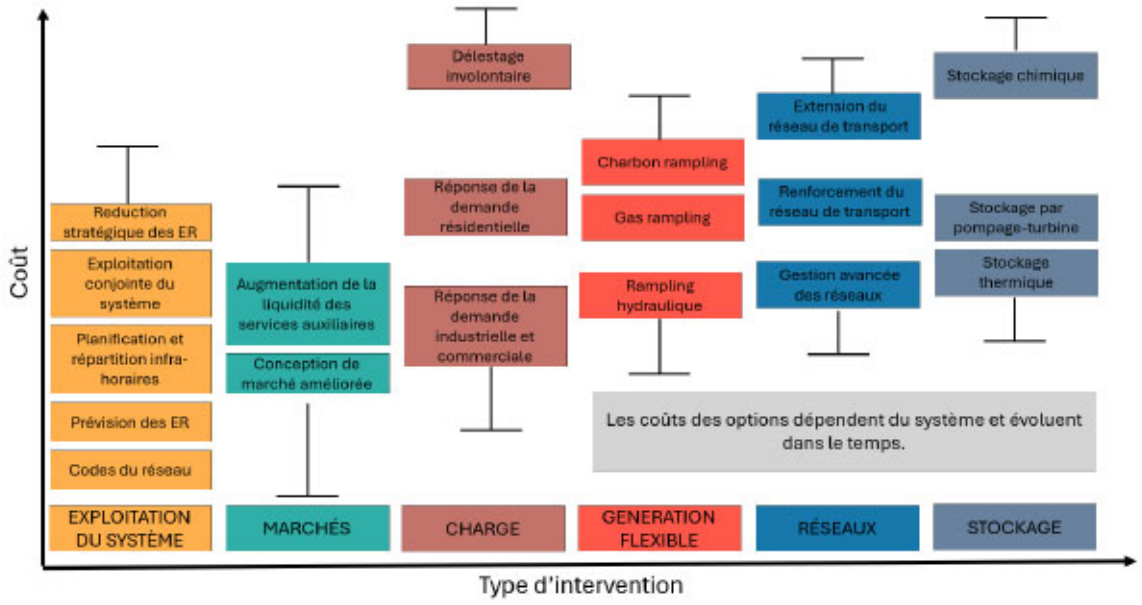


Figure 1.2 Sources de flexibilité [13].

Toutes les alternatives précédentes peuvent contribuer à maintenir l'équilibre du système électrique. Cependant, la gestion de la demande est l'une des solutions les plus prometteuses au niveau résidentiel, car elle exploite pleinement l'infrastructure existante sans nécessiter d'investissements majeurs [14]. De plus, cette solution est particulièrement attrayante en raison de l'évolution actuelle des technologies de communication, qui permettent une communication bidirectionnelle entre le gestionnaire et l'utilisateur. Elle favorise également une participation active des consommateurs, ce qui renforce l'efficacité opérationnelle et l'acceptabilité sociale des stratégies de flexibilité [15].

Pour mettre en œuvre les mécanismes de gestion de la demande, il est nécessaire que les gouvernements s'appuient sur les marchés énergétiques afin de favoriser une exploitation optimale de la flexibilité des utilisateurs [16]. Dans ce contexte émerge l'énergie transactionnelle (ET), un nouveau paradigme visant à équilibrer l'offre et la demande d'énergie en tenant compte de l'infrastructure électrique existante et en utilisant la valeur comme paramètre opérationnel clé [17]. L'une des principales caractéristiques de l'ET est la communication bidirectionnelle, qui permet aux différents participants du marché de négocier, de coopérer et de se coordonner afin de répondre à leurs intérêts collectifs et individuels. Les participants peuvent ainsi optimiser leurs charges flexibles et s'engager dans divers schémas de marché, en fonction de leurs objectifs et de leurs besoins. De plus, l'ET est attrayante puisqu'elle vise à maximiser le bien-être social et à répartir plus équitablement les bénéfices entre l'ensemble des parties prenantes.

Le champ d'application de l'ET est suffisamment large pour intégrer l'ensemble des ressources de flexibilité et tous les acteurs du système électrique, notamment les producteurs, les agrégateurs, les consommateurs finaux et le gestionnaire de réseau de distribution (GRD). En favorisant une gestion décentralisée, l'ET facilite également

l'intégration des RED au sein du réseau existant et permet une exploitation plus efficace de leur flexibilité [18]. Par ailleurs, l'ET peut être déployée à différents niveaux du système électrique et s'adapter à une variété de marchés, tels que les marchés d'énergie, de puissance ou de services auxiliaires [19]. Cette capacité d'adaptation offre aux GRD un large éventail d'applications pour répondre à des problématiques spécifiques au réseau et pour allouer les ressources plus efficacement.

Pour mettre en place un réseau électrique entièrement géré par l'ET et capable de mobiliser la flexibilité des participants, il est nécessaire d'établir plusieurs marchés locaux d'énergie et de définir clairement les conditions ainsi que les types de contrats à utiliser pour la négociation [20]. Dans cette perspective, les contrats à terme sont largement privilégiés, car ils offrent aux participants l'horizon temporel nécessaire pour planifier leurs actions. Le principe de ces contrats repose sur un accord préalable quant à la quantité d'énergie ou de services qui sera échangée à l'avenir [21]. Ainsi, l'équilibre du marché de gros de la transmission peut être atteint en fonction des quantités convenues sur les marchés locaux de distribution. Dans tous les cas, la diversité des acteurs et des interactions ne doit pas empêcher les GRD de valider chaque transaction. Avant toute confirmation, le GRD doit s'assurer que les contraintes techniques du réseau sont respectées et que la transaction ne compromet pas la fiabilité du système.

1.2 Motivation

L'ET modifie en profondeur le fonctionnement des réseaux de distribution, définis dans cette thèse comme l'ensemble des installations destinées à la distribution d'électricité ainsi que les équipements permettant leur raccordement aux installations des consommateurs [22]. De plus, elle permet aux utilisateurs finaux d'adopter un rôle actif et de devenir des prosommateurs capables non seulement de consommer, mais également d'injecter de

la puissance dans le réseau. Cette évolution entraîne l'apparition de flux de puissance bidirectionnels que le gestionnaire du réseau de distribution (GRD) doit désormais prendre en compte afin de préserver sa fiabilité [23]. Par ailleurs, l'émergence des agrégateurs de la demande, en tant qu'acteurs poursuivant des objectifs propres, peut influencer les décisions du GRD en matière d'équité et d'efficacité économique dans l'allocation des ressources du réseau de distribution. En conséquence, ces nouvelles dynamiques complexifient les tâches du GRD, notamment parce que les participants ne disposent pas toujours d'une information complète sur l'état du réseau et peuvent avoir des intérêts individuels ou collectifs divergents, susceptibles d'affecter négativement les performances du réseau.

De plus, le GRD ne dispose que du mécanisme du prix comme variable de négociation, par lequel il doit intégrer l'ensemble des informations nécessaires à l'atteinte de ses objectifs. Bien que l'ET permette des négociations assorties d'incitations économiques favorables aux différentes parties prenantes, la vérification préalable des contraintes techniques du réseau de distribution demeure essentielle avant la signature de tout contrat. En effet, l'absence de validation de ces contraintes peut compromettre la fiabilité du réseau et mettre en péril la continuité de l'approvisionnement en énergie, ce qui affecte l'ensemble des acteurs concernés. Par ailleurs, le GRD doit s'appuyer sur des mécanismes de prix équitables, capables de refléter la valeur réelle de l'énergie, afin de garantir l'équité du marché transactionnel.

Ce contexte constitue la principale motivation de ce projet doctoral, qui vise à modéliser les mécanismes de fixation des prix dans le cadre de l'ET, en tenant compte des contraintes du réseau de distribution. L'objectif est de fournir au GRD des informations précises sur la manière dont ces mécanismes peuvent influencer l'efficacité économique,

l'équité et la fiabilité du système. Il s'agit également d'offrir au GRD un cadre d'analyse lui permettant d'anticiper le choix du mécanisme de prix le plus approprié ainsi que les conditions de son application, en fonction de ses objectifs opérationnels et de ses besoins spécifiques. Enfin, l'importance de la validation des contraintes physiques souligne la nécessité d'étudier leur intégration directe dans les mécanismes de prix afin de garantir durablement la fiabilité du réseau.

1.3 Problématique

Il est attendu que la mise en œuvre de l'ET contribue à accroître l'efficacité économique, l'équité et la fiabilité des systèmes électriques, dans la mesure où les préférences des utilisateurs sont directement intégrées aux processus d'allocation des ressources. De plus, les marchés transactionnels visent à transformer les utilisateurs finaux en acteurs actifs, capables d'acheter leur énergie sur les marchés à terme en fonction de leurs besoins. Toutefois, ces avantages dépendent étroitement du mécanisme de fixation des prix choisi par l'opérateur du réseau pour négocier l'énergie dans les marchés transactionnels. Par exemple, un signal de prix inadéquat pourrait éloigner le système de son point d'opération optimal, réduisant ainsi l'efficacité économique du marché. En outre, en l'absence d'un mécanisme de prix approprié, les utilisateurs pourraient percevoir le système comme inéquitable, ce qui les inciterait à se retirer du marché. Finalement, une mauvaise conception du mécanisme de prix pourrait décourager la coordination des participants et compromettre la fiabilité globale du système.

Dans ce contexte, si le GRD n'adopte pas un mécanisme de prix adéquat, reflétant correctement ses objectifs et intégrant les contraintes physiques du réseau de distribution dans le processus de négociation, il existe un risque élevé de provoquer des défaillances techniques, telles que des congestions, des chutes de tension ou des déséquilibres de

fréquence. De plus, l'intégration explicite des contraintes physiques dans le signal de prix constitue une tâche complexe pour le GRD, étant donné la sensibilité de ce signal et son influence directe sur la coordination des participants. Compte tenu de l'importance du mécanisme de fixation des prix pour le succès de l'énergie transactionnelle, la problématique générale de ce projet doctoral peut être formulée comme suit: comment le GRD peut-il développer des mécanismes de fixation des prix capables d'intégrer les contraintes physiques du réseau de distribution dans les marchés d'énergie transactionnelle ?

Pour aborder la question de recherche proposée, il est nécessaire d'étudier plusieurs problématiques spécifiques. Les principaux défis se regroupent autour des trois axes suivants:

- Le GRD doit concevoir une méthodologie permettant d'évaluer et de comparer l'impact des mécanismes de fixation des prix dans le contexte de l'ET, en tenant compte de trois dimensions: l'efficacité économique, l'équité et la qualité du service. Aborder cette problématique permettra aux opérateurs de réseau de prendre des décisions éclairées, alignées sur leurs objectifs et leurs besoins opérationnels.
- Le GRD doit concevoir des mécanismes de fixation des prix pour l'ET qui intègrent les contraintes du système de distribution, tout en s'appuyant sur la structure hiérarchique du réseau et en préservant la confidentialité des informations des participants. Aborder cette problématique permettra de valider l'état du réseau, d'éviter les transactions risquées et d'améliorer la fiabilité du réseau.
- Le GRD doit concevoir des mécanismes de fixation des prix pour l'ET qui soient équitables dans la formation des prix. Aborder cette problématique permettra de régulariser les prix résultants, en évitant de pénaliser les utilisateurs pour des

variables qu'ils ne peuvent pas contrôler, comme leur position géographique ou la congestion naturelle qui apparaît en bout de réseau.

1.4 Objectifs et contributions

Afin de répondre à la problématique générale de la thèse, ce projet vise à modéliser des mécanismes de fixation des prix pour l'ET, en intégrant les contraintes du réseau de distribution et en évaluant leur équité à travers la variabilité des prix appliqués aux utilisateurs. Les étapes proposées pour atteindre cet objectif sont décomposées en trois sous-objectifs principaux:

- Formuler un cadre méthodologique pour comparer l'impact du mécanisme de partage des coûts et du mécanisme de prix marginal localisé au niveau de la distribution sur les indices d'équité, d'efficacité économique et de qualité du service dans le contexte des marchés d'énergie transactionnelle.
- Proposer un mécanisme de partage de coûts pour les marchés d'énergie transactionnelle, qui prend en compte les contraintes physiques du système de distribution et garantit la confidentialité des préférences des participants.
- Proposer un mécanisme de prix marginal localisé au niveau de la distribution pour les marchés d'énergie transactionnelle, qui incorpore la dimension de l'équité dans la structure des prix résultants.

La réalisation de ces objectifs devrait permettre d'obtenir trois contributions principales:

- Un cadre méthodologique pour le GRD de distribution qui lui permet de comparer différents mécanismes de fixation des prix dans le contexte de l'énergie transactionnelle, en garantissant que la seule variable qui change est le prix.

La méthodologie permettra d'apporter des éclairages significatifs sur l'équité, l'efficacité économique et la qualité du service de chaque mécanisme.

- Un mécanisme de partage de coûts (PC) qui encourage les participants à respecter les contraintes du système de distribution en appliquant des pénalités selon l'état du réseau, tout en préservant la confidentialité et en exploitant la structure hiérarchique du réseau.
- Un mécanisme de prix marginal localisé au niveau de la distribution (PMLD), qui intègre l'équité dans son objectif et régularise les prix résultants afin d'éviter la pénalisation des utilisateurs en raison de leur position géographique.

1.5 Hypothèses simplificatrices

Dans un marché d'ET, les interactions entre les participants génèrent des dynamiques complexes qui rendent les objectifs de la thèse difficiles à traiter d'un point de vue analytique. De plus, les participants peuvent interagir de différentes manières et selon plusieurs variables, ce qui nécessite de restreindre le cadre d'analyse afin d'assurer la tractabilité computationnelle du problème. Par ailleurs, bien que ce travail se concentre principalement sur la modélisation des mécanismes de formation des prix pour le GRD dans les systèmes d'ET, il reste essentiel de caractériser le comportement des participants résidentiels afin d'analyser leur réponse aux signaux de prix. Ainsi, les hypothèses suivantes permettent de simplifier l'analyse, de définir le périmètre de validité des résultats et d'assurer la reproductibilité des méthodes proposées.

- L'interaction entre le GRD et les participants résidentiels s'effectuera systématiquement via le marché transactionnel, où chaque acteur cherchera à atteindre ses propres objectifs. Cette interaction reposera exclusivement sur l'échange de signaux de prix et de consommation.

- Dans le cas où le GRD assigne un agrégateur de la demande pour simplifier ses tâches sur le marché, celui-ci sera toujours bienveillant, sans incitation monétaire, et travaillera exclusivement dans l'intérêt du GRD.
- La conception du marché est telle que les participants n'ont aucune incitation à mentir et que les agents résidentiels ne sont pas en mesure de communiquer entre eux ni d'effectuer des transactions de pair à pair.

La première hypothèse s'inscrit dans le paradigme de l'ET, selon lequel le marché détermine la valeur de l'énergie. Dans ce paradigme, les prix constituent le principal mécanisme de coordination pour aligner les décisions individuelles des utilisateurs sur les objectifs d'exploitation du réseau. Par ailleurs, la réponse en consommation d'énergie permet aux utilisateurs résidentiels de réagir directement aux signaux de prix, sans avoir à partager des informations privées telles que leurs fonctions d'utilité, leurs consignes de température ou leurs niveaux de flexibilité. Cette hypothèse découple les décisions locales des utilisateurs et favorise un contrôle distribué du réseau, ce qui constitue l'un des principaux avantages des marchés transactionnels. Enfin, cette hypothèse définit clairement le périmètre scientifique de la présente thèse, qui consiste à analyser l'impact du mécanisme de prix sur les contraintes du réseau de distribution ainsi que sur l'équité des prix qui en résultent.

La deuxième hypothèse s'inscrit dans le contexte de la scalabilité des marchés locaux de l'énergie. Compte tenu du nombre potentiellement élevé d'utilisateurs susceptibles de participer au marché transactionnel, une communication directe entre chaque utilisateur et le GRD deviendrait difficile à scaler et entraînerait une charge de communication importante. Dans ce contexte, l'agrégateur agit comme un intermédiaire qui regroupe les informations des utilisateurs, réduit les échanges de données et simplifie les interactions

avec le GRD. Toutefois, cette thèse considère un agrégateur opérant dans un contexte de GRD verticalement intégré, où une seule entité assure l'exploitation du réseau. Dans cette configuration, le GRD n'a aucune incitation à déléguer ces fonctions à une entité externe poursuivant un objectif de maximisation de son propre profit. En outre, l'introduction d'un agrégateur poursuivant son propre intérêt économique modifierait la nature du problème étudié, puisqu'il serait alors nécessaire de modéliser les interactions stratégiques entre le GRD et l'agrégateur, ce qui dépasse le périmètre scientifique de la présente thèse.

Finalement, la troisième hypothèse suppose que les utilisateurs résidentiels adoptent un comportement non stratégique. Plus précisément, chaque utilisateur est modélisé de manière à optimiser uniquement sa propre consommation en réponse aux signaux de prix, sans chercher à manipuler les prix ni à influencer les décisions des autres acteurs. De plus, les utilisateurs sont censés ne pas communiquer directement entre eux ni effectuer de transactions pair à pair. Cette hypothèse permet de limiter la complexité des interactions entre les utilisateurs en excluant les phénomènes de coalition, de collusion et d'asymétrie d'information, dont la prise en compte nécessiterait des mécanismes de coordination au-delà du cadre de cette thèse. Enfin, elle contribue à préserver la tractabilité computationnelle des modèles en concentrant l'étude sur la conception de mécanismes de prix intégrant explicitement les contraintes physiques des réseaux de distribution.

1.6 Méthodologie

La méthodologie adoptée dans cette thèse est présentée à la Figure 1.3. La première étape de la démarche consiste à définir le problème de recherche. Elle s'appuie sur une première revue de la littérature portant sur les mécanismes de fixation des prix dans le contexte de l'ET. Cette analyse a permis de formuler la problématique générale de la thèse, portant sur le développement de mécanismes de fixation des prix permettant au GRD

d'intégrer efficacement les contraintes physiques du réseau de distribution aux marchés de l'ET. De plus, cette étape a permis de préciser les objectifs scientifiques poursuivis dans le cadre de ce travail de recherche.

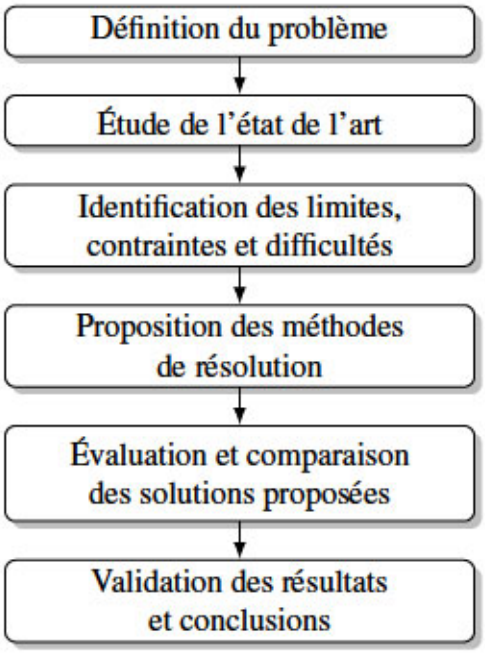


Figure 1.3 Méthodologie de recherche adoptée.

La deuxième étape de la démarche méthodologique consiste en une exploration approfondie de la littérature scientifique afin d'acquérir les connaissances nécessaires sur les principaux concepts du domaine d'étude. Cette étape permet d'identifier les approches dominantes, les hypothèses couramment adoptées ainsi que les principales méthodes mathématiques utilisées. Elle permet également de situer la recherche dans le contexte scientifique actuel et de justifier la pertinence des objectifs visés. Par ailleurs, la revue de la littérature constitue le point d'entrée vers la troisième étape méthodologique de la thèse, qui vise à identifier les limites des approches existantes. Ces limites constituent le fondement des principales contributions scientifiques proposées dans ce travail. Cette étape contribue enfin à mettre en évidence les contraintes techniques, réglementaires et opérationnelles qui influencent la conception des solutions développées.

Une fois les lacunes de la littérature identifiées, la démarche se poursuit par l'étape de proposition des méthodes de résolution. Cette étape comprend la formulation mathématique du problème, le choix des modèles d'optimisation, la conception des algorithmes de résolution et la définition du cadre de simulation. Les méthodes proposées visent à répondre aux objectifs de la recherche tout en comblant les limites mises en évidence par les travaux existants. Dans ce contexte, les approches développées dans cette thèse permettent de comparer différents mécanismes de prix, d'intégrer les contraintes du réseau de distribution dans le processus de négociation et d'analyser l'équité des mécanismes étudiés. Par ailleurs, les hypothèses et les paramètres associés à chaque modèle sont clairement définis afin d'assurer la cohérence méthodologique et la reproductibilité des résultats.

Dans une dernière étape, les méthodes développées sont évaluées à l'aide de scénarios de simulation représentatifs. Des indicateurs de performance quantitatifs sont utilisés pour mesurer l'efficacité économique, l'équité, la qualité de service et le respect des contraintes du réseau. Les résultats obtenus sont comparés à ceux des approches de référence afin d'analyser les avantages et les limites des solutions proposées, ainsi que les compromis entre les différents objectifs de performance. Enfin, des analyses de sensibilité sont réalisées pour valider la cohérence des conclusions, la stabilité des performances et la pertinence des hypothèses retenues. Les principales contributions scientifiques de la thèse sont ensuite synthétisées, et les perspectives de recherche futures sont discutées afin d'identifier de nouvelles pistes d'amélioration et d'application des méthodes proposées.

1.7 Infrastructure de recherche

Cette thèse s'inscrit dans le cadre des projets de la chaire de recherche sur la gestion transactionnelle de la flexibilité énergétique et des services complémentaires dans les

réseaux de distribution, menée par le Laboratoire d'innovation et de recherche en énergie intelligente (LIREI) de l'UQTR en collaboration avec le LTE/IREQ d'Hydro-Québec. L'objectif général de la chaire est de développer et d'évaluer des stratégies visant à améliorer les mécanismes de gestion des réseaux de distribution, notamment en termes de fiabilité et d'efficacité économique. À cette fin, la chaire est structurée autour de trois axes majeurs : (i) la proposition de stratégies favorisant la participation des clients via des plateformes locales (formes de marché) permettant d'exploiter la flexibilité énergétique ; (ii) l'organisation hiérarchique des réseaux de distribution à des fins de gestion ; et (iii) l'intégration de l'ET dans la gestion dynamique des réseaux, ainsi que le renforcement de leur résilience.

Les objectifs de cette thèse s'inscrivent dans la structure générale et dans les trois axes de recherche de la chaire. Tout d'abord, l'étude comparative des mécanismes de fixation des prix dans les marchés transactionnels permet au GRD de caractériser la flexibilité des utilisateurs résidentiels. Dans le contexte québécois, cette flexibilité repose principalement sur la gestion intelligente des thermostats, en raison des conditions hivernales extrêmes de la province. Par ailleurs, la définition de métriques visant à évaluer l'équité, l'efficacité économique et la fiabilité du réseau de distribution soutient une prise de décision éclairée du GRD. Ensuite, l'analyse de l'état du réseau après les processus de négociation transactionnelle, à travers l'étude des flux de puissance et en tenant compte de la structure hiérarchique du système, s'aligne avec le deuxième axe de recherche de la chaire. Enfin, la proposition de nouveaux modèles économiques, notamment par l'intégration d'un modèle convexe d'équité dans le problème d'optimisation, permet au GRD d'ajuster ses décisions en fonction de ses objectifs d'efficacité économique et d'équité, tout en contribuant à la fiabilité du réseau.

Pour valider par simulation les approches et méthodologies proposées dans cette thèse, l'infrastructure et les équipements du groupe de recherche LIREI sont utilisés. En particulier, la plateforme de co-simulation en énergie transactionnelle constitue un environnement de test permettant d'évaluer les différents algorithmes de coordination et de négociation proposés. Cette plateforme est également utilisée pour évaluer le potentiel de flexibilité énergétique du réseau de distribution, notamment par la gestion des charges thermiques. Par ailleurs, l'analyse des flux de puissance est réalisée à l'aide du logiciel de simulation des systèmes électriques OpenDSS. Enfin, les problèmes d'optimisation, en particulier le problème de flux de puissance optimal, sont formulés et résolus directement dans la bibliothèque CVXPY sous Python.

1.8 Structure de la thèse

Dans ce chapitre d'introduction, le contexte général de la thèse, sa motivation, la problématique de recherche et la méthodologie adoptée ont été présentés. Le chapitre 2 est consacré à l'analyse de l'état de l'art des mécanismes de fixation des prix dans les systèmes de distribution. Il décrit leurs principales applications ainsi que leurs conditions d'utilisation. Ce chapitre examine également les approches proposées dans la littérature pour quantifier l'équité, l'efficacité économique et la qualité de la tension. Enfin, une comparaison des travaux reposant sur les mécanismes de PC et de PMLD est réalisée afin d'identifier les méthodes employées et les métriques utilisées pour évaluer leurs performances.

Le chapitre 3 présente les articles publiés dans le cadre de ce travail de recherche. Le premier expose la méthodologie proposée pour comparer l'impact des mécanismes de PC et de PMLD sur les métriques d'équité, d'efficacité économique et de qualité de la tension. Le deuxième article porte sur un mécanisme de PC modifié intégrant les contraintes du

réseau de distribution afin d'en améliorer la fiabilité. Enfin, le troisième examine une formulation de PMLD capable de régulariser les prix résultants et d'améliorer l'équité du mécanisme.

Le chapitre 4 présente les discussions et les opportunités futures associées à chacun des articles développés dans cette thèse. Il identifie les principales limites des hypothèses de modélisation et met en évidence les pistes de recherche futures ainsi que les axes d'amélioration du cadre proposé. Le chapitre 5 expose les conclusions de la thèse et synthétise les principaux résultats obtenus, en formulant des recommandations pour les travaux futurs.

Chapitre 2 - État de l'art

2.1 Mécanismes de fixation des prix

Dans les systèmes d'ET, un mécanisme de fixation des prix correspond à l'ensemble des règles permettant de déterminer le prix de l'électricité, qui sert de base aux échanges d'énergie sur le marché transactionnel [24]. Le prix constitue le principal signal de contrôle du système, puisqu'il permet d'équilibrer l'offre et la demande au sein du réseau de distribution. À ce titre, le mécanisme de fixation de prix joue un rôle déterminant dans l'allocation efficace des ressources, en incitant les producteurs et les consommateurs à adapter leurs décisions en fonction des conditions du réseau [25]. Dans les systèmes de distribution, le prix constitue en outre le seul levier dont dispose le GRD pour transmettre ses objectifs opérationnels et assurer le maintien de la fiabilité du système. Par ailleurs, les mécanismes de fixation des prix peuvent être classés selon le processus de découverte des prix, lequel dépend de la nature des interactions entre les différents participants du marché. La Fig. 2.1 présente le schéma général des interactions entre le GRD et les utilisateurs résidentiels au sein d'un marché transactionnel.

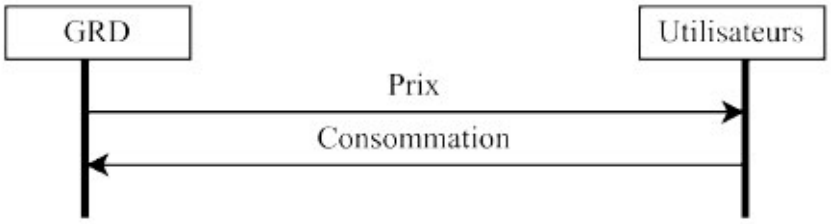


Figure 2.1 Interactions entre les participants du marché transactionnel.

Si le prix transmis par le GRD est déterminé indépendamment des interactions entre les participants, illustrées à la Fig. 2.1, puis communiqué a posteriori sous forme de signal de contrôle [26], le mécanisme de fixation des prix est qualifié d'exogène. Ces mécanismes sont généralement privilégiés dans des architectures de contrôle centralisé en raison de

leur simplicité opérationnelle et de leur facilité de mise en œuvre, puisqu'ils ne requièrent pas d'infrastructure de marché complexe [27]. Toutefois, leur principal inconvénient tient à leur faible capacité d'adaptation aux besoins des participants ainsi qu'aux contraintes opérationnelles du système. En conséquence, ils limitent l'exploitation de la flexibilité locale des agents, ce qui en réduit la pertinence dans le contexte spécifique des systèmes d'ET. À l'inverse, lorsque le prix est directement déterminé par les interactions entre les participants au cours du processus de compensation du marché, le mécanisme de fixation des prix est qualifié d'endogène.

Dans ce contexte, la littérature propose plusieurs mécanismes de fixation des prix appartenant à ces deux catégories, comme l'illustre la Fig. 2.2.

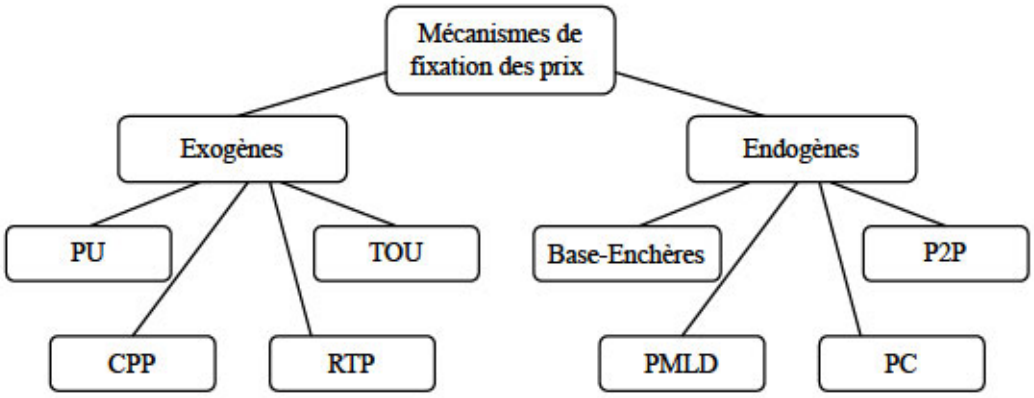


Figure 2.2 Différents mécanismes de fixation des prix.

Parmi les mécanismes de fixation des prix exogènes, le prix uniforme (PU) est l'approche la plus répandue. Il est traditionnellement appliqué dans les réseaux de distribution conventionnels, où le prix de l'électricité est constant sur l'ensemble de l'horizon temporel [28]. Dans le contexte de l'ET, le PU est généralement utilisé comme mécanisme de référence pour caractériser le comportement de consommation agrégé des participants [29]. Une extension du PU est le mécanisme Time-of-Use (ToU), dans lequel les prix sont définis sur des plages horaires fixes afin de refléter les variations moyennes

de la charge du système [30]. Les effets et les impacts du mécanisme ToU ont notamment été analysés dans le cadre de programmes de gestion de la demande [31].

Dans cette continuité, le mécanisme de Critical Peak Pricing (CPP) consiste à appliquer une augmentation du prix de l'électricité durant un nombre prédéfini de périodes dites critiques, identifiées par le GRD et généralement associées à des situations de congestion ou de stress du système [32]. En dehors de ces périodes, le prix demeure uniforme. En Californie, ce mécanisme est déployé au niveau résidentiel afin de limiter les pointes de consommation susceptibles de compromettre les performances du réseau [33]. Finalement, parmi les mécanismes de fixation des prix exogènes figure le Real-Time Pricing (RTP), dans lequel le prix évolue dynamiquement sur de courts intervalles de temps en fonction de la prévision de l'état opérationnel du système. À titre d'exemple, [34] exploite le RTP pour optimiser la gestion des charges flexibles des utilisateurs résidentiels à l'aide d'un système de gestion de l'énergie.

Dans l'autre groupe de la Fig. 2.2 se trouvent les mécanismes de fixation des prix endogènes. Parmi les mécanismes endogènes les plus étudiés dans la littérature figurent les mécanismes de prix par enchères, les mécanismes Peer-to-Peer (P2P), le mécanisme de PMLD et le mécanisme de PC. Dans le mécanisme de prix par enchères, le prix est déterminé à partir des offres et des demandes soumises par les participants [35]. Il existe plusieurs types de mécanismes de fixation des prix par enchères, notamment les enchères ascendantes, combinatoires et à double sens. Un exemple d'application d'une enchère à double sens a été mis en œuvre dans le cadre du projet Olympic Peninsula Demonstration pour coordonner la charge résidentielle et la production distribuée [36].

Dans le cas du mécanisme P2P, le prix est déterminé par l'interaction directe entre les participants du marché. Ce mécanisme est couramment utilisé dans des applications

où les participants disposent d'un surplus d'énergie et cherchent à négocier avec d'autres acteurs afin d'établir un prix de vente [37]. Par ailleurs, les mécanismes endogènes incluent les mécanismes de PC, dans lesquels le coût total du système est alloué aux participants proportionnellement à leur consommation. Le mécanisme de PC est généralement utilisé dans les systèmes où les participants partagent le coût de production d'énergie et doivent se coordonner pour le réduire [38]. Enfin, le mécanisme de PMLD attribue les prix de l'électricité en fonction du coût marginal lié à la fourniture d'une unité supplémentaire d'énergie [39]. L'utilisation de ce mécanisme s'est largement répandue ces dernières années, car il intègre intrinsèquement les contraintes du système de distribution au processus de formation des prix.

2.2 Quantification de l'impact des mécanismes de fixation des prix dans l'ET

Afin de quantifier l'impact des mécanismes de fixation des prix dans les systèmes d'ET, il est nécessaire de recourir à des métriques appropriées permettant au GRD d'en tirer des conclusions pertinentes. Dans cette optique, cette section présente et analyse les métriques définies dans la littérature pour évaluer l'équité, l'efficacité économique et la qualité de la tension. Elle présente également une revue des études portant sur les mécanismes de PC et de PMLD, en mettant en évidence les métriques utilisées pour évaluer leur impact, les principaux domaines d'application ainsi que les méthodes d'analyse employées.

2.2.1 L'équité

L'équité dépend de l'évaluation subjective des participants au marché lorsqu'ils évaluent les récompenses obtenues [40]. Cette notion a été étudiée dans plusieurs disciplines, notamment en économie, en science politique et en sciences sociales. La perception de l'équité influence les décisions et le comportement des participants sur le

marché. Néanmoins, sa quantification demeure complexe en raison des effets perceptuels, dans la mesure où les jugements individuels peuvent diverger de l'évaluation collective [41]. Par conséquent, le choix de la métrique d'équité constitue un élément clé de son analyse.

La littérature a établi des cadres axiomatiques visant à formaliser la notion de partage équitable d'une ressource [42]. Dans ce cadre, le concept de majorisation constitue un outil fondamental pour comparer le degré d'équité des différentes méthodes de distribution. Un niveau de majorisation plus élevé traduit une allocation plus uniforme, caractérisée par une répartition plus équitable de la ressource entre les participants [43]. Par ailleurs, la perception de l'équité est étroitement liée à la comparaison des prix acquittés par les agents. En particulier, il est établi que les consommateurs perçoivent un prix comme équitable lorsqu'ils paient un montant identique à celui des autres pour une ressource équivalente [44]. Dans cette perspective, l'équité dans le contexte transactionnel peut être appréhendée de manière quantitative à partir de la variabilité des prix observée au sein du système de distribution.

Afin de quantifier la variabilité des prix, la littérature mobilise diverses métriques d'évaluation de l'équité. Dans [45], l'indice de Jain est utilisé pour mesurer la dispersion des prix et évaluer l'équité du mécanisme de prix. De même, l'indice de Gini, largement utilisé en économie, permet de quantifier l'inéquité associée aux algorithmes de classement [46]. Dans [47], des intervalles de confiance sont utilisés pour caractériser la dispersion des prix du mécanisme PMLD et pour en évaluer l'incertitude en fonction des niveaux de génération distribuée. Par ailleurs, certaines études introduisent des métriques fondées sur l'entropie, initialement développées en physique, afin de mesurer l'équité du marché [48]. Enfin, [42] propose une théorie axiomatique des métriques d'équité

reposant sur une fonction unificatrice à partir de laquelle différentes métriques peuvent être dérivées.

2.2.2 L'efficacité économique

Un marché est économiquement efficace lorsque les coûts de production sont minimisés et que les échanges permettent de maximiser l'utilité des utilisateurs [49]. L'efficacité économique est ainsi associée à une allocation optimale des ressources. Dans le cadre de l'ET, cette allocation dépend du mécanisme de fixation des prix. Cette évaluation demeure complexe, car elle repose en partie sur des hypothèses quant à la satisfaction des utilisateurs [50]. La littérature propose néanmoins diverses métriques et approches pour quantifier l'efficacité économique, parmi lesquelles le bien-être social est l'indicateur le plus couramment utilisé.

Le bien-être social est défini comme la somme des surplus des consommateurs et des producteurs [51]. La Fig. 2.3 présente une représentation conceptuelle de cette notion, dans laquelle les courbes d'offre et de demande sont supposées linéaires pour des raisons de simplification graphique. En pratique, le bien-être social est généralement formulé comme la somme des fonctions d'utilité des participants, moins le coût d'approvisionnement en électricité. Cette métrique permet d'évaluer l'impact d'un mécanisme de fixation des prix sur le bien-être individuel des utilisateurs ainsi que sur le bénéfice du GRD. Le bien-être social constitue par ailleurs un indicateur central pour la conception des marchés, l'analyse des externalités et l'aide à la décision des participants [52]. Un niveau élevé de bien-être social reflète une allocation efficiente des ressources du réseau et une hausse du surplus des producteurs et des consommateurs.

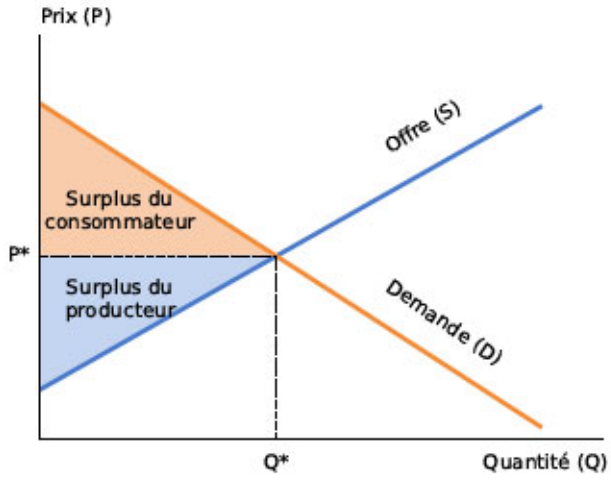


Figure 2.3 Bien-être social.

2.2.3 La qualité de la tension

La qualité de la tension constitue un sous-ensemble essentiel de la qualité de l'énergie et correspond aux caractéristiques de la tension fournie par le GRD au point de connexion de l'utilisateur final. Elle se répartit en deux catégories principales: le régime permanent et les perturbations transitoires [53]. Le régime permanent décrit la tension fournie sous des conditions d'exploitation stables, tandis que les perturbations transitoires regroupent les variations rapides et aléatoires, telles que les interruptions, les chutes de tension et les phénomènes transitoires [54]. La présente thèse se concentre exclusivement sur l'analyse du comportement de la tension en régime permanent. Par ailleurs, la présente thèse ne vise pas à analyser la stabilité du réseau, définie comme la capacité d'un réseau électrique à maintenir ou à retrouver un état d'équilibre à la suite d'une perturbation, telle qu'une variation brusque de charge, un défaut ou la perte d'un équipement [55]. Son évaluation nécessite le recours à des modèles dynamiques ainsi qu'à des indicateurs spécifiques, notamment l'évolution de la fréquence et des angles des machines synchrones, et ne peut donc pas être réalisée uniquement sur la base de la qualité de la tension.

Le maintien de la qualité de la tension est un enjeu central pour le GRD, dans la mesure où les autorités de régulation exigent le respect de limites strictes afin de garantir le fonctionnement adéquat des équipements et la qualité de l'énergie fournie [56]. Par ailleurs, l'amélioration de la qualité de la tension contribue à réduire les dommages au réseau de distribution ainsi que les coûts de maintenance [57]. En régime permanent, la tension varie d'un point à l'autre du réseau de distribution en fonction du courant de charge et des impédances des lignes et des transformateurs [58]. Afin de maintenir cette tension dans les limites opérationnelles prescrites, les GRD mettent en œuvre diverses stratégies d'exploitation. En parallèle, les autorités de régulation ont établi des normes permettant d'évaluer la qualité de la tension à partir des mesures disponibles sur le réseau [59]. Dans le contexte de l'ET, il devient essentiel de disposer de métriques robustes pour caractériser la qualité de la tension et vérifier la fiabilité des contrats à terme.

2.2.4 Comparaison des mécanismes de fixation des prix

La littérature existante révèle que l'analyse des mécanismes de fixation des prix — qu'ils soient exogènes ou endogènes — s'effectue à des échelles temporelles diverses, intègre une grande variété de RED, et s'appuie sur des paramètres de simulation hétérogènes. Cette diversité méthodologique confère au domaine d'analyse un champ d'étude étendu. En conséquence, afin de circonscrire le périmètre de ce travail et conformément aux hypothèses de la thèse, l'analyse se concentre exclusivement sur les mécanismes du PC et du PMLD. Le Tableau 2-1 présente une synthèse des études de la littérature recourant à ces mécanismes, en détaillant les indicateurs utilisés pour évaluer leur impact sur l'équité, l'efficacité économique et la qualité de la tension. Par ailleurs, les études sont classées selon leur domaine d'application et les techniques de compensation du marché.

Tableau 2-1 Revue de la littérature sur les mécanismes PC et le PMLD

Réf.	Mécanisme des prix	Domaine d'étude	Techniques	Équité	Efficacité économique	Qualité de tension	Indices
[45]	PMLD	Énergie transactionnelle	Optimisation bi-niveau	✓	x	x	Jain
[60]	PMLD	Efficacité du réseau	Optimisation	x	✓	x	-
[61]	PMLD	Énergie transactionnelle	FPO	✓	x	x	-
[62]	PMLD	Mécanismes des prix	Droits de couverture	✓	x	x	Taux de contribution
[63]	PMLD	Réseaux de distribution	FPO	x	x	✓	Bénéfice net
[64]	PMLD	Réseau intelligent	Optimisation bi-niveau	x	✓	x	Bien-être social
[65]	PC	Réponse à la demande	Valeur de Shapley	✓	x	x	Distance variationnelle
[66]	PC	Réponse à la demande	Théorie des jeux	✓	x	x	Prix de l'anarchie
[67]	PC	Réponse à la demande	Théorie des jeux	x	✓	x	-
[68]	PC	Réponse à la demande	Valeur de Shapley	✓	x	x	Distance variationnelle
[69]	PC	Réponse à la demande	Valeur de Shapley	✓	x	x	Distance variationnelle

Le Tableau 2-1 montre que la plupart des études ne considèrent l'équité que dans le cadre du mécanisme de PC pour les programmes de réponse à la demande. Cependant, ces approches sont limitées car la notion d'équité peut pénaliser les préférences et les besoins de flexibilité des clients. De plus, lorsque la participation au marché augmente et que l'équité est évaluée à l'aide des valeurs de Shapley, les mesures d'équité deviennent difficiles à mettre en œuvre en raison de la complexité computationnelle associée [70]. D'un autre côté, les travaux portant sur l'efficacité économique des mécanismes de fixation des prix se concentrent uniquement sur la minimisation des coûts pour le GRD, en négligeant les utilités des utilisateurs et en ne capturant qu'une part du bien-être social. L'équité dans le mécanisme de PMLD a principalement été traitée au moyen d'approches de simulation à deux couches, qui ne garantissent pas l'optimalité de la solution globale. Par ailleurs, le travail visant à régulariser directement le PMLD repose sur un modèle

linéarisé qui ne prend pas en compte la puissance réactive ni les contraintes de tension, ce qui peut engendrer des écarts significatifs lors des mises en œuvre réelles.

D'autre part, la plupart des études ne prennent pas en compte les paramètres de qualité de la tension avant la clôture du marché. De plus, l'analyse de la littérature révèle que, dans le contexte des systèmes d'ET, aucune étude ne propose de cadre méthodologique permettant de comparer les mécanismes de fixation des prix selon les métriques: d'équité, d'efficacité économique et de qualité de la tension. Bien que diverses études examinent ces mécanismes et quantifient leurs effets, leurs résultats demeurent difficilement comparables en raison des différences de conception des marchés. Cette lacune souligne la nécessité d'un cadre méthodologique unifié pour évaluer les mécanismes de fixation des prix dans des conditions de marché homogènes.

2.3 Mécanisme de partage de coûts

Le mécanisme de PC correspond à une approche d'allocation du coût total d'une ressource ou d'un service entre les participants d'un système. Il est largement utilisé pour la tarification des biens et services collectifs, notamment dans les secteurs du transport, des services de santé et des systèmes énergétiques [71]. Le PC est particulièrement pertinent dans les contextes où l'objectif principal est d'assurer une répartition équitable des coûts et des bénéfices entre les utilisateurs [72]. La littérature scientifique rapporte plusieurs variantes de ce mécanisme, dont l'allocation proportionnelle à la consommation est la forme la plus répandue [73]. Cette variante présente des avantages pour la conception des jeux coopératifs, en favorisant une répartition équilibrée des efforts entre les participants et en suscitant des incitations à la fois individuelles et collectives [74].

Traditionnellement, lorsque le GRD applique le mécanisme de PC, le prix de fourniture

est déterminé sur la base du coût moyen lorsque les services présentent des coûts marginaux croissants [75]. Dans ce cadre, les participants au marché assument un paiement supérieur à leur coût individuel de fourniture, tout en coopérant pour mutualiser les dépenses liées au service. De plus, le mécanisme de PC repose sur quatre hypothèses: l'équilibre budgétaire, la non-négativité des paiements, la rationalité individuelle des participants et la participation volontaire. Certaines extensions du mécanisme de PC s'appuient sur les valeurs de Shapley ou sur les enchères de Vickrey–Clarke–Groves pour ajuster le compromis entre l'efficacité économique et l'équité [76]. Cependant, dans les réseaux de distribution, l'application de ces techniques est limitée par leur complexité computationnelle, qui augmente rapidement avec le nombre de participants.

Dans les systèmes de distribution, le mécanisme de PC est largement utilisé comme outil de fixation des prix pour le règlement des contrats d'énergie à terme [77]. Dans [65], il est intégré à un programme de réponse à la demande afin de générer les prix de plusieurs utilisateurs coordonnés au sein d'une même entreprise d'énergie ; l'équité du mécanisme y est évaluée, ainsi que ses effets sur la flexibilité des utilisateurs. Par ailleurs, [69] analyse le compromis entre l'équité et l'efficacité économique pour différentes tailles de réseau et à plusieurs horizons temporels. Cependant, l'intégration du mécanisme PC dans le contexte de l'ET pose plusieurs défis pour le GRD, notamment en matière de fiabilité du système, dans la mesure où les participants disposent d'une perception limitée des contraintes d'adéquation et de sécurité du réseau.

Le Tableau 2-2 synthétise un ensemble d'études recourant au mécanisme de PC dans les systèmes de distribution. De plus, ces études sont classées en fonction de la topologie du marché, du mécanisme de découverte des prix, de la prise en compte de l'équité dans les prix résultants, de l'intégration des incertitudes dans la formation des prix, ainsi que

de la prise en compte des contraintes du système de distribution.

Tableau 2-2 Revue de la littérature sur le mécanisme de PC.

Réf.	Topologie du marché	Découverte des prix	Prix équitables	Gestion de l'incertitude	Contraintes du réseau
[78]	Distribué	Jeu coopératif	✓	✓	x
[79]	Distribué	Optimisation en deux étapes	✓	✓	x
[80]	Distribué	Jeu non coopératif	✓	x	x
[81]	Centralisé	Optimisation	✓	✓	x
[82]	Distribué	Jeu non coopératif	✓	x	✓
[83]	Distribué	Basé sur des règles	✓	x	x
[84]	Distribué	Jeu Coopératif	✓	x	✓

La revue de la littérature montre que la majorité des études utilisant le mécanisme de PC ne prennent pas en compte les contraintes du système de distribution. Dans le contexte des systèmes d'ET, l'absence de validation explicite de ces contraintes peut compromettre la fiabilité du réseau et dégrader les indicateurs de performance des gestionnaires [85]. En particulier, les prosommateurs qui pilotent des RED en réponse à des signaux des prix peuvent générer des flux d'énergie indésirables, perturbant ainsi le fonctionnement du système. Par conséquent, l'équilibre du réseau est compromis, ce qui limite la capacité des GRD à garantir un service d'électricité fiable. Cette lacune met en évidence la nécessité d'intégrer explicitement les contraintes du réseau de distribution au mécanisme de PC afin d'améliorer la fiabilité du système électrique.

2.4 Mécanisme de prix marginal localisé au niveau de la distribution

Le mécanisme de PMLD est un modèle de formation des prix qui reflète le coût marginal associé à la fourniture d'une unité supplémentaire d'électricité à un nœud donné du réseau de distribution [86]. Ce mécanisme s'est imposé comme une référence dans

certains systèmes de distribution en raison de sa capacité à intégrer explicitement les contraintes physiques du réseau dans la formation des signaux de prix [87]. À ce titre, le PMLD contribue au maintien des variables électriques dans les limites réglementaires fixées par les autorités du système. Il constitue une extension du concept de prix marginal localisé (PML), initialement développé pour les réseaux de transport [88]. Les prix issus du PMLD sont obtenus à partir de la résolution d'un problème d'optimisation du flux de puissance optimal (FPO), suivie de l'évaluation des variables duales associées aux contraintes du réseau [89].

La mise en œuvre du mécanisme de PMLD constitue un défi pour le GRD, en raison du caractère non linéaire et non convexe du FPO induit par les équations de balance de puissance [90]. Néanmoins, la littérature propose diverses techniques de convexification et de linéarisation pour approximer les prix [91]. La relaxation par cônes du second ordre permet, par exemple, de convexifier le problème et d'en assurer la tractabilité [92]. De même, la programmation semi-définie relaxe les termes bilinéaires et rend le FPO résoluble à l'aide de méthodes de point intérieur [93]. À l'inverse, les approximations linéaires, telles que le DC-FPO, offrent un cadre simplifié pour la décomposition des prix, mais négligent les contraintes de tension et de puissance réactive [94]. Des approches plus élaborées, telles que le modèle DistFlow, permettent de préserver la décomposition des prix tout en tenant compte des flux réactifs [95].

Dans le contexte des réseaux de distribution, le PMLD peut être utilisé dans diverses situations pour répondre à des problématiques opérationnelles. Par exemple, l'étude [96] exploite le PMLD pour la gestion de la congestion dans un réseau de distribution en intégrant la flexibilité de la demande au moyen d'une formulation de programmation quadratique. Dans [97], le PMLD est mis en œuvre pour gérer la congestion dans un réseau

de distribution caractérisé par une forte pénétration de véhicules électriques. De même, l'approche proposée dans [98] repose sur une formulation itérative du PMLD visant à ajuster la demande flexible des bâtiments afin de limiter les congestions du réseau. Par ailleurs, le PMLD permet d'exploiter la flexibilité opérationnelle offerte par les RED, contribuant ainsi à l'optimisation des performances globales du système [99].

Le Tableau 2-3 synthétise les études antérieures ayant recours au PMLD et les compare selon plusieurs critères: le domaine d'application, le type de modélisation utilisé pour le problème du FPO, la topologie du marché, la prise en compte de la décomposition du prix, ainsi que l'intégration des considérations d'équité dans la variabilité géographique du prix marginal.

Tableau 2-3 Revue de la littérature sur le mécanisme de PMLD

Réf.	Domaine d'étude	Modélisation du FPO	Topologie du marché	Décomposition du prix	Prix équitables
[45]	Énergie transactionnelle	Linéaire	Distribué	✓	✓
[64]	Réseau intelligent	DistFlow	Distribué	x	x
[99]	Réseau de distribution	Facteurs de sensibilité	Centralisé	✓	x
[100]	Systèmes de puissance	BranchFlow	Centralisé	x	x
[101]	Systèmes de puissance	Linéaire	Centralisé	✓	x
[102]	Systèmes de puissance	Linéaire	Décentralisé	✓	x

Le Tableau 2-3 met en évidence que la majorité des études sur le mécanisme de PMLD ne prennent pas en compte l'équité dans la fixation des prix. Ce problème est dû au fait que le prix marginal résultant dépend directement des pertes, de la congestion des lignes et de la tension aux nœuds. Cela implique que les utilisateurs situés en bout de circuits radiaux, où les violations des contraintes sont plus fréquentes, seront facturés à des prix plus élevés. Ce manque d'équité du mécanisme peut avoir un impact direct sur le marché

d'ET, car les utilisateurs pourraient choisir de ne pas y participer. À ce jour, l'étude de [45] constitue la seule à aborder l'équité par une régularisation directe du problème du FPO. Néanmoins, l'approche proposée s'appuie sur un modèle de flux simplifié, ce qui limite la représentativité de la modélisation des conditions réelles d'exploitation. Afin de combler cette lacune, ce travail doctoral propose un mécanisme de PMLD modifié intégrant explicitement l'équité dans la formation des prix, tout en conservant la modélisation de la puissance réactive et des contraintes de tension.

2.5 Réseau de distribution

Le réseau de distribution est défini dans cette thèse comme l'ensemble des infrastructures électriques assurant l'acheminement de l'énergie depuis les postes de distribution jusqu'aux utilisateurs finaux. Il comprend les postes de transformation, les lignes de moyenne et de basse tension, les transformateurs de distribution ainsi que les équipements de protection, de commande et de raccordement des utilisateurs. Les travaux présentés s'inscrivent dans le contexte des réseaux de distribution radiaux du Québec, dont l'exploitation est assurée par un GRD unique. L'énergie est acheminée depuis le réseau de transport vers les postes de distribution, où la tension est abaissée à la moyenne tension, généralement de 25 kV. Elle est ensuite distribuée aux utilisateurs résidentiels par l'intermédiaire des transformateurs de distribution, qui l'abaissent à 120/240 V [103].

Les mécanismes de fixation des prix proposés dans cette thèse sont évalués sur le réseau de distribution IEEE 33-bus, l'un des systèmes de référence de la littérature consacrée aux réseaux de distribution et à l'ET. L'utilisation de ce réseau de test favorise la reproductibilité des résultats et facilite leur comparaison avec les travaux de l'état de l'art. Le système IEEE 33-bus est un réseau de distribution radial alimenté par un poste de transformation unique et exploité à une tension nominale de 12,66 kV, représentative

des niveaux de moyenne tension rencontrés dans les réseaux de distribution. Il comprend 33 nœuds de charge répartis sur quatre départs radiaux, comme illustré dans la Fig. 2.4. Le bus 1 est défini comme bus de référence (slack bus) et comporte un générateur conventionnel assurant le maintien de la tension de référence du système. Les données relatives aux impédances des lignes et des charges proviennent de [104]. Dans l'ensemble des simulations, les limites de tension sont fixées entre 0,9 p.u. et 1,1 p.u., tandis que le courant admissible de chaque ligne est limité à 1,5 fois son courant nominal.

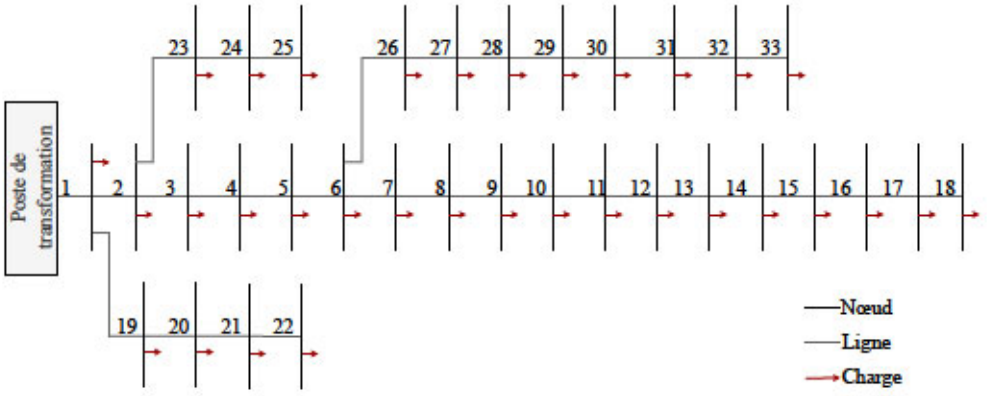


Figure 2.4 Réseau de distribution IEEE à 33-bus.

Chapitre 3 - Présentation des résultats par articles

Les résultats issus de la méthodologie développée dans le cadre de cette thèse ont été publiés dans trois articles scientifiques. Le diagramme conceptuel de la Figure 3.1 présente les liens entre les articles ainsi que la structure conceptuelle menant à l'objectif général de la thèse, à savoir le développement de mécanismes de fixation des prix pour l'ET intégrant les contraintes du réseau et garantissant l'équité entre les utilisateurs.

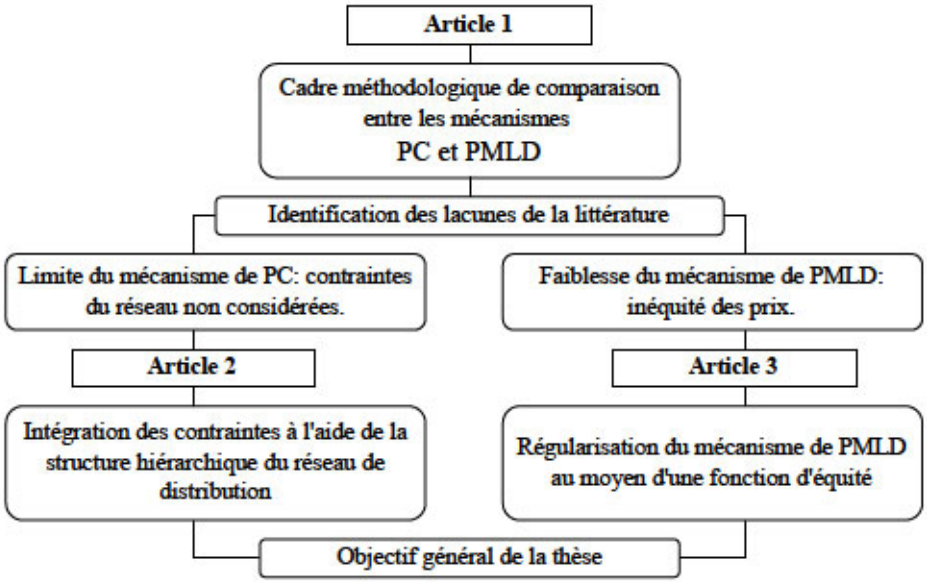


Figure 3.1 Structure conceptuelle de la thèse et articulation des articles.

Le premier article constitue la base méthodologique du travail, dont les résultats ont permis d'orienter les axes de recherche sur lesquels repose la suite du projet. Cette première étude propose un cadre méthodologique pour comparer les mécanismes de PC et de PMLD. À cet effet, elle définit la structure du marché transactionnel considéré, identifie les sources de flexibilité au sein du système et précise les modalités d'interaction entre les participants. Par ailleurs, elle introduit un ensemble de métriques permettant d'évaluer l'impact de chaque mécanisme de prix sur l'équité, l'efficacité économique et la fiabilité

du réseau de distribution. Les résultats issus de ces métriques ont permis d'identifier plusieurs lacunes dans la littérature, ainsi que des limites conceptuelles propres à chaque mécanisme. Ces analyses constituent ainsi les fondements et les hypothèses initiales sur lesquels s'appuient les deuxième et troisième articles.

La première lacune identifiée est que le mécanisme de PC ne tient pas compte des contraintes du réseau de distribution lors du processus de négociation, ce qui limite la fiabilité du système. Ce constat constitue le point de départ du deuxième article, dont l'objectif est d'intégrer explicitement ces contraintes en s'appuyant sur la structure hiérarchique du réseau de distribution. Cette intégration est réalisée en modifiant la fonction de prix afin d'y intégrer des pénalités liées aux déviations de tension et aux congestions des lignes. Par ailleurs, une approche stochastique est utilisée pour valider les contraintes et fournir au GRD l'information nécessaire à une prise de décision éclairée en fonction du niveau de risque associé aux transactions. Enfin, le mécanisme de PC proposé constitue une alternative au mécanisme de PMLD, qui demeure le principal cadre de la littérature intégrant explicitement les contraintes du réseau dans les prix.

La deuxième lacune identifiée à partir des résultats du premier travail concerne le manque d'équité du mécanisme de PMLD, lié à la variabilité des prix selon la position géographique des participants. Ce constat constitue le point de départ du troisième article, dont l'objectif est d'introduire explicitement l'équité dans ce mécanisme. Cette intégration s'effectue via une fonction de régularisation visant à réduire la dispersion des prix. Par conséquent, l'objectif du GRD consiste désormais à minimiser simultanément le coût du système et l'inéquité des prix. Le compromis entre ces deux objectifs dans la fonction objectif du GRD permet de caractériser une frontière de Pareto, où toute amélioration de l'équité entraîne une diminution de l'efficacité économique. Par ailleurs, l'étude propose

un mécanisme de compensation de marché distribué, dans lequel les utilisateurs n'ont pas besoin de révéler leurs préférences de consommation pour résoudre le problème. Enfin, la formulation du PMLD garantit l'optimalité du problème et constitue une alternative aux approches fondées sur la résolution par couches successives.

Comme indiqué précédemment, les trois articles sont méthodologiquement liés et leurs résultats répondent aux différents objectifs de la thèse. Les deuxième et troisième articles proposent des extensions méthodologiques visant à combler les lacunes identifiées dans le premier. Les sections suivantes de ce chapitre présentent une synthèse du contexte, de la méthodologie et des résultats de chaque article. Elles sont suivies de la version anglaise des articles publiés, dans laquelle sont détaillées les questions de recherche, les méthodologies proposées, les études de cas considérées ainsi que les résultats qui valident les contributions de chaque travail.

3.1 Cadre de simulations pour comparer les mécanismes de fixation des prix

3.1.1 Contexte

L'intégration croissante des RED, combinée à l'évolution des technologies de communication, favorise l'émergence de l'ET. De nombreuses initiatives ont été menées pour développer des mécanismes de prix adaptés aux systèmes transactionnels, afin de mobiliser la flexibilité des ressources et d'améliorer les performances techniques et économiques des réseaux. La littérature scientifique montre que la plupart des bénéfices associés à l'ET dépendent étroitement du mécanisme de prix utilisé par le GRD pour négocier avec les participants. Toutefois, évaluer l'impact de ce mécanisme sur des dimensions telles que l'équité, l'efficacité économique et la fiabilité du système électrique demeure complexe, en raison du nombre élevé de paramètres qui influencent le

fonctionnement du marché. Malgré cette complexité, l'analyse théorique et expérimentale de ces impacts est indispensable pour soutenir l'implantation de l'ET et fournir aux GRD des informations fiables pour la prise de décision.

La présente étude vise à fournir aux GRD et aux régulateurs des informations robustes pour appuyer la prise de décision relative aux mécanismes de fixation des prix et à leurs effets sur les métriques d'équité, d'efficacité économique et de qualité de service dans le contexte de l'ET. Les résultats obtenus constitueront une base d'appui pour des décisions éclairées, en veillant à ce que le mécanisme de fixation des prix retenu soit aligné sur les intérêts de l'ensemble des parties prenantes, incluant le GRD, le régulateur et les utilisateurs. Les principales contributions de ce travail sont les suivantes:

- Une comparaison exhaustive entre les mécanismes de PMLD et de PC dans les systèmes de l'ET, sous des conditions de marché identiques.
- Une analyse quantitative de l'impact des mécanismes de PMLD et de PC sur l'équité, l'efficacité et la qualité de la tension dans les systèmes de l'ET.
- Une proposition d'un indice unifié résumant les effets des mécanismes de PMLD et de PC à l'aide de critères pondérés.

3.1.2 Méthodologie

La méthodologie proposée vise à quantifier l'impact des mécanismes de PMLD et de PC sur les métriques d'équité, d'efficacité économique et de fiabilité. L'objectif est de garantir que le prix constitue la seule variable modifiée sur le marché transactionnel. À cette fin, la recherche modélise un marché dans lequel un GRD dessert plusieurs utilisateurs résidentiels. Ces derniers ajustent leur consommation en maximisant leur bien-être individuel à partir des signaux de prix fournis par le GRD, tandis que celui-ci

détermine les prix en fonction des coûts d'exploitation du réseau. L'analyse repose sur un marché à terme de 24 heures. Toutefois, des marchés de plus courte durée peuvent contribuer à réduire l'incertitude liée à la variabilité de la production et aux charges non contrôlables.

Le GRD cherche à estimer la disposition à payer des utilisateurs tout en garantissant le respect des contraintes du réseau. Le processus est initié par la transmission d'un prix uniforme afin d'observer leur réponse. Les utilisateurs évaluent leur consommation et la communiquent au GRD, qui calcule la demande agrégée pour la période considérée et détermine les prix selon le mécanisme de PC ou de PMLD. Cette procédure itérative se poursuit jusqu'à la convergence de la demande, définie par un écart inférieur à un seuil prédéfini entre deux estimations successives. Afin de pénaliser les fortes variations des ajustements de consommation, un opérateur proximal est intégré au problème d'optimisation des utilisateurs.

Les prix et les demandes issus du marché transactionnel constituent les données d'entrée pour l'évaluation des métriques d'intérêt. L'équité est mesurée à l'aide de l'indice G'_s, fondé sur la dispersion spatiale des prix au sein du réseau. L'efficacité économique est quantifiée par le bien-être social, qui intègre les utilités des utilisateurs et les coûts de génération. La qualité de la tension est évaluée à l'aide d'un indice mesurant l'écart moyen entre la tension nodale et la tension nominale. Chaque métrique caractérise une dimension spécifique du fonctionnement du marché, et leur analyse conjointe permet une évaluation intégrée de la performance globale. Afin de synthétiser ces dimensions en un indicateur directement exploitable par le GRD, un indice unifié est proposé. Celui-ci agrège les trois métriques au moyen de pondérations ajustables, reflétant différentes priorités opérationnelles.

3.1.3 Résultats

Le cadre de comparaison proposé a été validé à l'aide du système de distribution à 33 bus de l'IEEE, en équipant les utilisateurs résidentiels de thermostats intelligents, utilisés comme charges contrôlables. Les résultats montrent que les prix obtenus avec le mécanisme PC demeurent uniformes sur l'ensemble du réseau. À l'inverse, les prix calculés avec le mécanisme de PMLD augmentent progressivement à mesure que les nœuds s'éloignent de la sous-station principale. Cette tendance résulte du fait que le PMLD dépend directement des pertes, de la congestion et des écarts de tension du système. Les résultats concernant la puissance agrégée indiquent que la compensation du marché est atteinte après six itérations et que le profil de consommation présente deux pics, à 6 h et à 17 h, correspondant au comportement typique observé au Québec. Par ailleurs, les simulations montrent que le mécanisme de PMLD pénalise davantage la consommation que le mécanisme de PC, ce qui se traduit par une réduction de l'utilité perçue par les utilisateurs.

Les résultats indiquent que le mécanisme PC atteint une équité maximale, puisque tous les utilisateurs reçoivent un prix identique. À l'inverse, le mécanisme PMLD présente un niveau d'équité plus faible en raison de la différenciation spatiale des prix entre les différentes sections du réseau. Cette équité se détériore davantage durant les périodes de pointe, lorsqu'une part plus importante des pertes est imputée aux nœuds situés en bout de ligne. L'efficacité économique suit une tendance opposée. Le PMLD maximise le bien-être social, ce qui se traduit par une minimisation des coûts pour le GRD et une maximisation de l'utilité pour les utilisateurs. En revanche, le mécanisme PC affiche des performances inférieures sur cette métrique, puisqu'il répartit les coûts sans chercher à minimiser la valeur globale. En ce qui concerne la qualité de la tension, le PMLD présente les meilleures

performances, car il intègre explicitement les contraintes du réseau dans la formation des prix. Le mécanisme PC, qui ne tient pas compte de ces contraintes, fournit des résultats moins favorables sur ce point.

Utilities Policy 93 (2025) 101890

Contents lists available at ScienceDirect

Utilities Policy

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jup

Full length article

Impact of distribution locational marginal pricing and cost-sharing pricing mechanisms on fairness, efficiency, and voltage quality in transactive energy systems

Daniel Galeano-Suárez [a,b,*], David Toquica [a,b], Nilson Henao [a,b], Kodjo Agbossou [a,b], JC Oviedo-Cepeda [c]

[a] Department of Electrical and Computer Engineering, Université du Québec à Trois-Rivières, 3351, boul. des Forges, Trois-Rivières, Quebec, QC G8Z 4M3, Canada
[b] Smart energy research and innovation laboratory, LIREI, Canada
[c] Institut de Recherche d'Hydro-Québec (IREQ-LTE), Canada

ARTICLE INFO

Keywords:
Efficiency
Fairness
Pricing mechanism
Voltage quality
Transactive energy

ABSTRACT

The increasing integration of distributed energy resources and the evolution of smart grids pave the way to Transactive Energy Systems (TES). Numerous initiatives have been made to craft pricing mechanisms on TES as incentives to leverage resource flexibility and contribute to improving technical and economic indexes. Nevertheless, comparing these pricing mechanisms is challenging due to the fluctuating market conditions and diverse TES configurations. This research compares the impact of the Distribution Locational Marginal Pricing (DLMP) and Cost-Sharing (CS) pricing mechanisms on TES fairness, economic efficiency, and voltage quality under identical market conditions. In addition, a unified index is proposed to compile market metrics and facilitate Distribution System Operator (DSO) decisions on pricing according to weighted objectives. Accordingly, this research contributes valuable insights that promote TES expansion and better management for DSOs and market regulators. This paper uses a transactive forward market on the IEEE-33 bus test system as a case study. The results show that CS pricing yields complete price fairness. In contrast, the DLMP forgo fairness for the sake of economic efficiency. Here, the unified index reveals that CS pricing is preferable when the DSO weights equally fairness and efficiency, even though DLMP demonstrates a superior voltage quality index in the case study. The developed comparison framework is general to all pricing mechanisms as it simplifies the interactions between the DSO and the consumers through price and energy demand signals.

1. Introduction

Traditional centralized power systems confront multiple challenges to integrating distributed resources successfully (Sinsel et al., 2020). Accordingly, several technologies have been deployed to transform them into smart grids that favor new market designs and Transactive Energy Systems (TES) (Abrishambaf et al., 2019). The main objective of TES is to decentralize grid management, allowing all stakeholders to participate in maintaining the dynamic balance of supply and demand across the grid (Council, 2019). Indeed, TES uses stakeholders' energy service valuations as an operational parameter to allocate resources. Furthermore, TES aids end-users in evolving from passive to proactive consumers since they may leverage controllable loads to participate in market transactions. End-users will then modulate their demand to coordinate or negotiate according to their objectives (Zou et al., 2022).

Previous projects have tested TES using different combinations of market structures, pricing mechanisms, and market clearing algorithms (Hammerstrom et al., 2008; Widergren et al., 2014; Melton, 2015). These projects hint that TES promotes fairness, economic efficiency, and system reliability by including participants' valuations and preferences in the resource allocation processes (Li et al., 2020). Nevertheless, realizing TES advantages relies on certain market design aspects, specifically selecting the appropriate pricing mechanism (Hahnel et al., 2020). The pricing mechanism is vital because it incentivizes producers to allocate resources efficiently in response to consumer demand (Eid et al., 2016).

Quantifying the impact of the pricing mechanism on fairness, economic efficiency, and voltage quality indexes is challenging due to the numerous parameters involved in the TES design. However, the

* Corresponding author at: Department of Electrical and Computer Engineering, Université du Québec à Trois-Rivières, 3351, boul. des Forges, Trois-Rivières, Quebec, QC G8Z 4M3, Canada.
E-mail address: daniel.camilo.galeano.suarez@uqtr.ca (D. Galeano-Suárez).

https://doi.org/10.1016/j.jup.2025.101890
Received 26 June 2024; Received in revised form 3 January 2025; Accepted 3 January 2025
Available online 11 January 2025
0957-1787/© 2025 Elsevier Ltd. All rights are reserved, including those for text and data mining, AI training, and similar technologies.

Nomenclature

$(.)^*$	Complex conjugated
α_k	Generator coefficient at node k
λ_t	Price economical dispatch at time t
Im	Imaginary component of a variable
Re	Real component of a variable
$\mathcal{E}$	Set of edges
$\mathcal{G}$	Oriented graph
$\mathcal{L}^{CS}$	Lagrange function for CS
$\mathcal{L}^{DLMP}$	Lagrange function for DLMP
$\mathcal{N}$	Set of nodes in the grid, $\lvert\mathcal{N}\rvert = n$
SW_t	Social Welfare at time t
VPI_t	Voltage Profile Index at time t
$\pi^{CS}_{k,t}$	Price of the CS for node k at time t
$\pi^{DLMP}_{k,t}$	Price of the DLMP for node k at time t
ψ	The maximum voltage deviation
C^{CR}_t	Cost of the congestion rent at time t
C^{G}_t	Generation cost at time t
C^{total}_t	Total system cost at time t
$C_{k,t}$	Cost at node k at time t
$G's_t$	Fairness metric at time t
$h_{k,t}, h_{m,t}$	Voltages norms of nodes k, m at time t
$I_{[k,m],max}$	Maximum capacity of the line between nodes k and m
m, k	Subscripts for represent node
P^{AG}_t	Aggregate power at time t
P^{Loss}_t	Total system losses at time t
$P^{G}_{k,t,min}, P^{G}_{k,t,max}$	Min/max active power of generator k at time t
$P^{D}_{k,t}$	Active power demand at node k at time t
$P^{G}_{k,t}$	Active power of generator at node k at time t
$Q^{G}_{k,t,min}, Q^{G}_{k,t,max}$	Min/max reactive power of generator k at time t
$S^{D}_{k,t}$	Apparent power demand for node k at time t
$S^{G}_{k,t}$	Apparent power of generator k at time t
$U_{i,t}$	Utility for the customer i at time t
$u_{i,t}$	Consumption of the heating system of customer i at time t
$v_{i,t}$	Consumption of uncontrollable loads of customer i at time t
$V_{k,t}$	Voltage of node k at time t
$w_{[km],t}$	Convexification auxiliary variable at time t
Y_{bus}	Nodal admittance matrix

theoretical and experimental evidence of TES's impact on those indexes is crucial to promote its implementation. Firstly, TES fairness influences participants' decision-making as they enter the market depending on their shared advantage perception (Dynge et al., 2023). Secondly, the system's economic efficiency indicates the social benefits resulting from energy allocation. A system is economically efficient when it runs at a minimal cost, and the maximum benefit is derived from energy consumption (Yang et al., 2021). Finally, voltage quality indexes specify the system's voltage state and validate a secure grid energy supply (Muscas, 2010). Counting on high grid voltage quality levels is essential to ensure market transactions can be performed without risk (Galeano-Suarez et al., 2023). In distribution grids, the Distribution System Operators (DSO) dispose of different control actions to maintain voltage quality indexes; such control is arduous for TES participants as they have limited grid observability.

The present study aims to provide valuable information to DSOs and market regulators about the impact of pricing mechanisms on fairness, economic efficiency, and voltage quality indexes in the context of TES. The findings of this study will serve as a guide for decision-making, ensuring that the choice of pricing mechanisms aligns with the interests of all stakeholders, including system operators, regulators, and, ultimately, the customers. Specifically, this research aims to answer the following key questions regarding the pricing mechanisms:

- How do the different pricing mechanisms compare in terms of fairness, economic efficiency, and voltage quality in TES?
- How much do different pricing mechanisms influence TES's fairness, economic efficiency, and voltage quality indexes?
- Which pricing mechanism in TES performs best according to the weighted objectives of the DSO and market regulator?

The rest of this article is organized as follows: Section 2 presents a literature review focusing on pricing mechanisms and highlighting the main contributions of this study. Section 3 defines the TES features and the mathematical formulation of the pricing mechanisms. Section 4 presents the metrics for fairness, economic efficiency, voltage quality, and the proposal of a unified index. Section 5 presents the case study configuration using the IEEE-33 bus system data and its results. Finally, Section 6 summarizes the study's main findings and suggests potential areas for future research.

2. Literature review and contributions

The literature reports various pricing mechanisms used in the TES context. This study considers two well-established pricing mechanisms to develop the methodological comparison framework: Cost-Sharing (CS) and Distribution Locational Marginal Pricing (DLMP). The CS mechanism is a method to allocate the total cost of a shared resource or service among multiple participants. CS is currently employed to price commodities in different domains, such as transportation, medical services, and energy (Furuhata et al., 2015). Indeed, CS serves in cases where fair distribution of benefits or costs is a major concern for the users (Dehez and Tellone, 2013). The literature also reports various modifications of CS, where the most common is charging the users proportionally to their consumption (Sprumont, 1998). This CS alternative is beneficial in designing cooperative games to divide the participants' efforts while involving individual and group incentives (Nisan et al., 2007).

CS mechanism in power distribution systems is often used for billing and settling energy contracts (Nguyen et al., 2015). For example, the researchers in Mohsenian-Rad et al. (2010) used the CS mechanism in a demand response program to generate tariffs for multiple customers managed by a single utility. The fairness of the CS mechanism has been studied, and its implications on participants' demand flexibility have been analyzed (Baharlouei et al., 2013). Additionally, the authors in Jacquot et al. (2017) also quantify the CS tradeoff between fairness and economic efficiency at different grid sizes and time scales.

Conversely, DLMP is a relatively new pricing mechanism representing the marginal cost of delivering an additional unit of electricity to a specific location within a distribution grid (Wang et al., 2023). The DLMP has gained attention as a pricing mechanism for distribution systems due to its capacity to reflect the state of physical grid constraints in the resulting price. Consequently, the DLMP may contribute to maintaining the electric variables within the normative limits established by system regulators. Study (Huang et al., 2015) proposes using the DLMP to alleviate the congestion in a distribution network with high penetration of flexible demands through quadratic programming. In Liu et al. (2018), DLMP is implemented to alleviate the congestion in the distribution network with high penetration of electric vehicles. The work in Hanif et al. (2017) removes distribution grid congestion by modulating the flexible demand of buildings through an iterative DLMP. These studies show that the DLMP exploits the grid's

Table 1
Comparison of the literature with the presented work.

Ref.	Pricing mechanism	Study field	Techniques	Fairness	Economic efficiency	Voltage quality	Indexes	Unified index
Zarabie et al. (2019)	DLMP	Transactive energy	Bi-level optimization	✓	x	x	Jain	x
Liyanapathirane et al. (2021)	DLMP	Grid efficiency	Optimization	x	✓	x	–	x
Asarias and Pedrasa (2021)	DLMP	Transactive energy	OPF	✓	x	x	–	x
Hanif et al. (2019)	DLMP	Pricing mechanisms	Grid hedging rights	✓	x	x	Contribution rate	x
Petrou et al. (2021)	DLMP	Distribution networks	OPF	x	x	✓	Net benefit	x
Faqiry and Das (2019)	DLMP	Smart grid	Bi-level optimization	x	✓	x	Social welfare	x
Baharlouei et al. (2013)	CS	Demand response	Shapley value	✓	x	x	Variational distance	x
Jacquot et al. (2019)	CS	Demand response	Game theory	✓	x	x	Price of anarchy	x
Mohsenian-Rad et al. (2010)	CS	Demand response	Game theory	x	✓	x	–	x
Baharlouei and Hashemi (2014)	CS	Demand response	Shapley value	✓	x	x	Variational distance	x
Jacquot et al. (2017)	CS	Demand response	Shapley value	✓	x	x	Variational distance	x
PA	CS DLMP	Transactive energy	Optimization, Optimization	✓	✓	✓	G's-index Social welfare Voltage profile index	✓

operational flexibility in the presence of distributed energy resources and effectively improves the overall system performance (Jian et al., 2022).

Table 1 summarizes previous studies using CS and DLMP and the indexes used to quantify their impact on fairness, economic efficiency, and voltage quality. Additionally, Table 1 compares the studies classified by application field and market clearing technique with the proposed approach (PA). This review shows that most studies consider only fairness for the CS mechanism in demand response programs. However, those approaches are limited because the notion of fairness penalizes the customers' preferences and flexibility needs. Besides, fairness metrics based on Shapley values become intractable as market participation grows (Maleki, 2015). On the other hand, the works that study the economic efficiency of pricing mechanisms focus on cost minimization using different optimization techniques but neglecting the social welfare obtained from customers' consumption benefits. The fairness of the DLMP has been addressed by including the topological distance of the customers in the distribution grids. However, the computation of this modified DLMP comes from linearizing the power flow, which can present considerable errors in actual implementations (Yuan et al., 2018).

The majority of studies overlook the voltage quality metrics in TES. Furthermore, the literature review shows that in the context of TES, no study proposes a methodological framework to compare pricing mechanisms concerning the three metrics: fairness, economic efficiency, and voltage quality. Even though different studies analyze the pricing mechanisms and quantify their impacts, their results are not comparable since the market designs differ. This gap in the literature highlights the need for a methodological framework to compare pricing mechanisms under identical market conditions.

2.1. Contributions

The literature review shows that the existing studies do not provide the necessary information for DSOs and market regulators to decide which pricing mechanism to use invariably during the market period to accomplish their objectives. For this reason, this study aims to provide valuable insights into the impact of the pricing mechanism on fairness, economic efficiency, and voltage quality in TES. This study proposes a methodological framework to compare the CS and DLMP mechanisms under identical market conditions. The framework is tested in a case study configuration to exemplify its use and provide a clear understanding of its outcomes. The contributions of this work are summarized as follows:

- A comprehensive comparison between DLMP and CS pricing mechanisms in TES under identical market conditions.
- A quantitative analysis of the impact of DLMP and CS pricing mechanism on TES fairness, efficiency, and voltage quality.
- A proposition of a unified index that summarizes the effects of DLMP and CS pricing mechanism using weighted criteria.

3. Transactive energy system configuration

The TES analyzed in this study comprises one monopolist DSO that serves several customers. This configuration corresponds to a typical setup due to the natural monopoly character of the electric grid (Rita et al., 2023). In this case, the customers plan their consumption to maximize utility according to forward electricity prices. Thus, the DSO's role is to compute those prices based on the supply cost. The unified modeling language (UML) diagram in Fig. 1 shows the interaction between the DSO and the customers in the TES market. The contract period in TES forward markets is often set a day ahead for a 24-h supply. However, shorter market periods can help reduce contract uncertainty from variable generation sources and uncontrollable loads (Skajaa et al., 2015).

The DSO wants to know the customers' willingness to pay while respecting their privacy. Therefore, the DSO takes the first action by sending a flat price to the customers to examine their response. Next, customers estimate their consumption and respond to the DSO with their expected energy demand. The DSO computes the aggregated demand for the market period and calculates prices using the CS or DLMP mechanisms. In this loop, customers evaluate the new prices and re-estimate their consumption. The iterative process finishes when customers' demand estimation converges, i.e., when the differences between consecutive estimations fall below a certain threshold. Customers incorporate a proximal operator into their optimization to penalize abrupt changes in demand estimations between iterations.

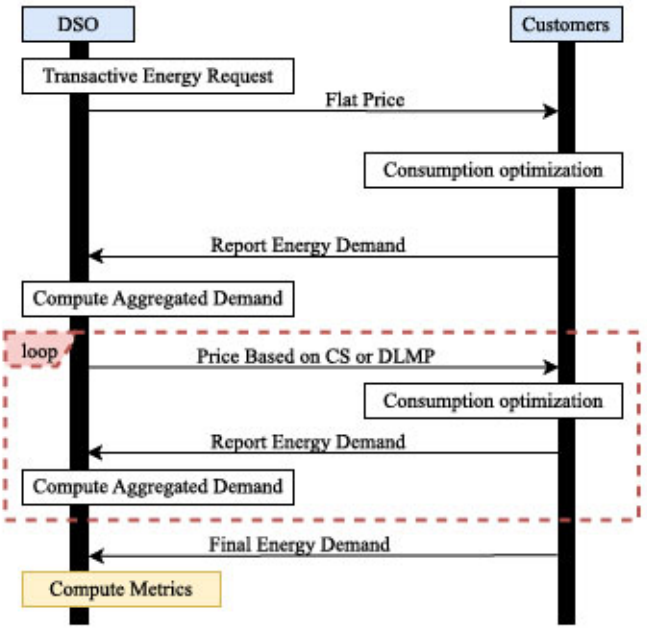


Fig. 1. TES interactions.

The market clearing time depends on the iterative communication delays between the DSO and the customers and how quickly customers collect data from behind-the-meter resources. Previous studies have analyzed the convergence rates of TES market interactions and their optimality conditions (Toquica et al., 2024). Notably, this scenario's convergence rate is not critical since the forward market is cleared in advance. The resulting electricity prices and demands from TES interactions are the input for measuring fairness, economic efficiency, and voltage quality. The proposed pricing comparison framework holds all parameters from the customers' side, the market period, and the TES configuration constant. Thus, this methodological procedure allows knowing the direct impact of pricing mechanisms on TES performance.

3.1. Cost-sharing pricing mechanism

Proportional CS is a mechanism for formulating electricity prices in power distribution systems, where the total supply costs are allocated among consumers in proportion to their electricity consumption. Consequently, each consumer's electricity cost depends on their individual consumption and the aggregated cost incurred by all users. In a power system, the supply costs correspond to the sum of generation costs and congestion rents. Here, the generation costs (C_t^G), at a given time t, are considered as a quadratic function of the generated active energy, which is the typical case for hydrothermal power systems (Ennes and Diniz, 2014).

$$C_t^G = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k (P_{k,t}^G)^2 \tag{1}$$

where $P_{k,t}^G$ is the active energy generated in system node k at time t and α_k is a cost coefficient related to generation machines at node k (Wood et al., 2013). On the other hand, the congestion rent (C_t^{CR}) corresponds to the surplus generated by charging the marginal cost to the customers. Previous studies investigated the impact of congestion rent on market efficiency (Jadid and Amoli, 2007). Typically, the DSO keeps the money from the congestion rent for future maintenance and grid expansion (Backerman et al., 2000). It is necessary to compute the congestion rent to equal the conditions between CS and DLMP, so they work with the same total cost (C_t^{total}). However, the congestion rent redistribution or reinvestment is outside the scope of this study.

$$C_t^{CR} = C_t^{total} - C_t^G \tag{2}$$

CS pricing mechanism relies on the assumptions of budget balancing and non-negative payments. For this reason, the system's total cost must equal the revenue obtained from customers' payments, i.e., $C_t^{total} = \lambda_t P_t^{AG}$. Here, the parameter λ_t is the selling price, and $P_t^{AG} = \sum_{k=1}^{n} P_{k,t}^D$ is the aggregated power demand of the system. Indeed, λ_t corresponds to the Lagrange multiplier of the function $\mathcal{L}^{CS}$, derived from an economic dispatch (Lai et al., 2015). This parameter indicates how much the total cost would increase if an additional power unit is required to meet the demand (Li et al., 2013). λ_t depends on the cost parameters α_k, the aggregated power P_t^{AG}, and the total system losses P_t^{Loss}, as stated in Eq. (4). Thus, the expression for the total cost is presented in Eq. (5).

$$\frac{\partial \mathcal{L}^{CS}}{\partial P_{k,t}^G} = 2\alpha_k P_{k,t}^G - \lambda_t = 0 \quad \forall k \tag{3}$$

$$\lambda_t = \frac{2\sum_{k=1}^{n} P_{k,t}^G}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\alpha_k}} = \frac{2(P_t^{AG} + P_t^{loss})}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\alpha_k}} \tag{4}$$

$$C_t^{total} = \left(\frac{2(P_t^{AG} + P_t^{loss})}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\alpha_k}} \right) P_t^{AG} \tag{5}$$

The total cost C_t^{total} is distributed proportionally to the energy consumed by each k node of the system following the CS principle. Therefore, a node's assumed cost ($C_{k,t}$) depends on its share of the aggregated demand, as presented in Eq. (6). Consequently, each node pays its demand multiplied by the λ_t price. The price that the DSO communicates to the customers ($\pi_{k,t}^{CS}$) corresponds to λ_t, and it is the same for all nodes. This price penalizes peak consumption periods since it is proportional to the demand. The algorithm to execute the cost-sharing pricing mechanism is outlined in Algorithm 1. Note that the nodal admittance matrix (Y_{bus}) is required to compute power flows and estimate P_t^{Loss}.

$$C_{k,t} = \left(\frac{P_{k,t}^D}{P_t^{AG}} \right) C_t^{total} = \left(\frac{2(P_t^{AG} + P_t^{loss})}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\alpha_k}} \right) P_{k,t}^D \tag{6}$$

Algorithm 1: Cost-sharing algorithm

Data: $\alpha_k \; \forall k$, Y_{bus}
Input: $P_{k,t}^D$
1: Solve a power flow.
2: Compute the losses of the distribution system.
3: Compute the aggregated power.
4: Compute the vector of prices through the Eq. (4).
5: Computed the cost of node k through Eq. (6).
Output: $\pi_{k,t}^{CS}$, $C_{k,t}$

3.2. Distribution locational marginal pricing

The DLMP pricing mechanism is an evolution of the Locational Marginal Price (LMP) concept used at the transmission level. The DLMP was first proposed in Sotkiewicz and Vignolo (2006) as a nodal pricing to promote distributed generation. Indeed, the DLMP indicates the marginal cost of energy supply, congestion, losses, and voltage support in the system. Additionally, it reflects the spatial and temporal conditions of the distribution grid (Li and Bo, 2007). However, the DLMP charges marginal prices to customers, which causes congestion rent within the transactive market.

The DLMP comes from the shadow prices of optimal power flow (OPF) balance constraints (Domenech et al., 2024). Commonly, the OPF formulation minimizes generation costs while respecting the grid's physical constraints. In this study the distribution system is modeled as an oriented graph $\mathcal{G} = \{\mathcal{N}, \mathcal{E}\}$ where $\mathcal{N} = \{1, 2, \ldots, n\}$ is the set of nodes and $\mathcal{E} \subseteq \{\mathcal{N} x \mathcal{N}\}$ is the set of edges. Then, the nodal admittance matrix (Y_{bus}) that models the physical interconnections in the system is in the space $\mathbb{C}^{n \times n}$. For a compact representation of the model, it is assumed that the subscripts m and k correspond to elements of $\mathcal{N}$ in all cases.

The complete OPF formulation considered is as follows:

$$\min_{S^G_{k,t}, V_{k,t}} \quad C^G_t \tag{7}$$

s.t.:

$$(1-\psi)^2 \leq (\|V_{k,t}\|)^2 \leq (1+\psi)^2, \quad \forall k \in \mathcal{N} \tag{8}$$

$$P^G_{k,t,min} \leq \mathbb{R}e(S^G_{k,t}) \leq P^G_{k,t,max}, \quad \forall k \in \mathcal{N} \tag{9}$$

$$Q^G_{k,t,min} \leq \mathbb{I}m(S^G_{k,t}) \leq Q^G_{k,t,max}, \quad \forall k \in \mathcal{N} \tag{10}$$

$$\|Y_{[k,m]}(V_{k,t} - V_{m,t})\| \leq I_{[k,m],max}, \quad \forall [k,m] \in \mathcal{E} \tag{11}$$

$$\left(\frac{S^G_{k,t} - S^D_{k,t}}{V_{k,t}}\right)^* = \sum_m Y_{[k,m]} V_{m,t}, \quad \forall k \in \mathcal{N} \tag{12}$$

The objective is to minimize the total generation cost. The constraint in Eq. (8) sets the node's maximum and minimum voltage deviations. Eqs. (9) and (10) constrains the generator's active and reactive power output limits. The constraint in Eq. (11) represents the thermal limit of each line of the distribution grid. Finally, the constraint in Eq. (12) depicts the power balance in each system node. This last constraint adds nonlinearities and nonconvexities to the optimization problem (Wang et al., 2007). Consequently, previous studies proposed different approximations and relaxations to solve the problem efficiently and preserve accuracy in the results (Halilbašić et al., 2019). This study employs the following Second-Order-Cone (SOC) relaxation:

$$\left\| \begin{matrix} 2w_{[k,m],t} \\ h_{k,t} - h_{m,t} \end{matrix} \right\| \leq h_{k,t} + h_{m,t} \tag{13}$$

where $\|w_{[k,m],t}\|^2 = h_{k,t} h_{m,t}$, being $h_{k,t} = \|V_{k,t}\|^2$, $h_{m,t} = \|V_{m,t}\|^2$. The SOC approximation relaxes the quadratic equality constraint in Eq. (12) and makes the problem convex. Indeed, the SOC relaxation increases the number of variables but makes the problem computationally tractable. The exactness of the conic relaxation has been proved in Farivar and Low (2013). The resulting convex optimization problem facilitates using Lagrange multipliers to develop the DLMPs (Alsaleh and Fan, 2018). The prices ($\pi^{DLMP}_{k,t}$) correspond to the first-order partial derivative of the Lagrange function $\mathcal{L}^{DLMP}$ concerning the active load demand $\mathbb{R}e(S^D_{k,t})$. The procedure to obtain the DLMP prices is summarized in Algorithm 2.

$$\pi^{DLMP}_{k,t} = \frac{\partial \mathcal{L}^{DLMP}}{\partial \mathbb{R}e(S^D_{k,t})} \tag{14}$$

Algorithm 2: DLMP algorithm

Data: $\alpha_k \; \forall k$, Y_{bus}, ψ, $P^G_{k,t,min}$, $P^G_{k,t,max}$, $Q^G_{k,t,min}$, $Q^G_{k,t,max}$, $I_{[k,m],max}$

Input: P^D_k

1: Solve an optimal power flow.

2: Compute the $\pi^{DLMP}_{k,t}$ through the shadow price of the active power balance Eq. (12).

3: Send the price $\pi^{DLMP}_{k,t}$ to the customers.

Output: $\pi^{DLMP}_{k,t}$

4. Metrics

The TES market is cleared once the DSO and customers agree on prices and demands. The resulting forward contracts become inputs to quantify the system's fairness, economic efficiency, and voltage quality. This section describes the rationale for selecting the indices for each feature and their mathematical modeling. Finally, a unified index is proposed to summarize information and hasten decision-making. The unified index enables DSOs to compare pricing mechanisms considering weighted objectives.

4.1. Fairness

Fairness depends on the subjective assessment of the market participants when analyzing the obtained rewards (Konow, 1996). Such an assessment has been investigated in other fields, such as politics, economics, and social theory. Indeed, the perception of fairness is vital to TES's success because it impacts the participants' decision-making process. Customers participating in TES who perceive the pricing mechanism as unfair may choose to withdraw from the market. Furthermore, fairness is essential for DSOs, as regulatory entities watch over fair pricing, protecting participants, and maintaining market integrity. Quantifying fairness is challenging due to the possibility of perceptual effects, where the individual fairness values may differ from what the majority perceives as fair (Sharma et al., 2009). For this reason, a critical part of measuring fairness is the selection of the quantification metric.

Researchers have been working on an axiomatic fairness theory measuring a resource's equitable division (Lan et al., 2010). In that context, the majorization concept is relevant in comparing the fairness of distribution methods (Dianati et al., 2005). The mostly majorized distribution indicates that all participants received the same amount of the resource or the same price in this case. Notably, fairness perceptions depend directly on the prices paid by peers. Studies confirm that consumers perceive the price as fair when they pay the same as others for the same resource (Lee et al., 2011). Thus, fairness can be quantified using the variability of prices in the distribution system. This paper uses the $G's_t$ index to measure price variability.

$$G's_t = \prod_{k=1}^{n} sin\left(\frac{\omega \pi_{k,t}}{2max(\pi_{k,t})}\right) \tag{15}$$

where $\omega = \pi$ [rad] and $\max(\pi_{k,t})$ denote the maximum price. Setting $\omega = \pi$ [rad] ensures that the sine function maps normalized prices into a strictly increasing range. Furthermore, it guarantees that the index equals one when all prices are equal. The $G's$ index varies from zero to one depending on the variability of TES prices. $G's$ near zero denotes unfair mechanisms, and $G's = 1$ corresponds to maximum fairness. The $G's$ belongs to product-based fairness indices (Mehta, 2020). The choice of the $G's$ index is motivated by its desirable characteristics, including sample size independence, scale independence, defined bounds, and continuity. The $G's$ index uses the sine as a transforming function, decreasing its sensitivity on high disparate values (Yao et al., 2021). Telecom operators have commonly used this index to allocate bandwidth (Dianati et al., 2005).

4.2. Economic efficiency

A market is economically efficient when production costs are minimal and when users derive maximum satisfaction from exchange (Michalos et al., 2014). Thus, economic efficiency refers to the optimal resource allocation for the users to profit the most. In TES, the resource allocation depends on the pricing mechanism, so it becomes essential to quantify economic efficiency when the mechanism changes. This task poses challenges as it often relies on subjective factors, such as user satisfaction assumptions (Kahneman and Krueger, 2006). Nonetheless, the literature reports different metrics and frontier methods to quantify economic efficiency, of which social welfare is one of the most commonly used.

Social welfare (SW) is the sum of consumer and producer surpluses (Marshall, 2009). Then, it can be obtained by aggregating the utility functions of all the customers and discounting the electricity supply cost, as presented in Eq. (16). Social welfare effectively captures how the price mechanism influences the well-being of customers and the DSO's profit. Furthermore, social welfare provides valuable insights for market design, controlling externalities, and participants' decision-making (Cramton, 2017). An elevated level of social welfare indicates efficient utilization of resources in the grid and more benefits for producers and consumers.

$$SW_t = \sum_{i=1}^{J} U_{i,t} - C^G_t \tag{16}$$

4.3. Voltage quality

Voltage quality is a subset of power quality and refers to the voltage characteristics delivered by DSO up to the connection point of end consumers. Voltage quality is divided into two main categories: steady-state (continuous) and transient disturbances (IEEE Recommended, 2019). Steady-state voltage quality pertains to the normal voltage supplied under stable operating conditions, while transient disturbances include random variations such as interruptions, voltage sags, and transients (IEEE Guide, 2018). This study focuses on steady-state voltage behavior, aiming to quantify the impact of the pricing mechanism on voltage quality in distribution systems after a transactive energy negotiation. Voltage quality is critical for DSOs, as regulatory standards require maintaining voltage within prescribed limits to ensure proper equipment operation and overall power quality (Taylor and Short, 2018). Furthermore, reducing voltage quality issues helps minimize network damage and lower maintenance costs (Arrillaga et al., 2000).

The steady-state voltage varies across different points in the distribution system, influenced by the load current and the impedances of lines and transformers (IEEE Guide for Assessing, 2022). Utilities employ different methodologies to guarantee that the voltage drops do not exceed the limits and do not affect the customer's comfort. Additionally, electricity regulators have established standards to quantify voltage quality based on the measurements available to the DSO (Sabin et al., 2022). In the TES context, it is essential to have metrics that quantify voltage quality and validate forward contracts. This study employs the voltage profile index ($\mathcal{VPI}$), a metric that depends on agreed demands and power profiles, to evaluate the impact of the pricing mechanism on the voltage quality of the distribution system.

$$\mathcal{VPI}_t = 1 - \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{|V_{k,t} - V_{nom}|}{V_{nom}} \right) \tag{17}$$

Here, V_{nom} represents the nominal system voltage, and $V_{k,t}$ is the voltage at node k at time t. The $\mathcal{VPI}$ metric enables the DSO to analyze voltage quality trends over time and evaluate the statistical distributions of steady-state voltage variations. Additionally, $\mathcal{VPI}$ provides valuable information to the DSO, supporting informed decisions about future investments to mitigate the risk of exceeding the voltage security limits and causing outages in the system. A $\mathcal{VPI}$ value close to one indicates that node voltages are within the established limits, reflecting satisfactory voltage quality. In contrast, lower $\mathcal{VPI}$ values signal deviations in the voltage profile, which can degrade voltage quality and negatively impact the lifespan of customer equipment.

4.4. Unified index

A unified index is proposed to consider fairness, economic efficiency, and voltage quality simultaneously. This index permits the DSOs and regulators to compare pricing mechanisms with a single value. Then, they can quickly decide which mechanism performs better according to their objectives. The proposed index $\mathcal{UI}$ corresponds to the following linear combination:

$$\mathcal{UI} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \beta_1 G' s_t + \beta_2 \left(\frac{SW_t}{\max(SW_t)} \right) + \beta_3 \mathcal{VPI}_t \tag{18}$$

The parameters β_1, β_2, and β_3 are the weights that vary between 0 and 1 according to the DSO interest. Still, these parameters are constrained by the following relationship $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$. $\max(SW_t)$ corresponds to the highest social welfare from the considered pricing mechanisms. In cases where the DSO is not concerned about a particular index, the corresponding weight can be equal to zero. Note that computing the average over the market period (T) keeps $\mathcal{UI}$ between 0 and 1, which is a desirable index property.

5. Case study

This section introduces the distribution system description and TES parameters used in the case study. Besides, the customers are considered residential agents, and this section describes their optimization problem.

5.1. TES market parameters

As mentioned, this study examines a TES forward market. The market period is 24 h, and the clearing process is executed a day ahead. The transactions are discretized at 10 min, which results in price and demand vectors of length 144. The DSO begins the first iteration of the transactive market, sending an initial flat price of 0.07 $\left(\frac{\$}{\text{kWh}}\right)$. The interactions between the DSO and the customers converge when the aggregated demands do not change above a stopping criterion, in this case 1×10^{-5}. The CS and DLMP mechanisms utilize a cost function with $\alpha_k = 0.009 \left(\frac{\$}{\text{MW}^2}\right)$ $\forall k$. The maximum and minimum allowed voltage deviation at each bus are 1.1 and 0.9 p.u., respectively. The maximum line overload is 1.5 times the nominal current of each line. This case study assumes that the DSO assigns equal importance to fairness, economic efficiency, and voltage quality metrics.

5.2. Costumer optimization

In this case study, the residential agents possess a controllable heating system and uncontrollable appliances. This setup is typical in cold-weather countries like Canada, where baseboard heaters account for much of the residential demand (StatsCAN Statistics Canada, 2023). These agents formulate their consumption strategies based on the price received from the TES market. Each agent optimizes individually to maximize users' thermal comfort at the lowest electricity cost. Additionally, agents' optimization includes a regularization parameter (τ) that controls the convergence in the TES interactions. Eq. (19) presents the complete objective function for the residential agents in a market period T.

$$\max_{u_{i,1},\ldots,u_{i,T}} \sum_{t=1}^{T} U_{i,t} - \pi_{k,t}(u_{i,t} + v_{i,t}) + \frac{\tau_i}{2} \|u_{i,t} - u_{i,t-1}\|_2^2 \tag{19}$$

s.t.:

$$U_{i,t} = -\delta_i (x_{ref,i,t} - x_{i,t})^2, \tag{20}$$

$$x_{i,t} = \alpha_{i,1} x_{ext,t} + \alpha_{i,2} x_{i,t-1} + \alpha_{i,3} u_{i,t}, \tag{21}$$

$$u_{i,t} \leq u_{i,max}, \forall t \tag{22}$$

$$x_{i,0} = x_{i,T} \tag{23}$$

Eq. (20) presents the customers' utility function ($U_{i,t}$) in terms of indoor temperature ($x_{i,t}$) and a preferred setpoint ($x_{i,ref,t}$). $u_{i,t}$ corresponds to the heating consumption and $v_{i,t}$ to the uncontrollable consumption of customer i at time t. The resulting objective function is concave since the thermal comfort preferences are not monotone. The weighting parameter (δ_i) depends on the customer price elasticity: a customer concerned with comfort will have a higher δ_i than a customer with a low willingness to pay. The electricity cost is the product between consumption and price ($\pi_{k,t}$). Such a price can come from the SC ($\pi_{k,t}^{SC}$) or DLMP ($\pi_{k,t}^{DLMP}$) mechanisms. Finally, τ_i is set independently by each customer since it impacts the convergence rate but not the optimality.

Constraint in Eq. (21) models the thermal dynamics of the residence based on an RC thermal circuit that relates the outdoor temperature ($x_{ext,t}$) and the heating consumption ($u_{i,t}$). Notably, the heating consumption cannot exceed the technical limit of the system ($u_{i,max}$). Moreover, the final temperature shall be equal to the initial one to ensure the optimal substructure of the problem in the long run. This residential agent configuration is available in the ETSim platform to simulate the TES market (Oviedo-Cepeda et al., 2023). The simulation runs with weather data from 12/15/2018 to 12/16/2018 in Trois-Rivieres, Quebec, Canada. The platform uses disciplined convex programming (DCP) through the CVXPY library for Python.

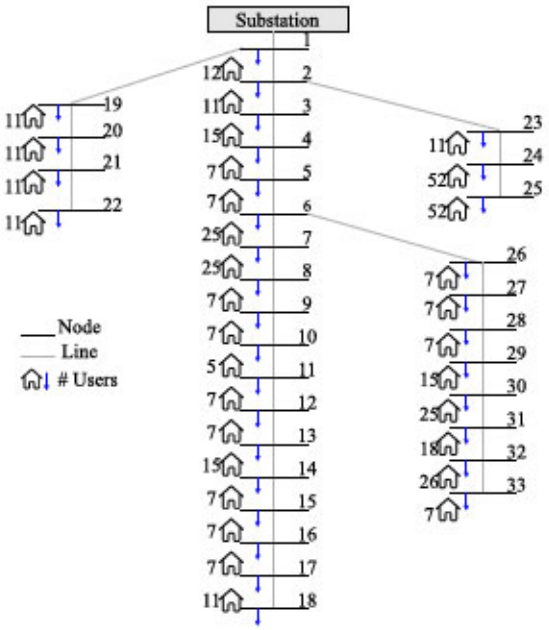


Fig. 2. IEEE 33-node system.

5.3. Distribution system test case

This case study uses the IEEE 33-bus distribution system to demonstrate the proposed framework's effectiveness in evaluating the pricing mechanism's impact on fairness, economic efficiency, and voltage quality metrics. The IEEE 33-bus distribution has a single substation and operates at 12.66 kV nominal voltage in all system nodes. It comprises 33 load nodes across four radial branches, as shown in Fig. 2. The IEEE 33-bus system represents the interconnection with a larger grid as a single conventional generator at bus 1, which maintains its voltage at 1 per unit and serves as the slack bus. The system operates within voltage limits of 0.9 and 1.1 per unit, with a base power of 10 MVA. The impedance values of the lines and loads were taken from Ref. Dolatabadi et al. (2021). ETSim simulates the distribution grid operation using PandaPower, an open-source power system simulation software. The number of customers per node is proportional to the node's nominal power. Fig. 2 also displays the distribution of customers.

5.4. Market clearing results

The TES market clearing yields forward contracts with the agreed prices and demand. The final prices for CS and DLMP are shown in Fig. 3. These results align with the methodological design of the CS mechanism, in which prices remain uniform across all system nodes and fluctuate based on the aggregated demand throughout the day. On the contrary, the DLMP prices increase for the nodes far from the primary substation. The nodes at the end of the branches pay the highest DLMP prices. Indeed, the DLMP price at node 18 is 15.03% higher than the CS price. This variation is mainly due to the nature of the DLMP mechanism, in which the price depends directly on the losses, congestion, and voltage deviation presented in each system node. Usually, in radial distribution systems, as in the IEEE 33-bus case, the nodes farther from the primary substation present voltage or congestion issues. The additional cost of voltage and congestion issues may also appear in CS, but it is shared equally among all customers without location-specific penalties.

Fig. 4 shows the results for aggregate demand using CS and DLMP, respectively. These results correspond to the sum of consumption responses for each customer at all nodes. These plots also present the convergence of the TES mechanism by comparing aggregated responses from successive iterations. Both power profiles have two consumption peaks, the first at 6:00 and the other at 17:00. The quadratic cost function makes it expensive to supply those demand peaks, so the final agreement is a flattened power profile. The highest demand peak when using DLMP is close to 3500 kW, while it is close to 3600 kW in CS. This situation also implies lower customer utility when using DLMP. Integrating DERs can significantly impact the aggregated demand profile and final prices due to the bidirectional power flow introduced into the distribution system. Indeed, bidirectional flows can shift the demand peaks in time. On the other hand, equipping customers with additional types of flexible loads can drastically change their consumption preferences, affecting the aggregated energy demand. Still, the proposed comparative framework remains applicable for both demand pattern changes as it considers TES settling results.

Table 2
Metrics results.

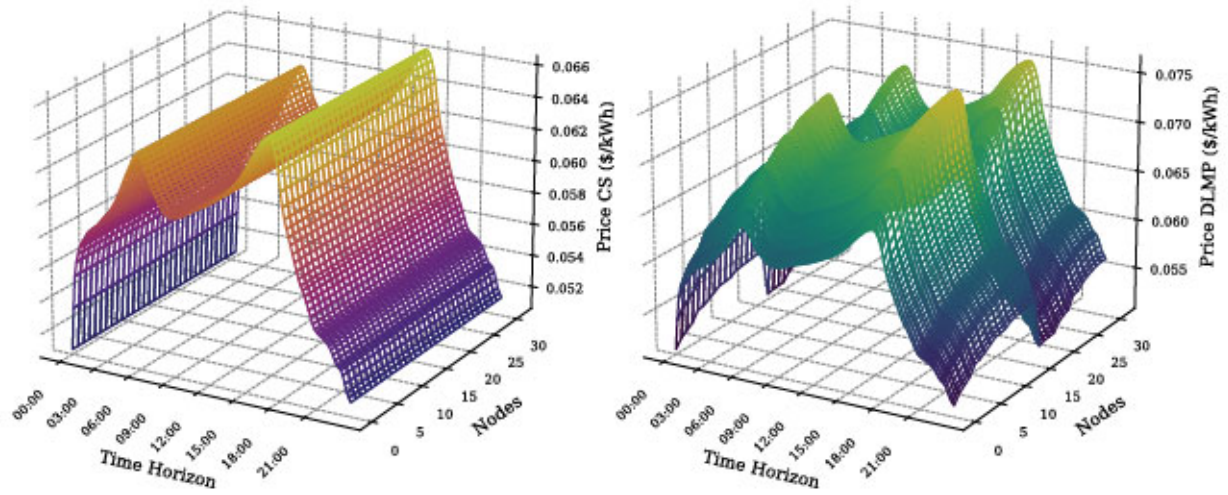
t	Cost-sharing			DLMP		
	G'_{S_t}	$\left(\frac{SW_t}{\max(SW_t)}\right)$	VPI_t	G'_{S_t}	$\left(\frac{SW_t}{\max(SW_t)}\right)$	VPI_t
9:00	1.0	0.9978	0.9531	0.8719	1.0	0.9621
17:00	1.0	0.9747	0.9497	0.8571	1.0	0.9582

5.5. Metrics results

Table 2 presents the fairness, economic efficiency, and voltage quality results from the agreed prices at 9:00 (valley consumption) and 17:00 (peak consumption). CS achieves complete fairness since all participants pay the same price. Conversely, DLMP presents lower G'_S indexes due to the cost distribution along the radial circuits. The results show that the level of fairness of the DLMP mechanism decreases during peak hours. The marginal cost is proportional to the demand, so DLMP prices increase at peak hours, and more losses are charged to distant nodes. The findings of this study are consistent with those reported in the literature (Zarabie et al., 2019; Asarias and Pedrasa, 2021), which also highlight fairness concerns associated with the price variability of the DLMP. Accordingly, the DLMP has been mainly used as a guiding tool for future investments in grid expansion rather than as a billing method. Tariffs based on the DLMP can lead to extreme pricing, charging excessively remote rural customers with poor grid infrastructure.

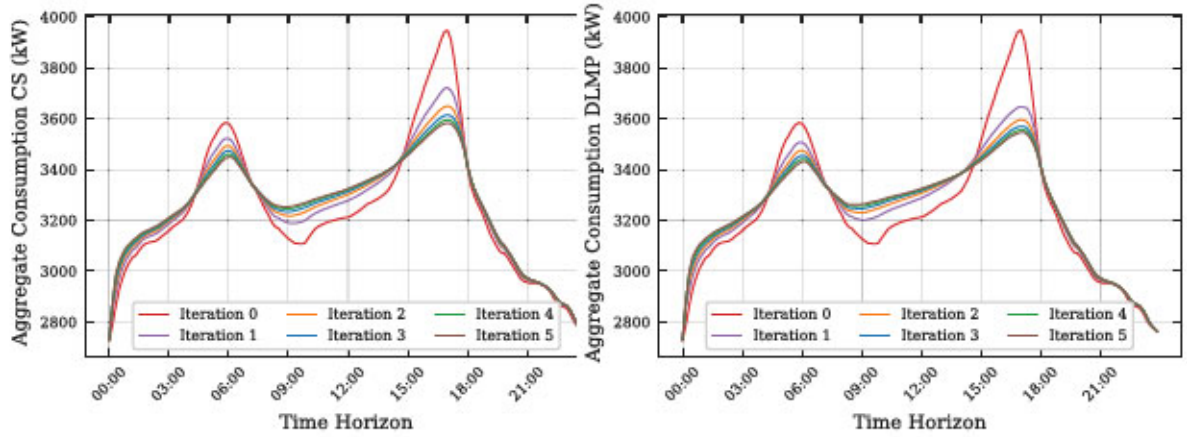
The economic efficiency presents contrary behavior to the fairness index. The social welfare obtained from DLMP is the highest as it minimizes the generation costs while maximizing customers' utility. On the contrary, CS reduces economic efficiency since it constrains the generation cost minimization. Table 3 shows the social welfare results decomposed into customers' utility and generation cost. The utility quantifies the customers' discomfort resulting from unmet thermal preferences. Indeed, CS produces lower customer discomfort levels but higher generation costs, i.e., an overall lower social welfare than DLMP. However, using social welfare as a metric for economic efficiency presents a limitation from the perspective of information requirements, as its computation necessitates access to customers' utility values, which are typically confidential.

Regarding voltage quality, DLMP yields higher voltage profile indexes than CS. This situation mainly occurs because DLMP considers voltage constraints in the price formation. Conversely, CS operates without information on the grid state. Fig. 5 shows the resulting voltage profiles for both pricing mechanisms along the distribution system during the peak hour 17:00. It is possible to observe that the voltages at distant nodes drop closer to the established voltage limits (0.9 p.u.) when using CS. Consequently, DLMP performs higher voltage profile indexes and keeps the grid further away from exceeding the voltage normative limits.



(a) Cost-Sharing (b) Distribution Locational Marginal Pricing

Fig. 3. Resulting prices.



(a) Cost-Sharing (b) Distribution Locational Marginal Pricing

Fig. 4. Aggregated consumption.

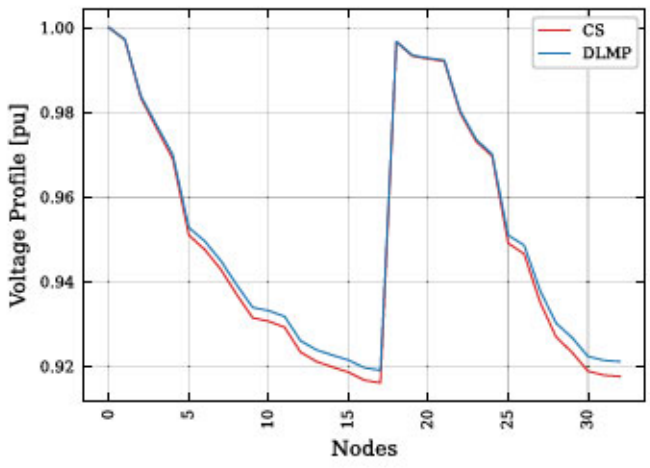


Fig. 5. Voltage profiles.

Ultimately, the unified index (UI) consolidates the outcomes of the three metrics into a singular value, equipping the DSO with comprehensive information to guide its choice of pricing mechanism. The

Table 3
Social welfare decomposition.

	Social welfare	Utility	Cost
DLMP ($)	−28 602.5547	−13 596.5293	−15 006.0253
CS ($)	−28 775.3466	−13 568.0745	−15 207.2720

UI results are 0.9773 for the CS method and 0.9437 for the DLMP. CS performs better than DLMP when fairness, economic efficiency, and voltage quality are equally weighted. Although the DLMP demonstrates higher economic efficiency and voltage quality levels, it faces significant penalties regarding fairness levels. DLMP also helps alleviate congestion problems and improve voltage quality during peak hours.

6. Conclusions

This study compares Cost-sharing and Distribution Locational Marginal Pricing mechanisms for transactive energy markets. The developed framework systematically contrasts fairness, efficiency, and voltage quality outcomes to provide Distribution System Operators with valuable insights. Besides, it allows weighed objectives to be considered through a unified index to hasten decision-making. The pricing mechanisms were tested in a forward market using the IEEE 33-bus distribution grid and residential customers equipped with controllable

heating systems. The case study results reveal that the cost-sharing mechanism achieves complete fairness. Conversely, charging marginal prices improves economic efficiency and grid voltage quality but decreases fairness levels. Consequently, in the considered scenario, it is preferable to use cost-sharing pricing when weighing fairness, efficiency, and voltage quality equally. Based on these findings, it is worth conducting further research into incorporating physical system constraints into the CS mechanism before market closure to minimize its impact on voltage profile indexes. Furthermore, it will be crucial to develop regularization methods for the DLMP to improve its fairness and promote its application in residential tariffs.

CRediT authorship contribution statement

Daniel Galeano-Suárez: Writing – review & editing, Writing – original draft, Visualization, Validation, Methodology, Investigation, Formal analysis, Conceptualization. **David Toquica:** Writing – review & editing, Writing – original draft, Visualization, Validation, Methodology, Investigation, Formal analysis, Conceptualization. **Nilson Henao:** Writing – review & editing, Resources, Methodology, Conceptualization. **Kodjo Agbossou:** Writing – review & editing, Writing – original draft, Supervision, Resources, Methodology, Funding acquisition. **JC Oviedo-Cepeda:** Writing – review & editing, Writing – original draft, Supervision, Resources, Methodology, Conceptualization.

Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Acknowledgments

The authors would like to thank the Laboratoire des technologies de l'Energie (LTE) d'Hydro-Quebec, Stelpro, Elmec, Ecosystem, the Program MITACS of Canada, and the Natural Science and Engineering Research Council of Canada.

Data availability

The data that has been used is confidential.

References

Abrishambaf, O., Lezama, F., Faria, P., Vale, Z., 2019. Towards transactive energy systems: An analysis on current trends. Energy Strategy Rev. 26, 100418. http://dx.doi.org/10.1016/j.esr.2019.100418, URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211467X19301105.

Alsaleh, I., Fan, L., 2018. Distribution locational marginal pricing (DLMP) for multiphase systems. In: 2018 North American Power Symposium. NAPS, pp. 1–6. http://dx.doi.org/10.1109/NAPS.2018.8600621.

Arrillaga, J., Watson, N.R., Chen, S., 2000. Power System Quality Assessment. John Wiley & Sons.

Asarias, F., Pedrasa, M.A., 2021. A transactive energy market framework considering network constraints and fairness. arXiv:2103.16971.

Backerman, S.R., Rassenti, S.J., Smith, V.L., 2000. Efficiency and income shares in high-demand energy networks: Who receives the congestion rents when a line is constrained? Pac. Econ. Rev. 5 (3), 331–347.

Baharlouei, Z., Hashemi, M., 2014. Efficiency-fairness trade-off in privacy-preserving autonomous demand side management. IEEE Trans. Smart Grid 5 (2), 799–808. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2013.2296714.

Baharlouei, Z., Hashemi, M., Narimani, H., Mohsenian-Rad, H., 2013. Achieving optimality and fairness in autonomous demand response: Benchmarks and billing mechanisms. IEEE Trans. Smart Grid 4 (2), 968–975. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2012.2228241.

Council, G.A., 2019. GridWise transactive energy framework. GridWise Archit. Counc. Trans. Energy 1.1, 1–23.

Cramton, P., 2017. Electricity market design. Oxf. Rev. Econ. Policy 33 (4), 589–612.

Dehez, P., Telkone, D., 2013. Data games: Sharing public goods with exclusion. J Public Econ. Theory 15 (4), 654–673.

Dianati, M., Shen, X., Naik, S., 2005. A new fairness index for radio resource allocation in wireless networks. In: IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2005. Vol. 2, pp. 712–717 Vol. 2. http://dx.doi.org/10.1109/WCNC.2005.1424595.

Dolatabadi, S.H., Ghorbanian, M., Siano, P., Hatziargyriou, N.D., 2021. An enhanced IEEE 33 bus benchmark test system for distribution system studies. IEEE Trans. Power Syst. 36 (3), 2565–2572. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2020.3038030.

Domenech, C.B., Naughton, J., Riaz, S., Mancarella, P., 2024. Towards distributed energy markets: Accurate and intuitive dlmp decomposition. IEEE Trans. Energy Mark. Policy Regul. 1–13. http://dx.doi.org/10.1109/TEMPR.2024.3360996.

Dynge, M.F., Berg, K., Bjarghov, S., Cali, Ü., 2023. Local electricity market pricing mechanisms' impact on welfare distribution, privacy and transparency. Appl. Energy 341, 121112. http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2023.121112, URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261923004762.

Eid, C., Codani, P., Perez, Y., Reneses, J., Hakvoort, R., 2016. Managing electric flexibility from distributed energy resources: A review of incentives for market design. Renew. Sustain. Energy Rev. 64, 237–247. http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2016.06.008, URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032116302222.

Ennes, M.I., Diniz, A.L., 2014. An efficient equivalent thermal cost function model for nonlinear mid-term hydrothermal generation planning. Int. J. Electr. Power Energy Syst. 63, 705–712.

Faqiry, M.N., Das, S., 2019. Distributed bilevel energy allocation mechanism with grid constraints and hidden user information. IEEE Trans. Smart Grid 10 (2), 1869–1879. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2017.2779826.

Farivar, M., Low, S.H., 2013. Branch flow model: Relaxations and convexification—Part I. IEEE Trans. Power Syst. 28 (3), 2554–2564. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2013.2255317.

Furuhata, M., Daniel, K., Koenig, S., Ordóñez, F., Dessouky, M., Brunet, M.-E., Cohen, L., Wang, X., 2015. Online cost-sharing mechanism design for demand-responsive transport systems. IEEE Trans. Intell. Transp. Syst. 16 (2), 692–707. http://dx.doi.org/10.1109/TITS.2014.2336212.

Galeano-Suarez, D., Oviedo-Cepeda, J., Henao, N., Agbossou, K., Toquica, D., Fournier, M., 2023. Co-simulation framework opendss-python to consider distribution grid constraints in a transactive energy system. In: 2023 14th International Renewable Energy Congress. IREC, pp. 1–6. http://dx.doi.org/10.1109/IREC59750.2023.10389446.

Hahnel, U.J., Herberz, M., Pena-Bello, A., Parra, D., Brosch, T., 2020. Becoming prosumer: Revealing trading preferences and decision-making strategies in peer-to-peer energy communities. Energy Policy 137, 111098. http://dx.doi.org/10.1016/j.enpol.2019.111098, URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301421519306858.

Halilbašić, L., Pinson, P., Chatzivasileiadis, S., 2019. Convex relaxations and approximations of chance-constrained AC-OPF problems. IEEE Trans. Power Syst. 34 (2), 1459–1470. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2018.2874072.

Hammerstrom, D.J., Ambrosio, R., Carlon, T.A., DeSteese, J.G., Horst, G.R., Kajfasz, R., Kiesling, L.L., Michie, P., Pratt, R.G., Yao, M., et al., 2008. Pacific Northwest Gridwise™ Testbed Demonstration Projects; Part I. Olympic Peninsula Project. Tech. Rep., Pacific Northwest National Lab.(PNNL), Richland, WA (United States.

Hanif, S., Creutzburg, P., Gooi, H.B., Hamacher, T., 2019. Pricing mechanism for flexible loads using distribution grid hedging rights. IEEE Trans. Power Syst. 34 (5), 4048–4059. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2018.2862149.

Hanif, S., Massier, T., Gooi, H.B., Hamacher, T., Reindl, T., 2017. Cost optimal integration of flexible buildings in congested distribution grids. IEEE Trans. Power Syst. 32 (3), 2254–2266. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2016.2605921.

Huang, S., Wu, Q., Oren, S.S., Li, R., Liu, Z., 2015. Distribution locational marginal pricing through quadratic programming for congestion management in distribution networks. IEEE Trans. Power Syst. 30 (4), 2170–2178. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2014.2359977.

2018. IEEE guide for identifying and improving voltage quality in power systems. In: IEEE Std 1250-2018 (Revision of IEEE Std 1250-2011). pp. 1–63. http://dx.doi.org/10.1109/IEEESTD.2018.8532376.

2022. IEEE guide for assessing, measuring, and verifying volt-var control and optimization on distribution systems. In: IEEE Std 1885-2022. pp. 1–58. http://dx.doi.org/10.1109/IEEESTD.2022.9828004.

2019. IEEE recommended practice for monitoring electric power quality. In: IEEE Std 1159-2019 (Revision of IEEE Std 1159-2009). pp. 1–98. http://dx.doi.org/10.1109/IEEESTD.2019.8796486.

Jacquot, P., Beaude, O., Gaubert, S., Oudjane, N., 2017. Demand side management in the smart grid: An efficiency and fairness tradeoff. In: 2017 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe). pp. 1–6. http://dx.doi.org/10.1109/ISGTEurope.2017.8260265.

Jacquot, P., Beaude, O., Gaubert, S., Oudjane, N., 2019. Analysis and implementation of an hourly billing mechanism for demand response management. IEEE Trans. Smart Grid 10 (4), 4265–4278. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2018.2855041.

Jadid, S., Amoli, N.A., 2007. Factoring the price elasticity of demand in the optimal power flow. In: 2007 International Power Engineering Conference. IPEC 2007, pp. 12–17.

Jian, J., Li, P., Ji, H., Bai, L., Yu, H., Xi, W., Wu, J., Wang, C., 2022. DLMP-based quantification and analysis method of operational flexibility in flexible distribution networks. IEEE Trans. Sustain. Energy 13 (4), 2353–2369. http://dx.doi.org/10.1109/TSTE.2022.3197175.

Kahneman, D., Krueger, A.B., 2006. Developments in the measurement of subjective well-being. J. Econ. Perspect. 20 (1), 3–24.

Konow, J., 1996. A positive theory of economic fairness. J. Econ. Behav. Organ. 31 (1), 13–35.

Lai, X., Xie, L., Xia, Q., Zhong, H., Kang, C., 2015. Decentralized multi-area economic dispatch via dynamic multiplier-based Lagrangian relaxation. IEEE Trans. Power Syst. 30 (6), 3225–3233. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2014.2377755.

Lan, T., Kao, D., Chiang, M., Sabharwal, A., 2010. An Axiomatic Theory of Fairness in Network Resource Allocation. IEEE.

Lee, S., Illia, A., Lawson-Body, A., 2011. Perceived price fairness of dynamic pricing. Ind. Manag. Data Syst. 111 (4), 531–550.

Li, F., Bo, R., 2007. DCOPF-based LMP simulation: Algorithm, comparison with ACOPF, and sensitivity. IEEE Trans. Power Syst. 22 (4), 1475–1485. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2007.907924.

Li, S., Lian, J., Conejo, A.J., Zhang, W., 2020. Transactive energy systems: The market-based coordination of distributed energy resources. IEEE Control Syst. Mag. 40 (4), 26–52. http://dx.doi.org/10.1109/MCS.2020.2990514.

Li, Z., Wu, W., Zhang, B., Sun, H., Guo, Q., 2013. Dynamic economic dispatch using Lagrangian relaxation with multiplier updates based on a quasi-Newton method. IEEE Trans. Power Syst. 28 (4), 4516–4527. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2013.2267057.

Liu, Z., Wu, Q., Oren, S.S., Huang, S., Li, R., Cheng, L., 2018. Distribution locational marginal pricing for optimal electric vehicle charging through chance constrained mixed-integer programming. IEEE Trans. Smart Grid 9 (2), 644–654. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2016.2559579.

Liyanapathirane, U., Khorasany, M., Razzaghi, R., 2021. Optimization of economic efficiency in distribution grids using distribution locational marginal pricing. IEEE Access 9, 60123–60135. http://dx.doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3073641.

Maleki, S., 2015. Addressing the Computational Issues of the Shapley Value with Applications in the Smart Grid (Ph.D. thesis). University of Southampton.

Marshall, A., 2009. Principles of Economics: Unabridged Eighth Edition. Cosimo, Inc..

Mehta, R., 2020. Recursive quadratic programming for constrained nonlinear optimization of session throughput in multiple-flow network topologies. Eng. Rep. 2 (6), e12169.

Melton, R., 2015. Pacific Northwest Smart Grid Demonstration Project Technology Performance Report Volume 1: Technology Performance. Tech. Rep., Pacific Northwest National Lab.(PNNL), Richland, WA (United States.

Michalos, A.C., et al., 2014. Encyclopedia of Quality of Life and Well-Being Research, vol. 171, Springer Netherlands Dordrecht.

Mohsenian-Rad, A.-H., Wong, V.W.S., Jatskevich, J., Schober, R., Leon-Garcia, A., 2010. Autonomous demand-side management based on game-theoretic energy consumption scheduling for the future smart grid. IEEE Trans. Smart Grid 1 (3), 320–331. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2010.2089069.

Muscas, C., 2010. Power quality monitoring in modern electric distribution systems. IEEE Instrum. Meas. Mag. 13 (5), 19–27. http://dx.doi.org/10.1109/MIM.2010.5585070.

Nguyen, H.K., Song, J.B., Han, Z., 2015. Distributed demand side management with energy storage in smart grid. IEEE Trans. Parallel Distrib. Syst. 26 (12), 3346–3357. http://dx.doi.org/10.1109/TPDS.2014.2372781.

Nisan, N., Roughgarden, T., Tardos, É., Vazirani, V.V., 2007. Algorithmic Game Theory. Cambridge University Press, New York, NY, USA.

Oviedo-Cepeda, J.C., Rueda, L., Amara, F., Alix, J.-F., 2023. Etsim: A simulation environment for evaluating the impacts of autonomous devices participating in local markets and dynamic tariffs. In: 2023 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe. ISGT EUROPE, pp. 1–6. http://dx.doi.org/10.1109/ISGTEUROPE56780.2023.10407197.

Petrou, K., Procopiou, A.T., Gutierrez-Lagos, L., Liu, M.Z., Ochoa, L.F., Langstaff, T., Theunissen, J.M., 2021. Ensuring distribution network integrity using dynamic operating limits for prosumers. IEEE Trans. Smart Grid 12 (5), 3877–3888. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2021.3081371.

Rita, R., Marques, V., Bárbara, D., Chaves, I., Macedo, P., Moutinho, V., Pereira, M., 2023. Crossing non-parametric and parametric techniques for measuring the efficiency: Evidence from 65 European electricity distribution system operators. Energy 283, 128511. http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2023.128511, URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544223019059.

Sabin, D., Norwalk, M., Kittredge, K., Johnston, S., 2022. IEEE power quality standards. In: 2022 20th International Conference on Harmonics and Quality of Power. ICHQP, pp. 1–6. http://dx.doi.org/10.1109/ICHQP53011.2022.9808543.

Sharma, D., Borna, S., Stearns, J.M., 2009. An investigation of the effects of corporate ethical values on employee commitment and performance: Examining the moderating role of perceived fairness. J. Bus. Ethics 89, 251–260.

Sinsel, S.R., Riemke, R.L., Hoffmann, V.H., 2020. Challenges and solution technologies for the integration of variable renewable energy sources—a review. Renew. Energy 145, 2271–2285. http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2019.06.147, URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148119309875.

Skajaa, A., Edlund, K., Morales, J.M., 2015. Intraday trading of wind energy. IEEE Trans. Power Syst. 30 (6), 3181–3189. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2014.2377219.

Sotkiewicz, P., Vignolo, J., 2006. Nodal pricing for distribution networks: efficient pricing for efficiency enhancing DG. IEEE Trans. Power Syst. 21 (2), 1013–1014. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2006.873006.

Sprumont, Y., 1998. Ordinal cost sharing. J. Econom. Theory 81 (1), 126–162. http://dx.doi.org/10.1006/jeth.1998.2408, URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022053198924085.

StatsCAN Statistics Canada, 2023. The heat is on: How Canadians heat their homes during the winter. [Online]. Available: https://www.statcan.gc.ca/o1/en/plus/2717-heat-how-canadians-heat-their-home-during-winter.

Taylor, L., Short, T.A., 2018. Distribution Reliability and Power Quality. Crc Press.

Toquica, D., Amara, F., Malhamé, R., Agbossou, K., Henao, N., Oviedo, J.C., Rueda, L., 2024. Risk analysis of transactive energy retail markets. IEEE Trans. Ind. Appl. 60 (1), 1611–1621. http://dx.doi.org/10.1109/TIA.2023.3327320.

Wang, X., Li, F., Bai, L., Fang, X., 2023. DLMP of competitive markets in active distribution networks: Models, solutions, applications, and visions. Proc. IEEE 111 (7), 725–743. http://dx.doi.org/10.1109/JPROC.2022.3177230.

Wang, H., Murillo-Sanchez, C.E., Zimmerman, R.D., Thomas, R.J., 2007. On computational issues of market-based optimal power flow. IEEE Trans. Power Syst. 22 (3), 1185–1193. http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2007.901301.

Widergren, S.E., Subbarao, K., Fuller, J.C., Chassin, D.P., Somani, A., Marinovici, M.C., Hammerstrom, J.L., 2014. AEP Ohio gridSMART Demonstration Project Real-Time Pricing Demonstration Analysis. Tech. Rep., Pacific Northwest National Lab.(PNNL), Richland, WA (United States.

Wood, A.J., Wollenberg, B.F., Sheblé, G.B., 2013. Power Generation, Operation, and Control. John Wiley & Sons.

Yang, Z., Hu, J., Ai, X., Wu, J., Yang, G., 2021. Transactive energy supported economic operation for multi-energy complementary microgrids. IEEE Trans. Smart Grid 12 (1), 4–17. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2020.3009670.

Yao, Z., Ding, Z., Clausen, T.H., 2021. Reinforced workload distribution fairness. arXiv preprint arXiv:2111.00008.

Yuan, H., Li, F., Wei, Y., Zhu, J., 2018. Novel linearized power flow and linearized OPF models for active distribution networks with application in distribution LMP. IEEE Trans. Smart Grid 9 (1), 438–448. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2016.2594814.

Zarabie, A.K., Das, S., Faqiry, M.N., 2019. Fairness-regularized DLMP-based bilevel transactive energy mechanism in distribution systems. IEEE Trans. Smart Grid 10 (6), 6029–6040. http://dx.doi.org/10.1109/TSG.2019.2895527.

Zou, Y., Xu, Y., Feng, X., Nsayagi, R., Soong, B.H., 2022. Transactive energy systems in active distribution networks: A comprehensive review. CSEE J. Power Energy Syst. 8 (5), 1302–1317. http://dx.doi.org/10.17775/CSEEJPES.2021.03290.

3.2 Inclusion des contraintes dans le mécanisme de partage de coûts

3.2.1 Contexte

L'ET permet aux GRD, aux utilisateurs et aux agrégateurs de la demande d'interagir pour déterminer les prix de l'électricité. Dans ce cadre, le mécanisme de fixation des prix choisi par le GRD joue un rôle déterminant dans la performance globale du système. Le mécanisme de PC constitue une option pertinente, puisqu'il est historiquement utilisé dans les services publics pour sa capacité à déterminer des prix équitables. Il est également adapté aux réseaux de distribution où les utilisateurs partagent une même source de production et doivent répartir les coûts d'exploitation du réseau. Dans le contexte des marchés électriques, son application favorise la coordination entre les participants et contribue à une allocation équitable des prix.

Les avantages du mécanisme de PC ont été démontrés dans plusieurs secteurs. Dans le domaine énergétique, il s'avère pertinent en raison de sa capacité à optimiser les périodes de production et à atteindre un point d'équilibre entre les participants. Toutefois, les travaux antérieurs se sont principalement concentrés sur les implications économiques, en négligeant les contraintes physiques du réseau de distribution. Cette omission est critique, car les utilisateurs équipés de RED peuvent induire des flux indésirables susceptibles de compromettre la fiabilité du réseau et de provoquer des phénomènes de congestion, de surcharge ou de déviation de tension. L'intégration de ces contraintes dans le mécanisme de PC demeure complexe, car les utilisateurs influencent directement le fonctionnement du réseau sans disposer d'informations complètes sur son état réel.

Pour ces raisons, cette recherche propose une structure de simulation destinée à évaluer les contraintes du réseau de distribution lorsque le GRD applique le mécanisme de PC dans

un contexte transactionnel. Elle introduit également une fonction de pénalité fondée sur les flux de puissance, conçue pour atténuer les transactions présentant un risque opérationnel. Par ailleurs, l'évaluation repose sur une analyse stochastique qui accroît la robustesse des résultats et permet d'estimer la probabilité de violation des contraintes du réseau. Les principales contributions de ce travail sont les suivantes:

- Un mécanisme hiérarchique de PC permettant de répartir efficacement les coûts d'exploitation du réseau tout en préservant la confidentialité des participants.
- Un cadre d'évaluation probabiliste destiné aux GRD pour valider les transactions en tenant compte des contraintes physiques du système.
- Une fonction de pénalité permettant d'ajuster la consommation en fonction de la disponibilité et de la fiabilité du réseau.

3.2.2 Méthodologie

La méthodologie proposée vise à intégrer les contraintes du réseau de distribution au mécanisme de PC. Pour ce faire, le marché étudié se compose d'un GRD, d'agrégateurs de la demande et d'agents résidentiels. Ces agents interagissent directement avec l'agrégateur, mais pas avec le GRD. Le GRD est placé au niveau supérieur de la hiérarchie et est responsable du calcul de la consommation agrégée ainsi que de la transmission des paramètres de la fonction de coût aux agrégateurs. Après la compensation du marché, le GRD procède à une vérification technique afin de valider les transactions et d'appliquer, le cas échéant, des actions correctives. Au niveau inférieur, les agrégateurs calculent le coût d'approvisionnement de chacun de leurs nœuds en fonction des informations transmises par le GRD. Ils négocient ensuite avec les agents résidentiels pour définir la demande sur l'horizon du marché considéré. Enfin, les agents résidentiels déterminent leur consommation en fonction des signaux de prix et de leurs préférences individuelles.

La structure hiérarchique proposée pour le mécanisme de PC repose sur deux boucles de simulation. La première opère au niveau de l'agrégation de la demande et s'exécute sur r itérations, tandis qu'un consensus local est atteint en m itérations entre le GRD et les agents résidentiels. Le GRD n'exploite pas sa position monopolistique pour fixer les prix. Il agit plutôt comme un courtier de messages, chargé de diffuser la demande d'énergie agrégée aux agrégateurs. Ces derniers sont modélisés comme des agents neutres, interagissant avec les agents résidentiels sans recherche de bénéfices économiques. Chaque agrégateur évalue le coût d'approvisionnement du système à partir de la demande totale et des paramètres de la fonction de coût, modélisée sous la forme d'une fonction quadratique, conformément aux hypothèses couramment retenues dans les systèmes de production hydrothermique.

Une fois le marché compensé, le GRD récupère les profils de demande, puis procède à l'évaluation et à la validation des contraintes du réseau de distribution. Les transactions sont acceptées ou rejetées en fonction du niveau de risque qu'elles présentent. Pour ce faire, le GRD réalise des simulations de flux de puissance afin d'estimer les valeurs attendues des variables électriques ainsi que la probabilité de violation des contraintes. Ces flux sont calculés au moyen d'une cosimulation Python–OpenDSS. L'objectif est d'identifier les nœuds dont la demande est susceptible de provoquer des dépassements opérationnels et d'appliquer des actions correctives avant leur survenance. L'évaluation se termine par un réajustement des coûts, au cours duquel le GRD impose des pénalités aux nœuds identifiés comme problématiques. Ce réajustement conduit l'ensemble des participants à recalculer leur demande. Le processus de validation s'achève lorsque toutes les contraintes du réseau de distribution sont respectées. Dans le cas contraire, si les problèmes identifiés ne peuvent être résolus, la transaction est rejetée.

3.2.3 Résultats

La méthodologie proposée pour intégrer les contraintes du réseau de distribution dans le mécanisme de PC est évaluée sur le système à 33 nœuds IEEE, en considérant des agents résidentiels équipés de thermostats intelligents comme sources de flexibilité. Les résultats démontrent la convergence du mécanisme de compensation ainsi que la capacité du mécanisme de PC à réduire les coûts d'approvisionnement et à produire un profil de demande plus uniforme dans le temps. Les simulations mettent également en évidence les niveaux de tension attendus sur l'ensemble du réseau de distribution, montrant que les nœuds 17 et 18 dépassent les limites réglementaires. La décroissance progressive de la tension à mesure que les nœuds s'éloignent de la sous-station principale constitue un comportement caractéristique des réseaux de distribution radiaux. Toutefois, compte tenu du risque opérationnel associé à ces violations, un réajustement des coûts est imposé, ce qui entraîne une itération supplémentaire du processus de négociation.

Les paramètres de réajustement des coûts sont déterminés à l'aide de la méthode de recherche par grille. Cette recherche est menée sur la base de l'élasticité-prix connue des agents résidentiels, afin de garantir que la valeur retenue soit cohérente avec leur sensibilité aux variations de prix. Les agrégateurs associés aux nœuds identifiés comme problématiques recalculent ensuite leurs prix en intégrant les coûts de pénalité correspondants. Les nœuds problématiques sont pénalisés pendant les périodes de pointe, proportionnellement aux écarts de tension observés. Une fois le marché de nouveau compensé, l'état du réseau est réévalué. Les résultats finaux du profil de tension montrent que les niveaux de tension sont désormais conformes aux limites réglementaires. Enfin, ces résultats démontrent l'efficacité de l'approche proposée et soulignent sa capacité à inciter les utilisateurs à respecter les contraintes physiques du réseau.

Computers and Electrical Engineering 124 (2025) 110356



Contents lists available at ScienceDirect

Computers and Electrical Engineering

journal homepage: www.elsevier.com/locate/compeleceng





Technical assessment framework for cost-sharing agreements in transactive energy systems

Daniel Galeano-Suárez [a,b,*], David Toquica [a,b], Nilson Henao [a,b], Kodjo Agbossou [a,b], JC Oviedo-Cepeda [c], Michael Fournier [c]

[a] Department of Electrical and Computer Engineering, Université du Québec à Trois-Rivières, 3351, boul. des Forges, Trois-Rivières, Quebec, QC G8Z 4M3, Canada
[b] Smart energy research and innovation laboratory (LIREI), Canada
[c] Institut de Recherche d'Hydro-Québec (IREQ-LTE), Canada

ARTICLE INFO

Keywords:
Cost-sharing
Grid physical constrains
Pricing mechanism
Probabilistic assessment
Transactive energy systems

ABSTRACT

Transactive Energy Systems (TES) brought opportunities to innovate on electricity market designs and improve the economic efficiency and fairness of the grid. Cost-sharing (CS) mechanism designs are appealing in TES since they can provide fair electricity prices when acknowledging average operating costs. However, CS must consider the grid's physical constraints to ensure the feasibility of transactions and avoid affecting service quality. For this reason, this paper introduces an assessment methodology for TES cost-sharing agreements that incorporates the physical limits of the grid, allocates the total system cost, and reduces information disclosure among participants. The proposed framework utilizes the aggregated consumption of residential customers to determine active and reactive power demands through probabilistic modeling. Subsequently, the expected values of electrical variables are computed through Monte-Carlo simulations of dynamic power flows and summarized in a transactive report. The report serves as an input to allocate penalty costs and modify demand patterns to comply with the grid safety limits. The TES assessment methodology is evaluated using the IEEE 33-bus distribution system. Study results demonstrate that the proposed Transactive Energy market, employing cost-sharing, effectively reduces the expected power consumption peaks. The results also highlight the efficacy of the proposed voltage and congestion penalty cost by encouraging users to shift consumption into safe limits.

1. Introduction

Transactive Energy Systems (TES) leverage smart-grid technologies to decentralize and distribute grid management. TES combines economic and control mechanisms to include energy service valuations in the balance of power supply and demand across the grid [1]. This new paradigm introduces a negotiation framework where customers, prosumers, grid operators, and energy providers interact to set the electricity prices. Indeed, the integration of stakeholders' individual preferences helps allocate resources and improve the system's economic efficiency [2]. Therefore, all grid stakeholders become decision-makers who coordinate, cooperate, or negotiate according to their interests. TES paradigm changes the conventional vertical management structure of the power systems and poses new challenges for the system operators to maintain the grid integrity and reliability [3]. Within

* Corresponding author at: Department of Electrical and Computer Engineering, Université du Québec à Trois-Rivières, 3351, boul. des Forges, Trois-Rivières, Quebec, QC G8Z 4M3, Canada.
E-mail address: daniel.camilo.galeano.suarez@uqtr.ca (D. Galeano-Suárez).

https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2025.110356
Received 28 February 2024; Received in revised form 19 March 2025; Accepted 12 April 2025
Available online 29 April 2025
0045-7906/© 2025 Elsevier Ltd. All rights are reserved, including those for text and data mining, AI training, and similar technologies.

Nomenclature

$A_{i,k}$	Thermal model parameters for user $i \in \mathcal{G}_k$
$ACV_{k,t}$	Penalty cost for voltage violations at node k at time t
$ACI_{k,t}$	Penalty cost for line overload charged at node k at time t
$B_{i,k}$	Thermal model parameter for user $i \in \mathcal{G}_k$
C_t	System supply cost at time t
D_t	System aggregated consumption
$E_{i,k}$	Thermal model parameters for user $i \in \mathcal{G}_k$
$\mathcal{G}_k$	Set of users at node k, $\lvert\mathcal{G}_k\rvert = G_k$
I^{max}	Maximum line overload
$I_{k,j,t}$	Current from node k to $j \neq k \in \mathcal{N}$ at time t
k	Node index, $k \in \mathcal{N}$
m	Local game stage index
$\mathcal{N}$	Set of nodes, $\lvert\mathcal{N}\rvert = N$
$\mathcal{T}$	Market period, $\lvert\mathcal{T}\rvert = T$
$P_{k,t}$	Consumption at node k at time t
$p_{k,t}, q_{k,t}$	Active and reactive power demand at node k at time t
$PF_{k,t}$	Power factor at node k at time t
r	Market-clearing iteration index
$S_{k,t}$	Apparent power demand at node k at time t
t	Time index, $t \in \mathcal{T}$
$U_{i,k,t}$	Utility function of user $i \in \mathcal{G}_k$
$V_{k,t}$	Voltage at node k at time t
V^{min}, V^{max}	Voltage security limits
$x_{heat,i,k,t}$	Heating energy demand for user $i \in \mathcal{G}_k$ at time t
$x_{i,k,t}$	Consumption of user $i \in \mathcal{G}_k$ at time t
$x_{nc,i,k,t}$	Non-controllable energy demand for user $i \in \mathcal{G}_k$ at time t
$\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$	Cost function parameters at time t
$\pi_{k,t}$	Price at node k at time t
ψ, ξ	Penalty function parameters
$\rho_{i,k}$	Regularization parameter of user $i \in \mathcal{G}_k$
$\theta^{ref}_{i,k}$	Preferred indoor temperature for user $i \in \mathcal{G}_k$
$\theta_{i,k,t}$	House indoor temperature for user $i \in \mathcal{G}_k$ at time t
θ^{ext}_t	Outdoor temperature at time t

this context, the following subsections present the relevance of TES cost-sharing mechanisms and the importance of an analytical framework to advance toward real-life implementations.

1.1. Motivation and background

Cost-sharing mechanisms are interesting for funding public services since they result in fair prices, albeit sacrificing economic efficiency. They usually employ the average cost as the provision price of services with increasing marginal costs [4]. This way, market participants pay more than their stand-alone provision but collaborate with others to cover service expenses. Cost-sharing relies on the assumptions of budget balancing, non-negative payments, individual rationality, and voluntary participation. Some modifications to this mechanism use Shapley values or Vickrey–Clarke–Groves auctions to modulate the trade-off between economic and price fairness [5]. Cost-sharing is advisable for electricity markets because it promotes coalition-based optimization of energy resources [6].

Cost-sharing implementation on TES faces significant challenges as traditional passive consumers become active participants in grid management. Market participants have a limited perception of the grid's adequacy and security constraints [7]. Besides, prosumers controlling distributed energy resources (DER) according to economic signals may create undesirable power flows that risk system operation. Indeed, an inadequate TES design can generate grid congestions, overloads, and voltage problems [8]. Consequently, the system operators' tasks get complicated to balance the grid and provide a reliable electricity service [9]. System operators are crucial to maintaining the grid and increasing customer confidence in TES's benefits.

System operators need to assess the technical feasibility of financial transactions before offering the service. This assessment allows implementing corrective and mitigative actions to handle risks or even reject transactions that jeopardize grid security [10].

Table 1
Comparison of the literature with the proposed approach.

Ref.	Pricing mechanism	Market topology	Price discovery	Fair prices	Uncertainty management	Grid constrains
[28]	Cost-sharing	Distributed	Cooperative game	✓	✓	X
[29]	Cost-sharing	Distributed	Two stage optimization	✓	✓	X
[30]	Cost-sharing	Distributed	Non cooperative game	✓	X	X
[31]	Cost-sharing	Centralized	Dynamic pricing	✓	✓	X
[32]	Marginal pricing	Centralized	Chance constrained optimization	X	✓	✓
[33]	Locational marginal price	Centralized	Chance constrained optimization	X	✓	✓
[34]	Locational marginal price	Distributed	Optimal power flow	X	✓	✓
[35]	Locational marginal price	Centralized	Optimal power flow	X	X	✓
PA	Hierarchical cost-sharing	Distributed	Consensus optimization	✓	✓	✓

The transaction validation procedure should be effective in a way that does not compromise TES efficiency and customer participation. Furthermore, the assessment should provide valuable insights for system operators to enhance market fairness and efficiency by proactively preventing grid issues [11]. In this regard, the main interest of this paper is in describing the assessment methodology and providing a validation framework for the transactions.

1.2. Related works

Previous studies proved the advantages of cost-sharing mechanisms in pricing commodities for different sectors, such as transportation, healthcare, and energy [12]. Particularly for the electricity service, the cost-sharing mechanism has been convenient for optimizing power generation schedules and reaching a Nash equilibrium among customers [13]. However, previous analyses have primarily focused on the economic implications of cost-sharing while overlooking the technical constraints associated with its implementation in power systems. Grid constraints have been considered in the context of other pricing mechanisms, such as locational marginal pricing (LMP), which is commonly used to manage congestion in power systems [14].

The LMP includes generation costs, transmission losses, and congestion [15]. At the distribution level, the concept of Distribution Locational Marginal Pricing (DLMP) emerges as an extension of Locational Marginal Pricing (LMP), initially developed for managing transmission-level constraints. DLMP has gained increasing relevance due to its effectiveness in congestion management and voltage control [16]. The DLMP was introduced first in [17] as a nodal pricing mechanism to facilitate the integration of distributed energy resources (DERs). The DLMPs are derived from the dual formulation of an optimal power flow, representing the system's marginal cost of supplying an additional power unit at each node [18]. Therefore, these prices incorporate the power flow constraints and reflect grid status.

DLMPs have been employed on TES configurations to include the grid constraints and involve system operators in transactions. In [19], the authors presented a three-stage transactive energy simulation framework that dispatched DERs, maximized participants' profits, and included the system constraints through optimal power flow analyses. In [20], a bilevel iterative auction framework scheme was proposed. The auctions acknowledged the locational marginal price at the system substation to start the negotiation. The work in [21] proposed extracting the marginal prices from an optimal power flow and transmitting them to demand aggregators to balance the power exchange. In [22], grid congestion is alleviated by modulating the flexible demand of buildings through an iterative DLMP approach. Furthermore, in [23], the authors analyzed the implications of using the DLMP to negotiate directly with residential customers.

Although the DLMP is the baseline method for integrating distribution system constraints in the transactive energy markets, it presents specific issues and limitations that must be considered in its applicability. One significant concern is fairness, as more distant nodes pay higher electricity consumption prices due to their location. In [24], the authors addressed this fairness issue by regularizing the objective function, but this approach compromises the economic efficiency of the transactive market. The perceived unfairness of DLMP may lead residential consumers to abstain from participating in markets using this pricing mechanism. Another inconvenience with the DLMP method is the excessive congestion rent, which appears when marginal prices exceed average costs [25]. Still, the surplus redistribution limits consumption planning and penalizes customers' comfort. Finally, DLMP is computationally expensive for large markets and may not fit negotiation times [26].

The issues of the DLMP create the need to analyze other pricing mechanisms for TES that incorporate the grid constraints. Cost-sharing mechanisms are appealing as an alternative to exploring since they compute the same price for all participants, are budget-balanced, and are relatively computationally fast. However, as shown in Table 1, existing cost-sharing studies overlook grid constraints. This oversight can negatively affect the reliability metrics of the distribution system operator and compromise overall grid performance, as demonstrated by the authors in [27]. This paper aims to address this gap by proposing a framework for system operators that leverages the benefits of cost-sharing mechanisms while integrating grid constraints through a stochastic validation process. Table 1 also compares the literature with the proposed approach (PA) to highlight the main contributions.

1.3. Contributions and paper organization

This study introduces a framework for the technical assessment of cost-sharing agreements in Transactive Energy Systems that considers stochastic scenarios. Thus, energy transactions can be validated through simulations before proceeding with actual

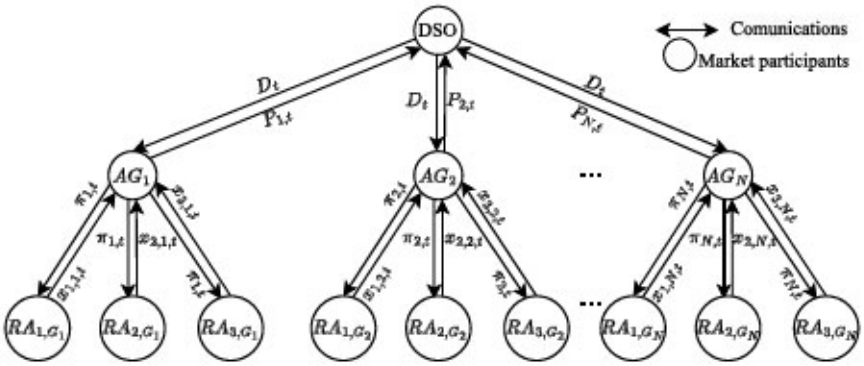


Fig. 1. Hierarchical TES data flows.

exchanges. The framework also proposes a penalty function based on power flow information to mitigate risky transactions in the system. Consequently, the proposed framework reduces the computational burden of securing system operation. Furthermore, selected susceptible electrical variables are subject to stochastic analysis to find the probability of violating operating limits. Collectively, the proposals outlined above are innovative, as, to the best of the authors' knowledge, no existing work in the literature addresses the grid security constraints in transactive markets with these specific characteristics.

Regarding the cost-sharing mechanism, this study proposes a hierarchical interaction that maintains participants' confidentiality and distributes the operating system cost. Thus, the market clearing becomes an iterative process that reaches a Nash equilibrium among customers. In cases where a transaction impacts the grid security, the market clearing process restarts with an additional penalty cost to modify consumption strategies. This way, the system operator rectifies the transactions and upholds system reliability. Following the proposed assessment methodology for the cost-sharing mechanism, the main contributions of this paper are summarized as follows:

- A hierarchical cost-sharing pricing mechanism that effectively distributes grid operating costs while maintaining participant confidentiality. It leverages TES technologies to exchange information between customers, demand aggregators, and system operators.
- A probabilistic assessment framework for system operators to validate transactions considering grid physical constraints. Validation results are summarized in a transactive report to support decision-making in TES.
- A penalty function to shift consumption according to grid availability and reliability conditions. Risky transactions are charged proportionally to the possible deviations caused above system operating limits.

This article contains the following sections: Section 2 defines the configuration of the TES cost-sharing mechanism and describes the roles of the participants. Section 3 presents the methodology for including distribution grid constraints within the transactive market. Section 4 presents a study case to discuss the assessment framework application. Finally, Section 5 presents the concluding remarks.

2. TES cost-sharing mechanism

The considered TES entails a hierarchical market structure with demand aggregators (AG), residential agents (RA), and a single Distribution System Operator (DSO). The RAs interact directly with a local AG but not with the DSO. This hierarchical architecture facilitates data handling, as illustrated in Fig. 1. TES principle enables bidirectional data flows using the smart-grid infrastructure. The DSO is at the upper level of the hierarchy; it computes the aggregated consumption and transmits cost function parameters to AGs. After the market clearing, the DSO performs a technical verification to validate transactions and implement corrective actions if needed. At a lower level, the AGs compute supply costs at their nodes based on the grid information received from the DSO. Then, they negotiate with RAs to set energy demand for a determined market period. RAs decide on consumption according to the price signals received and users' preferences. In this hierarchical TES, energy prices are equal across all nodes, and each RA pays its average cost.

The hierarchical cost-sharing mechanism has two loops: a demand aggregation in r iterations at the top level and a local consensus process of m stages between the RAs and the node AG. The DSO does not profit from its monopolistic position to assign prices. Instead, it serves as a message broker to share the system's consolidated energy demand (D_t) among the AGs. The AGs are also considered benevolent agents interacting with the RAs without profit. Each AG computes the system's supply cost considering the total demand and known parameters. Eq. (1) presents the supply cost function; it is considered a quadratic function as usual in hydrothermal power systems [36].

$$C_t = \alpha_t \left(D_t^{(r)}\right)^2 + \beta_t D_t^{(r)} + \gamma_t \tag{1}$$

$$D_t^{(r)} = P_{L,t}^{(r)} + \sum_{k \in \mathcal{N}} P_{k,t}^{(r-1,m)} \tag{2}$$

where $P_{L,t}$ are the system's losses at a time step t and $P_{k,t}$ is the aggregated consumption in the node k at t. Hence, the DSO calculates $P_{L,t}$ to inform about D_t. Parameters α_t, β_t, and γ_t are also transmitted beforehand by the DSO for all the market period T. Next, the AGs compute the prices $\pi_{k,t}$ according to their cost share. The price update is presented in Eq. (3). The interaction between the DSO and the AGs stops when the difference of consecutive system's demands falls below a predefined threshold, i.e., $\|D_t^{(r)} - D_t^{(r-1)}\| \leq \epsilon_D \quad \forall t$.

$$\pi_{k,t}^{(m)} = \alpha_t \left(D_t^{(r)} - P_{k,t}^{(r,0)} + P_{k,t}^{(r,m)} \right) + \beta_t + \frac{\gamma_t}{D_t^{(r)} - P_{k,t}^{(r,0)} + P_{k,t}^{(r,m)}} \tag{3}$$

$$P_{k,t}^{(r,m)} = \sum_{i \in \mathcal{C}_k} x_{i,k,t}^{(m-1)} \tag{4}$$

Finally, at the bottom level, each RA seeks to maximize its individual welfare as a price taker, considering the received value of $\pi_{k,t}$. The RA's objective function is presented in Eq. (5), as the difference between the perceived utility $U_{i,k,t}$ at time t and the cost for consuming $x_{i,k,t}$. The utility function is concave for the problem to be tractable [37]. The regularization parameter $\rho_{i,k}$ tunes the algorithm convergence rate. Users can select the value of $\rho_{i,k}$ independently without affecting the cost-sharing optimality [38]. The corresponding AG on each node stops updating the prices when the RAs agree on the consumption profile, i.e., $\|P_{k,t}^{(r,m)} - P_{k,t}^{(r,m-1)}\| \leq \epsilon_P \quad \forall t$. RAs' optimization problem is constrained by the technical limits of controllable appliances and users' comfort perception.

$$\max_{x_{i,k,1}^{(m)}, \ldots, x_{i,k,T}^{(m)}} \quad \sum_{t=1}^{T} (U_{i,k,t}^{(m)} - x_{i,k,t}^{(m)} \pi_{k,t}^{(m)} - \rho_{i,k} \|x_{i,k,t}^{(m)} - x_{i,k,t}^{(m-1)}\|^2) \tag{5}$$

The fairness consequences of cost-sharing mechanisms have been analyzed in the literature [39]. Particularly, cost-sharing approaches fit electricity markets due to the homogeneity and ordinality of the commodity (active energy). This study adopts a conventional formulation wherein the customers are charged proportionately to the resource consumption [40]. Thus, the electricity tariff corresponds to the average supply cost. At the end of all market interactions, the system reaches a Nash equilibrium as all RAs communicate their optimal consumption strategy considering the given price. Such strategies shall be stipulated in a forward contract to enforce their fulfillment in real-time operation.

The hierarchical market topology presented allows for maintaining information privacy. Each AG perceives the rest of the system as a black box, and it does not require identifying others' consumption [41]. Similarly, each RA optimizes with a price signal without knowing its peers' strategies. Other cost-sharing configurations may have lower computational complexity, requiring fewer iterations to reach equilibrium points. However, this advantage requires fully disclosing participant information. The iterative process for market-clearing in the proposed mechanism is summarized in Algorithm 1.

At the equilibrium point, the consumption profiles and the cost-sharing price are discovered [42]. However, commercial agreements may produce voltage deviations or congestion problems in the grid. The DSO must check the agreement's feasibility before approving the forward contracts. As a corrective measure, the DSO applies a penalty cost for the problematic nodes so the AG restarts the local interaction with their RAs. The penalty modifies consumption strategies to respect security margins and keep grid reliability. Once the verification process finishes, the DSO approves the transactions and formalizes the forward contracts. Fig. 2 illustrates the complete market mechanism in unified modeling language (UML).

3. Technical assessment methodology

Once the market is cleared, the DSO obtains the demand profiles of each node. Then, it starts the assessment and validation procedures regarding the physical constraints of the distribution grid. The proposed trades are approved or rejected depending on the risk they represent. This study builds on the co-simulation framework proposed in [43] for the assessment. Indeed, the DSO uses power flow simulations to determine the expected values of electrical variables and the probability of violating operating limits. The assessment finishes with a cost readjustment where the DSO adds penalties to problematic nodes.

Fig. 3 illustrates the functional blocks of the proposed assessment framework. These blocks operate sequentially as a finite-state machine. The agent's interaction process, described in the UML diagram, is fully encapsulated within the first functional block: TES Market Clearing. The simulation leverages the integration of OpenDSS-Python to compute dynamic power flows using the TES trade information. The DSO's objective is to detect node demands that can cause grid problems and correct them before they happen. Thus, the DSO intervenes in the market only by adding penalty costs to specific nodes. However, this adjustment obliges all market participants to recalculate their cost-sharing agreements. The assessment loop ends when no operating limit is at risk of being breached. The data processing between the assessment functional blocks is summarized as follows:

1. The DSO receives the energy demand from the TES market-clearing results.
2. The DSO estimates the active and reactive power demand profiles using a probabilistic conversion module.
3. The DSO computes dynamic power flows for the entire market period.
4. The DSO verifies that the expected values of electrical variables adhere to security margins on each distribution circuit.
5. The DSO readjust the system's operating cost for nodes that risk grid's integrity.
6. The AGs and RAs restart interactions with the new cost function.

Algorithm 1: Consensus market-clearing algorithm.

Data: Grid operating limits.
Input: α_t, β_t, and γ_t $\forall t$.
Output: $\pi_{k,t}$ and $x_{i,k,t}$ $\forall i,k,t$.
begin
  Each AG estimates an initial node consumption $P_{k,t}^{(0,0)} \forall t$ and sends it to the DSO. ;
  The DSO computes $D_t^{(0)} \forall t$ using Eq. (2). ;
  The DSO sends $D_t^{(0)} \forall t$ and the cost function parameters to all AGs. ;
  while $||D_t^{(r,m)} - D_t^{(r-1,m)}|| \leq \epsilon_D \forall t$ **do**
    for *Each node* $k \in \mathcal{N}$ **do**
      while $||P_{k,t}^{(r,m)} - P_{k,t}^{(r,m-1)}|| \leq \epsilon_D \forall t$ **do**
        The corresponding AG updates the price $\pi_{k,t}^{(m)} \forall t$ using Eq. (3) ;
        Each RA calculates its consumption strategy $x_{i,k,t}^{(m)} \forall t$ using Eq. (5) ;
        The AG updates $P_{k,t}^{(r,m)}$ using Eq. (4) ;
      end while
    end for
    The DSO updates $D_t^{(r)} \forall t$ using Eq. (2) ;
  end while
  The DSO performs a technical assessment of the energy trades. ;
  if *Any node consumption risk system operation* **then**
    The DSO change cost function parameters for the node by adding a penalty cost. ;
    The corresponding AG updates its price $\pi_{k,t}^{(m)} \forall t$ and gathers $P_{k,t}^{(r,m)}$. ;
    The DSO updates and broadcasts the aggregated demand $D_t^{(r)} \forall t$ to restart the market-clearing. ;
  The DSO validates the transactions. ;
  The RAs sign a forward contract with the agreed consumption profile. ;
end

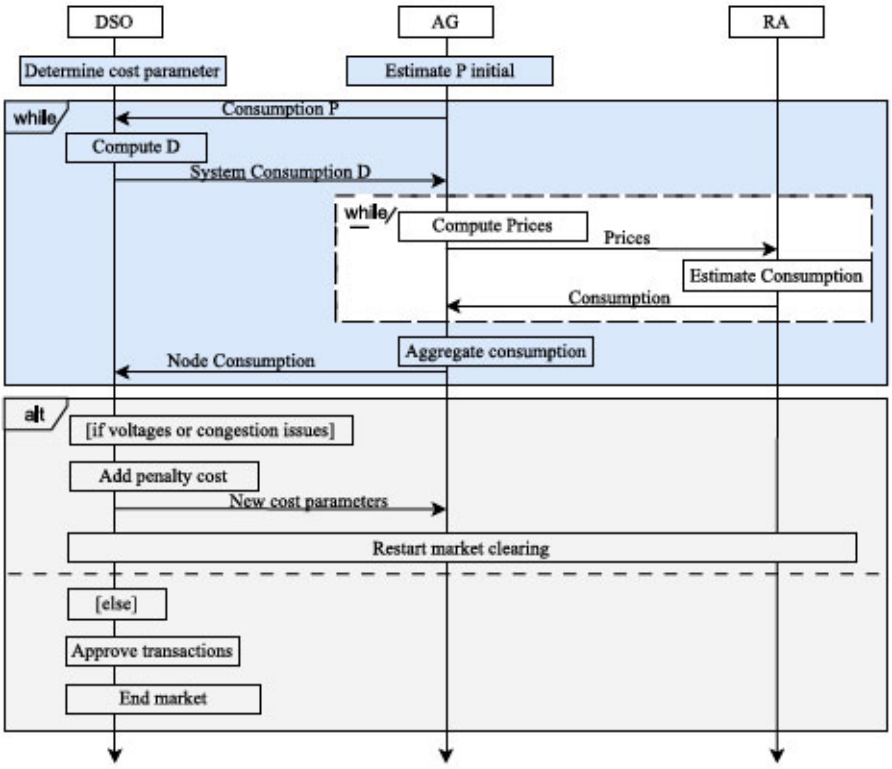


Fig. 2. UML diagram of market interaction.

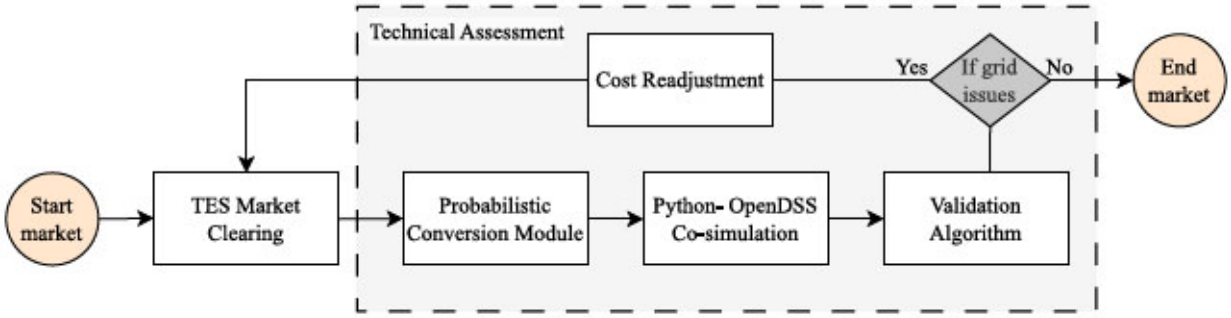


Fig. 3. Assessment framework functional blocks.

3.1. Probabilistic Conversion Module (PCM)

The RAs decide on energy consumption for the market period at each time slot t. Thus, the DSO must infer the corresponding active and reactive power demands ($p_{k,t}$ and $q_{k,t}$ for all nodes k at each t). To this end, the DSO uses historical demand data to determine the probability distributions of node power factors ($PF_{k,t}$) and assumes a constant power demand per time slot. The $PF_{k,t}$ distribution is updated following Bayes' theorem as new information is available.

The power factor $PF_{k,t}$ is sampled multiple times to run a Monte-Carlo simulation. For each sample, the active and reactive power demand ($p_{k,t}$ and $q_{n,t}$) are calculated following Eqs. (6) and (7). The Monte-Carlo simulation enhances the robustness of the analysis since it allows for calculating expected values of electrical variables and risk probabilities [44]. Furthermore, it opens the possibility to include several stochastic variables in further analysis.

$$p_{k,t} = S_{k,t} PF_{k,t} \tag{6}$$

$$q_{k,t} = S_{k,t} \sqrt{1 - PF_{k,t}^2} \tag{7}$$

3.2. OpenDSS-Python co-simulation

The link between OpenDSS and Python uses the component object model (COM) interface. COM allows process communications by defining custom methods in a software object and casting the data types accordingly [45]. Thus, the co-simulation runs separate processes by modifying the same object through different interfaces. An OpenDSS script defines the topology of the distribution grid, while a Python script sets demand parameters and performs data analysis. A Dynamic-link library (DLL) file is used to specify the instructions for the OpenDSS simulation engine, which, in this case, is the calculation of dynamic power flows.

The simulation process starts with the input from the TES trades, from which the probabilistic conversion module derives the power demands. Then, the Python script sends the instruction for OpenDSS to start running the power flows as it already has the grid topology information. For this purpose, the win32.client Python's module provides access to the OpenDSS COM interface [46]. Next, the Python script retrieves the data results to perform the validation, check the operating margins, and generate the transactive energy report. This report is sent to the DSO by a separate channel. Fig. 4 depicts the information flows on the simulation process.

3.3. Validation algorithm

The Monte-Carlo simulation of power flows indicates the expected value of electrical variables in the distribution grid when the proposed TES agreements are fulfilled. One by one, all variables are compared with the corresponding operating limits to validate security margins. The simulation also provides valuable insights into the probability of breaching limits. Algorithm 2 presents the validation procedure. Indeed, the security margins are defined in advance according to the applicable grid codes. If no trade represents a risk, the DSO authorizes the transactions, and the RAs sign forward contracts assuming the consumption agreed on the last market iteration. Conversely, if the DSO perceives a high probability of voltage violation or grid congestion, it refuses the trades and imposes a penalty on problematic nodes. This cost readjustment requires restarting the market-clearing process since node prices depend on aggregated consumption.

3.4. Penalty cost function

The transactive report identifies transactions and nodes that alter the system's performance. As a corrective measure, the DSO imposes a penalty cost (ACV or ACI) using Eqs. (8) and (9). This additional cost informs the TES about the grid condition, allowing it to apply corrective when problems arise. Then, RAs are encouraged to adjust their consumption to avoid high payments. ACV is associated with voltage violations and ACI with congestion issues. The DSO defines parameters ψ, ξ according to the modeled RAs'

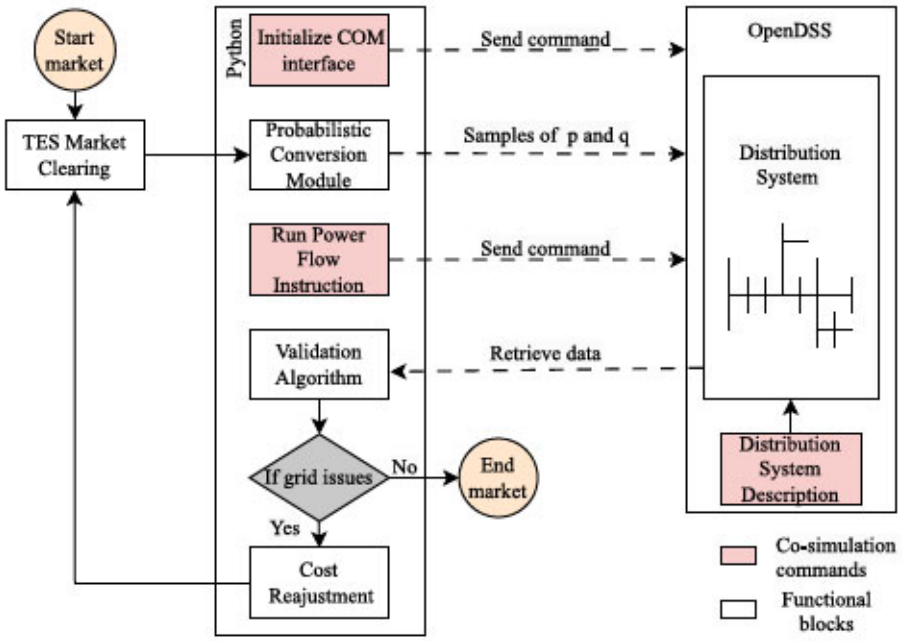


Fig. 4. Simulation data flow.

Algorithm 2: Transaction validation process.

Data: Node voltage limits ($V^{\min}$ and $V^{\max}$), line overload limit $I^{\max}$, grid incidence matrix
Input: Power flow simulations
Output: Transactive report
begin
  for *all time slots* t **do**
    for *all nodes* k **do**
      Compute the statistical moments of the node voltage $V_{k,t}$;
      if $\mathbb{E}[V_{k,t}] < V_{\min}$ *or* $\mathbb{E}[V_{k,t}] > V_{\max}$ **then**
        Raise an alert on the transactive report. ;
      end if
    end for
    for *all linked nodes* k *and* j **do**
      Compute the statistical moments of the line current $I_{k,j,t}$;
      if $\mathbb{E}[I_{k,j,t}] > I^{\max}$ **then**
        Raise an alert for both nodes k and j on the transactive report. ;
      end if
      Add statistical moments of considered variables to the transactive report ;
    end for
  end for
end

price elasticity. ACI is assigned to the two nodes involved in a line congestion. The resulting node price formulation is shown in Eq. (10). How to socialize the additional costs paid by the problematic nodes will be analyzed in future works.

$$ACV_{k,t} = \begin{cases} \psi(V^{min} - \mathbb{E}[V_{k,t}])^2 & \text{if } \mathbb{E}[V_{k,t}] < V^{\min}, \\ \psi(\mathbb{E}[V_{k,t}] - V^{max})^2 & \text{if } \mathbb{E}[V_{k,t}] > V^{max}, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{8}$$

$$ACI_{k,t} = \begin{cases} \xi(\mathbb{E}[I_{k,j,t}] - I^{max}) & \text{if any } \mathbb{E}[I_{k,j,t}] > I^{max}, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{9}$$

$$\pi_{k,t}^{(m)} = \alpha_t \left(D_t^{(r)} - P_{k,t}^{(r,0)} + P_{k,t}^{(r,m)} \right) + \beta_t + \frac{\gamma_t}{D_t^{(r)} - P_{k,t}^{(r,0)} + P_{k,t}^{(r,m)}} + ACV_{k,t} + ACI_{k,t} \tag{10}$$

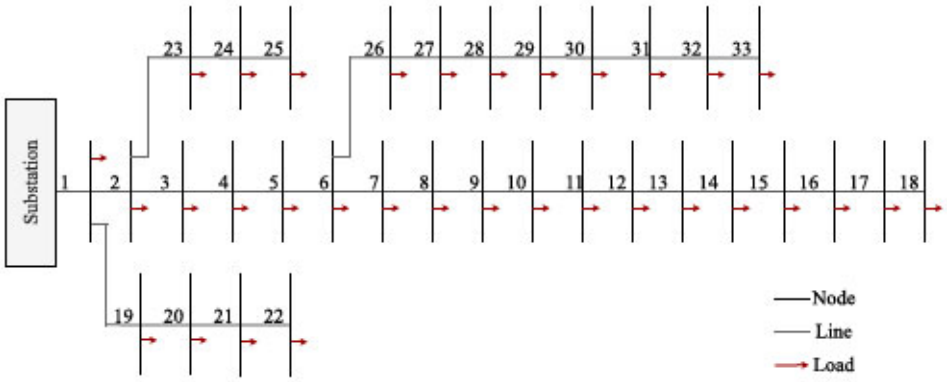


Fig. 5. IEEE 33-bus test system.

4. Study case

The proposed TES assessment framework is tested using the IEEE 33-bus distribution system. The IEEE 33-bus system is a radial distribution network with a single substation operating at a nominal voltage of 12.66 kV across all nodes. The system has 33 load buses distributed along four radial branches, as illustrated in Fig. 5. Bus 1, which hosts a conventional generator, is designated as the slack bus, ensuring that the system voltage remains at one per unit. The generator cost function in Eq. (1) is constant throughout the day, with $\alpha_t = 0.009\left(\text{kWh}^2\right), \forall t$, and all other cost coefficients set to zero. The impedance values of the lines and the load power data are obtained from [47]. Finally, this study considers a day-ahead forward market operating at 10 min intervals, which results in 144 transactions for a market period of 24 h.

4.1. Data description

RAs participate in the cost-sharing mechanism by controlling thermostats. Thus, their energy demand is divided into heating demand (x_{heat}) and non-controllable loads (x_{nc}). This setup is typical in cold-weather countries like Canada, where electric heaters are the main target of demand response programs [48]. In this case, x_{nc} is around 6 $[kWh]$ for each RA. Eq. (11) presents the utility function considered for heating system control involving the indoor temperature ($\theta_{i,k,t}$) and a reference set-point ($\theta^{ref}_{i,k}$). The parameter $\delta_{i,k}$ represents customer price elasticity and helps to convert the thermal discomfort into monetary units. Next, two constraints are added to the RA's optimization problem: Eq. (12) that incorporates the state space model of a house's thermal dynamics and Eq. (13) that sets the optimal substructure for the problem in the long run. State space model parameters A, B, and E were derived from actual data in residences in Trois-Rivieres, QC, CA. in 2018. All the parameters, including temperatures, set points, price elasticity, and the model parameters mentioned above, were sourced from the ETSIM simulation environment proposed in [49].

$$U_{i,k,t} = -\delta_{i,k}(\theta^{ref}_{i,k} - \theta_{i,k,t})^2 \tag{11}$$

$$\theta_{i,k,t} = A_{i,k}(\theta^{ext}_t) + B_{i,k}(\theta_{i,k,t-1}) + E_{i,k}x_{heat,i,k,t} \tag{12}$$

$$\theta_{i,k,0} = \theta_{i,k,T} \tag{13}$$

$$x_{i,k,t} = x_{heat,i,k,t} + x_{nc,i,k,t} \tag{14}$$

The voltage operating limits in each bus are $V^{max} = 1.1$ and $V^{min} = 0.9$ per unit. Also, the maximum overload in the lines is 1.5 times the nominal current. The outdoor temperatures in simulations correspond to historical records in Quebec, CA., during winter 2018. The considered power factor ($PF_{k,t}$) distribution is a truncated normal between 0 and 1 with a mean of 0.9636 and a standard deviation of 0.0581, as shown in Eq. (15). These values indicate that most power factor samples align with safe operational limits. The samples outside conventional ranges are valuable for analyzing potential variations due to intermittent DERs. Notably, changing the $PF_{k,t}$ distribution does not impact the proposed assessment methodology or the cost-sharing mechanism. In all simulations, the power factor distribution remains constant throughout the market period.

$$PF_{k,t} \sim \mathcal{N}^{+}_{-}(0.9636, 0, 1, 0.0581) = \begin{cases} \frac{1}{0.1707\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{PF-0.9636}{0.0581}\right)^2} & \text{if } 0 \le PF \le 1, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{15}$$

4.2. Cost-sharing results

The consensus market-clearing algorithm begins with an estimated demand of $D^{(0)}_t = 7780$ kWh $\forall t$. Then, each AG computes an initial flat price of 0.07 [$]. Once the consensus algorithm concludes, a first contract version stipulates RAs' planned consumption and

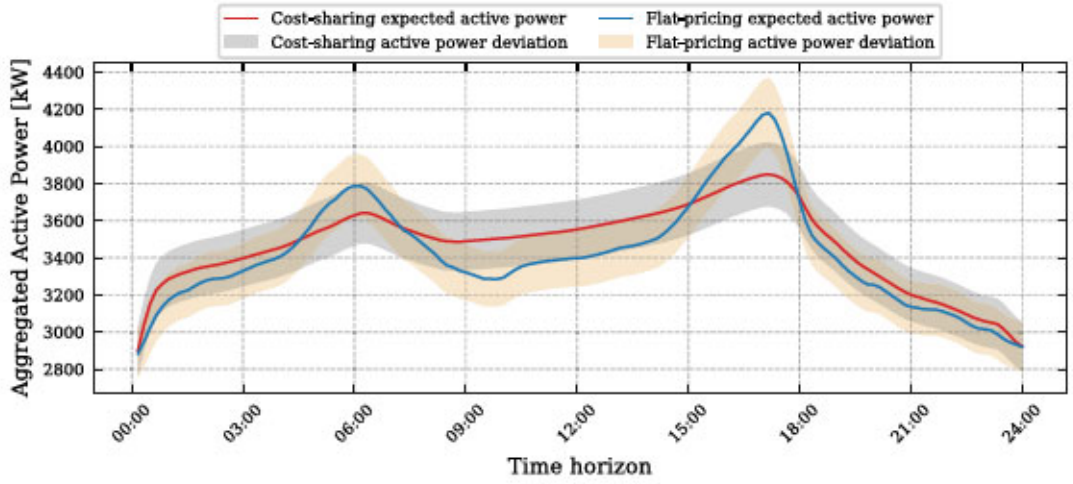


Fig. 6. System aggregated active power demand.

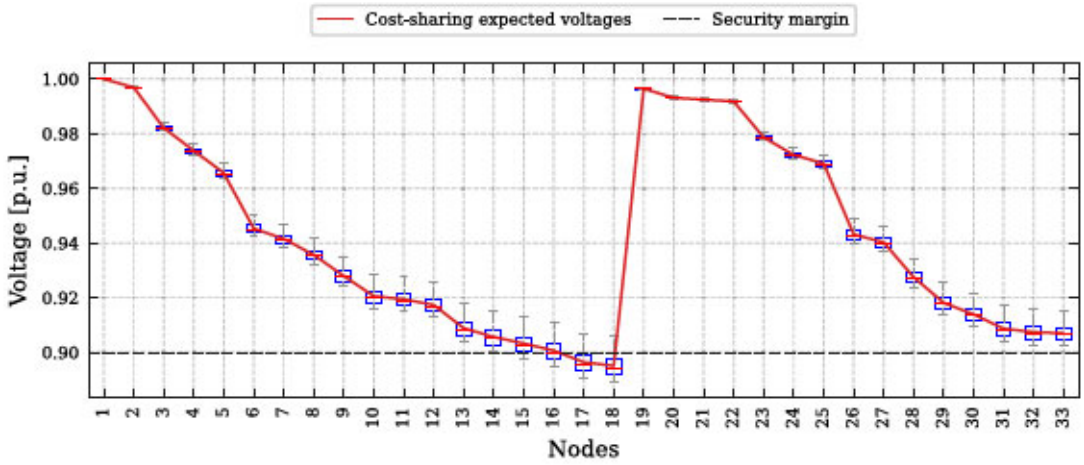


Fig. 7. Node voltage variations at the peak time slot.

resulting node prices. Subsequently, the DSO starts the Monte-Carlo power flows simulation, sampling the power factor distribution presented before. Fig. 6 presents the transformation of the active power demand profile obtained from the consensus algorithm. The initial flat pricing approach produces expensive demand peaks since the cost function is quadratic. Thus, the consensus final pricing reduces the supply cost by producing a flatter demand profile.

The shadow area in Fig. 6 denotes the range within one standard deviation above and below the expected value, encompassing the 68% of the samples. The cost-sharing mechanism does not affect the $PF_{k,t}$ distribution but the expected power demand profile. As mentioned, the resulting consumption reduces demand peaks as RAs coordinate to reduce costs. Therefore, the DSO can trust this information to run power flow simulations as it knows the TES mechanism and the RAs' communication effectiveness.

In the proposed framework, the co-simulation relies on the Python-OpenDSS integration to run dynamic power flow simulations for all the samples of active ($p_{k,t}$) and reactive ($q_{k,t}$) power demands. The statistical moments of simulated electrical variables return to Python for processing and analysis. This data is used in the validation algorithm to identify voltage and congestion risks. To illustrate the interpretation of simulation outcomes, node voltages at the peak consumption period (17:00) for the cost-sharing results are shown in Fig. 7. The dashed line here corresponds to the predefined limit to raise alerts in the transactive report.

There is a decay trend in node voltages as they distance from the primary substation. This situation is common in radial circuits without distributed generators, synchronous capacitors, or compensators. Even considering the reduced demand peak, the expected voltages of nodes 17 and 18 fall below the safety limits of the system. To zoom in on these cases, Table 2 summarizes the results of the validation algorithm. It is necessary to actuate the cost readjustment mechanism for these nodes and restart the market-clearing process. Conversely, nodes 15 and 16 do not represent a significant risk since their expected voltage remains within the safety margin and belongs to the same branch. Thus, their voltage profiles will improve by correcting the demand on nodes 17 and 18.

Table 2
Expected value of electrical variables at problematic nodes at peak times.

Variables	Problematic nodes			
	N-17		N-18	
	6:00–6:10	17:00–17:10	6:00–6:10	17:00–17:10
$E[V]$	0.8999	0.89625	0.8985	0.8949
$Var[V]$	1.69×10^{-6}	1.88×10^{-6}	1.75×10^{-6}	1.94×10^{-6}

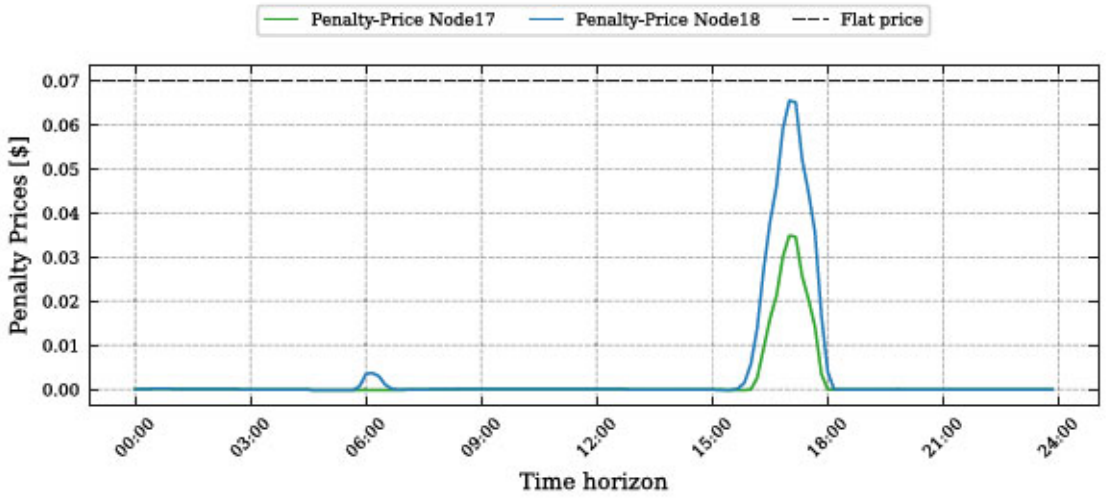


Fig. 8. Penalty prices.

4.3. Cost readjustment results

The parameter $\psi = 0.27 \times 10^3$ was determined using a grid search in the penalty cost function. This method systematically explores a predefined set of values to identify the parameter that satisfies a given objective [50]. The search was performed based on the known price elasticity RAs to ensure that the selected ψ corresponds to their responsiveness to price variations. The parameter was varied in increments of 10^2 until reaching the final value. The AG with the problematic nodes recomputes prices, including the penalty costs. Then, the market-clearing process restarts. Fig. 8 depicts the resulting penalty prices from the cost readjustment methodology. Problematic nodes are charged at 6:00 and 17:00 as penalties are proportional to voltage deviations outside operating limits. Notably, node 18 experiences significant overruns not only for its demand profile but also for its location in a radial circuit. Moreover, penalties are ineffective when non-controllable loads produce demand peaks since they are inelastic. Fairness concerns on the cost readjustment mechanism are outside the scope of the present study. In future works, the way to redistribute the calculated penalty costs among the flexible loads of the same branch will be studied.

4.4. Final market clearing results

The market clearing consensus algorithm restarts considering the penalty costs for problematic nodes. Fig. 9 shows the final cost-sharing prices before and after the cost readjustment. It is important to note that the final price for the problematic nodes comprises the cost-sharing price after cost readjustment and the penalty prices. At equilibrium, cost-sharing prices are proportional to the system's aggregated demand. Peak demands decrease as the cost increases, but all nodes profit from new prices to adjust consumption patterns and maximize utility.

After the cost readjustment, the DSO performs the validation procedure again with the new demand profiles. Fig. 10 presents the expected value of node voltages and the comparison with previous validation results. The penalty encourages RAs to shift their controllable load from peak periods, alleviating voltage constraints. The proposed penalty function effectively incorporates grid information into market transactions since the new voltage profile respects operating limits.

The results indicate that the proposed stochastic verification using Monte Carlo simulation offers a robust alternative for addressing the problem, enhancing the network operator's decision-making process. This approach needs extensive simulations, which are often impractical with DLMP because of the required computation time. The final market results also show that the proposed structure validates the network constraints and generates a correction alternative for cases where the constraints are not within the established limits through the proposed penalties. This procedure avoids using the DLMP as a direct mechanism by preventing the solution of a complex optimization problem and the subsequent examination of the shadow price of the dual variables. Furthermore, calculating penalties in a differentiated manner based on the network problem offers an alternative to the marginal decomposition of the DLMP. This article presents penalty functions for demand aggregators to adjust user consumption

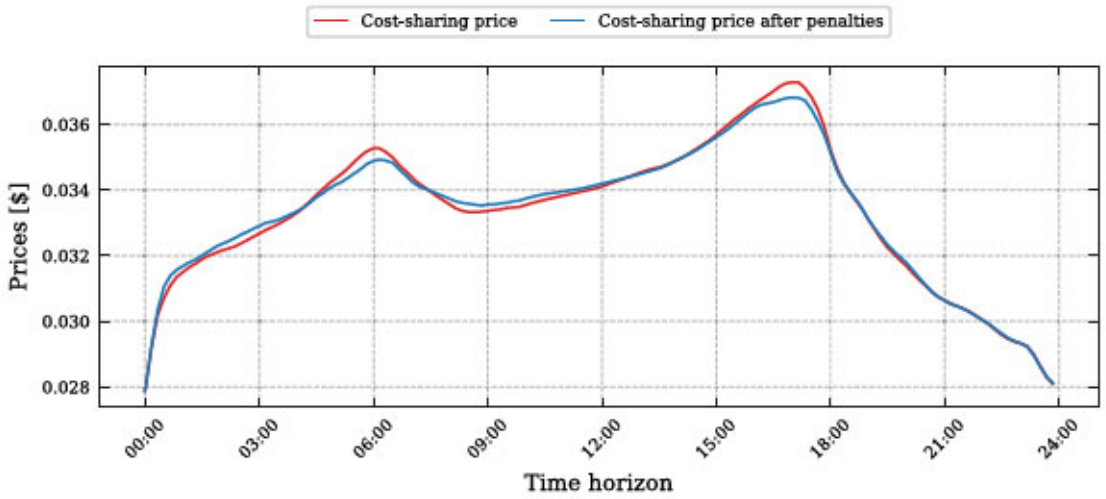


Fig. 9. Cost-sharing prices before and after penalties.

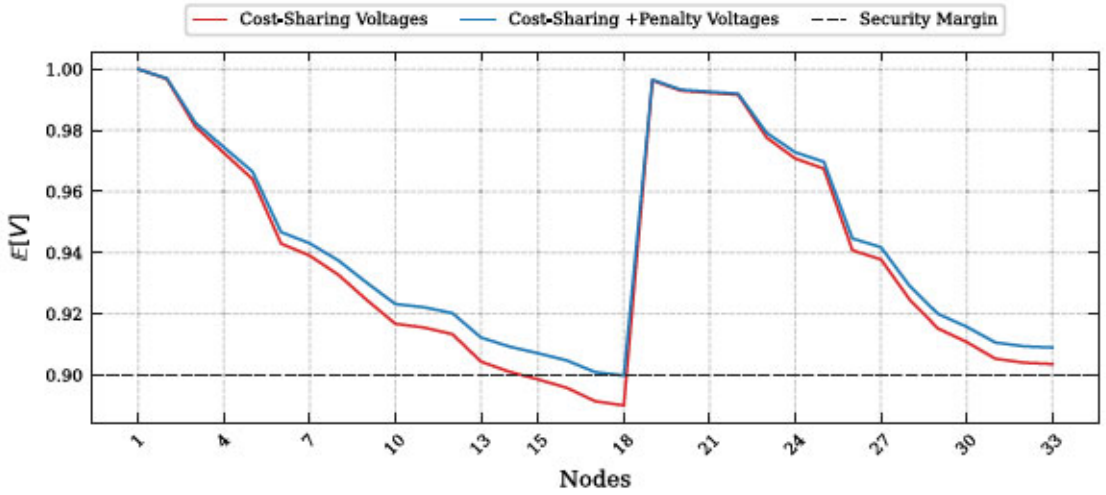


Fig. 10. Expected value of node voltages at the peak time slot.

patterns that risk the system's operation. However, the proposed penalty compromises fairness for customers who bear the risk, as they face higher prices than others. Ensuring that these penalties are distributed equitably among the market remains an open topic for future research. Additionally, future works could enhance the IEEE 33-bus system by integrating renewable energy sources through DER into each branch, influencing the power flows across the network. Nevertheless, this does not affect the simulation framework outlined in this paper.

5. Conclusion

This article proposes an assessment framework incorporating physical distribution grid constraints to validate transactive energy negotiations. The framework introduces a modified hierarchical cost-sharing pricing mechanism designed to allocate grid operating costs efficiently while preserving the confidentiality of participants. The validation of transactive market transactions is performed through a probabilistic assessment utilizing Monte Carlo simulations, addressing a critical aspect, often neglected, in existing cost-sharing methodologies. Additionally, this paper introduces penalty functions grounded in grid conditions to encourage adjustments in user consumption patterns that pose risks to system reliability. The proposed framework was tested using the IEEE-33 test case system, demonstrating its applicability to a typical distribution grid. The results indicate that the cost-sharing mechanism employed within the transactive market effectively reduces the network's expected aggregate power consumption peaks and shows their variability within a one-standard deviation that corresponds to 68% of the samples. The case study also highlights the efficacy of the proposed voltage and congestion penalty cost in encouraging users to adhere to the system's safety limits in the transactive market. Finally, future research should explore the impact of the proposed penalties on the fairness of the cost-sharing mechanism and investigate optimal strategies for their allocation among participants.

Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Acknowledgments

The authors would like to thank the Laboratoire des technologies de l'énergie d'Hydro-Québec and the Natural Science and Engineering Research Council of Canada.

Data availability

The authors do not have permission to share data.

References

[1] GWAC. GridWise Transactive Energy Framework. GridWise Archit Counc Trans Energy 2019;1.1:1–23.
[2] Ambrosio R. Transactive energy systems. IEEE Electr. Mag 2016;4(4):4–7.
[3] Solat S, Aminifar F, Shayanfar H. Changing the regulations for regulating the changes: From distribution system operator (DSO) to electricity distribution stakeholders' organization (EDSO). Energy & Environ 2023;34(4):830–54.
[4] Caballero WN, Lunday BJ, Ahner DK. Incentive compatible cost sharing of a coalition initiative with probabilistic inspection and penalties for misrepresentation. Group Decis Negot 2020;29:1021–55.
[5] Chau SC-K, Xu J, Bow W, Elbassioni K. Peer-to-peer energy sharing: Effective cost-sharing mechanisms and social efficiency. In: Proceedings of the tenth ACM international conference on future energy systems. 2019, p. 215–25.
[6] **Moret F, Pinson P. Energy collectives: A community and fairness based approach to future electricity markets. IEEE Trans Power Syst 2019;34(5):3994–4004.** http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2018.2808961.
[7] Judge MA, Khan A, Manzoor A, Khattak HA. Overview of smart grid implementation: Frameworks, impact, performance and challenges. J Energy Storage 2022;49:104056.
[8] Strezoski L, Padullaparti H, Ding F, Baggu M. Integration of utility distributed energy resource management system and aggregators for evolving distribution system operators. J Mod Power Syst Clean Energy 2022;10(2):277–85.
[9] Zou Y, Xu Y, Feng X, Naayagi R, Soong B-H. Transactive energy systems in active distribution networks: A comprehensive review. CSEE J Power Energy Syst 2022;8(5):1302–17.
[10] Abrishambaf O, Lezama F, Faria P, Vale Z. Towards transactive energy systems: An analysis on current trends. Energy Strat Rev 2019;26:100418.
[11] Usman M, Alizadeh MI, Capitanescu F, Avramidis I-I, Madureira AG. A novel two-stage TSO–DSO coordination approach for managing congestion and voltages. Int J Electr Power Energy Syst 2023;147:108887.
[12] Dehez P, Tellone D. Data games: Sharing public goods with exclusion. J Public Econ Theory 2013;15(4):654–73.
[13] Nguyen HK, Song JB, Han Z. Distributed demand side management with energy storage in smart grid. IEEE Trans Parallel Distrib Syst 2014;26(12):3346–57.
[14] **Guguloth R, Kumar TS. Congestion management in restructured power systems for smart cities in India. Comput Electr Eng 2018;65:79–89.** http://dx.doi.org/10.1016/j.compeleceng.2017.04.016, **URL:** https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045790617309849.
[15] Kristiansen T. Comparison of transmission pricing models. Int J Electr Power Energy Syst 2011;33(4):947–53.
[16] Bai L, Wang J, Wang C, Chen C, Li F. Distribution locational marginal pricing (DLMP) for congestion management and voltage support. IEEE Trans Power Syst 2017;33(4):4061–73.
[17] Sotkiewicz P, Vignolo J. Nodal pricing for distribution networks: efficient pricing for efficiency enhancing DG. IEEE Trans Power Syst 2006;21(2):1013–4.
[18] Wang X, Li F, Bai L, Fang X. DLMP of competitive markets in active distribution networks: Models, solutions, applications, and visions. Proc IEEE 2023;111(7):725–43.
[19] **Asarias F, Pedrasa MA. A transactive energy market framework considering network constraints and fairness. 2021, arXiv preprint** arXiv:2103.16971.
[20] Faqiry MN, Das S. Distributed bilevel energy allocation mechanism with grid constraints and hidden user information. IEEE Trans Smart Grid 2017;10(2):1869–79.
[21] **Hu J, Yang G, Ziras C, Kok K. Aggregator operation in the balancing market through network-constrained transactive energy. IEEE Trans Power Syst 2019;34(5):4071–80.** http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2018.2874255.
[22] Hanif S, Massier T, Gooi HB, Hamacher T, Reindl T. Cost optimal integration of flexible buildings in congested distribution grids. IEEE Trans Power Syst 2017;32(3):2254–66.
[23] Amanbek Y, Kalakova A, Zhakiyeva S, Kayisli K, Zhakiyev N, Friedrich D. Distribution locational marginal price based transactive energy management in distribution systems with smart prosumers—A multi-agent approach. Energies 2022;15(7):2404.
[24] Zarabie AK, Das S, Faqiry MN. Fairness-regularized DLMP-based bilevel transactive energy mechanism in distribution systems. IEEE Trans Smart Grid 2019;10(6):6029–40.
[25] Jadid S, Amoli NA. Factoring the price elasticity of demand in the optimal power flow. In: 2007 international power engineering conference (IPEC 2007). IEEE; 2007, p. 12–7.
[26] Wang H, Murillo-Sanchez CE, Zimmerman RD, Thomas RJ. On computational issues of market-based optimal power flow. IEEE Trans Power Syst 2007;22(3):1185–93.
[27] **Galeano-Suárez D, Toquica D, Henao N, Agbossou K, Oviedo-Cepeda J. Impact of distribution locational marginal pricing and cost-sharing pricing mechanisms on fairness, efficiency, and voltage quality in transactive energy systems. Util Policy 2025;93:101890, URL:** https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957178725000050.
[28] Chakraborty P, Baeyens E, Khargonekar PP. Cost causation based allocations of costs for market integration of renewable energy. IEEE Trans Power Syst 2017;33(1):70–83.
[29] Gu B, Mao C, Wang D, Liu B, Fan H, Fang R, Sang Z. A data-driven stochastic energy sharing optimization and implementation for community energy storage and PV prosumers. Sustain Energy, Grids Networks 2023;34:101051.
[30] Mohsenian-Rad A-H, Wong VWS, Jatskevich J, Schober R, Leon-Garcia A. Autonomous demand-side management based on game-theoretic energy consumption scheduling for the future smart grid. IEEE Trans Smart Grid 2010;1(3):320–31.

[31] Grzanić M, Morales JM, Pineda S, Capuder T. Electricity cost-sharing in energy communities under dynamic pricing and uncertainty. IEEE Access 2021;9:30225–41.
[32] Dvorkin Y. A chance-constrained stochastic electricity market. IEEE Trans Power Syst 2019;35(4):2993–3003.
[33] Fang X, Hodge B-M, Du E, Kang C, Li F. Introducing uncertainty components in locational marginal prices for pricing wind power and load uncertainties. IEEE Trans Power Syst 2019;34(3):2013–24.
[34] Guo Y, Baker K, Dall'Anese E, Hu Z, Summers TH. Data-based distributionally robust stochastic optimal power flow—Part II: Case studies. IEEE Trans Power Syst 2018;34(2):1493–503.
[35] Bhowmik D, Sinha A. An efficient cost based allocation approach for individual generators associated with the system. Comput Electr Eng 2018;70:212–28, URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045790617309503.
[36] Ennes MI, Diniz AL. An efficient equivalent thermal cost function model for nonlinear mid-term hydrothermal generation planning. Int J Electr Power Energy Syst 2014;63:705–12.
[37] Bator FM. The simple analytics of welfare maximization. Am Econ Rev 1957;47(1):22–59.
[38] Cao X, Zhang J, Poor HV, Tian Z. Differentially private ADMM for regularized consensus optimization. IEEE Trans Autom Control 2020;66(8):3718–25.
[39] Baharlouei Z, Hashemi M, Narimani H, Mohsenian-Rad H. Achieving optimality and fairness in autonomous demand response: Benchmarks and billing mechanisms. IEEE Trans Smart Grid 2013;4(2):968–75.
[40] Wang Y-T, Zhu D. Ordinal proportional cost sharing. J Math Econom 2002;37(3):215–30.
[41] Yang J, Yun Z. The thevenin equivalent based power flow method for integrated transmission and radial distribution networks. Int J Electr Power Energy Syst 2020;123:106294.
[42] Wang A, Dong T, Liao X. Distributed optimal consensus algorithms in multi-agent systems. Neurocomputing 2019;339:26–35.
[43] Galeano-Suarez D, Oviedo-Cepeda J, Henao N, Agbossou K, Toquica D, Fournier M. Co-simulation framework opendss-python to consider distribution grid constraints in a transactive energy system. In: 2023 14th international renewable energy congress. IREC, IEEE; 2023, p. 1–6.
[44] Li W, et al. Reliability assessment of electric power systems using Monte Carlo methods. Springer Science & Business Media; 2013.
[45] Box D. Essential COM. Addison-wesley object technology series, Addison Wesley; 1998, URL: https://books.google.ca/books?id=kfRWvKSePmAC.
[46] Birchfield A. Python-to-OpenDSS control interface. Technical Report, vol. 488, EPRI Electric Power Research Institute (EPRI); 2015.
[47] Dolatabadi SH, Ghorbanian M, Siano P, Hatziargyriou ND. An enhanced IEEE 33 bus benchmark test system for distribution system studies. IEEE Trans Power Syst 2020;36(3):2565–72.
[48] Ouf MM, Osman M, Bitzilos M, Gunay B. Can you lower the thermostat? Perceptions of demand response programs in a sample from quebec. Energy Build 2024;306:113933, URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378778824000495.
[49] Oviedo-Cepeda JC, Rueda L, Amara F, Alix J-F. Etsim: A simulation environment for evaluating the impacts of autonomous devices participating in local markets and dynamic tariffs. In: 2023 IEEE PES innovative smart grid technologies europe (ISGT EUROPE). 2023, p. 1–6. http://dx.doi.org/10.1109/ISGTEUROPE56780.2023.10407197.
[50] Hsu C-W, Chang C-C, Lin C-J, et al. A practical guide to support vector classification. 2003.

3.3 Inclusion de l'équité dans le mécanisme de prix marginal localisé au niveau de la distribution

3.3.1 Contexte

Le mécanisme de PMLD est adapté à l'application de l'ET, car il est cohérent avec les objectifs du GRD et intègre les contraintes du réseau de distribution. Il est couramment utilisé par les GRD et les régulateurs pour minimiser les pertes et assurer le contrôle des variables électriques sur l'ensemble du système de distribution. Dans les systèmes d'ET, le PMLD permet de maximiser le bien-être social tout en respectant les contraintes physiques du réseau. Néanmoins, le PMLD pose un problème d'équité, car il entraîne des prix plus élevés pour les utilisateurs situés en aval du réseau, en raison de l'accumulation de pertes sur les circuits radiaux.

L'équité constitue un facteur déterminant pour l'adoption et la viabilité des systèmes d'ET, car elle influence directement les décisions des participants. La perception de négociations inéquitables peut conduire certains utilisateurs à se retirer du marché. Dans ce contexte, le GRD est amené à régulariser le PMLD afin de limiter la variabilité des prix. Cette régularisation implique l'introduction d'une métrique d'équité, complémentaire de l'objectif de maximisation du bien-être social. Cependant, selon la théorie des jeux, l'équité et l'efficacité économique sont des objectifs interdépendants situés sur une frontière de Pareto, de sorte que l'amélioration de l'un se fait au détriment de l'autre. L'identification d'un compromis approprié demeure donc complexe, en raison du caractère subjectif de l'équité.

Cette étude introduit un PMLD modifié pour les systèmes d'ET, qui minimise le coût opérationnel du système, atténue l'iniquité et respecte les contraintes du réseau.

L'approche proposée intègre une métrique d'équité fondée sur la variance des prix. Par ailleurs, un algorithme primal–dual est développé pour compenser le marché tout en préservant la confidentialité des préférences des utilisateurs. L'utilisation de facteurs de sensibilité, combinée à une modélisation linéaire du système, permet également de décomposer les prix résultants. Enfin, la formulation proposée permet d'analyser la sensibilité du paramètre de régularisation et de quantifier la frontière de Pareto entre l'équité et l'efficacité économique. Les principales contributions de ce travail sont les suivantes:

- Un mécanisme de PMLD régularisé pour les systèmes d'ET, minimisant conjointement les coûts opérationnels du réseau de distribution et l'iniquité des prix, tout en préservant la confidentialité des préférences des utilisateurs.
- Une métrique d'équité convexe fondée sur la variance des prix nodaux, permettant de quantifier et de réduire les disparités excessives des prix de localisation.
- Un algorithme distribué primal-dual de compensation du marché, qui décompose itérativement le PMLD à l'aide de modèles de flux de branches et de facteurs de sensibilité.

3.3.2 Méthodologie

La méthodologie proposée vise à régulariser le mécanisme de PMLD afin d'améliorer l'équité des prix dans le contexte des systèmes d'ET. Pour atteindre cet objectif, un marché transactionnel est modélisé autour d'un GRD et de plusieurs utilisateurs résidentiels, dont les interactions reposent exclusivement sur l'échange de signaux de prix et de consommation. Au niveau inférieur du marché, les utilisateurs résidentiels maximisent leur bien-être individuel, défini comme la différence entre l'utilité de l'énergie consommée et son coût. Ils intègrent un opérateur proximal afin de limiter les variations brusques d'une

itération à l'autre. Au niveau supérieur, le GRD vise à minimiser le coût de génération et l'iniquité des prix, tout en respectant l'ensemble des contraintes physiques du réseau de distribution.

Pour résoudre le problème, le GRD doit définir une métrique quantifiant l'équité, ainsi qu'un modèle intégrant explicitement les contraintes du système. Dans ce cadre, ce travail retient la variabilité des prix nodaux comme indicateur d'équité. Contrairement à d'autres métriques d'équité, telles que l'indice de Jain, le coefficient de Gini ou l'entropie de Shannon, la variance ne nécessite ni convexification ni l'ajout de contraintes supplémentaires à son champ de définition. Concernant la modélisation du réseau de distribution, cette étude s'appuie sur le modèle LinDistFlow ainsi que sur des facteurs de sensibilité des pertes et de la tension pour formuler le problème du FPO. De plus, la métrique d'équité peut être intégrée directement dans ce cadre de modélisation, en raison de sa nature convexe.

Pour compenser le marché proposé, cette étude s'appuie sur un algorithme primal–dual qui résout itérativement le problème du GRD, tout en garantissant la confidentialité des préférences des utilisateurs et la convergence de l'algorithme. Cette approche permet de traiter explicitement le couplage entre les variables primales et duales induit par l'introduction de la métrique d'équité dans le Lagrangien du problème du GRD. La dérivation du Lagrangien par rapport à la puissance demandée à chaque nœud conduit à l'expression analytique des prix appliqués par le GRD aux utilisateurs. Le processus de compensation du marché se termine lorsque les prix calculés par le GRD et les réponses de consommation des utilisateurs conduisent à la convergence de la demande agrégée, c'est-à-dire lorsque les variations successives deviennent négligeables.

3.3.3 Résultats

La méthodologie d'intégration de l'équité au mécanisme de PMLD est validée sur le réseau test IEEE à 33 nœuds, en considérant des agents résidentiels équipés de thermostats intelligents. Les résultats de la compensation du marché montrent que la puissance agrégée converge en six itérations, ce qui atteste de la stabilité et de l'efficacité du mécanisme de négociation proposé. Les prix résultants présentent un profil temporel cohérent avec celui de la demande, confirmant le lien direct entre la formation des prix et la dynamique de charge. La décomposition des prix révèle trois composantes principales: l'énergie, les pertes et l'équité. La composante associée à la tension est absente dans ce cas d'étude, car la contrainte correspondante n'est pas active. Enfin, les résultats indiquent que la composante d'équité réduit les disparités de prix et contrebalance l'impact de la composante liée aux pertes.

L'introduction d'un terme d'équité a un impact direct sur l'efficacité économique du marché. Un marché est considéré comme efficient lorsque la production est réalisée au coût minimal et que l'utilité des utilisateurs est maximisée. Dans cette étude, l'efficacité économique est mesurée par le bien-être social, défini comme la somme des surplus des consommateurs et des producteurs. Les résultats mettent en évidence, à travers la frontière de Pareto, le compromis entre les gains marginaux d'équité et les pertes correspondantes en efficacité économique. Par ailleurs, les performances de l'approche proposée sont comparées à celles d'une correction de l'équité du mécanisme PMLD appliquée dans une seconde couche de simulation. Cette correction ex post conduit à des niveaux de prix plus élevés, engendrant des inefficiences de marché et augmentant le risque de violation des contraintes du système.

Fairness-Enhanced Distribution Locational Marginal Pricing for Transactive Energy Systems

Daniel Galeano-Suárez[1,2,*], Kodjo Agbossou[1,2], David Toquica[1,2], Nilson Henao[1,2], JC Oviedo-Cepeda[3]

Abstract

Distribution Locational Marginal Pricing (DLMP) is a promising mechanism for enhancing Transactive Energy Systems (TES) by explicitly incorporating distribution network constraints into electricity price formation. Nevertheless, conventional DLMP schemes may produce significant spatial price disparities, causing customers located at the end of the feeder to pay higher prices than those located closer to the substation despite similar consumption. To address this limitation, this paper proposes a fairness-enhanced DLMP framework that jointly minimizes distribution operating cost and price unfairness within a unified optimization problem while satisfying all network operational constraints. Fairness is quantified through the variance of a proportional fairness indicator, and a distributed primal–dual algorithm is developed to iteratively clear the electricity market while preserving customers' utility-function privacy. Simulations on the IEEE 33-bus distribution system demonstrate that the proposed market converges in six iterations and achieves a controllable fairness–efficiency trade-off while satisfying all distribution network operational constraints.

Keywords: Cost minimization,, Distribution grid, Fairness, Marginal pricing, Power flow, Regularization.

1. Introduction

The decreasing cost of communication technologies, combined with the rapid proliferation of Distributed Energy Resources (DERs) in electrical grids, has created a propitious environment for deploying Transactive Energy Systems (TES) and innovating on market designs [1]. The main objective of TES is to balance supply and demand across the grid, utilizing value as a key operational parameter [2]. Indeed, integrating customer preferences and valuations into energy allocation processes enables TES to improve both the efficiency and the fairness of power systems [3]. Furthermore, the price signals produced in TES guide DERs in making informed decisions about power injections, preventing malfunctions, and enhancing overall system reliability. Ultimately, the effectiveness of TES and its benefits depend on the pricing mechanism employed to generate the economic signals [4].

In this context, Distribution Locational Marginal Pricing (DLMP) becomes a promising mechanism that aligns with system-level objectives and explicitly accounts for the physical constraints of distribution grids [5]. Distribution System Operators (DSOs) and regulators widely apply DLMP to minimize system losses and to control electrical variables across the circuits [6]. Researchers have also employed DLMP to coordinate the integration of electric vehicles and to mitigate congestion in distribution lines [7]. Within TES, DLMP maximizes economic efficiency by increasing the social welfare while incentivizing customers to comply with system constraints [8]. Nevertheless, DLMP presents fairness issues as it charges higher prices to customers located farther from generation sources, mainly due to accumulated losses along radial circuits [9].

Fairness plays a critical role in the assimilation and success of TES because it directly influences participants' decision-making [10]. Customers who perceive unfair negotiation processes may withdraw from the market. Such

*Correspondence: daniel.camilo.galeano.suarez@uqtr.ca

[1]Department of Electrical and Computer Engineering, Université du Québec à Trois-Rivières, 3351, boul. des Forges, Trois-Rivières, Quebec, QC G8Z 4M3, Canada.

[2]Smart energy research and innovation laboratory, LIREI

[3]Institut de Recherche d'Hydro-Québec (IREQ-LTE)

Nomenclature

Indices

- i Customer index
- j Neighboring-node index
- k, l Node and line indices
- m Iteration index of the primal–dual algorithm
- t Time index
- w Dummy-node index

Parameters

- α_k Generation cost coefficient at node k
- β Fairness regularization weight
- δ_i, ρ_i Comfort-weight and regularization parameters of customer i
- ψ_m, ξ_m, ν_m Step sizes for primal, dual, and voltage updates
- A_i, B_i, E_i Thermal model coefficients of customer i
- $P^{\star}_{\mathrm{Loss},t}, Q^{\star}_{\mathrm{Loss},t}$ Reference active and reactive losses obtained from the SOC-OPF
- $P^{G}_{k,\min}, P^{G}_{k,\max}$ Minimum and maximum active generation limits at node k
- $Q^{G}_{k,\min}, Q^{G}_{k,\max}$ Minimum and maximum reactive generation limits at node k
- $V_{k,\min}, V_{k,\max}$ Voltage magnitude limits at node k

Sets

- $\mathcal{G}_k$ Set of customers located at node k
- $\mathcal{N}(k)$ Set of nodes connected to node k
- $\mathcal{N}$, $\mathcal{D}$, $\mathcal{T}$, $\mathcal{I}$ Sets of nodes, lines, time periods, and customers

Variables

- $\Delta\mathbf{V}$ Vector of nodal voltage drops
- $\eta^{p-}_{k,t}, \eta^{p+}_{k,t}$ Dual variables associated with lower and upper active generation limits
- $\eta^{q-}_{k,t}, \eta^{q+}_{k,t}$ Dual variables associated with lower and upper reactive generation limits
- $\lambda^{P}_{t}, \lambda^{Q}_{t}$ Dual variables associated with active and reactive power balance
- $\mathbf{A}_{\mathrm{red}}$, $\mathbf{M}$ Reduced branch–bus incidence and path-selector matrices
- $\mathbf{D_r}, \mathbf{D_x}$ Diagonal matrices of line resistances and reactances
- $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ Vectors of line active and reactive power flows
- $\mathbf{p}, \mathbf{q}$ Vectors of nodal active and reactive injections
- $\mathbf{R}, \mathbf{X}$ Accumulated resistance and reactance matrices
- $\mathbf{SF}_{lp}, \mathbf{SF}_{lq}$ Line-flow sensitivity matrices with respect to active and reactive injections
- $\mathbf{SF}_{vp}, \mathbf{SF}_{vq}$ Voltage sensitivity matrices with respect to active and reactive injections
- $\mu^{-}_{k,t}, \mu^{+}_{k,t}$ Dual variables associated with lower and upper voltage limits
- $\pi_{k,t}$ Distribution locational marginal price at node k and time t
- $\theta_{i,t}$, θ^{ref}_{i}, θ^{ext}_{t} Indoor, preferred indoor, and outdoor temperatures
- C^{G}_{t} Total generation cost at time t
- $DF^{P}_{k,t}, DF^{Q}_{k,t}$ Active and reactive delivery factors
- $F^{P}_{k,t}, F^{Q}_{k,t}$ Active and reactive fictitious nodal demand
- $I_{l,t}$ Current magnitude on line l at time t
- J_t Vector of fairness indicators at time t
- $J_{k,t}$ Fairness indicator at node k and time t
- $LF^{P}_{k,t}, LF^{Q}_{k,t}$ Active and reactive loss factors
- $P_{\mathrm{Loss},t}, Q_{\mathrm{Loss},t}$ Total active and reactive network losses at time t
- $p_{k,t}, q_{k,t}$ Active and reactive power injections at node k and time t
- $P^{D}_{k,t}, Q^{D}_{k,t}$ Active and reactive demand at node k and time t
- $P^{G}_{k,t}, Q^{G}_{k,t}$ Active and reactive generation at node k and time t
- $P_{l,t}, Q_{l,t}$ Active and reactive power flow on line l at time t
- $P^{\star}_{l,t}, Q^{\star}_{l,t}$ Reference active and reactive line flows from the SOC-OPF
- $U_{i,t}$ Utility of customer i at time t
- $V_{k,t}$ Voltage magnitude at node k and time t
- $x_{i,t}$, $x_{heat,i,t}$, $x_{nc,i,t}$ Total, controllable, and non-controllable consumption

perception is affected by the price heterogeneity of DLMP as peers pay different charges [11]. Thus, the DSO must regularize DLMP to limit excessive price variability. This regularization requires defining a fairness metric that complements the maximization of social welfare. However, from a game-theoretic perspective, fairness and efficiency are interdependent objectives that lie on a Pareto frontier, where improving one impacts the other [12]. Determining an appropriate balance remains challenging due to the inherently subjective nature of fairness perceptions.

This study introduces a modified DLMP mechanism for TES that minimizes operational costs, mitigates unfairness, and satisfies technical grid constraints. The proposed formulation incorporates a proportional fairness metric based on price variance. This study also develops a distributed primal–dual algorithm for clearing the market and setting prices iteratively using economic signals, while preserving participants' privacy. Sensitivity factors analyzed in conjunction with the linear network model enable the decomposition of resulting prices into their constituent components, thereby supporting DSO decision-making. Beyond that, the proposed formulation allows sensitivity analyses on the regularization parameter and quantifying the Pareto trade-off between economic efficiency and fairness.

The remainder of this article is organized as follows: Section 2 reviews the DLMP literature and summarizes the contributions of this work. Section 3 introduces the mathematical preliminaries for distribution grid modeling and fairness quantification. Section 4 defines the TES configuration and formulates the optimization problems for the DSO and the customers. Next, this section presents the proposed primal–dual market-clearing algorithm. Section 5 describes the case study based on the IEEE 33-bus system and discusses the results. Finally, Section 6 summarizes the main findings and outlines directions for future research.

2. Related works and contributions

DLMP is a pricing mechanism that extends the classical Locational Marginal Price (LMP) from transmission to distribution systems [13]. It provides the marginal cost of supplying an additional unit of energy at each node in the distribution grid. Initially introduced to support DER integration [14], DLMP solves the optimal power flow (OPF) problem and considers the shadow prices of nodal active power balance constraints. As a result, prices reflect the grid operating condition accounting for energy demand, losses, congestion, and voltage limits [15]. These components provide essential information for regulatory and operational compliance.

Implementing DLMP is challenging for the DSO because the power balance equations make the OPF problem nonlinear and nonconvex. Therefore, the literature proposes several convexifications and linearizations to approximate prices [16]. For instance, second-order cone (SOC) relaxations convexify the problem and yield tractable solutions [17]. Likewise, semidefinite programming relaxes bilinear terms, making the OPF solvable with interior-point methods [18]. Alternatively, linearization approaches, such as DC-OPF, provide a method for decomposing prices but oversimplify the problem and neglect voltage magnitudes and reactive power [19]. A more elaborated approach, the Linearized DistFlow model, preserves the price decomposition and enables a compact OPF formulation that includes reactive components. The DistFlow model utilizes sensitivity factors to relate electrical variables and maintain a satisfactory accuracy [20].

In TES applications, DLMP is of interest because it embeds the distribution grid's operational state into price signals [21]. Previous work applied DLMP in transactive market designs to address operational challenges arising from DER integration [22]. For instance, [23] utilizes DLMP in a day-ahead market to coordinate electric vehicle charging, while [24] employs DLMP to manage residential prosumers and balance voltage conditions. In flexibility markets, DLMP has also been used to shape residential demand to relieve grid congestion, voltage violations, and substation-level power imbalances [25].

Most existing DLMP approaches prioritize economic efficiency, often raising fairness concerns because customers located at electrically remote nodes are charged higher prices than those closer to the substation despite exhibiting similar consumption. Table 1 summarizes the principal studies addressing fairness issues in DLMP mechanisms and compares them with the proposed approach (PA) in terms of application field, fairness formulation, market horizon, network modeling, and privacy preservation.

Table 1 shows that previous studies have adopted three main strategies to address fairness in DLMP mechanisms. The first strategy relies on post-market corrective stages to mitigate price disparities [26, 28]. For example, [28] proposes a two-stage transactive market in which DLMPs are first computed and then adjusted according to participants' contributions. Although effective in improving fairness, these post-processing mechanisms increase computational

Table 1: Comparison of existing DLMP approaches incorporating fairness and the proposed framework.

Ref.	Study Field	Technique	Fairness Metric	Fairness within OPF	Multi-period	Voltage and Reactive Power Constraints	Explicit DSO Cost	Privacy Preserving
[26]	Demand response	Tri-level DLMP	Jain Index	x	✓	✓	✓	x
[27]	Economic dispatch	Two-level DNP	Variance based	✓	x	x	x	x
[28]	TES	Three-stage TES	Trading contribution	x	✓	✓	✓	x
[29]	TES	Grid Hedging Rights	Surplus redistribution	x	✓	x	✓	x
[30]	TES	Regularized DLMP	Jain Index	✓	x	✓	x	✓
PA	**TES**	**Regularized DLMP**	**Variance based**	✓	✓	✓	✓	✓

complexity and may alter the optimality of the original market-clearing solution. The second strategy introduces an additional market layer to redistribute economic surplus. For instance, [29] employs grid hedging rights to mitigate fairness concerns; however, its DC-OPF formulation cannot accurately represent voltage and reactive power constraints. The third strategy embeds fairness directly into the optimization problem [27, 30]. In this category, [30] incorporates a Jain-index-based regularization term into the objective function, eliminating the need for a corrective stage. However, this formulation remains limited in its practical applicability because it assumes a benevolent DSO, considers only a single-period market, and relies on a non-convex Jain index that requires additional convexification techniques, increasing the complexity of the market-clearing optimization.

The literature review highlights several major research gaps. First, most existing approaches improve fairness through post-market compensation mechanisms, separating fairness adjustments from the original market-clearing optimization. This additional processing increases computational complexity and may alter the optimal market solution. Second, the only integrated formulation reported in the literature assumes a benevolent DSO, considers only a single-period market, and relies on a non-convex fairness metric that increases the complexity of the market-clearing optimization. Finally, existing formulations oversimplify the OPF model by neglecting voltage and reactive power constraints, thereby limiting their ability to accurately represent distribution network operation. To address these limitations, this paper proposes a modified DLMP mechanism for TES that directly incorporates fairness into the DSO optimization problem, jointly minimizing distribution operating costs and price unfairness while explicitly accounting for network constraints and preserving customers' privacy.

2.1. Contributions

Previous studies on DLMP fairness rely on corrective stages that compromise the optimality of the DSO's objectives. Moreover, most existing approaches adopt centralized optimization frameworks that require users to disclose private information, thereby failing to preserve customer privacy. In addition, they assume benevolent DSOs that maximize customers' welfare, an assumption that does not reflect the operational role of DSOs in practical TES. To overcome these gaps, this study proposes a modified DLMP mechanism for TES that jointly minimizes grid operation costs and price unfairness by regularizing signals within a single optimization framework. This work considers accurate power flow models and evaluates the mechanism in a multi-time-step setting to analyze market-clearing results over a daily horizon. The main contributions of this work are summarized as follows:

- A regularized DLMP mechanism for TES that jointly minimizes distribution operational costs and price unfairness within a single optimization framework for the DSO, preserving the confidentiality of customers' preferences.
- A fairness quantification based on nodal price variance, providing a convex and tractable metric to reduce excessive locational price disparities.

- A distributed primal-dual market-clearing algorithm that iteratively decomposes DLMPs using branch flow models and sensitivity factors, ensuring convergence and scalability for day-ahead transactive markets.

3. Mathematical Preliminaries

This section develops a mathematical framework for incorporating fairness into DLMP by jointly modeling the distribution network and TES market dynamics. A convex LinDistFlow-based formulation is employed to derive a linear OPF model for radial networks under operational constraints. Based on this formulation, a proportional fairness metric is incorporated as a regularization term in the DSO's objective, allowing a controlled trade-off between economic efficiency and nodal price fairness.

3.1. Distribution System modeling

The traditional OPF formulation in alternating-current (AC) minimizes the system's operational cost, subject to the technical constraints of the grid. Such a formulation is nonlinear and nonconvex due to the presence of trigonometric terms and multiplicative couplings in the power balance equations. In this study, a Second-Order Cone OPF (SOC-OPF) formulation is adopted as a reference to make it tractable [31]. The SOC-OPF solutions serve as an initial operating point for the LinDistFlow-based linear power flow model, which, combined with sensitivity factors, yields a linear OPF suitable for DSO applications.

3.1.1. Linearized Distribution Power Flow (LinDistFlow)

The formulation of power flow equations depends on the distribution network model employed. Here, the DistFlow model [32] is advantageous as it accurately represents radial distribution systems. The generic radial feeder with n nodes, illustrated in Γ

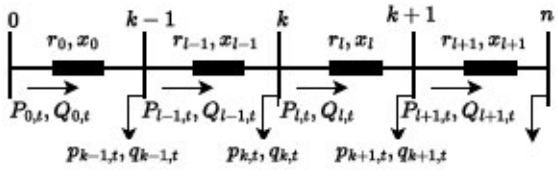


Figure 1: Radial distribution system.

Let $P_{l,t}, Q_{l,t}$ denote the active and reactive power flows on line l, while r_l, x_l denote the resistance and reactance of line l. The nodal active and reactive injections at node k are denoted by $p_{k,t}, q_{k,t}$. Using Kirchhoff's power balance and Ohm's law, the recursive DistFlow equations for a line l that connects node k to node $k+1$ can be expressed as:

$$P_{l+1,t} = P_{l,t} - \frac{r_l\left(P_{l,t}^2 + Q_{l,t}^2\right)}{V_{k,t}^2} - p_{k+1,t}, \tag{1}$$

$$Q_{l+1,t} = Q_{l,t} - \frac{x_l\left(P_{l,t}^2 + Q_{l,t}^2\right)}{V_{k,t}^2} - q_{k+1,t}, \tag{2}$$

$$V_{k+1,t}^2 = V_{k,t}^2 - 2(r_l P_{l,t} + x_l Q_{l,t}) + \frac{(r_l^2 + x_l^2)\left(P_{l,t}^2 + Q_{l,t}^2\right)}{V_{k,t}^2} \tag{3}$$

The power flow equations are then linearized since the quadratic loss terms are significantly smaller than the other terms [33]. Likewise, the voltage expression is approximated to a first-order equation due to the negligible magnitude of the nonlinear voltage and loss components. These simplifications lead to the Linearized DistFlow (LinDistFlow) formulation.

$$P_{l+1,t} = P_{l,t} - p_{k+1,t}, \tag{4}$$
$$Q_{l+1,t} = Q_{l,t} - q_{k+1,t}, \tag{5}$$
$$V_{k+1,t} = V_{k,t} - (r_l P_{l,t} + x_l Q_{l,t}). \tag{6}$$

3.1.2. Branch Transfer and Voltage Sensitivity Factors

The considered structure of the distribution grid enables the LinDistFlow model to represent the power flow equations in a compact matrix form. The path-selector matrix, $\mathbf{M}$, defines the relationship between line flows and nodal power injections. Using $\mathbf{M}$, the LinDistFlow model expresses the active and reactive power balance and the voltage drop along the network branches as:

$$\mathbf{P} = \mathbf{M}\,\mathbf{p}, \quad \mathbf{Q} = \mathbf{M}\,\mathbf{q}, \tag{7}$$
$$\Delta\mathbf{V} = \mathbf{R}\,\mathbf{p} + \mathbf{X}\,\mathbf{q}. \tag{8}$$

Here, $\mathbf{P}$ and $\mathbf{Q}$ denote the vectors of active and reactive line flows, while $\mathbf{p}$ and $\mathbf{q}$ represent the vectors of active and reactive nodal injections, respectively. The path-selector matrix $\mathbf{M}$ identifies the lines and their corresponding downstream buses; each row represents a distribution line and contains ones at the positions of all buses downstream of that line and zeros elsewhere [34]. The matrix $\mathbf{M}$ is computed as the transpose of the inverse reduced branch–bus incidence matrix, $\mathbf{M} = -\left(\mathbf{A}_{\text{red}}^{-1}\right)^{\top}$. Where the reduced branch–bus incidence matrix $\mathbf{A}_{\text{red}}$ results from removing the slack node. In a radial network, $\mathbf{A}_{\text{red}}$ is square, full rank, and therefore invertible.

The vector $\Delta\mathbf{V}$ in Eq. (8) represents the voltage drop at each node relative to the slack. In contrast, the matrices $\mathbf{R}$ and $\mathbf{X}$ denote the accumulated resistance and reactance from the root to each bus, respectively, and are computed as $\mathbf{R} = \mathbf{A}_{\text{red}}^{-1}\mathbf{D}_{\mathbf{r}}(\mathbf{A}_{\text{red}}^{-1})^{\top}$ and $\mathbf{X} = \mathbf{A}_{\text{red}}^{-1}\mathbf{D}_{\mathbf{x}}(\mathbf{A}_{\text{red}}^{-1})^{\top}$. $\mathbf{D}_{\mathbf{r}} = \text{dg}(\mathbf{r})$ and $\mathbf{D}_{\mathbf{x}} = \text{dg}(\mathbf{x})$ are diagonal matrices containing the branch resistances and reactances. Differentiating (7) and (8) with respect to the injection powers $\mathbf{p}$ and $\mathbf{q}$ provides the branch transfer and voltage sensitivity factors as follows:

$$\mathbf{SF}_{vp} = \frac{\partial\,\Delta\mathbf{V}}{\partial\mathbf{p}} = \frac{\partial(\mathbf{R}\,\mathbf{p} + \mathbf{X}\,\mathbf{q})}{\partial\mathbf{p}} = \mathbf{R}, \tag{9}$$
$$\mathbf{SF}_{vq} = \frac{\partial\,\Delta\mathbf{V}}{\partial\mathbf{q}} = \frac{\partial(\mathbf{R}\,\mathbf{p} + \mathbf{X}\,\mathbf{q})}{\partial\mathbf{q}} = \mathbf{X}, \tag{10}$$
$$\mathbf{SF}_{lp} = \frac{\partial\,\mathbf{P}}{\partial\mathbf{p}} = \mathbf{M}, \quad \mathbf{SF}_{lq} = \frac{\partial\,\mathbf{Q}}{\partial\mathbf{q}} = \mathbf{M}. \tag{11}$$

Where $\mathbf{SF}_{vp}$ and $\mathbf{SF}_{vq}$ denote the voltage sensitivity factors, which quantify the variation in nodal voltages resulting from changes in active and reactive power injections, respectively. $\mathbf{SF}_{lp}$ and $\mathbf{SF}_{lq}$ denote the line flow sensitivity factors, which quantify the effect of the power injections on line power flows. These sensitivity factors enable the representation of electrical variables in known terms of the system topology that can be implemented directly in a convex OPF formulation.

3.1.3. Loss Sensitivity Factor and Fictitious Nodal Demand

This study employs the marginal loss factor (LF) and the Fictitious Nodal Demand (FND) to represent losses across the distribution system. The marginal LF quantifies the variation in losses resulting from a change in injected power [35]. Certainly, SOC-OPF results serve as baseline for linearization and to compute the LF and delivery factors (DF). Mathematically, the active marginal loss factor $LF_{k,t}^{P}$ and active delivery factor $DF_{k,t}^{P}$ are expressed as:

$$P_{l,t} = \sum_{k \in \mathcal{N}} SF_{lp,l-k}\, p_{k,t}, \tag{12}$$

$$P_{Loss,t} = \sum_{l \in \mathcal{D}} r_l I_{l,t}^2 \approx \sum_{l \in \mathcal{D}} r_l \left(P_{l,t}\right)^2, \quad \forall t \tag{13}$$

$$LF_{k,t}^{P} = \frac{\partial P_{Loss,t}}{\partial p_{k,t}} = \sum_{l \in \mathcal{D}} 2 \cdot P_{l,t}^{\star} \cdot r_l \cdot SF_{lp,l-k} \tag{14}$$

$$DF_{k,t}^{P} = 1 - LF_{k,t}^{P} \tag{15}$$

Where $P_{l,t}^{\star}$ stands for the active power losses in the SOC-OPF solution. Indeed, all variables marked with an asterisk ($*$) indicate fixed values derived from the SOC-OPF optimization results. The reactive-power loss factors $LF_{k,t}^{Q}$ and delivery factors $DF_{k,t}^{Q}$ can be obtained following the same procedure.

The FND concept helps to allocate line losses within the distribution system. The SOC-OPF computes the total loss of each line and assign it as equal injections at the two terminal nodes [36]. This approach avoids the errors that arise when all losses are assigned to a single reference bus [37]. Each node, therefore, has an associated active and reactive FND injection, computed as:

$$F_{k,t}^{P} = \frac{1}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}(k)} r_{kj} \left(P_{kj,t}^{\star}\right)^2, \quad F_{k,t}^{Q} = \frac{1}{2} \sum_{j \in \mathcal{N}(k)} x_{kj} \left(Q_{kj,t}^{\star}\right)^2 \tag{16}$$

Where j is the node connected to k, the FND formulation assumes that nodal voltages stay close to 1 p.u., typically within the 0.95–1.05 p.u. range defined by voltage regulation standards [38], ensuring the validity of the linearization around this operating point.

3.2. Fairness Modeling

Fairness has been widely studied in economics, politics, and social sciences. Studies show that fairness depends on individuals' subjective evaluation of the rewards they receive [39]. Thus, quantifying it is challenging because individual perceptions may differ even in similar circumstances [40]. In TES, fairness is critical: if participants perceive the pricing mechanism as unfair, they may refuse to participate or withdraw. It is therefore necessary to define a fairness metric to help DSOs improve perceptions of DLMP mechanisms.

In this regard, the literature proposes an axiomatic fairness framework that examines various metrics to assess the equitable allocation of shared resources [41]. Within this framework, the concept of majorization plays a key role in comparing different allocation patterns [42]. The most majorized distribution corresponds to a situation where all participants receive an identical share of the resource. In the market domain, studies demonstrate that most consumers perceive prices as fair when peers in similar conditions pay the same for equivalent resources [43]. Accordingly, in transactive markets for distribution networks, fairness can be quantified by measuring the variability of nodal prices. This work adopts the variance as the fairness metric, defined as:

$$Var(J_t) = \frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{k \in \mathcal{N}} \left(J_{k,t} - \overline{J_t}\right)^2. \tag{17}$$

Here, J_t denotes the vector of fairness indicators at time t, with $\overline{J_t} = \frac{1}{|\mathcal{N}|} \sum_{k \in \mathcal{N}} J_{k,t}$ representing their mean value. The term $J_{k,t}$ denotes the fairness indicator associated with node k, and $|\mathcal{N}|$ is the total number of nodes. The variance $\mathrm{Var}(J_t)$ quantifies the dispersion of fairness indicators across the network: a lower variance indicates a more homogeneous, and therefore fairer, distribution, whereas a higher variance reflects greater disparities. Variance is adopted in this work because it is a convex and continuously differentiable measure that can be directly embedded into the optimization problem without additional reformulations or convexification techniques. In contrast, commonly used fairness metrics such as the Jain index, Gini coefficient, and Shannon entropy generally require non-convex formulations or additional approximations when incorporated into optimization problems. Consequently, variance preserves

the tractability of the market-clearing optimization while providing an effective measure of price dispersion for fairness regularization

To apply the variance metric, it is necessary to define the fairness indicator $J_{k,t}$. This work adopts the principle of proportional fairness, originally developed for network resource allocation, which ensures that participants with higher marginal utility receive a proportionally greater share of resources [44]. Following [30], the indicator is defined as:

$$J_{k,t} = \frac{P^D_{k,t}}{g_k \pi_{k,t}}, \tag{18}$$

where $P^D_{k,t}$ is the active demand at node k and time t, $\pi_{k,t}$ is the corresponding price, and g_k is the number of users connected to node k. The term g_k normalizes node contributions to prevent highly aggregated nodes from disproportionately influencing the indicator. The ratio $\frac{P^D_{k,t}}{g_k}$ may be set to one when user or demand aggregation data are unavailable.

4. Transactive Energy System Configuration

This study analyzes a TES in which a single monopolistic DSO supplies energy to multiple residential customers, a common configuration in distribution grids [45]. In this framework, residential customers maximize their utility by adjusting consumption in response to the prices established by the DSO. Notably, these prices come from the modified DLMP approach developed in this research. Fig. 2 illustrates the interaction between the DSO and customers in a sequence diagram.

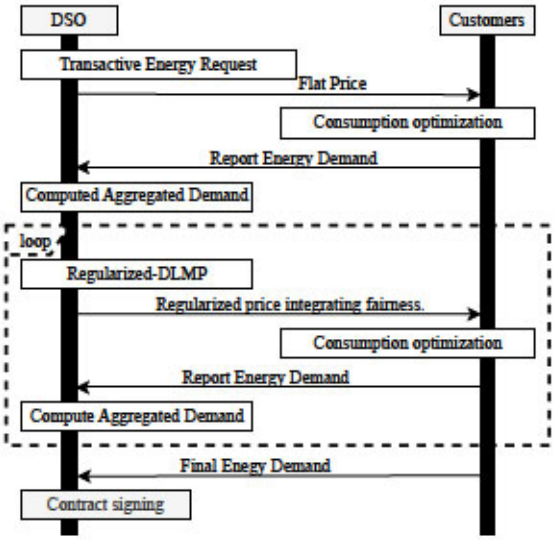


Figure 2: TES configuration.

The interaction begins when the DSO issues a transactive energy request and broadcasts a flat price, enabling customers to define a baseline consumption. Next, the DSO gather all customer responses to compute the aggregated nodal demand for each period and update the prices through the modified DLMP. During the iterative negotiation, customers update their consumption in response to the new prices until successive demand estimates differ by less than a predefined threshold. Each customer considers a proximal operator to limit abrupt changes in consumption across iterations. Once convergence is reached, the process proceeds to sign provision contracts.

4.1. Residential Customers

Each customer acts as a price taker and maximizes individual welfare according to the given nodal price $\pi_{k,t}$. The individual optimization objective is formulated as the difference between the perceived utility $U_{i,t}$ from consuming

$x_{i,t}$ and the corresponding cost, as shown in Eq. (19). To ensure tractability and optimality, the customer shall adopt a concave utility function [46]. In this case, customers control single-zone thermostats to modulate consumption. Thus, the utility $U_{i,t}$ measures thermal comfort as the quadratic difference between the preferred setpoint θ_i^{ref} and the actual temperature $\theta_{i,t}$. The thermal dynamics in Eq. (21) follow a linear state-space model perturbed by the outdoor temperature θ_t^{ext}, where A_i, B_i, and E_i characterize the building's thermal response. The cyclic condition in (22) ensures the optimal problem substructure in the long term. Eq. (23) defines the total demand $x_{i,t}$ as the sum of controllable heating demand $x_{heat,i,t}$ and uncontrollable non-heating demand $x_{nc,i,t}$. Finally, Eq. (24) sets the limit of the heating system. The complete customer's problem is as follows:

$$\max_{x_{i,1},\dots,x_{i,T}} \quad \sum_{t\in\mathcal{T}} (U_{i,t} - \pi_{k,t} x_{i,t}) \tag{19}$$

s.t.:

$$U_{i,t} = -\delta_i(\theta_i^{ref} - \theta_{i,t})^2 \tag{20}$$

$$\theta_{i,t} = A_i(\theta_t^{ext}) + B_i(\theta_{i,t-1}) + E_i x_{heat,i,t} \tag{21}$$

$$\theta_{i,0} = \theta_{i,T} \tag{22}$$

$$x_{i,t} = x_{heat,i,t} + x_{nc,i,t} \tag{23}$$

$$x_{heat,i,t} \leq x_{heat,\max} \quad \forall t \tag{24}$$

4.2. DSO

The DSO computes the price $\pi_{k,t}$ based on the total demand $P_{k,t}^D$ from customers connected to node k at time t, where $P_{k,t}^D = \sum_{i\in\mathcal{G}_k} x_{i,t}$. The DSO solves a modified OPF formulation that jointly minimizes the generation cost C_t and the unfairness term $\mathrm{Var}(J_t)$, subject to the technical constraints of the distribution grid. The DSO problem is formulated as follows:

$$\min_{P_{k,t}^G} \quad C_t^G + \frac{\beta}{2} Var(J_t) \tag{25}$$

s.t.:

$$P_{k,min}^G \leq P_{k,t}^G \leq P_{k,max}^G \tag{26}$$

$$Q_{k,min}^G \leq Q_{k,t}^G \leq Q_{k,max}^G \tag{27}$$

$$V_{k,min} \leq V_{k,t} \leq V_{k,max} \tag{28}$$

$$\sum_k DF_{k,t}^P P_{k,t}^G - \sum_k DF_{k,t}^P P_{k,t}^D + P_{Loss,t}^{\bullet} = 0 \tag{29}$$

$$\sum_k DF_{k,t}^Q Q_{k,t}^G - \sum_k DF_{k,t}^Q Q_{k,t}^D + Q_{Loss,t}^{\bullet} = 0. \tag{30}$$

Here, $C_t^G = \sum_{k\in N} \alpha_k (P_{k,t}^G)^2$ denotes the generation cost, where $P_{k,t}^G$ is the active power generated at node k and time t, and α_k is its cost coefficient. This quadratic model adopts the standard hydrothermal cost formulation [47]. The term $\frac{\beta}{2}\mathrm{Var}(J_t)$ preserves convexity, with β acting as a regularization factor that converts the fairness metric into monetary units [48]. The DSO should select β according to its operational goals and the regulatory requirements. Eqs. (26) and (27) set active and reactive generation limits, while Eq. (28) constrains nodal voltages, with $V_{k,t}$ computed from the voltage drop expression in (31). This security constrained formulation ensures compliance with regulatory bounds. Eqs. (29) and (30) enforce active and reactive power balance at each node, guaranteeing the physical feasibility of power flows.

$$V_{k,t} = V_{k=0} - \sum_j SF_{vp,k-j}(P_{j,t}^D - P_{j,t}^G + F_{k,t}^P) - \sum_j SF_{vq,k-j}(Q_{j,t}^D - Q_{j,t}^G + F_{k,t}^Q). \tag{31}$$

4.3. Market clearing mechanism

To clear the market, the TES operates as a bilevel structure, where customer decisions influence the DSO prices, and both problems are solved iteratively. Eventually, the DSO could find optimal prices centrally in one shot by knowing the customer's utility functions, but this would jeopardize customers' privacy. Beyond that, the fairness metric depends on prices, so the DSO formulation includes both primal and dual variables, resulting in a non-standard optimization structure suitable for iterative algorithms [49].

This study employs a primal–dual algorithm that iteratively solves the optimization problem while preserving customer privacy and ensuring convergence. Iterations are indexed by m, and the gradient steps use the time-dependent sizes ψ_m, ξ_m, and ν_m. Thus, this method handles the coupling between primal and dual variables created by the fairness metric through the DSO's Lagrangian formulation. Alternative decomposition techniques, such as ADMM or Benders decomposition [50], [51] could also be applied, but analyzing augmented Lagrangians or quadratic penalties falls outside the scope of this work. The Lagrangian function is defined as follows:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_t = C_t^G + \frac{\beta}{2}Var(J_t) - \lambda_t^P\left(\sum_{k\in N} DF_{k,t}^P P_{k,t}^G - \sum_{k\in N} DF_{k,t}^P P_{k,t}^D + P_{Loss,t}^*\right) - \lambda_t^Q\left(\sum_{k\in N} DF_{k,t}^Q Q_{k,t}^G - \sum_{k\in N} DF_{k,t}^Q Q_{k,t}^D + Q_{Loss,t}^*\right)\\ - \sum_k \eta_{k,t}^{p-}(P_{k,t}^G - P_{k,min}^G) - \sum_k \eta_{k,t}^{p+}(P_{k,max}^G - P_{k,t}^G) - \sum_k \eta_{k,t}^{q-}(Q_{k,t}^G - Q_{k,min}^G) - \sum_k \eta_{k,t}^{q+}(Q_{k,max}^G - Q_{k,t}^G)\\ - \sum_k \mu_{k,t}^-\begin{pmatrix} V_{k=0} - V_{k,\min} \\ -\sum_j SF_{vp,k-j}(P_{j,t}^D - P_{j,t}^G + F_{k,t}^P) \\ -\sum_j SF_{vp,k-j}(Q_{j,t}^D - Q_{j,t}^G + F_{k,t}^Q)\end{pmatrix} - \sum_k \mu_{k,t}^+\begin{pmatrix} V_{k,\max} - V_{k=0} \\ +\sum_j SF_{vp,k-j}(P_{j,t}^D - P_{j,t}^G + F_{k,t}^P) \\ +\sum_j SF_{vp,k-j}(Q_{j,t}^D - Q_{j,t}^G + F_{k,t}^Q)\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{32}$$

Here, λ_t^P and λ_t^Q are the dual variables associated with the active and reactive power balance constraints. The terms $n_{k,t}^{p-}$, $n_{k,t}^{p+}$, $n_{k,t}^{q-}$, and $n_{k,t}^{q+}$ correspond to the lower and upper bounds of active and reactive generation, while $\mu_{k,t}^-$ and $\mu_{k,t}^+$ refer to the lower and upper voltage limits. Together, these dual variables capture the sensitivity of the optimal cost to system constraints and are therefore essential for determining marginal prices. Next, differentiating the Lagrangian with respect to $P_{k,t}^D$ provides the DSO's marginal pricing update rule.

$$\pi_{k,t} = \lambda_t^P + \lambda_t^P(DF_{k,t}^P - 1) + \sum_j SF_{vp,j-k}(\mu_j^- - \mu_j^+) + \frac{\beta}{2}\frac{\partial \mathrm{Var}(J_t)}{\partial P_{k,t}^D} \tag{33}$$

The price expression in Eq. (33) clearly separates four distinct terms, each linked to a specific operational aspect of the grid; Unlike traditional OPF formulations, where these components are tightly coupled. The first term, λ_t^P, is the uniform energy price applied to all nodes. The second term, $\lambda_t^P(DF_{k,t}^P - 1)$, reflects the effect of network losses. The following term represents the voltage component associated with the voltage limits; it contributes to the price only when the voltage constraints are active, that is, when the voltage reaches either its lower or upper bound [52]. The final term introduces the fairness component, whose derivative is given by:

$$\frac{\partial Var(J_t)}{\partial P_{k,t}^D} = \frac{2}{g_k \pi_{k,t}|\mathcal{N}|}\left(\frac{P_{k,t}^D}{g_k\pi_{k,t}} - \frac{1}{|\mathcal{N}|}\sum_{w\in\mathcal{N}}\frac{P_{w,t}^D}{g_w\pi_{w,t}}\right). \tag{34}$$

Once the DSO derives the marginal price expression, the optimization problem must satisfy the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) conditions, which require the Lagrangian derivatives with respect to all primal and dual variables to equal zero. KKT conditions enable simultaneous primal-dual updates during market clearing. In this study, the dual variables associated with the power-generation limits are handled through the projection operator $\mathbb{P}_C$, which enforces the active and reactive power bounds while reducing algorithmic complexity. The Lagrangian derivatives are given by:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P^G_{k,t}} = 2\alpha_k P^G_{k,t} - \lambda^P_t DF^P_{k,t}, \tag{35}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q^G_{k,t}} = -\lambda^Q_t DF^Q_{k,t}, \tag{36}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda^P_t} = -\Big(\sum_{k\in N} DF^P_{k,t} P^G_{k,t} - \sum_{k\in N} DF^P_{k,t} P^D_{k,t} + P^\bullet_{Loss,t}\Big), \tag{37}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda^Q_t} = -\Big(\sum_{k\in N} DF^Q_{k,t} Q^G_{k,t} - \sum_{k\in N} DF^Q_{k,t} Q^D_{k,t} + Q^\bullet_{Loss,t}\Big), \tag{38}$$

Algorithm 1 presents the iterative negotiation mechanism to clear the market using the DSO's price formulation, the customers' power responses, and the Lagrangian derivatives. The algorithm begins with the initial prices $\pi^0_{k,t}$ and demands $(P^D_{k,t})^0$ from the first DSO–customer exchange. At each iteration, the DSO updates its primal and dual variables via gradient descent and computes the new price $\pi^{m+1}_{k,t}$ using Eq. (33). Customers then solve their maximization problems and update their consumption $x^{m+1}_{i,t}$, applying a proximal term $\|x^{m+1}_{i,t} - x^m_{i,t}\|^2$ weighted by ρ_i to support convergence. The negotiation terminates once demand stabilizes, i.e., when $\|P^{m+1}_{k,t} - P^m_{k,t}\| \le \epsilon$ for all t.

Algorithm 1: Online Primal–Dual Market Clearing

Input: $\pi^0_{k,t}$, $(P^D_{k,t})^0$
Output: $\pi_{k,t}$, $P^D_{k,t}$, $V_{k,t}$
Init: $m=0$; $(P^G_{k,t}, Q^G_{k,t})^0$; $\lambda^{P,Q}_t = 1$; $\mu^{\pm}_{k,t} = 0$;
while $\|(P^D_{k,t})^{m+1} - (P^D_{k,t})^m\| > \varepsilon$ **do**
  Primal:
  $P^{G(m+1)}_{k,t} \leftarrow \mathbb{P}_C[(P^G_{k,t})^m - \psi_m \partial\mathcal{L}/\partial P^G_{k,t}|_m]$;
  $Q^{G(m+1)}_{k,t} \leftarrow \mathbb{P}_C[(Q^G_{k,t})^m - \psi_m \partial\mathcal{L}/\partial Q^G_{k,t}|_m]$;
  $V^{m+1}_{k,t} \leftarrow$ Eq. (31);
  Dual:
  $\lambda^{P(m+1)}_t \leftarrow (\lambda^P_t)^m + \xi_m \partial\mathcal{L}/\partial\lambda^P_t|_{m+1}$;
  $\lambda^{Q(m+1)}_t \leftarrow (\lambda^Q_t)^m + \xi_m \partial\mathcal{L}/\partial\lambda^Q_t|_{m+1}$;
  $\mu^{-(m+1)}_{k,t} \leftarrow [(\mu^-_{k,t})^m + \nu_m(V_{k,\min} - V^{m+1}_{k,t})]_+$;
  $\mu^{+(m+1)}_{k,t} \leftarrow [(\mu^+_{k,t})^m + \nu_m(V^{m+1}_{k,t} - V_{k,\max})]_+$;
  Price:
  Set $\pi^{m+1}_{k,t}$ using Eq. (33).;
  Users:
  $x^{m+1}_{i,t} \leftarrow \arg\max((19) - \rho_i\|\Delta x_{i,t}\|^2)$;
  Aggregate:
  $(P^D_{k,t})^{m+1} \leftarrow \sum_{i\in\mathcal{G}_k} x^{m+1}_{i,t}$;
  $m \leftarrow m+1$;

Through the iterative interactions described in Algorithm 1, the DSO jointly minimizes operational costs and price unfairness, while residential agents maximize their utility and thermal comfort without disclosing private information. The algorithm is initialized from a feasible operating point to ensure convergence. Since both the DSO optimization problem and the local user optimization problems are convex, each iteration can be efficiently solved using standard convex optimization techniques [48]. Moreover, the local optimization problems are completely separable across users, allowing them to be solved independently and in parallel. The step-size parameters ψ_m, ξ_m, and ν_m affect the convergence rate but not the optimal solution, whereas the proximal parameter ρ_i can be independently selected by

each user without affecting the welfare-optimal market equilibrium [53]. In addition, the sensitivity matrices used to evaluate voltage variations and DLMP components depend only on the network topology and line parameters. These matrices are therefore computed offline once and reused throughout the iterative market-clearing process, requiring only matrix-vector operations during online execution. Finally, adaptive first-order optimization methods, such as Adam or AdaGrad, can be readily incorporated to further accelerate convergence.

5. Case Study

This case study utilizes the IEEE 33-bus distribution system shown in Fig. 3. The system operates within voltage limits of 0.9–1.1 p.u. with a base power of 10 MVA. The line impedances, transformer parameters, and load data are adopted from [54]. The TES forward market operates on a 24-hour horizon, discretized in 10-minute intervals. The DSO minimizes a quadratic cost with $\alpha_k = 9$ ($/MW^2) and considers a weighting factor of $\beta = 1.4 \times 10^6$ ($\$^3$/MW^4). The ETSim platform supplies the residential agent parameters and supports the TES market simulation [55]. The DSO initiates the market by broadcasting an initial flat price of $\pi^0_{kt} = 0.07$ ($/kWh). The primal-dual algorithm applies fixed step sizes of $\psi_m = \xi_m = \nu_m = 0.01$ for its updates and uses a threshold convergence parameter of $\varepsilon = 0.12$ MW.

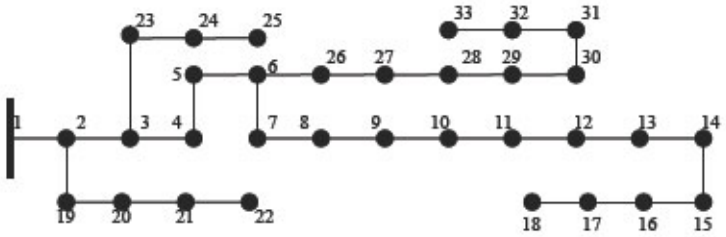


Figure 3: IEEE-33 test case distribution system.

5.1. LinDistFLow Model Results

The LinDistFlow model uses the resistance (**R**) and reactance (**X**) matrices to compute the branch transfer and voltage sensitivity factors in the DSO optimization problem. These matrices encode the topology of the IEEE-33 distribution feeder according to the formulation presented in Section 3.1.2. Fig. 4a and Fig. 4b present the resulting **R** and **X** matrices, both exhibiting a symmetric positive semidefinite structure with strictly positive entries. Their symmetry reflects the radial topology, as higher values in the lower-right region correspond to downstream nodes with longer electrical paths. The diagonal terms R_{kk} grow monotonically from near zero at the feeder head to about 0.06 p.u. at the most distant nodes, illustrating the cumulative line impedances.

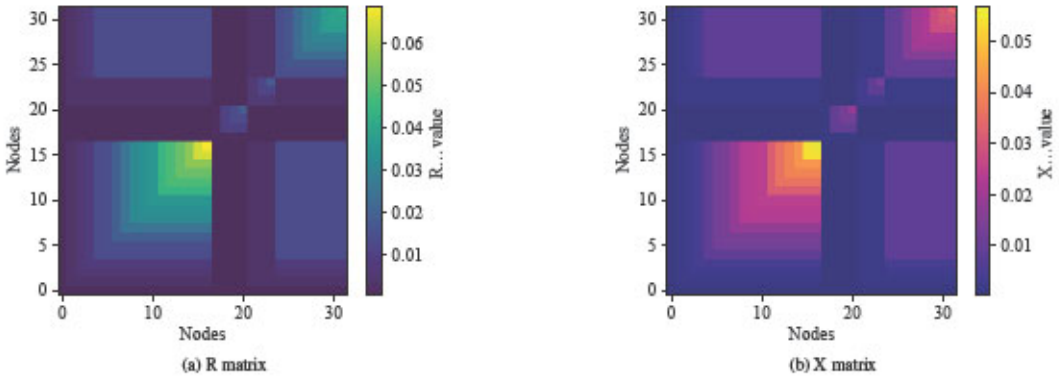


Figure 4: Sensitivity matrices.

5.2. *Market Results*

After the market-clearing process, the nodal power demands and prices are available for analysis. Fig. 5 shows the total power demand perceived at the feeder across the iterations of the market-clearing algorithm. The demand progressively adjusts until convergence, after six iterations, indicating an efficient and stable market mechanism. The aggregated demand profile also displays two characteristic peaks at 6:00 and 17:00, consistent with typical residential consumption patterns in the ETSim platform [55].

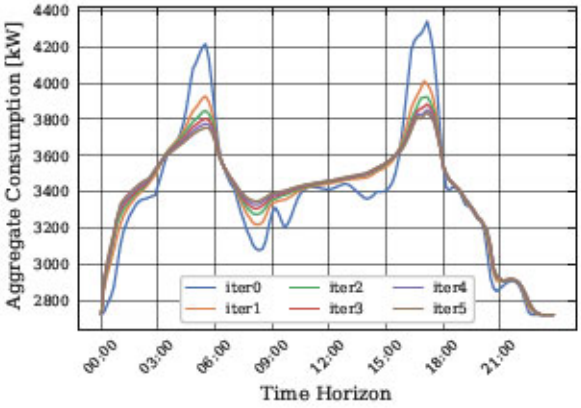


Figure 5: Aggregated demand at the substation.

Fig. 6 shows the resulting prices across all nodes during the negotiation horizon. Prices range between 0.05 and 0.075 $/kWh and follow the same temporal pattern as the aggregated demand, confirming the link between price formation and load dynamics. Spatially, prices increase slightly toward downstream nodes due to accumulated losses. Overall, the regularizati ınd stable price distribution across the network.

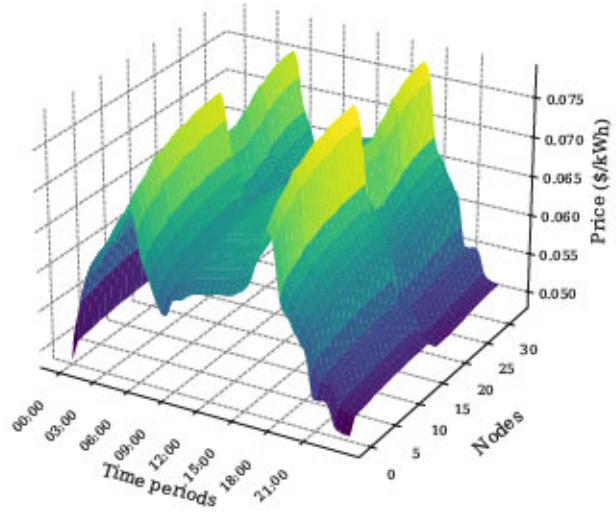


Figure 6: Regularized-DLMP prices.

5.3. *DLMP Decomposition*

Based on the LinDistFlow formulation combined with the sensitivity factors, the clearing market algorithm decomposes the resulting DLMPs into their constituent components, as illustrated in Fig. 7.

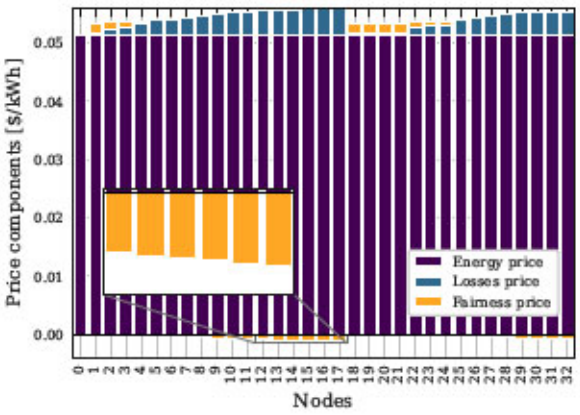


Figure 7: DLMP decomposition at 9:00 [h].

Fig. 7 corresponds to $t = 54$ (9:00 [h]) in the market horizon. The decomposition identifies three components: energy, losses, and fairness, while the voltage term is absent because the voltage limits remain non-binding. The energy component, associated with λ_t^P, is uniform across all nodes. The loss component increases with electrical distance from the feeder due to accumulated resistive losses. The fairness component exhibits a compensatory spatial pattern, with positive values near the substation and negative values at downstream nodes, thereby reducing locational price disparities.

5.4. Pareto Frontier

Incorporating the fairness term into the DSO's objective directly influences the market's economic efficiency. A market operates efficiently when production occurs at minimum cost, and consumers obtain maximum utility. In this study, economic efficiency is quantified through social welfare, defined as the sum of consumer and producer surpluses. The fairness regularization parameter β modifies this balance and introduces a Pareto trade-off between fairness and efficiency, as shown in Fig. 8. To construct the Pareto frontier, the optimization problem is solved for different values of the fairness regularization parameter β. The resulting fairness and social welfare outcomes are subsequently normalized to the interval [0, 1] using min–max normalization. In this case study, β varies from 0, which reproduces the classical DLMP with maximum economic efficiency, to 2×10^6, where prices converge toward uniform values and the market reaches perfect fairness. The resulting smooth Pareto frontier demonstrates that the proposed regularization framework provides a controllable balance between fairness and economic efficiency.

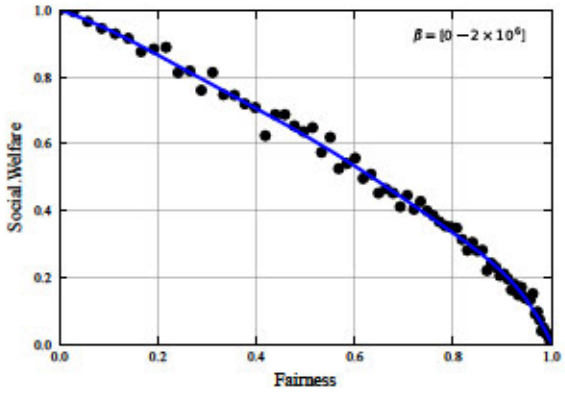


Figure 8: Normalized Pareto frontier.

5.5. Regularized DLMP versus Second-Layer Correction Stage

The subsequent analysis compares the proposed regularized DLMP formulation with the commonly used second-layer fairness correction stage. To maintain a fair comparison, the corrective stage socializes system losses using the same fairness term and regularization parameter, $\beta = 1.4 \times 10^6$. Fig. 9 presents the resulting price profiles at $t = 102$ (17:00 [h]). The second-layer corrective stage yields consistently higher prices than the regularized formulation. This outcome arises because the regularized primal–dual algorithm drives the solution toward an optimum that satisfies all system constraints. In contrast, the ex-post correction stage adjusts prices without enforcing optimality, creating market inefficiencies and increasing the risk of constraint violations.

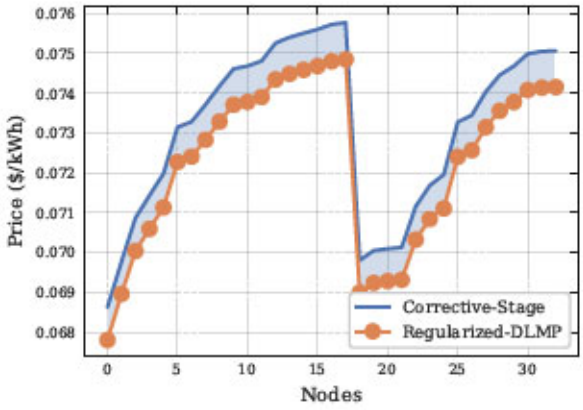


Figure 9: Regularized DLMP versus Second-Layer Correction.

6. Conclusions

This study proposes a modified Distribution Locational Marginal Pricing mechanism for Transactive Energy Systems that jointly minimizes distribution operating costs and price unfairness while satisfying all network operational constraints. Fairness is quantified through the variance of a proportional fairness indicator, enabling its direct integration into the market-clearing optimization problem without requiring additional corrective stages. A distributed primal-dual algorithm is developed to iteratively clear the market using only price and power signals, thereby preserving customers' utility-function privacy. The proposed framework is validated on the IEEE 33-bus distribution system, demonstrating its effectiveness for market clearing in transactive energy systems. Furthermore, the resulting DLMPs are decomposed into energy, loss, and fairness components, providing a clear physical interpretation of electricity prices. Finally, the sensitivity analysis of the fairness regularization parameter reveals a Pareto frontier between economic efficiency and fairness, providing DSOs with a flexible mechanism to balance both objectives. The numerical results show that the proposed distributed market converges in six iterations and provides a controllable trade-off between fairness and economic efficiency while satisfying all operational constraints of the distribution network. These results demonstrate the computational efficiency and practical applicability of the proposed market-clearing framework.

Acknowledgments

The authors would like to thank the Laboratoire des technologies de l'Energie (LTE) d'Hydro-Quebec, Stelpro, Elmec, Ecosystem, the Program MITACS of Canada, and the Natural Science and Engineering Research Council of Canada.

References

[1] O. O. Tooki, O. M. Popoola, A comprehensive review on recent advances in transactive energy system: Concepts, models, metrics, technologies, challenges, policies and future, Renewable energy focus 50 (2024) 100596.

[2] R. B. Melton, Gridwise transactive energy framework (v. 1.1), Tech. rep., Pacific Northwest National Laboratory (PNNL), Richland, WA, USA (2019).

[3] S. Li, J. Lian, A. J. Conejo, W. Zhang, Transactive energy systems: The market-based coordination of distributed energy resources, IEEE Control Systems Magazine 40 (4) (2020) 26–52. doi:10.1109/MCS.2020.2990514.

[4] D. Galeano-Suárez, D. Toquica, N. Henao, K. Agbossou, J. Oviedo-Cepeda, M. Fournier, Technical assessment framework for cost-sharing agreements in transactive energy systems, Computers and Electrical Engineering 124 (2025) 110356. doi:https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2025.110356.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004579062500299X

[5] C. B. Domenech, J. Naughton, S. Riaz, P. Mancarella, Towards distributed energy markets: Accurate and intuitive dlmp decomposition, IEEE Transactions on Energy Markets, Policy and Regulation 2 (2) (2024) 240–253.

[6] L. Bai, J. Wang, C. Wang, C. Chen, F. Li, Distribution locational marginal pricing (dlmp) for congestion management and voltage support, IEEE Transactions on Power Systems 33 (4) (2018) 4061–4073. doi:10.1109/TPWRS.2017.2767632.

[7] B. Jangid, P. Mathuria, V. Gupta, Distribution locational marginal price driven reactive demand response from electric vehicle aggregator, IEEE Transactions on Industry Applications 60 (4) (2024) 5510–5521. doi:10.1109/TIA.2024.3392884.

[8] U. Liyanapathirane, M. Khorasany, R. Razzaghi, Optimization of economic efficiency in distribution grids using distribution locational marginal pricing, IEEE Access 9 (2021) 60123–60135. doi:10.1109/ACCESS.2021.3073641.

[9] D. Galeano-Suárez, D. Toquica, N. Henao, K. Agbossou, J. Oviedo-Cepeda, Impact of distribution locational marginal pricing and cost-sharing pricing mechanisms on fairness, efficiency, and voltage quality in transactive energy systems, Utilities Policy 93 (2025) 101890.

[10] M. F. Dynge, K. Berg, S. Bjarghov, Ümit Cali, Local electricity market pricing mechanisms' impact on welfare distribution, privacy and transparency, Applied Energy 341 (2023) 121112. doi:https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2023.121112.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261923004762

[11] J. Soares, F. Lezama, R. Faia, S. Limmer, M. Dietrich, T. Rodemann, S. Ramos, Z. Vale, Review on fairness in local energy systems, Applied Energy 374 (2024) 123933. doi:https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2024.123933.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261924013163

[12] Z. Baharlouei, M. Hashemi, Efficiency-fairness trade-off in privacy-preserving autonomous demand side management, IEEE Transactions on Smart Grid 5 (2) (2014) 799–808. doi:10.1109/TSG.2013.2296714.

[13] G. Hamoud, I. Bradley, Assessment of transmission congestion cost and locational marginal pricing in a competitive electricity market, IEEE Transactions on Power Systems 19 (2) (2004) 769–775. doi:10.1109/TPWRS.2004.825823.

[14] P. Sotkiewicz, J. Vignolo, Nodal pricing for distribution networks: efficient pricing for efficiency enhancing dg, IEEE Transactions on Power Systems 21 (2) (2006) 1013–1014. doi:10.1109/TPWRS.2006.873006.

[15] A. Papavasiliou, Analysis of distribution locational marginal prices, IEEE Transactions on Smart Grid 9 (5) (2018) 4872–4882. doi:10.1109/TSG.2017.2673860.

[16] L. Halilbašić, P. Pinson, S. Chatzivasileiadis, Convex relaxations and approximations of chance-constrained ac-opf problems, IEEE Transactions on Power Systems 34 (2) (2019) 1459–1470. doi:10.1109/TPWRS.2018.2874072.

[17] L. Bobo, A. Venzke, S. Chatzivasileiadis, Second-order cone relaxations of the optimal power flow for active distribution grids: Comparison of methods, International Journal of Electrical Power & Energy Systems 127 (2021) 106625. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2020.106625.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061520341703

[18] X. Bai, H. Wei, K. Fujisawa, Y. Wang, Semidefinite programming for optimal power flow problems, International Journal of Electrical Power Energy Systems 30 (6) (2008) 383–392. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2007.12.003.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061507001378

[19] R. Li, Q. Wu, S. S. Oren, Distribution locational marginal pricing for optimal electric vehicle charging management, IEEE Transactions on Power Systems 29 (1) (2014) 203–211. doi:10.1109/TPWRS.2013.2278952.

[20] T. Yang, Y. Guo, L. Deng, H. Sun, W. Wu, A linear branch flow model for radial distribution networks and its application to reactive power optimization and network reconfiguration, IEEE Transactions on Smart Grid 12 (3) (2021) 2027–2036. doi:10.1109/TSG.2020.3039984.

[21] M. H. Ullah, J.-D. Park, Transactive energy market operation through coordinated tso-dsos-ders interactions, IEEE Transactions on Power Systems 38 (2) (2023) 1978–1990. doi:10.1109/TPWRS.2022.3212065.

[22] C. Huang, C. Wang, M. Zhang, N. Xie, Y. Wang, A transactive retail market mechanism for active distribution network integrated with large-scale distributed energy resources, IEEE Transactions on Smart Grid 12 (5) (2021) 4225–4237. doi:10.1109/TSG.2021.3087720.

[23] Y. Kabiri-Renani, A. Arjomandi-Nezhad, M. Fotuhi-Firuzabad, M. Shahidehpour, Transactive-based day-ahead electric vehicles charging scheduling, IEEE Transactions on Transportation Electrification 10 (4) (2024) 8235–8245. doi:10.1109/TTE.2023.3348490.

[24] H. Saber, M. Ehsan, M. Moeini-Aghtaie, H. Ranjbar, M. Lehtonen, A user-friendly transactive coordination model for residential prosumers considering voltage unbalance in distribution networks, IEEE Transactions on Industrial Informatics 18 (9) (2022) 5748–5759. doi:10.1109/TII.2022.3141784.

[25] M. N. Faqiry, L. Wang, H. Wu, Hems-enabled transactive flexibility in real-time operation of three-phase unbalanced distribution systems, Journal of Modern Power Systems and Clean Energy 7 (6) (2019) 1434–1449. doi:10.1007/s40565-019-0553-2.

[26] V. C. Pandey, T. Rawat, J. Ospina, Y. Dvorkin, C. Konstantinou, A tri-level distribution locational marginal price-based demand response framework, Electric Power Systems Research 241 (2025) 111398. doi:https://doi.org/10.1016/j.epsr.2024.111398.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779624012847

[27] B. Liang, J. Yang, F. Wen, L. Wang, Z. Y. Dong, Fairness considered aggregation mechanism for consumers and prosumers in electricity

distribution networks, Electric Power Systems Research 240 (2025) 111285. doi:https://doi.org/10.1016/j.epsr.2024.111285.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779624011714

[28] F. Asarias, M. A. Pedrasa, A transactive energy market framework considering network constraints and fairness, arXiv preprint arXiv:2103.16971.

[29] S. Hanif, P. Creutzburg, H. B. Gooi, T. Hamacher, Pricing mechanism for flexible loads using distribution grid hedging rights, IEEE Transactions on Power Systems 34 (5) (2018) 4048–4059.

[30] A. K. Zarabie, S. Das, M. N. Faqiry, Fairness-regularized dlmp-based bilevel transactive energy mechanism in distribution systems, IEEE Transactions on Smart Grid 10 (6) (2019) 6029–6040. doi:10.1109/TSG.2019.2895527.

[31] M. Farivar, S. H. Low, Branch flow model: Relaxations and convexification—part i, IEEE Transactions on Power Systems 28 (3) (2013) 2554–2564. doi:10.1109/TPWRS.2013.2255317.

[32] M. Baran, F. Wu, Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing, IEEE Transactions on Power Delivery 4 (2) (1989) 1401–1407. doi:10.1109/61.25627.

[33] H.-G. Yeh, D. F. Gayme, S. H. Low, Adaptive var control for distribution circuits with photovoltaic generators, IEEE Transactions on Power Systems 27 (3) (2012) 1656–1663. doi:10.1109/TPWRS.2012.2183151.

[34] H. Yuan, F. Li, Y. Wei, J. Zhu, Novel linearized power flow and linearized opf models for active distribution networks with application in distribution lmp, IEEE Transactions on Smart Grid 9 (1) (2018) 438–448. doi:10.1109/TSG.2016.2594814.

[35] F. Li, R. Bo, Dcopf-based lmp simulation: Algorithm, comparison with acopf, and sensitivity, IEEE Transactions on Power Systems 22 (4) (2007) 1475–1485. doi:10.1109/TPWRS.2007.907924.

[36] Z. Hu, H. Cheng, Z. Yan, F. Li, An iterative lmp calculation method considering loss distributions, IEEE Transactions on Power Systems 25 (3) (2010) 1469–1477. doi:10.1109/TPWRS.2010.2041799.

[37] W. Wang, N. Yu, Lmp decomposition with three-phase dcopf for distribution system, in: 2016 IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT-Asia), 2016, pp. 1–8. doi:10.1109/ISGT-Asia.2016.7796352.

[38] Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE Standard for Interconnecting Distributed Resources with Electric Power Systems - Amendment 1, IEEE Std 1547a-2014 (Amendment to IEEE Std 1547-2003) (2014) 1–16doi:10.1109/IEEESTD.2014.6818982.

[39] J. Konow, A positive theory of economic fairness, Journal of Economic Behavior & Organization 31 (1) (1996) 13–35. doi:https://doi.org/10.1016/S0167-2681(96)00862-1.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167268196008621

[40] W. Zhou, Group vs. individual algorithmic fairness, Ph.D. thesis, University of Southampton (2022).

[41] T. Lan, D. Kao, M. Chiang, A. Sabharwal, An axiomatic theory of fairness in network resource allocation, in: 2010 Proceedings IEEE INFOCOM, 2010, pp. 1–9. doi:10.1109/INFCOM.2010.5461911.

[42] M. Dianati, X. Shen, S. Naik, A new fairness index for radio resource allocation in wireless networks, in: IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2005, Vol. 2, 2005, pp. 712–717 Vol. 2. doi:10.1109/WCNC.2005.1424595.

[43] L. Xia, K. B. Monroe, J. L. Cox, The price is unfair! a conceptual framework of price fairness perceptions, Journal of marketing 68 (4) (2004) 1–15.

[44] F. Kelly, Charging and rate control for elastic traffic, European transactions on Telecommunications 8 (1) (1997) 33–37.

[45] P. L. Joskow, Regulation of natural monopoly, Handbook of law and economics 2 (2007) 1227–1348.

[46] F. M. Bator, The simple analytics of welfare maximization, The American Economic Review 47 (1) (1957) 22–59.

[47] M. I. Ennes, A. L. Diniz, An efficient equivalent thermal cost function model for nonlinear mid-term hydrothermal generation planning, International Journal of Electrical Power & Energy Systems 63 (2014) 705–712. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2014.06.024.
URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061514003731

[48] S. P. Boyd, L. Vandenberghe, Convex optimization, Cambridge university press, 2004.

[49] S. Diamond, S. Boyd, Cvxpy: A python-embedded modeling language for convex optimization, Journal of Machine Learning Research 17 (83) (2016) 1–5.

[50] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, J. Eckstein, et al., Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers, Foundations and Trends® in Machine learning 3 (1) (2011) 1–122.

[51] R. Rahmaniani, T. G. Crainic, M. Gendreau, W. Rei, The benders decomposition algorithm: A literature review, European Journal of Operational Research 259 (3) (2017) 801–817.

[52] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, C. M. Shetty, Nonlinear programming: theory and algorithms, John wiley & sons, 2006.

[53] X. Cao, J. Zhang, H. V. Poor, Z. Tian, Differentially private admm for regularized consensus optimization, IEEE Transactions on Automatic Control 66 (8) (2021) 3718–3725. doi:10.1109/TAC.2020.3022856.

[54] M. Baran, F. Wu, Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing, IEEE Transactions on Power Delivery 4 (2) (1989) 1401–1407. doi:10.1109/61.25627.

[55] J. C. Oviedo-Cepeda, L. Rueda, F. Amara, J.-F. Alix, Etsim: A simulation environment for evaluating the impacts of autonomous devices participating in local markets and dynamic tariffs, in: 2023 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT EUROPE), 2023, pp. 1–6. doi:10.1109/ISGTEUROPE56780.2023.10407197.

Chapitre 4 - Discussions et opportunités futures

4.1 Comparaison des mécanismes de prix dans les marchés transactionnels

La structure méthodologique proposée pour comparer les mécanismes de PC et de PMLD permet d'identifier systématiquement leurs limites respectives ainsi que leurs marges d'amélioration. Cette approche répond à une lacune importante de la littérature, où les comparaisons sont souvent biaisées par des différences de configuration du réseau, de modélisation des agents ou de conception du marché. En fixant l'ensemble des paramètres du système et en ne faisant varier que le mécanisme de prix, il est possible d'isoler et de quantifier l'impact propre de chaque mécanisme. De plus, cette étude définit des métriques mathématiques permettant d'évaluer, après la fermeture du marché transactionnel, l'équité, l'efficacité économique et la qualité de la tension du système de distribution.

Les résultats de l'évaluation de chaque mécanisme mettent en évidence un arbitrage structurel entre l'équité et l'efficacité économique. Le mécanisme de PC assure l'uniformité des prix, ce qui favorise une répartition équitable des prix entre les participants. Toutefois, cette uniformité ne tient pas compte des contraintes physiques du réseau, ce qui limite son efficacité économique ainsi que sa capacité à garantir la fiabilité du système. À l'inverse, le mécanisme de PMLD intègre explicitement les contraintes du réseau, notamment les pertes, la congestion et les écarts de tension. Cette modélisation améliore l'efficacité économique et la qualité de tension, mais induit une différenciation spatiale des prix, ce qui réduit l'équité perçue par les utilisateurs. Ces résultats confirment que les deux mécanismes se situent aux extrémités du compromis entre l'équité et la performance économique.

Malgré les contributions de ce travail, certaines hypothèses de modélisation délimitent

son champ d'application et ouvrent des perspectives d'extension. Tout d'abord, l'analyse repose sur un système de distribution radial unique. Il serait donc pertinent, dans des travaux futurs, d'évaluer la méthodologie proposée sur des topologies plus diversifiées, telles que des systèmes triphasés, des réseaux réels de la province de Québec ou encore des réseaux maillés. Par ailleurs, le cas d'étude ne considère que des consommateurs résidentiels dont la flexibilité repose sur l'utilisation de thermostats intelligents. Il serait ainsi pertinent d'intégrer d'autres types de charges flexibles, tels que les véhicules électriques, les climatiseurs, les batteries et les panneaux photovoltaïques, afin de mieux refléter la diversité des usages réels. Une telle extension permettrait aux agents résidentiels de disposer de plusieurs variables de décision pour la gestion de leurs contrats à terme.

Un autre point important concerne l'évaluation de l'efficacité économique à partir du bien-être social, qui suppose l'accès aux fonctions d'utilité des utilisateurs. Ces informations sont généralement privées et difficilement observables en pratique. Bien que cette approche soit standardisée dans la littérature, cette contrainte souligne l'intérêt de développer des méthodes d'estimation ou d'approximation adaptées. Enfin, l'étude se limite à un marché à terme déterministe et ne tient pas compte des incertitudes susceptibles de survenir lors de l'exécution des contrats. L'intégration explicite de ces incertitudes, par exemple à travers des formulations stochastiques du problème de flux de puissance optimal, constitue une extension naturelle du cadre proposé.

4.2 Intégration des contraintes réseau dans le mécanisme de PC

Cette thèse propose d'intégrer explicitement les contraintes physiques du réseau aux mécanismes de PC dans les systèmes d'ET. Cette contribution répond à une lacune identifiée dans la littérature, où les mécanismes de PC sont généralement formulés sans tenir compte des contraintes de tension et de congestion, ce qui peut compromettre la

fiabilité du système. Le cadre méthodologique proposé repose sur une séparation explicite entre le processus de négociation sur le marché et la validation technique des transactions. Cette structuration permet de préserver les propriétés du mécanisme de PC, tout en garantissant le respect des limites opérationnelles du réseau. La validation technique s'appuie sur une approche probabiliste fondée sur des simulations de type Monte Carlo, permettant de modéliser les incertitudes associées aux variables électriques et d'estimer les probabilités de violation des contraintes.

Les résultats montrent que le mécanisme de PC, lorsqu'il est associé à une validation technique et à un mécanisme de pénalisation, permet de réduire les pics de consommation et d'orienter les comportements des utilisateurs vers des conditions d'exploitation sécuritaires. L'introduction de coûts de pénalité liés aux violations de la tension et de la congestion agit comme un signal économique correctif, incitant les agents à ajuster leur consommation afin de respecter les limites du réseau. Cette approche constitue une alternative aux mécanismes de PMLD, en intégrant indirectement les contraintes physiques sans recourir à la résolution explicite d'un problème de flux de puissance optimal ni à l'interprétation des multiplicateurs de Lagrange.

Toutefois, l'intégration des contraintes du réseau par des mécanismes de pénalisation introduit de nouveaux enjeux, notamment en matière d'équité. Les utilisateurs situés dans des zones critiques supportent des coûts supplémentaires, ce qui peut entraîner des disparités entre les participants. Bien que cette question dépasse le cadre principal de cette étude, elle met en évidence la nécessité de développer des mécanismes de redistribution ou de régularisation afin de préserver l'acceptabilité du mécanisme. Par ailleurs, l'approche probabiliste repose sur des hypothèses relatives à la distribution du facteur de puissance, susceptibles de varier selon les conditions d'exploitation. Il serait

donc pertinent, dans des travaux futurs, de valider ces hypothèses à partir de données réelles de consommation. Enfin, la mise en œuvre du cadre stochastique requiert un nombre important de simulations, ce qui peut constituer un défi en termes de temps de calcul dans des environnements à grande échelle.

Ces limites ouvrent plusieurs perspectives de recherche. Par exemple, l'intégration de mécanismes de redistribution des coûts de pénalité permettrait d'améliorer l'équité du système tout en préservant ses propriétés techniques. Par ailleurs, l'extension du cadre à des systèmes intégrant des ressources énergétiques distribuées, telles que le photovoltaïque et le stockage, permettrait d'en évaluer les performances dans des environnements plus représentatifs des réseaux modernes. Enfin, le développement de méthodes de réduction de la complexité pour les simulations probabilistes faciliterait l'application du cadre proposé dans des contextes opérationnels en temps réel.

4.3 Intégration de l'équité dans le mécanisme de PMLD

Le mécanisme de PMLD proposé dans cette thèse intègre explicitement l'équité dans la fixation des prix. Cette contribution répond à une lacune identifiée dans la littérature: les prix du PMLD dépendent de la localisation des utilisateurs, ce qui entraîne des inégalités. Contrairement aux approches conventionnelles, où les problématiques d'équité sont traitées a posteriori au moyen de mécanismes correctifs, la formulation proposée intègre l'équité directement au problème d'optimisation du GRD. Cette intégration permet de préserver l'optimalité du système tout en réduisant les écarts de prix entre les nœuds. Par ailleurs, le mécanisme de marché est conçu pour garantir la confidentialité des fonctions de préférence des utilisateurs, tout en assurant la convergence du processus de négociation.

Les résultats montrent que l'introduction du terme de régularisation permet au GRD d'ajuster explicitement le compromis entre l'efficacité économique et l'équité. L'analyse de la frontière de Pareto met en évidence que tout gain en équité s'accompagne d'une perte d'efficacité économique. Par ailleurs, l'utilisation d'un algorithme primal–dual permet de résoudre le problème de marché de manière distribuée, tout en préservant la confidentialité des fonctions d'utilité des utilisateurs. Cette approche permet également d'analyser la structure des prix résultants. La composante énergétique demeure uniforme à l'échelle du réseau, tandis que la composante liée aux pertes augmente avec la distance électrique. En revanche, la régularisation introduit un effet compensatoire spatial, limitant les disparités de prix entre les nœuds. Cette analyse fournit une interprétation à la fois physique et économique des signaux de prix, facilitant leur compréhension par le GRD et les régulateurs.

Malgré ces contributions, certaines limites doivent être soulignées. La métrique d'équité utilisée, basée sur la variance des prix, bien que convexe et tractable, ne capture pas nécessairement l'ensemble des dimensions subjectives de l'équité perçue par les utilisateurs. Il serait donc pertinent d'explorer d'autres métriques d'équité intégrant des dimensions comportementales ou sociales, afin d'enrichir la modélisation. Par ailleurs, le cadre proposé repose sur une formulation déterministe et ne tient pas compte des incertitudes liées à la production et à la demande. L'extension du modèle à des formulations stochastiques permettrait ainsi de mieux modéliser les conditions d'exploitation des systèmes modernes. Enfin, le choix du paramètre de régularisation dépend du contexte d'application et nécessite une calibration adaptée aux objectifs du GRD. Cette limite ouvre la voie au développement de méthodes de calibration fondées sur des critères économiques ou réglementaires.

Chapitre 5 - Conclusions et recommandations

Cette thèse propose une modélisation des mécanismes de fixation des prix dans les systèmes d'ET en intégrant explicitement les contraintes du réseau de distribution. Dans ce cadre, le premier objectif de l'étude consiste à développer une méthodologie permettant d'évaluer et de comparer l'impact des mécanismes de PC et de PMLD selon trois dimensions: l'efficacité économique, l'équité et la qualité du service. L'approche retenue repose sur une modélisation mathématique des deux mécanismes considérés, en garantissant un coût d'approvisionnement identique et en isolant le prix comme seule variable différenciatrice de l'environnement transactionnel. Par ailleurs, afin de soutenir la prise de décision du GRD, un indice unifié est proposé pour faciliter le choix du mécanisme de tarification le mieux adapté à ses objectifs opérationnels.

Les résultats de la comparaison indiquent que le mécanisme de PC assure une équité maximale, dans la mesure où l'ensemble des utilisateurs est confronté au même prix. À l'inverse, le mécanisme de PMLD atteint une efficacité économique optimale et présente de meilleures performances en termes de qualité de la tension. En outre, lorsque l'indice unifié est appliqué et que le GRD attribue des pondérations égales aux trois métriques considérées, le mécanisme de PMLD présente une meilleure performance globale. Par ailleurs, cette première analyse met en évidence que le mécanisme de PC peut soulever des enjeux de fiabilité lors de sa mise en œuvre, en raison de l'absence de prise en compte explicite des contraintes du réseau de distribution. Enfin, l'étude souligne également que le mécanisme de PMLD soulève des enjeux d'équité, en raison de la différenciation des prix selon la localisation géographique des utilisateurs.

Au regard des résultats obtenus dans la première étude, le deuxième objectif de cette thèse consiste à intégrer explicitement les contraintes du système de distribution au

mécanisme de PC. À cette fin, un marché transactionnel est proposé afin de répartir le coût d'approvisionnement en énergie entre les participants, tout en exploitant la structure hiérarchique du réseau de distribution et en préservant la confidentialité des préférences des utilisateurs. En outre, une couche de simulation supplémentaire est introduite pour évaluer l'état électrique du réseau à partir de la résolution du flux de puissance et pour valider les contraintes du réseau. Lorsque certaines transactions compromettent la fiabilité du réseau, des pénalités sont appliquées dans la fonction de coût afin d'orienter la solution vers un fonctionnement admissible.

Les résultats montrent que le mécanisme de PC mis en œuvre dans le marché transactionnel réduit efficacement les pics de consommation agrégée du réseau, et que la variabilité de la demande se situe dans une plage correspondant à un écart-type, soit 68% des échantillons observés. L'étude de cas met également en évidence l'efficacité des pénalités liées aux contraintes de tension et de congestion pour inciter les utilisateurs à respecter les limites de sécurité du système. Par ailleurs, le mécanisme de PC proposé constitue une alternative au mécanisme de PMLD, qui demeure, dans la littérature, la principale approche intégrant explicitement les contraintes du réseau de distribution dans le processus de négociation transactionnelle.

Enfin, le troisième objectif de cette thèse consiste à intégrer explicitement l'équité au mécanisme de PMLD. À cette fin, la variance des prix est retenue comme métrique de quantification de l'équité et intégrée directement dans la fonction d'objectif du GRD, en raison de sa nature convexe. L'objectif est alors de minimiser conjointement le coût d'approvisionnement et l'inéquité, tout en respectant les contraintes du réseau de distribution. Pour résoudre ce problème, un algorithme primal–dual est employé, qui permet de préserver la confidentialité des préférences des utilisateurs tout en garantissant

l'optimalité de la solution. Par ailleurs, la modélisation linéaire du système de distribution permet de décomposer les prix en composantes liées à l'énergie, aux pertes, à la tension et à l'équité. Enfin, l'analyse de sensibilité du paramètre de régularisation associé à la métrique d'équité permet de caractériser la frontière de Pareto entre l'efficacité économique et l'équité.

Les résultats de cette dernière partie de la thèse montrent que la solution proposée permet de régulariser les prix en les rapprochant du prix moyen. Ce mécanisme induit un transfert de coûts, par lequel les utilisateurs situés à proximité du poste source supportent une composante de prix additionnelle, tandis que les utilisateurs situés en bout de branche bénéficient d'une composante de prix négative, ce qui réduit leur prix perçu total. Le niveau de régularisation dépend directement des objectifs fixés par le GRD. Les résultats mettent toutefois en évidence un compromis explicite entre équité et efficacité économique, caractérisé par une diminution de l'efficacité économique pour chaque unité d'équité supplémentaire. Enfin, l'approche proposée constitue une alternative aux travaux qui intègrent l'équité au moyen d'une seconde couche de correction, pour lesquels l'optimalité de la solution n'est généralement pas garantie.

5.1 Recommandations

D'après les résultats et les limites des travaux accomplis, les travaux futurs pourraient porter sur les domaines suivants :

- Étendre le mécanisme de PMLD à des réseaux de distribution déséquilibrés et triphasés, afin d'évaluer la robustesse de l'approche dans des contextes plus réalistes intégrant les asymétries de phase.
- Analyser l'effet de l'incertitude associée aux charges et à la production distribuée

sur le mécanisme de PMLD, en intégrant des formulations stochastiques ou robustes dans le cadre du marché transactionnel.

- Analyser l'impact des pénalités liées aux contraintes de tension et de congestion sur l'équité du mécanisme de PC, et développer des stratégies de répartition équitable de ces pénalités entre les participants du marché.
- Étendre le cadre d'évaluation proposé à des systèmes de distribution intégrant des RED, tels que le photovoltaïque et le stockage, afin d'étudier leur influence sur les flux de puissance, les risques opérationnels et les signaux de prix.
- Étudier l'influence d'autres métriques d'équité, au-delà de la variance des prix nodaux, sur le compromis équité–efficacité, et analyser leur effet sur la convergence et la stabilité de l'algorithme primal–dual proposé.
- Évaluer la robustesse du mécanisme de PMLD régularisé face aux incertitudes liées à la demande et à la production distribuée, en intégrant des formulations stochastiques ou robustes dans le processus de compensation du marché.
- Valider les méthodes mathématiques proposées sur des systèmes de distribution réels, tels que le réseau d'Hydro-Québec.

Références

[1] S. Bouckaert, A. F. Pales, C. McGlade, U. Remme, B. Wanner, L. Varro, D. D'Ambrosio, and T. Spencer, "Net zero by 2050: A roadmap for the global energy sector," 2021.

[2] International Renewable Energy Agency, "World energy transitions outlook 2024: 1.5°c pathway," https://www.irena.org/publications/2024/Nov/World-Energy-Transitions-Outlook-2024, 2024.

[3] United Nations, "Seizing the moment of opportunity: Un energy transition report 2025," https://www.un.org/sites/un2.un.org/files/un-energy-transition-report_2025.pdf, 2025.

[4] G. du Québec, "Gagnant pour le québec, gagnant pour la planète: plan pour une économie verte 2030. politique-cadre d'électrification et de lutte contre les changements climatiques," 2020.

[5] Hydro-Québec, "Action Plan 2035: Towards a Decarbonized and Prosperous Québec," Québec, Canada, 2023. [Online]. Available: https://www.hydroquebec.com/about/action-plan.html

[6] Hydro-Québec, "Wind Power Development Strategy, Hydro-Québec," Hydro-Québec Publication, 2024. [Online]. Available: https://www.hydroquebec.com/data/a-propos/pdf/wind-power-development-strategy.pdf

[7] Hydro-Québec, "Une approche évolutive pour une ambition de 3 000 mw d'énergie solaire au québec," 2025. [Online]. Available: https://www.hydroquebec.com

[8] D. Gielen, F. Boshell, D. Saygin, M. D. Bazilian, N. Wagner, and R. Gorini, "The role of renewable energy in the global energy transformation," *Energy Strategy Reviews*, vol. 24, pp. 38–50, 2019. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211467X19300082

[9] T. Ackermann, G. Andersson, and L. Söder, "Distributed generation: a definition1in addition to this paper, a working paper entitled 'distributed power generation in a deregulated market environment' is available. the aim of this working paper is to start a discussion regarding different aspects of distributed generation. this working paper can be obtained from one of the authors, thomas ackermann.1," *Electric Power Systems Research*, vol. 57, no. 3, pp. 195–204, 2001. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779601001018

[10] T. B. Nadeem, M. Siddiqui, M. Khalid, and M. Asif, "Distributed energy systems: A review of classification, technologies, applications, and policies," *Energy Strategy Reviews*, vol. 48, p. 101096, 2023. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211467X23000469

[11] L. Bird, M. Milligan, and D. Lew, "Integrating variable renewable energy: Challenges and solutions," National Renewable Energy Lab.(NREL), Golden, CO (United States), Tech. Rep., 2013.

[12] A. Akrami, M. Doostizadeh, and F. Aminifar, "Power system flexibility: an overview of emergence to evolution," *Journal of modern power systems and clean energy*, vol. 7, no. 5, pp. 987–1007, 2019.

[13] M. Miller, "Flexibility: How much ? from where ? and how ?" National Renewable Energy Laboratory (NREL), 2015, presentation at Germany – United States Joint Expert Workshop "The Future of Electricity Market Design", Berlin, 18 June 2015. [Online]. Available: https://www.nrel.gov/

[14] P. Siano, "Demand response and smart grids—a survey," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 30, pp. 461–478, 2014. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032113007211

[15] M. Goulden, B. Bedwell, S. Rennick-Egglestone, T. Rodden, and A. Spence, "Smart grids, smart users ? the role of the user in demand side management," *Energy Research and Social Science*, vol. 2, pp. 21–29, 2014. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214629614000413

[16] A. MacKay and I. Mercadal, *Deregulation, market power, and prices: Evidence from the electricity sector.* MIT Center for Energy and Environmental Policy Research, 2022.

[17] R. B. Melton, "Gridwise transactive energy framework (v. 1.1)," Pacific Northwest National Laboratory (PNNL), Richland, WA (United States), Tech. Rep., 2019.

[18] F. Amara, B. Bourliaguet, V. Godin-Tremblay, and D. Lussier-Desrochers, "Les systèmes d'énergie transactionnelle," *La Revue de l'Énergie*, vol. 656, mai-juin 2021.

[19] Q. Huang, W. Amin, K. Umer, H. B. Gooi, F. Y. S. Eddy, M. Afzal, M. Shahzadi, A. A. Khan, and S. A. Ahmad, "A review of transactive energy systems: Concept and implementation," *Energy Reports*, vol. 7, pp. 7804–7824, 2021. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352484721003164

[20] D. C. Toquica Cardenas, "Modélisation adaptative des systèmes énergétiques résidentiels dans un contexte de gestion transactionnelle de la demande," Ph.D. dissertation, Université du Québec à Trois-Rivières, 2022.

[21] E. J. Anderson and X. Hu, "Forward contracts and market power in an electricity market," *International Journal of Industrial Organization*, vol. 26, no. 3, pp. 679–694, 2008. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167718707000628

[22] "Loi sur la régie de l'énergie," 2026, texte à jour au 31 mars 2026, article 2. [Online]. Available: https://www.legisquebec.gouv.qc.ca/fr/document/lc/r-6.01

[23] Y. Zabihinia Gerdroodbari, M. Khorasany, and R. Razzaghi, "Dynamic pq operating envelopes for prosumers in distribution networks," *Applied Energy*, vol. 325, p. 119757, 2022. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261922010406

[24] D. Galeano-Suárez, D. Toquica, N. Henao, K. Agbossou, and J. Oviedo-Cepeda, "Impact of distribution locational marginal pricing and cost-sharing pricing

mechanisms on fairness, efficiency, and voltage quality in transactive energy systems," *Utilities Policy*, vol. 93, p. 101890, 2025. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957178725000050

[25] M. F. Dynge, K. Berg, S. Bjarghov, and Ümit Cali, "Local electricity market pricing mechanisms' impact on welfare distribution, privacy and transparency," *Applied Energy*, vol. 341, p. 121112, 2023. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261923004762

[26] T. Baroche, P. Pinson, R. L. G. Latimier, and H. B. Ahmed, "Exogenous cost allocation in peer-to-peer electricity markets," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 4, pp. 2553–2564, 2019.

[27] Y. Zou, Y. Xu, X. Feng, R. Naayagi, and B.-H. Soong, "Transactive energy systems in active distribution networks: A comprehensive review," *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, vol. 8, no. 5, pp. 1302–1317, 2022.

[28] D. Zhao, A. Botterud, and M. Ilic, "Uniform pricing vs pay as bid in 100%-renewables electricity markets: A game-theoretical analysis," in *Proceedings of the 14th ACM International Conference on Future Energy Systems*, 2023, pp. 236–241.

[29] D. Galeano-Suárez, D. Toquica, N. Henao, K. Agbossou, J. Oviedo-Cepeda, and M. Fournier, "Technical assessment framework for cost-sharing agreements in transactive energy systems," *Computers and Electrical Engineering*, vol. 124, p. 110356, 2025. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004579062500299X

[30] N. Kaicker, G. Dutta, and A. Mishra, "Time-of-use pricing in the electricity markets: mathematical modelling using non-linear market demand," *OPSEARCH*, vol. 59, no. 3, pp. 1178–1213, 2022.

[31] J. Torriti, "Price-based demand side management: Assessing the impacts of time-of-use tariffs on residential electricity demand and peak shifting in northern italy," *Energy*, vol. 44, no. 1, pp. 576–583, 2012, integration and Energy System Engineering, European Symposium on Computer-Aided Process Engineering 2011. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544212004409

[32] T. Schittekatte, D. Mallapragada, P. L. Joskow, and R. Schmalensee, "Electricity retail rate design in a decarbonizing economy: an analysis of time-of-use and critical peak pricing," *The Energy Journal*, vol. 45, no. 3, pp. 25–56, 2024.

[33] K. Herter and S. Wayland, "Residential response to critical-peak pricing of electricity: California evidence," *Energy*, vol. 35, no. 4, pp. 1561–1567, 2010, demand Response Resources: the US and International Experience. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544209003016

[34] E. Shirazi and S. Jadid, "Optimal residential appliance scheduling under dynamic pricing scheme via hemdas," *Energy and Buildings*, vol. 93, pp. 40–49, 2015.

[35] R. J. Weber and P. Milgrom, "A theory of auctions and competitive bidding ii," in *The economic theory of auctions*. Edward Elgar Publishing Ltd, 2000.

[36] D. J. Hammerstrom, R. Ambrosio, T. A. Carlon, J. G. DeSteese, G. R. Horst, R. Kajfasz, L. L. Kiesling, P. Michie, R. G. Pratt, M. Yao *et al.*, "Pacific northwest gridwise™ testbed demonstration projects; part i. olympic peninsula project," Pacific Northwest National Lab.(PNNL), Richland, WA (United States), Tech. Rep., 2008.

[37] K. Ravivarma and B. Lokeshgupta, "A peer-to-peer energy trading model for community microgrids with energy management," *Peer-to-Peer Networking and Applications*, vol. 17, no. 4, pp. 2538–2554, 2024.

[38] D. Toquica, F. Amara, R. Malhamé, K. Agbossou, N. Henao, J. C. Oviedo, and L. Rueda, "Risk analysis of transactive energy retail markets," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 60, no. 1, pp. 1611–1621, 2024.

[39] X. Wang, F. Li, L. Bai, and X. Fang, "Dlmp of competitive markets in active distribution networks: Models, solutions, applications, and visions," *Proceedings of the IEEE*, vol. 111, no. 7, pp. 725–743, 2022.

[40] J. Konow, "A positive theory of economic fairness," *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol. 31, no. 1, pp. 13–35, 1996.

[41] D. Sharma, S. Borna, and J. M. Stearns, "An investigation of the effects of corporate ethical values on employee commitment and performance: Examining the moderating role of perceived fairness," *Journal of Business Ethics*, vol. 89, pp. 251–260, 2009.

[42] T. Lan, D. Kao, M. Chiang, and A. Sabharwal, *An axiomatic theory of fairness in network resource allocation*. IEEE, 2010.

[43] M. Dianati, X. Shen, and S. Naik, "A new fairness index for radio resource allocation in wireless networks," in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2005*, vol. 2, 2005, pp. 712–717 Vol. 2.

[44] S. Lee, A. Illia, and A. Lawson-Body, "Perceived price fairness of dynamic pricing," *Industrial Management & Data Systems*, vol. 111, no. 4, pp. 531–550, 2011.

[45] A. K. Zarabie, S. Das, and M. N. Faqiry, "Fairness-regularized dlmp-based bilevel transactive energy mechanism in distribution systems," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 6, pp. 6029–6040, 2019.

[46] V. Do and N. Usunier, "Optimizing generalized gini indices for fairness in rankings," in *Proceedings of the 45th International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval*, 2022, pp. 737–747.

[47] W. Wei, Z. Shen, L. Wu, F. Li, and T. Ding, "Estimating dlmp confidence intervals in distribution networks with ac power flow model and uncertain renewable generation," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 14, no. 8, pp. 1467–1475, 2020.

[48] V. Venkatasubramanian, "Fairness is an emergent self-organized property of the free market for labor," *Entropy*, vol. 12, no. 6, pp. 1514–1531, 2010.

[49] A. C. Michalos *et al.*, *Encyclopedia of quality of life and well-being research*. Springer Netherlands Dordrecht, 2014, vol. 171.

[50] D. Kahneman and A. B. Krueger, "Developments in the measurement of subjective well-being," *Journal of Economic perspectives*, vol. 20, no. 1, pp. 3–24, 2006.

[51] A. Marshall, *Principles of economics: unabridged eighth edition*. Cosimo, Inc., 2009.

[52] P. Cramton, "Electricity market design," *Oxford Review of Economic Policy*, vol. 33, no. 4, pp. 589–612, 2017.

[53] "IEEE recommended practice for monitoring electric power quality," *IEEE Std 1159-2019 (Revision of IEEE Std 1159-2009)*, pp. 1–98, 2019.

[54] "IEEE guide for identifying and improving voltage quality in power systems," *IEEE Std 1250-2018 (Revision of IEEE Std 1250-2011)*, pp. 1–63, 2018.

[55] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem, and V. Vittal, "Definition and classification of power system stability ieee/cigre joint task force on stability terms and definitions," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, no. 3, pp. 1387–1401, 2004.

[56] L. Taylor and T. A. Short, *Distribution reliability and power quality*. Crc Press, 2018.

[57] J. Arrillaga, N. R. Watson, and S. Chen, *Power system quality assessment*. John Wiley & Sons, 2000.

[58] "IEEE guide for assessing, measuring, and verifying volt-var control and optimization on distribution systems," *IEEE Std 1885-2022*, pp. 1–58, 2022.

[59] D. Sabin, M. Norwalk, K. Kittredge, and S. Johnston, "IEEE power quality standards," in *2022 20th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, 2022, pp. 1–6.

[60] U. Liyanapathirane, M. Khorasany, and R. Razzaghi, "Optimization of economic efficiency in distribution grids using distribution locational marginal pricing," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 60 123–60 135, 2021.

[61] F. Asarias and M. A. Pedrasa, "A transactive energy market framework considering network constraints and fairness," 2021. [Online]. Available: https://arxiv.org/abs/2103.16971

[62] S. Hanif, P. Creutzburg, H. B. Gooi, and T. Hamacher, "Pricing mechanism for flexible loads using distribution grid hedging rights," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 5, pp. 4048–4059, 2019.

[63] K. Petrou, A. T. Procopiou, L. Gutierrez-Lagos, M. Z. Liu, L. F. Ochoa, T. Langstaff, and J. M. Theunissen, "Ensuring distribution network integrity using dynamic operating limits for prosumers," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 12, no. 5, pp. 3877–3888, 2021.

[64] M. N. Faqiry and S. Das, "Distributed bilevel energy allocation mechanism with grid constraints and hidden user information," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 2, pp. 1869–1879, 2019.

[65] Z. Baharlouei, M. Hashemi, H. Narimani, and H. Mohsenian-Rad, "Achieving optimality and fairness in autonomous demand response: Benchmarks and billing mechanisms," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 4, no. 2, pp. 968–975, 2013.

[66] P. Jacquot, O. Beaude, S. Gaubert, and N. Oudjane, "Analysis and implementation of an hourly billing mechanism for demand response management," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 4, pp. 4265–4278, 2019.

[67] A.-H. Mohsenian-Rad, V. W. S. Wong, J. Jatskevich, R. Schober, and A. Leon-Garcia, "Autonomous demand-side management based on game-theoretic energy consumption scheduling for the future smart grid," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 1, no. 3, pp. 320–331, 2010.

[68] Z. Baharlouei and M. Hashemi, "Efficiency-fairness trade-off in privacy-preserving autonomous demand side management," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 5, no. 2, pp. 799–808, 2014.

[69] P. Jacquot, O. Beaude, S. Gaubert, and N. Oudjane, "Demand side management in the smart grid: An efficiency and fairness tradeoff," in *2017 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe)*, 2017, pp. 1–6.

[70] S. Maleki, "Addressing the computational issues of the shapley value with applications in the smart grid," Ph.D. dissertation, University of Southampton, 2015.

[71] M. Furuhata, K. Daniel, S. Koenig, F. Ordonez, M. Dessouky, M.-E. Brunet, L. Cohen, and X. Wang, "Online cost-sharing mechanism design for demand-responsive transport systems," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 16, no. 2, pp. 692–707, 2014.

[72] P. Dehez and D. Tellone, "Data games: Sharing public goods with exclusion," *Journal of Public Economic Theory*, vol. 15, no. 4, pp. 654–673, 2013.

[73] Y. Sprumont, "Ordinal cost sharing," *Journal of Economic Theory*, vol. 81, no. 1, pp. 126–162, 1998.

[74] T. Roughgarden, "Algorithmic game theory," *Communications of the ACM*, vol. 53, no. 7, pp. 78–86, 2010.

[75] W. N. Caballero, B. J. Lunday, and D. K. Ahner, "Incentive compatible cost sharing of a coalition initiative with probabilistic inspection and penalties for misrepresentation," *Group Decision and Negotiation*, vol. 29, pp. 1021–1055, 2020.

[76] S. C.-K. Chau, J. Xu, W. Bow, and K. Elbassioni, "Peer-to-peer energy sharing: Effective cost-sharing mechanisms and social efficiency," in *Proceedings of the Tenth ACM International Conference on Future Energy Systems*, 2019, pp. 215–225.

[77] H. K. Nguyen, J. B. Song, and Z. Han, "Distributed demand side management with energy storage in smart grid," *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, vol. 26, no. 12, pp. 3346–3357, 2015.

[78] P. Chakraborty, E. Baeyens, and P. P. Khargonekar, "Cost causation based allocations of costs for market integration of renewable energy," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 70–83, 2017.

[79] B. Gu, C. Mao, D. Wang, B. Liu, H. Fan, R. Fang, and Z. Sang, "A data-driven stochastic energy sharing optimization and implementation for community energy storage and pv prosumers," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 34, p. 101051, 2023.

[80] A.-H. Mohsenian-Rad, V. W. Wong, J. Jatskevich, R. Schober, and A. Leon-Garcia, "Autonomous demand-side management based on game-theoretic energy consumption scheduling for the future smart grid," *IEEE transactions on Smart Grid*, vol. 1, no. 3, pp. 320–331, 2010.

[81] M. Grzanić, J. M. Morales, S. Pineda, and T. Capuder, "Electricity cost-sharing in energy communities under dynamic pricing and uncertainty," *IEEE access*, vol. 9, pp. 30 225–30 241, 2021.

[82] Y. Chen, C. Zhao, S. H. Low, and A. Wierman, "An energy sharing mechanism considering network constraints and market power limitation," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 14, no. 2, pp. 1027–1041, 2022.

[83] J. Zupančič and M. Gams, "Dynamic protocol for the demand management of heterogeneous resources with convex cost functions," *Informatica*, vol. 41, no. 1, 2017.

[84] Y. Yang, G. Hu, and C. J. Spanos, "Optimal sharing and fair cost allocation of community energy storage," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 12, no. 5, pp. 4185–4194, 2021.

[85] T. Adefarati and R. Bansal, "Reliability assessment of distribution system with the integration of renewable distributed generation," *Applied energy*, vol. 185, pp. 158–171, 2017.

[86] X. Wang, F. Li, L. Bai, and X. Fang, "Dlmp of competitive markets in active distribution networks: Models, solutions, applications, and visions," *Proceedings of the IEEE*, vol. 111, no. 7, pp. 725–743, 2023.

[87] F. Li and R. Bo, "Dcopf-based lmp simulation: Algorithm, comparison with acopf, and sensitivity," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 4, pp. 1475–1485, 2007.

[88] P. Sotkiewicz and J. Vignolo, "Nodal pricing for distribution networks: efficient pricing for efficiency enhancing dg," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 1013–1014, 2006.

[89] C. B. Domenech, J. Naughton, S. Riaz, and P. Mancarella, "Towards distributed energy markets: Accurate and intuitive dlmp decomposition," *IEEE Transactions on Energy Markets, Policy and Regulation*, pp. 1–13, 2024.

[90] H. Wang, C. E. Murillo-Sanchez, R. D. Zimmerman, and R. J. Thomas, "On computational issues of market-based optimal power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 3, pp. 1185–1193, 2007.

[91] L. Halilbašić, P. Pinson, and S. Chatzivasileiadis, "Convex relaxations and approximations of chance-constrained ac-opf problems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 2, pp. 1459–1470, 2019.

[92] L. Bobo, A. Venzke, and S. Chatzivasileiadis, "Second-order cone relaxations of the optimal power flow for active distribution grids: Comparison of methods," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 127, p. 106625, 2021. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061520341703

[93] X. Bai, H. Wei, K. Fujisawa, and Y. Wang, "Semidefinite programming for optimal power flow problems," *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, vol. 30, no. 6, pp. 383–392, 2008. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061507001378

[94] R. Li, Q. Wu, and S. S. Oren, "Distribution locational marginal pricing for optimal electric vehicle charging management," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 1, pp. 203–211, 2014.

[95] T. Yang, Y. Guo, L. Deng, H. Sun, and W. Wu, "A linear branch flow model for radial distribution networks and its application to reactive power optimization and network reconfiguration," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 12, no. 3, pp. 2027–2036, 2021.

[96] S. Huang, Q. Wu, S. S. Oren, R. Li, and Z. Liu, "Distribution locational marginal pricing through quadratic programming for congestion management in distribution networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 4, pp. 2170–2178, 2015.

[97] Z. Liu, Q. Wu, S. S. Oren, S. Huang, R. Li, and L. Cheng, "Distribution locational marginal pricing for optimal electric vehicle charging through chance constrained mixed-integer programming," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 2, pp. 644–654, 2018.

[98] S. Hanif, T. Massier, H. B. Gooi, T. Hamacher, and T. Reindl, "Cost optimal integration of flexible buildings in congested distribution grids," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 3, pp. 2254–2266, 2017.

[99] J. Jian, P. Li, H. Ji, L. Bai, H. Yu, W. Xi, J. Wu, and C. Wang, "Dlmp-based quantification and analysis method of operational flexibility in flexible distribution networks," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 13, no. 4, pp. 2353–2369, 2022.

[100] I. Alsaleh and L. Fan, "Distribution locational marginal pricing (dlmp) for multiphase systems," in *2018 North American Power Symposium (NAPS)*, 2018, pp. 1–6.

[101] H. Yuan, F. Li, Y. Wei, and J. Zhu, "Novel linearized power flow and linearized opf models for active distribution networks with application in distribution lmp," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 1, pp. 438–448, 2018.

[102] P. Pediaditis, C. Ziras, J. Hu, S. You, and N. Hatziargyriou, "Decentralized dlmps with synergetic resource optimization and convergence acceleration," *Electric Power Systems Research*, vol. 187, p. 106467, 2020. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779620302716

[103] Hydro-Québec, "Caractéristiques de la tension fournie par les réseaux moyenne et basse tension d'hydro-québec," Hydro-Québec, Montréal, Québec, Canada, Technical Report, Jul. 2016. [Online]. Available: https://www.hydroquebec.com/data/documents-donnees/pdf/caracteristiques-tension-mt-bt.pdf

[104] S. H. Dolatabadi, M. Ghorbanian, P. Siano, and N. D. Hatziargyriou, "An enhanced ieee 33 bus benchmark test system for distribution system studies," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 3, pp. 2565–2572, 2020.

[105] J. C. Oviedo-Cepeda, L. Rueda, F. Amara, and J.-F. Alix, "Etsim: A simulation environment for evaluating the impacts of autonomous devices participating in local markets and dynamic tariffs," in *2023 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT EUROPE)*, 2023, pp. 1–6.

Annexe A - Modèles de charges et données de simulation

La participation des utilisateurs résidentiels aux marchés d'ET requiert l'intégration de charges flexibles, capables de moduler en temps réel leur profil de consommation en réponse aux signaux tarifaires définis par le GRD. Cette étude équipe les utilisateurs résidentiels de systèmes de chauffage électriques intelligents, qui constituent la principale source de flexibilité. Ce choix s'explique par le fait qu'il s'agit d'un cas typique de charge dans la province de Québec, au Canada, où l'étude est menée. L'étude utilise le modèle de chauffage ainsi que les données de simulation proposées par la plateforme de simulation des systèmes d'énergie transactionnelle ETsim, créée par Hydro-Québec [105]. Le modèle d'optimisation retenu pour les utilisateurs résidentiels est le suivant :

$$\max_{u_{i,1},\ldots,u_{i,T}} \sum_{t=1}^{T} U_{i,t} - \pi_{k,t}(u_{i,t} + v_{i,t}) - \frac{\tau_i}{2}\|u_{i,t} - u_{i,t-1}\|_2^2 \tag{A.1}$$

s.t.:

$$U_{i,t} = -\delta_i(x_{ref,i,t} - x_{i,t})^2, \tag{A.2}$$

$$x_{i,t} = \alpha_{i,1}x_{ext,t} + \alpha_{i,2}x_{i,t-1} + \alpha_{i,3}u_{i,t}, \tag{A.3}$$

$$u_{i,t} \leq u_{i,max}, \forall t \tag{A.4}$$

$$x_{i,0} = x_{i,T} \tag{A.5}$$

L'équation A.2 présente la fonction d'utilité des clients ($U_{i,t}$), définie en fonction de la température intérieure ($x_{i,t}$) et d'une consigne de référence ($x_{i,ref,t}$). La variable $u_{i,t}$ représente la consommation de chauffage, tandis que $v_{i,t}$ correspond à la consommation non contrôlable du client i à l'instant t. La fonction objectif résultante est concave, car

les préférences en matière de confort thermique ne sont pas monotones. Le paramètre (δ_i) dépend de l'élasticité-prix du client: un client attaché à son confort présentera une valeur de δ_i plus élevée qu'un client ayant une faible propension à payer. Le coût de l'électricité est le produit de la consommation et du prix ($\pi_{k,t}$). Enfin, τ_i est défini indépendamment par chaque client, puisqu'il influe sur la vitesse de convergence mais pas sur l'optimalité. La contrainte de l'Éq. A.3 modélise la dynamique thermique de la résidence à partir d'un circuit thermique RC, qui relie la température extérieure ($x_{ext,t}$) à la consommation de chauffage ($u_{i,t}$). Il est à noter que la consommation de chauffage ne peut pas dépasser la limite technique du système ($u_{i,max}$). De plus, la température finale doit être égale à la température initiale afin de garantir, à long terme, la structure optimale du problème. Les données avec lesquelles les modèles d'ETsim ont été formulés correspondent à des mesures réelles de consommation pendant l'hiver 2018 dans des maisons à Trois-Rivières, Québec. De plus, les données relatives aux conditions climatiques (température extérieure, irradiation et vents) pour les jours considérés ont été obtenues sur la plateforme.

Par ailleurs, la plateforme ETSim intègre plusieurs outils de simulation permettant de résoudre les flux de puissance et de déterminer l'état du réseau de distribution. Elle est notamment compatible avec le logiciel OpenDSS, la bibliothèque Pandapower ainsi qu'une classe Python développée dans le cadre de cette thèse. OpenDSS est particulièrement adapté lorsque la simulation requiert une modélisation détaillée des composants du réseau, tels que les lignes, les transformateurs et les générateurs. Il constitue également une solution privilégiée lorsque le temps de calcul est un critère important. À l'inverse, Pandapower est recommandé lorsque la résolution d'un problème de FPO est requise, car cette fonctionnalité n'est pas directement prise en charge par OpenDSS. Cette bibliothèque facilite également les analyses économiques, notamment celles portant sur les coûts d'exploitation. Cependant, les modèles du réseau de distribution sont simplifiés et l'ajout de nouvelles fonctions

objectif est limité. Enfin, une classe Python développée au cours de cette thèse a été intégrée à ETSim afin de résoudre le problème de FPO à l'aide d'une formulation de programmation conique du second ordre (SOCP) implémentée avec la bibliothèque CVXPY. Cette approche offre de la flexibilité pour intégrer de nouveaux objectifs d'optimisation, notamment l'ajout d'une fonction de régularisation visant à améliorer l'équité du mécanisme de fixation des prix.