UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

ESSAI PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉDUCATION

PAR
MARILYN DÉSY

DIFFICULTÉS CONCEPTUELLES RENCONTRÉES PAR DES ÉLÈVES DU PREMIER CYCLE DU SECONDAIRE LORS DE LA RÉSOLUTION DE TÂCHES ALGÉBRIQUES : PISTES D'INTERVENTIONS ORTHOPÉDAGOGIQUES

AVRIL 2023

REMERCIEMENTS

Ce projet de recherche marque l'aboutissement de trois années à la maitrise en orthopédagogie. Cet essai m'a permis de m'épanouir sur le plan professionnel en explorant un domaine qui me tient à cœur, soit l'apprentissage des mathématiques au secondaire.

Pour mener à terme cette étude, j'ai obtenu du soutien de personnes d'exception. Tout d'abord, je tiens à remercier chaleureusement ma directrice de recherche Pascale Blouin. Son soutien et ses précieux conseils m'ont permis de réaliser ce projet. Merci pour vos commentaires constructifs et pour votre expertise dans le domaine.

Ensuite, je souhaite exprimer ma reconnaissance auprès des deux élèves de première secondaire pour leur temps et leur contribution à cette recherche. Merci aux membres du personnel de l'école secondaire du Rocher pour leur soutien et leur collaboration de près ou de loin à l'accomplissement de cette étude.

Finalement, sur une note un peu plus personnelle, je remercie ma famille, mon conjoint et mes amis de m'avoir épaulée durant mon parcours universitaire. Vous m'avez encouragée et soutenue à persévérer tout au long de cette aventure.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS 2
LISTE DES FIGURES 7
LISTE DES TABLEAUX 8
LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES 9
RÉSUMÉ 10
INTRODUCTION 11
CHAPITRE I 13
Problématique 13
1.1 Le rôle de l'orthopédagogue dans le soutien aux élèves en difficulté ou à risque 14
1.2 La transition primaire-secondaire de manière générale et spécifique à l'apprentissage des mathématiques 17
1.3 Les difficultés reliées au passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique19
1.3.1 Interférence entre deux modes de pensée 20
1.3.2 Connaissances antérieures préalables à l'introduction de l'algèbre 22
1.3.3 Le signe d'égalité 22
1.3.4 L'utilisation des lettres 24
1.3.5 Les conventions d'écriture et les conceptions sous-jacentes de l'opération 26
1.3.6 La mise en relation des données dans un problème 26
1.4 Les questions de recherche 29
CHAPITRE II 31
Cadre conceptuel 31
2.1 Le modèle de réponse à l'intervention (RAI) 32
2.2 Les repères d'interventions en mathématiques 35
2.3 La pensée algébrique 36

2.3.1 Les habiletés contribuant à développer la pensée algébrique 36

2.3.2 Les processus fondamentaux en algèbre 38

2.3.3 Les composantes de l'apprentissage de l'algèbre 40

2.3.4 Les problèmes algébriques 42

2.3.5 Les raisonnement et les stratégies pour résoudre des problèmes algébriques ... 46

2.3.6 Synthèse des difficultés conceptuelles potentielles rencontrées par des élèves lors de la résolution de problèmes algébriques 48

2.4 Les objectifs de recherche 50

CHAPITRE III 51

Méthodologie 51

3.1 Le choix du devis de recherche 52

3.2 Le choix des élèves participants : critères et caractéristiques 53

3.3 Les méthodes de collecte de données 54

3.3.1 Analyse a priori des tâches proposées à l'écrit 55

3.3.2 Description des entretiens orthopédagogiques 64

3.4 L'analyse de protocole 65

CHAPITRE IV 68

Résultats et analyse 68

4.1 Codage des conduites à l'écrit et à l'oral 69

4.2 Les conduites des élèves : connaissances, stratégies et difficultés 73

4.2.1 Portrait de l'élève 1 73

4.2.2 Portrait de l'élève 2 77

4.2.3 Difficultés prises en compte en contexte orthopédagogique chez E1 et E2 80

4.2.3.1 Analyse des difficultés conceptuelles identifiées chez E1 80
4.2.3.2 Analyse des difficultés conceptuelles identifiées chez E2 84

4.3 Nature algébrique des difficultés rencontrées par les élèves E1 et E2 87
CHAPITRE V 91
Discussion et conclusion 91
5.1 Interprétation des difficultés conceptuelles rencontrées; interventions orthopédagogiques 92
5.2 Interventions orthopédagogiques pertinentes pour l'apprentissage initial de l'algèbre ………………………………………………………………………94
5.2.1 Interprétation relationnelle du signe d'égalité 94
5.2.2 Interprétation des relations; sens des opérations 96
5.2.3 Activité d'intégration; de l'arithmétique à l'algèbre 97
5.3 Retombées et recommandations 98
5.4 Limites de la recherche 99
5.5 Pistes de réflexion 100
RÉFÉRENCES 102
APPENDICE A 108
FORMULAIRE D'INFORMATION 108
APPENDICE B 112
FORMULAIRE DE CONSENTEMENT 112
APPENDICE C 113
CERTIFICAT D'ÉTHIQUE DE LA RECHERCHE 113
APPENDICE D 114
TÂCHES MATHÉMATIQUES 114
APPENDICE E 118
TÂCHES MATHÉMATIQUES : conduite à l'écrit de l'élève 1 118
APPENDICE F 122
Verbatim de l'entretien orthopédagogique : conduites à l'oral de l'élève 1 122

APPENDICE G 128
TÂCHES MATHÉMATIQUES : conduites à l'écrit de l'élève 2 128
APPENDICE H 132
Verbatim de l'entretien orthopédagogique : conduites à l'oral de l'élève 2 132

LISTE DES FIGURES

Figure

1. Modèle RAI à trois paliers d'intervention …………………………………….. 33

LISTE DES TABLEAUX

Tableaux

1. Usages du symbole « = » (Biron et Côté, 2012) ……………………………….… 23
2. Sens de la lettre selon les tâches demandées (Croteau, 2019) ………………… 24
3. Exemples de problème de type source, composition et puits (Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017, p. 163) …………………………………………………...… 44
4. Stratégies de résolution de problèmes algébriques ……………………………. 47
5. Difficultés conceptuelles lors de la résolution de problèmes algébriques …….. 49
6. Légende des codes utilisés pour l'analyse des données ……………………..… 72
7. Connaissances et stratégies déployées par l'élève 1 lors de la résolution des tâches mathématiques ainsi que les difficultés rencontrées …………………... 76
8. Connaissances et stratégies déployées par l'élève 2 lors de la résolution des tâches mathématiques ainsi que les difficultés rencontrées …………………... 79
9. Difficultés de E1 pour l'ensemble des tâches proposées qui seront considérées pour dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques …..……………... 83
10. Difficultés de E2 pour l'ensemble des tâches proposées qui seront considérées pour dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques ………………….. 86
11. Activité d'intégration; faits mathématiques et relations entre les données …… 98

LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

ADOQ	Association des Orthopédagogues du Québec
CSBE	Commission scolaire de la Beauce-Etchemin
CTREQ	Centre de transfert pour la réussite éducative du Québec
EHDAA	Élève handicapé ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage
FSE	Fédération des syndicats de l'enseignement
MEES	Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur
MELS	Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport
PDA	Progression des apprentissages
PFEQ	Programme de formation de l'école québécoise
RAI	Réponse à l'intervention
TDAH	Trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité

RÉSUMÉ

L'orthopédagogue joue un rôle important dans le soutien aux élèves en difficulté d'apprentissage. L'orthopédagogue évalue et intervient auprès de l'élève afin de le faire progresser en trouvant des stratégies pour surmonter les difficultés qu'il rencontre. Le passage du primaire au secondaire se jumèle à une transition d'ordre conceptuel propre aux mathématiques, soit le passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. Cette transition soulève des difficultés propres à l'apprentissage de l'algèbre au premier cycle du secondaire.

Dans le cadre de cette étude, nous ciblons la résolution de tâches algébriques au premier cycle du secondaire comme objet de recherche. Une analyse a priori des tâches mathématiques proposés à l'écrit permet d'identifier des difficultés potentielles que pourrait rencontrer un élève du premier cycle du secondaire lors de la réalisation des tâches proposées. Nous nous intéressons aux difficultés particulières rencontrées par deux élèves de première secondaire volontaires à réaliser les tâches mathématiques et à participer à un entretien orthopédagogique. Les difficultés identifiées sont analysées afin de donner quelques indices à propos des difficultés prises en compte en contexte orthopédagogique.

Nos résultats dévoilent des nœuds d'apprentissage vers l'algèbre impliquant des notions arithmétiques tels que le sens des opérations. À partir de nos résultats, nous proposons des tâches visant à réorganiser les connaissances du primaire pour préparer plus efficacement les élèves à l'algèbre. Ces tâches ciblent principalement l'interprétation du signe d'égalité et le sens des opérations. L'intention des tâches proposées demeure la quête du sens à travers les différents contextes, soit arithmétique et algébrique.

INTRODUCTION

L'intérêt pour ce projet de recherche découle d'observations en tant qu'enseignante de mathématiques au secondaire. En effet, certains élèves manifestent des difficultés lors de l'introduction de l'algèbre au premier cycle du secondaire qui, malgré des interventions universelles, persistent. Trop souvent, nous constatons que certains élèves réussissent les problèmes d'algèbre par tâtonnement, sans pour autant comprendre les principes algébriques sous-jacents. Au contraire, d'autres gardent espoir de réussir leur année scolaire en se basant sur les résultats qu'ils auront obtenus dans les autres chapitres en mathématiques. Le symbole d'égalité, l'utilisation des lettres et des variables, la mise en relation des données de même que les règles et les conventions d'écriture demeurent des obstacles considérables pour certains élèves. Ce défi que représente l'algèbre peut avoir des répercussions notamment chez les élèves en difficulté d'apprentissage ou à risque.

L'introduction à l'algèbre survient au même moment que la transition primaire-secondaire. Les élèves en difficulté ou à risque demeurent plus sensibles à cette transition, ce qui a des répercussions sur leurs résultats académiques, l'estime de soi, le stress et la motivation (Larose, Bédard, Couturier, Dezutter, Hasni, Lebrun, Lenoir et Morin, 2007). Ces constats révèlent toute l'importance de ce projet de recherche pour identifier des difficultés conceptuelles lors de l'introduction de l'algèbre afin de dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques en mathématiques.

Cet essai comprend cinq chapitres. Le premier chapitre présente la problématique de cette recherche nous permettant de dresser un portrait global de la situation. Nous décrivons le rôle de l'orthopédagogue dans le soutien aux élèves, nous expliquons les répercussions de la transition primaire-secondaire sur l'apprentissage des élèves et nous ciblons les difficultés reliées au passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique.

Le deuxième chapitre expose le cadre conceptuel dans lequel nous présentons les concepts clés de cette recherche dont le modèle de réponse à l'intervention (RAI) ainsi que les fondements de la pensée algébrique. Le troisième chapitre se rattache au cadre méthodologique dans lequel nous présentons le devis de cette recherche qualitative de nature descriptive et exploratoire, les modalités de recrutement des élèves participants ainsi que les méthodes de collecte et d'analyse des données. Le quatrième chapitre présente les résultats et leur analyse. Nous établissons le portrait de deux élèves de première secondaire en identifiant notamment les difficultés conceptuelles rencontrées lors de l'analyse des conduites à l'écrit (tâches mathématiques) et lors de l'analyse des conduites à l'oral (entretiens orthopédagogiques). Ces difficultés sont analysées afin de donner quelques indices à propos des difficultés prises en compte en contexte orthopédagogique. Le cinquième chapitre comprend la discussion et la conclusion. Nous dégageons des pistes d'interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier aux difficultés identifiées dans le chapitre précédent. Les résultats provenant de l'analyse nous permettent de répondre à nos objectifs en établissant des liens avec d'autres recherches. Nous expliquons les retombées de cette étude, nous formulons des recommandations en plus d'identifier quelques limites et pistes de réflexion.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Dans ce chapitre de la problématique, nous commençons par présenter le rôle de l'orthopédagogue dans le soutien aux élèves en difficulté dans leur apprentissage. À travers un processus d'évaluation et d'intervention, l'orthopédagogue met en place des conditions propices à l'apprentissage afin de soutenir les élèves présentant des difficultés. Par ailleurs, notre problématique s'oriente autour de la transition primaire-secondaire qui, pour certains élèves, a un effet sur leur réussite éducative (Fédération des syndicats de l'enseignement [FSE], 2018) notamment en mathématiques. La transition s'avère ardue pour plusieurs élèves puisqu'elle envisage un changement de mode de pensée, passant de l'arithmétique à l'algèbre. Ce chapitre fait l'état des connaissances concernant les interférences entre ces modes de pensées et les difficultés reliées à l'apprentissage de l'algèbre. Les questions de recherche mettent fin à ce chapitre de la problématique.

1.1 Le rôle de l'orthopédagogue dans le soutien aux élèves en difficulté ou à risque

Afin de favoriser la réussite pour tous, le ministère de l'Éducation préconise l'approche individualisée pour répondre aux besoins et aux capacités de chaque élève (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport [MELS], 2007). Cette approche, mise en œuvre pour l'ensemble des élèves, emploie des pratiques pédagogiques telles que la différenciation, l'accompagnement, la régulation et la collégialité (MELS, 2007). À ce stade, l'orthopédagogue accompagne le personnel enseignant en lui proposant des outils et en suggérant des mesures à mettre en place pour favoriser la réussite des élèves (Cabot-Thibault et Patton, 2018; Commission scolaire de la Beauce-Etchemin [CSBE], 2013). Néanmoins, ces pratiques s'avèrent parfois insuffisantes pour certains élèves. Ces derniers nécessitent des services éducatifs complémentaires pour pallier les difficultés qu'ils rencontrent.

De manière générale, dans le milieu scolaire, dans une perspective de dépistage d'éventuelles difficultés, l'équipe multidisciplinaire se consulte afin d'échanger sur des éléments observables portant sur les réussites et les difficultés de chaque élève. À partir de cette consultation, des mesures préventives sont mises en place par le personnel scolaire. Ces mesures suffisent parfois à faire progresser les élèves en difficulté ou à risque dans leurs apprentissages. Si ces interventions demeurent insuffisantes et que les difficultés persistent malgré les mesures instaurées, l'équipe-école élabore un plan d'intervention conçu pour répondre à un besoin spécifique (MELS, 2007).

Parmi les élèves bénéficiant d'une approche individualisée, il y a les élèves à risque et les élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA). Selon le MELS (2007), les élèves à risque « présentent des facteurs de vulnérabilité susceptibles d'influer sur leur apprentissage ou leur comportement et peuvent ainsi être à risque, notamment au regard de l'échec scolaire ou de leur socialisation, si une intervention rapide n'est pas effectuée » (p. 24). Plus précisément, au niveau des apprentissages, les élèves à risque rencontrent des difficultés en lecture, en écriture ou en mathématiques malgré le soutien de l'enseignant.e (FSE, 2018). Ces derniers bénéficient d'interventions pour remédier à certaines difficultés qui se manifestent lorsqu'ils ont des difficultés à progresser dans leurs apprentissages conformément aux attentes du Programme de formation de l'école québécoise [PFEQ] (MELS, 2007). Il est donc important de mettre en place des mesures préventives et correctives pour ceux-ci (MELS, 2007). Les élèves à risque ne sont pas inclus dans l'appellation EHDAA (FSE, 2018).

Les élèves HDAA se divisent en deux catégories, soit les élèves en difficulté de comportement (trouble déficitaire de l'attention avec ou sans hyperactivité [TDAH], troubles du comportement et troubles graves du comportement) ainsi que les élèves en difficulté d'apprentissage. Cette dernière catégorie regroupe les élèves en difficulté d'apprentissage, les troubles d'apprentissage non spécifique et spécifique, la déficience intellectuelle légère ainsi que la dysphasie légère à moyenne (FSE, 2018). Ce qui distingue cette catégorie d'élèves est les mesures de remédiation mises en place qui ne permettent pas à l'élève de progresser suffisamment dans ses apprentissages pour atteindre les exigences de réussite de son cycle en français ou en mathématiques. Pour ce faire, des interventions ciblées et supplémentaires s'avèrent nécessaires à son cheminement.

L'orthopédagogue joue un rôle important notamment dans l'évaluation et l'intervention auprès d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage telles que les élèves à risque. Son rôle demeure de mettre en place des conditions propices à l'apprentissage. L'évaluation orthopédagogique permet au professionnel d'établir un portrait global de l'élève afin d'entreprendre, s'il y a lieu, des évaluations plus spécifiques à ses besoins (Brodeur, Poirier, Laplante, Boudreau, Makdissi, Blouin, Boutin, Côté, Doucet, Legault et Moreau, 2015). Ainsi, son rôle vise le dépistage et l'identification des difficultés persistantes d'un élève face à un objet d'apprentissage en tenant compte de la progression attendue dans le PFEQ (Brodeur et *al.,* 2015; CSBE, 2013). L'évaluation est un processus dynamique et continu qui s'intéresse aux connaissances, aux stratégies ainsi qu'aux processus cognitifs et métacognitifs sollicités par l'élève (Association des Orthopédagogues du Québec [ADOQ], 2018). Par exemple, l'entretien d'explicitation permet de dresser le portrait d'un élève sur des concepts notamment en mathématiques (Cabot-Thibault et Patton, 2018). L'objectif demeure de cibler les difficultés spécifiques de l'élève afin d'intervenir plus efficacement (Cabot-Thibault et Patton, 2018).

L'intervention orthopédagogique vise à prévenir les difficultés, consolider les apprentissages ou rééduquer (ADOQ, 2018; CSBE, 2013). Intensive ou ponctuelle, en individuel ou en sous-groupe, l'intervention a pour objectif de faire progresser l'élève de manière optimale afin de surmonter ses difficultés (CSBE, 2013). Pour ce faire, l'orthopédagogue consigne les progrès de l'élève et réajuste les interventions au besoin (Brodeur et *al.,* 2015). L'orthopédagogue accompagne et soutient l'élève dans sa responsabilisation et dans son utilisation des modalités d'aide. L'objectif demeure de le rendre autonome en s'assurant que les apprentissages réalisés en contexte orthopédagogique soient transférés dans les autres contextes (Brodeur et *al.,* 2015).

La collaboration entre l'orthopédagogue et le personnel scolaire permet d'élaborer un plan d'intervention ou un plan d'action orthopédagogique, s'il y a lieu, et d'identifier les interventions qui répondent aux besoins de l'élève (Brodeur et *al.,* 2015). L'orthopédagogue propose des outils, des mesures adaptatives ou des mesures de modifications pour pallier les difficultés (CSBE, 2013). L'orthopédagogue met à profit son expertise professionnelle afin de sensibiliser le personnel enseignant aux caractéristiques et besoins spécifiques de l'élève en difficulté (Brodeur et *al.,* 2015; CSBE, 2013). L'orthopédagogue outille ou informe les parents des moyens mis en place pour soutenir l'élève (CSBE, 2013).

La réalité, c'est qu'on ne réussit pas toujours à dépister les difficultés des élèves, car ces dernières peuvent émerger tout au long de leur parcours scolaire. L'important demeure d'intervenir au moment opportun dans leur cheminement scolaire. Certains moments pivots sont critiques notamment pour les élèves en difficulté ou à risque tels que la transition primaire-secondaire.

1.2 La transition primaire-secondaire de manière générale et spécifique à l'apprentissage des mathématiques

Le Centre du transfert pour la réussite éducative du Québec [CTREQ] (2018) a publié un *Dossier savoir* portant sur la transition scolaire. En ce qui concerne le passage du primaire au secondaire, il s'agit de la transition la plus déterminante au niveau de la persévérance, de la motivation, de l'engagement et du rendement scolaire (CTREQ, 2018). Au cours de cette période, les élèves vivent des changements sur le plan physique, psychologique, social et environnemental (Larose, Bédard, Couturier, Dezutter, Hasni, Lebrun, Lenoir et Morin, 2007). Le passage du primaire au secondaire révèle parfois des difficultés antérieures ou latentes. Les multiples changements associés à cette transition ont un impact sur la réussite éducative de certains élèves (FSE, 2018).

L'article de Larose et ses collaborateurs (2007) porte sur les difficultés rencontrées lors de la transition primaire-secondaire et sur les stratégies favorisant la réussite et la persévérance scolaire. Les facteurs de risque associés aux difficultés scolaires portent sur le développement des élèves et de leur adaptation à l'environnement familial, social et scolaire, d'une part, et à leurs caractéristiques individuelles, d'autre part.

Néanmoins, ce qui nous intéresse dans le cadre de cette étude demeure la transition d'ordre conceptuel, c'est-à-dire au niveau du curriculum scolaire. Pour plusieurs élèves, la transition du primaire au secondaire s'avère difficile. En effet, la mise en œuvre du curriculum au primaire et au secondaire diffère ce qui mène à des incohérences, une discontinuité et un cloisonnement des objets d'apprentissage, et ce, malgré le fait que plusieurs savoirs essentiels soient communs au troisième cycle du primaire et au premier cycle du secondaire (Bednarz, Lafontaine, Auclair, Morelli et Leroux, 2009; Larose et *al.*, 2007). Les enseignant.e.s du primaire et les enseignant.e.s du secondaire se côtoient rarement ce qui explique pourquoi chacun ne connait pas les attentes, les contenus disciplinaires, les méthodes d'enseignement et les manières de fonctionner des autres enseignant.e.s (Berdnarz *et al.*, 2009).

Cette transition d'ordre conceptuel affecte également la nature des savoirs. En effet, au primaire, l'enseignement des mathématiques prend appui sur le concret (MELS, 2006a). Or, au secondaire, certains concepts mathématiques ne sont pas accessibles de manière tangible et perceptible. Ces concepts mathématiques du secondaire sont relativement abstraits et se construisent par l'action de l'esprit et de la pensée (Labelle, 2008). Labelle (2008) souligne que le langage algébrique est un assemblage de symboles relativement abstrait et difficile pour plusieurs élèves.

> Le raisonnement algébrique établit un lien entre l'apprentissage et l'enseignement de l'arithmétique au niveau élémentaire et ceux des fonctions et du calcul au niveau secondaire. Il établit une base pour le développement d'une compréhension mathématique abstraite (Ministère de l'Ontario, 2013, p. 2).

La transition primaire-secondaire se jumelle à une transition d'ordre conceptuel propre aux mathématiques, soit le passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. La section suivante porte sur les difficultés reliées à ce passage entre les deux modes de pensée.

1.3 Les difficultés reliées au passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique

Au primaire, les élèves acquièrent des connaissances et des stratégies fondamentales en arithmétique, en géométrie, en mesure, en probabilités et en statistique. Le développement du sens du nombre et des opérations est au centre de leurs apprentissages. À travers la résolution de problèmes signifiants et concrets, ils emploient des concepts tels que le sens de l'égalité et les conventions d'écriture (Schmidt, 2002). Au fil de leur parcours scolaire au primaire, les élèves s'initient, à leur insu, à l'algèbre (MELS, 2006b). L'algèbre sert à mieux comprendre et à se représenter des situations. La pensée algébrique est la façon dont les élèves utilisent les concepts de l'algèbre (régularités, relations, fonctions, etc.) pour analyser, se représenter et généraliser des modèles en mathématiques (Van de Walle et Lovin, 2008).

> Mentionnons notamment la recherche de termes manquants par l'utilisation des propriétés des opérations et des relations entre elles, l'appropriation du sens des relations d'égalité et d'équivalence, l'utilisation des priorités des opérations et la recherche de régularités dans différents contextes (MELS, 2006b, p. 253).

Il y a différents types d'erreurs, de difficultés, d'embuches facilement identifiables en mathématiques en lien avec le passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. Nous présentons quelques difficultés identifiées dans des recherches.

1.3.1 Interférence entre deux modes de pensée

La transition primaire-secondaire est marquée par le passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique (MELS, 2016; Schmidt, 2002). Cette transition pose de nombreuses difficultés pour certains élèves du secondaire. Selon Vlassis et Demonty (1997) tiré de Bouchard (2016), quelques élèves ne voient pas la continuité entre l'algèbre et l'arithmétique. Pour eux, il s'agit de deux entités distinctes.

> Nos observations auprès des futurs enseignants laissent penser que ce passage à l'algèbre, dans des situations qui motivent son recours, n'est pas aussi immédiat qu'on semble le penser, et qu'inversement le passage de l'algèbre à l'arithmétique ne l'est pas non plus. Cette situation n'est pas sans conséquence pour les interventions qui seront mises en place dans la classe (Schmidt, 2002, p. 14).

Dans sa thèse, Schmidt (2002) explique les résultats de la recherche de Lee et Wheeler (1989) portant sur l'articulation entre l'arithmétique et l'algèbre chez des élèves de 15-16 ans ayant suivi un enseignement de l'algèbre depuis deux ans. Cette recherche démontre que certains élèves ne passent pas à l'algèbre lors de la résolution de problèmes algébriques. Ils se restreignent uniquement à l'utilisation de l'algèbre lorsqu'ils sont confrontés à des problèmes numériques pouvant se résoudre par l'arithmétique. Donc, certains élèves semblent avoir de la difficulté à basculer d'un mode de pensée à l'autre.

Lors de la résolution de problèmes algébriques, certains élèves se montrent rigides à adopter le mode de pensée adéquat. En effet, ils ont acquis une procédure qui est imprégnée en eux (Schmidt, 2002). Il semble donc difficile pour eux de penser autrement.

La recherche d'Oliveira, Rhéaume et Geerts (2017) analyse la production d'élèves de sixième année du primaire à la deuxième année du secondaire au Québec avant et après l'enseignement de l'algèbre. L'objectif de leur recherche est de documenter le taux de réussite, les procédures mobilisées et les difficultés rencontrées par les élèves. Cette recherche démontre également que, pour résoudre un problème, les élèves ont tendance à effectuer des essais numériques. Ainsi, ils privilégient un raisonnement arithmétique qui leur semble plus connu et maitrisé que l'algèbre récemment apprise (Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017). Certains élèves s'appuient sur des procédures arithmétiques et une démarche par tâtonnement pour trouver la solution (Schmidt, 2002). Dans sa thèse, Schmidt (2002) donne l'exemple suivant : *La somme des trois nombres consécutifs est 15. Quels sont ces nombres?* Sans utiliser l'algèbre, les élèves peuvent par une succession d'essais et d'erreurs trouver la solution en se basant sur leurs acquis en arithmétique. Il divise le nombre 15 en 3 et pour trouver trois nombres consécutifs d'additionner 1 à 5 et de soustraire 1 à 5 pour obtenir la réponse, soit les chiffres 4, 5 et 6. Bien que familier, ce raisonnement n'est pas toujours approprié au problème à résoudre.

En somme, certains élèves demeurent rigides que ce soit pour passer de la pensée arithmétique à la pensée algébrique ou inversement. Ils utilisent soit les méthodes récemment acquises en algèbre au détriment des anciennes connaissances en arithmétique ou emploient des méthodes connues et familières en arithmétique plutôt que celles moins maitrisées en algèbre.

1.3.2 Connaissances antérieures préalables à l'introduction de l'algèbre

Certaines difficultés antérieures peuvent émerger de nouveau au moment de résoudre un problème algébrique. Par exemple, certains élèves pourraient facilement trouver la valeur de l'inconnue a dans l'expression suivante : $3a = 12$, mais auraient des difficultés à trouver l'inconnue d'une expression contenant une fraction si cette notion n'est pas complètement maitrisée : $3a = \frac{3}{4}$.

Durant leur parcours scolaire au primaire, les élèves acquièrent des connaissances préalables à l'introduction de l'algèbre au secondaire notamment le sens du nombre, le sens des opérations, la priorité des opérations, le sens de l'égalité et le vocabulaire mathématique (Laflamme, 2009). Dans son article, Laflamme (2009) mentionne que la compréhension d'un problème découle des connaissances déclaratives (définitions et caractéristiques), procédurales (démarches et processus de calcul) et conditionnelles (établir des liens) des élèves pour répondre à la tâche. Des difficultés associées aux connaissances auront des impacts sur la capacité des élèves à résoudre un problème algébrique.

1.3.3 Le signe d'égalité

Le symbole d'égalité peut avoir plusieurs sens. L'article de Biron et Côté (2012), inspiré des travaux de Stella Baruk (1992), identifie quatre grands usages du symbole « = ». Le tableau 1 (page suivante) présente les quatre usages du symbole d'égalité, leur définition, leur signification et des exemples.

Tableau 1

Usages du symbole « = » (Biron et Côté, 2012)

Usage du symbole « = »		Définition	Signification	Exemples
Désignation		Désigne un objet mathématique	Le symbole « = » signifie « est désigné par »	π = 3,14159 … Z = {…, -3, -2, -1, 0, 1, …}
Procédure		Procédure à suivre pour obtenir un résultat	Le symbole « = » signifie « est obtenu par »	A = b x h $c^2 = a^2 + b^2$
Équivalence	Conversion	Établit une relation entre deux objets mathématiques de même valeur	Le symbole « = » signifie « correspond à »	1000m = 1km $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$
	Égalité et identité arithmétique		Le symbole « = » signifie « est égale à »	4 + 3 = 2 + 5 10 = 10
	Mise en équation et en relation		Le symbole « = » signifie « est en relation avec »	y = 8x + 2 3x + 2 = 5x – 10
Obtention d'un résultat		Obtenir un résultat	Le symbole « = » signifie « trouve le résultat »	8 – 4 = ______ 16 + 8 = _____

Au primaire, certains élèves semblent avoir des difficultés quant à l'interprétation du signe d'égalité comme étant l'expression d'une relation (Sousa, 2009). Pour eux, il s'agit d'un symbole opérationnel (Sousa, 2009). D'ailleurs, en arithmétique, le signe d'égalité est souvent perçu par certains élèves comme étant une opération pour obtenir un résultat (Croteau, 2019; Schmidt, 2002). Généralement, l'opération est représentée à gauche de l'égalité et la réponse s'inscrit à droite du symbole. Cette conception de l'égalité se transpose en algèbre ce qui explique certaines difficultés conceptuelles chez des élèves (Croteau, 2019; Labelle, 2008). Pour une équation de type (x – 3) (x + 2) = 2 (x – 4), l'élève doit maitriser le sens de l'égalité en comprenant que l'équation illustre une équivalence entre les deux expressions. Par ailleurs, l'égalité n'est vraie que dans certaines conditions. Dans l'exemple précédent, l'inconnue est un élément des nombres réels. Comme le souligne Schmidt (2002), il s'agit d'une égalité conditionnelle.

1.3.4 L'utilisation des lettres

L'introduction des lettres rend le passage de l'arithmétique à l'algèbre difficile (Schmidt, 2002). Selon Labelle (2008), en arithmétique les lettres ont un rôle accessoire tandis qu'en algèbre le sens des lettres diffère selon la tâche ce qui rend le passage d'un mode de pensée à l'autre ardu. Le tableau 2 provient de *l'acte de colloque de l'Institut des troubles d'apprentissage* de Croteau (2019). Il identifie le rôle de la lettre selon les tâches demandées.

Tableau 2

Sens de la lettre selon les tâches demandées (Croteau, 2019)

Sens de la lettre	Usages ou tâches demandées	Exemples
Étiquette	Utiliser la lettre comme abréviation	p = périmètre
Inconnue	Résolution d'équation	$2x + 5 = 27$ Trouve la valeur de x qui fait que l'égalité est vraie.
Nombre généralisé	Généraliser pour trouver une formule	$2n + 2$ = nb de personnes n = nb de tables
Variable	Étudier la covariation entre les grandeurs	Que se passe-t-il avec l'aire si on change la valeur du rayon? ($A = \pi r^2$)
Nombre arbitraire	Reconnaitre des expressions équivalentes. Manipulation symbolique (réduire, factoriser)	$2(x + 3) = 2x + 6$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Selon Kieran (1991), la première manière d'employer les lettres consiste en « l'usage des lettres pour représenter un domaine des valeurs comme dans les expressions d'une solution générale » (p. 25). Cette façon d'entrevoir l'algèbre est la plus négligée dans l'enseignement des prérequis à l'algèbre ce qui peut mener à des difficultés et des erreurs (Kieran, 1991). Par exemple, certains élèves croient que les lettres servent à représenter des objets plutôt que des valeurs numériques. Voici un premier exemple qui illustre cette difficulté : « Je vais au magasin et j'achète le même nombre de livres que de disques. Les livres coûtent 2 dollars chacun et les disques coûtent 6 dollars chacun. Je dépense 40 dollars en tout » (Schmidt, 2002, p. 27). Certains élèves pourraient écrire l'équation suivante pour résoudre le problème : $2L + 6D = 40$ où « L » représente la quantité de livres et « D » la quantité de disques. Cet exemple démontre que ces élèves associent une lettre (variable) à un mot de la situation problème. Voici un second exemple qui illustre cette difficulté : « Chacun sait qu'il y a 100 centimètres dans 1 mètre. Si on emploie « c » pour centimètre et « m » pour mètre, laquelle des deux équations suivantes exprime cette relation : $100c = m$ ou $c = 100m$? » (Van de Walle et Lovin, 2008, p. 297). En substituant les valeurs, il est possible de constater que la deuxième équation est la bonne. Malgré cela, bon nombre d'élèves choisiront la première équation. Dans le langage oral, nous disons souvent « c » pour cm. Pourtant, « c » désigne le nombre de centimètres. Il s'agit d'une erreur où certains élèves utilisent la variable comme symbole littéral ou objet pour représenter la situation (Van de Walle et Lovin, 2008).

La deuxième manière d'employer les lettres, selon Kieran (1991), consiste à « l'usage des lettres comme inconnues dans une équation à résoudre » (p. 25). Lors de l'enseignement de l'algèbre, la variable « x » renvoie parfois à un nombre inconnu spécifique. Prenons l'exemple de $8 + x = 15$. Dans ce cas, « x » renvoie à une valeur précise (Schmidt, 2002). « Pour les élèves, il paraît insensé d'effectuer des opérations sur des lettres qui sont censées représenter des nombres, mais dont les valeurs numériques demeurent inconnues » (Labelle, 2008, p. 13). Afin de donner du sens aux valeurs dans une expression algébrique les élèves peuvent substituer, d'une part, les valeurs possibles pour trouver la solution ou transposer, d'autre part, les nombres en utilisant les opérations inverses selon la procédure qui lui semble la plus accessible (Kieran, 1991).

1.3.5 Les conventions d'écriture et les conceptions sous-jacentes de l'opération

En arithmétique, les symboles des opérations ont souvent une fonction opératoire. Il s'agit de directives à exécuter pour trouver la solution. En algèbre, ces symboles représentent la procédure à exécuter (x + 5) ainsi que le résultat de la procédure (on ajoute 5 éléments à x) (Schmidt, 2002).

Cette convention d'écriture pose problème à certains élèves, car l'opération ne permet pas de trouver la solution. En fait, elle mène parfois à des erreurs de concaténation. Il s'agit d'un regroupement de plusieurs variables comme dans l'exemple de Schmidt (2002) où 3y + 8x + 2y est regroupé pour former 5y8x. En effet, les expressions algébriques doivent respecter plusieurs conventions et règles. Par exemple, $x + x + x + x \neq x^4$, mais x + x + x + x = 4x (Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017). Voici d'autres exemples tirés du livre de Van de Walle et Lovin (2008) qui illustrent des conventions d'écriture qui peuvent être difficiles à saisir par des élèves : a x b = ab, mais 3 x 5 ≠ 35; ab = ba, mais 35 ≠ 53 et 4 + 0,75 = 4,75, mais 2x + y ≠ 2xy.

1.3.6 La mise en relation des données dans un problème

L'article de Laflamme (2009) porte sur les difficultés rencontrées par des élèves lors de la lecture d'une situation-problème en mathématiques. Elle constate que certains élèves ne voient dans les mathématiques qu'une réponse à trouver. La majorité d'entre eux ne font pas preuve de sens critique et ne se posent pas de questions sur la situation-problème.

Comprendre un problème mathématique ne se limite pas seulement au décodage des mots (compréhension textuelle). La compréhension relationnelle des données du problème est un élément important à prendre en considération. Ainsi, pour comprendre, les élèves doivent décoder convenablement le texte, mettre en relation les éléments de la situation avec ses connaissances en plus d'établir des relations entre les données. Cela permet aux élèves de trier les informations (pertinentes ou superflues) et de former une représentation globale du problème.

À cet égard, Laflamme (2009) explique que pour résoudre une situation-problème, les élèves utilisent des stratégies et des procédures permettant l'articulation entre le contenu du problème et ses connaissances antérieures. Les lecteurs efficaces utilisent des stratégies de lecture telles que « prédire les résultats de sa lecture, identifier les mots, repérer les mots clés, observer les préfixes et les suffixes, organiser les idées de la phrase, vérifier les informations ou résoudre une difficulté […] » (p. 51). En fait, que ce soit en mathématiques ou en français, l'élève emploie une démarche et utilise des stratégies similaires. Parmi les stratégies de lecture liées aux mathématiques, il y a l'auto-questionnement. À travers la lecture du problème, l'élève est amené à se poser des questions afin de mieux comprendre le problème et les relations entre les divers éléments. Il se pose des questions telles que « Qu'est-ce que je sais? Qu'est-ce que je veux savoir? Qu'est-ce que j'ai appris? » (Laflamme, 2009, p. 54).

Pourtant, Laflamme (2009) constate que certains élèves sautent directement sur les nombres sans réfléchir, se poser des questions, ni même prendre le temps de lire le problème en entier. Trop souvent, les élèves lisent le problème et disent qu'ils ne comprennent pas sans avoir pris le temps de réfléchir au problème en se questionnant. Ils ne s'attardent qu'aux mots et aux nombres issus du problème. Ainsi, une lacune émerge de la résolution de problèmes en mathématiques, soit l'établissement des relations entre les données par le raisonnement logique et la réflexion.

Les problèmes à résoudre s'avèrent souvent hors contexte, c'est-à-dire qu'ils ne font pas de sens pour les élèves et qu'ils se ne rapprochent pas de leur vécu ce qui rend la tâche d'autant plus ardue. Lorsque les élèves ne connaissent pas immédiatement la réponse, ils ne cherchent pas plus loin et disent qu'ils ne comprennent pas sans même essayer une réponse. Dans ce contexte, il faut s'assurer que les élèves détiennent toutes les connaissances nécessaires à la réalisation de la tâche et que le problème soit surmontable et signifiant sinon, ils peuvent se sentir dépassés, découragés, démotivés. Lors de la mise en relation, « l'élève doit avoir les sens des opérations, une bonne maîtrise des savoirs, une reconnaissance des éléments à mettre en lien, la capacité à raisonner et une attitude de recherche de solutions, non uniquement d'une réponse » (Laflamme, 2009, p. 52).

Dans la *Progression des apprentissages* [PDA], durant tout son parcours au primaire, l'élève développe des stratégies afin de « traduire une situation à l'aide de matériel concret, de schémas ou d'équations » (MELS, 2016, p. 9). Ainsi, il s'initie à l'algèbre et au processus de mise en équation. L'élève est amené à reconnaitre ou à construire des égalités et des équations du primaire jusqu'en deuxième année du secondaire (MELS, 2016). Au deuxième cycle du secondaire, l'élève devra résoudre et représenter une équation ou une inéquation (MELS, 2016). Ainsi, il est possible de constater qu'une lacune quant à la mise en relation des données dans un problème peut survenir au primaire et avoir des répercussions jusqu'à la fin du secondaire c'est pourquoi il importe d'intervenir dès que possible pour soutenir les élèves. Néanmoins, les lacunes reliées à la mise en équation peuvent provenir de concepts sous-jacents à la pensée algébrique.

Le passage de l'arithmétique à l'algèbre demeure difficile pour plusieurs élèves. Ce changement de mode de pensée s'effectue au même moment que la transition du primaire au secondaire ce qui rend d'autant plus ardu l'apprentissage de l'algèbre.

1.4 Les questions de recherche

Ces constats nous amènent à nous questionner sur les besoins présents dans le milieu de l'éducation. Dans le cadre de cette étude, nous ciblons l'apprentissage de l'algèbre au premier cycle du secondaire comme objet de recherche. Il s'agit d'un moment critique au niveau des apprentissages en mathématiques sur le plan conceptuel, soit le passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. Cette étude vise l'identification des difficultés conceptuelles des élèves en plus de dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques à mettre en place pour les soutenir adéquatement dans leur apprentissage. À notre connaissance, il y a peu d'études qui portent sur les difficultés conceptuelles rencontrées par des élèves du secondaire lors de la résolution de problèmes algébriques, d'une part, et qui portent sur des interventions orthopédagogiques en algèbre au secondaire, d'autre part. Grâce à cette étude, nous souhaitons améliorer les connaissances issues du domaine de l'intervention en orthopédagogie notamment en algèbre en plus de documenter un sujet de recherche peu étudié. Nos questions générales de recherche s'énoncent comme suit :

- Quels types de difficultés sont rencontrées par des élèves lors de la résolution de tâches algébriques au premier cycle du secondaire?

- De quelle nature sont les interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier aux difficultés conceptuelles rencontrées chez des élèves dans leur apprentissage de l'algèbre?

Le prochain chapitre expose et définit les principaux concepts de la recherche. Nous expliquerons le modèle de réponse à l'intervention (RAI) ainsi que les fondements de la pensée algébrique. La présentation des objectifs de recherche clôt le chapitre portant sur le cadre conceptuel.

CHAPITRE II

CADRE CONCEPTUEL

Le présent chapitre propose une exploration de différents concepts découlant de la problématique. Tout d'abord, il permet de clarifier le modèle de réponse à l'intervention (RAI). Ensuite, il nous semble opportun d'expliquer les repères servant de fondement à l'élaboration d'interventions en mathématiques. Nous expliquons les éléments sous-jacents à la pensée algébrique. Finalement, nous présentons les objectifs de la recherche formulés à la lumière du cadre conceptuel.

2.1 Le modèle de réponse à l'intervention (RAI)

Comme mentionné dans le chapitre de la problématique, certaines difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire découlent de la rupture entre l'arithmétique et l'algèbre lors de la transition primaire-secondaire. Le modèle de réponse à l'intervention (RAI) est un modèle intéressant pour mettre en place des interventions orthopédagogiques. Ce modèle est représenté par une pyramide à trois niveaux (Figure 1, p. 31) qui décrit les stratégies, les supports et les interventions mis en œuvre pour répondre aux besoins des élèves (CSBE, 2013). Il est axé sur la différenciation pédagogique, la prévention et l'intervention adaptées aux besoins spécifiques de chaque élève (CSBE, 2013). Ce modèle vise une intensification des interventions lorsque les difficultés persistent en basculant vers le palier suivant.

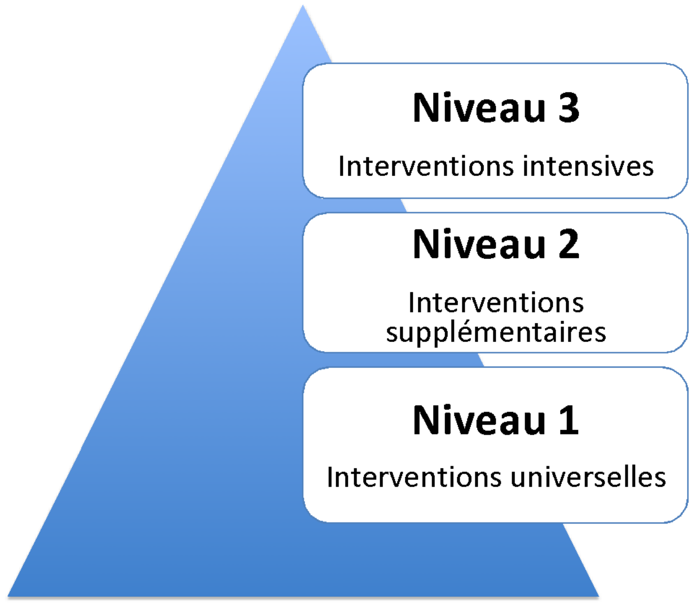


Figure 1

Modèle RAI à trois paliers d'intervention

Le premier niveau du modèle RAI correspond aux interventions universelles dispensées par l'enseignant.e à l'ensemble des élèves de la classe (CSBE, 2013). L'enseignant.e varie alors ses méthodes pédagogiques et utilise la différenciation afin que la majorité des élèves (soit environ 80%) progressent de façon satisfaisante. Les interventions portent sur des éléments ciblés jugés prioritaires à l'apprentissage en mathématiques ou en français. Le niveau 1 du modèle RAI a déjà fait l'objet de plusieurs recherches (Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017; Vlassis, Demonty et Squalli, 2017; Labelle, 2008; Van de Walle et Lovin, 2008; Marchand et Berdnarz, 2000; Marchand et Bednarz, 1999; Radford et Grenier, 1996). Ces dernières portent sur les difficultés d'apprentissage reliées à l'algèbre et sur les méthodes d'enseignement favorisant cet apprentissage.

Le deuxième niveau du modèle RAI cible des interventions supplémentaires et ciblées. Ces interventions offertes par l'enseignant.e ou l'orthopédagogue s'adressent aux élèves qui n'ont pas suffisamment progressé dans les interventions universelles (CSBE, 2013). Ainsi, l'enseignant.e peut, par exemple, mettre en place des sous-groupes dans sa classe afin d'offrir un soutien additionnel aux élèves. Lorsque les difficultés en français ou en mathématiques persistent, les élèves sont référés à l'orthopédagogue. Ce professionnel évalue et intervient auprès des élèves afin de les faire progresser en trouvant des stratégies pour pallier les difficultés qu'ils rencontrent. Les interventions peuvent avoir lieu en sous-groupe avec l'orthopédagogue, soit dans la classe ou hors de la classe. Environ 15% des élèves auront besoin d'enseignement supplémentaire pour progresser suffisamment dans leur apprentissage (CSBE, 2013).

Le troisième niveau du modèle RAI correspond à des interventions ciblées, intensives et personnalisées aux besoins des élèves. Ces interventions s'adressent aux élèves (environ 5%) qui ont des difficultés malgré les interventions supplémentaires (CSBE, 2013). Ces interventions sont dispensées par l'orthopédagogue en sous-groupe ou individuellement hors de la classe. Dans le cas où les progrès des élèves sont insuffisants, un plan d'intervention peut être élaboré avec l'équipe-école. Des évaluations en orthophonie ou en psychologie peuvent s'avérer nécessaires selon les difficultés spécifiques de chacun.

Cependant, les niveaux 2 et 3 du modèle RAI, relevant d'interventions supplémentaires ou intensives dispensées par l'orthopédagogue, font l'objet de très peu d'études. À notre connaissance, il n'y a que la recherche de Croteau (2019) portant sur les pratiques déclarées d'orthopédagogues intervenant sur le développement de la pensée algébrique au secondaire.

Le modèle RAI représente les paliers d'interventions pour aider les élèves en difficulté ou à risque notamment en français et en mathématiques. La section suivante porte sur les repères d'interventions adaptées et spécifiques aux mathématiques.

2.2 Les repères d'interventions en mathématiques

L'étude de Giroux (2013) porte sur les rapports enseignement-apprentissage des mathématiques en adaptation scolaire. Deux repères ont été formulés au regard de cet article qui s'appuie principalement sur la théorie des situations didactiques et les travaux de Conne (1992) (Giroux, 2013).

Le premier repère de Giroux (2013) stipule que les difficultés en mathématiques ne proviennent pas simplement d'un manque de connaissances, mais de relations inopérantes entre les connaissances et les situations mathématiques. Il ne suffit pas de repérer une stratégie pour se l'approprier, les élèves doivent être confrontés à un problème signifiant qui les amènent à se questionner, à faire des essais et à rectifier leur solution (Houle, 2017). Le choix de la situation est fondamental pour développer les stratégies cognitives et métacognitives des élèves et ainsi favoriser le transfert entre la connaissance et la situation.

Le deuxième repère de Giroux (2013) mise sur la nécessité de maintenir un enjeu mathématique pour soutenir l'engagement des élèves. L'objectif est de stimuler et de maintenir les interactions entre les élèves et leur milieu.

Finalement, la troisième balise correspond à une adidactivité calibrée. Cette balise renvoie à l'utilisation de rétroactions rapides, justes et pertinentes par l'enseignant.e ou l'orthopédagogue.

En somme, les repères d'interventions présentés dans cette section ciblent le transfert entre les connaissances et la situation, les modes de représentation (concret-imagé-symbolique), la quête de sens de même que l'engagement des élèves dans leurs apprentissages. Il s'agit d'interventions générales pour soutenir l'apprentissages des mathématiques de certains élèves. Ces repères nous serviront lors de la planification d'interventions orthopédagogiques. Parmi les diverses difficultés en mathématiques, nous ciblons la pensée algébrique dans le cadre de cette recherche. Il s'agit d'une difficulté qui émerge vers le premier cycle du secondaire, soit lors de la transition primaire-secondaire.

2.3 La pensée algébrique

Afin de bien comprendre notre objet de recherche, il nous semble opportun de définir la pensée algébrique en expliquant les concepts sous-jacents. Nous allons également présenter quelques modèles de problèmes algébriques et faire le point sur les stratégies employées par les élèves du secondaire lors de la résolution de problèmes en contexte algébrique.

2.3.1 Les habiletés contribuant à développer la pensée algébrique

Le *Programme de formation de l'école québécoise* [PFEQ] en mathématiques au secondaire est structuré autour de trois compétences disciplinaires. Le Ministère de l'Ontario (2008), quant à lui, propose trois habiletés qui développent la pensée algébrique. Ces habiletés sont orientées autour des trois compétences disciplinaires en mathématiques, soit résoudre, raisonner et communiquer.

Tout d'abord, l'habileté à « résoudre une situation problème de façon algébrique » (Ministère de l'Ontario, 2008, p. 15) propose aux élèves une situation problème faisant appel à leurs connaissances antérieures pour construire leurs nouveaux apprentissages. La situation présente un problème contextualisé que les élèves doivent solutionner. La résolution de problème engage les élèves dans un processus dynamique misant sur l'anticipation, l'élaboration, la validation et la communication d'une solution (MELS, 2006b). Pour ce faire, les élèves doivent faire appel à leurs connaissances issues des mathématiques, un raisonnement logique ainsi qu'à leur jugement critique pour reconnaitre, dégager ou décoder des données d'une situation problème (MELS, 2006b). À travers une situation ouverte, signifiante et complexe, les élèves s'engagent dans le processus afin de trouver une solution (MELS, 2006b). À partir de diverses stratégies et habiletés, le problème représente un défi raisonnable et surmontable (MELS, 2006b). Selon le MELS (2006b), lors de la résolution d'une situation problème, les élèves sollicitent un type de raisonnement mathématique, soit le raisonnement déductif (dégager une conclusion d'une situation problème), le raisonnement inductif (dégager des règles ou des lois) ou le raisonnement créatif (imaginer des solutions possibles à une situation problème). Cette compétence favorise la structuration de la pensée des élèves afin de résoudre des situations problèmes.

Ensuite, l'habileté « raisonner de façon algébrique » (Ministère de l'Ontario, 2008, p. 12) consiste à organiser l'information et à structurer sa pensée pour résoudre une situation problème. Elle renvoie à trois habiletés sous-jacentes. Les élèves peuvent notamment utiliser l'habileté à « faire et défaire », c'est-à-dire à procéder à rebours. Cette habileté met en pratique le sens de l'égalité comme une équivalence entre deux quantités. Par exemple, les élèves établissent des liens entre les différentes opérations afin de trouver la valeur manquante dans l'expression suivante : $x + 3 = 11$. Pour ce faire, ils doivent comprendre le lien entre l'addition et la soustraction pour effectuer l'opération suivante :

11 – 3 = 8. Les élèves peuvent également utiliser l'habileté à créer des règles, c'est-à-dire de généraliser des régularités en mettant en relation des données notamment en complétant les termes manquant dans une suite de nombres (Ministère de l'Ontario, 2008). De surcroît, l'habileté à généraliser permet aux élèves d'établir des règles à caractères générales sur les propriétés des opérations arithmétiques (Ministère de l'Ontario, 2008). La commutativité, par exemple, est une propriété visant à modifier l'ordre des termes d'une opération sans en changer le résultat.

Enfin, l'habileté à « communiquer un raisonnement algébrique » (Ministère de l'Ontario, 2008, p. 17) se développe lorsque les élèves utilisent différents modes de représentation pour exposer leur compréhension du problème en soutenant leurs idées d'arguments mathématiques. Justement, les élèves peuvent utiliser du matériel concret (mode concret), des illustrations (mode semi-concret ou imagé), des symboles (mode symbolique) ou des mots (mode en mots) pour transmettre leurs idées. L'essentiel demeure dans la justification de leurs idées lors d'un échange mathématique (Ministère de l'Ontario, 2008). Il s'agit d'un moment clé pour que les élèves puissent confronter leurs perceptions et ainsi apprendre autrement.

2.3.2 Les processus fondamentaux en algèbre

Selon le Ministère de l'Ontario (2008), la pensée algébrique repose sur trois processus fondamentaux : abstraire, généraliser et opérer sur l'inconnue. D'abord, *abstraire* signifie de se représenter une situation concrète mentalement et de la raisonner à un niveau plus général (Ministère de l'Ontario, 2008). Il s'agit d'un passage à un niveau supérieur de généralité qui permet de construire de nouveaux savoirs. Radford, Demers et Miranda (2009) définissent l'abstraction comme étant un processus nécessitant des allers retours entre une situation particulière et une situation générale. En fait, « l'abstraction mathématique repose sur l'utilisation des symboles qui expriment des relations de plus en plus complexes » (Radford, Demers et Miranda, 2009, p. 12). Elle vise à saisir les similitudes et les différences de concepts et de le représenter à l'aide d'un symbole. Par exemple, le nombre « 6 » ne représente pas seulement six blocs, mais bien n'importe quel regroupement de six objets.

Ensuite, *généraliser* c'est de tirer des conclusions générales à partir de situations particulières (Ministère de l'Ontario, 2008; Schmidt, 2002). La proposition de conjectures fait partie des généralisations possibles. « Une conjecture est l'expression d'une idée perçue comme étant vraie dans toute situation semblable » (Ministère de l'Ontario, 2008, p. 10). Lors de la résolution d'un problème, les élèves observent une situation et proposent des conjectures. D'ailleurs, les élèves valident les conjectures formulées afin de proposer des règles à caractères générales (Schmidt, 2002).

Finalement, *opérer sur l'inconnue* signifie de raisonner de manière analytique en traitant et en examinant les quantités inconnues (variables, lettres ou symboles) comme si elles étaient connues pour parvenir à opérer sur ces nombres (Radford, 2014; Ministère de l'Ontario, 2008; Schmidt, 2002). Au primaire, les élèves sont amenés à déterminer la valeur de l'inconnue dans des équations telles que $(a + b = \blacksquare,\ a\,x \blacksquare = c\ ou\ \blacksquare - b = c)$ (MELS, 2016). « Apprendre à déterminer les valeurs manquantes dans des équations constitue une étape importante dans le développement de la pensée algébrique » (Ministère de l'Ontario, 2008, p. 85). Ce type de problème peut se résoudre en utilisant un raisonnement algébrique (opérer sur l'inconnue) ou un raisonnement arithmétique (opérer sur du connu).

L'algèbre mise sur des situations problèmes en changement, c'est-à-dire qui admettent plusieurs réponses possibles (Ministère de l'Ontario, 2008). Le problème se résout à partir de nombres inconnus menant à une valeur connue (Schmidt, 2002; Schmidt, 1996). Il s'agit d'opérer sur l'inconnue comme si la valeur était connue. Cela dit, ce changement conceptuel rend difficile le passage à l'algèbre, car certains élèves ne comprennent pas comment il est possible d'agir sur quelque chose dont la nature tangible est inconnue. Dans une démarche algébrique, la situation est représentée à l'aide d'une expression algébrique comprenant une notation symbolique pour identifier l'inconnue ou la variable. Le signe d'égalité est interprété notamment comme étant une procédure ou une équivalence. L'analogie de la balance est une méthode algébrique de résolution de problèmes permettant d'effectuer des opérations de part et d'autre du signe d'égalité afin d'obtenir une équivalence. Dans ce cas, l'inconnue est traitée comme ayant une valeur pesant dans la balance, c'est-à-dire une valeur connue. Cette méthode est directement en lien avec le principe d'opérer sur l'inconnue.

En arithmétique, il s'agit plutôt de situations problèmes statiques, c'est-à-dire qu'elles ne présentent qu'une seule réponse possible (Ministère de l'Ontario, 2008). Le problème se résout en prenant appui sur des nombres connus (Schmidt, 1996) afin d'obtenir des valeurs numériques d'une quantité inconnue (Labelle, 2008; Schmidt, 2002). En prenant en considération les éléments signifiants du problème, les élèves recueillent les données importantes, les organisent et effectuent des opérations les menant à la solution. Ainsi, le signe d'égalité est souvent interprété comme étant l'appel à un résultat.

2.3.3 Les composantes de l'apprentissage de l'algèbre

Le Ministère de l'Ontario (2008) propose, dans le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques*, quatre composantes de l'apprentissage de l'algèbre qui s'avèrent fondamentales. Premièrement, la *compréhension des relations* consiste à formuler des conjectures et des généralisations pour s'approprier des concepts issus des régularités. Il s'agit d'établir des liens entre des quantités afin d'en déduire la règle. L'exploration de régularités[1] débute vers la quatrième année du primaire et s'échelonne jusqu'à la deuxième année du secondaire (Van de Walle et Lovin, 2008). Les élèves doivent prolonger la régularité afin de déduire la règle générale ou la relation algébrique. Ce qui est difficile pour plusieurs élèves demeure de déduire la règle générale permettant de trouver le n-ième terme de la suite (Van de Walle et Lovin, 2008).

Une relation peut être construite à partir de dessins, d'objets, de symboles ou de chiffres. Il s'agit d'un bon moyen pour initier les élèves au concept de fonction (Van de Walle et Lovin, 2008). En effet, les élèves utilisent une table de valeurs pour dégager la règle et, enfin, construire le graphique qui représente la régularité. La situation de proportionnalité est travaillée au premier cycle du secondaire (MELS, 2016). Elle consiste en une relation « entre deux quantités lorsque ces quantités peuvent augmenter ou diminuer simultanément selon le même facteur » (Ministère de l'Ontario, 2008).

Deuxièmement, *l'utilisation des modèles mathématiques* permet d'illustrer des situations grâce à divers modes de représentation (Ministère de l'Ontario, 2008). Lors de ce processus de construction du modèle, les élèves s'approprient et organisent les informations ce qui rend l'apprentissage d'autant plus signifiant (Ministère de l'Ontario, 2008). Martinand (1992) définit le modèle comme étant un outil pour résoudre un problème en le représentant pour qu'il devienne intelligible.

Troisièmement, *l'analyse du changement* mise sur l'observation et la compréhension pour relever une régularité dans une situation. Ce changement peut s'avérer qualitatif ou quantitatif. L'objectif demeure d'explorer des relations pour en déduire l'influence d'une variable en changement sur une autre variable menant à la régularité sous-jacente (Ministère de l'Ontario, 2008). Si nous prenons, par exemple, la

[1] Régularités croissantes, suites, suites à motif croissant, ou suites croissantes sont tous des synonymes.

formule de l'aire d'un cercle $A = \pi r^2$, il est possible de constater que la variation du rayon « *r* » provoque une variation de l'aire « *A* » (Van de Walle et Lovin, 2008).

Finalement, la *représentation de situations problèmes à l'aide de symbole* contribue à développer la pensée algébrique (Ministère de l'Ontario, 2008). En ce sens, les élèves illustrent une situation à l'aide de divers modes de représentation (concret, semi-concret, symbolique ou en mots) qui les amènent progressivement vers une représentation plus abstraite et formelle comme lors de l'emploi de symboles (Ministère de l'Ontario, 2008). Prenons la variable, par exemple. Elle consiste en un symbole permettant de représenter quelque chose (Van de Walle et Lovin, 2008). Celle-ci sert d'outil pour exprimer une régularité (Van de Walle et Lovin, 2008). . « Par convention, si le même symbole est utilisé plus d'une fois dans une équation ou une situation, la valeur qu'il représente est la même. Par exemple, dans l'équation $b + b + b = 18$, on peut conclure que $b = 6$, puisque $6 + 6 + 6 = 18$ » (Ministère de l'Ontario, 2008, p. 85).

2.3.4 Les problèmes algébriques

L'article de Marchand et Bednarz (1999) porte sur l'analyse de problèmes algébriques présentés au secondaire à l'aide d'une grille permettant de rendre compte de la complexité des problèmes. Les auteures ont pu identifier trois grandes catégories de problèmes normalement présentés aux élèves. Premièrement, les problèmes de type *partage inéquitable* impliquent une relation de comparaison (relation entre les données implique une comparaison). Par exemple,

> 380 étudiants sont inscrits aux trois activités sportives offertes durant la saison. Il y a trois fois plus d'étudiants inscrits au basket-ball qu'au patinage, et il y a 114 étudiants de plus inscrits à la natation qu'au basket-ball. Combien d'étudiants se sont inscrits à chacune des activités? (Bednarz et Janvier, 1994, tiré de Marchand et Bednarz, 1999, p. 33).

Dans cet énoncé, nous retrouvons une relation de comparaison additive (il y a 114 étudiants de plus inscrits à la natation qu'au basket-ball) et une relation de comparaison multiplicative (il y a trois fois plus d'étudiants inscrits au basket-ball qu'au patinage) entre les données.

Marchand et Bednarz (1999) présentent trois types d'enchainement pour les problèmes de type comparaison : *source* (une donnée est générée à partir d'une seule relation), *composition* (une donnée est générée à partir de plusieurs relations) et *puits* (plusieurs données sont générées à partir d'une même source). Les problèmes de type puits sont plus complexes que ceux de type composition et les problèmes de type composition sont plus complexes que ceux de type comparaison (Marchand et Bednarz, 1999). Le tableau 3 (page suivante) donne un exemple de problème pour chaque type d'enchainement (source, composition et puits). Ces exemples sont tirés de l'article d'Oliveira, Rhéaume et Geerts (2017, p. 163).

Tableau 3

Exemples de problème de type source, composition et puits

(Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017, p. 163)

Problème de type source	Problème de type composition	Problème de type puits
Une donnée est générée à partir d'une seule relation	Une donnée est générée à partir de plusieurs relations	Plusieurs données sont générées à partir d'une même source
Ex : Dans une école, 180 élèves pratiquent un sport. Le nombre d'élèves qui pratiquent le soccer est le triple de ceux qui pratiquent le volley et le nombre d'élèves qui pratiquent le basket est le double du nombre d'élèves qui pratiquent le volley. Dans cette école, combien d'élèves pratiquent chaque sport?	Ex : Trois équipes de basket ont participé à la finale du championnat. Ensemble, elles ont marqué 260 points. L'équipe B a marqué 20 points de plus que l'équipe A et l'équipe C a marqué le double de points de l'équipe B. Combien de points chacune des équipes a-t-elle marqués?	Ex : Jean, Pierre et Claudio ont ensemble 160 autos miniatures. Pierre a 25 autos de moins que Jean et 15 autos de moins que Claudio. Combien d'autos chacun d'entre eux possède-t-il?

Deuxièmement, il y a les problèmes impliquant une *transformation* (Marchand et Bednarz, 1999). Par exemple,

> Luc a 3,50$ de moins que Michel. Luc double son montant d'argent tandis que Michel augmente le sien de 1,10$. Maintenant, Luc a 0,40$ de moins que Michel. Combien chacun avait-il au départ? » (Bednarz et Janvier, 1994, tiré de Marchand et Bednarz, 1999, p. 33).

L'énoncé ci-dessus implique une relation de comparaison additive entre le montant d'argent de Luc et celui de Michel (Luc a 3,50$ de moins que Michel). Ce type de problème ajoute une difficulté en impliquant une transformation (état initial versus état final de la situation).

Troisièmement, les problèmes impliquant un *taux* mettent en relation des grandeurs non-homogènes exprimées à l'aide d'un taux (Marchand et Bednarz, 1999). Par exemple,

> Pour rejoindre deux villes, un homme en moto a réalisé une vitesse moyenne de 80 km/h dans un sens et de 60 km/h dans l'autre sens, il a accompli ainsi un aller retour en 7 heures. Quelle est la distance entre les deux villes? » (Marchand et Bednarz, 1999, p. 33).

Le problème ci-dessus fait intervenir un lien non-homogène entre les grandeurs (distance et temps) exprimé à l'aide d'un taux (vitesse en km/h). Il implique une relation et une donnée implicite qui peuvent être difficiles à interpréter pour des élèves de première secondaire.

Étant donné le contexte de cette étude et le fait que l'algèbre soit davantage travaillée en deuxième secondaire, nous préférons ne pas choisir de problèmes de type transformation et taux de même que ceux impliquant des relations de comparaison de type composition et puits. Ainsi, lors de la sélection des tâches mathématiques, nous allons miser davantage sur des problèmes de partage inéquitable de type source ayant une ou plusieurs relations de comparaison. Rappelons que cette recherche s'effectue auprès d'élèves du premier cycle du secondaire (première et de deuxième secondaire) présentant des difficultés d'apprentissage.

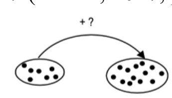
2.3.5 Les raisonnement et les stratégies pour résoudre des problèmes algébriques

Jusqu'à présent, nous avons expliqué les critères relatifs à la pensée algébrique (les habiletés contribuant à développer la pensée algébrique, les processus fondamentaux, les composantes de l'apprentissage de l'algèbre et les types de problèmes algébriques). Or, tel que mentionné dans la problématique de cette recherche, nous savons que les élèves n'emploient pas systématiquement une démarche algébrique pour résoudre des problèmes de ce type. Ainsi, d'autres critères doivent être envisagés afin d'effectuer une analyse a priori des tâches mathématiques que nous avons sélectionnées dans le cadre de cette recherche. Les tâches mathématiques seront présentées en détail dans le chapitre de la méthodologie.

Pour résoudre un problème algébrique, les élèves peuvent employer une multitude de stratégies. Néanmoins, nous ciblons celles présentent dans la *Progression des apprentissages* (MELS, 2016) qui découlent du *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2006b). La PDA et le PFEQ consistent en des ouvrages de référence utilisés dans les milieux scolaires par les enseignant.es. Ainsi, nous optons pour des stratégies qui sont le plus susceptibles d'être utilisées par des élèves du premier cycle du secondaire en contexte québécois. Le tableau 4 (page suivante) présente une liste de stratégies tirée de la PDA ainsi que des exemples pour résoudre des équations à une inconnue. Par ailleurs, cette liste de stratégies, bien que non exhaustive, nous renseigne sur les possibles conduites des élèves à l'écrit en plus de nous guider dans l'interprétation de leur raisonnement (arithmétique ou algébrique) pour résoudre des problèmes.

Tableau 4

Stratégies de résolution de problèmes algébriques

Stratégies (MELS, 2016)	Exemples
Essais numériques : Attribuer un nombre de départ pour trouver la valeur recherchée. - **Systématiques** (ENS) : Le nombre choisi n'est pas déterminé dans un but précis, mais systématiquement (suite de nombre). - **Ciblées** (ENC) : Réfléchir au prochain nombre à essayer afin de se rapprocher le plus possible de la valeur sans essayer tous les nombres.	*Gustave a des objets. Mélanie lui en donne 6. Maintenant, Gustave en a 13. Combien d'objets Gustave avait-il ?* (MEES, 2017, p. 6) $\blacksquare + 6 = 13$ ENC : 4, 6, 7 $4 + 6 \neq 13$ $6 + 6 \neq 13$ $7 + 6 = 13$ $Rép : Gustave\ avait\ 7\ objets$
Représentation imagée (RI) : Représenter à l'aide d'un dessin, d'un schéma, d'un tableau ou autre la démarche menant à la résolution du problème.	*Gustave a 7 objets. Mélanie lui en donne. Maintenant, Gustave en a 13. Combien d'objet Mélanie a-t-elle donnés à Gustave ?* (MEES, 2017, p. 6)  $Rép: Mélanie\ a\ donné\ 6\ objets\ à\ Gustave$
Méthode algébrique	
Analogie de la balance (AB) : Effectuer des opérations de part et d'autre du signe d'égalité afin d'obtenir une équivalence.	$100 - 25 - 25 = 100 - \blacksquare$ $100 - 50 = 100 - \blacksquare$ $Rép : \blacksquare = 50$
Terme caché (TC) : Masquer un terme algébrique. Effectuer des calculs afin de cherche la valeur du terme caché.	$\frac{5x}{3} - 12 = 8$ $? - 12 = 8\ (on\ cache\ le\ terme)$ $20 - 12 = 8\ (on\ déduit\ que\ \frac{5x}{3} = 20)$ $\frac{?}{3} = 20\ (on\ cache\ le\ terme\ 5x)$ $\frac{60}{3} = 20\ (on\ déduit\ que\ 5x = 60)$ $5 * ? = 60\ (on\ cache\ le\ terme\ x)$ $5 * 12 = 60\ (on\ déduit\ que\ x = 12)$ $Rép : x = 12$
Méthode arithmétique	
Opération inverse (OI) : Pour isoler une valeur inconnue, procéder à l'envers de l'ordre à respecter lorsqu'on applique la priorité des opérations.	$3x - 15 = 15$ $x * 3 - 15\ l'inverse\ sera + 15, \div 3$ $(15 + 15) \div 3$ $30 \div 3 = 10$ $Rép : x = 10$

2.3.6 Synthèse des difficultés conceptuelles potentielles rencontrées par des élèves lors de la résolution de problèmes algébriques

La problématique nous a permis d'expliquer les difficultés reliées au passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. Le cadre conceptuel contribue notamment à mieux comprendre les principes sous-jacents à la pensée algébrique et à la résolution de problèmes mathématiques. À la lumière des lectures portant sur les erreurs et les difficultés en algèbre, nous présentons le tableau 5 (page suivante) regroupant des difficultés conceptuelles potentielles rencontrées par des élèves lors de la résolution de problèmes algébriques. Ce tableau nous servira de référent lors de l'analyse des tâches mathématiques proposées aux élèves participants afin d'identifier les types de difficultés qu'ils rencontrent.

Tableau 5

Difficultés conceptuelles lors de la résolution de problèmes algébriques

Difficultés identifiées par Oliveira, Rhéaume et Geerts (2017, p. 162)	
Identifier et comprendre les relations	L'élève n'est pas en mesure d'identifier et de comprendre les relations exprimées dans un langage naturel dans le problème.
Construire et manipuler l'égalité	L'élève n'est pas en mesure de traduire et de manipuler adéquatement les relations en respectant les règles de manipulation (algébrique ou arithmétique) pour résoudre le problème.
Opérer sur les relations	L'élève n'est pas en mesure d'opérer adéquatement sur les relations dégagées du problème.
Retourner aux relations	L'élève n'est pas en mesure, une fois l'égalité algébrique résolue ou les différentes opérations arithmétiques effectuées, d'attribuer un sens au résultat obtenu et de l'associer au contexte.
Difficultés identifiées dans la problématique et le cadre conceptuel	
Passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique (Schmidt, 2002)	L'élève demeure rigide lorsque vient le temps de basculer d'un mode de pensée à l'autre. Il se restreint dans les procédures à privilégier pour résoudre un problème. Il privilégie un raisonnement connu et maitrisé.
La signification et l'utilisation des lettres (Croteau, 2019; Labelle, 2008)	L'élève n'est pas en mesure d'utiliser les lettres ou les symboles dans leur contexte d'utilisation ou de comprendre leur signification.
Le signe d'égalité (Croteau, 2019; Labelle, 2008)	L'élève n'applique pas la relation d'équivalence au symbole d'égalité. Il s'agit plutôt d'une opération menant à une réponse.
Règles et conventions d'écriture (Van de Walle et Lovin, 2008)	L'élève fait des erreurs relatives aux règles et aux conventions d'écriture algébrique.
Lecture du problème (Laflamme, 2009)	L'élève n'est pas en mesure de décoder adéquatement les mots et le vocabulaire (compréhension textuelle) ou L'élève n'est pas en mesure de mettre en relations les données du problème (compréhension relationnelle)
Communiquer (Ministère de l'Ontario, 2008)	L'élève a des difficultés à communiquer sa démarche ou son résultat à l'aide de divers modes de représentations (dessin, équation, mots, etc.).
Connaissances antérieures (Laflamme, 2009)	L'élève fait des erreurs lors de la résolution du problème dû à une mauvaise compréhension de concepts sous-jacents (sens du nombre, sens des opérations, priorité des opérations, etc.).

2.4 Les objectifs de recherche

À la suite des constats et des concepts décrits dans le cadre conceptuel, nous avons déterminé deux objectifs de recherche :

- Identifier les types de difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire lors de la résolution de tâches algébriques.

- Dégager des pistes d’interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier aux difficultés conceptuelles rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire en algèbre.

Tout compte fait, le domaine des mathématiques est parsemé d’embuches pour certains élèves notamment ceux à risque ou éprouvant des difficultés d’apprentissage. L’algèbre n’en fait pas exception. Néanmoins, certains moyens peuvent être mis en place pour les aider à pallier leurs difficultés. En ce sens, l’orthopédagogue travaille à l’aide du modèle RAI pour intervenir efficacement et adéquatement auprès des élèves. Le transfert des connaissances, la quête de sens et l’engagement des élèves dans leurs apprentissages demeurent des points primordiaux à considérer lors d’interventions. Le prochain chapitre expose le cadre méthodologique de notre recherche.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

Ce chapitre présente la méthodologie utilisée pour cette recherche. Nous expliquons donc les choix du devis méthodologique, le mode de recrutement des élèves participants, les outils de collecte de données ainsi que le traitement et l'analyse des données.

3.1 Le choix du devis de recherche

Afin d'atteindre les objectifs de cette étude, nous recourons à un devis qualitatif de nature descriptive et exploratoire. Ce choix méthodologique offre la possibilité d'observer les phénomènes tels qu'ils surviennent en milieu naturel (Fortin et Gagnon, 2016). La recherche qualitative permet de « comprendre l'expérience humaine telle qu'elle est vécue et rapportée par les participants » (Fortin et Gagnon, 2016, p. 65). Cette recherche de nature descriptive vise à documenter (Van der Maren, 1996) les types de difficultés conceptuelles rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire. Cette étude est aussi exploratoire puisqu'elle examine une problématique ayant fait l'objet de peu de recherches en contexte québécois. Les retombées de cette recherche peuvent s'avérer formatrices pour les orthopédagogues et les enseignant.es de mathématiques en offrant des pistes d'interventions susceptibles de surmonter les difficultés en algèbre d'élèves à risque dans leur apprentissage.

Nous avons choisi l'étude de cas pour décrire, expliquer et analyser les difficultés des élèves du premier cycle du secondaire. « L'étude de cas consiste à faire état d'une situation réelle particulière, prise dans son contexte, et à l'analyser pour découvrir comment se manifestent et évoluent les phénomènes auxquels le chercheur s'intéresse » (Fortin et Gagnon, 2016, p. 197).

Selon Yin (2009), l'étude de cas s'avère être une méthode particulièrement utile pour décrire, explorer et comprendre des phénomènes en profondeur dans leur contexte notamment pour répondre à des questions de types « comment » et « pourquoi ». Simple ou multiple, holistique ou imbriquée, l'étude de cas peut prendre différentes formes (Fortin et Gagnon, 2016; Yin, 2009). L'étude de cas permet d'élaborer une description détaillée et authentique (Fortin et Gagnon, 2016) des difficultés conceptuelles d'élèves en algèbre. À partir des difficultés, nous dégageons des pistes d'interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier aux difficultés des élèves à risque dans leur apprentissage de l'algèbre au premier cycle du secondaire.

3.2 Le choix des élèves participants : critères et caractéristiques

Dans le cadre de cette recherche, la population cible est constituée d'élèves à risque dans leur apprentissage au premier cycle du secondaire au Québec. Plus précisément, nous ciblons une école défavorisée de la Mauricie afin de mener notre recherche. Il s'agit de l'école secondaire du Rocher. Dans cette école, une enseignante nous propose une liste d'élèves du premier cycle du secondaire ayant des difficultés en mathématiques, plus spécifiquement en algèbre. Cette liste comprend des élèves à risque dans leur apprentissage, c'est-à-dire qu'ils sont en échec en mathématiques à la première étape sur leur bulletin. D'ailleurs, ces élèves résistent aux interventions universelles (niveau 1 du modèle RAI) dispensées par l'enseignante, car leurs difficultés persistent.

Afin de recruter des élèves participants pour notre recherche, nous rencontrons les élèves choisis par l'enseignante dans leur cours de mathématiques afin de leur expliquer notre projet. La participation d'élèves à l'étude de cas se fait selon le principe de volontariat. Pour participer à la recherche, les élèves volontaires reçoivent un formulaire d'information (Appendice A) et devront nous remettre le formulaire de consentement

(Appendice B) dument complété et signé par leurs parents ou personnes tutrices. Les élèves participants seront convoqués sur l'heure du diner dans un local de l'école secondaire du Rocher. Dans une première rencontre, ils doivent résoudre quelques tâches mathématiques. Dans une seconde rencontre, nous procédons à un entretien orthopédagogique. Les rencontres ont une durée respective d'environ 20 à 30 minutes.

Afin de respecter les règles en lien avec l'éthique de la recherche, nous avons obtenu un certificat d'éthique de l'Université du Québec à Trois-Rivières. Ce certificat porte le numéro CER-21-275-07.01 (Appendice C).

Étant donné la nature essentiellement exploratoire de cette recherche portant sur les difficultés inhérentes d'élèves à risque en mathématiques, plus spécifiquement en algèbre, nous nous devons de restreindre au maximum le nombre d'élèves participants afin de pouvoir procéder à une analyse détaillée des conduites mathématiques apparentes. Cette analyse permettra de mieux comprendre leurs difficultés conceptuelles. Ainsi, deux élèves de première secondaire participent à notre recherche. Ces élèves sont issus de la même classe à cheminement régulier de type « passerelle », c'est-à-dire regroupant des élèves à risque ou ayant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et en français.

3.3 Les méthodes de collecte de données

Dans un premier temps, nous demandons aux élèves participants de résoudre des tâches algébriques. À la section suivante, nous expliquons en détail la nature des tâches mathématiques proposées aux élèves. Dans un deuxième temps, nous procédons à un entretien orthopédagogique afin de comprendre leurs raisonnements, leurs stratégies et leurs démarches pour résoudre les tâches proposées afin d'identifier les types de difficultés qu'ils rencontrent.

3.3.1 Analyse a priori des tâches proposées à l'écrit

Afin de répondre à nos objectifs de recherche, nous proposons aux élèves de première secondaire des tâches mathématiques variées (Appendice D) faisant intervenir divers aspects de la pensée algébrique tels que décrits dans le cadre conceptuel notamment les trois processus fondamentaux (abstraire, généraliser et opérer sur l'inconnue) et les quatre composantes de l'apprentissage de l'algèbre (comprendre des relations, utiliser des modèles mathématiques, analyser le changement et représenter une situation à l'aide de symboles). Dans cette section, nous présentons les cinq tâches et expliquons nos attentes conceptuelles à l'égard de celles-ci. L'analyse des tâches proposées à l'écrit nous permettra d'identifier le type de raisonnement employé par les élèves (arithmétique ou algébrique) ainsi que les stratégies utilisées afin d'identifier les types de difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire lors de la résolution de tâches algébriques.

La première tâche proposée à l'écrit nécessite de trouver la valeur d'un terme manquant dans une équation. Il s'agit d'un problème que nous avons créé selon le principe d'opérer sur l'inconnue tel que défini par le Ministère de l'Ontario (2008). Par conséquent, dans cette tâche, les valeurs inconnues sont représentées par des symboles, soit un point d'interrogation. La première tâche mathématique se décline en trois items (A, B et C). Des exemples de raisonnement de manière algébrique (en traitant les valeurs inconnues comme si elles étaient connues) ainsi que des exemples de raisonnement de manière arithmétique (en interprétant les valeurs inconnues comme telles pour résoudre les items) sont présentés pour chaque item.

Tâche 1, item A ($50 - 24 - 24 = 50 - ?$*).* Nous pouvons remarquer que, de part et d'autre du symbole d'égalité, on soustrait un nombre ou plusieurs nombres à 50. Pour respecter l'égalité et ainsi que la balance soit à l'équilibre, ce nombre que nous devons soustraire doit être de même valeur de chaque côté de l'égalité. D'un côté nous avons $(-24 - 24)$ et de l'autre l'inconnue (?). Ainsi, nous pouvons simplifier l'expression de gauche en effectuant $(-24 - 24 = -48)$. Nous obtenons $(50 - 48 = 50 - ?)$. En suivant le principe de la balance, nous pouvons déduire que la valeur de l'inconnue est de 48.

Tâche 1, item B (5 + ? + ? = 105). Pour résoudre cet item, il est possible d'utiliser un raisonnement de type essai-erreur en substituant l'inconnue « ? » par une valeur connue jusqu'à l'obtention de l'égalité. Par exemple, si l'inconnue « ? » vaut 50, nous obtenons 5 + 50 + 50 = 105 en remplaçant les valeurs inconnues dans l'énoncé. Ensuite, nous effectuons les opérations de part et d'autre de l'égalité afin de vérifier si les deux expressions sont égales. Comme l'égalité est respectée (150 = 150), nous obtenons la réponse ? = 50.

Tâche 1, item C (49 x ? – 9 = 490 – 9). Pour résoudre cet item, il est possible d'employer une méthode arithmétique, c'est-à-dire en interprétant les valeurs inconnues comme telles pour résoudre les items. Par exemple l'opération inverse est une méthode arithmétique qui consiste à isoler une valeur inconnue en procédant à l'envers de l'ordre à respecter lorsqu'on applique la priorité des opérations. La première étape consiste à simplifier l'expression passant de $(49\ x\ ? - 9 = 490 - 9)$ à $(49\ x\ ? - 9 = 481)$. Ensuite, il faut déterminer les opérations qui s'effectuent sur l'inconnue (multiplier par 49 et soustraire 9) afin de procéder à rebours en inversant les opérations. Nous obtenons donc les opérations suivantes : additionner 9 et diviser par 49. Il ne reste qu'à effectuer les opérations pour obtenir la valeur de l'inconnue $[(481 + 9) \div 49 = 10]$.

La première tâche nous permettra donc de vérifier de quelles manières les connaissances issues du primaire sont mobilisées au secondaire dans un contexte similaire de recherche de l'inconnue (terme manquant). En ce sens, cette tâche nous permettra d'identifier des difficultés conceptuelles que nous avons mentionnées dans la problématique de cette recherche dont la signification et l'utilisation des symboles. Dans cette tâche, le symbole (?) représente une quantité non déterminée jusqu'à présent. Ainsi, pour l'item B, nous nous attendons à une interprétation des deux inconnues (?) comme étant de même valeur. Cependant, comme les items A, B et C utilisent le même symbole (?) pour représenter l'inconnue, certains élèves pourraient penser que ce symbole prend la même valeur dans les différents items. Par exemple, s'ils trouvent à l'item A que l'inconnue vaut 48, certains élèves déduisent que l'inconnue dans les items B et C vaut également 48.

Une autre difficulté conceptuelle peut être l'interprétation du signe d'égalité. Pour les items A et C, le signe d'égalité s'interprète comme étant une équivalence, car il y a des opérations de chaque côté de l'égalité, tandis que pour l'item B, il s'interprète comme étant un résultat à obtenir (une seule valeur à droite de l'égalité). Pour l'item A, certains élèves, avec une conception erronée du symbole d'égalité, pourraient calculer la partie de gauche ($50 - 24 - 24 = 2$) et attribuer cette réponse comme étant la valeur de l'inconnue ($? = 2$).

La deuxième tâche proposée à l'écrit a été adapté de Radford, Demers et Miranda (2009, p. 120) : *Marc épargne 3 $ par semaine. Il commence avec 12 $. Quelle somme d'argent aura-t-il épargnée*. La deuxième tâche mathématique se décline en cinq items (A, B, C, D et E).

- Item A : *À la fin de la troisième semaine*?
- Item B : *À la fin de la cinquième semaine*?
- Item C : *À la fin de la 100e semaine*? Expliquez votre démarche.
- Item D : *Expliquez, dans vos propres mots, comment calculer l'argent épargné à la fin d'un nombre de semaines quelconque*.
- Item E : *Trouvez une formule algébrique qui exprime la somme d'argent épargnée après n semaines*.

Selon notre compréhension du guide du Ministère de l'Ontario (2008), cette tâche consiste en une généralisation. En effet, les élèves sont amenés à proposer une conjecture, la vérifier à l'aide des items A, B et C pour ensuite formuler une généralisation aux items D (en mots) et E (en symboles). Les élèves sont amenés à compléter une table de valeurs pour se représenter la situation de proportionnalité et ainsi formuler une conjecture.

Dans la tâche 2, les items A, B et C visent à vérifier une conjecture menant à une généralisation de celle-ci. Ces items serviront à observer l'utilisation des opérations par les élèves. Nous nous attendons à un calcul du montant épargné (MÉ) au bout d'un certain nombre de semaines en effectuant une multiplication ($3x$) ou une addition répétée (3 + 3 + 3…) ainsi qu'à additionner le montant de départ (MD) qui est de 12$. Néanmoins, certains élèves peuvent avoir des difficultés à utiliser adéquatement les opérations. Par exemple, une erreur potentielle serait de ne pas prendre en considération le montant de départ (MD), mais de trouver seulement le montant épargné (MÉ). Une autre erreur pourrait être de ne pas prendre en considération la semaine zéro où Marc épargne 12$ (MD) et d'indiquer que Marc épargne pour la première semaine 12$ (plutôt que 15$), la deuxième 15$ (plutôt que 18$), etc.

Dans la tâche 2, l'item D consiste en une généralisation formulée en mot tandis que l'item E est une généralisation formulée à l'aide d'une notation algébrique (symboles). La construction d'expression algébrique à partir d'un registre de représentation est travaillée au premier cycle du secondaire (MELS, 2016). Cette notion est donc en cours d'apprentissage. En première secondaire, les élèves sont moins familiers avec les expressions algébriques, car cet aspect est davantage travaillé en deuxième secondaire. Ainsi, nous pensons que les élèves participants pourraient ne pas être en mesure de trouver une formule algébrique pour décrire la situation. Néanmoins, ils seront capables d'expliquer le raisonnement derrière leurs calculs. Pour l'item E, il est attendu que le signe d'égalité soit interprété comme étant une procédure, c'est-à-dire que le symbole d'égalité signifie « est obtenu par » comme dans le montant épargné par Marc est obtenu par l'addition du MD et du MÉ. Le MÉ se calcule en multipliant le montant épargné par semaine (3$) et le nombre de semaines (*n*). La lettre *n* représente une variable, soit le nombre de semaines. La variable représente un terme indéterminé dans une équation qui peut être remplacée par plusieurs valeurs (ex : 1 semaine, 2 semaines, etc.). Une erreur potentielle serait que certains élèves attribuent une valeur spécifique à la variable en la traitant comme une inconnue.

La troisième tâche proposée à l'écrit est tirée de l'article d'Oliveira, Rhéaume et Geerts (2017, p. 163) : *Paul et Claire ont ensemble 45 ans. Paul a 15 ans de plus que Claire. Quel est l'âge de chacun?* Il s'agit d'une tâche de partage inéquitable. Selon notre compréhension des écrits dont le Ministère de l'Ontario (2008) cette tâche mise sur une composante essentielle de l'apprentissage de l'algèbre, soit la compréhension des relations. En effet, la relation découle du passage entre le langage écrit et le langage mathématique. Les élèves sont amenés à observer, à analyser et à se représenter les nombres dans les phrases mathématiques en respectant le sens des opérations. Dans cette tâche, il y a deux relations à considérer. La première (R1) est que « Paul et Claire ont ensemble 45 ans ». Cette relation mise sur le sens de l'addition en tant que réunion (MEES, 2017). La deuxième (R2) est que « Paul a 15 ans de plus que Claire ». Il faut donc prendre en considération la relation additive entre les données (comparaison) (MEES, 2017).

Les élèves qui comprennent les relations peuvent employer une démarche misant sur la stratégie ENC (essais numériques ciblés) pour résoudre le problème. Par exemple, pour le premier essai, certains élèves peuvent émettre comme hypothèse que Claire a 10 ans. Donc, si Claire a 10 ans, Paul a 25 ans (10 + 15) et ensemble, ils ont 35 ans (10 + 25). La somme des âges doit être égale à 45 ans. Donc, les élèves doivent émettre une nouvelle hypothèse pour que la relation (R1) soit respectée. Comme deuxième essai, les élèves émettent comme hypothèse que Claire a 15 ans. Si Claire a 15 ans, Paul a 30 ans (15 + 15) et ensemble, ils ont 45 ans (15 + 30). Les relations sont respectées, donc la réponse est que Claire est âgée de 15 ans et que Paul est âgé de 30 ans.

Quelques difficultés conceptuelles peuvent se manifester chez des élèves en difficulté d'apprentissage. Tout d'abord, l'identification et la compréhension des relations (R1 et R2) sont primordiales dans cette tâche afin de le résoudre convenablement. Toute la résolution du problème découle de cette interprétation des relations (Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017). En sixième année du primaire, les élèves sont en mesure de « traduire une situation à l'aide de matériel concret, de schémas ou d'équations et vice versa (exploitation des différents sens des quatre opérations) » (MELS, 2016, p. 9). Ainsi, les relations entre les opérations, c'est-à-dire le sens accordé à l'addition (réunion et comparaison) devraient être acquises en première secondaire. Étant donné que nous faisons cette recherche auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage, il est tout à fait possible que certaines connaissances en mathématiques ne soient pas pleinement maitrisées. Finalement, certains élèves pourraient utiliser une stratégie autre que celles que nous avons ciblées dans le cadre conceptuel afin de résoudre cette tâche. En fait, ils pourraient procéder à un partage équitable, c'est-à-dire de partager en part égale la quantité totale par le nombre d'effectif qui compose le problème (Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017). Cette stratégie mène à une réponse erronée, car elle ne respecte pas les relations de la situation.

La quatrième tâche proposée à l'écrit provient de Radford, Demers et Miranda (2009, p. 112) : *La mère de Paulette et de Richard décide de donner un cadeau à ses enfants. Elle leur donne des enveloppes contenant des cartes de hockey. Pour que les enveloppes soient identiques, elle met* ***le même nombre*** *de cartes de hockey dans chaque enveloppe. Paulette avait déjà 7 cartes et sa mère lui donne 1 enveloppe. Richard avait déjà 2 cartes et sa mère lui donne 2 enveloppes. Maintenant, les deux enfants ont le même nombre de cartes de hockey. Combien y a-t-il de cartes dans chaque enveloppe?* Il s'agit d'une tâche d'abstraction, c'est-à-dire de se représenter une situation concrète mentalement et de la raisonner à un niveau plus général en utilisant des symboles mathématiques. Certains élèves peuvent raisonner cette tâche en utilisant des essais numériques, mais atteindra un niveau d'abstraction s'il emploie une démarche algébrique ou une représentation imagée. À cet effet, lors de la conduite à l'oral (CO), nous demanderons aux élèves de produire une équation algébrique qui représente le problème. Néanmoins, la construction d'expression algébrique à partir d'un registre de représentation est travaillée au premier cycle du secondaire (MELS, 2016). Cette notion est donc en cours d'apprentissage. L'expression algébrique devrait miser sur une interprétation du signe d'égalité comme étant une équivalence (nombre de cartes et d'enveloppe de Paulette égale au nombre de cartes et d'enveloppes de Richard) et sur une interprétation du symbole comme étant une valeur inconnue, soit le nombre de cartes dans une enveloppe.

La représentation imagée est une porte d'entrée intéressante pour les élèves qui ne maitrisent pas tous les fondements de l'algèbre et qui ne sont pas encore rendus à construire des équations pour se représenter le problème. Par exemple, certains élèves pourraient faire un dessin pour représenter le nombre de cartes (7) et le nombre d'enveloppe (1) de Paulette à gauche de la feuille et représenter le nombre de cartes (2) et le nombre d'enveloppes (2) de Richard à droite de la feuille. Pour résoudre cette tâche, les élèves enlèvent deux cartes à Paulette et deux cartes à Richard. Par association, il est possible de conclure qu'il y a cinq cartes dans une enveloppe. En effet, on associe une enveloppe à Paulette avec une enveloppe à Richard et les cinq cartes restantes à Paulette avec l'enveloppe restante à Richard.

Dans cette tâche, il y a deux relations à considérer. La première (R1) est que « les deux enfants ont le même nombre de cartes ». Cette relation mise sur le principe d'équivalence entre le nombre de cartes de chaque individu. La deuxième (R2) est « qu'il y a le même nombre de cartes dans chaque enveloppe (inconnue) ». Il faut également prendre en considération les relations entre les opérations, c'est-à-dire la relation additive de Paulette et la relation additive de Richard, soit l'addition du nombre de cartes au nombre d'enveloppes de chacun.

Quelques difficultés conceptuelles peuvent se manifester chez des élèves en difficulté d'apprentissage. Comme pour la tâche 3, l'élève peut avoir des difficultés à identifier et à comprendre des relations (R1 et R2) ainsi qu'à établir les relations entre les opérations, c'est-à-dire le sens accordé à l'addition.

La cinquième tâche est tirée de l'article d'Oliveira, Rhéaume et Geerts (2017, p. 163) : *Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il?* Il s'agit d'une tâche de partage inéquitable plus spécifiquement une comparaison de type source ayant une relation additive et une relation multiplicative.

Comme pour la tâche 3, ce dernier cible la compréhension des relations. Rappelons que la relation découle du passage entre le langage écrit et le langage mathématique. Les élèves sont amenés à observer, à analyser et à se représenter les nombres dans les phrases mathématiques en respectant le sens des opérations. Dans cette tâche, il y a trois relations à considérer. La première (R1) est que « Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums ». Cette relation mise sur le sens de l'addition en tant que réunion (MEES, 2017). La deuxième (R2) est que « Lucie a 15 albums de plus que Frédéric ». Cette relation mise sur le sens de l'addition en tant que comparaison (MEES, 2017). La troisième (R3) est que « Roger a le double d'albums de Frédéric ». Cette relation mise sur le sens de la multiplication en tant que comparaison (MEES, 2017).

Lors de la conduite à l'oral (CO), nous demanderons aux élèves de produire une équation algébrique qui représente le problème. Néanmoins, la construction d'expression algébrique est travaillée au premier cycle du secondaire (MELS, 2016). L'expression algébrique devrait miser sur une interprétation du signe d'égalité comme étant l'appel à un résultat, c'est-à-dire que la somme du nombre d'albums de chaque individu est égale à 55. Dans ce type de tâche, les élèves doivent comprendre que le symbole représente une quantité inconnue et non un objet ou une personne. Dans ce cas, le symbole indique le nombre d'albums appartenant à un individu. Certains élèves pourraient utiliser le symbole comme étiquette pour représenter chaque individu du problème par exemple en identifiant « F » pour Frédéric, « L » pour Lucie et « R » pour Roger.

Quelques difficultés conceptuelles peuvent se manifester chez des élèves en difficulté d'apprentissage. Comme pour la tâche 3, les élèves peuvent avoir des difficultés à identifier et à comprendre des relations (R1, R2 et R3), à identifier les relations entre les opérations, c'est-à-dire le sens accordé à l'addition (réunion et comparaison) et à la multiplication (comparaison) ainsi qu'à employer une stratégie de résolution de problème inadéquate (partage équitable plutôt que partage inéquitable).

3.3.2 Description des entretiens orthopédagogiques

Une fois que les élèves complètent les tâches mathématiques lors de la première rencontre avec l'étudiante-chercheuse, nous procédons à une pré-analyse des traces laissées par les élèves aux tâches proposées à l'écrit. Cette pré-analyse sert à dégager des questions, des clarifications et des pistes de réflexion à soumettre aux élèves participants lors de la seconde rencontre avec l'étudiante-chercheuse. La seconde rencontre consiste donc à un entretien orthopédagogique. Lors de cet entretien, nous allons remettre la copie originale des tâches proposées à l'écrit à aux élèves pour qu'ils puissent se souvenir de leurs démarches et se corriger s'ils le désirent. L'étudiante-chercheuse possède une copie des tâches mathématiques comprenant des pistes de clarification à soumettre aux élèves telles que : *Qu'est-ce que tu as fait en premier pour résoudre ce problème? Ensuite, qu'as-tu fait? Ce nombre représente quoi? Qu'est-ce que tu as fait comme démarche pour obtenir cette réponse?*

L'entretien orthopédagogique permet d'investiguer sur les connaissances et les stratégies employées par les élèves lors de la résolution des problèmes algébriques. L'entretien permet de dresser un portrait orthopédagogique de chaque élève participant sur les types de difficultés conceptuelles rencontrées dans leur apprentissage initial de l'algèbre. Lors de cet entretien, les élèves sont amenés à expliquer et à expliciter leurs raisonnements ce qui a pour objectif de favoriser la verbalisation de l'action (Vermersch, 2010). Beaumier et Lapointe (2016) expliquent que l'entretien d'explicitation permet aux élèves de prendre conscience des actions qu'ils posent dans l'accomplissement d'une tâche. L'entretien « ne vise pas l'évaluation des connaissances, mais bien l'évaluation du déroulement de la tâche réalisée » (Beaumier et Lapointe, 2016, p. 85). Les élèves décrivent des faits (actions) pour réaliser la tâche. L'entretien d'explicitation « permet d'aller au-delà de l'évaluation des productions des élèves et de se concentrer sur les procédures d'exécution de la tâche, et ainsi cerner les difficultés réelles de l'élève » (Beaumier et Lapointe, 2016, p. 87). L'entretien permet donc d'identifier les difficultés des élèves quant à la résolution de problèmes en algèbre. De cette manière, nous dégageons les types de difficultés afin de clarifier et de valider le portrait orthopédagogique individuel de chaque élève. Finalement, l'observation des élèves en action nous permet de mieux anticiper, prévoir et proposer des pistes d'interventions pertinentes. L'observation des élèves contribuent donc à mieux penser les interventions susceptibles de surmonter leurs difficultés.

3.4 L'analyse de protocole

Dans un premier temps, nous analysons les tâches mathématiques en comparant les réponses des élèves aux réponses attendues pour déterminer la réussite ou non de chaque tâche. Ensuite, nous identifions la ou les stratégies utilisées ainsi que le type de raisonnement employé pour résoudre chaque tâche à partir du tableau 4 (p. 45). Enfin, pour chaque tâche proposée à l'écrit, nous identifions des difficultés en se basant notamment sur le tableau 5 (p. 47).

En didactique des mathématiques, lorsque nous voulons décortiquer la pensée des élèves, nous procédons à une analyse de protocole. L'analyse de protocole consiste à observer les élèves résoudre un problème. Les élèves expliquent et verbalisent leurs stratégies et leurs raisonnements pour résoudre le problème. À partir de ses actions et de ses paroles, nous dégageons et explicitons les moyens qu'ils mettent en place pour solutionner le problème algébrique. Selon Brun et Conne (1990), l'analyse de protocole consiste à transcrire les éléments observables tels que les conduites, les actions et les propos des élèves. La transcription, sous forme de verbatim, permet de mieux cerner l'interaction entre l'orthopédagogue et les élèves. Comme les entretiens orthopédagogiques sont enregistrés, nous pouvons procéder à la transcription du verbatim en réécoutant les enregistrements. Le verbatim est découpé en unités/épisodes (Brun et Conne, 1990) afin de faciliter son analyse.

Ainsi, dans un deuxième temps, nous analysons les verbatims de la même manière que nous avons analysé les tâches écrites (identification des stratégies, des raisonnements et des difficultés). L'analyse des tâches écrites et des verbatims contribuent à dresser un portrait global des connaissances, des stratégies et des difficultés des élèves pour chaque tâche proposée.

Dans un troisième temps, nous tentons de cibler les régularités entre les erreurs et les difficultés rencontrées par chaque élève à l'écrit (tâches mathématiques) et à l'oral (verbatim) afin de donner quelques indices à propos des difficultés prises en compte en contexte orthopédagogique. Ce portrait contribue à identifier les difficultés conceptuelles récurrentes auxquelles chaque élève fait face.

Finalement, nous dégageons des pistes d'interventions orthopédagogiques à partir du portrait des élèves. Ces interventions sont pensées, analysées et argumentées dans le chapitre portant sur la discussion de cette étude. Une recherche subséquente pourrait expérimenter les interventions orthopédagogiques que nous aurons proposées afin de remédier aux difficultés en algèbre d'élèves du premier cycle du secondaire.

Tout compte fait, ce chapitre présente le devis de cette recherche qualitative de même que les modalités de recrutement des élèves participants. Nous précisons les outils de collecte de données employés en plus d'expliquer la méthode d'analyse des données. Le prochain chapitre porte sur les résultats et l'analyse.

CHAPITRE IV

RÉSULTATS ET ANALYSE

Ce chapitre présente les principaux résultats découlant des données recueillies à partir des tâches mathématiques et des entretiens orthopédagogiques. Avant de poursuivre, il semble opportun de rappeler les objectifs de cette recherche :

- Identifier les types de difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire lors de la résolution de tâches algébriques.
- Dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier aux difficultés conceptuelles rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire en algèbre.

Notre analyse se base sur les éléments abordés dans les chapitres de la problématique (difficultés relatives à l'apprentissage de l'algèbre), du cadre conceptuel (pensée algébrique) ainsi que de la méthodologie de notre recherche (analyse a priori des tâches proposées à l'écrit). Pour chaque élève participant, nous avons effectué une analyse de leurs conduites à l'écrit à partir des tâches mathématiques ainsi qu'une analyse de leurs conduites à l'oral à partir du verbatim de l'entretien orthopédagogique. Avant de présenter nos résultats, nous expliquons les modalités de codification utilisées pour analyser les conduites.

4.1 Codage des conduites à l'écrit et à l'oral

Pour chaque tâche mathématique, nous avons mentionné la réussite ou non et identifié la ou les stratégies utilisées par les élèves pour le résoudre. Nous identifions également le type de raisonnement préconisé pour chaque tâche, soit arithmétique ou algébrique.

Pour toutes les tâches présentées, les élèves peuvent utiliser un raisonnement algébrique (opérer sur l'inconnue) ou un raisonnement arithmétique (opérer sur du connu).

Pour identifier un raisonnement algébrique (Rais. alg) nous nous basons sur l'interprétation du signe d'égalité (signe =) comme étant une équivalence (équi), comme c'est le cas pour les tâches 1a-c et 4, ou comme étant une procédure (proc), comme c'est le cas pour la tâche 2e. Dans un raisonnement algébrique, les symboles s'interprètent comme étant des inconnues (I), comme dans les tâches 1, 2abc, 3, 4 et 5, ou comme une variable (V), comme dans la tâche 2e. Généralement, les élèves qui emploient un raisonnement algébrique préconiseront les stratégies suivantes : analogie de la balance (AB) ou terme caché (TC).

Pour identifier un raisonnement arithmétique (Rais. arithm) nous nous basons sur l'interprétation du signe d'égalité comme étant l'appel à un résultat (résul), comme c'est le cas pour les tâches 1b, 2abc, 3 et 5. Généralement, les élèves qui utilisent un raisonnement arithmétique préconiseront une stratégie basée sur les opérations inverses (OI) ou utilisent une stratégie autre que celles que nous avons anticipées dans le tableau 4 (p. 45) pour résoudre la tâche. Ainsi, de nouveaux codes ont été nécessaires pour identifier adéquatement les stratégies des élèves dont le partage équitable (Péqui), la démarche de calcul (DC) et le calcul quelconque (CQ). Le partage équitable est une démarche arithmétique qui consiste à partager en part égale la quantité totale par le nombre d'effectif qui compose le problème. La démarche de calcul correspond à une démarche misant sur un raisonnement arithmétique qui n'emploie pas la stratégie d'opérations inverses. Les élèves utilisent les nombres issus de la tâche et les mettent correctement en relation. Le calcul quelconque consiste en une démarche arithmétique où les élèves utilisent les nombres qui proviennent de la tâche, mais que le calcul n'est pas lié aux relations dans le problème. Finalement, d'autres stratégies de résolution de problèmes peuvent être utilisées dont la représentation imagée (RI), les essais numériques ciblés (ENC) ou les essais numériques systématiques (ENS).

Comme les tâches 3, 4 et 5 nécessitent une mise en relation. Chacune des relations est identifiée par un nombre (R1, R2 …) qui se rattache à une relation entre les opérations. Ces relations entre les opérations sont : sens de l'addition en tant que réunion (+ réunion), sens de l'addition en tant que comparaison (+ comparaison) et sens de la multiplication en tant que comparaison (x comparaison).

Finalement, pour la tâche 2, deux autres codes sont nécessaires pour identifier l'utilisation des opérations pour représenter la somme d'argent totale épargnée. Le montant de départ (MD) représente la somme d'argent que Marc avait déjà en sa possession avant de commencer à épargner à chaque semaine, soit 12$. Le montant épargné (MÉ) correspond au calcul du montant au bout d'un certain nombre de semaines.

Nous présentons une légende des codes utilisés lors de notre analyse des données dans le tableau 6 (page suivante). Ces codes seront utiles aux personnes lectrices pour faciliter la lecture des tableaux « portrait-élève » que nous dévoilons dans la section 4.2 portant sur les conduites observées des élèves.

Tableau 6

Légende des codes utilisés pour l'analyse des données

Type de conduite	Conduite à l'oral (CO) Conduite à l'écrit (CÉ)

Critère de réussite	Réussi (R) Non-réussi (NR)

Raisonnement algébrique (R. alg)	
Stratégies de RDP	Analogie de la balance (AB) Terme caché (TC)
Signe =	Équivalence (équi) Procédure (proc)
Symbole ?	Inconnue (I) Variable (V) Même valeur (MV)

Raisonnement arithmétique (R. arithm)	
Stratégies de RDP	Opération inverse (OI) Démarche de calcul (DC) Partage équitable (Péqui) Calcul quelconque (CQ)
Signe =	Résultat (résul)

Mise en relation
Relations (R1-R2-R3) Relation entre les opérations • Addition en tant que réunion (+ réunion) • Addition en tant que comparaison (+ comparaison) • Multiplication en tant que comparaison (x comparaison) Montant de départ (MD) Montant épargné (MÉ)

Autres stratégies de résolution de problèmes (RDP)
- Essais numériques systématiques (ENS) - Essais numériques ciblés (ENC) - Représentation imagée (RI) Absence de réponse (Abs rép)

4.2 Les conduites des élèves : connaissances, stratégies et difficultés

Afin de dresser un portrait-élève, nous analysons les conduites à l'écrit (tâches mathématiques) et à l'oral (verbatim de l'entretien orthopédagogique). Pour ce faire, nous présentons une vue d'ensemble des connaissances et des stratégies déployées pour résoudre les tâches ainsi que les difficultés conceptuelles émergentes. Nous expliquons en détails les difficultés rencontrées par les élèves pour chacune des tâches. Par la suite, nous analysons les difficultés préalablement identifiées afin de donner quelques indices à propos des difficultés prises en compte en contexte orthopédagogique de chaque élève pour l'ensemble des tâches. Cette analyse contribue à déterminer les difficultés qui seront considérées pour dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques.

4.2.1 Portrait de l'élève 1

À la première tâche (Appendice E), l'élève est amené à trouver la valeur de l'inconnue (?) dans des équations. L'élève connait la procédure pour trouver la valeur d'une inconnue dans une équation ayant une structure de type *opérations = réponse* comme dans l'item B (*5 + ? + ? = 105*). Effectivement, en effectuant les opérations inverses, il parvient à trouver la valeur de l'inconnue. Cependant, l'élève semble avoir de la difficulté à trouver la valeur de l'inconnue dans les items A (*50 – 24 – 24 = 50 - ?*) et C (*49 x ? – 9 = 490 – 9*) qui ont une structure de type *opérations = opérations*. Dans ces items, l'inconnue se trouve à droite de l'égalité pour l'item A et à gauche de l'égalité pour l'item C. La difficulté rencontrée se situe donc dans l'interprétation du signe d'égalité comme étant strictement un appel à un résultat. De plus, à l'item C, l'élève ne respecte pas la priorité des opérations pour isoler l'inconnue. Nous constatons que la priorité des opérations n'est pas respectée seulement dans l'item C où l'on retrouve deux types d'opérations, soit des soustractions et une multiplication. Dans les autres items, l'élève est confronté seulement à un type d'opération, soit des soustractions pour l'item A et des additions pour l'item B. Nous nous questionnons donc sur sa compréhension relative au sens de la multiplication. L'élève effectue un changement de trajectoire lorsqu'il semble confronté à une difficulté liée, dans ce cas, à isoler un terme qui multiplie un autre nombre.

À la deuxième tâche, l'élève est amené à trouver la somme d'argent amassée par Marc qui épargne 3$ par semaine (MÉ) et commence avec 12$ (MD). Nous constatons que l'élève emploie une démarche similaire pour les items A, B, D et E en utilisant l'addition répétée dans une structure *MD + MÉ (addition répétée) = réponse*. Pour l'item C, l'élève utilise une structure différente ayant recours à une multiplication *MD + MÉ (multiplication) = réponse*. Cette multiplication comprend des nombres qui ne sont pas issus du problème. Nous nous questionnons sur sa capacité à coordonner des opérations passant de l'addition répétée à la multiplication (ex : 3+3+3+3+3 = 3x5). En effet, l'élève effectue un changement de trajectoire à l'item C où il doit généraliser au bout de la 100^e^ semaine. Les conduites à l'oral démontrent que l'élève maitrise l'addition répétée pour trouver la somme d'argent épargnée par Marc avec de petits nombres (items A et B), mais ne parvient pas à transposer ses connaissances avec un grand nombre (item C) dans une structure multiplicative ce qui nous laisse croire que l'élève n'associe pas correctement l'addition répétée à la multiplication. L'élève semble également avoir de la difficulté lors de la formulation d'une expression algébrique (item E). Nous constatons que l'expression proposée est de type *opérations = réponse*. En effet, plutôt que de généraliser, l'élève demeure dans la recherche d'une réponse où il interprète le signe d'égalité comme étant l'appel à un résultat.

Aux tâches trois et cinq, l'élève résout des problèmes de partage inéquitable. Dans les deux tâches, l'élève n'associe pas la R1 « *ont ensemble* » à l'opération d'addition en tant que réunion. De plus, lors de la conduite à l'écrit, l'élève lit les tâches de manière erronée ce qui a une incidence sur la mise en relation des données (R2 et R3). Par exemple à la tâche #3, l'élève avait lu que Paul avait 45 ans et que Claire avait 15 ans de plus et à la tâche #5, il oublie d'appliquer la relation multiplicative (R3). Néanmoins, lors de la conduite orale, l'élève se rend compte de certaines erreurs et y remédie. Finalement, à la cinquième tâche, lors de la formation d'équation, l'élève interprète les symboles comme étant le nombre d'individus qui est une valeur connue plutôt qu'une valeur inconnue à trouver.

À la quatrième tâche, l'élève réussit à résoudre le problème. Par contre, lors de la formulation d'une équation, l'élève semble avoir de la difficulté à représenter la situation de Richard, mais pas celle de Paulette. Son interprétation du signe d'égalité comme étant l'appel à un résultat explique en partie pourquoi il n'a pas réussi à produire une équation qui respecte les contraintes de la situation**.** L'élève ne semble pas en mesure de penser qu'à droite de l'égalité, il y a autre chose de possible qu'un seul nombre (réponse). Cette interprétation pause problème au moment où l'élève restreint sa démarche à une structure *opérations = réponse*.

Le tableau 7 (page suivante) présente les connaissances et les stratégies utilisées par l'élève de même que les difficultés rencontrées. Ce tableau des résultats découle de l'analyse des conduites à l'écrit (Appendice E) et des conduites à l'oral (Appendice F).

Tableau 7

Connaissances et stratégies déployées par l'élève 1 lors de la résolution des tâches mathématiques ainsi que les difficultés rencontrées

	Connaissances et stratégies utilisées	**Difficultés rencontrées**
T1	Items A et C : *NR* *Type de problème : opérations = opérations* *Stratégie RDP : CQ (R.arithm)* *Interprétation signe = résul (R.arithm)* *Symbole : I, MV(R.alg)* Item B : *R* *Type de problème : opérations = réponse* *Stratégie RDP : OI (R.arithm)* *Interprétation signe = résul (R.arithm)* *Symbole : I, MV(CÉ) (R.alg), pasMV (CO)* *CO : les ? peuvent avoir des valeurs différentes, mais la somme demeure équivalente (ex : 52 et 48)*	• Interprétation du signe d'égalité comme étant strictement l'appel à un résultat (items A et C) • Isoler un terme qui multiplie un nombre; sens de la multiplication et priorité des opérations (item C)
T2	Items A, B, D : R *MD + MÉ (addition répétée) = réponse* *Stratégie RDP : DC (A et B) (R.arithm) et en mots (D)* *Interprétation signe = résul (R.arithm)* *Symbole : aucun* Item C : NR *MD + MÉ (multiplication) = réponse.* *Stratégie RDP : CQ (R.arithm)* *Interprétation signe = résul (R.arithm)* *Symbole : aucun* Item E (équation) : NR *MD + MÉ (addition répétée) = réponse* *Stratégie RDP : DC (R.arithm)* *Interprétation signe = résul (R.arithm)* *Symbole : aucun*	• Coordination des opérations passant de l'addition répétée à la multiplication dans un cas de généralisation; sens de la multiplication (item C) • Équation (item E) - Interprétation du signe d'égalité comme étant strictement l'appel à un résultat - Absence de symbole (signification de l'inconnue dans une équation algébrique)
T3 **T5**	<u>Stratégie de RDP</u> : DC (CÉ) et DC / Péqui (CO) *(R.arithm)* <u>Relations entre les opérations :</u> • R1 (+ réunion) : non (CÉ et CO) • R2 (+ comparaison) : non (CÉ), oui (CO) • R3 (x comparaison) : non (CÉ), oui (CO) <u>Probl#5 Équation (CO seulement)</u> • Signe = : résul *(R.arithm)* • Symbole : nombre d'individus L'élève produit des équations représentant les étapes de du calcul qu'il aurait effectuées (partage équitable).	• Dégager les relations lors de la lecture silencieuse du problème (remédiation lors de la lecture à voix haute) • Associer le vocabulaire mathématique à l'opération d'addition réunion (ont ensemble) • Équation (probl#5 - CO) - Interprétation de l'inconnue dans une équation algébrique
T4	<u>Stratégies de RDP</u> : RI (CÉ) et ENS (CO) R1 (équivalence) : oui *(R.alg)* I, MV : oui *(R.alg)* <u>Relations entre les opérations :</u> • Relation additive (Paulette) : oui • Relation additive (Richard) : oui <u>Équation (CO seulement)</u> Signe = : résul *(R.arithm)* Symbole : I, MV *(R.alg)*	• Équation (CO) - Interprétation du signe d'égalité comme étant strictement l'appel à un résultat

4.2.2 Portrait de l'élève 2

À la deuxième tâche (Appendice G), l'élève est amené à trouver la somme d'argent amassée par Marc qui épargne 3$ par semaine (MÉ) et commence avec 12$ (MD). Aux items A et B, l'élève attribue le montant de 12$ à la première semaine. Or, dans l'énoncé, il faut comprendre que l'individu commence avec 12$ en poche (semaine 0). Outre cette erreur, le reste de son raisonnement est bon, c'est-à-dire qu'il applique les bonnes opérations sur les nombres. Dans ce cas, l'élève manifeste une difficulté à se représenter le problème en contexte. L'élève ne généralise pas le problème ni à l'écrit (absence de réponse) ni à l'oral pour les items C (au bout de la 100e semaine), D (en mots) et E (équation algébrique).

Aux tâches trois et cinq, l'élève résout des problèmes de partage inéquitable. Dans ces tâches, l'élève n'associe pas la R2 « *de plus que* » à l'opération d'addition (comparaison) ni la R3 « *le double de* » à l'opération de multiplication (comparaison). À la cinquième tâche, l'élève ne tente pas de formuler une réponse.

À la quatrième tâche, lors de l'entretien orthopédagogique, l'élève identifie les relations du problème. Par contre, à l'écrit, il ne parvient pas à dégager une démarche pour résoudre le problème (absence de démarche). Lors de l'entretien, nous avons demandé à l'élève de formuler une équation algébrique pour représenter le problème. L'élève réussit à produire deux expressions algébriques distinctes pour représenter la situation des deux personnages du problème. Néanmoins, l'élève ne parvient pas à appliquer la relation d'équivalence entre les quantités, c'est-à-dire en reliant les deux expressions algébriques par un symbole d'égalité. L'absence d'un symbole d'égalité entre les deux expressions fait en sorte que l'élève n'est pas en mesure de les résoudre. De ce fait, bien que l'élève identifie les relations du problème, il semble éprouvé de la difficulté à les opérer dans un processus de résolution de problème.

Le tableau 8 (page suivante) présente les connaissances et les stratégies utilisées par l'élève 2 de même que les difficultés rencontrées. Ce tableau des résultats découle de l'analyse des conduites à l'écrit (Appendice G) et des conduites à l'oral (Appendice H).

Tableau 8

Connaissances et stratégies déployées par l'élève 2 lors de la résolution des tâches mathématiques ainsi que les difficultés rencontrées

<table>
<tr><th></th><th>Connaissances et stratégies utilisées</th><th>Difficultés rencontrées</th></tr>
<tr><td>T1</td><td>Items A et C : R
Type de problème : opérations = opérations
Stratégie RDP: AB (A-C) (R.alg) + ENC (C)
Interprétation signe = équi (R.alg)
Symbole : I, MV (R.alg)

Item B : R
Type de problème : opérations = réponse
Stratégie RDP : OI (R.arithm)
Interprétation signe = résul (R.arithm)
Symbole : I, MV(R.alg)</td><td></td></tr>
<tr><td>T2</td><td>Items A et B: NR
MD (semaine 1) + MÉ (autres semaines - multiplication) = réponse
Stratégie RDP : DC (R.arithm)
Interprétation signe = résul (R.arithm)
Symbole : aucun

Item C, D et E (équation) : Abs rép</td><td>Représenter le problème dans son contexte (prise en compte de la semaine 0)
Absence de généralisation (abs de rép)</td></tr>
<tr><td>T3

T5</td><td><u>Stratégies de RDP</u> : DC (R.arithm)

<u>Interprétations observables</u>

<u>Relations entre les opérations</u> :
R1 (+ réunion) : oui (CÉ et CO)
R2 (+ comparaison) : non (CÉ et CO)
R3 (x comparaison) : non (CÉ et CO)
<u>Probl#5 Équation (CO seulement)</u> : Abs rép</td><td>Associer le vocabulaire mathématique aux opérations d'addition comparaison et de multiplication comparaison (sens des opérations)
Équation
- Abs de rép.</td></tr>
<tr><td>T4</td><td><u>Stratégies de RDP</u> : Abs rép (CÉ et CO)

<u>Mise en relation</u> :
R1 (équivalence) : oui (CO), non (équation)
I, MV : oui (CO) (R.alg)
<u>Équation (CO seulement)</u>
Signe = : aucun
Symbole : I, MV (R.alg)

<u>Relations entre les opérations</u> :
Relation additive (Paulette) : oui
Relation additive (Richard) : oui</td><td>Opérer sur les relations
- Absence de démarche
Équation
- Comprendre les relations (équivalence)
- Absence d'un symbole d'égalité</td></tr>
</table>

4.2.3 Difficultés prises en compte en contexte orthopédagogique chez E1 et E2

Les portraits-élèves nous informent sur les difficultés conceptuelles qui émergent de l'analyse des conduites à l'écrit et à l'oral pour chacune des tâches mathématiques proposées à l'écrit. Dans cette section, nous justifions en quoi il s'agit d'une difficulté au regard de la *Progression des apprentissages* ainsi que des concepts clés de la pensée algébrique. Cette justification sera nécessaire afin de cibler les difficultés à prendre en compte en contexte orthopédagogique pour dégager des pistes d'interventions.

4.2.3.1 Analyse des difficultés conceptuelles identifiées chez E1

Premièrement, l'interprétation du signe d'égalité en contexte algébrique semble difficile pour lui. Cette difficulté se manifeste notamment dans trois des cinq tâches proposées (1, 2 et 4). Que ce soit lors de la recherche d'un terme manquant, d'une généralisation ou d'une relation d'équivalence, l'élève se restreint à une interprétation du signe d'égalité comme étant l'appel à un résultat. Au primaire, l'élève est amené à déterminer la valeur d'un terme manquant qu'il soit à droite ou à gauche de l'égalité dans des équations telles que $a + b = \blacksquare,\ a\ x \blacksquare = c\ ou\ \blacksquare - b = c$ (MELS, 2016). « Au primaire, les élèves ont acquis des connaissances préalables à l'algèbre grâce à diverses activités mathématiques. Mentionnons notamment la recherche de termes manquants par l'utilisation des propriétés des opérations et des relations entre elles, l'appropriation du sens des relations d'égalité et d'équivalence, le respect de la priorité des opérations et la recherche de régularités dans différents contextes » (MELS, 2016, p. 13). Nous pouvons supposer que l'élève a été exposé uniquement à des équations de type *opérations = réponse* où l'inconnue peut se trouver à gauche ou à droite de l'égalité ce qui explique pourquoi il réussit l'item B (*5 + ? + ? = 105*) et non les items A (*50 – 24 – 24 = 50 – 9*) et C (*49 x ? – 9 = 490 – 9*) dans la première tâche (Appendice E). À la deuxième tâche, nous constatons que l'expression algébrique proposée par l'élève est de type *opérations = réponse*. En effet, plutôt que de généraliser, l'élève demeure dans la recherche d'une réponse où il interprète le signe d'égalité comme étant l'appel à un résultat. Dans le PFEQ, au premier cycle du secondaire en arithmétique, l'élève est amené à développer davantage la relation d'égalité selon le principe de la balance (MELS, 2006b). Toutefois, au primaire, l'élève est tout de même supposé s'être approprié le sens des relations d'égalité et d'équivalence lors d'activités mathématiques visant les préalables à l'algèbre (MELS, 2006b). Cette difficulté doit donc être prise en considération afin de planifier des interventions orthopédagogiques. L'interprétation du signe d'égalité comme étant une équivalence est une étape charnière dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre. La persistance de cette interprétation erronée aura des conséquences sur l'apprentissage plus formel de l'algèbre en deuxième secondaire par exemple pour résoudre une équation de type $ax + b = cx + d$. Bref, il s'agit d'une difficulté relative à la pensée algébrique.

Deuxièmement, il semble difficile pour l'élève de dégager les relations lors de la lecture silencieuse du problème. En effet, lors de la conduite à l'écrit, il lit les problèmes de manière erronée ce qui a une incidence sur la mise en relation des données (R2 et R3). Par exemple, à la tâche #3, l'élève avait lu que Paul avait 45 ans et que Claire avait 15 ans de plus et à la tâche #5, il oublie d'appliquer la relation multiplicative (R3). Néanmoins, lors de la conduite orale, l'élève se rend compte de certaines erreurs et y remédie. Ainsi, nous n'allons pas prendre en considération la lecture des énoncés comme étant une difficulté étant donné que l'élève remédie à certaines de ses erreurs lors de la lecture à voix haute.

Troisièmement, aux troisième et cinquième tâches, l'élève n'associe pas le vocabulaire mathématique « *ont ensemble* » à l'opération d'addition en tant que réunion. En sixième année du primaire, l'élève devrait être en mesure de « traduire une situation à l'aide de matériel concret, de schémas ou d'équations et vice versa (exploitation des différents sens des quatre opérations) » (MELS, 2016, p. 9). Tel que mentionné dans le

PFEQ, « au primaire, l'élève a développé son sens du nombre et des opérations. [...] Il a dégagé les relations entre les opérations ainsi que leurs propriétés » (MELS, 2006b, p. 250). De ce fait, les relations entre les opérations, c'est-à-dire le sens accordé à l'addition (comparaison et réunion) et à la multiplication (comparaison) devraient être acquises en première secondaire surtout en fin d'année scolaire. Les connaissances arithmétiques relatives aux relations entre les opérations sont importantes pour être en mesure de construire des équations algébriques et ce dès la deuxième secondaire.

Quatrièmement, à la première tâche, plus spécifiquement à l'item C (*49 x ? – 9 = 490 – 9*), l'élève ne respecte pas la priorité des opérations pour isoler l'inconnue. Nous observons qu'il a de la difficulté à isoler un terme qui multiplie un nombre. La priorité des opérations doit être acquise à la fin du primaire (MELS, 2016). Rappelons que les entretiens orthopédagogiques ont eu lieu à la fin de l'année scolaire (mai-juin). Même si l'élève ne maitrisait pas tout à fait la priorité des opérations à la fin de son primaire, il devrait maitriser cette notion à la fin de sa première année au secondaire. Nous constatons que cet élève cumule du retard qui aura un impact direct sur ses apprentissages en deuxième secondaire.

Cinquièmement, à la deuxième tâche, l'élève manifeste des difficultés relatives à la coordination des opérations passant de l'addition répétée à la multiplication dans un cas de généralisation. Nous constatons que l'élève ne parvient pas à transposer ses connaissances dans une structure multiplicative ce qui nous laisse croire que l'élève n'associe pas correctement l'addition répétée à la multiplication. L'exploitation des différents sens de la multiplication (dont l'addition répétée) devrait être acquis au primaire (MELS, 2009) et consolider en première secondaire.

Finalement, la formulation d'une équation algébrique pose problème à cet élève. Il interprète le signe d'égalité comme étant strictement l'appel à un résultat (tâches 2 et 4) et interprète les symboles comme étant une valeur connue plutôt qu'une valeur inconnue (tâche 5). Bien que l'élève ait été exposé à au concept d'inconnue au primaire lors de la recherche d'un terme manquant, ce n'est qu'au secondaire que l'apprentissage plus formel de l'inconnue s'installe.

L'analyse des difficultés conceptuelles de l'élève 1 nous permet de mieux anticiper les pistes d'interventions orthopédagogiques. Le tableau 9 (page suivante) présente les difficultés conceptuelles prises en considération pour dégager des pistes d'interventions au regard de la PDA et des attentes conceptuelles préalables à l'introduction à l'algèbre.

Tableau 9

Difficultés de E1 pour l'ensemble des tâches proposées qui seront considérées pour dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques

Élève 1
Pensée arithmétique
• Sens des opérations (addition et multiplication) - *Difficulté à isoler un terme qui multiplie un nombre (sens de la multiplication et priorité des opérations)* - *Difficulté à coordonner des opérations passant de l'addition répétée à la multiplication dans un cas de généralisation* - *Difficulté à associer le vocabulaire mathématique à l'opération d'addition réunion*
Pensée algébrique
• Interprétation du signe d'égalité en contexte algébrique comme étant strictement l'appel à un résultat

4.2.3.2 Analyse des difficultés conceptuelles identifiées chez E2

Premièrement, il semble avoir de la difficulté à représenter le problème en contexte. En effet, à la deuxième tâche (Appendice G), l'élève est amené à trouver la somme d'argent amassée par Marc qui épargne 3$ par semaine (MÉ) et commence avec 12$ (MD). Aux items A et B, l'élève attribue le montant de 12$ à la première semaine. Or, dans l'énoncé, il faut comprendre que l'individu commence avec 12$ en poche (semaine 0). Outre cette erreur, le reste de son raisonnement est bon, c'est-à-dire qu'il applique les bonnes opérations sur les nombres. Dans ce cas, l'élève manifeste une difficulté à se représenter le problème en contexte. L'élève n'a probablement pas été exposé à ce type de problème auparavant. En revanche, au premier cycle du secondaire, il aura davantage l'occasion de résoudre des situations-problèmes de ce type lors de la recherche d'une règle et d'une régularité. Ainsi, nous n'allons pas prévoir d'interventions orthopédagogiques sur en lien avec la représentation du contexte étant donné qu'il est en cours d'apprentissage.

Deuxièmement, aux troisième et cinquième tâches, l'élève n'associe pas le vocabulaire mathématique « *de plus que* » à l'opération d'addition (comparaison) ni « *le double de* » à l'opération de multiplication (comparaison). Cette difficulté a déjà été analysée pour l'élève 1. Nous allons prendre en compte cette difficulté pour élaborer des pistes d'interventions orthopédagogiques.

Troisièmement, il semble difficile pour cet élève d'opérer sur les relations. Cette difficulté se manifeste seulement à la quatrième tâche où l'élève identifie les relations du problème, traduit les relations en des expressions algébriques, mais ne parvient pas à appliquer la relation d'équivalence. Bien que l'élève n'a sûrement pas été exposé à ce type de problème, il demeure légitime de prévoir des pistes d'interventions orthopédagogiques afin de s'assurer que l'élève parvienne à développer ses habiletés en résolution de problème. En effet, l’élève s’initie à l’algèbre et au processus de mise en équation dès le primaire. Il est amené à reconnaître ou à construire des égalités et des équations du primaire jusqu’en deuxième secondaire (MELS, 2016). Une difficulté associée à la compréhension et aux opérations des relations peut avoir des répercussions sur l’apprentissage formel de l’algèbre c’est pourquoi il importe d’intervenir dès que possible.

Quatrièmement, l’élève 2 ne généralise pas les données du problème. En effet, l’élève ne généralise pas la deuxième tâche ni à l’écrit (absence de réponse) ni à l’oral pour les items C (au bout de la 100e semaine), D (en mots) et E (équation algébrique). Comme la formulation d’expression algébrique est en cours d’apprentissage au premier cycle du secondaire, nous n’allons pas prendre en considération cette difficulté potentielle dans le cadre d’interventions orthopédagogiques. Néanmoins, la généralisation est l’un des trois processus fondamentaux de la pensée algébrique selon le Ministère de l’Ontario (2008). D’une part, dans le PFEQ en mathématiques au primaire, il n’est pas mentionné dans les savoirs essentiels de développer la généralisation, mais la généralisation est mentionnée dans l’introduction du domaine de la mathématique et de la science. « Analyser les données provenant d’observations ou d’une situation-problème et utiliser des stratégies appropriées permettant d’atteindre un résultat ou de trouver une solution qu’il sera possible par la suite d’expliquer, de vérifier, d’interpréter et de généraliser » (MELS, 2006a, p. 122). Nous supposons que l’élève n’a probablement pas été exposé à des problèmes de généralisation au primaire. D’autre part, au secondaire, le programme stipule que la généralisation est en cours d’apprentissage pour entre autres dégager une règle ou une régularité. « Pour construire sa pensée algébrique, l’élève observe des régularités issues de situations diverses et représentées de différentes façons, comme des dessins, des tables de valeurs et des graphiques. Pour introduire les idées de variable, de dépendance entre des variables et de généralisation à l’aide d’une règle, l’utilisation de suites de nombres constitue un moyen privilégié » (MELS, 2006b, p. 254). Comme l'apprentissage plus formel de la généralisation s'effectue davantage au premier cycle du secondaire, nous n'allons pas prévoir d'interventions à ce sujet.

Finalement, l'élève ne formule pas d'équation algébrique (absence de réponse) aux tâches 2 et 5 (Appendice G). Effectivement, l'élève ne tente pas de formuler d'équations algébriques dans ces tâches. Par contre, l'élève formule deux expressions algébriques à la quatrième tâche, mais ne les relient pas par un symbole d'égalité. Rappelons que la formulation d'expression algébrique est en cours d'apprentissage et sera enseignée plus formellement en deuxième secondaire. Ainsi, nous ne pouvons pas retenir cette difficulté pour la prendre en considération dans nos interventions étant donné que les élèves sont en cours d'apprentissage en première secondaire.

L'analyse des difficultés conceptuelles de l'élève 2 nous permet de mieux anticiper les pistes d'interventions orthopédagogiques. Le tableau 10 (page suivante) présente les difficultés conceptuelles prises en considération pour dégager des pistes d'interventions au regard de la PDA et des attentes conceptuelles préalables à l'introduction à l'algèbre.

Tableau 10

Difficultés de E2 pour l'ensemble des tâches proposées qui seront considérées pour dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques

Élève 2
Pensée arithmétique
• Sens des opérations (addition et multiplication) - *Difficulté à associer le vocabulaire mathématique aux opérations d'addition comparaison et de multiplication comparaison*
Pensée algébrique
• Opérer sur les relations

4.3 Nature algébrique des difficultés rencontrées par les élèves E1 et E2

Dans le chapitre de la méthodologie, nous avons effectué une analyse a priori des tâches mathématiques proposés à l'écrit. Cette analyse permet d'identifier des difficultés potentielles que pourrait rencontrer un élève du premier cycle du secondaire lors de la réalisation des tâches proposées. La présente section a pour objectif de mettre en lumière les difficultés particulières rencontrées par les élèves participants.

L'analyse de la première tâche (*Trouve la valeur de l'inconnue dans l'équation. Item A : 50 – 24 – 24 = 50 – ?, item B : 5 + ? + ? = 105 et item C : 49 x ? – 9 = 490 – 9*) nous révèle que les deux élèves participants comprennent la signification d'un terme manquant représenté par un symbole (?). Néanmoins, certaines connaissances relatives à la recherche d'un terme manquant demeurent fragiles. En effet, l'élève 1 a de la difficulté à isoler un terme qui multiplie un autre nombre ce qui nous laisse croire en une faille au niveau de sa compréhension du sens de la multiplication. À ceci s'ajoute l'interprétation du signe d'égalité. Évidemment, il est important de vérifier de quelle manière les élèves interprètent le signe d'égalité, car plusieurs erreurs subséquentes en algèbre découlent d'une interprétation limitée de ce symbole. D'ailleurs, l'élève 1 restreint son interprétation du signe d'égalité comme étant strictement l'appel à un résultat en résolvant les équations proposées sous la forme *opérations = réponse* plutôt que *opérations = opérations*. Cette tâche permet donc de valider les connaissances antérieures utilisées par les élèves, c'est-à-dire les éléments supposément acquis en sixième année du primaire qui n'ont pas nécessairement été anticipés comme difficultés potentielles lors de notre analyse a priori des tâches mathématiques. Certains élèves ont des difficultés relatives aux savoirs essentiels préalables à leur cycle scolaire et devraient bénéficier d'un enseignement supplémentaire pour y remédier. Nous pouvons donc constater toute l'importance de présenter une tâche visant la recherche d'un terme manquant, car elle apporte beaucoup d'informations sur les sens du nombre et des opérations utilisées.

La deuxième tâche en est un de généralisation : *Marc épargne 3 $ par semaine. Il commence avec 12 $. Quelle somme d'argent aura-t-il épargnée: Item A : À la fin de la troisième semaine? Item B : À la fin de la cinquième semaine? Item C : À la fin de la 100ᵉ semaine? Expliquez votre démarche. Item D : Expliquez, dans vos propres mots, comment calculer l'argent épargné à la fin d'un nombre de semaines quelconque. Item E : Trouvez une formule algébrique qui exprime la somme d'argent épargnée après n semaines*. Pour des élèves de première secondaire, cette tâche génère des difficultés, mais qui ne peuvent pas nécessairement être prises en considération dans le cadre d'interventions orthopédagogiques, car les élèves demeurent en apprentissage. Toutefois, pour l'élève 1, cette tâche a été pertinente pour récolter des informations relatives au sens des opérations En ce sens, nous constatons que cet élève manifeste de la difficulté à utiliser la multiplication dans le cadre d'une addition répétée. Il s'agit d'une difficulté que nous n'avions pas nécessairement anticipée, mais qui demeure très pertinente pour mettre en place des interventions relatives au sens des opérations.

Dans la troisième tâche (*Paul et Claire ont ensemble 45 ans. Paul a 15 ans de plus que Claire. Quel est l'âge de chacun?)* et dans la cinquième tâche (*Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il?)*, les élèves sont amenés à déduire les relations entre les nombres dans les phrases mathématiques. Ces tâches de partage inéquitable nous permettent de valider la compréhension des élèves à associer les expressions mathématiques à la bonne opération entre les nombres. De notre analyse, nous constatons que les deux élèves participants semblent avoir des difficultés relativement au sens des opérations (addition-réunion, addition-comparaison et multiplication-comparaison). Les deux tâches possèdent des caractéristiques similaires telles que l'addition-réunion et l'addition-comparaison ce qui nous permet de constater la persistance des difficultés relatives au sens des opérations. À la cinquième tâche s'ajoute la multiplication-comparaison. La cinquième tâche est plus complexe que la troisième, car il y a trois relations à respecter. Le sens accordé aux opérations est une difficulté que nous avions anticipée et qui se reflète dans le portrait des deux élèves participants. Ainsi, il nous semble important d'intervenir sur cette notion qui constitue un élément sous-jacent à l'apprentissage plus formel de l'algèbre où les élèves seront amenés à traduire des énoncés en équation mathématique.

À la quatrième tâche (*La mère de Paulette et de Richard décide de donner un cadeau à ses enfants. Elle leur donne des enveloppes contenant des cartes de hockey. Pour que les enveloppes soient identiques, elle met* ***le même nombre*** *de cartes de hockey dans chaque enveloppe. Paulette avait déjà 7 cartes et sa mère lui donne 1 enveloppe. Richard avait déjà 2 cartes et sa mère lui donne 2 enveloppes. Maintenant, les deux enfants ont le même nombre de cartes de hockey. Combien y a-t-il de cartes dans chaque enveloppe*?), l'élève 1 réussit le problème, mais lors de la formulation de l'expression algébrique, il interprète le signe d'égalité comme étant l'appel à un résultat. Cette tâche nous permet de consolider nos hypothèses quant aux difficultés relatives à l'interprétation du signe d'égalité de l'élève 1. L'élève 2, quant à lui, ne parvient pas à opérer sur les relations correctement identifiées afin de structurer une démarche de résolution de problème. L'élève 2 parvient à formuler des expressions algébriques sans les relier par un signe d'égalité. Les erreurs relevées dans cette tâche diffèrent grandement entre les deux élèves participants, mais demeurent davantage dans la portion algébrique du problème, c'est-à-dire lors de la formulation d'une équation.

Tout compte fait, les tâches proposées à l'écrit ne sont pas garantes des connaissances et des stratégies mises en œuvre dans un raisonnement strictement algébrique. Les tâches proposées contribuent à mieux comprendre les nœuds d'apprentissage en arithmétique et en algèbre qui auront des répercussions sur les apprentissages subséquents et plus formels des élèves du premier cycle du secondaire.

CHAPITRE V

DISCUSSION ET CONCLUSION

Tel que mentionné dans la problématique de cette recherche, la transition primaire-secondaire et le passage de l'arithmétique à l'algèbre consistent en des étapes charnières pour plusieurs élèves dont les élèves HDAA. Quant à l'orthopédagogue, son rôle consiste à identifier les difficultés conceptuelles persistantes en mathématiques des élèves qui lui sont référés. Pour ce faire, l'orthopédagogue doit s'appuyer sur les éléments clés de la pensée algébrique provenant de la littérature scientifique. Les études présentées dans la problématique démontrent que plusieurs élèves auront des difficultés en lien avec le passage de l'arithmétique à l'algèbre notamment concernant la signification du signe d'égalité. Ces difficultés conceptuelles sont inévitables et devront être prises en considération pour prévoir des interventions spécifiques et efficaces afin d'éviter qu'elles ne deviennent persistantes. Par conséquent, dans ce chapitre, pour répondre au premier objectif de l'essai qui est mentionné comme suit : « Identifier les types de difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire lors de la résolution de tâches algébriques », nous allons faire un bref retour sur ces difficultés en plus de dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques à la lumière des résultats et du contexte théorique de cette recherche.

5.1 Interprétation des difficultés conceptuelles rencontrées; interventions orthopédagogiques

Les résultats de cette recherche montrent que certains élèves de première secondaire possèdent des connaissances incomplètes en algèbre. À vrai dire, nos résultats corroborent avec les difficultés conceptuelles en algèbre découlant d'études antérieures notamment concernant l'interprétation du signe d'égalité (Croteau, 2009; Labelle, 2008) ainsi que l'interférence entre la pensée arithmétique et la pensée algébrique (Oliveira, Rhéaume et Geerts, 2017). Nos résultats dévoilent des nœuds d'apprentissage vers l'algèbre impliquant des notions arithmétiques tels que le sens des opérations (*isoler un* *terme qui multiplie un nombre, coordonner des opérations passant de l'addition répétée à la multiplication et associer le vocabulaire mathématique à la bonne opération).* Par ailleurs, les difficultés conceptuelles liées à l'arithmétique sont plus prédominantes que nous l'avions anticipées. Ces difficultés observées dans notre recherche ne semblent pas reliées à certaines tâches précises mais semblent apparaitre à différents moments dans la réalisation de tâches par les élèves. Ces moments ne sont pas anticipés lors de notre analyse a priori.

Généralement au début de l'année scolaire en première secondaire, les enseignant.es révisent les notions arithmétiques du primaire. Selon des observations qualitatives en tant de membre du personnel scolaire dans les écoles, cette révision semble mal ciblée pour plusieurs élèves pour leur introduire l'algèbre. Parallèlement, certains concepts propres à l'algèbre demeurent ardus ou incompris. Il importe donc de tenir compte des difficultés conceptuelles des élèves notamment l'interprétation du signe d'égalité et la mise en relation, car elles peuvent constituer des piliers sur lesquels reposent l'apprentissage de concepts algébriques plus complexes. Bien que certaines difficultés conceptuelles soient prévisibles comme le respect des conventions d'écriture et l'utilisation des lettres, d'autres ne sont pas nécessairement anticipées notamment l'association du vocabulaire mathématique et la coordination des opérations. Les enseignant.es du secondaire n'appréhendent pas nécessairement les nœuds d'apprentissage préalable à l'enseignement de l'algèbre. Ainsi, pour favoriser une transition plus harmonieuse de l'arithmétique à l'algèbre, il nous semble opportun de repenser la préparation des élèves à l'algèbre (ce que nous appelons préalgèbre). Comme orthopédagogue, nous désirons aider les enseignant.es à mieux comprendre les difficultés particulières des élèves et à les prendre en compte dans leur enseignement initial de l'algèbre. Pour ce faire, nous visons une réorganisation conceptuelle des connaissances lors de la révision en première secondaire afin de mieux préparer les élèves au passage de l'arithmétique à l'algèbre. Nous présentons maintenant trois interventions orthopédagogiques qui peuvent s'avérer utiles.

5.2 Interventions orthopédagogiques pertinentes pour l'apprentissage initial de l'algèbre

Pour soutenir les élèves de première secondaire ayant des difficultés en lors de l'introduction à l'algèbre, nos résultats nous permettent de proposer des tâches conceptuelles significatives ciblant principalement l'interprétation du signe d'égalité et le sens des opérations. Les tâches proposées visent à réorganiser les connaissances du primaire pour préparer plus efficacement les élèves à l'algèbre et ainsi favoriser le passage de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. L'intention des tâches proposées demeurent la quête du sens à travers les différents contextes, soit arithmétique et algébrique.

5.2.1 Interprétation relationnelle du signe d'égalité

Pour préparer les élèves du premier cycle du secondaire à réorganiser leurs connaissances vers l'introduction de l'algèbre, nous proposons une tâche portant sur la signification du signe d'égalité. Cette tâche consiste à valider des phrases mathématiques et à trouver de la valeur d'un terme manquant à partir de situations contextualisées et décontextualisées.

Dans la PDA, les élèves du primaire sont surtout confrontés à des problèmes de types *opérations = réponse*. Dans ce type de problèmes, les termes à gauche de l'égalité sont séparés par des opérations (addition, soustraction, multiplication ou division) et mènent à une réponse, c'est-à-dire un seul terme (ex : $3 + 5 = 8$). Tout d'abord, nous proposons aux élèves de trouver la valeur d'un terme manquant, et ce, peu importe sa position dans l'équation (ex : 4 x 6 = ? ou ? – 7 = 8). Ensuite, les élèves indiquent si les énoncés sont vrais ou faux. Par exemple, il est vrai que 4 + 12 = 16 et que 24 – 6 = 18, mais il est faux de dire que 8 x 7 = 54.

Pour consolider son interprétation relationnelle du signe d'égalité, la prochaine étape consiste à exposer les élèves à des expressions mathématiques non-conventionnelles (Squalli, Adihou, Oliveira, Tremblay, Jeannotte, Saboya, Boucher, Charest, Baril et St-Pierre, 2015). Par exemple, l'égalité est réflexive a = a comme dans 3 = 3. L'égalité est symétrique, c'est-à-dire qu'elle peut être lue indépendamment de gauche à droite ou de droite à gauche. Par exemple a = b où b = a et 3 + 2 = 5 ou 5 = 3 + 2. L'égalité est transitive; si a = b et que b = c donc a = c ou si 3 + 2 = 5 et que 5 = 4 + 1 alors 3 + 2 = 4 + 1. Cette partie est plus ardue pour les élèves, car ils sont confrontés à des équations de type *opérations* = *opérations* sans toutefois les exposer à des nombres inconnus. Dans ce type d'équations, les termes à gauche de l'égalité sont séparés par des opérations et mènent à des termes à droite de l'égalité qui eux aussi sont séparés par des opérations (ex : 3 + 5 = 6 + 2).

Finalement, les élèves sont confrontés à des équations de type *opérations* = *opérations* qui nécessitent de trouver la valeur d'un terme manquant. Les élèves devront trouver la valeur de l'inconnue peu importe sa position dans l'équation (ex : 4 + 6 = ? + 5 ou 4 + ? = 5 + 5). Ils sont amenés à déterminer la valeur de l'inconnue indépendamment des opérations qui séparent les termes (ex : 4 x 6 = ? + 4 ou 4 x 6 = ? – 4). Enfin, l'inconnue est trouvée, et ce, avec un nombre variable de termes à gauche et à droite de l'égalité (ex : 4 x 6 = ? + 4 ou ? – 7 = 8 + 2 + 6).

5.2.2 Interprétation des relations; sens des opérations

Pour préparer les élèves du premier cycle du secondaire à réorganiser leurs connaissances en vue de l'introduction à l'algèbre, nous proposons une tâche portant sur l'interprétation des relations et des opérations s'y rattachant. Une mise en situation est présentée aux élèves. Celle-ci ne contient pas de question. De cette manière, nous évitons que les élèves se restreignent à trouver une réponse. Tout d'abord, ils identifieront les faits mathématiques (données déclaratives ou données nécessitant le traitement des données). Ensuite, les élèves représenteront, le cas échéant, les relations à l'aide d'une équation tout en respectant les opérations qui s'y rattachent.

Prenons l'exemple suivant : *Renaud a 3 pommes. Mario a 3 fois plus de pommes que Renaud. Ensemble, ils ont autant de pommes que Jean*. La première phrase contient une donnée déclarative donc aucun traitement n'est requis. La deuxième phrase nécessite de traiter la relation après l'avoir identifiée. Si Mario a 3 fois plus de pommes que Renaud et que Renaud en possède déjà 3, alors Mario a 3 fois 3 pommes (*nombre de pommes de Mario = 3 x nombre de pommes de Renaud).* La troisième phrase requière également un traitement de la relation. Le mot « *ensemble* » se rapporte aux pommes que possèdent Renaud et Mario. Donc, Jean a le même nombre de pommes que la somme des pommes à Renaud et celles à Mario (*nombre de pommes de Renaud + nombre de pommes de Mario = nombre de pommes de Jean*). Ce type de tâches permettrait d'introduire éventuellement les élèves aux trois catégories identifiées par Marchand et Berdnarz (1999). Les trois catégories de problèmes algébriques sont les suivants : partage inéquitable, transformation et taux. Enfin, il faudrait envisager d'exposer les élèves à ces différents types de problèmes afin qu'ils puissent mobiliser leurs connaissances dans différents contextes.

5.2.3 Activité d'intégration; de l'arithmétique à l'algèbre

Pour éviter que des difficultés conceptuelles non traitées deviennent persistantes en mathématiques, il faut retravailler et revoir les connaissances en vue de l'apprentissage plus formel de l'algèbre. Les tâches préalablement proposées se penchent sur l'interprétation du signe d'égalité et sur l'interprétation des relations (sens des opérations). Ces deux concepts sont interreliés. En effet, une équation est constituée d'une égalité et généralement d'opérations. Ainsi, il demeure légitime de développer une activité pour coordonner ces deux notions.

Prenons l'exemple suivant : *La famille Beaulieu et la famille Doucet ont récoltés le même nombre de sacs de bonbons à l'Halloween. Dans la famille Beaulieu, Jason a récolté 15 sacs et Amélie en a deux fois plus que son frère. Dans la famille Doucet, Camille a récolté 22 sacs et Noémie en a trois sacs de plus que Camille*. Le tableau 11 (page suivante) met en évidence les faits mathématiques (données déclaratives ou données nécessitant le traitement des données) et présente les représentations des relations sous forme d'équations.

Tableau 11
Activité d'intégration; faits mathématiques et relations entre les données

Famille Beaulieu	Famille Doucet
Donnée déclarative : Jason a 15 sacs de bonbons	**Donnée déclarative :** Camille a 22 sacs de bonbons
Donnée à traiter : Amélie a 2 fois plus de sacs que Jason • *Nombre de sacs de bonbons d'Amélie = 2 x nombre de sacs de bonbons de Jason* • *Nombre de sacs de bonbons d'Amélie = 2 x 15*	**Donnée à traiter :** Noémie a trois sacs de plus que Camille • *Nombre de sacs de bonbons de Noémie = 3 + nombre de sacs de bonbons de Camille* • *Nombre de sacs de bonbons de Noémie = 3 + 22*
Interprétation de l'égalité comme étant une équivalence	
Nombre de bonbons de la famille Beaulieu = nombre de bonbons de Jason + nombre de bonbons d'Amélie	Nombre de bonbons de la famille Doucet = nombre de bonbons de Camille + nombre de bonbons de Noémie
Nombre de bonbons de la famille Beaulieu = nombre de bonbons de la famille Doucet	

5.3 Retombées et recommandations

Cette recherche nous a permis d'identifier des difficultés conceptuelles rencontrées par deux élèves de première secondaire et de dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier à ces difficultés. À partir des difficultés soulevées, les pistes d'interventions proposées ambitionnent des répercussions sur la compréhension de concepts mathématiques relatifs à l'arithmétique et à l'algèbre par les élèves du premier cycle du secondaire.

Ainsi, les retombées de la recherche servent à informer les orthopédagogues et les enseignant.es de mathématiques au secondaire sur les modalités à envisager pour préparer les élèves à l'apprentissage de l'algèbre. Cette recherche contribue à soutenir les orthopédagogues et les enseignant.es de mathématiques dans leur formation ainsi que les chercheur.es intéressé.es par cette étude. Elle s'avère également utile pour alimenter des recherches ultérieures portant sur l'apprentissage de l'algèbre et sur la transition primaire-secondaire.

À la suite de cette recherche, certaines constatations nous mènent à l'élaboration des recommandations pour les orthopédagogues et les enseignant.e.s de mathématiques au secondaire ainsi qu'à tout autre personnel scolaire se sentant interpelé par cette étude. Il faut envisager de repenser l'imbrication des concepts passant de l'arithmétique à l'algèbre. Pour ce faire, lors de la révision des notions du primaire en première secondaire, il importe de mettre en lumière les apprentissages réalisés en arithmétique et de reconstruire les apprentissages dans un contexte préalgébrique. Ainsi, la révision ne doit pas seulement se limiter aux contenus disciplinaires, mais aussi prévoir des activités misant sur la transition conceptuelle notamment concernant l'interprétation du signe d'égalité et l'interprétation des relations misant sur le sens des opérations.

5.4 Limites de la recherche

Considérant les mesures mises en place afin de formaliser cette recherche, celle-ci comprend quelques limites. Elles portent sur les entretiens relativement de courte durée et sur le nombre peu élevé d'élèves participants.

La présente recherche a été réalisée auprès d'élèves de première secondaire. Les échanges avec ces derniers lors des entretiens ont été relativement de courte durée (moins de 20 minutes). Des entretiens de plus longues durées nous auraient permis de questionner davantage les élèves participants pour comprendre plus en profondeur leur raisonnement et leur pensée. Néanmoins, les entretiens ainsi que les autres méthodes de collecte de données contribuent à répondre à nos objectifs de recherche.

Notre recherche a été possible grâce à la participation de deux élèves de première secondaire. Il aurait été intéressant d'étendre cette étude en ayant davantage de participant.es. De cette manière, nous aurions peut-être été en mesure de répondre à nos objectifs plus en profondeur en identifiant d'autres difficultés relatives à l'apprentissage de l'algèbre. Par le fait même, il aurait été pertinent d'obtenir la participation d'élèves de deuxième secondaire étant donné que leurs connaissances relatives à l'algèbre sont plus avancées. Nous ne prétendons pas avoir obtenu des résultats exhaustifs étant donné que l'intention de cette recherche ne vise pas la généralisation.

5.5 Pistes de réflexion

Compte tenu de ce qui précède, nous suggérons quelques pistes de réflexion en lien avec nos objectifs de recherche. Des études subséquentes pourraient compléter cette recherche afin d'explorer et de documenter à plus large spectre de l'apprentissage de l'algèbre au premier cycle du secondaire.

Dans la présente recherche, nous avons dégagé des pistes d'interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier aux difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire. Il serait pertinent de bâtir des activités misant sur la transition conceptuelle arithmétique-algèbre en collaboration avec des enseignant.es de mathématiques à partir des difficultés rencontrées par les élèves. Les tâches conceptuelles proposées servent de tremplin à la conception d'activités portant sur l'interprétation du signe d'égalité et sur l'interprétation des relations. Il serait également pertinent d'expérimenter avec les élèves du premier cycle du secondaire des tâches mathématiques telles que présentées afin de voir les effets sur leur compréhension lors de l'apprentissage initial de l'algèbre.

Pour conclure, cette recherche porte sur l'apprentissage de l'algèbre à un moment critique, soit lors de la transition primaire-secondaire. Comme nous avons pu le constater à travers les résultats, certaines difficultés conceptuelles relatives à l'apprentissage de l'algèbre persistent. Il importe donc de trouver des moyens pour y remédier. Le modèle RAI propose des niveaux d'interventions qui sollicitent le personnel scolaire. L'orthopédagogue joue un rôle crucial dans le soutien à l'apprentissage notamment en mathématiques. L'orthopédagogue collabore avec les enseignant.es pour favoriser l'apprentissage des élèves. Cette recherche démontre son importance quant au peu de données que l'on retrouve dans la littérature scientifique concernant l'orthopédagogie en mathématiques notamment en algèbre. Des études ultérieures seront nécessaires afin de soutenir les orthopédagogues dans leurs fonctions et pour remédier efficacement aux difficultés conceptuelles des élèves en algèbre.

RÉFÉRENCES

Alarie, K et Montpetit, S. (2020). *Démarche de résolution de problèmes avec des élèves en difficulté d'apprentissage : de l'arithmétique à l'algèbre*. En ligne: https://www.taalecole.ca/webinaire-resolution-de-problemes-maths/

Alphonse, J. R. et Leblanc, R. (2014). *L'enseignement explicite : une stratégie d'enseignement efficace en lecture, en écriture et en mathématiques.* TA@l'école. En ligne: https://www.taalecole.ca/lenseignement-explicite/

L'Association des Orthopédagogues du Québec [ADOQ]. (2018). *Le référentiel des compétences professionnelles liées à l'exercice de l'orthopédagogue au Québec.* Bibliothèque et Archives nationales du Québec.

Beaumier, F. et Lapointe, E. (2016). *Accompagner l'élève en difficulté d'apprentissage. Se former à la médiation cognitive*. Montréal : Éditions JFD.

Bednarz, N., Lafontaine, J., Auclair, M., Morelli, C. et Leroux, C. (2009). Pour une plus grande harmonisation dans la transition du primaire au secondaire en mathématiques. *Bulletin AMQ, 49*(1), 7-18.

Bouchard, J. (2016). *La transition primaire/secondaire : Étude des programmes de mathématiques* (Mémoire de maitrise). Université Laval, Québec, Canada.

Biron, D. et Côté, L. (2012). Le symbole « = » : son évolution et ses différents sens. *Vivre le primaire, 25*(3), 30-31.

Brodeur, M., Poirier, L. Laplante, L., Boudreau, C., Makdissi, H., Blouin, P., Boutin, J.-F., Côté, C., Doucet, M., Legault, L. et Moreau, A. C. (2015). *Référentiel de compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie.* Comité interuniversitaire sur les orientations et les compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie. Association des doyens, doyennes et directeurs, directrices pour l'étude et la recherche en éducation au Québec (ADEREQ) : document inédit.

Brun, J. et Conne, F. (1990). Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations. *Education et recherche, 12*(3), 261-286.

Cabot-Thibault, J. et Patton, A. (2018). Le rôle du développement professionnel dans la mise en œuvre du modèle de la Réponse à l'Intervention en mathématiques. *Revue de l'Association des Orthopédagogues du Québec, 5,* 22-26.

Centre de transfert pour la réussite éducative du Québec [CTREQ]. (2018). *Projet Savoir quatrième dossier : Les transitions scolaires de la petite enfance à l'âge adulte*. Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. En ligne: http://rire.ctreq.qc.ca/wp-content/uploads/2018/08/CTREQ-Projet-Savoir-Transitions-scolaires.pdf

Commission scolaire de la Beauce-Etchemin [CSBE]. (2013). *Cadre de référence en orthopédagogie*. En ligne: http://csbe.qc.ca/csbe/services_eleves/orthopedagogie/Cadre_de_r%C3%A9f%C3%A9rence_orthop%C3%A9dagogie_Mai_2013.pdf

Commission scolaire de la Beauce-Etchemin [CSBE]. (2017). *Planification de l'enseignement des stratégies de résolution de problèmes*. En ligne: https://domaine.recitmst.qc.ca/wp-content/uploads/2018/04/planification_strat%C3%A9gies_r%C3%A9solution-problemes_MATH_POTVIN-Julie.pdf

Croteau, A.-M. (2019, mars). Étude des pratiques déclarées d'orthopédagogues évaluant et intervenant sur le développement de la pensée algébrique au premier cycle du secondaire. Acte du Colloque de l'Institut des troubles d'apprentissage, Montréal, Canada.

Éducation Montérégie. (2013-2014). *De l'arithmétique à l'algèbre par la résolution de problèmes; Guide pédagogique*. En ligne: https://www.dropbox.com/sh/ntd6basph45qcab/AAD70wXUVnfZcuAOSMd9U1uua?dl=0

Fédérations des syndicats de l'enseignement [FSE]. (2018). *Référentiel : Les élèves à risque et HDAA.* Québec : Fédération des syndicats de l'enseignement (CSQ).

Fortin, M.-F. et Gagnon, J. (2016). *Fondements et étapes du processus de recherche: méthodes quantitatives et qualitatives* (3e éd.). Montréal : Chenelière Éducation.

Gagnon, J. (2015). *Contributions potentielles du tableau numérique interactif dans une situation-problème nécessitant le passage de l'abstrait au concret dans un contexte de mathématique, science et technologie* (Mémoire de recherche). Université du Québec à Trois-Rivières, Trois-Rivières.

Giroux, J. (2013). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Éducation et didactique, 7*(1), 59-85.

Houle, V. (2017). Les erreurs en mathématiques : origine et utilité pour l'intervention. *Revue de l'Association des Orthopédagogues du Québec, 4,* 6-11.

Kieran, C. (1991). Une approche aidante pour faire la transition avec l'algèbre. *Bulletin AMQ, Mai,* 25-28.

Labelle, H. (2008). *Les pratiques pédagogiques favorisant le développement de la pensée algébrique* (Mémoire de maitrise). Université du Québec à Chicoutimi, Québec, Canada.

Laflamme, J. (2009). La lecture en situation de résolution de problèmes mathématiques. *Bulletin de l'association mathématique du Québec*, 49, (1), 46-64. En ligne: https://pdfs.semanticscholar.org/1555/9cebe06d14c428e2cbbba44f33f78c079a62.pdf

Larose, F., Bédard, J., Couturier, Y., Dezutter, O., Hasni, A., Lebrun, J., Lenoir, Y. et Morin, M-P. (2007). La transition primaire-secondaire: ce qu'on sait des difficultés qui y sont associées et ce que sont les pratiques d'accompagnement les plus favorables. *Fascicule à l'intention des enseignants et des enseignantes du troisième cycle du primaire et du premier cycle du secondaire (fascicule 2).* Sherbrooke, Québec: Université de Sherbrooke - faculté d'éducation - MELS. En ligne: https://www.usherbrooke.ca/education/fileadmin/sites/education/documents/recherche/transition_enseignants_allege.pdf

Marchand, P. et Bednarz, N. (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire – une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin AMQ, 39*(4), 30-42.

Marchand, P. et Bednarz, N. (2000). Développement de l'algèbre dans un contexte de résolution de problèmes. *Bulletin AMQ, 40*(4), 15-25.

Martinand, J.-L. (1992). *Enseignement et apprentissage de la modélisation en sciences*. Paris : Institut national de recherche pédagogique.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport [MELS]. (2006a). *Programme de formation de l'école québécoise – chapitre 6, domaine de la mathématique, de la science et de la technologie au primaire.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport [MELS]. (2006b). *Programme de formation de l'école québécoise – chapitre 6, domaine de la mathématique, de la science et de la technologie au secondaire.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport [MELS]. (2016). *Progression des apprentissages au secondaire – mathématique.* Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport [MELS]. (2007). *L'organisation des services éducatifs aux élèves à risque et aux élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA)*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur [MEES]. (2017). *La mathématique au primaire – Exploitation des différents sens de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur [MEES]. (2019). *Référentiel d'intervention en mathématique*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Ontario. (2008). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4e à la 6e année, modélisation et algèbre*. Ontario: Gouvernement de l'Ontario.

Ministère de l'Ontario. (2013). *Mettre l'accent sur le raisonnement algébrique, document d'appui sur l'importance de l'enseignement des mathématiques*. Ontario: Gouvernement de l'Ontario.

Ministère de l'Ontario. (2020). *Pratiques pédagogiques à fort impact en mathématiques*. Ontario: Gouvernement de l'Ontario.

Mary, C., Theis, L. et Martin, V. (2018). Faire réfléchir sur les opérations: quels défis pour l'enseignement. *Bulletin AMQ, 58*(2), 26-43. En ligne: https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/bulletin/vol58/no2/05-devinettes.pdf

Oliveira, I., Rhéaume, S. et Geerts, F. (2017). Apprentissage de l'algèbre : procédures et difficultés rencontrées lors de la résolution de problèmes. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20*(3), 156-180.

Osana, H. P., et Adrien, E. (2012, Octobre). Le concept d'équivalence mathématique chez les enfants du primaire. *Bulletin AMQ, 52*(3), 51-60. En ligne: https://archimede.mat.ulaval.ca/amq/bulletins/oct12/AtelierOsanaAdrien.pdf

Polotskaia, E., Savard, A. et Freiman, V. (2017). La genèse de la pensée algébrique: Macroanalyse d'une séquence d'enseignement expérimentale au primaire. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20*(3), 79-105.

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal,* 26, 257-277.

Radford, L., Demers, S. et Miranda, I. (2009). *Processus d'abstraction en mathématiques*. Ottawa, Ontario : Conseil scolaire de l'Ontario. http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentsuccess/abstraction.pdf

Radford, L. et Grenier, M. (1996). Entre les choses, les symbols et les idées… une sequence d'enseignement d'introduction à l'algèbre. *Revue des science de l'éducation, 22*(2), 253-256.

Sarrazin, N. (2013). Les fractions dans la transition primaire-secondaire. *Bulletin AMQ*, *53*(3), 119-127.

Schmidt, S. (1996). La résolution de problèmes, un lieu privilégié pour une articulation fructueuse entre arithmétique et algèbre. *Revue des sciences de l'éducation, 22*(2), 277-294.

Schmidt, S. (2002). *Résoudre par x et y ou par 1, 2, 3? Telle est la question*. Montréal, Canada: Éditions Bande didactique.

Sousa, D. (2009). *Un cerveau pour apprendre les mathématiques*. Montréal, Canada: Chenelière Éducation.

Squalli, H., Adihou, H. A., Oliveira, I., Tremblay, M., Jeannotte, D., Saboya, M. Boucher, D., Charest, I., Baril, M. et St-Pierre, A. (2015). *De l'arithmétique à l'algèbre : le passage du primaire au secondaire*. En ligne: http://mathematiqueps.blogspot.com/

Van de Walle, J. et Lovin, L. (2008). *L'enseignement des mathématiques : l'élève au centre de son apprentissage.* Saint-Laurent, Québec: ERPI.

Van der Maren, J.-M. (1996). *Méthodes de recherche pour l'éducation* (2e éd.). Montréal, Canada: Les Presses de l'Université de Montréal.

Vermersch, P. (2010). *L'entretien d'explicitation* (6e édition). Issy-les-Moulineaux : ESF éditeur.

Vlassis, J., Demonty, I. et Squalli, H. (2017). Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (*patterns*) figuratifs. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation. 20*(3), 131-155.

Yin, R. (2009). *Case study research: Design and methods* (4e ed.). Thousand Oaks, California: Sage.

APPENDICE A

FORMULAIRE D'INFORMATION

Nous vous invitons à participer à un projet de recherche qui vise à mieux comprendre les difficultés en algèbre qu'éprouvent les élèves du premier cycle du secondaire. Cependant, avant d'accepter de participer à ce projet et de signer ce formulaire d'information et de consentement, veuillez prendre le temps de lire ce formulaire. Il vous aidera à comprendre ce qu'implique votre éventuelle participation à la recherche de sorte que vous puissiez prendre une décision éclairée à ce sujet.

Ce formulaire peut contenir des mots que vous ne comprenez pas. Nous vous invitons à poser toutes les questions que vous jugerez utiles à l'étudiante-chercheuse responsable de ce projet de recherche ou à un membre de son équipe de recherche. Sentez-vous libre de leur demander de vous expliquer tout mot ou renseignement qui n'est pas clair. Prenez tout le temps dont vous avez besoin pour lire et comprendre ce formulaire avant de prendre votre décision.

Pour participer à la recherche, vous devez compléter le formulaire de consentement, le faire signer par un parent ou tuteur légal et le rapporter à Marilyn Désy. Dans le cas où ce document serait manquant, vous ne pourrez pas participer à la recherche

Titre du projet de recherche : Difficultés conceptuelles rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire lors de la résolution de tâches algébriques : pistes d'interventions orthopédagogiques.

Mené par : Marilyn Désy, département des sciences de l'éducations, maitrise en éducation concentration orthopédagogique, UQTR.

Sous la direction de : Pascale Blouin, département des sciences de l'éducation, UQTR, professeure.

Objectifs et résumé du projet de recherche

Les objectifs de ce projet de recherche sont :

- Identifier les types de difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire dans leur apprentissage de l'algèbre.
- Dégager des pistes d'interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier aux difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire en algèbre.

Nature et durée de votre participation

L'élève participant sera convoqué sur l'heure du diner dans un local de l'école secondaire du Rocher. Dans une première rencontre, il devra résoudre quelques tâches algébriques. Dans une seconde rencontre, un entretien avec l'élève nous permettra de mieux cibler les difficultés qu'il éprouve lors de la résolution des problèmes. L'entretien sera enregistré (audio) à l'aide d'un magnétophone. Les rencontres ont une durée respective d'environ 30 minutes.

Risques et inconvénients

Veuillez prendre note que votre participation n'affectera aucunement vos résultats scolaires et qu'il ne s'agit pas d'une évaluation scolaire. Les tâches mathématiques qui vous seront proposées visent à mieux comprendre les démarches mathématiques de l'élève. Aussi, les entretiens visent à échanger sur les vos démarches. Le temps consacré au projet est d'environ 1 heure.

Avantages ou bénéfices

La contribution à l'avancement des connaissances au sujet de l'intervention orthopédagogique est le seul bénéfice prévu à votre participation.

Compensation ou incitatif

Aucune compensation d'ordre monétaire n'est accordée dans le cadre de cette recherche.

Confidentialité

Les données recueillies par cette étude sont entièrement confidentielles et ne pourront en aucun cas mener à votre identification. Votre confidentialité sera assurée par l'utilisation de noms fictifs pour tous les élèves participants. Les résultats de la recherche, qui pourront être diffusés sous forme d'un essai et d'articles professionnels ne permettront pas d'identifier les élèves participants.

Les données numériques (liste d'appariement code/nom) seront conservées sur l'ordinateur de l'étudiante-chercheuse. Cet ordinateur est protégé par un mot de passe. Les questionnaires (tâches algébriques) seront conservés sous clé à l'UQTR. Les seules personnes qui y auront accès seront Marilyn Désy et Pascale Blouin. Toutes ces personnes ont signé un engagement à la confidentialité. Les données seront détruites en avril 2023. Les questionnaires écrits seront déchiquetés à ce moment et les données informatiques supprimées de l'ordinateur. Les données ne seront pas utilisées à d'autres fins que celles décrites dans le présent document.

Participation volontaire

Votre participation à cette étude se fait sur une base volontaire. Vous êtes entièrement libre de participer ou non, de refuser de répondre à certaines questions ou de vous retirer en tout temps sans préjudice et sans avoir à fournir d'explications. Si un élève participant se retirait de la recherche, les membres de l'équipe de recherche détruiront toutes les données en lien avec cette personne.

Responsable de la recherche

Pour obtenir de plus amples renseignements ou pour toute question concernant ce projet de recherche, vous pouvez communiquer avec Marilyn Désy (marilyn.desy@uqtr.ca).

Surveillance des aspects éthique de la recherche

Cette recherche est approuvée par le comité d'éthique de la recherche avec des êtres humains de l'Université du Québec à Trois-Rivières et un certificat portant le numéro CER-21-275-07.01 a été émis le 20 avril 2021

Pour toute question ou plainte d'ordre éthique concernant cette recherche, vous devez communiquer avec la secrétaire du comité d'éthique de la recherche de l'Université du Québec à Trois-Rivières, par téléphone (819) 376-5011, poste 2129 ou par courrier électronique CEREH@uqtr.ca.

APPENDICE B

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT

CONSENTEMENT

Engagement de la chercheuse ou du chercheur

Moi, Marilyn Désy, m'engage à procéder à cette étude conformément à toutes les normes éthiques qui s'appliquent aux projets comportant la participation de sujets humains.

Consentement du participant

Je, ____ [nom du participant], confirme avoir lu et compris la lettre d'information au sujet du projet « *Difficultés conceptuelles rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire lors de la résolution de tâches algébriques : pistes d'interventions orthopédagogiques* ». J'ai bien saisi les conditions, les risques et les bienfaits éventuels de ma participation. On a répondu à toutes mes questions à mon entière satisfaction. J'ai disposé de suffisamment de temps pour réfléchir à ma décision de participer ou non à cette recherche. Je comprends que ma participation est entièrement volontaire et que je peux décider de me retirer en tout temps, sans aucun préjudice.

J'autorise mon enfant à participer à ce projet de recherche et à être enregistré (audio).

J'accepte donc librement de participer à ce projet de recherche

Participant (élève) :	**Parent ou tuteur :**	**Étudiante-chercheuse :**
Signature :	Signature :	Signature :
Nom :	Nom :	Nom :
Date :	Date :	Date :

APPENDICE C

CERTIFICAT D'ÉTHIQUE DE LA RECHERCHE

3623

UQTR
Savoir.
Surprendre.

CERTIFICAT D'ÉTHIQUE DE LA RECHERCHE AVEC DES ÊTRES HUMAINS

En vertu du mandat qui lui a été confié par l'Université, le Comité d'éthique de la recherche avec des êtres humains a analysé et approuvé pour certification éthique le protocole de recherche suivant :

Titre : **Pistes d'interventions orthopédagogiques susceptibles de remédier aux difficultés rencontrées par des élèves du premier cycle du secondaire dans leur apprentissage de l'algèbre**

Chercheur(s) : Marilyn Désy
Département des sciences de l'éducation

Organisme(s) : Aucun financement

N° DU CERTIFICAT : **CER-21-275-07.01**

PÉRIODE DE VALIDITÉ : **Du 20 avril 2021** **au 20 avril 2022**

<u>En acceptant le certificat éthique, le chercheur s'engage à</u> :

- Aviser le CER par écrit des changements apportés à son protocole de recherche avant leur entrée en vigueur;
- Procéder au renouvellement annuel du certificat tant et aussi longtemps que la recherche ne sera pas terminée;
- Aviser par écrit le CER de l'abandon ou de l'interruption prématurée de la recherche;
- Faire parvenir par écrit au CER un rapport final dans le mois suivant la fin de la recherche.

Me Richard LeBlanc
Président du comité

Fanny Longpré
Secrétaire du comité

Décanat de la recherche et de la création **Date d'émission :** 20 avril 2021

APPENDICE D

TÂCHES MATHÉMATIQUES

Date : ________________ Nom : ____

Tâche #1

Trouve la valeur de l'inconnue dans l'équation.

Item A : a) 50 – 24 – 24 = 50 – ?

? = ______________

Item B : b) 5 + ? + ? = 105

? = ______________

Item C : c) 49 x ? – 9 = 490 – 9

? = ______________

Tâche #2

Marc épargne 3 $ par semaine. Il commence avec 12 $. Quelle somme d'argent aura-t-il épargnée:

Nombre de semaine						
Argent épargné						

Item A : À la fin de la troisième semaine?

Item B : À la fin de la cinquième semaine?

Item C : À la fin de la 100^{e} semaine? Expliquez votre démarche.

Item D : Expliquez, dans vos propres mots, comment calculer l'argent épargné à la fin d'un nombre de semaines quelconque.

Item E : Trouvez une formule algébrique qui exprime la somme d'argent épargnée après *n* semaines.

Tâche #3

Paul et Claire ont ensemble 45 ans. Paul a 15 ans de plus que Claire. Quel est l'âge de chacun?

Rép : Claire a ___________ ans

Paul a _________ ans

Tâche #4

La mère de Paulette et de Richard décide de donner un cadeau à ses enfants. Elle leur donne des enveloppes contenant des cartes de hockey. Pour que les enveloppes soient identiques, elle met **le même nombre** de cartes de hockey dans chaque enveloppe.

Paulette avait déjà 7 cartes et sa mère lui donne 1 enveloppe. Richard avait déjà 2 cartes et sa mère lui donne 2 enveloppes. Maintenant, les deux enfants ont le même nombre de cartes de hockey. Combien y a-t-il de cartes dans chaque enveloppe?

Rép : Dans chaque enveloppe il y a _________ cartes.

Tâche #5

Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il?

Rép : Frédéric a _______ albums

Lucie a _______ albums

Roger a ______ albums.

APPENDICE E

TÂCHES MATHÉMATIQUES : CONDUITE À L'ÉCRIT DE L'ÉLÈVE 1

[redacted]

Tâche 1

Trouve la valeur de l'inconnue dans l'équation.

Item A : 50 – 24 – 24 = 50 – ?

50-24-24=2
52-2=50

? = 2

Item B : 5 + ? + ? = 105

5+50+50=105

? = 50

Item C : 49 x ? – 9 = 490 - 9

490-49-9=432

? = 432

1

Tâche 2

Marc épargne 3 $ par semaine. Il commence avec 12 $. Quelle somme d'argent aura-t-il épargnée:

12$

Nombre de semaine	1	2	3	4	5	6
Argent épargné	3$	3$	3$	3$	3$	3$

Item A à la fin de la troisième semaine?

$12+9 = \boxed{21\$}$

Item B à la fin de la cinquième semaine?

$12+15=\boxed{27\$}$

Item C à la fin de la 100^e semaine? Expliquez votre démarche.

$5 \times 10 = 100$

$10 \times 15 = 150$

$150+12 = \boxed{162\$}$

Item D Expliquez, dans vos propres mots, comment calculer l'argent épargné à la fin d'un nombre de semaines quelconque.

tu commence avec ton 12$ est tu rajoute 3$ à chaque semaine

Item E Trouvez une formule algébrique qui exprime la somme d'argent épargnée après n semaines.

$12+3+3+3+3+3+3 = \boxed{30\$}$

Tâche 3

Paul et Claire ont ensemble 45 ans. Paul a 15 ans de plus que Claire. Quel est l'âge de chacun?

paul =45ans

Claire

$$\begin{array}{r} 45 \\ +15 \\ \hline 60 \end{array}$$

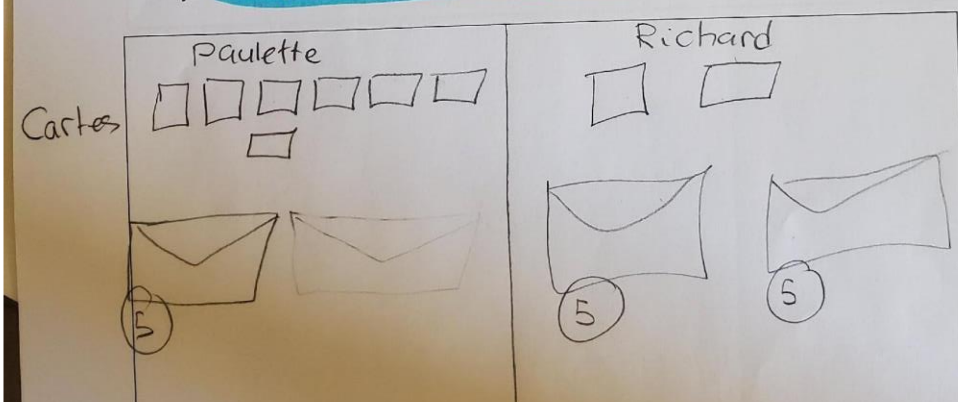
Rép : Claire a 60 ans

Paul a 45 ans

Tâche 4

La mère de Paulette et de Richard décide de donner un cadeau à ses enfants. Elle leur donne des enveloppes contenant des cartes de hockey. Pour que les enveloppes soient identiques, elle met **le même nombre** de cartes de hockey dans chaque enveloppe.

Paulette avait déjà 7 cartes et sa mère lui donne 1 enveloppe. Richard avait déjà 2 cartes et sa mère lui donne 2 enveloppes. Maintenant, les deux enfants ont le même nombre de cartes de hockey. Combien y a-t-il de cartes dans chaque enveloppe?



Rép : Dans chaque enveloppe il y a 5 cartes.

7+ □ +17=34

Tâche 5

Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il?

frédéric = 55+

Lucie = 55+15 =70

Roger = 55+

$55 \div \boxed{} + 15 =$ Lucie

$55 \div \boxed{} \times 2$ Roger

$55 \div \boxed{}$

Rép : Frédéric a 55 albums

Lucie a 70 albums

Roger a 55 albums.

APPENDICE F

VERBATIM DE L'ENTRETIEN ORTHOPÉDAGOGIQUE : CONDUITES À L'ORAL DE L'ÉLÈVE 1

Verbatim de l'élève 1 (18 minutes) 18 mai 2021
Tâche 1
M (*étudiante-chercheuse*) : Si on regarde la tâche1 A. On te demande de trouver la valeur de l'inconnu dans l'équation. J'aimerais que tu m'expliques un peu ton raisonnement. Qu'est-ce qui t'a amené par exemple dans le premier de mettre la réponse 2.
E1 (*élève 1*) : J'ai fait 50 - 24. Mais 2 fois le moins 24. Donc, j'ai fait 50 – 24 – 24 ce qui m'a donné 2. Pis après ça j'ai ajouté le 50 qui est là avec mon 2 ce qui a fait 52. J'ai fait moins 2 donc ça m'a donné 50. On dirait que je ne réalise comme pas pourquoi j'ai fait cette démarche-là.
M : En tout temps, comme je t'ai dit, tu peux modifier ta réponse. Donc, si tu veux changer ton raisonnement et ta démarche, tu peux écrire sur la feuille sans problème.
E1 : Bah non je comprends moyennement qu'est-ce qu'il faut faire, donc je ne pense pas changer de réponse pour le moment.
M : Ta réponse « le 2 » c'est où tu là pris ?
E1 : J'ai fait le 50 - 24 - 24 ce qui m'a donné 2. Donc là j'ai tout de suite marqué 2. Pis après ça je ne savais pas quoi faire donc j'ai fait 52 moins 2 pis là ça m'a donné 50.
M : Donc ta réponse c'est le premier 2 que tu as trouvé.
E1 : Oui.
M : Comme il y avait un 2 écrit à deux endroits, je voulais m'assurer de bien comprendre d'où provenait ta réponse. On va passer au B. J'aimerais savoir comment tu t'y es pris pour savoir que c'était 50 la valeur d'un point d'interrogation.
E1 : J'ai fait 105… En fait, j'ai fait 5 + 50 + 50 qui m'avait donné 105 justement. Mais pour le trouver, je l'ai fait dans ma tête, je ne l'ai pas écrit. J'ai fait 105 moins 5, puis 100 diviser par 2 ce qui m'a donné 50.
M : Pourquoi as-tu mis le même chiffre 50 et 50 comme valeur ? Est-ce que tu penses qu'il pourrait y avoir d'autres réponses ?

E1 : Vite vite comme ça je n'ai pas vraiment calculé, mais c'est sûr qu'on pourrait mettre mettons 52 là et 48 l'autre bord
M : Donc, toi tu as mis 50 et 50, mais il pourrait y avoir d'autres réponses possibles.
E1 : Oui.
M : Pour le C. Celui-là aussi j'aimerais que tu m'expliques un peu ton raisonnement. Qu'est-ce qui t'a mené à ta réponse ? = 432.
E1 : J'ai fait 49 x 9. J'ai sauté le ?. Non même pas, j'ai fait le 490 – 49. Après ça j'ai fait moins 9 ce qui m'a donné 432. J'ai fait moins tous les chiffres qui sont là pis ça m'a donné ça.
M : Ok. Donc, tu as pris le plus gros chiffre, soit le 490 moins tous les autres chiffres qui apparaissaient.
E1 : Oui et ça m'a donné ce chiffre-là.
M : J'ai une petite question pour toi. J'ai une feuille de cartable comme ça ici. Des problèmes que ça, est-ce que tu en avais déjà fait soit en secondaire 1 ou avant.
E1 : Non !
M : Ok, et si je te montre les problèmes d'une autre façon. Ce sont les mêmes problèmes, mais représentés avec des boites vides plutôt qu'un point d'interrogation. Est-ce que tu avais déjà fait ça auparavant ?
E1 : Bah oui au primaire, mais j'ai toujours eu beaucoup de difficulté avec les espaces vides dans un calcul.
M : Si je t'avais donné ça (boite vide) à la place de ça (?), qu'est-ce que tu aurais fait comme démarche ?
E1 : Pas mal les mêmes démarches je te dirais.
M : C'est la même chose une boite et un ?
E1 : Ouin, bin je comprends que c'est un espace vide et qu'il manque un chiffre. On dirait que je n'ai jamais compris la démarche de comment faire parce que j'oublie souvent qu'est-ce qu'on me dit. Peu importe la matière, j'arrive au début du cours et je vais demander au prof de tout me réexpliquer parce que je ne me rappellerais plus de la démarche.
Tâche 2
M : À la tâche 2, toi est-ce que tu avais déjà fait des tableaux comme ça auparavant ? En secondaire 1 ou au primaire.
E1 : Non. Je ne me rappelle pas avoir fait ça.
M : Au A, d'où vient le plus 9 ? Tu as fait 12 + 9 = 21.
E1 : …

Relecture du problème
E1 : Ok ok, je viens de comprendre. J'ai pris le 12 dollars, j'ai fait plus le troisième fack 3, 3, 3 qui donne 9 fack j'ai fait plus 9 ce qui donne 21.
M : Ok. Puis là j'imagine au B, c'est la même chose …
E1 : Oui sauf que j'ai fait plus 15. Je comptais mes 3 pis j'arrivais à un nombre et c'est ce nombre-là que je prenais.
M : Ok. Quand on arrive au C, au bout de la 100e semaine, là j'aimerais que tu m'expliques un peu ton raisonnement.
E1 : Le 5 ici … euh … ça me donnait 100. 5 x 10 me donne 100. Donc là j'ai fait 10 x 15 qui donne 150. Fack là 150 + 12 = 162 pour toutes mes semaines.
M : Ok. Et pourquoi le 10 x 15 ?
E1 : … aucune idée … je ne comprends même pas pourquoi j'ai fait ça parce qu'on dit la 100e donc le 5 x 10 aurait été bon…
M : Ok. Donc, il y a quelque chose, mais tu n'es pas capable de mettre le doigt dessus. Ensuite, le D. Bon le D tu l'as expliqué tantôt. Pour le E, ici tu as fait 12 + 3 + 3 + 3 … = 30. Dans l'exemple que tu as donné, le salaire est pour combien de semaines ?
E1 : 6 semaines. J'ai pris le 12 du début et après ça j'ai ajouté 6 semaines ce qui donne 30$.
Tâche 3
Relecture du problème
M : Donc ici, j'aimerais savoir pourquoi tu as mis que Claire a 60 puis Paul 45 ans ?
E1 : C'est marqué que Paul et Claire ont ensemble 45 ans... Ah. J'avais lu que Paul avait 45 ans, donc j'avais marqué 45 ans, mais ils ont les deux 45 ans et que Claire a 15 ans de plus. En tout cas, Claire tombe vraiment à 60, j'ai fait les calculs 45 + 15. Mais si ils ont les deux 45 ans, bah c'est ça … Genre, j'ai fait le 45 + 15 pour Claire. Ça m'a donné 60. Mais si Paul a 45 ans … Ah non … Donc ce serait Claire qui aurait 45 ans et Paul 60, car c'est écrit que Paul a 15 ans de plus que Claire. Et ici, ils disent qu'ils ont 45 les deux. Donc Claire … Claire aurait 45 et Paul aurait 60 ans.
M : Donc, tu inverserais tes deux réponses. Paul serait plus vieux que Claire.
E1 : Oui.
M : Ce que je vais faire c'est que je vais relire chacune des phrases pour être sûr. Donc, si Paul et Claire ont ensemble 45 ans. Qu'est-ce que ça veut dire ont ensemble ?
E1 : Oui, bah que les deux ont 45 ans.
M : Les deux séparément, donc Claire a 45 et Paul a 45 ans ou ensemble ils ont 45 ans ?

E1 : Oui, là c'est écrit ensemble 45 ans. Il aurait fallu que je fasse 45 diviser par 2. Pis que ça ce serait l'âge de Paul et pour Claire, je prends ce chiffre-là plus 15.
M : Donc là t'ajouterais 15 ans à Claire ?
E1 : Oui. Euh … Non à Paul. C'est Paul qui a 15 ans de plus que Claire.
M : Donc tu ajouterais 15 ans à Paul. C'est lui le plus vieux.
Tâche 4
Relecture du problème
M : J'aimerais que tu m'expliques ta démarche.
E1 : Ici, j'ai vraiment eu de la misère … Premièrement, ça dit que Paulette a 7 cartes, donc j'ai fait 7 cartes et qu'il y a une enveloppe. Donc j'ai dessiné une enveloppe. Richard avait 2 cartes et 2 enveloppes. *Maintenant les enfants ont le même nombre de cartes dans chaque enveloppe (lecture problème)*. Ça dit qu'ils ont le même nombre. Lui en a 7, lui en a 2. Là j'ai fait 2 fack que … genre … qu'est-ce que j'avais fait … je sais que j'avais trouvé … parce que si je fais 5, 10, 15, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27. Genre 27 ça ce divise en deux. D'après moi c'est ça que j'avais fait. D'après moi, j'avais compté toute 5 pis aussi j'avais fait 1 pis j'avais tout divisé en 2 fack j'avais mis 5 aux enveloppes.
M : Donc, tu t'es dit que je vais essayer 5, si ça marche tant mieux sinon je vais m'ajuster.
E1 : Oui. D'après moi, c'est vraiment ça que j'ai fait et en fin de compte 5 avait marché.
M : Ok et comment peux-tu t'assurer que ça l'ait marché ?
E1 : … bin 5 … Il y en a 12 là et 10, 11, 12. Il y en a égal de chaque côté.
M : Est-ce que tu serais capable de me faire une petite formule comme ça (feuille avec équation avec des boites) avec des carreaux vides pour me représenter le problème ? Tu peux me l'écrire en dessous sur ta feuille.
E1 : C'est sûr que, temps peu. Genre je pourrais faire, mettons … 7 + ■ + 17 mettons
M : Donc 7 + le carreau vide à Paulette ?
E1 : Oui ça serait l'enveloppe mettons.
M : 7 + ■ égale à …
E1 : + 17… égale 34.
M : Fait juste me l'écrire. Donc ça ça serait pour Paulette, pour Richard ou pour les deux ?
E1 : J'avais fait pour les deux.
M : Ok. Pour les deux ensembles.
Tâche 5
Relecture du problème

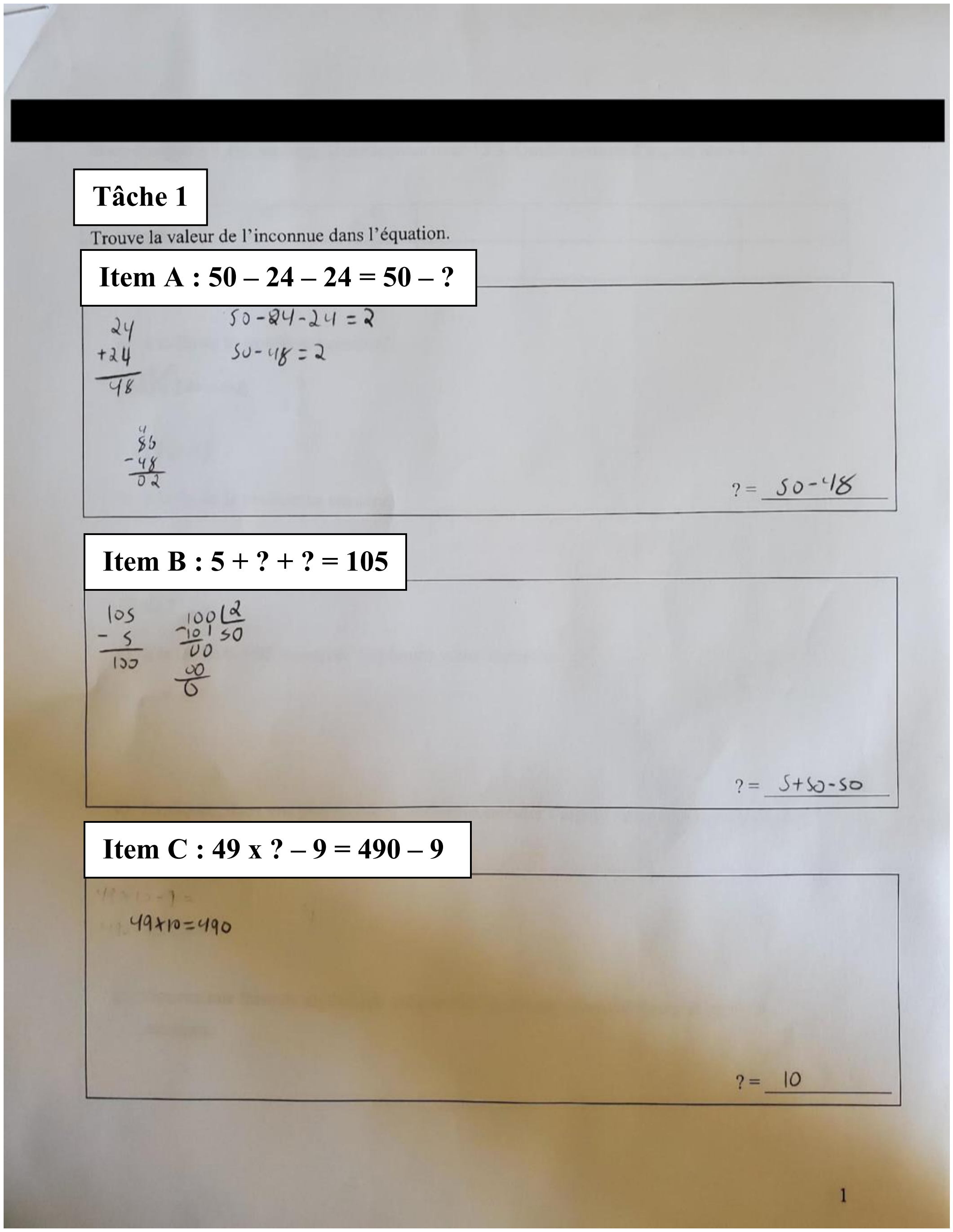
M : Encore une fois, j'aimerais que tu m'expliques un peu ton raisonnement pour savoir pourquoi tu as répondu que Frédéric a 55 albums, Lucie 70 et Roger 55.
E1 : Bah comme je t'avais dit, je me suis trompée parce que là c'est marqué ont ensemble 55, mais moi je mettais 55 chaque. Et là vu que ça dit que ils ont 55, j'ai fait Frédéric 55 et Roger 55. Et là ça dit que Lucie en a 15 de plus. Donc là j'ai fait 55 + 15 = 70. En vrai, fallait que je sépare le 55 à trois.
M : Ok. Puis pour la dernière phrase, *Roger a le double d'album de Frédéric*…
E1 : … C'est ça aurait fallu que en les divisant par 3 ça m'aurait donné le nombre de Frédéric et il aurait fallu que je fasse fois 2 avec le nombre que ça m'aurait donné à Frédéric et ça m'aurait donné le résultat de Roger.
M : Ok. Donc, c'est vraiment. Donc toi dans le fond, si je récapitule, t'aurais fait 55 diviser en 3, t'aurais mis la valeur pour chacun. Plus 15 pour Lucie et fois 2 pour Roger.
E1 : Oui.
M : Et ça t'aurais donné ton nombre total.
E1 : Oui pour chacun.
M : Encore une fois ce que je vais te demander, c'est comme tantôt, d'essayer de me faire une petite équation comme ça avec un carreau vide. Tu peux en faire une équation ou plusieurs. Tout dépendamment ce que tu préfères.
E1 : Bah … si j'ai pas les bonnes réponses, est-ce que j'y vais avec les réponses que j'ai là ?
M : Bin tu essaies avec le problème… euh… sans nécessairement les réponses que tu as données, mais le problème. T'essaies de me faire une représentation avec des carreaux vides.
E1 : …
M : Au pire si tu préfères ne pas mettre de carreaux vides, tu peux mettre autre chose aussi. C'est libre à toi, mais qu'est-ce que tu ne connais pas tu peux le mettre comme ça.
E1 : … Écris *(M demande aux élèves de la classe de rester dans le corridor, le temps que je termine l'entretien)* J'ai fait 55 fois le ■, euh, fallait que je fasse diviser, car il faut que je ne divise pas 3. Pis après ça j'ai fait + 15 pour Lucie. Je ne sais pas si c'est correct ?
M : Ok, donc tu fais 55 diviser par 3 + 15 pour avoir Lucie ?
E1 : Oui.
M : Ok. Puis pour les autres, est-ce que tu peux faire la même chose ?

E1 : …

(Cloche, il reste 5 minutes avant que le cours commence). Nous n’avons pas eu le temps de discuter des équations pour Frédéric et Roger, mais elles sont inscrites sur le document de l’élève.

APPENDICE G

TÂCHES MATHÉMATIQUES : CONDUITES À L'ÉCRIT DE L'ÉLÈVE 2



[redacted]

Tâche 1

Trouve la valeur de l'inconnue dans l'équation.

Item A : 50 – 24 – 24 = 50 – ?

$$\begin{array}{r} 24 \\ +24 \\ \hline 48 \end{array}$$

50-24-24 = 2

50-48 = 2

$$\begin{array}{r} {}^{4}50 \\ -48 \\ \hline 02 \end{array}$$

? = 50-48

Item B : 5 + ? + ? = 105

$$\begin{array}{r} 105 \\ -\ 5 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ -10\downarrow & 50 \\ 00 & \\ -00 & \\ 0 & \end{array}$$

? = 5+50-50

Item C : 49 x ? – 9 = 490 – 9

49x10=490

? = 10

1

Tâche 2

Marc épargne 3 $ par semaine. Il commence avec 12 $. Quelle somme d'argent aura-t-il épargnée:

Nombre de semaine	3 e	5 e	100			100 e
Argent épargné	18$	24$				

Item A à la fin de la troisième semaine?

12$ 1e semaine

$$3 \times 2 = 6$$

12+6=18

Item B à la fin de la cinquième semaine?

$$3 \times 2 = 6$$

18+6 = 24

Item C à la fin de la 100e semaine? Expliquez votre démarche.

Item D Expliquez, dans vos propres mots, comment calculer l'argent épargné à la fin d'un nombre de semaines quelconque.

Item E Trouvez une formule algébrique qui exprime la somme d'argent épargnée après n semaines.

Tâche 3

Paul et Claire ont ensemble 45 ans. Paul a 15 ans de plus que Claire. Quel est l'âge de chacun?

$$\begin{array}{r} 45 \\ -15 \\ \hline 30 \end{array}$$

Rép : Claire a 30 ans

Paul a 15 ans

Tâche 4

La mère de Paulette et de Richard décide de donner un cadeau à ses enfants. Elle leur donne des enveloppes contenant des cartes de hockey. Pour que les enveloppes soient identiques, elle met **le même nombre** de cartes de hockey dans chaque enveloppe.

Paulette avait déjà 7 cartes et sa mère lui donne 1 enveloppe. Richard avait déjà 2 cartes et sa mère lui donne 2 enveloppes. Maintenant, les deux enfants ont le même nombre de cartes de hockey. Combien y a-t-il de cartes dans chaque enveloppe?

Richard à déja 2 cartes Paulette à déja 7 carte

$7 + \square$

$2 + \square + \square$

Rép : Dans chaque enveloppe il y a ________ cartes.

Tâche 5

Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il?

$$\begin{array}{r} 55 \\ -\ 15 \\ \hline 40 \end{array}$$

$40 \div 2 = 20$

Rép : Frédéric a 20 albums
Lucie a 15 albums
Roger a 20 albums.

APPENDICE H

VERBATIM DE L'ENTRETIEN ORTHOPÉDAGOGIQUE : CONDUITES À L'ORAL DE L'ÉLÈVE 2

Verbatim de l'élève 1 (15 minutes) 2 juin 2021 **Tâche 1**
M (*étudiante-chercheuse*) : Pour la tâche 1A, je voulais savoir c'était quoi ta réponse, puis qu'est-ce que tu as fait comme démarche pour arriver à cette réponse ?
E2 (*élève 2*): Ma réponse c'était 48. Donc, j'ai fait 24 + 24 ce qui m'a donné 48. Après ça, j'ai fait 50 – 48 et ça m'a donné ma réponse… euh… Est-ce que je peux recommencer ? M : Oui. E1 : J'ai fait 24 + 24 qui m'a donné 48 donc c'est comme si… c'est comme si … euh … donc en vrai … 50 – 48 m'a donné la même chose que 50 – 24 – 24.
M : Donc les deux côtés de l'égalité ça t'a donné la même chose. C'est pour ça que ta réponse c'est 48 ?
E2 : Oui.
M : Pour le B, quelle est ta réponse, puis qu'est-ce que tu as fait comme démarche pour arriver à cette réponse ?
E2 : J'ai fait 105 – 5 ce qui m'a donné 100. Puis après ça, j'ai fait 100 diviser par 2 ce qui m'a donné la réponse de 50. Euh 50 -50… Euh pas 50 – 50, mais plus, 50 + 50.
M : Pourquoi as-tu fait 105 -5 ?
E2 : Euh … Parce que ... pour que ça me donne 100 ?!
M : Ok. Donc ton objectif c'est d'atteindre 100 ?
E2 : Oui.
M : Puis pourquoi tu l'as divisé par 2 ?
E2 : Parce qu'il y avait deux points d'interrogation. Et que ça donnerait 2 trucs égales.
M : Ok. Donc si j'avais 3 points d'interrogation, qu'aurais-tu fait ?
E2 : Diviser par 3.
M : Pour le C, quelle est ta réponse, puis qu'est-ce que tu as fait comme démarche pour arriver à cette réponse ?
E2 : J'ai fait 49 x 10 ce qui m'a donné 490 pour les deux. Donc, … en vrai … je sais que 49 x 10 ça donne 490 donc c'est ce qui m'a donné le 10.
M : Donc le 10 tu l'as trouvé comment ? Le fois 10.
E2 : Je ne sais pas vraiment comment l'expliquer.
M : Peut-être que tu as essayé quelque chose et que ça l'a fonctionné ?

E2 : Peut-être.
Tâche 2
E2 : Euh… ça c'est une question que je n'avais pas toute fini.
M : Je vais quand même te poser certaines questions. En fait, ma première c'est, le tableau que tu avais à remplir, est-ce que tu as déjà rempli ça auparavant un tableau comme ça.
E2 : Non jamais.
Relecture du problème
M : Est-ce que tu peux me dire ta réponse du A, puis qu'est-ce que tu as fait comme démarche pour arriver à cette réponse ?
E2 : 18$ ma réponse. Pis j'ai fait 12, qui était la première semaine + 6 vu que 3 x 2 = 6. Ce qui m'a donné 18.
M : Ok. Puis ton 3 x 2 il vient d'où ?
E2 : Vu que c'est 2 semaines et que c'est 3$ par semaine.
M : Le B, au bout de 5 semaines. Même chose, c'est quoi ta réponse et qu'est-ce que tu as fait pour y parvenir ?
E2 : Ma réponse c'est 24$. J'ai fait 18 qui était la 3^{e} semaine + 6 qui égalait 24. Donc j'ai fait 3 x 2 vu que c'est 3 $ par semaine.
M : Puis là rendu à la 100^{e} semaine, j'ai vu que tu n'avais rien écrit. Qu'est-ce que tu aurais pu faire pour trouver la 100^{e} semaine ?
E2 : Je ne sais pas …
M : Le D, c'est d'expliquer dans tes mots, tu me l'as expliqué pour ce qui est des deux premiers. Pour ce qui est du E. Est-ce que tu sais c'est quoi une formule algébrique ?
E2 : Non.
M : Ça peut-être que tu as déjà vu ça cette année ou en sixième année. C'était le premier numéro que j'ai mis comme autrement avec les cases vides, ça t'avais déjà vu ça ?
E2 : Oui. C'est comme un genre de paiement…
M : Avec des cases comme ça, parce que moi j'avais mis des points d'interrogation, mais j'aurais pu mettre des cases comme ça. Est-ce que, avec le problème, tu serais capable de m'écrire comme une équation comme ça avec des cases vides ?
E2 : Non …
Tâche 3
Relecture du problème
M : Explique ta réponse.

E2 : Claire a 30 ans et Paul a 15 ans. Paul avait 15 ans de plus que Claire donc j'ai fait … et comme Paul et Claire donnaient ensemble 45 ans, donc j'ai fait 45 – 15 ce qui m'a donné la réponse, bin l'âge de Claire.
M : Ok. Donc, le 45 – 15 ça t'a donné 30. Puis pourquoi tu l'as mis à Claire ?
E2 : Parce qu'il disait déjà la réponse pour Paul, qu'il avait 15 ans de plus que Claire.
M : Ok. Donc, c'est pour ça que tu as dit que Paul avait 15 ans et Claire, en faisant le calcul ça t'a donné ta réponse pour elle.
E2 : Oui.
Tâche 4
M : Pour la tâche 4. Là ici, je ne voyais pas de réponse. Est-ce que tu avais trouvé une réponse ?
E2 : Non, je n'avais pas trouvé de réponse et je ne le comprenais pas.
M : Si tu veux, je vais quand même le relire avec toi et je vais te demander qu'est-ce que tu comprends du problème même si tu ne le résous pas. Donc, je vais te demander ce que tu comprends et on regarde cela ensemble. *Lecture du problème* Qu'est-ce que tu comprends du problème ?
E2 : Bin que sa mère à Paulette et Richard, elle veut que les deux aient le même nombre de cartes. Donc, ce que j'ai compris c'est que, dans le fond, dedans l'enveloppe, il y a un nombre de cartes qui lui manque pour que les deux soient égales… c'est le résumé de ce que je comprends.
M : Là je ne te l'avais pas indiqué, mais tu aurais pu faire un dessin pour représenter le problème puis après ça essayer de trouver le nombre de cartes dans les enveloppes. Est-ce que tu as une idée de comment tu pourrais résoudre le problème ?
E2 : Non, pas vraiment.
M : Puis, si je prends ça ici, les fameux petits carreaux vides, qui sont tes inconnues que tu ne connais pas. Est-ce que tu serais capable de faire une équation comme ça avec des carreaux vides ?
E2 : Je pense que oui.
M : Est-ce que tu peux le faire ou me le dire ?
E2 : (Écris sur la feuille) Je ne suis vraiment pas sûr.
M : Est-ce que tu peux me l'expliquer ?
E2 : J'ai fait 7 – ■ ce qui va peut-être me donner la réponse de la première enveloppe et 2 – ■ pour savoir combien … il y en a.

M : Puis ça tes petits carrés, est-ce qu'il y aurait la même quantité de cartes dans chacun ?
E2 : Oui. Vu que … eh … vu qu'il y a deux enveloppes. Vu que Richard en a déjà deux.
M : Pourquoi tu as mis un moins et là ici tu as mis un plus parce qu'il y a deux enveloppes et pourquoi ici tu as mis un moins devant ?
E2 : Ça serait plutôt un plus je pense.
M : Ok tu mettrais un plus.
E2 : Oui.
M : Puis, il y aurait la même quantité dans chacune des enveloppes ?
E2 : Oui.
Tâche 5
Relecture du problème
E2 : Donc Frédéric a 20 albums, Lucie a 15 albums et Roger a 20 albums. Donc pourquoi j'ai réussi à trouver Frédéric, c'est que Frédéric… Non attend, je vais commencer par Lucie. Lucie, comment j'ai su qu'elle avait 15 c'est que dedans le problème, il disait déjà la réponse. Donc, c'est pour ça que j'ai réussi à le trouver. Et pour Frédéric, j'ai conclu qu'il en avait 15 de plus que Frédéric. Donc, j'ai fait 55 – 15 ce qui m'a donné 40 et ensuite j'ai fait 40 diviser par 2 qui a donné 20 albums pour Frédéric er Roger.
M : Ok et pourquoi tu as fait diviser par 2 ?
E2 : Parce qu'il y en avait deux qui n'avaient pas leur résultat.
M : Donc, s'ils avaient été 3, tu aurais divisé par 3 par exemple ?
E2 : Oui.
M : Est-ce que tu pourrais encore une fois me faire une petite équation comme ça ? Est-ce que tu penses que tu serais capable de faire une petite équation avec le problème ?
E2 : Eh … non …
M : Ok. Là ce que je vais faire, c'est que je vais relire chacune des phrases pis tu vas me dire si tu es toujours d'accord avec ta réponse, si tu veux la changer ou tu la laisses pareille. Donc la première phrase, *Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées.* Donc, ça, est-ce que tu es d'accord avec ta réponse que les trois ensembles ont 55 albums de bandes dessinées ?
E2 : Oui.
M : Ok pourquoi ?
E3 : Parce que 20 + 20 ça donne 40 et plus 15 ça donne 55.
M : *Lucie a 15 albums de plus que Frédéric […].* Donc ça ici tu me l'as expliqué, mais est-ce que tu pourrais juste me redire ton raisonnement par rapport à ce bout de phrase là ?
E2 : J'ai fait 55 – 15 qui m'a donné 40.

M : Donc, c'est vraiment que Lucie a 15 albums.
E2 : Oui.
M : *[...] Roger a le double d'albums de Frédéric.*
E2 : Donc ça veut dire que je ferais 20 fois … Je pense que je me suis mal expliquée. Bin Frédéric a déjà 20 donc le double ça serait … non je ne sais pas comment l'expliquer.
La cloche sonne…