

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

AUTOMATISATION DE LA CONSTRUCTION DE MODÈLES
GÉOMÉTRIQUES À PARTIR DE RÉSULTATS D'OPTIMISATION
TOPOLOGIQUE

DOCTORAT PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES
COMME EXIGENCE PARTIELLE DU
DOCTORAT EN INGÉNIERIE
OFFERT EN EXTENSION
EN VERTU D'UN PROTOCOLE D'ENTENTE
AVEC L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

PAR
ABDENNOUR AMROUNE

AVRIL 2022

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

DOCTORAT EN INGÉNIERIE (PH. D.)

Direction de recherche :

Jean-Christophe CUILLIÈRE, ing., Ph.D

Directeur de recherche

Vincent FRANÇOIS, ing., Ph.D

Co-directeur de recherche

Jury d'évaluation :

Luc LAPERRIÈRE, ing., Ph.D
Université du Québec à Trois-Rivières

Président

François GUILBAULT, ing., Ph.D
École Polytechnique de Montréal

Examineur externe

Roland MARANZANA, ing., Ph.D
École de Technologie Supérieure

Examineur externe

Jean-Christophe CUILLIÈRE, ing., Ph.D
Université du Québec à Trois-Rivières

Directeur de recherche

Vincent FRANÇOIS, ing., Ph.D
Université du Québec à Trois-Rivières

Co-directeur de recherche

Thèse soutenue le 22 mars 2022

À mes très chers parents,

À ma petite famille,

À mes frères et mes sœurs,

À tous ceux qui me sont chers,

Je dédie ce modeste travail.

Remerciements

Toutes les louanges et gloire à Allah le tout-puissant qui m'a donné le courage, la patience et la santé pour mener à bien ce projet de doctorat. Que la paix et les bénédictions d'Allah soient sur son dernier Prophète Mouhamed.

Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma gratitude à mes directeurs de thèse les professeurs Jean-Christophe CUILLIÈRE et Vincent FRANÇOIS pour leur encadrement de qualité, leur grande disponibilité et pour la confiance qu'ils m'ont témoignée.

Je remercie également les membres de Jury, les professeurs Luc LAPERRIÈRE de l'Université du Québec à Trois-Rivières, Roland MARANZANA de l'École de Technologie Supérieure, François GUILBAULT de l'École Polytechnique de Montréal pour avoir examiné ce travail et contribué à son amélioration grâce à leurs commentaires constructifs.

Je tiens à remercier mes collègues et amis, en particulier les membres de l'Équipe de Recherche en Intégration Cao-CALcul (ÉRICCA) pour leur aide et amitié.

Enfin, j'exprime ma profonde reconnaissance et mon amour sincère à mes parents, mes frères et mes sœurs ainsi qu'à ma femme pour leur patience, leurs encouragements et leur aide qu'ils ont su m'apporter tout au long de ces années d'études.

Résumé

L'optimisation topologique (OT) consiste à trouver la distribution optimale de la matière dans un espace de conception prédéfini soumis à certaines contraintes. Avec les progrès récents de l'informatique et de la fabrication additive, l'OT structurelle est devenue un outil très puissant pour améliorer et accélérer le processus de conception de produits en générant automatiquement des structures légères, performantes et innovantes. Toutefois, dériver automatiquement des modèles de conception assistée par ordinateur (CAO) à partir de ces structures optimisées, souvent exprimés en tant que maillages d'éléments finis, représente encore un véritable défi. Des efforts de recherche importants ont été consacrés à relever ce défi au cours des deux dernières décennies, mais ils sont encore insuffisants pour un objectif aussi exigeant. En fait, les modèles CAO jouent un rôle crucial dans la conception, la fabrication et la maintenance des produits. Dans ce sens, un nouveau processus entièrement automatique visant à transformer en modèles CAO les résultats d'OT 3D qui tendent vers des structures de poutres est proposé dans la présente thèse.

Après avoir extrait et lissé le maillage surfacique triangulaire représentant la forme optimisée à partir du résultat d'OT, une courbe-squelette lisse et bien centrée est dérivée de ce maillage en utilisant une technique de squelettisation préservant la topologie. Après l'avoir post-traitée, la courbe-squelette obtenue est utilisée pour calculer des sections transversales aux branches et aux jonctions de la forme optimisée. Ces sections transversales sont ensuite interpolées par des courbes B-spline. Ces dernières sont, à leur tour, utilisées dans des opérations de balayage multisections générant ainsi des surfaces recouvrant les branches et les jonctions de la forme optimisée. Les ouvertures qui restent dans les jonctions sont comblées par des surfaces de remplissage donnant ainsi une enveloppe fermée. Le modèle CAO final est obtenu en assemblant le modèle solide construit de cette enveloppe fermée avec le modèle du non-design à l'aide de l'union booléenne.

Des analyses par la méthode des éléments finis (MEF) effectuées aussi bien sur le modèle optimisé topologiquement que sur le modèle CAO dérivé permettent de valider ce dernier. Plusieurs exemples concrets d'application sont présentés pour illustrer le potentiel de l'approche

proposée. Les résultats obtenus sont très satisfaisants et montrent bien les capacités et l'intérêt du processus développé. En effet, ce dernier présente plusieurs avantages. Tout d'abord, il est entièrement autonome et ne requiert aucune intervention pendant l'interprétation. De plus, il fournit des modèles B-REP paramétriques dont la géométrie est facilement éditable dans un système CAO. Plus encore, l'enveloppe du modèle reconstruit épouse étroitement la forme du modèle optimisé. Pour conclure, plusieurs paramètres clés sont mis à disposition de l'utilisateur lui permettant d'avoir plus de contrôle sur le processus d'interprétation. Cependant, ce dernier est actuellement limité à la transformation des résultats d'OT qui s'orientent vers des structures de poutres. De plus, la continuité de tangence n'est pas prise en compte lors de la reconstruction géométrique.

Abstract

Topology optimization (TO) consists of finding the optimal material distribution within a predefined design space subject to some constraints. With recent advancements in computing and additive manufacturing, structural TO has become a very powerful tool to improve and accelerate the product design process by automatically generating lightweight, very efficient and innovative structures. However, automatically deriving computer-aided design (CAD) models from these results, often represented as « faceted » geometries, is still a major challenge. A significant research effort has been devoted to meeting this challenge over the past two decades, but it is still insufficient for such a demanding objective. CAD models play a crucial role in design, manufacture, and maintenance of products. In this thesis, a new fully automatic process aimed at transforming 3D TO results which tend towards beam-like structures into solid CAD models is proposed.

After extracting and smoothing the triangular surface mesh representing the optimized shape from the TO result, a smooth and well-centered skeletal curve is derived from this mesh using a topology-preserving skeletonization technique. After post-processing, the resulting skeletal curve is used to compute cross sections along branches and junctions of the optimized shape. All projection points of these cross sections are then interpolated by B-spline fitting curves, which are used as a basis for lofting operations to generate CAD surface representations of branches and junctions of the optimized shape. Remaining openings in the optimized shape boundary are closed with filling surfaces. A closed boundary is obtained by sewing together all created surfaces. The final CAD model is obtained by assembling the constructed solid model of this closed envelope with the model of the non-design using the Boolean union.

Finite element method (FEM) analyzes carried out on both the topologically optimized model and on the derived CAD model make in order to validate this CAD model. Several practical case studies are presented to demonstrate the effectiveness of this new approach. The results obtained are very satisfactory and clearly show the capabilities and interest of the process developed. Indeed, this process has several advantages. First, it is completely autonomous and does not require any

intervention during the interpretation. In addition, it provides parametric B-REP models whose geometry is easily editable in a CAD system. Furthermore, the envelope of the reconstructed model closely follows the shape of the optimized model. To conclude, several key parameters are made available to the user allowing him to have more control over the interpretation process. However, the proposed process is currently limited to transforming the results of TO that tend to beam-like structures. In addition, the continuity of tangency is not considered during the geometric reconstruction.

Table des matières

Remerciements.....	i
Résumé.....	ii
Abstract	iv
Table des matières	vi
Liste des tableaux	x
Liste des figures	xi
Liste des algorithmes.....	xvii
Liste des abréviations	xviii
Liste des symboles.....	xx
Chapitre 1. Introduction générale.....	1
1.1. Mise en contexte	1
1.2. Problématique de la recherche	4
1.3. Objectifs de la thèse	5
1.4. Présentation de la thèse.....	5
Chapitre 2. Étude bibliographique	7
2.1. Introduction.....	7
2.2. Optimisation topologique	8
2.2.1. Méthodes d'optimisation topologique.....	8
2.2.1.1. Optimisation par homogénéisation.....	9
2.2.1.2. Optimisation par distribution de densité relative.....	10
2.2.1.3. Optimisation évolutionnaire	12
2.2.1.4. Optimisation par variation de frontières	13
2.2.2. Intégration des contraintes de fabrication dans l'OT	15
2.2.3. Outils et logiciels d'OT	16

2.2.3.1. Outils et logiciels libres	16
2.2.3.2. Logiciels commerciaux.....	17
2.3. Interprétation des résultats d'OT	19
2.3.1. Représentations géométriques de modèles CAO	19
2.3.1.1. Modélisation par arbre de construction CSG	20
2.3.1.2. Modélisation par les frontières B-Rep.....	21
2.3.1.3. Modélisation hybride.....	23
2.3.2. Méthodes d'interprétation des résultats d'OT	24
2.3.2.1. Interprétation par balayage multisections.....	24
2.3.2.2. Interprétation par approximation géométrique	28
2.3.2.3. Interprétation par rétroconception	31
2.3.3. Cas particulier : formes structurelles (tubulaires)	34
2.3.4. Vers une nouvelle méthode d'interprétation	41
2.4. Squelettisation linéique.....	42
2.4.1. Méthodes de squelettisation	43
2.4.1.1. Les méthodes volumétriques	43
2.4.1.2. Les méthodes géométriques.....	45
2.4.2. Squelettisation des maillages triangulaires 3D	46
2.4.3. Comparaison des méthodes de squelettisation linéique	48
2.5. Conclusion	53
Chapitre 3. Processus d'interprétation pour les résultats d'OT de formes structurelles.....	55
3.1. Introduction.....	55
3.2. Le modèle de topologie unifié (MTU).....	56
3.3. Méthodologie proposée.....	58
3.4. Génération et squelettisation des résultats d'OT qui tendent vers des structures de poutres	59
3.4.1. OT avec la méthode SIMP	59
3.4.2. Post-traitement des résultats d'OT	63
3.4.3. Extraction d'un squelette linéique.....	66
3.5. Module d'interprétation	69
3.5.1. Post-traitement du squelette	69
3.5.2. Calcul des sections transversales aux branches	71

3.5.2.1. Calcul du rayon moyen de la section du milieu de chaque branche.....	73
3.5.2.2. Détermination des extrémités effectives des branches	75
3.5.2.3. Détermination des nœuds de positionnement pour les sections transversales.....	76
3.5.2.4. Détermination de la première direction de projection	78
3.5.2.5. Calcul des sections transversales aux positions déterminées	79
3.5.3. Calcul des sections pour les jonctions.....	82
3.5.3.1. Calcul des segments de section aux interfaces jonction/branches.....	82
3.5.3.2. Calcul des sections intermédiaires.....	83
3.5.4. Génération des surfaces pour les jonctions	86
3.5.5. Génération des surfaces pour les branches.....	90
3.5.6. Couture des surfaces et création du solide	92
3.6. Validation du modèle reconstruit.....	93
3.7. Conclusion	96
Chapitre 4. Résultats et discussion.....	97
4.1. Introduction.....	97
4.2. Outils du développement	98
4.3. Exemples d'application.....	99
4.3.1. Passerelle.....	99
4.3.2. Support en forme de L.....	104
4.3.3. Poutre en forme de L.....	109
4.3.4. Poutre avec 4 fixations	114
4.3.5. Pont	119
4.4. Récapitulatif des résultats	124
4.5. Discussions des résultats.....	127
4.6. Ajustement de la fraction volumique.....	129
4.6.1. Première itération	130
4.6.2. Deuxième itération	133
4.7. Conclusion	137
Chapitre 5. Conclusions et perspectives	138
5.1. Conclusions.....	138
5.1.1. Avantages	139

5.1.2. Limitations	140
5.2. Perspectives	141
5.2.1. Généralisation de la méthode pour toute sorte de résultats	141
5.2.2. Satisfaction automatique de la contrainte admissible	141
5.2.3. Imposition d'une condition de continuité plus élevée.....	141
5.2.4. Adaptation du processus proposé pour d'autres méthodes d'OT.....	142
Bibliographie.....	143

Liste des tableaux

Tableau 1. Contraintes de von-Mises aux jonctions pour le modèle optimisé et celui reconstruit	95
Tableau 2. Passerelle : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions	103
Tableau 3. Support en L : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions	108
Tableau 4. Poutre en L : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions.....	114
Tableau 5. Poutre à 4 fixations : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions	119
Tableau 6. Pont : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions	123
Tableau 7. Paramètres de squelettisation et de reconstruction	125
Tableau 8. Caractéristiques des courbes-squelettes après post-traitement	125
Tableau 9. Synthèse des résultats	125

Liste des figures

Figure 1.1 – Les trois catégories de l’optimisation structurelle [1].....	3
Figure 1.2 – (a) Processus de développement d’un produit et (b) processus de conception.....	3
Figure 1.3 – Interprétation manuelle du résultat d’OT	4
Figure 2.1 – Microstructures pour un problème d’OT par homogénéisation [12]	9
Figure 2.2 – Optimisation par homogénéisation en utilisant la méthode HMTO [14].....	10
Figure 2.3 – Optimisation par distribution de matière : (a) problème initial, (b) effet damier et (c) résultat filtré [15].....	10
Figure 2.4 – Comparaison des lois de pénalisation : (a) SIMP, (b) RAMP et (c) SINH [20].....	11
Figure 2.5 – Optimisation évolutionnaire : (a) problème initial, résultat après (b) 15, (c) 45, (d) 60 et (e) 87 itérations [25]	12
Figure 2.6 – Représentation implicite des frontières : (a) fonction ligne de niveaux 3D, (b) frontière 2D au niveau zéro [28].....	13
Figure 2.7 – Méthode des lignes de niveau : design (a) initial, (b) intermédiaire et (c) final [30]	14
Figure 2.8 – Représentation de la frontière par une fonction de champ de phase : (a) domaine original et (b) domaine représenté par une fonction de champ de phase [33].....	14
Figure 2.9 – Méthode de champ de phase : (a) problème initial, (b) forme initial, forme optimale pour (c) $\Phi = 0.1$ et (d) $\Phi = 0.9$ [33].....	15
Figure 2.10 – OT avec la méthode SIMP : (a) problème initial, (b) distribution de la densité relative, résultat (c) brut et (d) lissé [6]	19
Figure 2.11 – Représentation par arbre de construction CSG [53]	20
Figure 2.12 – Deux façons de représenter un objet par arbre de construction CSG [54].....	21
Figure 2.13 – (a) Représentation d’un objet par les frontières et (b) structure de données B-Rep [54]	22
Figure 2.14 – Différentes représentations par les frontières B-Rep pour le même objet [53].....	23

Figure 2.15 – Processus d’interprétation proposé par Marsan et Dutta [55].....	25
Figure 2.16 – Exemple d’application de la méthode de Marsan et Dutta [55].....	25
Figure 2.17 – Processus d’optimisation proposé par Tang et Chang [57].....	26
Figure 2.18 – Étapes du processus de reconstruction [59]	27
Figure 2.19 – Étapes de reconstruction [60].....	27
Figure 2.20 – Les sept primitives paramétriques de base [61]	28
Figure 2.21 – Processus d’interprétation proposé dans (a) [62], (b) [63] et (c) [64].....	29
Figure 2.22 – Interprétation par approximation géométrique [65].....	30
Figure 2.23 – Génération d’un modèle CAO par technique de rétroconception [67]	32
Figure 2.24 – (a) problème initial, (b) maillage résultant, (c) régions segmentées, (d) courbes caractéristiques et (e) surfaces B-spline [68].....	33
Figure 2.25 – Recontrucion d’un modèle CAO avec trois méthodes de prétraitement différentes [71]	33
Figure 2.26 – (a) problème initial, (b) résultat d’OT, (c) extraction du squelette et (d) interprétation [74]	34
Figure 2.27 – Processus d’interprétation proposé par Nana et al. [8]	35
Figure 2.28 – Module de reconstruction : (a) problème initial, (b) résultat brut d’OT, (c) résultat lissé, (d) squelettisation, (e) normalisation et (f) modèle CAO final [8].....	35
Figure 2.29 – Module de validation : (a) introduction des mini-poutres, (b) modèle EF 1D-3D, (c) énergie de déformation élémentaire et (d) déplacement [8]	36
Figure 2.30 – (a) squelette filaire, (b) calcul du rayon moyen, (c) carte des rayons calculés [8]..	37
Figure 2.31 – Problèmes de la méthode de squelettisation choisie [7].....	37
Figure 2.32 – (a) Algorithme d’extraction, (b) exemple d’application [78].....	38
Figure 2.33 – Processus d’interprétation proposé par Yi et al. [79].....	39
Figure 2.34 – Quatre définitions alternatives du squelette : (a) centres des boules maximales, (b) simulation de propagation d’onde, (c) points équidistants de la frontière et (d) axe de symétrie local [81].....	42
Figure 2.35 – Extraction du squelette par amincissement homotopique [83]	43
Figure 2.36 – Extraction du squelette par carte de distance [81]	44

Figure 2.37 – Extraction du squelette à partir d'un champ de potentiel [89]	44
Figure 2.38 – Extraction du squelette à partir d'un champ de forces répulsives [90]	45
Figure 2.39 – Extraction du squelette en utilisant le diagramme de Voronoï [81]	45
Figure 2.40 – Extraction d'un squelette 1D en contractant le maillage par un lissage Laplacien [76]	46
Figure 2.41 – Algorithme de squelettisation proposé par Tagliasacchi et al. [93]	47
Figure 2.42 – Squelettes de quelques objets [94]	48
Figure 2.43 – Les étapes de squelettisation [95]	48
Figure 2.44 – Comparaison de 6 méthodes d'extraction de squelettes linéiques par contraction [96]	50
Figure 2.45 – Squelettes linéiques générés par 6 méthodes de squelettisation [98]	51
Figure 3.1 – Différents types de résultats d'OT : (a) problème initial, (b) pièce de forme structurelle ($f = 1.5\%$) et (c) pièce massive ($f = 20\%$) [7]	56
Figure 3.2 – Architecture générale du MTU [4]	57
Figure 3.3 – Processus global de reconstruction	58
Figure 3.4 – (a) problème initial, (b) maillage uniforme avec $d_g = 1.6\text{ mm}$, (c) distribution finale de la densité relative, (d) coupe longitudinale, (e) seuillage de la densité relative pour $\rho_{th} = 0.5$ et (f) $\rho_{th} = 0.25$	63
Figure 3.5 – Enveloppe brute de la forme optimisée à $\rho_{th} = 0.25$ généré par (a) découpage isodensité et (b) conservation de mailles entières	64
Figure 3.6 – Triangulation lissée représentant la forme optimisée	65
Figure 3.7 – Extraction du squelette en utilisant la méthode de Tagliasacchi et al. [93] : (a) maillage d'entrée, (b) axe médian basé sur le diagramme de Voronoï, (c), (d) et (e) maillages contractés, (f) squelette filaire	67
Figure 3.8 – Post-traitement du squelette : (a) importation, (b) suppression des parties squelettiques du non-design, (c) liaison aux interfaces de design/non-design et (d) lissage des branches connectées aux sous-domaines de non-design	70
Figure 3.9 – Vecteurs directeurs et positionnement d'un plan de section transversale	72
Figure 3.10 – Calcul des sections milieux aux branches	74

Figure 3.11 – Différentes valeurs pour le facteur définissant les limites de jonctions : (a) 0.9, (b) 1.3, (c) 1.5 et (d) 1.8	76
Figure 3.12 – Détermination de (a) 2, (b) 3, (c) 4, (d) 5, (e) 6 et (f) 8 nœuds de positionnement par branche	78
Figure 3.13 – Premières directions de projection de chaque branche	78
Figure 3.14 – Principe de calcul de la première direction de projection	79
Figure 3.15 – Principe de calcul des sections transversales par projection	80
Figure 3.16 – Définition de chaque section par (a) 3, (b) 6, (c) 10 et (d) 14 points d'interpolation	81
Figure 3.17 – Utilisation de l'espace de voisinage pour le calcul d'une section transversale.....	82
Figure 3.18 – Calcul des segments de sections pour les interfaces jonction/branche	83
Figure 3.19. Calcul des segments de section intermédiaire pour les jonctions	84
Figure 3.20 – Différents intervalles angulaires de projection pour les sections intermédiaires : (a) 150 °, (b) 120 °, (c) 90 ° et (d) 60 °	85
Figure 3.21 – Segments de sections aux jonctions avec (a) 3, (b) 4, (c) 10 et (d) 15 points d'interpolation	86
Figure 3.22 – Courbes d'interpolation et génération des surfaces de raccord.....	87
Figure 3.23 – Génération des surfaces de raccord pour les différents segments de sections montrés dans la Figure 3.21.....	88
Figure 3.24 – Génération des surfaces de raccord pour les différents segments de sections montrés dans la Figure 3.20.....	89
Figure 3.25 – Reconstruction de jonction (a) génération de surfaces de remplissage et (b) surfaces de jonctions reconstruites	90
Figure 3.26 – Surfaces de branches : (a) points d'interpolation de sections transversales, (b) courbes d'interpolation B-spline cubiques et (c) surfaces multisections de branches	91
Figure 3.27 – Modèle CAO reconstruit (a) sans et (b) avec sous-domaine du non-design.....	92
Figure 3.28 – (a) Condition aux limites et (b) maillages adaptés.....	93
Figure 3.29 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) de la poutre : les répartitions de (a) l'énergie de déformation élémentaire, (b) la contrainte de von-Mises et (c) la résultante du déplacement tracée sur la déformée amplifiée 1000 fois	95

Figure 4.1 – Passerelle : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$	100
Figure 4.2 – Passerelle : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement.....	101
Figure 4.3 – Passerelle : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design.....	102
Figure 4.4 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) de la passerelle : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 300 fois.....	103
Figure 4.5 – Support en L : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.22$	104
Figure 4.6 – Support en L : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement.....	105
Figure 4.7 – Support en L : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design.....	106
Figure 4.8 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) du support en L : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 1000 fois.....	108
Figure 4.9 – Poutre en L : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$	110
Figure 4.10 – Poutre en L : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement.....	111
Figure 4.11 – Poutre en L : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design.....	112
Figure 4.12 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) de la poutre en L : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 300 fois.....	113
Figure 4.13 – Poutre à 4 fixations : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.4$	115
Figure 4.14 – Poutre à 4 fixations : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement.....	116

Figure 4.15 – Poutre à 4 fixations : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design	117
Figure 4.16 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) de la poutre à 4 fixations : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 3 fois.....	118
Figure 4.17 – Pont : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$	120
Figure 4.18 – Pont : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement	121
Figure 4.19 – Pont : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design.....	122
Figure 4.20 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) du pont : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 3 fois	123
Figure 4.21 – Différence de volume entre le modèle optimisé (en bleu) et le modèle reconstruit (en gris) de chaque exemple	128
Figure 4.22 – Contrainte maximale globale et contrainte maximale représentative de von-Mises	129
Figure 4.23 – Poutre optimisée initiale ($f_0 = 3.0\%$) : distributions (a) de la contrainte de von-Mises et (b) du facteur de sécurité.....	130
Figure 4.24 – Première itération ($f_1 = 3.5\%$) : (a) répartition finale de la densité relative, (b) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$ et enveloppe de la forme optimisée (c) avant et (d) après lissage	131
Figure 4.25 – Première itération ($f_1 = 3.5\%$) : squelette (a) avant et (b) après post-traitement, (c) calcul et (d) interpolation des sections, (e) reconstruction et (f) assemblage avec le non-design	132
Figure 4.26 – Première itération ($f_1 = 3.5\%$) : distributions (a) de la contrainte de von-Mises et (b) du facteur de sécurité	133
Figure 4.27 – Deuxième itération ($f_2 = 4.5\%$) : (a) répartition finale de la densité relative, (b) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$ et enveloppe de la forme optimisée (c) avant et (d) après lissage	134
Figure 4.28 – Deuxième itération ($f_2 = 4.5\%$) : squelette (a) avant et (b) après post-traitement, (c) calcul et (d) interpolation des sections, (e) reconstruction et (f) assemblage avec le non-design	135
Figure 4.29 – Deuxième itération ($f_2 = 4.5\%$) : distributions (a) de la contrainte de von-Mises et (b) du facteur de sécurité	136

Liste des algorithmes

Algorithme 1. Post-traitement du squelette linéique	69
Algorithme 2. Lissage d'une branche connectée.....	71
Algorithme 3. Calcul des sections transversales pour une branche donnée	73
Algorithme 4. Calcul du rayon moyen de la section milieu d'une branche	75

Liste des abréviations

AEF	Analyse par Éléments Finis
BESO	<i>Bidirectional Evolutionary Structural Optimization</i> (optimisation structurelle évolutionnaire bidirectionnelle)
B-REP	<i>Boundary REPresentation</i> (modélisation par les frontières)
CAO	Conception Assisté par Ordinateur
CFAO	Conception et Fabrication Assisté par Ordinateur
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (mécanique des fluides numérique)
CL	Conditions aux Limites
CSG	<i>Constructive Solid Geometry</i> (géométrie de construction de solide)
EF	Éléments Finis
ESO	<i>Evolutionary Structural Optimization</i> (optimisation structurelle évolutionnaire)
FAO	Fabrication Assistée par Ordinateur
FMCM	Flux de Mouvement par Courbure Moyenne
IAO	Ingénierie Assistée par Ordinateur
MAGiC	Maillage Automatique de Géométrie intégré à la CAO
MEF	Méthode des Éléments Finis
MTU	Modèle de Topologie Unifié
NURBS	<i>Non-Uniform Rational Basis Splines</i> (B-splines rationnelles non uniformes)
OT	Optimisation Topologique
POO	Programmation Orienté Objet
RAMP	<i>Rational Approximation of Material Properties</i> (approximation rationnelle des propriétés des matériaux)
SIMP	<i>Solid Isotropic Material with Penalization</i> (pénalisation utilisant des matériaux solides isotropiques)
SINH	SINus Hyperbolique

STEP	<i>STandard for the Exchange of Product model data</i> (standard pour l'échange de données de produit)
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i> (programmation quadratique séquentielle)
VM	<i>Virtual Manufacturing</i> (fabrication virtuelle)

Liste des symboles

d_g	Écart nodal global du maillage
Δ_{conv}	Seuil de convergence
f	Fraction volumique
f_{opt}	Fraction volumique après lissage
f_{rec}	Fraction volumique après reconstruction
Δf	Variation de la fraction volumique
p	Coefficient de pénalisation
$\rho(x, y, z)$	Champ de densité relative
ρ_{vide}	Densité relative correspondant au vide
ρ_{th}	Seuil de la densité relative
E	Module d'élasticité réel du matériau
$\tilde{E}_e$	Module d'élasticité virtuel affecté par la densité relative de l'élément e
ν	Coefficient de Poisson
V_d	Volume initial du sous-domaine de design
$\tilde{V}$	Volume du matériau de design affecté par la densité relative
$\tilde{C}$	Compliance globale affectée par le champ de densité relative
$\partial \tilde{C} / \partial \rho_e$	Sensibilité de la compliance globale
$\tilde{W}$	Énergie de déformation totale affectée par le champ de densité relative
C_{opt}	Compliance globale après lissage
C_{rec}	Compliance globale après reconstruction
$[K_e]$	Matrice de rigidité locale expansée associée à l'élément e
$[\tilde{K}]$	Matrice de rigidité globale affectée par le champ de densité relative
$\{\tilde{U}\}$	Vecteur global de déplacement aux nœuds affecté par le champ de densité relative
$\{F\}$	Vecteur global de forces appliquées

θ_0	Angle de lissage linéique
λ	Facteur de pondération
$\vec{d}_i$	Vecteur directeur associé au nœud squelettique n_i
$\vec{V}_i^j$	Vecteur de la $j^{\text{ème}}$ direction de projection du nœud squelettique n_i
N	Nombre total d'éléments dans un maillage
N_n	Nombre total de nœuds d'un maillage
N_b	Nombre total de branches attachées à une jonction donnée
N_d	Nombre de nœuds squelettiques dans une branche
N_p	Nombre de points d'interpolation dans une section transversale
$\vec{U}_i^k$	Vecteur de position du segment de section k à l'interface jonction/branche i
APE	Pourcentage d'erreur moyenne (<i>Average Percentage Error</i>)
$\ e_\sigma\ $	Estimation d'erreur sur la contrainte globale
$\ u\ $	Énergie de déformation totale
δ_{opt}	Déplacement maximal du modèle optimisé
δ_{rec}	Déplacement maximal du modèle reconstruit
σ_{opt}	Contrainte de von-Mises après lissage
σ_{rec}	Contrainte de von-Mises après reconstruction
ε_m	Écart relatif moyen entre les contraintes de von-Mises calculées aux jonctions
$\sigma_{\max}$	Contrainte maximale de von-Mises
σ_a	Contrainte admissible
R_e	Limite élastique
FS	Facteur de sécurité

Chapitre 1.

Introduction générale

1.1. Mise en contexte

La conception d'un produit a un impact très significatif sur ses performances (résistance, masse, fiabilité, durée de vie, etc.). En effet, le concepteur doit choisir une solution de conception permettant de réaliser les fonctions, de respecter les contraintes et de maximiser les performances du produit conçu. Traditionnellement, la solution est choisie par le biais d'un long processus d'essais et d'erreurs. Ce dernier commence par le test d'une conception initiale de la pièce considérée à l'aide d'outils de simulation numérique permettant la prédiction de son comportement. Après l'analyse des résultats obtenus, cette conception initiale est alors repensée puis réanalysée par simulation numérique. Cette démarche est ainsi répétée 0065 le nombre de fois nécessaires à l'obtention d'une solution qui réponde le mieux aux exigences du cahier des charges. Le nombre d'itérations et la qualité du résultat dépendent bien entendu de l'expérience du concepteur.

Dans le contexte économique actuel, les entreprises cherchent à concevoir de plus en plus vite des produits de plus en plus performants afin de gagner des parts dans un marché concurrentiel. En conséquence, les concepteurs se retrouvent face à une complexité croissante de concevoir des produits de qualité dans des délais de plus en plus courts. Donc, la conception traditionnelle ne semble plus adaptée au contexte actuel. C'est en cela que la maîtrise des outils d'aide à la

conception, comme l'*optimisation automatique*, devient stratégique. En effet, l'utilisation de ces outils permet de concevoir plus intelligemment et plus rapidement des produits innovants et à moindre coût.

Grâce aux progrès rapides réalisés dans le domaine de l'informatique, ces nouveaux outils ont fortement gagné en agilité, en rapidité et en performance. Le développement de tels outils offre la possibilité d'accélérer et d'améliorer le processus de développement de nouveaux produits (Figure 1.2.a). Effectivement, l'optimisation automatique permet d'orienter les concepteurs très en amont dans le processus de développement d'un nouveau produit vers des solutions optimisées en adéquation avec les objectifs fixés.

En fonction de l'approche de conception choisie, les méthodes d'optimisation automatique dans le domaine de la mécanique peuvent être différentes. On peut classer sommairement ces méthodes en trois grandes catégories (citées par ordre croissant de difficulté et de généralité) : l'optimisation de taille (dimensionnelle), l'optimisation de forme (géométrique), et l'optimisation de topologie.

L'optimisation de taille consiste à rechercher les dimensions optimales (p. ex. épaisseur, diamètre, longueur) d'une solution initiale dont la topologie et la forme sont fixées préalablement. Les variables d'optimisation sont associées aux paramètres dimensionnels choisis par l'utilisateur.

L'optimisation de forme consiste à modifier la géométrie d'une solution initiale dont la topologie est fixée au préalable, dans le but de trouver la forme et les dimensions optimales. Les variables d'optimisation sont associées aux paramètres de description géométrique définis par l'utilisateur (p. ex. coordonnées de points de contrôle de la surface frontière).

L'optimisation de topologie (OT) consiste à déterminer la topologie, la forme et la taille d'une solution initiale afin de répondre de manière optimale à des critères de conception (p. ex. minimiser la masse ou maximiser la résistance mécanique). Les variables d'optimisation sont associées à la valeur d'un paramètre (p. ex. densité relative) pour chaque élément constituant le domaine discrétisé de conception.

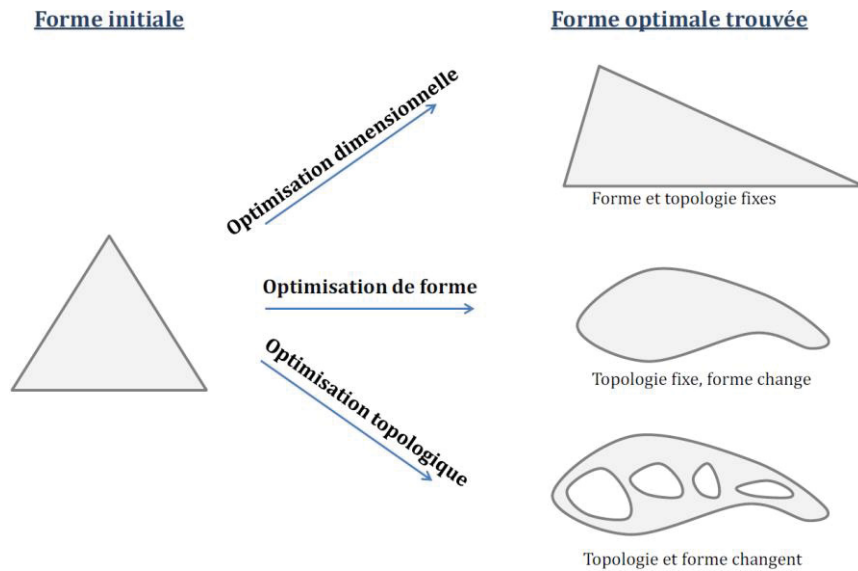


Figure 1.1 – Les trois catégories de l’optimisation structurelle [1]

La **topologie** est une description qualitative de la forme d’un objet (positions relatives de ses différentes parties), tandis que la **géométrie** est une description quantitative (formes et grandeurs de ses différentes parties). En plus de faire varier la géométrie, l’OT autorise la variation de la topologie de la structure. En d’autres termes, elle permet de créer ou de supprimer des trous de la structure optimisée. Il est clair que les gains de performance augmentent avec la liberté du processus d’optimisation. Ainsi, les gains de performances générés par une OT sont nettement supérieurs à ceux obtenus par une optimisation paramétrique (optimisation de taille ou de forme). Cela démontre l’utilité et le potentiel de l’OT pour remplacer les étapes classiques de génération d’idées (*brainstorming*), de choix de la meilleure solution et de construction d’un prototype dans le processus de conception (Figure 1.2.b).

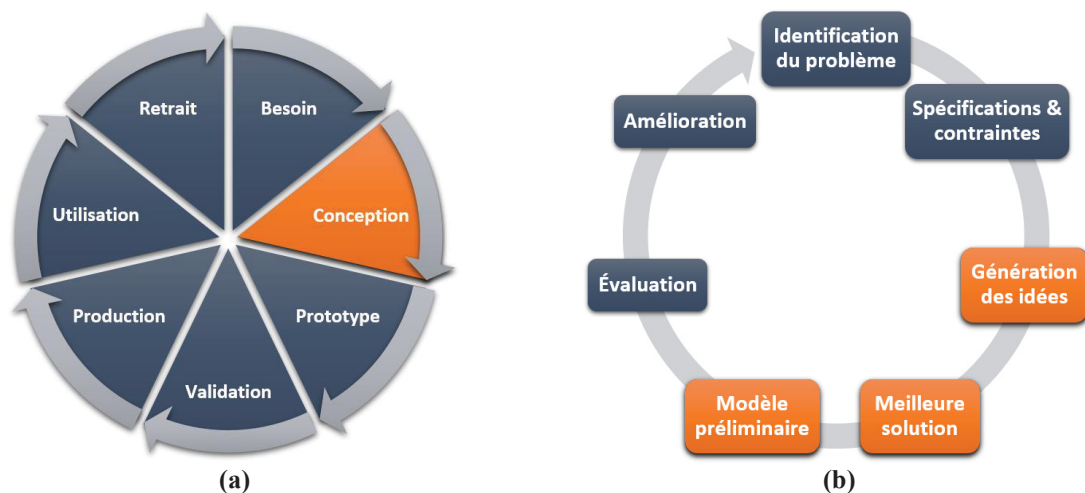


Figure 1.2 – (a) Processus de développement d’un produit et (b) processus de conception

1.2. Problématique de la recherche

Généralement, le résultat issu de l'OT est une représentation discrétisée de la forme optimale. Si la pièce est destinée à la fabrication additive (impression 3D), ce résultat est directement exploitable. Dans le cas de la fabrication dite conventionnelle (usinage, moulage, forgeage, soudage, etc.), la plus utilisée de nos jours, le résultat obtenu par OT ne peut être utilisé tel quel dans la suite du processus CFAO. La modélisation géométrique (CAO) de la pièce est certainement requise pour la plupart des applications d'ingénierie. Cette représentation permet, entre autres, une meilleure communication entre les différents outils de CFAO, ce qui améliore grandement le rapport qualité – prix – délai.

La reconstruction manuelle d'un modèle CAO à partir d'une forme obtenue par OT est une tâche longue et fastidieuse (Figure 1.3). Le temps de la reconstruction et la façon d'interpréter les résultats dépendent de l'expérience du concepteur. De ce fait, la forme finale du modèle manuellement reconstruit peut être bien différente de la forme optimisée topologiquement, ce qui pénalise l'efficacité de l'outil d'OT utilisé. L'automatisation complète de cette tâche constitue un énorme défi pour les chercheurs depuis une vingtaine d'années. Les techniques développées dans ce champ sont encore peu nombreuses et la majorité d'entre elles sont semi-automatiques ou ne s'appliquent qu'aux résultats à deux dimensions (2D).

L'absence de méthodes robustes permettant la transformation automatique des résultats obtenus par OT à des modèles CAO a limité son intégration dans le processus de conception adopté par les bureaux d'études. Dans ces conditions, la forme optimisée obtenue par OT est considérée comme une source d'inspiration qui montre au concepteur les endroits où la matière ne peut pas être enlevée lors de l'élaboration de son modèle CAO. Des recherches à ce sujet sont toujours en cours afin de proposer des solutions fiables et pratiques à cette problématique.



Figure 1.3 – Interprétation manuelle du résultat d'OT

1.3. Objectifs de la thèse

Le travail présenté dans cette thèse s'inscrit dans la continuité de travaux précédemment menés par notre Équipe de Recherche en Intégration CAO-CAIcul (ÉRICCA) depuis maintenant une dizaine d'années, visant l'intégration de l'outil d'OT dans le processus de CAO/FAO [2-9]. L'enjeu principal de la présente thèse est de développer un nouveau processus permettant la transformation automatique des résultats bruts 3D issus de l'OT qui tendent vers des structures de poutres en modèles CAO. Pour y arriver, quatre objectifs spécifiques sont visés :

- Intégrer une technique améliorée d'extraction de squelettes sur lesquels se base la transformation automatique des résultats de formes structurelles en modèles CAO.
- Reconstruire automatiquement des modèles géométriques solides à partir de ces résultats qui pourront ensuite être adaptés à différents critères de conception et d'optimisation.
- Analyser et valider ces modèles reconstruits en utilisant des simulations par la méthode des éléments finis.
- Mettre en place une boucle d'adaptation de la fraction volumique cible afin de répondre aux différents critères de conception.

L'atteinte de ces objectifs augmentera le niveau d'intégration de l'outil d'OT dans le processus de développement de nouveaux produits et permettra ainsi d'obtenir des modèles CAO optimisés de manière complètement automatique.

1.4. Présentation de la thèse

Ce premier chapitre présente succinctement le cadre général de la thèse. Il fournit au lecteur une vue d'ensemble sur le contexte dans lequel s'inscrit le travail de recherche présenté dans ce document. Le second chapitre comprend une étude bibliographique multidisciplinaire. En effet, le présent travail se situe à la croisée de trois champs de recherche : l'OT, l'interprétation des résultats obtenus par OT et la squelettisation linéique. Chacun de ces champs est passé en revue incluant une classification des méthodes développées ainsi qu'une analyse de leurs avantages et inconvénients. Dans le troisième chapitre, un nouveau processus d'interprétation automatique de résultats d'OT est proposé. Les différentes étapes de ce processus sont illustrées à travers un exemple de poutre console. Ce processus permet de transformer les résultats d'OT en modèles CAO de manière automatique. Le quatrième chapitre expose les résultats obtenus suite à

l'application de l'approche développée sur cinq études de cas concrets. Pour des fins de validation, des analyses par éléments finis sont effectuées aussi bien sur les modèles optimisés que sur les modèles CAO reconstruits correspondants. L'analyse comparative des résultats obtenus révèle l'efficacité et la robustesse de notre processus d'interprétation. Finalement, le dernier chapitre conclut ce manuscrit et propose plusieurs perspectives d'amélioration et de développement pour les recherches futures.

Chapitre 2.

Étude bibliographique

2.1. Introduction

Ce chapitre résume l'étude bibliographique réalisée tout au long de ce projet de doctorat. La présente thèse s'articule autour de trois champs de recherche, dont chacun fera l'objet d'une partie distincte de cette étude. La première partie (section 2.2) couvre les travaux antérieurs portant sur les méthodes d'optimisation topologique. L'intégration des contraintes de fabrication dans ces dernières, ainsi que les différents outils et logiciels d'OT disponibles y sont également introduits. Ensuite, la deuxième partie (section 2.3) présente les différentes approches d'interprétation de résultats obtenus par OT. Une attention particulière sera portée aux résultats qui tendent vers des structures de poutres. Une brève description des modes de représentations géométriques dans la CAO est fournie au début de cette partie. La troisième partie (section 2.4), quant à elle, passe en revue les techniques de squelettisation linéiques. Cette dernière partie a pour objectif de faire une comparaison entre les techniques d'extraction d'un squelette filaire et de mettre en évidence les qualités et les limitations de ces dernières, et ce, en vue de permettre un choix plus éclairé de la technique à utiliser dans notre processus d'interprétation.

2.2. Optimisation topologique

L'optimisation topologique (OT) est un processus autonome qui permet de prédire de manière itérative la disposition optimale de la matière dans un volume initial, appelé espace de conception ou domaine de design, soumis à un chargement donné. Cette disposition de la matière est optimisée par rapport à un ou plusieurs objectifs de performance (ex. minimisation de la compliance, meilleur rapport rigidité/masse, minimisation de la masse, etc.) tout en respectant certaines contraintes spécifiques (ex. fraction volumique, contrainte admissible, déplacements imposés, etc.). Les calculs effectués à chaque itération du processus d'OT sont souvent basés sur la méthode des éléments finis [10]. L'espace de conception ou le domaine de design fait référence au volume disponible dans lequel la conception finale peut exister. Cet espace doit être suffisamment grand pour permettre une meilleure exploration des solutions optimisées. Sa définition dépend de plusieurs facteurs parmi lesquels peuvent figurer les contraintes d'assemblage et l'accessibilité aux outils ou aux ressources humaines.

Ayant fortement attiré l'attention des chercheurs, les méthodes d'OT ont évolué rapidement au cours des trois dernières décennies. Elles ont fait l'objet de nombreuses applications dans plusieurs domaines d'ingénierie comme : l'analyse des structures, le transfert thermique, l'acoustique, la mécanique des fluides, l'aéroélasticité, la conception de nouveaux matériaux et d'autres domaines multiphysiques. Dans cette section, nous présenterons une synthèse des travaux de recherche antérieurs proposant des méthodes d'OT ainsi qu'une classification de ces dernières. Nous aborderons ensuite l'intégration des contraintes de fabrication dans le processus d'optimisation et nous citerons quelques logiciels qui intègrent cet outil de conception automatique.

2.2.1. Méthodes d'optimisation topologique

De nombreuses méthodes d'OT ont été proposées dans la littérature. Elles peuvent être grossièrement classées en quatre familles : les méthodes d'homogénéisation, les méthodes de distribution de densité relative, les méthodes évolutionnaires (incluant la méthode ESO), et les méthodes de variation de frontières (incluant la méthode level set). Chacune de ces familles sera exposée brièvement dans les prochaines sous-sections tout en soulignant leurs avantages et inconvénients.

2.2.1.1. Optimisation par homogénéisation

Initialement introduite par Bendsøe et Kikuchi [11], l'OT par homogénéisation utilise des matériaux microstructuraux poreux (composites microperforés) permettant, à l'échelle macroscopique, une variation continue de la densité. Son principe consiste à trouver la meilleure configuration de ces matériaux qui minimise la fonction objectif (souvent la compliance) dans un domaine de conception donné. Ainsi, il s'agit d'optimiser la microstructure du matériau et non la forme de la structure optimisée. Dans les premiers travaux de recherche menés sur l'OT par homogénéisation, les microstructures ont été modélisées soit par des cellules carrées avec des trous rectangulaires ou en tant que composites stratifiés (Figure 2.1).

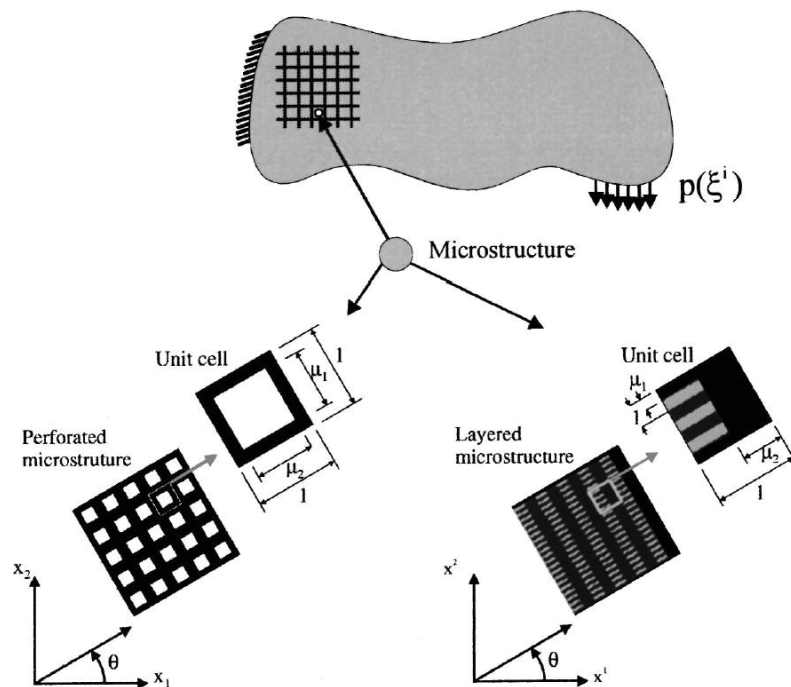


Figure 2.1 – Microstructures pour un problème d'OT par homogénéisation [12]

Le matériau résultant peut-être décrit par des propriétés matérielles macroscopiques effectives dépendant de la géométrie des cellules. Ces propriétés sont calculées par une méthode d'homogénéisation mathématique où la porosité est modélisée par un matériau de très faible densité [13]. L'inconvénient majeur de ces méthodes est la difficulté de modéliser les matériaux microstructuraux ainsi que la réalisation des modèles résultants. Cela est dû principalement au grand nombre de paramètres de design intervenant dans le processus d'optimisation. Néanmoins, l'émergence de la fabrication additive a rendu possible la réalisation de certains modèles optimisés par homogénéisation (Figure 2.2).

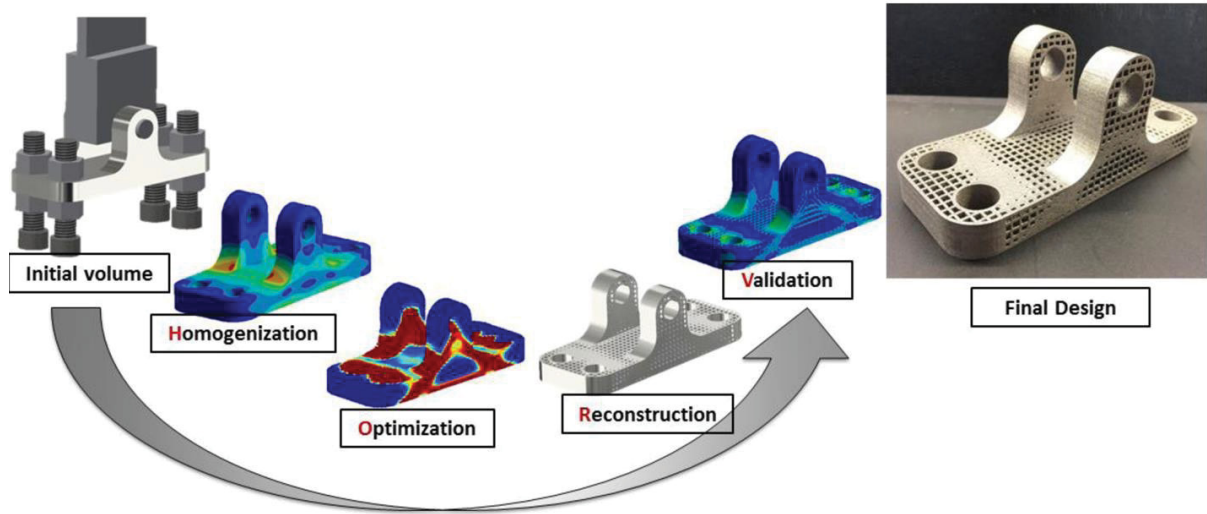


Figure 2.2 – Optimisation par homogénéisation en utilisant la méthode HMTO [14]

2.2.1.2. Optimisation par distribution de densité relative

Le principe général de ces méthodes est l'identification, à partir d'une discrétisation donnée du domaine initial, si chaque élément doit être vide ou solide à travers la minimisation d'une fonction objectif (souvent la compliance), tout en respectant une contrainte sur la quantité du matériau pouvant être utilisée (Figure 2.3). Dans ce cas, les variables de design sont les densités relatives élémentaires qui varient entre 0 qui correspond à du vide et 1 qui correspond à du matériau plein. L'utilisation d'une méthode de pénalisation permet d'éliminer les densités relatives intermédiaires et d'obtenir ainsi une répartition plus binaire de la matière. Le champ de densité relative pénalisé est filtré subséquemment afin de neutraliser l'effet damier (Figure 2.3.b). L'élimination des éléments ayant une densité relative inférieure à un seuil donné permet de dégager la forme optimisée (Figure 2.3.c).

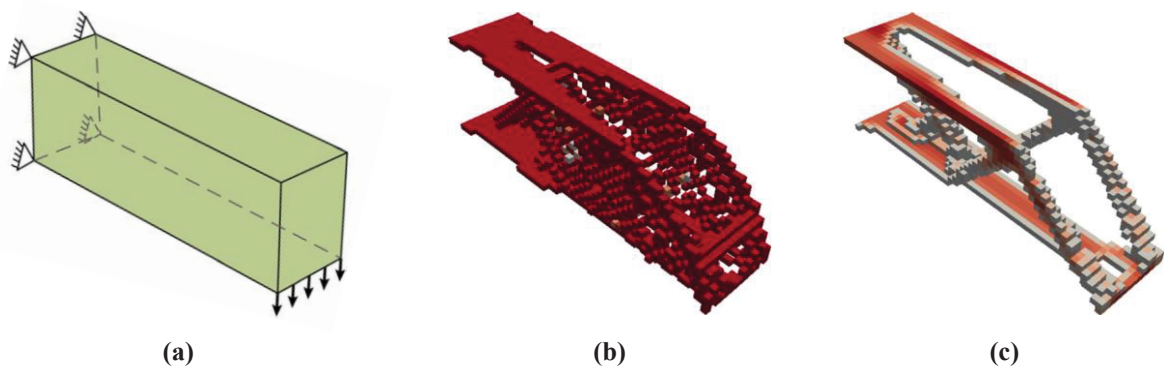


Figure 2.3 – Optimisation par distribution de matière : (a) problème initial, (b) effet damier et (c) résultat filtré [15]

Bien qu'il existe plusieurs méthodes de pénalisation, la méthode SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) ou optimisation avec pénalisation utilisant des matériaux solides isotropiques), développée indépendamment par Bendsøe [16] et Zhou et Rozvany [17], est la plus populaire. Sa simplicité d'implémentation a favorisé en grande partie sa large acceptation tant dans le domaine industriel que dans celui de la recherche académique.

D'autres techniques de pénalisation peuvent aussi être utilisées comme la méthode RAMP (*Rational Approximation of Material Properties*) [18], ou la méthode SINH qui utilise une loi de pénalisation basée sur le sinus hyperbolique [19]. La Figure 2.4 montre les différentes lois de pénalisation utilisées par les méthodes SIMP, RAMP et SINH où ρ est la variable de densité, p est le coefficient de pénalisation pour les méthodes SIMP et SINH, et q est le coefficient de pénalisation pour la méthode RAMP.

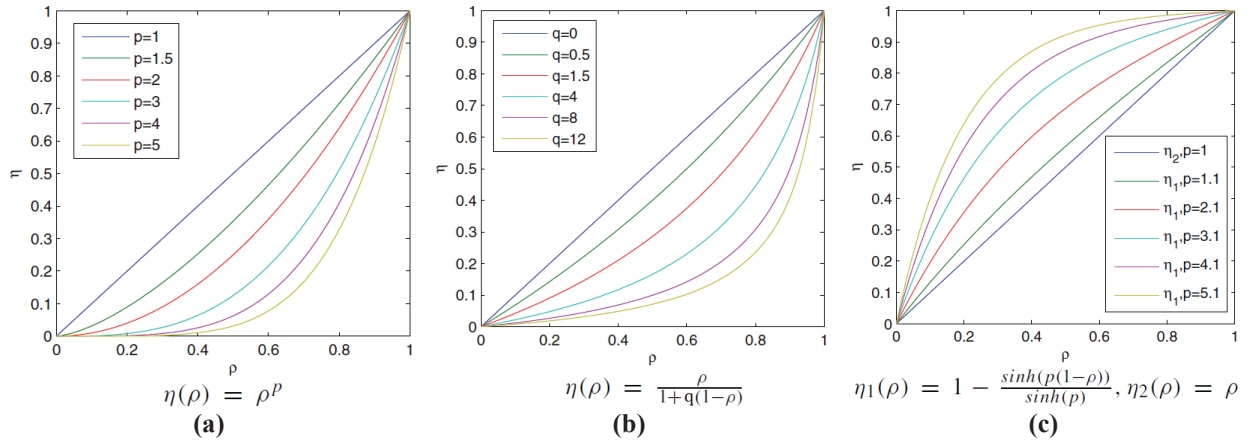


Figure 2.4 – Comparaison des lois de pénalisation : (a) SIMP, (b) RAMP et (c) SINH [20]

L'inconvénient évident de ces méthodes est la non-prise en compte des contraintes mécaniques pendant le processus d'optimisation étant donné que celui-ci est souvent basé sur la minimisation de la compliance. Dès lors, une analyse de validation par éléments finis est requise afin de vérifier si la contrainte maximale du modèle optimisé obtenu est inférieure à la contrainte admissible. Un autre inconvénient, c'est que le résultat obtenu dépend notamment du type et de la taille des éléments utilisés dans le maillage. Plusieurs filtres ont été proposés dans la littérature pour remédier à cette dépendance aussi bien que pour d'autres instabilités numériques liées à l'OT [21, 22].

2.2.1.3. Optimisation évolutionnaire

Les méthodes d'OT évolutionnaires ou évolutives consistent à supprimer progressivement (ou à ajouter) de la matière dans des zones spécifiées, selon le niveau des contraintes élémentaires, jusqu'à l'obtention d'une forme optimale. La méthode la plus connue de cette famille est celle dite ESO (*Evolutionary Structural Optimization*) initialement proposée par Xie et Steven [23]. Cette méthode utilise les contraintes mécaniques élémentaires calculées à l'itération précédente comme référence pour éliminer les éléments qui ne reprennent que très peu d'effort. Pratiquement, les éléments considérés comme inutiles se voient attribuer un matériau dit fictif dont le module d'élasticité tend vers zéro. Ce processus itératif s'arrête lorsqu'il ne reste plus d'éléments ayant des contraintes inférieures à un seuil prédéfini par l'utilisateur.

La version originale de la méthode ESO ne permet que l'enlèvement de la matière en essayant d'uniformiser les contraintes dans la forme optimale. Querin et al. [24] ont développé une version ESO bidirectionnelle, appelée BESO (*Bidirectional Evolutionary Structural Optimization*), qui permet de retirer de la matière des zones de faibles contraintes et d'en ajouter dans les zones de contraintes élevées afin de les renforcer. La Figure 2.5 illustre l'évolution du modèle optimisé en fonctions du nombre d'itérations en utilisant la méthode BESO.

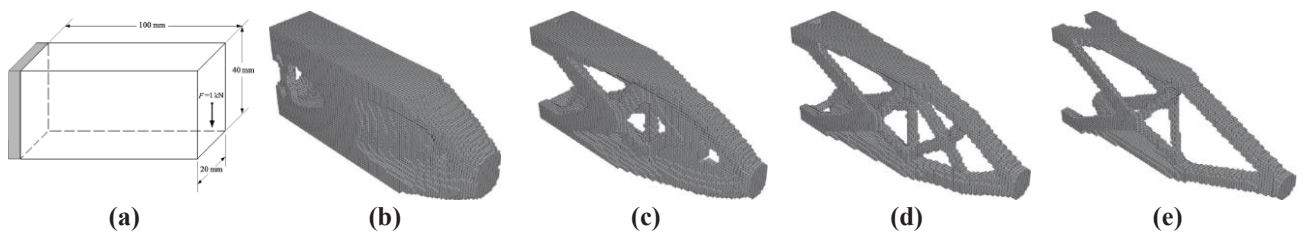


Figure 2.5 – Optimisation évolutionnaire : (a) problème initial, résultat après (b) 15, (c) 45, (d) 60 et (e) 87 itérations [25]

Les résultats fournis par les méthodes évolutionnaires sont binaires et vérifient systématiquement les contraintes mécaniques. De plus, elles se caractérisent par leur simplicité conceptuelle et leur efficacité d'implémentation [26]. En revanche, ce type de méthodes souffre aussi de quelques instabilités numériques, notamment la dépendance de la solution optimale à la taille du maillage et l'effet damier. Une autre limitation, mise en évidence par Zhou et Rozvany [27] à travers un exemple simple, est le fait que la méthode ESO peut aboutir à un résultat extrêmement loin d'être optimal et que la méthode BESO n'est pas en mesure de pallier à cette défaillance.

2.2.1.4. Optimisation par variation de frontières

Les racines des méthodes d'optimisation par variation de frontières remontent aux techniques d'optimisation de forme. Elles sont principalement basées sur le mouvement de l'interface matière-vide, définie par des fonctions implicites (Figure 2.6), de façon à minimiser une fonction objectif. Les développements menés sur cette approche ont permis un changement libre de la topologie grâce à la formation, la disparition et la fusion des trous. Parmi les techniques d'optimisation par variation de frontières connues dans la littérature, on trouve la méthode des lignes de niveau (level set) et la méthode de champ de phase.

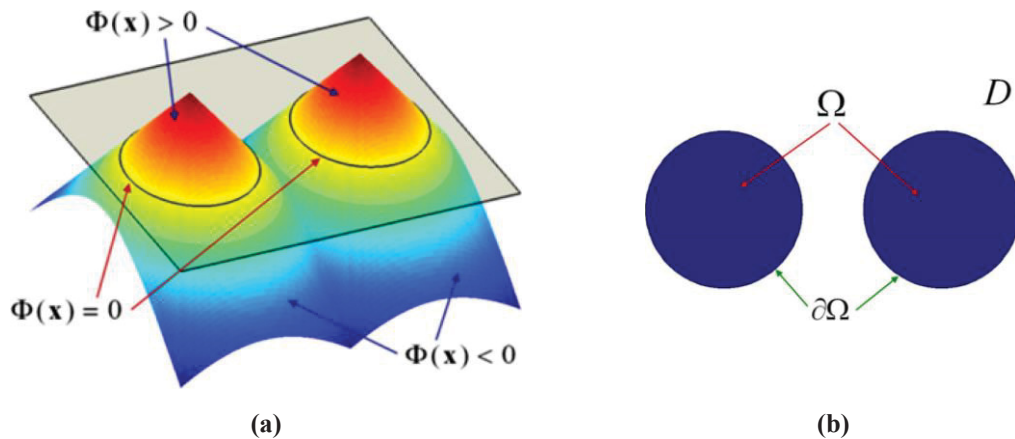


Figure 2.6 – Représentation implicite des frontières : (a) fonction ligne de niveaux 3D, (b) frontière 2D au niveau zéro [28]

Dans la méthode des lignes de niveau en 2D, la frontière est représentée comme le contour de niveau zéro ($\Phi = 0$ dans la Figure 2.6.a) d'une fonction scalaire définissant une surface en 3D. L'évolution de cette fonction scalaire au cours de l'optimisation est contrôlée par un champ de vitesse obtenu en différenciant la fonction objectif (généralement la compliance) par rapport à la forme. La forme optimale de la frontière est celle qui minimise la fonction objectif (Figure 2.7.c). La première application de la méthode des lignes de niveau dans le domaine de l'OT a été menée par Sethian et Wiegmann [29]. Dans leur travail, la méthode des lignes de niveau a été employée pour capturer la frontière libre d'une structure en élasticité linéaire.

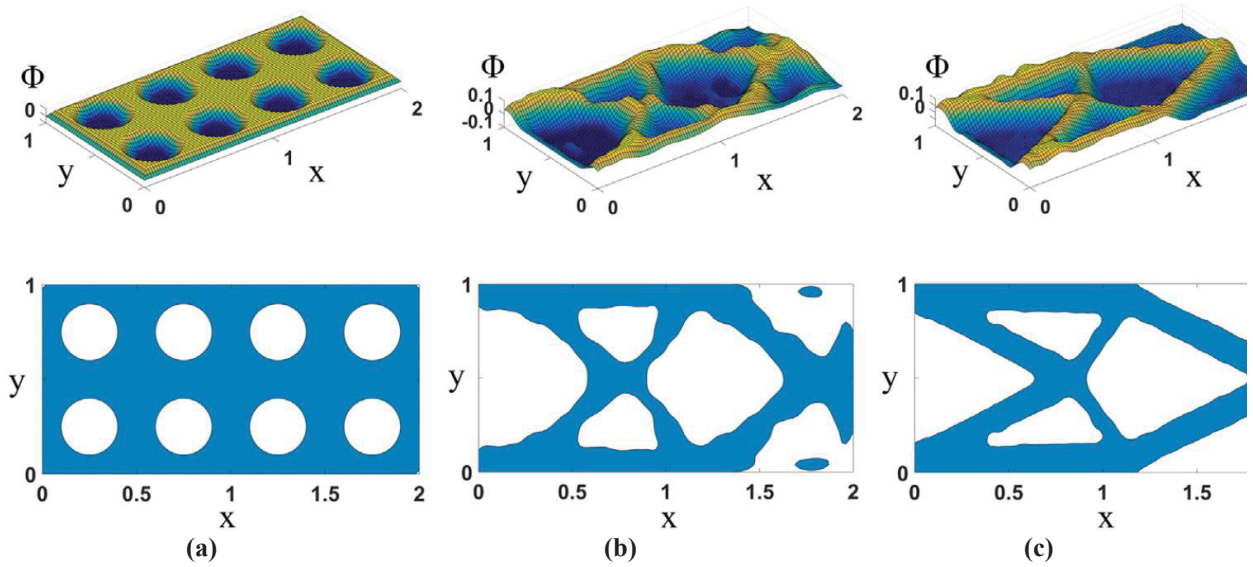


Figure 2.7 – Méthode des lignes de niveau : design (a) initial, (b) intermédiaire et (c) final [30]

L'OT par la méthode de champ de phase, initialement proposée par Bourdin et Chambolle [31, 32], est basée sur des théories développées à l'origine pour simuler la dynamique de changement de phase telle que les transitions solide-liquide. L'idée sur laquelle s'appuie cette méthode est de représenter le domaine d'optimisation par un système de deux phases (solide/vide) séparées par une région d'épaisseur mince (Figure 2.8.b). Cette région est modifiée progressivement par des équations d'évolution dynamique liées à la physique du problème d'OT.

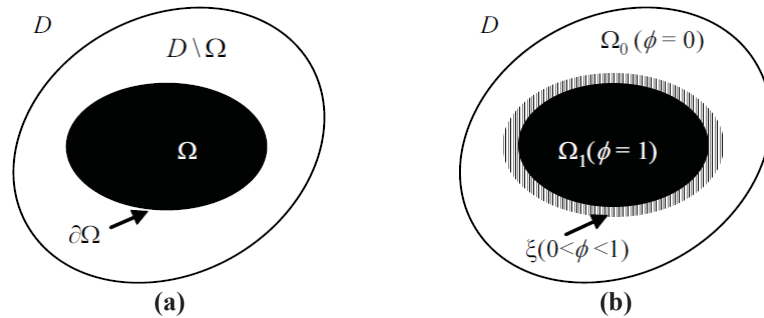


Figure 2.8 – Représentation de la frontière par une fonction de champ de phase : (a) domaine original et (b) domaine représenté par une fonction de champ de phase [33]

La forme initiale donnée à la fonction de champ de phase doit respecter la contrainte de volume utilisé pour l'optimisation (Figure 2.9.b). La configuration qui minimise la fonction objectif, en l'occurrence la compliance, donne la forme optimale recherchée (Figure 2.9.c et d). Cette méthode permet de prendre en compte aisément les forces de volume et les forces de surfaces (ex. pression) appliquées sur des parties de formes a priori inconnues de la frontière (interface de transition $0 < \Phi < 1$).

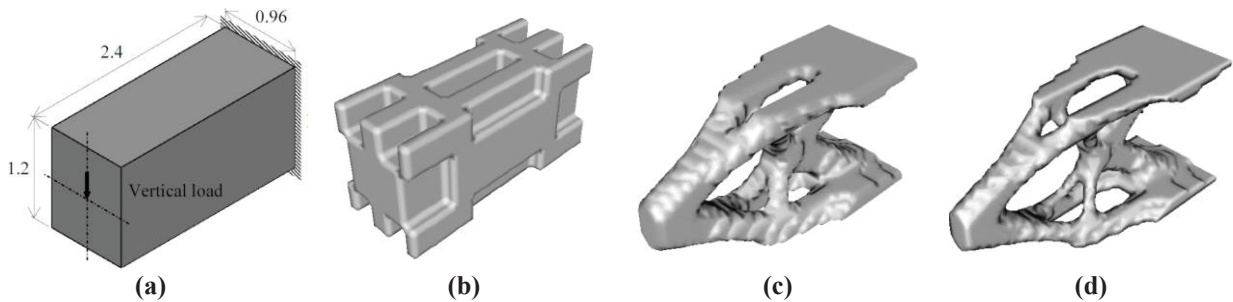


Figure 2.9 – Méthode de champ de phase : (a) problème initial, (b) forme initial, forme optimale pour (c) $\Phi = 0.1$ et (d) $\Phi = 0.9$ [33]

Les méthodes présentées ci-dessus produisent généralement des résultats avec des frontières nettes et lisses qui nécessitent peu d'efforts de post-traitement pour les interpréter. Cependant, le résultat obtenu par ces dernières reste très sensible à la topologie initiale du modèle. En outre, leurs algorithmes d'optimisation sont susceptibles de converger vers des minima locaux de la fonction objectif. Notons que la grande majorité des méthodes d'OT dépendent de la taille et du type de maillage utilisé.

2.2.2. Intégration des contraintes de fabrication dans l'OT

Dans le contexte industriel actuel et particulièrement durant la phase de développement d'un nouveau produit, l'OT est considérée comme étant un outil d'aide à la conception qui permet d'obtenir des concepts originaux et innovants. Cependant, ces concepts peuvent sembler relativement complexes à réaliser avec les procédés de fabrication conventionnels, d'autant plus que ces derniers sont le plus couramment utilisés dans le domaine de la mécanique [34]. Depuis plus de 20 ans, de nombreux efforts de recherche ont été consacrés à l'intégration des contraintes de fabrication dans le processus d'OT afin d'augmenter la fabricabilité des pièces qui en résultent. Ces contraintes peuvent être intégrées dans l'algorithme d'OT de façon à orienter les résultats vers des formes optimisées et facilement réalisables, ou dans le processus d'interprétation de ces résultats.

Les modèles optimisés topologiquement doivent respecter quelques critères selon le mode de fabrication envisagé comme, par exemple, le respect d'une dimension minimale pour les trous et les détails structuraux dépendamment de la taille des outils d'usinage utilisés, l'élimination des trous complètement inclus dans la matière, le respect d'une épaisseur minimale, le contrôle de planéité des surfaces, le respect d'une direction de démoulage, la prise en compte de l'extrusion, etc. Afin de produire des résultats qui respectent ces critères, des filtres spécifiques sont rajoutés à la formulation des algorithmes d'OT pour contrôler la topologie ainsi que la forme de ces résultats.

Une revue de littérature détaillée portant sur les méthodes d'OT intégrant des contraintes de fabrication est disponible dans [35].

2.2.3. Outils et logiciels d'OT

L'OT est une méthodologie d'optimisation innovante pouvant générer de nouvelles géométries où la matière est idéalement répartie, dans un volume prédéfini, par rapport aux sollicitations appliquées. Utilisée en phase de préconception, elle permet donc un gain important de temps en réduisant la boucle d'itérations entre calcul par EF et conception. Il existe de nombreux outils pour l'OT sous différentes formes (scripts, programmes, applications, modules, boîte à outils, logiciels, plateformes, etc.). Quel que soit l'outil d'OT utilisé, un minimum de données d'entrée est requis tel que la définition du domaine de conception et les surfaces fonctionnelles, ainsi que l'application d'au moins un cas de chargement. La plupart de ces outils sont basés sur une variante de la méthode SIMP, tandis que d'autres utilisent les méthodes ESO/BESO. Il convient de noter que les listes d'outils d'OT mentionnées ci-dessous sont loin d'être exhaustives.

2.2.3.1. Outils et logiciels libres

De nombreuses solutions d'OT gratuites ont été proposées dans l'objectif de rendre cette technologie de pointe accessible à un maximum d'utilisateurs. La grande majorité de ces solutions sont les résultats de projets de développement universitaires. Parmi les solutions publiées, on peut trouver :

- ToPy [36], un logiciel d'OT open source développé en Python sans interface graphique. Inspiré du code MATLAB de 99 lignes de Sigmund [37], ToPy permet d'effectuer des analyses d'OT en 2D et 3D pour les problèmes de minimisation de compliance, de conductivité thermique ou d'analyse des mécanismes.
- TopoStruct [38], un programme interactif d'OT en 2D et 3D destiné aux architectes et concepteurs. Il offre une option de lissage pour les structures optimisées.
- BESO3D [39], un code Python de 100 lignes pour l'OT 3D basé sur le solveur EF Abaqus. Il est développé pour traiter les problèmes de minimisation de compliance en utilisant la méthode BESO.
- TopOpt [40], un *framework* open source et entièrement parallèle permettant l'OT 3D à grande échelle en utilisant des maillages structurés très fins.

- Toptimiz3D [41], une application récente avec interface graphique dédiée à la résolution de problèmes d'OT 3D pouvant gérer des géométries quelconques en utilisant des maillages non structurés.
- Top99neo et Top3D125 [42], deux nouvelles implémentations MATLAB compactes et efficaces pour l'OT en 2D et 3D respectivement. Elles utilisent des stratégies d'accélération entraînant des réductions importantes du temps de calcul global.

De manière générale, les logiciels libres d'OT sont intuitifs et offrent de bons résultats. Ils peuvent être utilisés pour l'enseignement, la recherche ou pour optimiser certains composants industriels à moindres coûts.

2.2.3.2. Logiciels commerciaux

En raison du nombre important de recherches menées sur l'OT et les progrès réalisés dans les différents processus de fabrication, notamment la fabrication additive, de nombreux éditeurs de logiciels ont développé des solutions d'OT adaptées au milieu industriel. Les principaux logiciels dédiés à l'OT sont :

- OptiStruct [43] d'Altair, la première technologie de simulation commerciale qui intègre de manière transparente l'optimisation et l'analyse structurelle (1994). Il se distingue notamment par la prise en compte de diverses contraintes de fabrication liées aux procédés de fabrication conventionnels, additifs ou de matériaux composites. SolidThinking Inspire et HyperMesh, appartenant à la même suite logicielle Altair, incluent des modules d'OT basés sur OptiStruct.
- TOSCA [44] de SIMULIA est une suite de deux produits qui offre une large gamme de solutions pour l'optimisation des structures (TOSCA Structure) et des flux (TOSCA Fluid). Ces deux produits sont intégrés sur les principaux solveurs d'EF (ABAQUS, ANSYS, MSC NASTRAN) et de CFD (STAR-CCM+, ANSYS Fluent) respectivement.
- Within [45] d'Autodesk, un ensemble d'outils de conception générative qui combine l'optimisation des microstructures et l'intelligence artificielle permettant la génération de pièces légères, innovantes et performantes destinées principalement à la fabrication additive.
- nTop Platform [46] de nTopology, une nouvelle plateforme de conception et d'ingénierie avec des capacités particulières en matière d'OT. Cette plateforme est basée sur la

modélisation implicite des objets 3D qui offre des avantages importants en termes de fiabilité, de vitesse et d'évolutivité. Un solide 3D peut être décrit implicitement par une seule fonction mathématique obtenue à partir d'un ensemble de fonctions primitives définies de manière implicite. En effet, ce mode de représentation permet de gérer facilement et rapidement les modèles 3D très complexes générés par les algorithmes d'OT.

La mise à disposition de ces logiciels a suscité davantage l'intérêt du milieu industriel envers l'OT. Afin de répondre à cette demande croissante, de nombreux logiciels de CAO, FAO et IAO ont intégrés, dans les dernières années, des fonctionnalités pour optimiser topologiquement les composants mécaniques. Parmi ceux-ci, on peut citer NX [47] et Solid Edge [48] de Siemens, SolidWorks [49] de Dassault Systèmes, Fusion 360 [50] d'Autodesk ou Creo [51] de PTC. Cette intégration a encouragé les concepteurs non experts en simulation numérique à utiliser cette technologie et ainsi produire des composants optimisés pour un meilleur rapport qualité-prix.

Comparés aux logiciels libres, les logiciels commerciaux offrent beaucoup plus de flexibilité dans la modélisation des géométries, la définition des cas de charge, ainsi que l'importation ou l'exportation des données [52]. Toutefois, en raison de leurs fonctionnalités multiples, l'utilisation de ces logiciels est moins intuitive et le risque d'une mauvaise manipulation est élevé. De plus, bien que certains de ces logiciels disposent des capacités de transformation automatique ou semi-automatique des résultats d'OT en modèle CAO tout en respectant certaines contraintes de fabrication, ces logiciels sont encore peu efficaces et nécessitent toujours l'intervention du concepteur dans le processus d'interprétation. L'automatisation de cette interprétation, qui reste un sujet de recherche active, sera abordée en détail dans la prochaine section.

2.3. Interprétation des résultats d'OT

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, il existe de nombreuses méthodes pour optimiser la topologie d'une structure. Les résultats obtenus dépendent de la méthode d'optimisation choisie et ne sont pas directement exploitables dans le processus de conception. De façon générale, ces résultats sont donnés sous forme de modèles EF qui nécessitent souvent un post-traitement avant de les transformer en modèles CAO pratiques (Figure 2.10). La plupart des applications d'ingénierie nécessitent des modèles CAO éditables, notamment durant les différentes phases de développement d'un produit. La reconstruction manuelle de modèles CAO à partir de ces résultats est une tâche fastidieuse qui consomme beaucoup de temps. L'automatisation de cette tâche a été l'objet de plusieurs travaux de recherche depuis une vingtaine d'années.

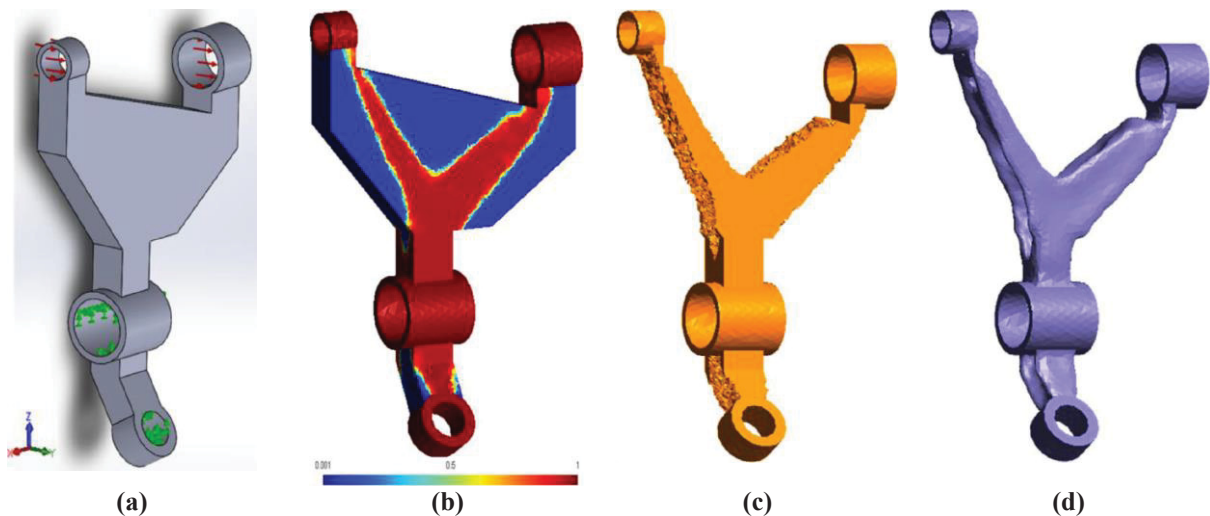


Figure 2.10 – OT avec la méthode SIMP : (a) problème initial, (b) distribution de la densité relative, résultat (c) brut et (d) lissé [6]

Dans cette section, nous présenterons tout d'abord les différents types de modélisations géométriques pour les objets continus dans la CAO. Ensuite, nous proposerons une catégorisation pour les différentes méthodes d'interprétation des résultats d'OT. Chaque catégorie sera brièvement exposée en soulignant ses avantages et inconvénients. Enfin, nous examinerons les techniques de traitement des résultats qui tendent vers des structures de poutres.

2.3.1. Représentations géométriques de modèles CAO

Classiquement, il existe deux méthodes principales pour représenter la géométrie d'un objet 3D de façon continue : la modélisation par arbre de construction CSG (*Constructive Solid Geometry*) et la représentation par les frontières B-Rep (*Boundary Representation*).

2.3.1.1. Modélisation par arbre de construction CSG

La modélisation par arbre de construction CSG consiste à décrire l'objet par une combinaison de primitives géométriques simples (cube, sphère, cylindre, cône, etc.) comme l'illustre la Figure 2.11. Cette combinaison est gérée par des opérateurs géométriques booléens (union, intersection et soustraction) et des transformations géométriques (translation, rotation et homothétie). L'objet résultant est stocké sous forme d'un arbre binaire de construction dont les nœuds représentent les opérations booléennes effectuées et les feuilles représentent les primitives manipulées.

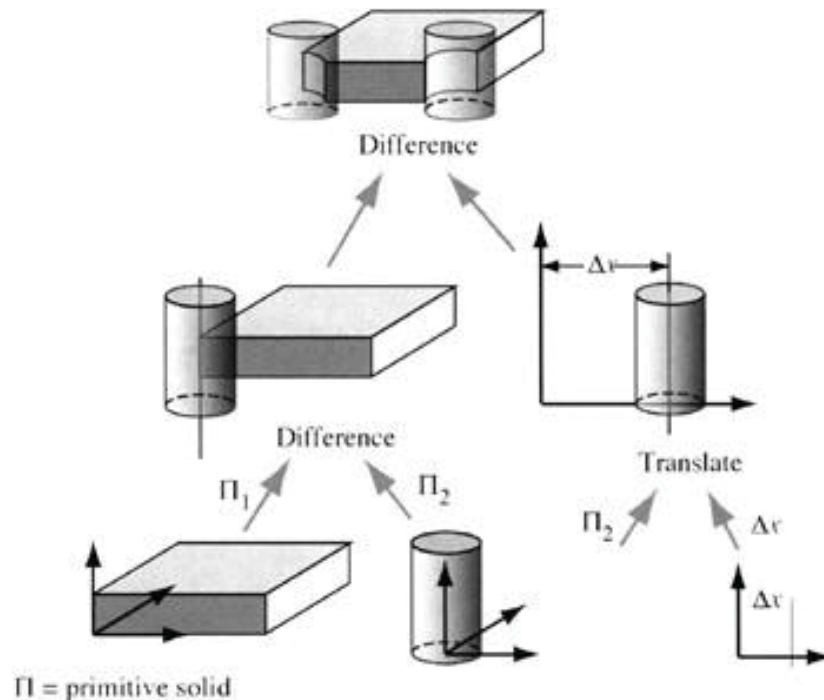


Figure 2.11 – Représentation par arbre de construction CSG [53]

Les primitives elles-mêmes sont généralement obtenues par l'intersection d'un ensemble de demi-espaces courbes ou planaires. Le nombre de primitives n'est pas un signe du pouvoir descriptif d'un système de modélisation. Par exemple, le cuboïde et le cylindre seuls ont la même puissance descriptive que l'ensemble du cuboïde, du cylindre, du coin, du congé, du segment cylindrique et du tétraèdre si les deux ensembles ont accès aux mêmes opérateurs de combinaison et de transformation. Plusieurs représentations par arbre de construction CSG sont possibles pour un objet donné (Figure 2.12).

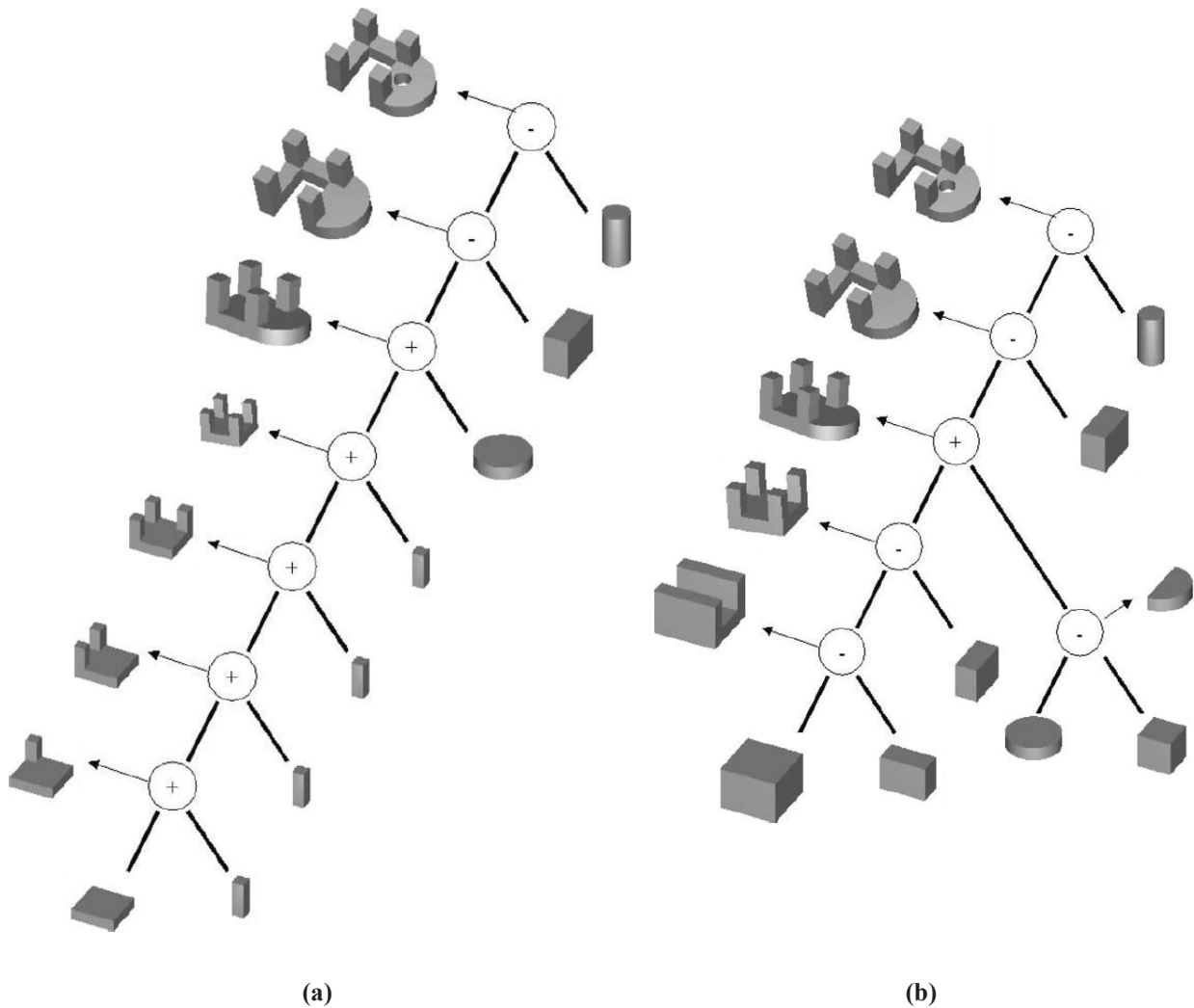


Figure 2.12 – Deux façons de représenter un objet par arbre de construction CSG [54]

Cette technique de modélisation présente l'avantage de décrire l'objet avec des frontières parfaites et non approchées (frontières sphériques par exemple) d'une manière simple et compacte (uniquement l'arbre de construction est conservé). Cependant, la modélisation des objets complexes avec cette technique nécessite un grand nombre de primitives volumiques, ce qui peut alourdir les calculs géométriques effectués sur ces modèles.

2.3.1.2. Modélisation par les frontières B-Rep

La modélisation par les frontières B-Rep consiste à décrire l'objet comme étant une collection organisée de surfaces (Figure 2.13.a). Cette technique de représentation est basée sur deux types d'informations (Figure 2.13.b) : *information topologique* décrivant la connectivité entre les éléments topologiques (sommet, arête et face), et *information géométrique* décrivant l'entité géométrique sous-jacente de chaque élément topologique (point, courbe et surface). La frontière

de l'objet est constituée d'une ou plusieurs faces orientées. Chaque face est définie géométriquement par une surface et est délimitée par au moins un contour fermé et orienté. Chaque contour est composé d'une ou plusieurs arêtes orientées. Chaque arête est définie géométriquement par une courbe et est bornée généralement par deux sommets. Chaque sommet est associé à un point géométrique.

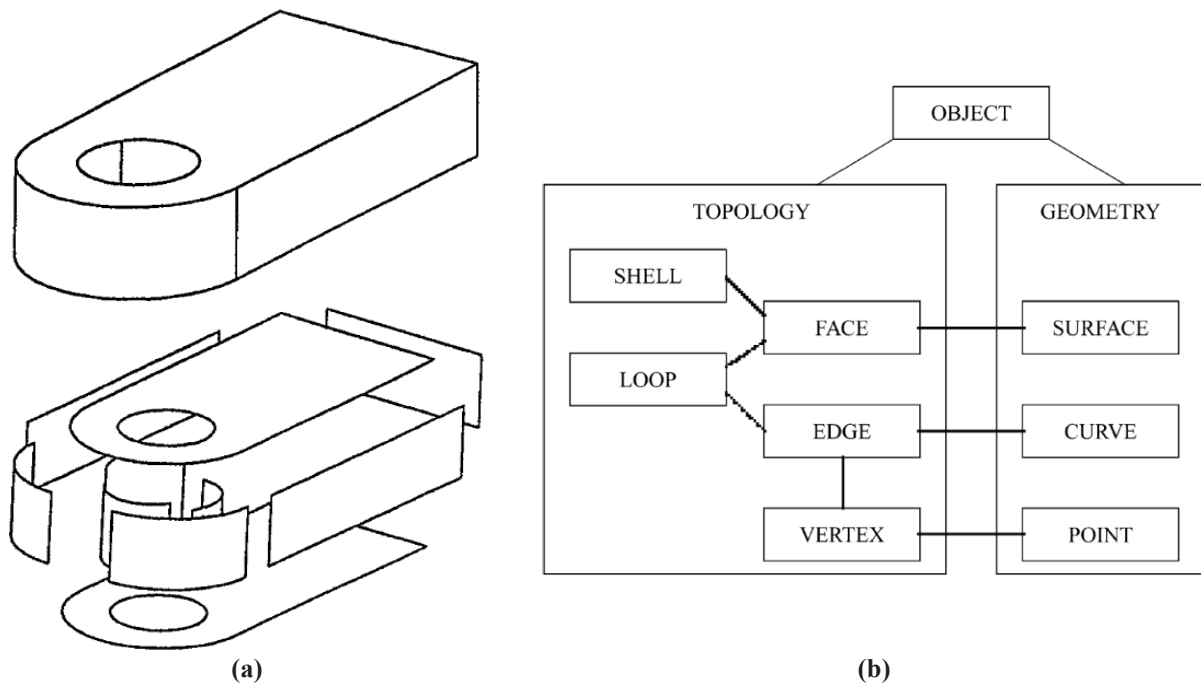


Figure 2.13 – (a) Représentation d'un objet par les frontières et (b) structure de données B-Rep [54]

L'orientation des faces, définie par leurs vecteurs normaux, permet de distinguer l'intérieur et l'extérieur d'un objet. Contrairement aux représentations surfaciques, la représentation par les frontières B-Rep assure la cohérence de l'objet. Généralement, on peut segmenter la frontière d'un objet en faces, arêtes et sommets d'un nombre illimité de façons de sorte qu'il n'y a pas de représentation B-Rep unique de l'objet considéré (Figure 2.14). La frontière d'un solide doit satisfaire certaines conditions : elle doit être fermée, orientable, sans auto-intersection et connectée. Cette technique de modélisation est la plus utilisée dans les logiciels de CAO actuels. Elle permet de représenter des objets complexes en utilisant différents types de surfaces paramétriques (Bézier, B-spline, NURBS, etc.). Cependant, la manipulation de ces surfaces est plus compliquée.

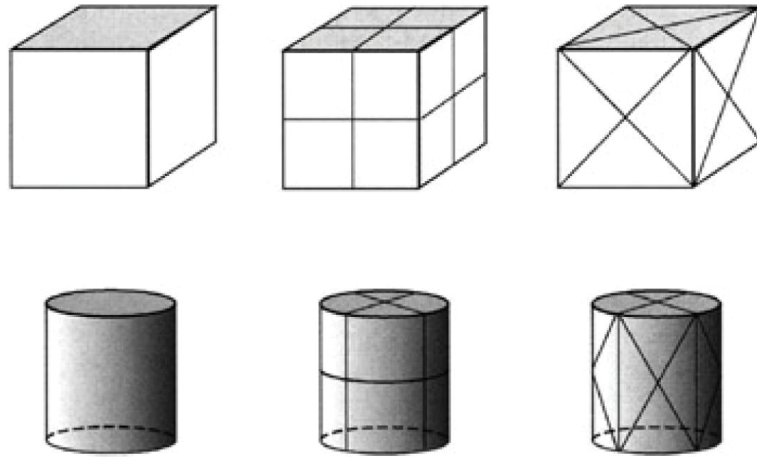


Figure 2.14 – Différentes représentations par les frontières B-Rep pour le même objet [53]

2.3.1.3. Modélisation hybride

La modélisation hybride, sur laquelle la plupart des logiciels de CAO modernes sont basés, permet de cumuler les avantages de plusieurs techniques de représentation d'un objet 3D tout en limitant au mieux leurs inconvénients respectifs. Cette approche permet, entre autres, d'utiliser la modélisation par les frontières B-Rep (précision des NURBS), la modélisation polygonale (visualisation rapide et impression 3D) et la modélisation par nuage de points (numérisation des objets 3D) dans un environnement commun. De plus, elle offre la possibilité d'utiliser simultanément la modélisation solide et surfacique de manière interactive.

La modélisation par arbre de construction CSG n'est plus utilisée comme mode de représentation géométrique dans les logiciels actuels de CAO. En revanche, le concept de l'arbre de construction est toujours utilisé pour conserver l'historique des opérations de conception sous forme d'une structure hiérarchisée. Cela permet aux utilisateurs de trouver et de modifier rapidement les fonctions, les dimensions ou toute autre opération effectuée sur le modèle. Lors de chaque opération sur l'arbre de construction, les entités géométriques et topologiques du modèle B-Rep sont automatiquement générées à l'aide de méthodes d'évaluation des frontières.

La conception hybride associe les fonctionnalités de l'approche de conception paramétrique et directe. Un modèle conçu selon l'approche paramétrique est piloté par un ensemble de paramètres (longueur, angle, nombre de trous, etc.) et de contraintes (parallélisme, concentricité, tangence, etc.). Toute modification d'un paramètre ou d'une fonction a un impact sur toutes les fonctionnalités dépendantes. Une famille de modèles similaires peut être générée en assignant d'autres valeurs aux paramètres du modèle original. L'approche directe peut également être utilisée

pour modifier un modèle paramétrique. L'édition directe de sa géométrie est indépendante de la façon dont elle est créée. Cette approche offre la flexibilité nécessaire pour gérer la conception en tirant ou en poussant une géométrie vers un point. Cela permet de sculpter, manipuler ou combiner avec d'autres objets.

2.3.2. Méthodes d'interprétation des résultats d'OT

Les différentes techniques existant dans la littérature permettant d'obtenir un modèle CAO à partir de résultat brut issu de l'OT peuvent être regroupées en trois grandes catégories : interprétation par balayage multisections, interprétation par approximation géométrique, et interprétation par rétroconception. Chaque catégorie de méthodes a ses avantages et ses limites.

2.3.2.1. Interprétation par balayage multisections

Le principe général de cette approche est de construire l'enveloppe du modèle CAO par balayage à travers un ensemble de contours planaires fermés, représentant les sections du modèle, suivant des directions données.

Selon ce principe, Marsan et Dutta [55] proposent une extension 3D de la méthode 2D développée par Chirehdast [56]. L'algorithme d'interprétation proposé, décrit schématiquement par la Figure 2.15, commence par un post-traitement du résultat d'OT en utilisant les techniques de traitement d'images (seuillage et suppression du bruit). Ensuite, les contours des couches représentant les sections sont captés puis lissés. Ces contours sont interpolés par des courbes B-splines cubiques [53] et regroupés en ensembles où chaque ensemble forme une branche. Des contours de transition entre les branches sont formés pour assurer les connexions interbranches. Enfin, un balayage sur l'ensemble des contours est effectué pour former la peau et donner ainsi le modèle CAO final. Certaines étapes nécessitent des entrées de l'utilisateur (indiquées par des ovales sur la Figure 2.15).

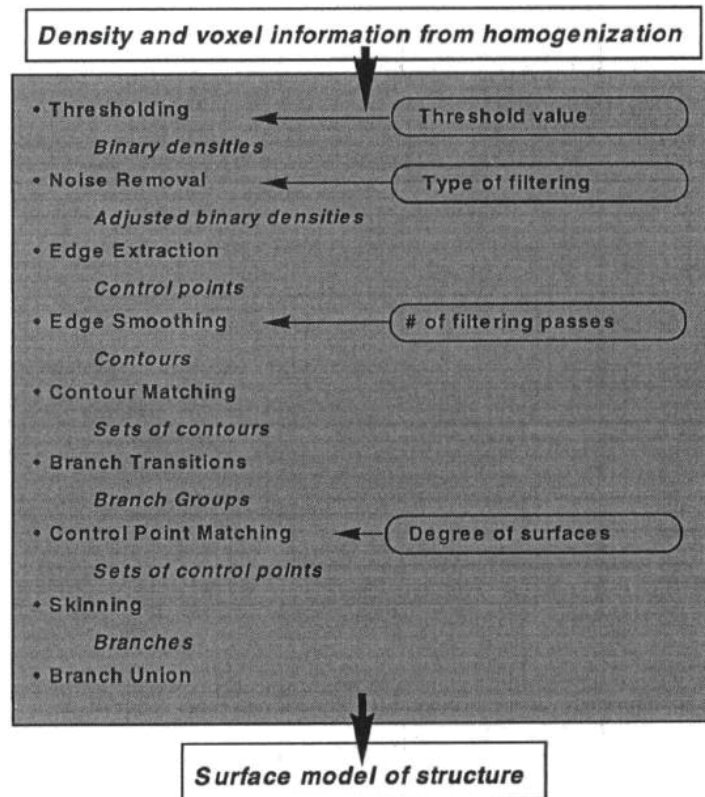


Figure 2.15 – Processus d'interprétation proposé par Marsan et Dutta [55]

La Figure 2.16 illustre les étapes de l'algorithme décrit ci-dessus sur un cube chargé verticalement par une force concentrée au centre de sa face supérieure et supporté par sa base. À la fin de ce processus, le modèle est réalisé par la fabrication additive (Figure 2.16.e).

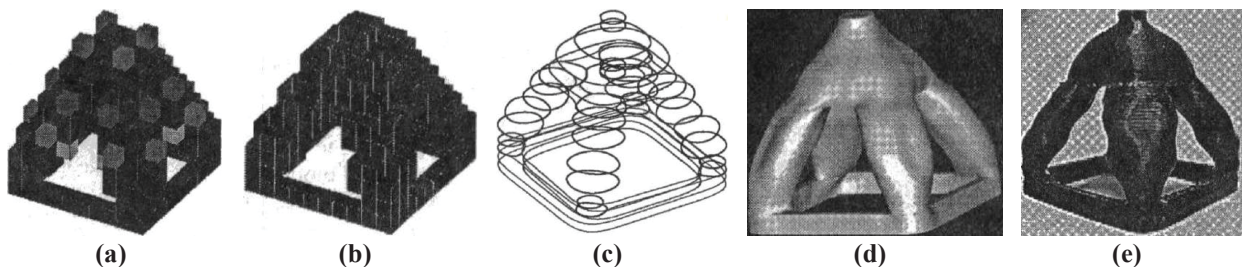


Figure 2.16 – Exemple d'application de la méthode de Marsan et Dutta [55]

Dans leurs travaux, Tang et Chang [57] présentent un processus d'optimisation qui intègre l'AEF, l'OT, la CAO et l'optimisation de forme dont l'objectif est d'avoir un modèle CAO paramétrique de frontière lisse. Le processus commence par le lissage géométrique de la frontière du résultat brut issu de l'OT (OptiStruct [43]). Cette étape consiste tout d'abord à lisser les nœuds des contours extraits de la forme optimisée par tranchage selon une direction donnée, puis d'approximer ces nœuds par des courbes B-splines cubiques. Ces dernières sont ensuite utilisées pour générer des surfaces B-splines représentant la peau du modèle. L'étape suivante est d'importer

les données de ces surfaces B-splines (points de contrôle et fonctions de base) dans un environnement paramétrique de CAO (SolidWorks [49]) pour construire manuellement un modèle solide. Les connexions interbranches sont traitées, que ce soit par des opérations de soustraction booléenne (Figure 2.17.a) ou par des opérations d'union booléenne (Figure 2.17.b). Une fois que le modèle est construit, une optimisation de forme est réalisée (DesignWorks, IMSL) pour affiner davantage la géométrie du modèle optimisé. Les variables de design sont choisies parmi les degrés de liberté des points de contrôle des surfaces B-splines. À la fin de l'optimisation de forme, le modèle CAO est mis à jour en fonction des changements de la position des points de contrôle.

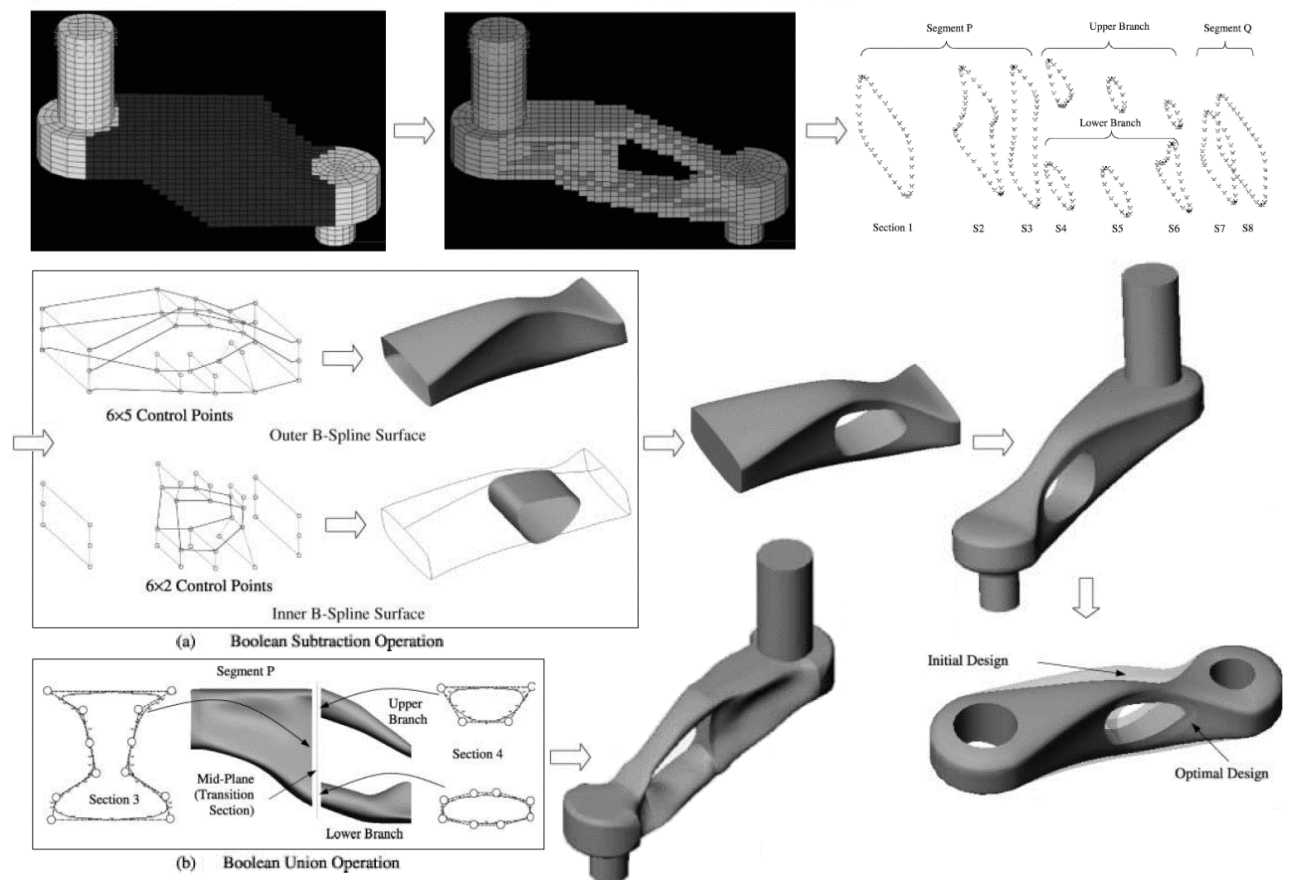


Figure 2.17 – Processus d'optimisation proposé par Tang et Chang [57]

Un travail ultérieur mené par Chang et Tang [58] propose une intégration des techniques de la fabrication virtuelle (VM) dans le processus d'optimisation décrit ci-dessus. Ces techniques aident l'ingénieur à définir, simuler et valider le processus de fabrication dans un environnement informatique. Elles permettent, entre autres, d'estimer le temps d'usinage et le coût du produit fabriqué. Dans leur travail, Chang et Tang [58] utilisent ces techniques pour s'assurer que la forme optimisée peut être fabriquée à un coût raisonnable.

Dans le même ordre d'idée, Hsu et al. [59] ont développé un processus automatique qui intègre l'OT et l'optimisation de forme. Dans ce processus, des contours isodensité (Figure 2.18.c) sont générés puis approximés par des courbes splines dont le nombre de points de contrôle (prescrit par l'utilisateur) est le même pour toutes les sections transversales. Ces points de contrôle sont ensuite interconnectés par des courbes splines (Figure 2.18.d). Ces dernières sont utilisées pour générer la frontière du modèle optimisé par balayage multisections. Enfin, une optimisation de forme subséquente permet de satisfaire aux mieux la fraction volumique imposée et la contrainte admissible du matériau. Dans ce cas, les mouvements des points de contrôle dans les directions normales aux courbes sont utilisés comme variables de design.

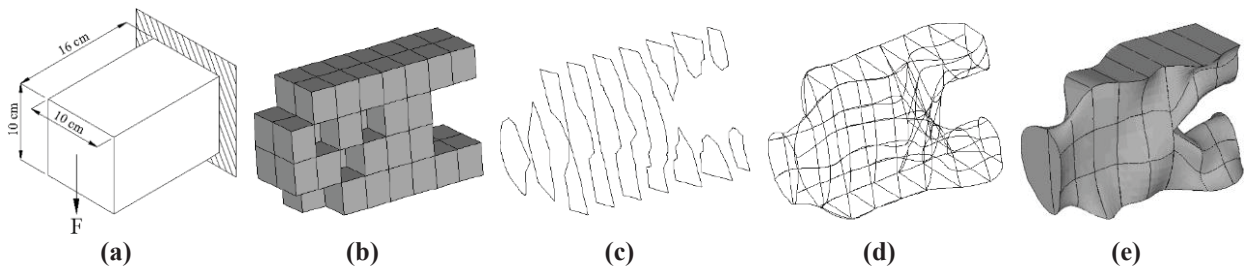


Figure 2.18 – Étapes du processus de reconstruction [59]

Quelques années plus tard, Hsu et Hsu [60] ont présenté une approche d'interprétation assez similaire à la précédente puisqu'elle aussi se base sur le principe de balayage multisections à travers une série de coupes représentatives, prise selon une direction présélectionnée, pour reconstruire la forme optimisée topologiquement. Toutefois, tous les nœuds des contours isodensité, générés par découpage de la forme optimisée, sont pris comme points de contrôle pour le calcul des courbes B-splines au lieu d'en utiliser un nombre prédéfini par l'utilisateur. Les surfaces obtenues par balayages multisections à travers ces courbes sont très ridées à cause du grand nombre de points de contrôles définissant les courbes B-splines (voir la Figure 2.19.d).

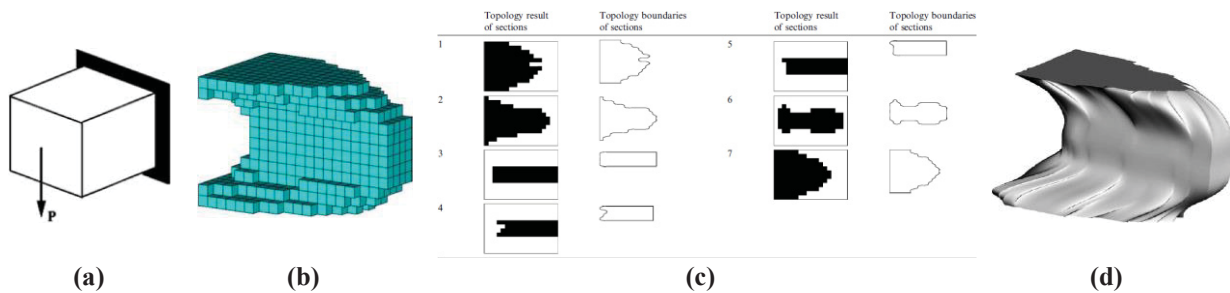


Figure 2.19 – Étapes de reconstruction [60]

Les méthodes de cette catégorie sont semi-automatiques du fait que l'intervention de l'utilisateur est requise à plusieurs reprises. Elles nécessitent de connaître a priori la forme du

modèle optimisé afin de déterminer l'emplacement des sections nécessaires à l'interprétation. De plus, toutes ces sections représentatives sont générées perpendiculairement à une seule direction de tranchage prédéfinie. Cette limitation rend le processus d'interprétation applicable uniquement aux résultats de formes très simples. Plus encore, ces méthodes n'assurent pas la gestion automatique des zones de transition entre les différentes branches et les modèles qui en résultent dépendent du nombre de sections et la direction de tranchage choisie.

2.3.2.2. Interprétation par approximation géométrique

Le principe général de cette approche est de faire correspondre au mieux des formes paramétriques prédéfinies (primitives) de géométries simples (cercle, triangle, rectangle, pentagone, etc.), aux creux provoqués par le processus de l'OT dans le domaine de design initial. La soustraction booléenne entre ce dernier et les primitives mises en position avec une échelle convenable permet d'obtenir le modèle CAO optimisé.

Cette approche, développée initialement par Lin et Chao [61] pour les problèmes 2D, utilise des techniques de traitement d'images pour interpréter automatiquement les résultats donnés par OT. Le processus d'interprétation commence par l'approximation des creux en se servant d'un ensemble de sept primitives paramétriques (Figure 2.20) capables d'approcher des trous de tailles et de formes variées. L'erreur géométrique de cette approximation est minimisée davantage moyennant une optimisation de forme où les paramètres caractérisant les primitives sont utilisés comme variables de design.

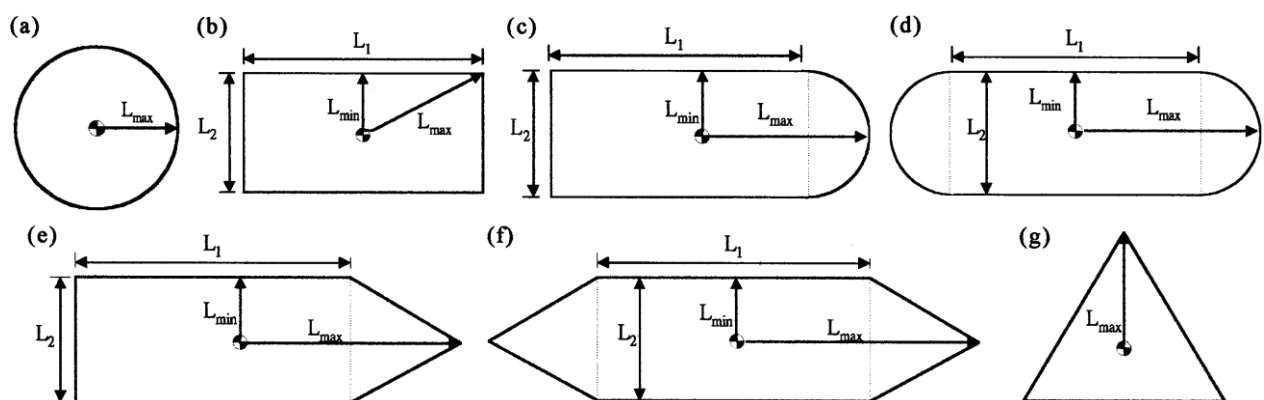


Figure 2.20 – Les sept primitives paramétriques de base [61]

Trois versions améliorées de ce processus ont été proposées quelques années plus tard par Lin et Lin [62], Lin et Chou [63], et Chou et Lin [64]. La première version exploite les réseaux de neurones artificiels pour attribuer à chaque trou intérieur la primitive de base la plus adaptée (Figure

2.21.a), ainsi que pour améliorer la fiabilité de la reconnaissance de formes. Alors que la deuxième version intègre au processus de base une nouvelle technique de modélisation qui permet de déterminer automatiquement les variables de design et les contraintes relatives à l'optimisation de forme (Figure 2.21.b). La troisième version remplace la technique de traitement d'image utilisée dans la deuxième version par une technique d'approximation polygonale (Figure 2.21.c), ce qui augmente considérablement la précision d'interprétation.

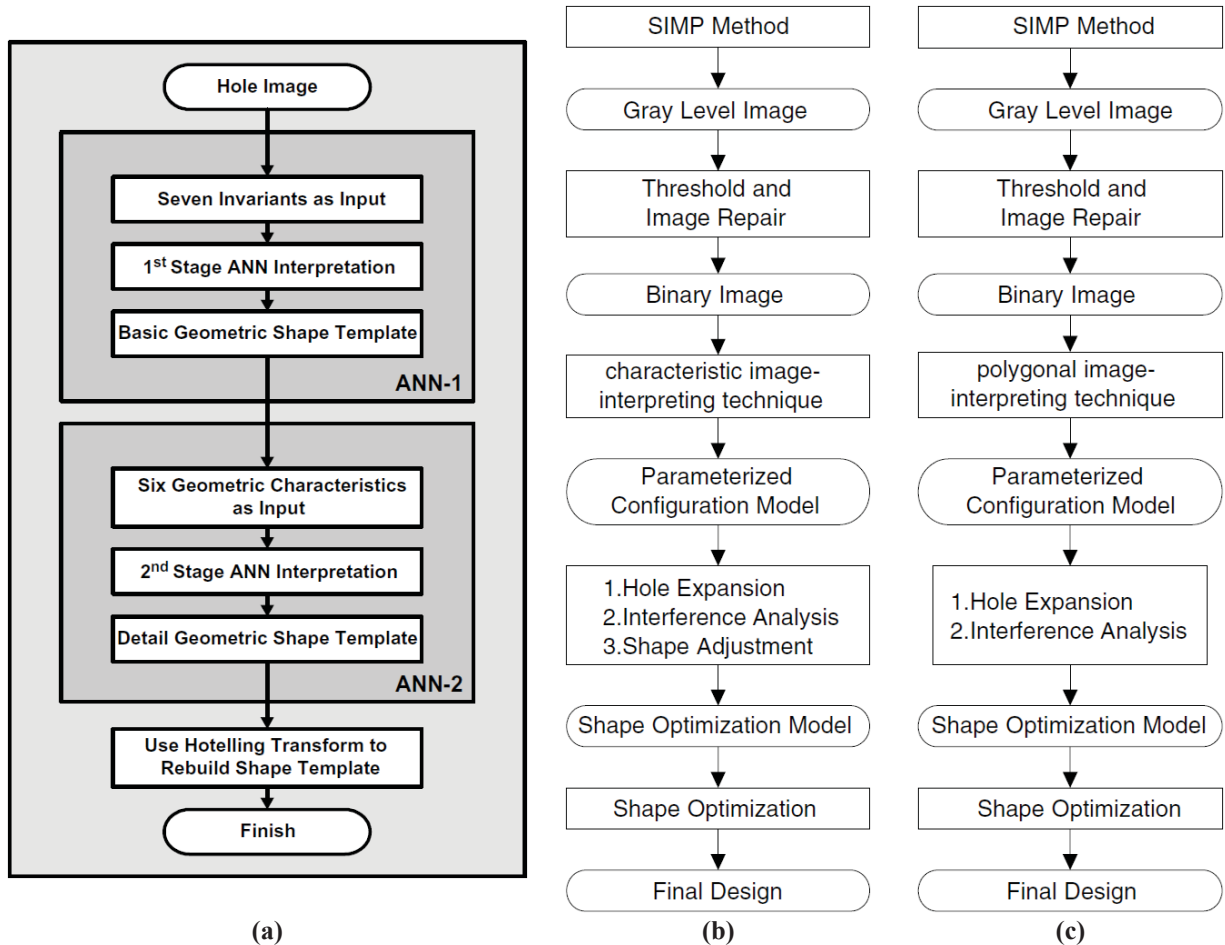


Figure 2.21 – Processus d'interprétation proposé dans (a) [62], (b) [63] et (c) [64]

Une extension aux problèmes 3D de la méthode de Lin et Chao [61] a été proposée par Larsen et Jensen [65]. Il s'agit d'un procédé semi-automatique de conversion de résultats bruts d'OT en modèles CAO paramétriques (Figure 2.22).

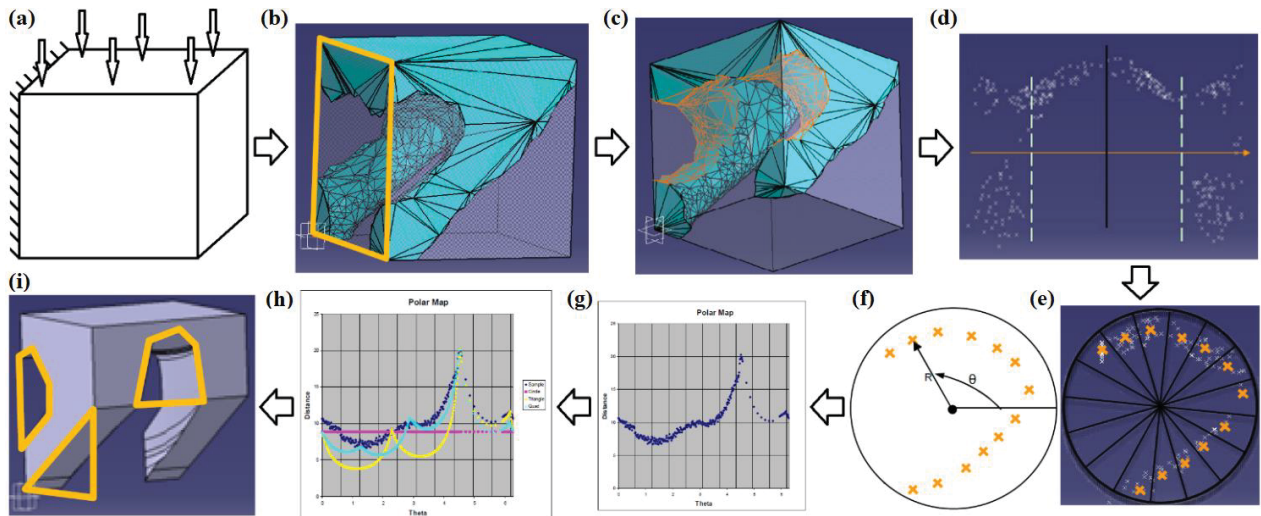


Figure 2.22 – Interprétation par approximation géométrique [65]

Ce procédé consiste à sélectionner manuellement les facettes frontières de chaque trou à partir de la triangulation de peau obtenue par OT. La Figure 2.22.c illustre la sélection de ces facettes, dont les bords sont montrés en orange, pour un trou donné. Les nœuds de ces facettes sont ensuite projetés sur les plans de sections sous forme de nuages de points 2D. Le nombre et l'emplacement des sections, ainsi que la direction de projection des nœuds sont spécifiés par l'utilisateur (Figure 2.22.d). Après avoir échantillonné les points projetés de chaque section (Figure 2.22.e), une carte polaire est générée en traçant la distance entre un point de référence (le centre géométrique du nuage de points projetés par exemple) et les points échantillons en fonction de la position angulaire de ces derniers (Figure 2.22.g). Une comparaison de la carte polaire générée pour chaque section avec une bibliothèque de cartes polaires de plusieurs formes paramétriques prédéfinies (Figure 2.22.h) conduit à l'approximation de la section avec la forme de base la plus appropriée. Un balayage sur les formes sélectionnées donne des modèles CAO 3D simplifiés pour les trous considérés. La suppression de ces modèles de trous du domaine initial de design (Figure 2.22.a) donne le modèle CAO final optimisé (Figure 2.22.i).

Cette stratégie d'interprétation présente plusieurs limitations importantes. Tout d'abord, elle requiert l'intervention de l'utilisateur presque dans chaque étape, donc l'interprétation est partiellement automatisée. De plus, elle nécessite un grand nombre de primitives pour pouvoir interpréter les résultats de formes complexes avec une grande précision. En outre, cette stratégie, dans sa version actuelle, est limitée aux primitives de formes convexes et ne s'applique pas à n'importe quelle forme finale.

Dans le même ordre d'idée, Yi et Kim [66] ont développé une méthode d'interprétation pour les résultats d'OT 2D. Cette méthode est basée sur l'approximation du contour de la forme optimisée avec des éléments géométriques de base (lignes droites, cercles, congés ...), et de générer ainsi un modèle CAO paramétrique. Avant d'être prêt pour la fabrication avec les procédés conventionnels, les paramètres de ce modèle sont optimisés grâce à une optimisation paramétrique pour obtenir une meilleure approximation.

2.3.2.3. Interprétation par rétroconception

Les méthodes d'interprétation appartenant à la troisième catégorie utilisent les techniques de la rétroconception pour reconstituer un modèle CAO à partir d'une triangulation ou un nuage de points représentant la forme optimisée obtenue par OT. Le principe directeur de ces méthodes consiste à générer une enveloppe surfacique épousant la forme optimisée en tant qu'assemblage de carreaux de surface (*patches*) de type Bézier, B-spline ou NURBS. Cette approche est très utilisée dans le domaine de l'imagerie médicale et la rétro-ingénierie ou l'ingénierie inverse. Cependant, son application dans le domaine de l'OT reste limitée par le fait de sa sensibilité au bruit qui caractérise généralement les modèles obtenus par OT.

Un processus de reconstruction basé sur cette approche a été proposé par Koguchi et Kikuchi [67]. Il s'agit d'un algorithme composé de trois étapes : durant la première étape, un modèle d'isosurface (isodensité) fermée est extrait à partir du résultat brut d'OT en spécifiant une valeur seuil pour la densité relative. Dans la deuxième étape, les caractéristiques géométriques, telles que les arêtes vives et les sommets, sont détectées dans le modèle d'isosurface fermé. Enfin, à la dernière étape et après avoir converti le maillage triangulaire en un maillage quadrangulaire, un modèle solide CAO est généré en tant qu'assemblage de carreaux B-splines bi-quartiques [53]. Le résultat de ce processus est un modèle CAO lisse dont les caractéristiques géométriques sont préservées (Figure 2.23).

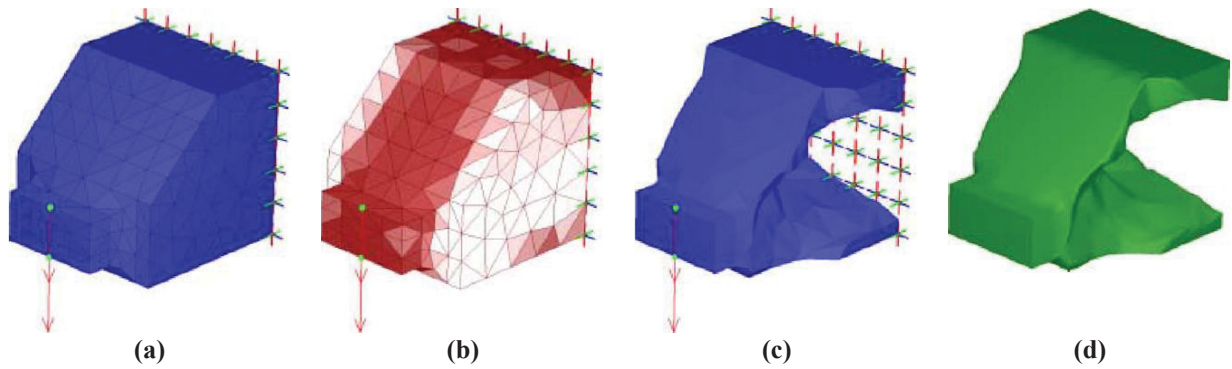


Figure 2.23 – Génération d'un modèle CAO par technique de rétroconception [67]

Afin de détecter les caractéristiques géométriques (arêtes vives et sommets) de la forme optimisée, une matrice de covariance est calculée pour chaque nœud en utilisant les normales aux triangles voisins et les vecteurs liant le nœud considéré aux centres de ces dernières. Les nœuds sont classés ensuite selon les valeurs propres de leurs matrices de covariance respectives à des nœuds qui appartiennent à un carreau surfacique, une arête vive ou un sommet. Les points de contrôle de chaque carreau de surface sont calculés à partir des points de contrôle intermédiaires placés aux centres des éléments quadrangles couverts par le carreau de surface considéré.

Suivant la même approche, Park et al. [68] présentent un processus semi-automatique d'extraction de surfaces B-spline et de certaines courbes caractéristiques à partir d'un maillage EF surfacique. Tout d'abord, en utilisant la méthode de classification des k-moyennes (k-means), le maillage surfacique est segmenté en un certain nombre de régions en fonction des informations de la courbure principale. Ensuite, selon plusieurs critères, des opérations de croissance et de fusion sont appliquées aux régions ainsi constituées. Après avoir redressé ses frontières, chaque région est convertie en une surface B-spline de forme libre. Dans la dernière étape et selon la sélection de l'utilisateur, des courbes caractéristiques (sections et guides) sont déterminées pour certaines régions afin de générer des surfaces par balayage. Pour les régions planes, des plans sont calculés en minimisant l'erreur de distance géométrique. La Figure 2.24 montre les étapes de l'application de ce processus sur un modèle EF obtenu par OT.

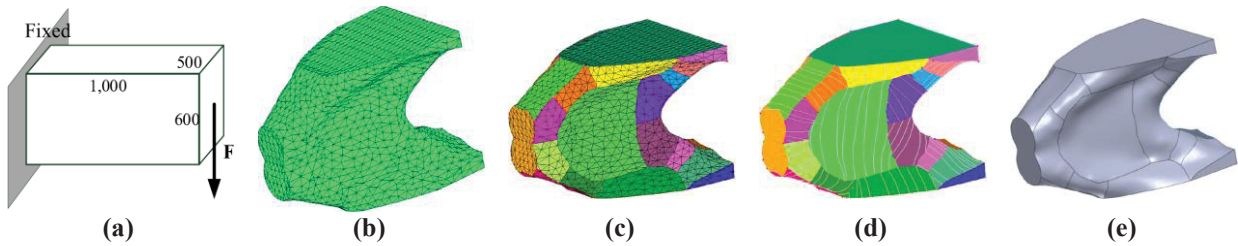


Figure 2.24 – (a) problème initial, (b) maillage résultant, (c) régions segmentées, (d) courbes caractéristiques et (e) surfaces B-spline [68]

Il existe beaucoup de travaux de recherche portant sur la **reconstruction de modèles CAO à partir de nuages de points** généralement obtenus par des scanneurs 3D. Toutefois, les résultats fournis par ces techniques ne sont pas suffisamment fiables étant donné que les représentations par des nuages de points sont beaucoup moins riches que les représentations par des maillages en éléments finis. Principalement, ces techniques génèrent des modèles CAO à partir d'un nuage de points soit par recouvrement avec des carreaux de surface [69], soit par assemblage de primitives géométriques simples (plans, cônes, cylindres, tores ...) [70].

Doutre et al. [71] ont proposé une comparaison entre quelques méthodes de génération d'un modèle CAO à partir d'un résultat d'OT. Un cas d'étude typique de conception d'une structure légère sur CATIA a permis de tester ces méthodes et de préciser leurs avantages et leurs inconvénients. Le but de cette comparaison est d'aider le concepteur à choisir l'approche qui lui convient. La Figure 2.25 montre les résultats obtenus de la génération automatique d'une surface multicarreaux avec CATIA en utilisant trois méthodes de prétraitement différentes. L'objectif de la phase de prétraitement est de réduire le niveau élevé du bruit présenté par le modèle optimisé afin d'en appliquer l'algorithme de génération de la surface multicarreaux.

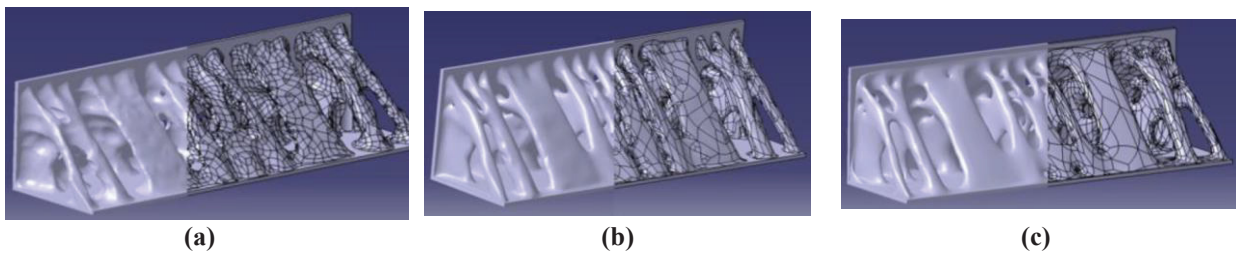


Figure 2.25 – Reconstruction d'un modèle CAO avec trois méthodes de prétraitement différentes [71]

La première méthode de prétraitement consiste à remailler le modèle (fichier STL) avec la méthode de l'enveloppe rétractable en utilisant *Magic's software* (Figure 2.25.a). L'idée sous-jacente à la deuxième méthode est de générer un nuage de points de densité uniforme à partir du fichier STL, puis d'appliquer un algorithme de lissage sur ce nuage de points en utilisant *MeshLab*

(Figure 2.25.b). Dans la troisième méthode, le lissage est effectué directement sur le fichier STL en utilisant les fonctionnalités fournies par CATIA (Figure 2.25.c).

L'interprétation en utilisant les techniques de la rétroconception présente l'avantage de pouvoir traiter des géométries quelconques avec plus d'autonomie dont certaines sont complètement automatiques. Cette approche a cependant plusieurs limitations. Tout d'abord, il est plus difficile de prendre en compte les contraintes de fabrication avec les procédés conventionnels lors de l'interprétation compte tenu de la complexité de la manipulation de l'enveloppe surfacique épousant la forme optimisée. De plus, le grand nombre de carreaux de surface (surfaces élémentaires) générés conduit souvent à une analyse par éléments finis plus coûteuse. Sans oublier que la conversion du maillage triangulaire en un maillage quadrangulaire est inévitable dans ce cas. Quant à l'optimisation de forme, aucun paramètre de conception n'est disponible pour l'optimisation et les modèles CAO obtenus sont difficiles à modifier.

2.3.3. Cas particulier : formes structurales (tubulaires)

Les résultats issus de l'OT, qui tendent vers des structures de poutres, ont attiré l'attention des chercheurs dès les premières tentatives de leur interprétation (Figure 2.26). Le principe d'interprétation de ce type de résultat est basé sur l'extraction du squelette de la forme structurale donnée par l'OT, puis de convertir ce squelette en une structure composée de barres ou de poutres. Dans certains articles proposant des méthodes d'interprétation, on peut trouver des sections consacrées au traitement des résultats d'OT sous forme de poutres [66, 72], tandis que d'autres traitent uniquement ce genre de résultats [7, 8, 73], en suivant sensiblement le même principe.



Figure 2.26 – (a) problème initial, (b) résultat d'OT, (c) extraction du squelette et (d) interprétation [74]

En se basant sur ce principe, Nana et al. [8] ont développé un processus de génération automatique de structures de poutres idéalisées à partir de résultats d'OT 3D tubulaires. Ce processus automatisé est composé de deux modules : module de reconstruction et module de validation (Figure 2.27).

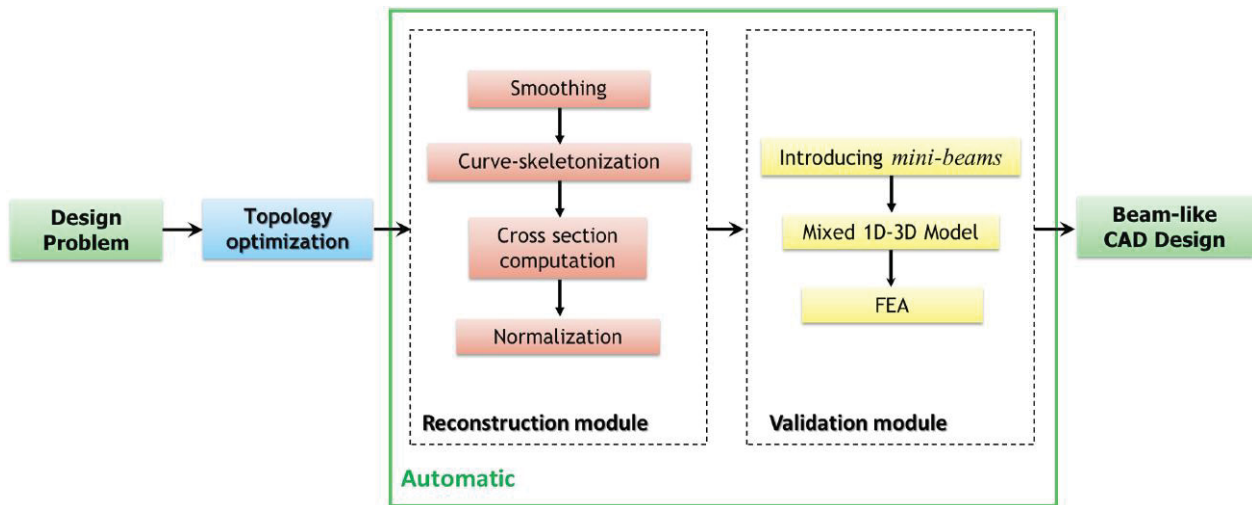


Figure 2.27 – Processus d’interprétation proposé par Nana et al. [8]

Dans le module de reconstruction, les résultats bruts sont d’abord traités pour générer une triangulation qui représente la frontière de la forme optimisée obtenue. Cette triangulation est ensuite lissée avant qu’un algorithme de squelettisation ne lui soit appliqué afin de récupérer la topologie du modèle optimisé. Les différentes branches du squelette résultant seront transformées en lignes droites par un processus de normalisation. Ces lignes droites représentent les fibres neutres des poutres composant la structure finale. Ainsi, en suivant toutes ces étapes, une structure de poutres 3D est automatiquement dérivée du résultat brut d’OT (Figure 2.28).

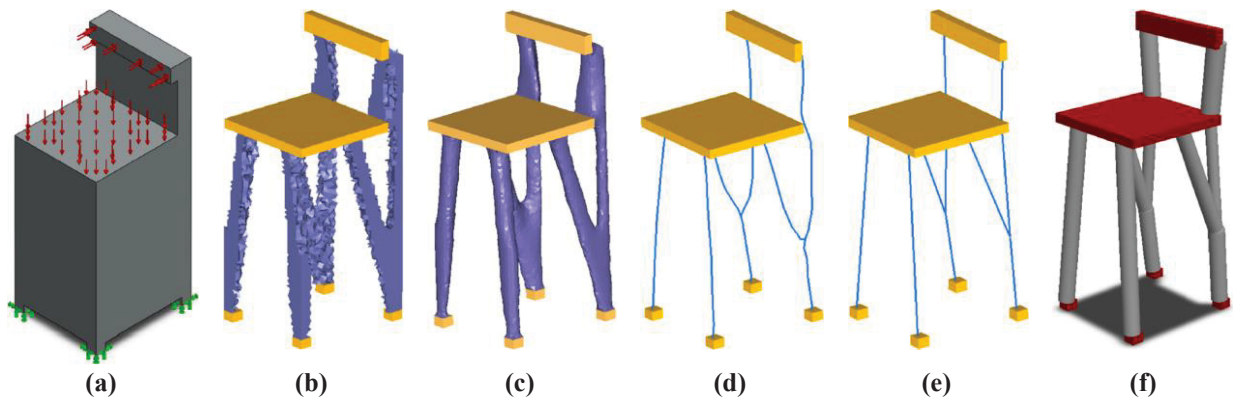


Figure 2.28 – Module de reconstruction : (a) problème initial, (b) résultat brut d’OT, (c) résultat lissé, (d) squelettisation, (e) normalisation et (f) modèle CAO final [8]

Dans le module de validation, cette structure de poutres 3D est maillée avec des éléments finis de poutres. Étant donné que le domaine du non-design (représenté par une géométrie 3D solide) est maillé à l’aide de tétraèdres, les éléments de poutre doivent être reliés rigidement à ces tétraèdres au lieu d’une liaison rotule. Les connexions rigides entre les éléments de poutres et les éléments solides 3D sont assurées par l’introduction de mini-poutres sur tous les segments adjacents du nœud

de connexion localisé sur la surface du maillage tétraédrique 3D [75]. Il en résulte un modèle EF multidimensionnel avec des éléments de poutres et des éléments solides 3D. La comparaison des résultats donnés par ce modèle EF multidimensionnel avec ceux donnés par le modèle brut avant lissage permet de valider la structure de poutres reconstruite (Figure 2.29).

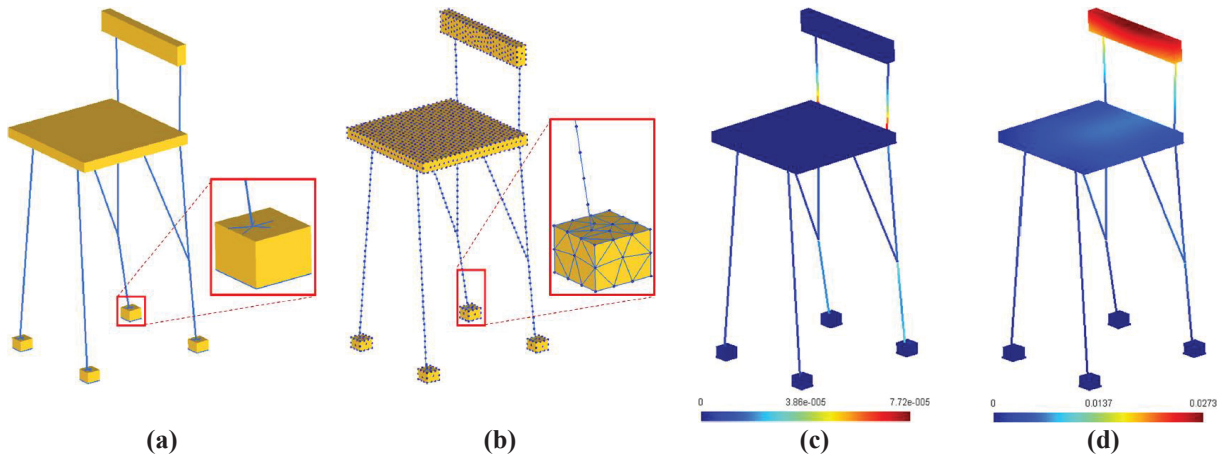


Figure 2.29 – Module de validation : (a) introduction des mini-poutres, (b) modèle EF 1D-3D, (c) énergie de déformation élémentaire et (d) déplacement [8]

La méthode de squelettisation, utilisée dans ce travail, est basée sur un algorithme de contraction Laplacienne qui peut être appliqué à un maillage surfacique ou un nuage de points [76, 77]. Son principe de base est de contracter itérativement la frontière du modèle considéré jusqu'à ce qu'il atteigne un volume théoriquement nul. La forme contractée est ensuite convertie en un squelette filaire à travers un échantillonnage suivi d'une connexion des nœuds squelettiques (Figure 2.28.d). Les performances de ce type de méthodes seront discutées en détail dans la section suivante.

Le rayon de la section transversale de chaque poutre ou branche est obtenu en calculant, le long de chacun de ses segments squelettiques, la distance Euclidienne locale moyenne entre le segment squelettique considéré et les nœuds de la triangulation lissée correspondants. Comme le montre la Figure 2.30 (b), compte tenu d'un segment squelettique (en bleu), les deux points d'extrémité de ce segment (en rose) sont utilisés pour sélectionner les nœuds de la triangulation lissée qui seront pris en compte pour le calcul du rayon moyen de la section transversale (les nœuds sélectionnés sont en noir alors que les nœuds rejetés sont en rouge). Après avoir calculé un rayon moyen pour chaque segment squelettique, le rayon de la section transversale de chaque branche (poutre), est calculé comme la valeur moyenne des rayons locaux de ses segments squelettiques.

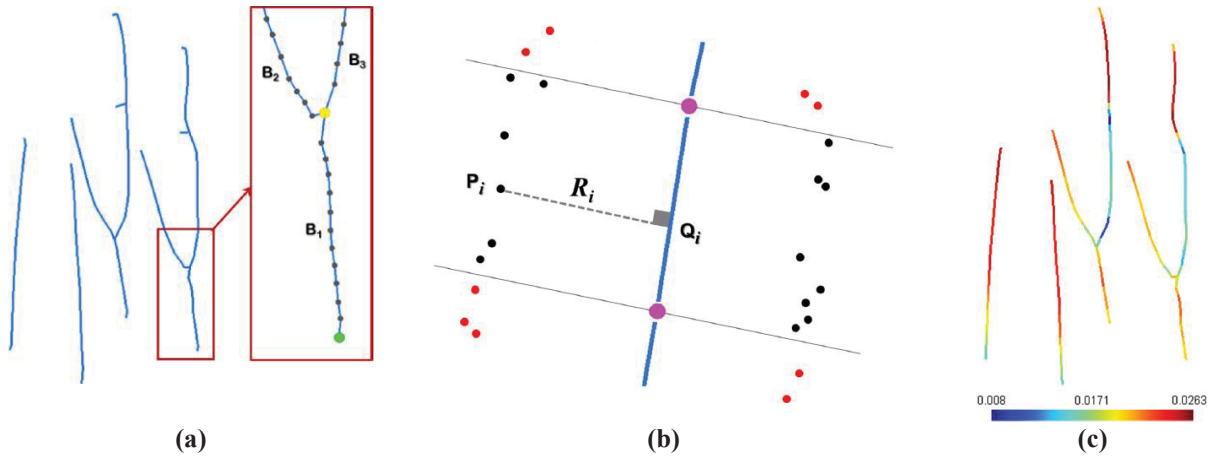


Figure 2.30 – (a) squelette filaire, (b) calcul du rayon moyen, (c) carte des rayons calculés [8]

La normalisation est un processus d'ajustement qui convertit le squelette linéique en un ensemble de poutres droites avec des sections circulaires uniformes. Chaque branche du squelette précédemment composée avec des segments squelettiques, se transforme en une poutre droite avec une section transversale uniforme sur sa longueur (Figure 2.28.e).

Cuillère et al. [7] ont apporté des améliorations au processus décrit ci-dessus au niveau des connexions entre les éléments finis 1D-3D, et ainsi qu'au niveau de la validation du modèle reconstruit (comparaison avec le résultat d'OT lissé).

Parmi les limitations du processus proposé, on peut citer les points suivants :

- La méthode de squelettisation choisie donne des résultats insatisfaisants au niveau du centrage des branches et des points de jonction dans la forme (Figure 2.31.a), ainsi qu'au niveau de la préservation de la topologie de la forme originale (Figure 2.31.b).

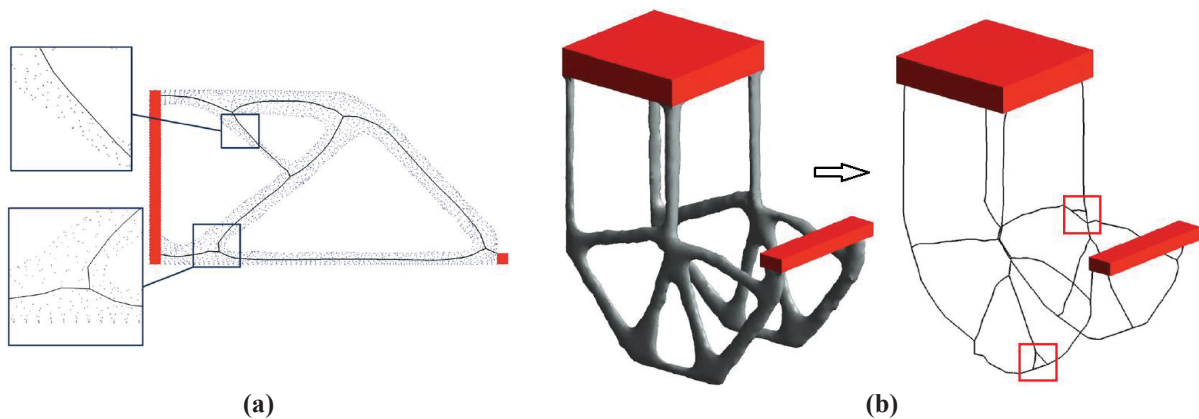


Figure 2.31 – Problèmes de la méthode de squelettisation choisie [7]

- Ce processus ne considère que les sections circulaires pleines. Cela limite drastiquement le choix des poutres profilées existant pendant la phase de réalisation de la structure optimisée.
- L'étape de normalisation est limitée au niveau des branches. L'alignement des différentes branches entre elles, ainsi que la fusion des nœuds de jonction proches est nécessaire pour créer des structures de poutres pratiques.
- La symétrie des modèles résultants de l'OT n'est pas prise en compte lors de la reconstruction, ce qui peut causer des erreurs supplémentaires dans l'évaluation des contraintes pendant le dimensionnement de la structure.

Kresslein et al. [78] ont proposé une méthode automatique d'extraction de sections transversales, sous forme de nuages de points planaires, pour les maillages surfaciques de formes structurales. La Figure 2.32.a montre les différentes étapes de cette méthode. Tout d'abord, un processus de squelettisation est appliqué sur un maillage surfacique triangulaire, qui peut être obtenu à partir d'un nuage de points, afin d'en extraire un squelette linéique bien centré. Ensuite, après avoir segmenté ce squelette à ses jonctions pour obtenir des segments squelettiques non ramifiés, des plans orthogonaux à ces segments, positionnés à des intervalles prédéfinis ou adaptatifs selon le choix de l'utilisateur, permettent de calculer les points d'intersection entre ces plans et les arêtes du maillage surfacique. Ces points sont filtrés et regroupés par la suite en donnant un nuage de points 2D pour chaque section transversale.

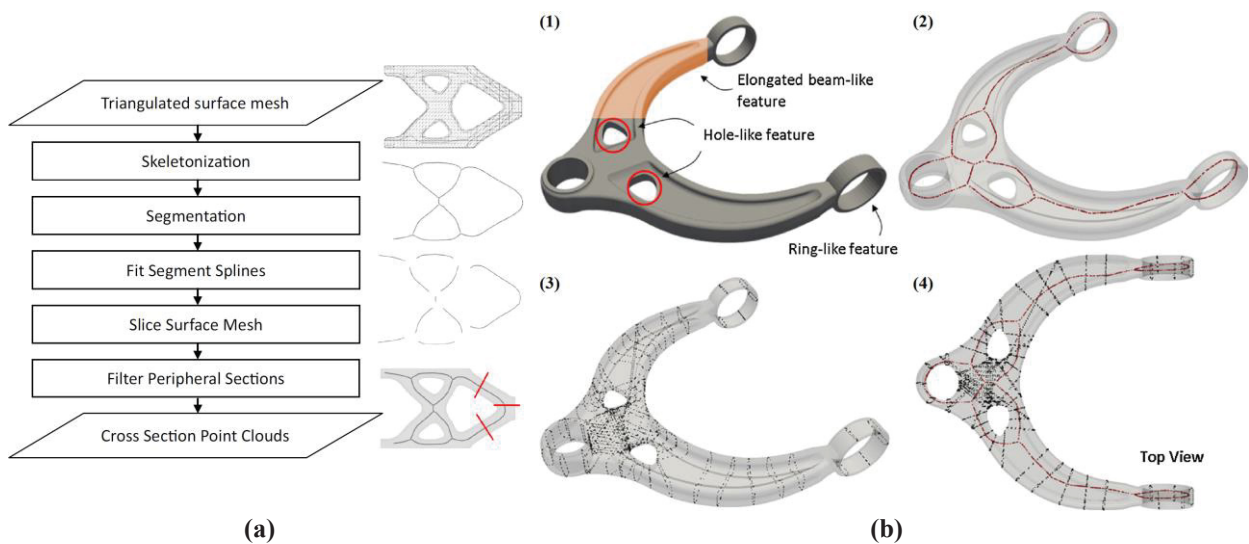


Figure 2.32 – (a) Algorithme d'extraction, (b) exemple d'application [78]

Dépendamment du domaine d'application, un certain nombre d'opérations de post-traitement peuvent être effectuées. La reconnaissance de formes et la reconstruction numérique de modèle CAO sont de bons exemples d'application. Il est à noter toutefois que cette méthode nécessitera certains ajustements avant de pouvoir l'appliquer dans le cas de reconstruction par exemple.

En suivant une démarche semblable à celle de Nana et al.[8], Yin et al. [79] ont proposé un processus entièrement automatisé qui dérive des modèles CAO paramétriques de formes tubulaires à partir de modèles EF obtenus par OT. Les cinq étapes de leur processus sont illustrées sur la Figure 2.33 à travers un exemple d'application. Une description plus détaillée de chacune de ces étapes est fournie dans les prochains paragraphes.

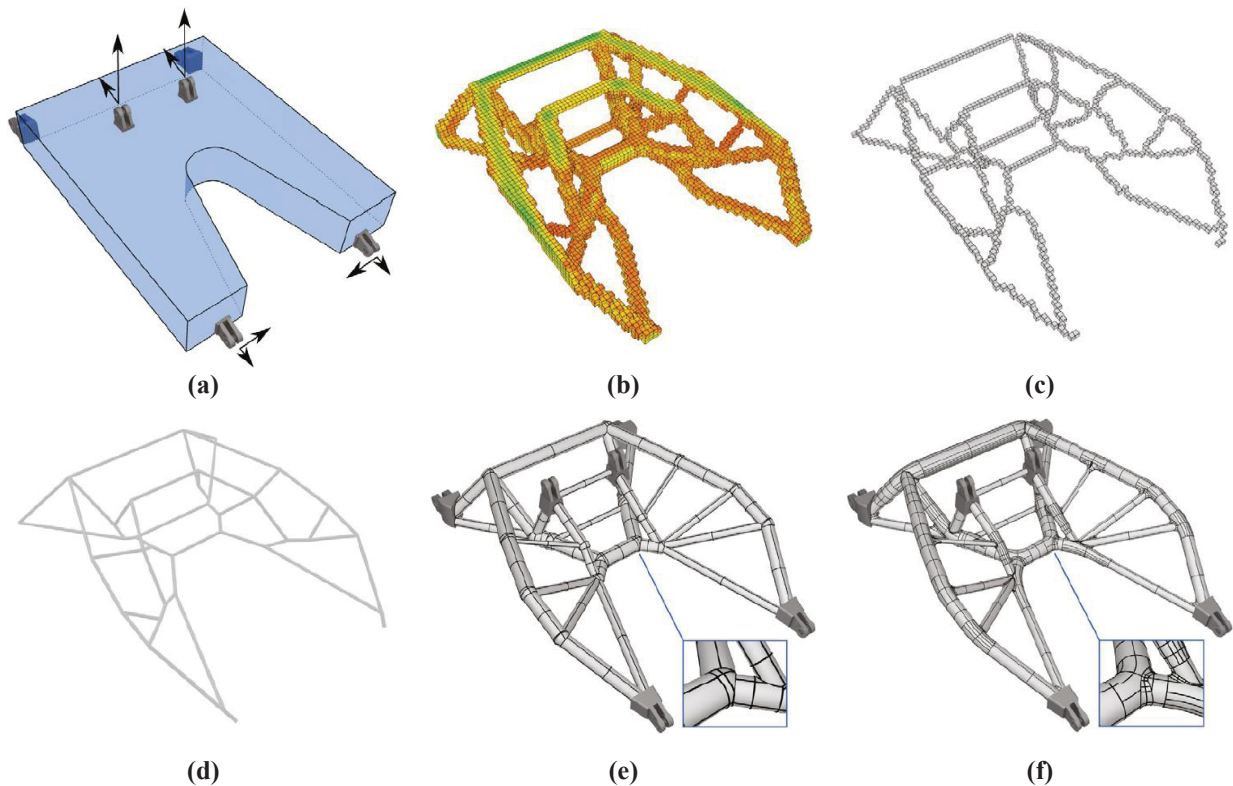


Figure 2.33 – Processus d'interprétation proposé par Yi et al. [79]

La première étape de ce processus est l'OT en utilisant la méthode SIMP avec un maillage hexaédrique structuré. Le seuillage du champ de densité relative résultant de l'OT permet de générer une image binaire (solide/vide) tridimensionnelle de la silhouette optimisée. Ce seuil est choisi de sorte à conserver la fraction volumique imposée (Figure 2.33.b).

La deuxième étape est la squelettisation en utilisant un algorithme d'amincissement homotopique (voir la sous-section 2.4.1.1). L'application de cet algorithme sur l'image binaire générée dans l'étape précédente permet de produire un squelette filaire homotope sous forme de chaînes de voxels (Figure 2.33.c). Ce squelette est transformé ensuite en une structure de poutres droites avec des sections transversales circulaires de même diamètre et dont le volume total est égal au volume prescrit dans l'OT (Figure 2.33.d).

La troisième étape consiste à optimiser les diamètres des poutres et les positions des jonctions. En effet, la compliance de la structure de poutres obtenue est généralement plus grande que celle de la géométrie optimisée. Afin de récupérer son optimalité, une optimisation paramétrique itérative basée sur la méthode SQP (programmation quadratique séquentielle) est effectuée dans le but de trouver les diamètres des poutres et les coordonnées des jonctions qui minimisent la compliance tout en préservant la fraction volumique imposée. Si la longueur d'une branche est réduite à zéro pendant l'optimisation dimensionnelle, celle-ci est supprimée et ses nœuds d'extrémité sont fusionnés.

Dans la dernière étape, un modèle CAO paramétrique compact de la structure de poutres est régénéré automatiquement. Les branches et les jonctions, représentées par des cylindres et des sphères respectivement, sont combinées par des opérations booléennes (Figure 2.33.e). La conservation de l'arbre binaire de construction CSG facilite la modification de la conception optimisée. Il convient enfin de noter que, contrairement à celui montré à la Figure 2.33.e, le modèle CAO illustré par la Figure 2.33.f nécessite une intervention de l'utilisateur.

Bien que le processus décrit ci-dessus règle certains problèmes soulignés ci-haut pour la méthode de Nana et al. [8], tels que l'alignement des branches, la fusion des jonctions très proches et la symétrie du modèle, ce processus est aussi limité aux formes circulaires pleines concernant les sections transversales possibles pour les poutres. De surcroît, un maillage tétraédrique de la forme optimisée ne peut être utilisé directement dans ce processus de reconstruction. Un remaillage hexaédrique structuré de cette forme optimisée est requis dans ce cas. Il est à remarquer cependant qu'une bonne représentation des frontières de la forme optimisée en utilisant ce type de maillage requière un nombre important d'éléments.

2.3.4. Vers une nouvelle méthode d'interprétation

L'analyse des différentes méthodes d'interprétation existant dans la littérature montre que celles-ci ne sont pas encore en mesure de tirer pleinement profit de l'outil d'OT. Des efforts de recherche supplémentaires en lien avec ce sujet sont nécessaires pour relever les défis empêchant la pleine intégration de l'OT dans le processus de CAO. Nous rappelons que l'objectif de ce projet de recherche est de développer une méthode de transformation automatique de résultats issus de l'OT en modèles CAO paramétriques. Les résultats visés par ce projet de recherche sont principalement ceux qui s'orientent vers des structures formées de poutres en 3D. En effet, comme nous l'avons vu dans la sous-section précédente, les méthodes abordées dans la littérature qui traitent ce type de résultats sont peu nombreuses et ne donnent pas encore entière satisfaction. Notons que la méthode de squelettisation représente un élément clé pour ces méthodes. Afin de choisir celle qui convient le mieux aux besoins de notre recherche, nous exposerons dans la section suivante les différentes méthodes de squelettisation linéique disponibles dans la littérature.

2.4. Squelettisation linéique

La **squelettisation** est un processus automatique qui permet d'extraire le squelette d'un objet. Le **squelette** est une représentation compacte et intuitive qui permet de préserver les informations essentielles de l'objet. En d'autres termes, le squelette d'une forme est un outil puissant de description de ses propriétés globales. Le concept du squelette a été introduit pour la première fois par Blum [80], comme le lieu de rencontre de plusieurs fronts d'onde de propagation en provenance du contour de l'objet (métaphore des feux de prairie). Plusieurs définitions ont été proposées depuis (Figure 2.34), dont la plus connue est celle qui définit l'axe médian comme l'ensemble des centres de toutes les boules maximales incluses dans l'objet (Figure 2.34.a).

Le squelette d'une forme 3D quelconque est généralement composé de surfaces et de courbes. Un **squelette linéique** (filaire ou courbe) d'un objet est l'ensemble des lignes qui passent par son milieu. La squelettisation est une tâche essentielle pour de nombreuses applications incluant l'analyse des images, l'infographie, l'imagerie médicale, la reconnaissance de formes ou de caractères, la compression des images, l'animation, etc. Étant donné que, dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons spécifiquement aux résultats d'OT de formes tubulaires, seules les techniques de squelettisation linéique sont examinées dans cette section.

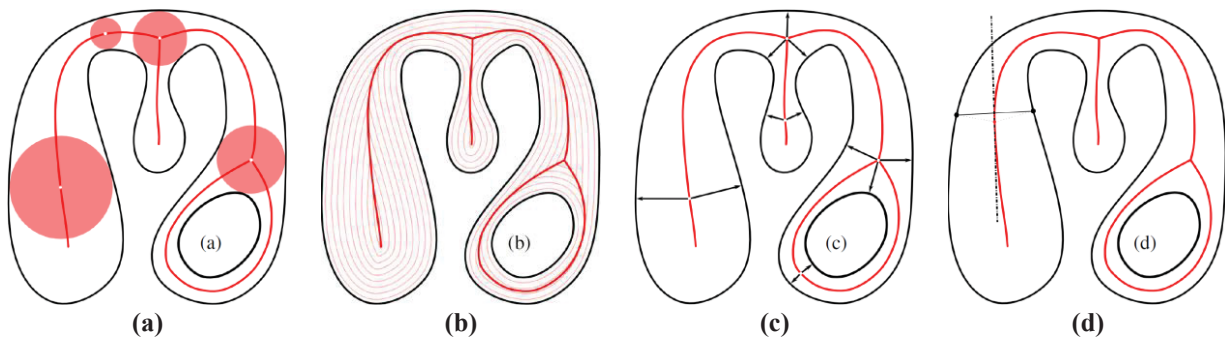


Figure 2.34 – Quatre définitions alternatives du squelette : (a) centres des boules maximales, (b) simulation de propagation d'onde, (c) points équidistants de la frontière et (d) axe de symétrie local [81]

Les **propriétés** désirées d'un squelette dépendent du domaine d'application [82]. Idéalement, un squelette filaire devrait être : homotope (préserve la topologie de l'objet d'origine), connecté tant que l'objet est connecté, invariant par transformation linéaire (translation, rotation ou changement d'échelle), réversible (l'objet peut être reconstruit si l'information de distance est conservée), d'épaisseur nulle (ensemble de points ou de lignes) ou unitaire (1 pixel/voxel), insensible au bruit, inclus et centré dans la forme. Il est important de souligner qu'il est très difficile

d'obtenir toutes ces propriétés à la fois dans un squelette. Il faut alors spécifier un ordre de préférence sur les propriétés du squelette que l'on souhaite obtenir.

2.4.1. Méthodes de squelettisation

Pour un objet donné, plusieurs types de squelettes peuvent être déterminés, chacun ayant ses propres propriétés, ses avantages et ses inconvénients. De même, de nombreuses méthodes existent pour calculer un type de squelette donné et chacune ayant ses propres exigences, ses qualités et ses limitations.

Selon le mode de représentation de l'objet considéré, qu'elle soit continue ou discrétisée, les méthodes de squelettisation peuvent être grossièrement divisées en deux grandes catégories : les méthodes volumétriques et les méthodes géométriques. Les méthodes de la deuxième catégorie s'appliquent sur les modèles continus, mais aussi ces derniers peuvent être discrétisés et traités par l'une des méthodes de la première catégorie.

2.4.1.1. Les méthodes volumétriques

Cette classe de méthodes requiert une représentation volumique du modèle considéré en tant qu'image binaire, sur laquelle ces méthodes peuvent effectuer un amincissement topologique, utiliser une carte de distance ou calculer un autre champ de fonction pour extraire le squelette.

a) Amincissement topologique ou homotopique : le squelette de l'objet est obtenu par érosion (ou pelage) itérative des pixels (en 2D) ou voxels (en 3D) de la frontière jusqu'à l'obtention d'une forme mince d'épaisseur unitaire [83-85]. Le squelette produit par amincissement topologique n'est pas nécessairement centré dans l'objet, et présente souvent de petites branches indésirables (Figure 2.35.b) qui nécessitent une étape de simplification (*pruning*) pour les éliminer (Figure 2.35.c). Ce type de méthodes est sensible aux bruits et aux transformations linéaires.

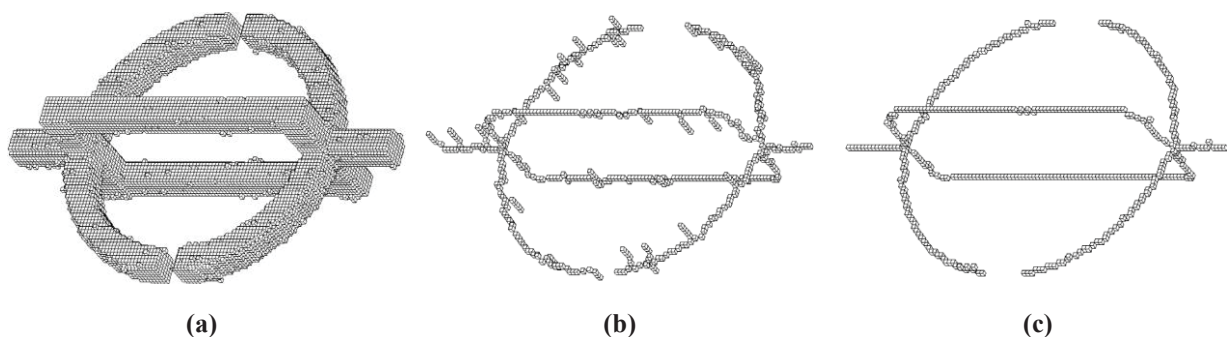


Figure 2.35 – Extraction du squelette par amincissement homotopique [83]

b) Extraction à partir de la carte de distance : chaque pixel/voxel de l'image binaire est étiqueté par sa distance la plus proche du contour selon la métrique choisie. Cela permet de définir une carte de distance pour l'image binaire considérée (Figure 2.36.a). La détection et la mise en connexion des maxima locaux (les crêtes illustrées par la Figure 2.36.b) de cette carte de distance donnent le squelette de cet objet [86]. Cette méthode produit des squelettes contenant des branches excessivement redondantes (Figure 2.36.c).

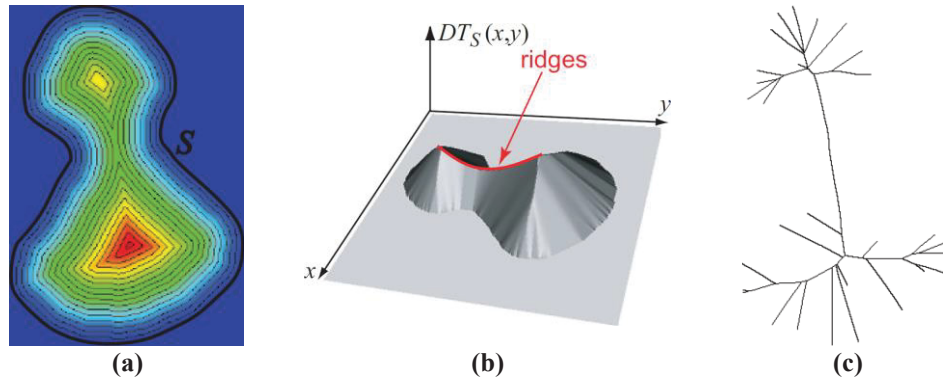


Figure 2.36 – Extraction du squelette par carte de distance [81]

c) Champs de fonctions générales : différents types de champs générés par des fonctions autres que la fonction de distance peuvent également être utilisés pour extraire des squelettes linéiques [87, 88]. De manière générale, les méthodes de cette classe sont applicables aux modèles représentés par des images binaires, maillages surfaciques ou nuages de points.

Le **champ de potentiel** est l'un des champs qui peuvent être exploités dans un processus de squelettisation. En effet, la détection et la mise en connexion des minima locaux d'un champ de potentiel généré par les points frontières d'un objet permettent de définir son squelette (Figure 2.37).

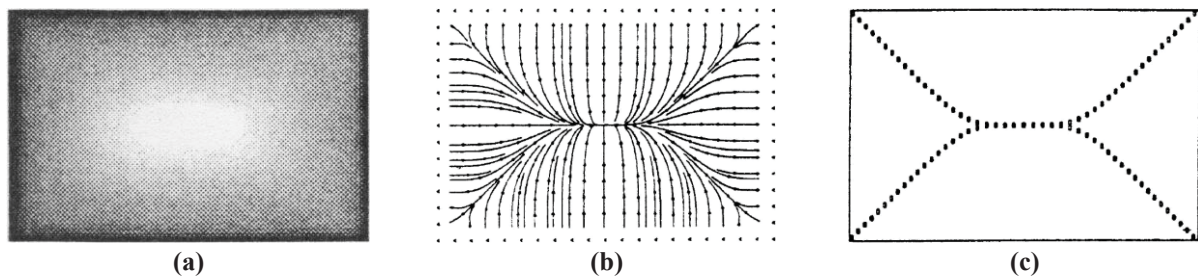


Figure 2.37 – Extraction du squelette à partir d'un champ de potentiel [89]

Le **champ de forces répulsives** est un autre moyen d'extraction du squelette d'une forme donnée. Les positions d'équilibre des particules chargées, soumises à un champ électrique généré par des charges situées à la frontière du modèle, donnent l'emplacement des nœuds squelettiques

(Figure 2.38.b). Le squelette du modèle considéré est obtenu par la mise en connexion de ces nœuds squelettiques (Figure 2.38.c).

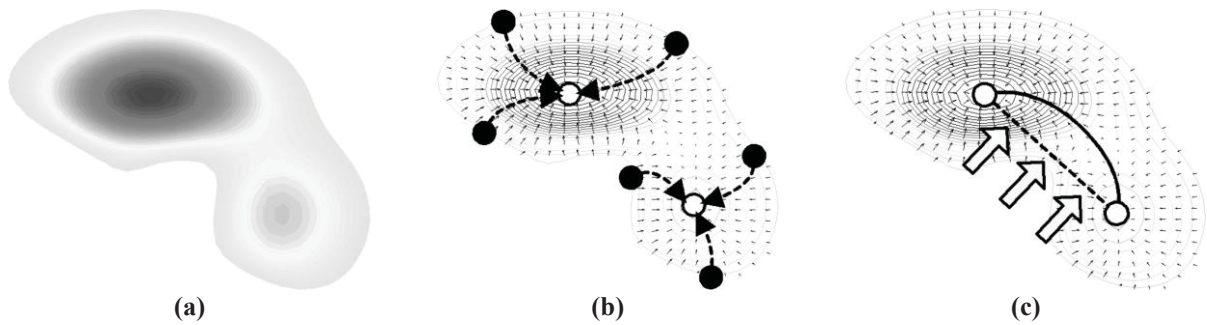


Figure 2.38 – Extraction du squelette à partir d'un champ de forces répulsives [90]

Les squelettes générés par les méthodes basées sur des champs de fonctions générales sont assez lisses. En revanche, ces squelettes ne captent souvent pas des détails essentiels des modèles considérés.

2.4.1.2. Les méthodes géométriques

Les méthodes géométriques traitent les modèles représentés par des maillages surfaciques et/ou des nuages de points. Les méthodes d'extraction du squelette en utilisant le diagramme de Voronoï ou encore à travers la contraction itérative du modèle considéré font partie de cette classe.

a) Diagramme de Voronoï : son principe consiste à faire un échantillonnage du contour de l'objet, puis de calculer son diagramme de Voronoï. Le squelette recherché est un sous-ensemble de ce diagramme (Figure 2.39). Il importe ici de préciser que la qualité du squelette dépend de la densité de l'échantillonnage et le niveau de bruit de la frontière [91]. Ce type de méthode a l'avantage de produire des squelettes homotopes et centrés à l'objet. Cependant, l'implémentation d'un tel algorithme est relativement complexe, et le calcul du diagramme de Voronoï n'est pas évident pour les formes contenant des trous.

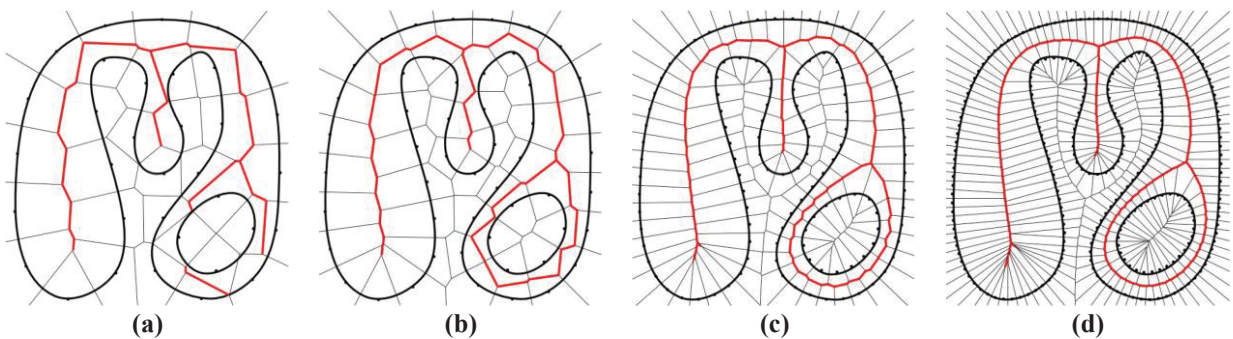


Figure 2.39 – Extraction du squelette en utilisant le diagramme de Voronoï [81]

b) Extraction par contraction : les méthodes basées sur la contraction utilisent des opérateurs qui contrôlent les forces de contraction et d'attraction respectivement. Avec des pondérations adéquates, l'application itérative de ces opérateurs à un maillage 3D ou un nuage de points produira une forme visuellement filaire qui préserve la topologie d'origine. En post-traitement, cette forme contractée sera convertie en un squelette linéique [76, 92]. La sous-section suivante donne plus de détails sur ce type d'approche.

2.4.2. Squelettisation des maillages triangulaires 3D

Les méthodes de squelettisation présentées dans cette sous-section portent directement sur des maillages triangulaires 3D sans passer par une étape dite de voxelisation qui augmente souvent l'erreur de discrétisation. Certaines de ces méthodes peuvent être aussi appliquées sur des nuages de points.

Au et al. [76] ont proposé une méthode d'extraction de squelettes basée sur la contraction du maillage d'entrée à travers un lissage Laplacien. En utilisant des forces de contraction et d'attraction convenablement pondérées, le processus de contraction lisse et réduit de façon itérative la géométrie du maillage et produit ainsi une forme squelettique de volume théoriquement nul. Le maillage contracté est ensuite converti en un squelette linéique tout en préservant la topologie globale du maillage original. Pour assurer le centrage du squelette dans le maillage, les nœuds squelettiques sont déplacés aux centres géométriques de leurs régions locales respectives. Une région locale d'un nœud squelettique est composée de l'ensemble des nœuds appartenant au maillage d'origine qui sont contractés et ramenés à ce nœud squelettique (Figure 2.40).

Par son principe de lissage itératif, cette méthode est insensible au bruit. Par contre, pour les modèles dont le centre de masse est en dehors de l'objet, les nœuds squelettiques sortent même du modèle.

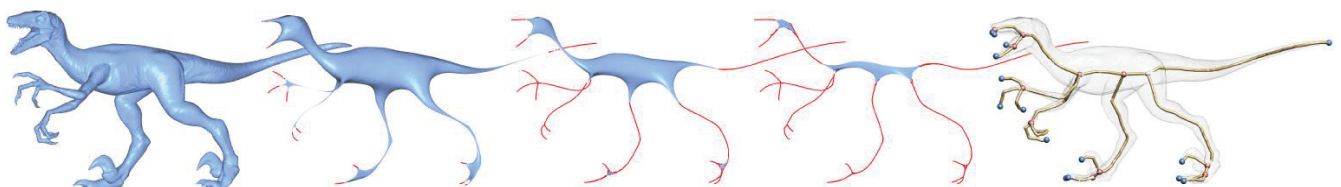


Figure 2.40 – Extraction d'un squelette 1D en contractant le maillage par un lissage Laplacien [76]

En s'inspirant de la méthode de squelettisation proposée dans [76], Tagliasacchi et al. [93] ont développé une nouvelle méthode d'extraction du squelette d'un maillage triangulaire 3D en se basant sur le concept de flux de mouvement par courbure moyenne (FMCM). Le FMCM d'une surface est défini comme l'évolution de chacun de ses points avec une vitesse normale proportionnelle à la courbure moyenne en ce point. Le FMCM favorise la contraction de la surface suivant la direction de la plus grande courbure. Cela a comme effet d'augmenter l'anisotropie locale de la surface et c'est ce qui motive l'utilisation du FMCM comme outil de squelettisation.

Dans cette méthode, le FMCM est poussé à son extrême de telle sorte à réduire le maillage et d'obtenir une structure squelettique. Un post-traitement minimal est requis pour convertir ce maillage réduit en squelette filaire. Les résultats intermédiaires de la squelettisation (composés de courbes et de surfaces) sont appelés « méso-squelettes » (Figure 2.41.d). Le code source et la documentation de cette méthode sont disponibles sur le site : <http://code.google.com/p/starlab-mcfskel>.

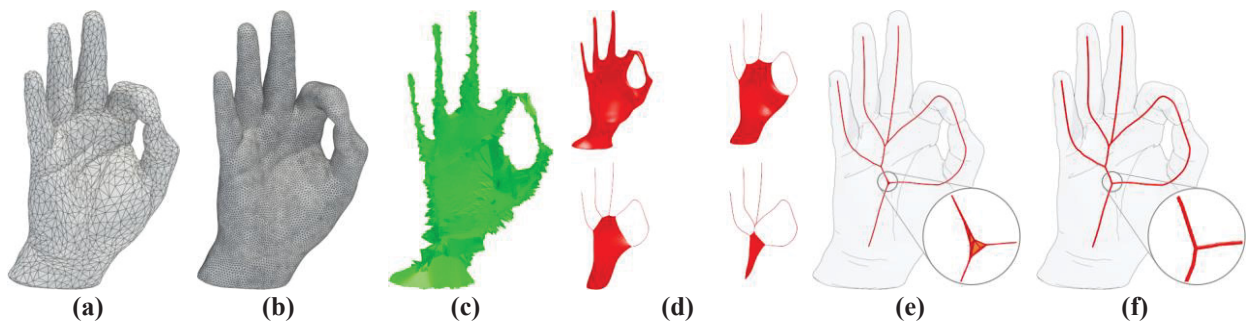


Figure 2.41 – Algorithme de squelettisation proposé par Tagliasacchi et al. [93]

Farag et al. [94] ont proposé un algorithme d'extraction du squelette d'un maillage 3D en utilisant la notion du point antipodal. Deux points antipodaux sont deux points diamétralement opposés. Dans leur algorithme, les points squelettiques sont définis comme l'ensemble des centres des lignes reliant chaque nœud et sa paire antipodale appartenant au même maillage. Le post-traitement de ces points (lissage, ajustement et connexion) donne le squelette du maillage (Figure 2.42). Cet algorithme a l'avantage d'être autonome (aucun paramètre n'est demandé de l'utilisateur) et facile à implémenter.

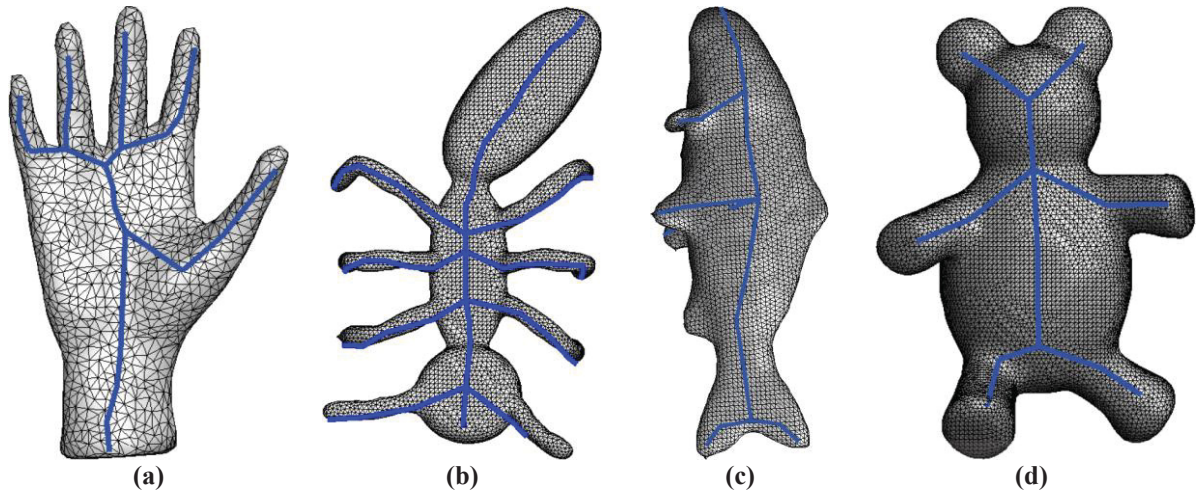


Figure 2.42 – Squelettes de quelques objets [94]

Yu et al. [95] ont présenté une version améliorée de la méthode de squelettisation proposée dans [76]. Les améliorations proposées touchent deux aspects : l’extension du domaine d’application de la méthode de Au et al. [76] aux maillages ouverts (la méthode originale ne peut traiter que les maillages étanches), et l’amélioration du centrage du squelette moyennant un nouveau schéma de pondération. Durant la phase de prétraitement, une vérification du maillage d’entrée est effectuée. Pour les maillages ouverts, un sommet et des faces virtuelles sont créés pour chaque contour afin de fermer le maillage. Une fois fermé, ce maillage peut être contracté de la même manière que les maillages étanches. En post-traitement, un schéma de pondération plus simple et plus efficace est utilisé pour calculer l’écart entre chaque nœud squelettique et le centre approximatif de sa région locale respective. Cela permet de produire de meilleurs squelettes centrés (Figure 2.43).

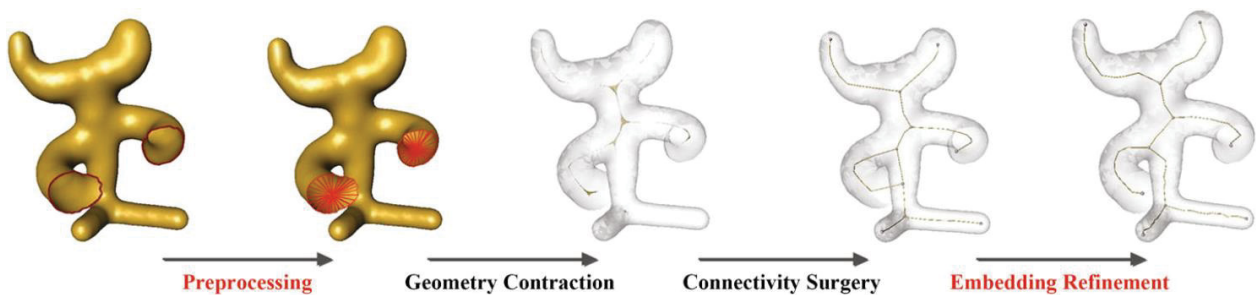


Figure 2.43 – Les étapes de squelettisation [95]

2.4.3. Comparaison des méthodes de squelettisation linéique

La comparaison qualitative et quantitative des méthodes de squelettisation aide les utilisateurs à choisir la méthode qui répond de la façon la plus appropriée à leurs attentes, d’où son importance particulière. La littérature est relativement pauvre en travaux de comparaison par rapport au nombre de méthodes de squelettisation développées. Le processus d’interprétation que nous allons proposer

dans le chapitre prochain est basé sur la squelettisation. Le choix de la méthode de squelettisation à intégrer dans ce processus aura des impacts significatifs sur la qualité des modèles générés. D'où la nécessité d'exposer certains travaux qui comparent des méthodes de squelettisation linéique.

Sobiecki et al. [96] ont proposé une comparaison de six méthodes de squelettisation linéique basées sur la contraction d'un maillage triangulaire 3D [76, 92, 96] ou un nuage de points [77, 97]. Les six critères de qualité sélectionnés pour cette étude comparative sont : l'homotopie au modèle d'origine (la préservation de la topologie originale), l'invariance par transformations isométriques, la minceur, le centrage, la préservation des détails, et l'indépendance à l'échantillonnage du modèle d'entrée.

L'absence d'une définition formelle unique du squelette courbe est l'une des difficultés de la comparaison des méthodes de squelettisation linéique. Cela a conduit à de nombreuses méthodes qui utilisent différentes définitions avec des propriétés distinctes. Parmi toutes les méthodes de squelettisation existantes, les méthodes basées sur la contraction possèdent des propriétés de robustesse au bruit et d'invariance par transformations isométriques. Cependant, ces méthodes souffrent encore de certains défauts tels que l'homotopie ou le centrage du squelette produit.

La Figure 2.44 montre les squelettes obtenus par les six méthodes appliquées sur les mêmes modèles. Les méthodes proposées par Cao et al. [77] (c'est la méthode de squelettisation utilisée dans les travaux antérieurs de notre équipe [7, 8]) et Tagliasacchi et al. [92] se sont révélées largement inférieures aux attentes pour ce qui est du centrage, lissage et homotopie des squelettes générés. Cela est partiellement dû à la non-prise en compte de la connectivité des nœuds du maillage dans le processus de squelettisation. La méthode présentée par Au et al. [76] s'est relativement bien comportée pour les formes lisses, mais elle a montré des défauts de centrage et de lissage du squelette pour les formes plus complexes. Les variantes améliorées de cette dernière méthode, proposées par Sobiecki et al. [96], donnent de meilleurs résultats au niveau du centrage et du lissage du squelette. La méthode de Telea et Jalba [97] surpasse toutes les autres méthodes en termes de régularité (insensibilité à l'échantillonnage), par contre elle présente des problèmes de centrage clairs dans les zones de transition entre les différentes parties de l'objet considéré.

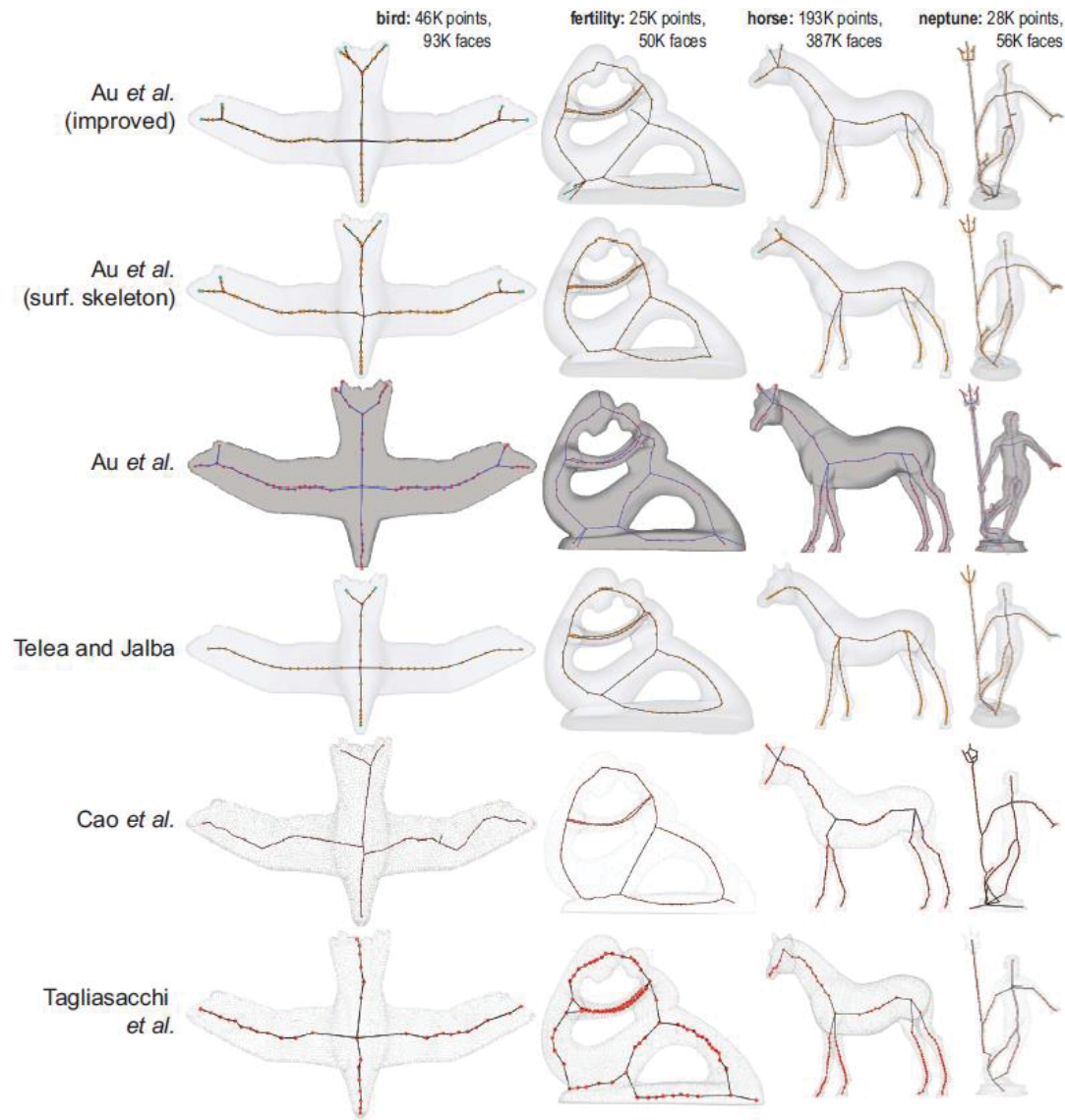


Figure 2.44 – Comparaison de 6 méthodes d'extraction de squelettes linéiques par contraction [96]

Dans un autre travail, Sobiecki et al. [98] ont effectué une comparaison entre quatre méthodes d'extraction de squelettes surfaciques et six méthodes d'extraction de squelettes linéiques appliquées à des modèles volumétriques discrétisés (images binaires). Les propriétés choisies pour la comparaison sont : l'homotopie, le centrage, la minceur, le lissage, la préservation des détails, l'insensibilité à l'échantillonnage, et l'extensibilité pour les modèles de haute résolution.

Les méthodes de squelettisation linéique sélectionnées sont : **MS** pour *Multiscale Skeletons* [87] (cette méthode utilise le champ de transport par advection), **HJ** pour *Hamilton-Jacobi skeletons* [88] (l'une des premières méthodes de squelettisation basées sur la propagation d'onde), **DDS** pour *Distance-Driven Skeletonization* [99] (une méthode de squelettisation hybride qui utilise l'amincissement topologique guidé par une carte de distance), **TV** pour *ThinVox* [84] (cette

méthode est basée sur l'amincissement topologique séquentiel), **ITP** pour *Iterative Thinning Process* [85] (méthode d'amincissement topologique alternatif), **RT** pour *Robust Thinning* [100] (méthode hybride utilisant l'amincissement topologique guidé par une métrique).

La Figure 2.45 présente les résultats donnés par ces méthodes. La résolution de tous les modèles volumiques est de 512^3 voxels. La première constatation concerne des faiblesses communes des méthodes de squelettisation volumétriques : le plus souvent, celles-ci ne préservent pas la topologie du modèle original (non-homotopes), et varient par transformations isométriques (translation, rotation ou changement d'échelle) contrairement aux méthodes géométriques.

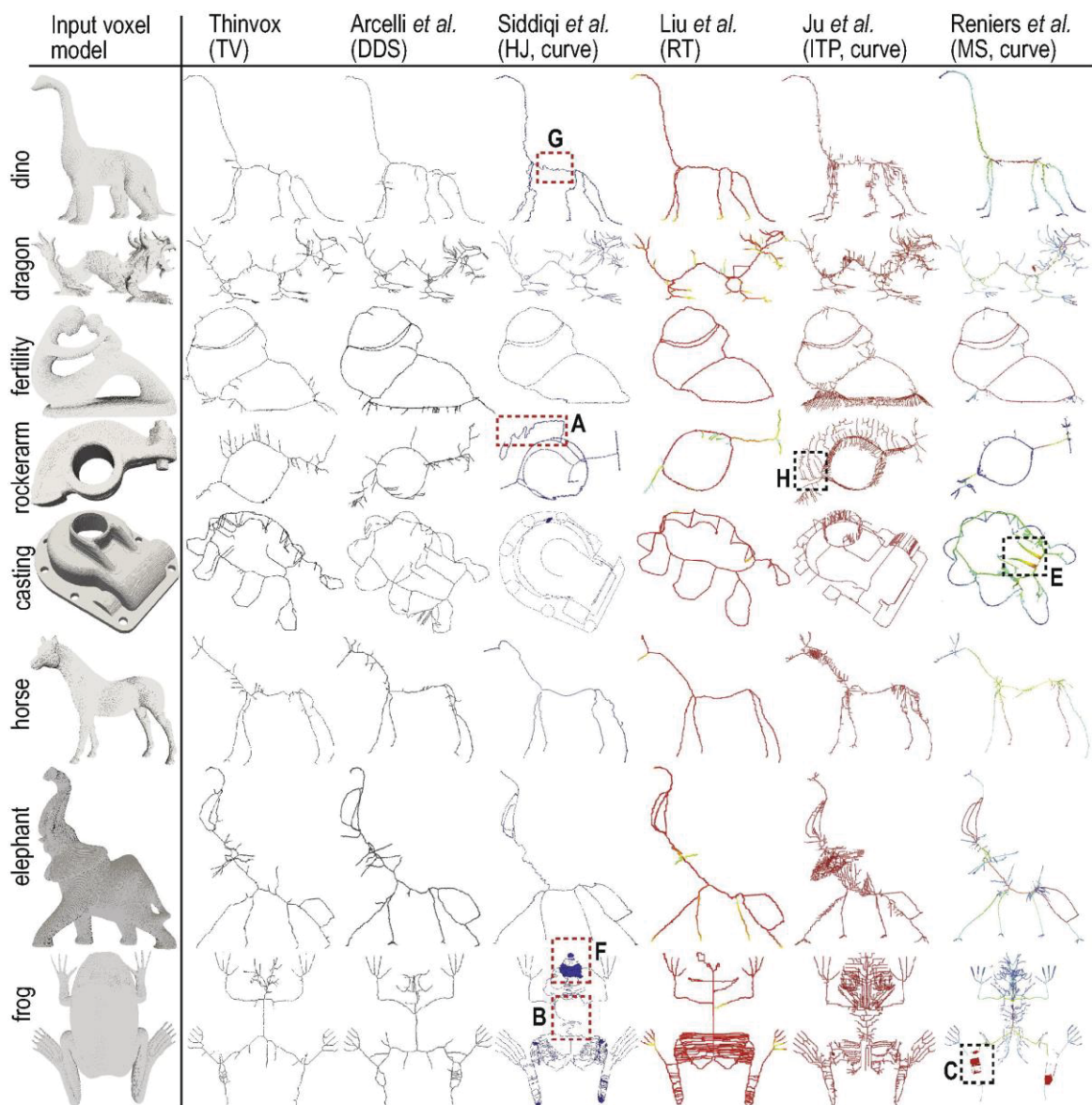


Figure 2.45 – Squelettes linéiques générés par 6 méthodes de squelettisation [98]

Les méthodes DDS et TV sont simples à utiliser (aucun paramètre n'est requis à l'entrée), mais elles offrent moins de souplesse pour la simplification du squelette. La méthode MS produit sans doute les squelettes les plus lisses, mais elle ne garantit pas une épaisseur d'un voxel pour toutes les branches squelettiques. Généralement, l'épaisseur d'un voxel (épaisseur unitaire) est garantie par les méthodes d'amincissement topologique contrairement aux méthodes basées sur un champ de fonction général. Les squelettes donnés par la méthode HJ présentent moins de branches squelettiques redondantes. Toutefois, ils souffrent de défauts de lissage et de centrage pour des formes plus complexes, et possèdent également un contrôle de simplification moins intuitif. En termes de performances, la méthode TV est la plus rapide et la moins gourmande en mémoire. Cependant, les différences avec les autres méthodes étudiées ne sont pas si grandes afin de justifier un gagnant clair.

Les méthodes volumétriques nécessitent généralement des ressources importantes pour stocker et traiter les grands volumes de voxels requis pour capturer les détails des formes 3D complexes. Afin de traiter des modèles représentés par des maillages surfaciques 3D, ces méthodes nécessitent une étape coûteuse de voxelisation. Les méthodes géométriques, quant à elles, permettent de résoudre les problèmes de coûts et de stockage en opérant directement sur les maillages surfaciques. Cependant, les méthodes traitant des nuages de points génèrent inévitablement des squelettes avec une topologie incorrecte. La question de savoir quel est le squelette « correct » d'une forme donnée est très difficile à répondre en général. De ce point de vue, aucune méthode ne peut être considérée comme optimale par rapport à tous les critères de comparaison considérés.

2.5. Conclusion

Nous avons présenté, dans ce chapitre, une étude bibliographique en trois parties qui reprennent les trois champs de recherche impliqués dans ce projet de thèse. Dans la première partie, nous avons présenté sommairement les différentes méthodes d'OT abordées dans la littérature. Celles-ci peuvent être regroupées dans quatre grandes familles : les méthodes d'OT par homogénéisation utilisant les matériaux composites microperforés, les méthodes d'OT basées sur la distribution de densité relative comme la méthode SIMP, les méthodes d'optimisation évolutionnaires incluant la méthode ESO, et les méthodes d'OT par variation de frontières telle que la méthode des lignes de niveau. Les avantages et les inconvénients de chaque famille de méthodes sont exposés. L'intégration des contraintes de fabrication au sein du processus d'OT est aussi discutée. Cette partie est conclue par une liste indicative des outils et logiciels d'OT commerciaux et éducatifs disponibles dans le marché.

Plusieurs approches d'interprétation de résultats donnés par OT ont été présentées dans la deuxième partie. Notre recherche bibliographique nous a amenés à identifier trois approches principales regroupant les diverses méthodes offertes dans la littérature. L'interprétation selon la première approche utilise principalement les opérations de balayage multisections pour reconstruire le modèle CAO. Tandis que la deuxième approche repose sur l'approximation géométrique de la forme optimisée moyennant un ensemble de primitives prédéfinies. Quant à la troisième approche, elle exploite les techniques de la rétroconception afin de bâtir un modèle CAO sur la frontière du modèle optimisé. Comme nous visons particulièrement les résultats d'OT qui s'orientent vers des structures de poutres dans le cadre de ce projet, nous avons accordé une attention particulière aux méthodes traitant ce type de résultat. Il est toutefois important de préciser que les travaux de recherche réalisés dans ce domaine sont nettement insuffisants par rapport à l'ampleur du défi posé par l'intégration de l'OT dans le processus de conception.

Dans la troisième partie de ce chapitre, nous avons rappelé tout d'abord quelques notions théoriques sur les squelettes linéiques et leurs propriétés. Ensuite, nous avons proposé une catégorisation des différentes méthodes de squelettisation filaire. Deux grandes catégories sont ainsi identifiées : les méthodes volumétriques portant sur des images binaires sous forme de pixels ou voxels, et les méthodes géométriques portant sur des maillages surfaciques ou des nuages de points. Chacune de ces deux catégories regroupe elle-même une grande variété de méthodes de squelettisation. Les frontières entre ces types de méthodes ne sont pas toujours nettes. En effet, il

Il y a des méthodes de squelettisation hybrides qui permettent de bénéficier des avantages de chaque type (p. ex. un amincissement homotope selon une carte de distance conduit à un squelette centré). Des comparaisons entre les diverses méthodes de squelettisation ont permis de mettre en évidence les principales différences entre celle-ci, ainsi que leurs avantages et limitations respectives. La squelettisation est un élément essentiel dans l'automatisation du processus de reconstruction que nous allons proposer dans le chapitre suivant.

Chapitre 3.

Processus d'interprétation pour les résultats d'OT de formes structurelles

3.1. Introduction

L'intégration complète de l'OT avec la CAO est un objectif très ambitieux vu l'écart important entre ceux-ci. De nombreux travaux de recherche ont été menés pour contribuer à combler cet écart, mais cela ne suffit toujours pas. L'évolution de la fabrication additive ces dernières années a permis de créer un passage direct entre celle-ci et l'OT [34]. Cependant, ce passage n'offre pas une vraie alternative à l'intégration de l'OT avec la CAO en raison du coût élevé et les limitations de la fabrication additive par rapport aux procédés de fabrication conventionnels. Plus important encore, le processus de conception requiert des modèles de solides facilement éditables. Le processus présenté dans ce chapitre vise principalement cette intégration à travers la transformation des résultats d'OT qui tendent vers des structures de poutres en modèles CAO 3D éditables de manière complètement automatique.

En effet, les formes géométriques obtenues par une analyse d'OT peuvent être très variables selon le choix des paramètres d'optimisation. Dans la méthode SIMP, la fraction volumique cible

f représente la quantité de matière qui doit être préservée au cours de l'optimisation par rapport à la quantité de matière contenue dans l'espace de conception. Une fraction volumique faible conduit généralement à une forme squelettique qui ressemble à une structure de poutres (Figure 3.1.b). Tandis qu'une valeur plus élevée de la fraction volumique génère des formes plus massives (Figure 3.1.c). À partir de ces deux types de résultats, la reconstruction d'un modèle CAO pourrait aboutir à des modèles très différents. Le premier cas peut conduire à un assemblage de poutres profilées, alors que le deuxième cas donne plutôt une pièce massive réalisable par usinage ou moulage [7].

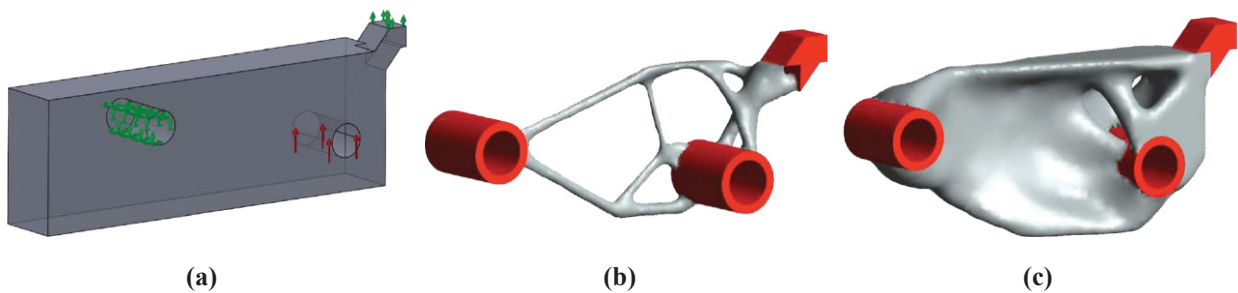


Figure 3.1 – Différents types de résultats d'OT : (a) problème initial, (b) pièce de forme structurelle ($f = 1.5 \%$) et (c) pièce massive ($f = 20 \%$) [7]

Avant d'exposer le processus de reconstruction développé, nous présenterons brièvement, dans la prochaine section, l'environnement de développement MTU dans lequel ce projet a été réalisé.

3.2. Le modèle de topologie unifié (MTU)

Les travaux de recherche menés par l'équipe ÉRICCA au fil des années ont conduit à la conception d'un environnement de développement et d'une organisation de données appelée le Modèle de Topologie Unifié MTU (ou en anglais Unified Topological Model UTM). C'est un environnement *général, modulaire et évolutif* qui intègre des outils de modélisation géométrique, de maillage automatique, d'analyse par la méthode des éléments finis et d'optimisation topologique.

L'idée principale sur laquelle le MTU est basé consiste à regrouper, sous la même structure de données, à la fois les entités CAO et MEF tout en assurant une communication bidirectionnelle entre ceux-ci (Figure 3.2). Des outils sont développés pour maintenir automatiquement la cohérence de cette structure de données intégrée tout au long des modifications ultérieures du modèle.

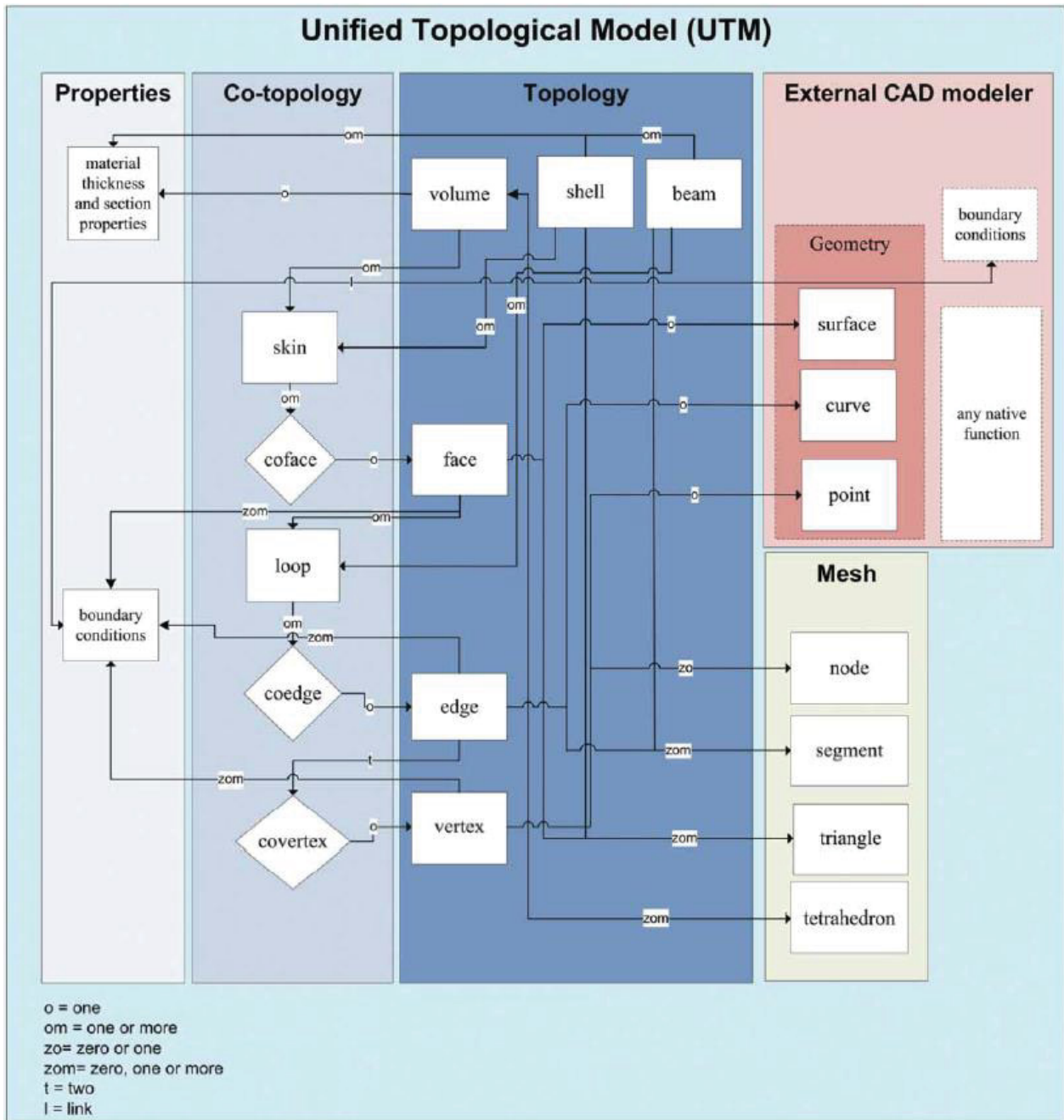


Figure 3.2 – Architecture générale du MTU [4]

La conception de ce MTU a été principalement réalisée en étendant les concepts de la modélisation surfacique B-REP d'une part, et en appliquant les principes de la Programmation Orientée Objet (POO) d'autre part, en particulier le polymorphisme et l'encapsulation. Cette dernière permet notamment l'interaction du MTU avec différents modeleurs CAO de façon indépendante. L'adoption de l'approche POO dans le MTU facilite et accélère le développement de nouveaux algorithmes en exploitant les outils existants.

Grâce au développement de l'environnement MTU, il est possible de faire, entre autres, de la pré-optimisation de maillage [101], du remaillage automatique d'un modèle EF suite à une modification du modèle CAO correspondant [102], de l'adaptation automatique des modèles CAO pour les analyses par la MEF [103], de la modélisation et l'analyse multidimensionnelle [104], de l'optimisation topologique [5], et de la modélisation des microstructures de matériaux hétérogènes [105]. Donc, cette structure est constamment enrichie tout au long de la progression des travaux de recherches vers l'intégration de la CAO, la MEF et l'OT.

3.3. Méthodologie proposée

La méthodologie proposée pour reconstruire automatiquement des modèles CAO à partir des résultats d'OT de formes structurelles est fondée sur le principe de balayage multisections. Comme exposé dans la sous-section 2.3.2.1, de nombreuses méthodes ont été développées en se basant sur ce principe, mais celles-ci sont considérées comme étant semi-automatiques compte tenu de l'intervention fréquente de l'utilisateur durant la procédure d'interprétation. Le processus de reconstruction développé dans le cadre de ce projet de doctorat est complètement automatique. L'ensemble de ce processus est résumé par l'organigramme ci-après.

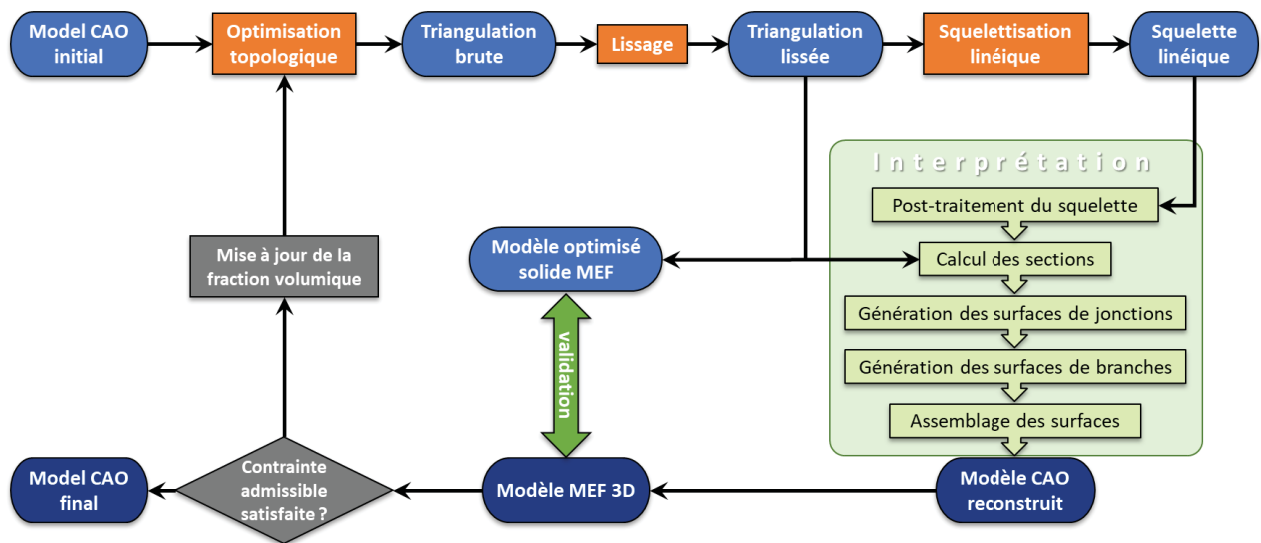


Figure 3.3 – Processus global de reconstruction

Le processus développé commence par l'extraction puis le lissage de la triangulation brute représentant la frontière de la forme optimisée topologiquement. Avant de passer à l'interprétation de cette dernière, un squelette filaire est extrait de cette triangulation lissée sous forme d'un ensemble de points et de segments squelettiques interconnectés. La procédure d'interprétation, qui

représente la principale contribution de ce travail, compte cinq étapes, à savoir : le post-traitement du squelette extrait, le calcul des sections transversales en utilisant ce squelette avec la triangulation lissée, la génération des surfaces recouvrant les jonctions et les branches de la forme optimisée à travers des opérations de balayages multisections, et enfin l'assemblage de toutes les surfaces générées en formant un modèle CAO solide. Les résultats d'analyses par la MEF effectuées sur ce dernier sont comparés avec ceux obtenus pour le modèle solide de la triangulation lissée pour des fins de validation. Quelques itérations de ce processus global peuvent s'avérer nécessaires afin de satisfaire la contrainte admissible imposée. Les prochaines sections offrent plus de détails sur chaque étape de ce processus de reconstruction.

3.4. Génération et squelettisation des résultats d'OT qui tendent vers des structures de poutres

3.4.1. OT avec la méthode SIMP

Les résultats d'OT utilisés dans le présent travail sont générés par une implémentation 3D originale de la méthode SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) adaptée aux maillages tétraédriques à densité variable [5]. Cette méthode est basée sur un processus itératif qui cherche à déterminer la distribution optimale de la densité relative d'un matériau virtuel dans un espace de conception prédéfini soumis à un ensemble donné de conditions aux limites et de contraintes. Dans cette méthode, le matériau est considéré comme virtuel car il est affecté par le champ de densité relative $\rho(x, y, z)$. Ce dernier peut être vu comme une distribution virtuelle de porosité.

Le processus itératif de la SIMP vise à minimiser la compliance globale, qui revient à maximiser la raideur totale, d'une quantité prédéfinie de matériau dans un volume de conception donné. Chaque itération de ce processus implique une analyse par la méthode des éléments finis (MEF), et les résultats qui en découlent sont utilisés pour mettre à jour le champ de densité relative $\rho(x, y, z)$ pour la prochaine itération. La convergence est atteinte lorsque la différence relative de la compliance globale entre deux itérations successives est inférieure à un seuil prédéfini ($\Delta_{\text{conv}} = 0.5\%$ dans cette thèse).

La densité relative élémentaire ρ_e pour chaque élément fini e du maillage utilisé dans l'AEF prend des valeurs comprises entre 0 et 1 indiquant l'absence et la présence du matériau respectivement. En pratique, l'utilisation d'une valeur très faible de la densité relative ($\rho_{\text{vide}} = 0,001$ ici) pour représenter le vide permet d'éviter les problèmes d'instabilités numériques. Le

module d'élasticité de ce matériau virtuel est exprimé à l'aide d'une loi de pénalisation classique, qui s'écrit comme suit pour un élément fini e donné :

$$\tilde{E}_e = E \cdot (\rho_e)^p \quad (3.1)$$

Où $\tilde{E}_e$ est le module d'élasticité virtuel affecté par la densité relative de l'élément e , et E est le module d'élasticité réel du matériau isotrope considéré. Le coefficient de pénalisation p sert à minimiser la contribution de la zone grise, formée par l'ensemble des éléments de densités intermédiaires, à la rigidité totale de la structure optimisée. En d'autres termes, cette pénalisation tend à orienter la solution vers des éléments de densités relatives plus binaires, ce qui permet ainsi d'empêcher l'apparition des microstructures dans la silhouette optimisée. La Figure 2.4.a met en évidence l'effet du coefficient p sur la pénalisation de la densité relative. L'expérience montre qu'un coefficient de pénalisation de valeur $p = 3$ est approprié [106], et c'est celle qui est utilisée dans ce travail.

La compliance peut être définie comme une mesure de la flexibilité globale d'une structure donnée. La méthode d'optimisation SIMP cherche à trouver le champ de densité relative optimal $\rho(x, y, z)$, à travers les itérations de calcul, qui minimise cette compliance globale pour une quantité donnée de matière. La formulation mathématique de ce problème d'optimisation est la suivante (toutes les grandeurs affectées par le cha densité relative $\rho(x, y, z)$ sont surmontées d'un tilde $\sim$):

$$\begin{aligned} \min \tilde{C} &= \sum_{e=1}^N (\rho_e)^p \cdot \{\tilde{U}\}^t \cdot [K_e] \cdot \{\tilde{U}\} \\ \text{Avec : } &\begin{cases} [\tilde{K}] \cdot \{\tilde{U}\} = \{F\} \\ \frac{\tilde{V}}{V_d} = f \\ 0 < \rho_{vide} \leq \rho \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Où $\tilde{C}$ est la compliance globale pour l'ensemble du maillage de N éléments, $[K_e]$ est la matrice de rigidité locale expansée associée à l'élément e , $\{\tilde{U}\}$ et $\{F\}$ sont respectivement le vecteur global de déplacement aux nœuds affecté par $\rho(x, y, z)$ et le vecteur global de forces appliquées, $[\tilde{K}]$ est la matrice de rigidité globale affectée par $\rho(x, y, z)$. Pour chaque itération SIMP, l'équilibre du système global force-rigidité et la fraction volumique cible f doivent être satisfaits. f est calculée comme étant le rapport entre le volume du matériau de design affecté par la densité relative appelé $\tilde{V}$, et le volume du sous-domaine de design initial V_d .

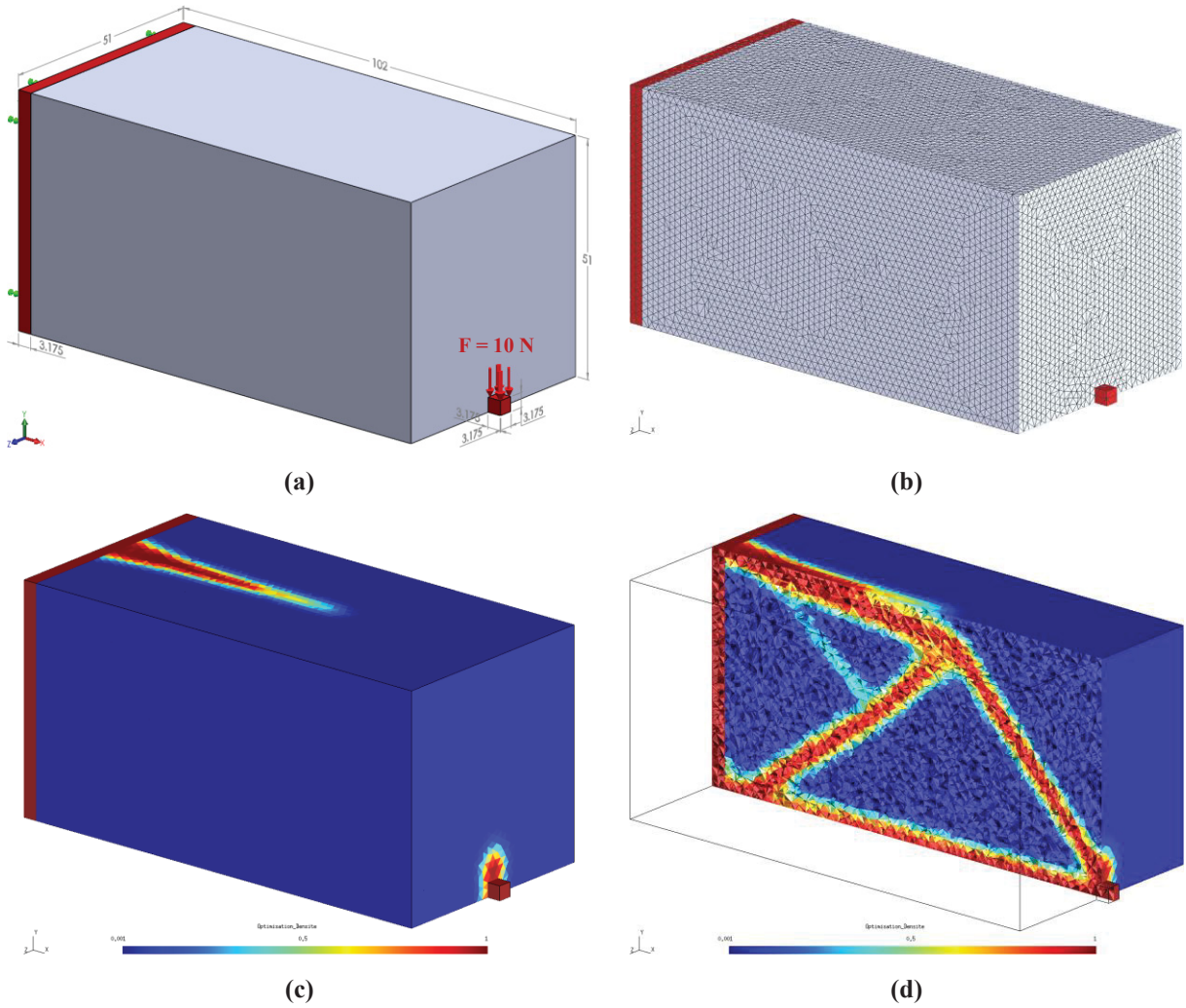
En pratique, la compliance globale $\tilde{C}$ est calculée, après chaque itération SIMP, en utilisant l'énergie de déformation totale $\tilde{W}$ en étant donné que $\tilde{C} = 2 \tilde{W}$. Des techniques de filtrage à chaque itération sont appliquées sur la sensibilité de la compliance globale $\partial \tilde{C} / \partial \rho_e$ et/ou sur le champ de densité relative $\rho(x, y, z)$ afin de réduire la dépendance de la solution optimisée à la taille de maillage, ainsi que pour éviter la répartition des éléments solides et vides en damier [5]. Ce dernier est un phénomène indésirable qui apparaît avec l'introduction de la loi de pénalisation. Le processus itératif de la méthode SIMP s'arrête lorsque la compliance globale de la structure converge, en donnant ainsi la distribution finale de la densité relative $\rho(x, y, z)$. Plus de détails sur la méthode SIMP et son implémentation peuvent être trouvés dans [106].

L'ensemble du processus de reconstruction décrit dans la section 3.3 est appliqué sur un exemple d'une poutre encastree-libre illustrée par la Figure 3.4.a. Cette même figure montre également les subdivisions des sous-domaines de design (en gris) et de non-design (en rouge), ainsi que les dimensions (en mm) et les conditions aux limites (CL) appliquées. Le sous-domaine de non-design se réfère classiquement, dans un processus d'OT, au matériau qui doit rester inchangé pendant le processus d'optimisation. Ce sous-domaine contient les surfaces fonctionnelles du composant optimisé sur lesquelles sont souvent appliquées les conditions aux limites. Le module d'élasticité réel du matériau utilisé est de 69 GPa et son coefficient de Poisson est de 0.33.

La Figure 3.4.b montre le maillage à taille constante du modèle initial avec des tétraèdres linéaires. Un écart nodal constant égal à 1.6 mm est choisi pour cet exemple. Ce maillage non-structuré est généré automatiquement en utilisant une adaptation spécifique de la méthode frontale [3]. Cette adaptation permet de générer un maillage qui respecte les sous-domaines de design et de non-design, en assurant plus particulièrement la continuité et la conformité du maillage au niveau de l'interface entre ces deux sous-domaines. Il importe de noter ici que seuls le domaine entier du composant à optimiser et le sous-domaine de non-design sont définis sous forme de modèles B-REP. Le sous-domaine de design est défini implicitement comme étant la soustraction du sous-domaine de non-design du domaine entier. La procédure du maillage est effectuée en 14 étapes alternées entre le modèle entier et celui de non-design. Toutes ces étapes sont expliquées en détail dans [3]. La fraction volumique cible f de la méthode SIMP pour cet exemple est fixée à 3 %.

La répartition finale de la densité relative après la convergence de la méthode SIMP est illustrée à la Figure 3.4.c. La coupe longitudinale présentée à la Figure 3.4.d permet de mieux visualiser la disposition des éléments de densités relatives élevées. Une compliance finale $\tilde{C} = 7.95 \cdot 10^{-5}$ J est

obtenue après 21 itérations. Une fois le processus d'optimisation terminé, la silhouette optimisée peut être visualisée en n'affichant que les éléments de maillage pour lesquels la densité relative élémentaire ρ_e est supérieure à un seuil donné $\rho_e \geq \rho_{th}$. Le choix de ce seuil ρ_{th} a une influence non seulement sur la géométrie de la silhouette optimisée, mais éventuellement aussi sur sa topologie comme le montrent les Figure 3.4 (e) et (f).



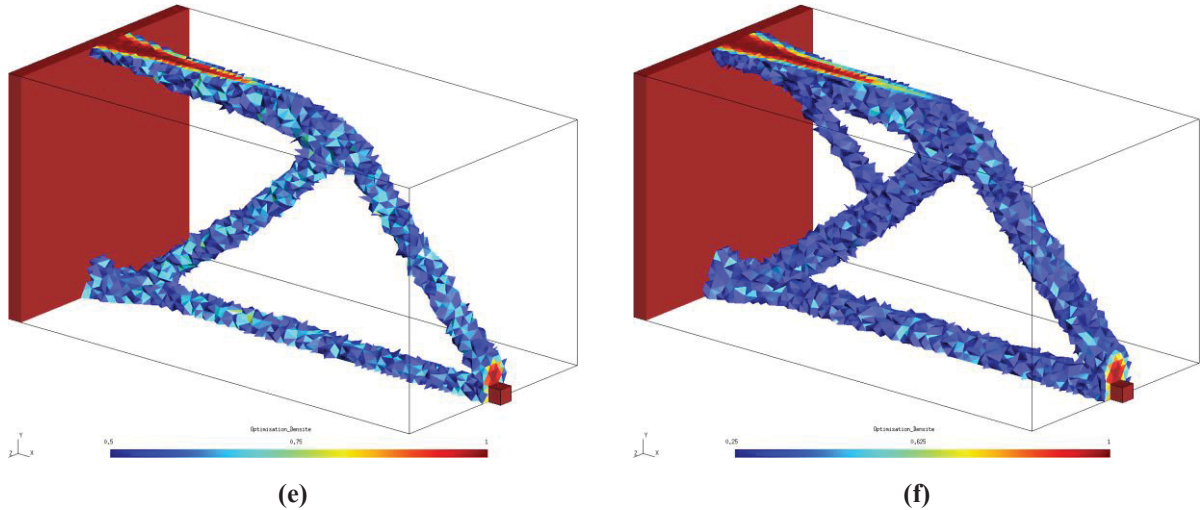


Figure 3.4 – (a) problème initial, (b) maillage uniforme avec $d_g = 1.6 \text{ mm}$, (c) distribution finale de la densité relative, (d) coupe longitudinale, (e) seuillage de la densité relative pour $\rho_{th} = 0.5$ et (f) $\rho_{th} = 0.25$

3.4.2. Post-traitement des résultats d'OT

Pour extraire l'enveloppe de la silhouette optimisée sous forme d'une triangulation 3D, deux options sont possibles : extraction par découpage isodensité et extraction par conservation de mailles entières. La première option consiste à découper les éléments tétraédriques frontières de la forme optimisée en générant ainsi une surface polyédrique d'isodensité à la valeur seuil ρ_{th} (Figure 3.5.a). Toutefois, cela nécessite la transformation de la répartition de densité relative élémentaire obtenue à la fin de l'OT (Figure 3.4.c) en un champ continu de densité relative $\rho(x, y, z)$. La deuxième option repose sur une idée beaucoup plus simple : uniquement les éléments dont la densité est supérieure ou égale à la valeur seuil ρ_{th} sont conservés en entier (Figure 3.5.b). La première option génère un modèle de surface polyédrique plus proche à la solution d'optimisation et relativement lisse comparé à celui généré par la deuxième option. Cependant, d'après notre expérience, les modèles générés en utilisant la première option sont plus délicats à lisser et/ou à analyser par la MEF à cause de la qualité des éléments résultants de la procédure de découpage ainsi que les tailles des éléments voisins qui peuvent être très différents (voire le zoom de la Figure 3.5.a). De plus, la continuité de ces modèles est souvent compromise notamment pour les fractions volumiques très faibles et son traitement dans ce cas est plus délicat. Par conséquent, dans la suite de cette thèse, nous utiliserons uniquement la deuxième option.

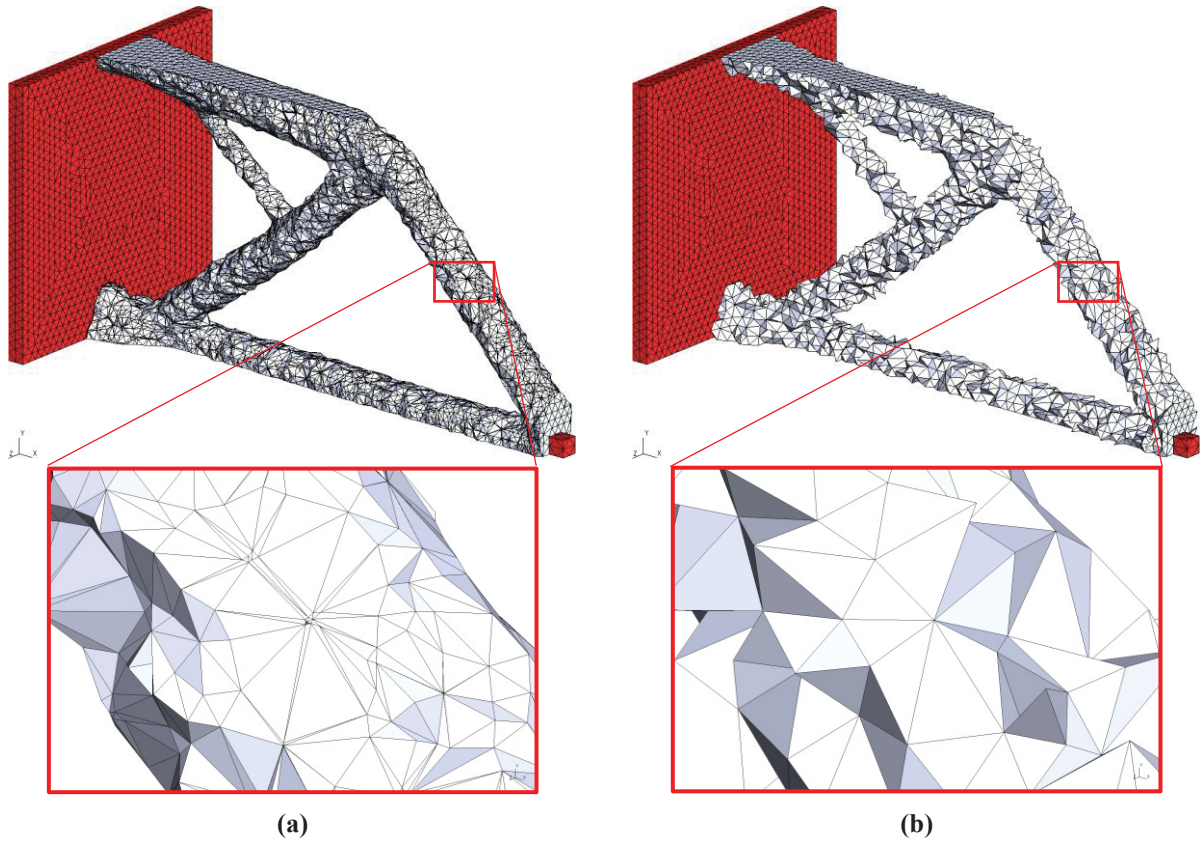


Figure 3.5 – Enveloppe brute de la forme optimisée à $\rho_{th} = 0.25$ généré par (a) découpage isodensité et (b) conservation de mailles entières

Comme l'illustre la Figure 3.5.b, la procédure d'élimination des éléments tétraédriques de densité relative $\rho_e \leq \rho_{th}$ ($\rho_{th} = 0.25$ dans ce cas) produit un maillage surfacique triangulaire extrêmement irrégulier. Notons toutefois que le niveau de rugosité de la surface générée est étroitement lié à l'écart nodal employé pour le maillage. Afin de faciliter l'extraction d'une courbesquelette et les sections transversales de la forme optimisée, cette triangulation brute doit être lissée (Figure 3.6). Dans le contexte de l'OT, l'objectif du lissage devrait être de produire une triangulation lisse, conforme et de bonne qualité qui préserve la forme optimisée et satisfait au mieux la fraction volumique imposée.

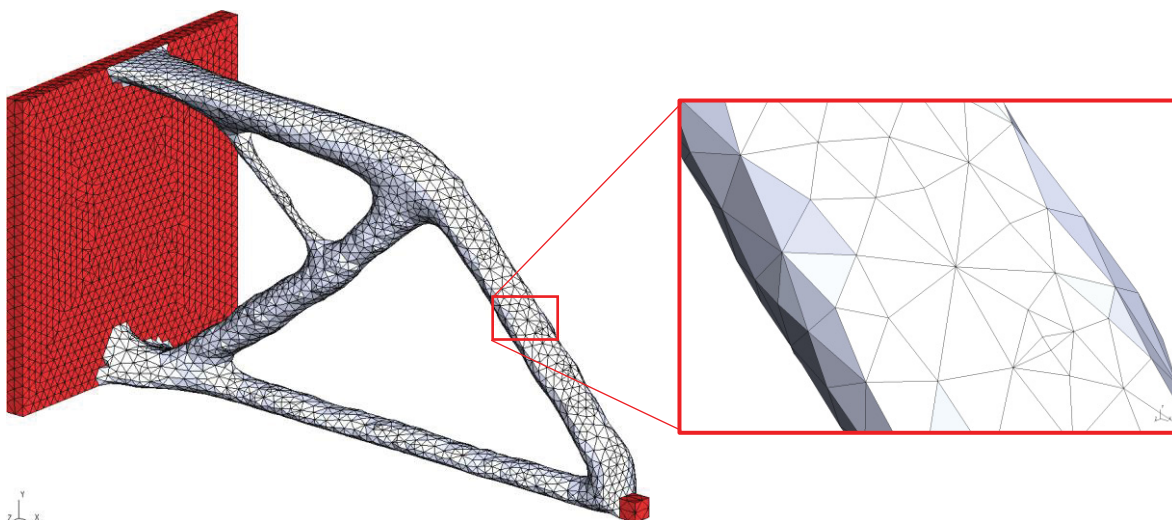


Figure 3.6 – Triangulation lissée représentant la forme optimisée

Plusieurs techniques de lissage, disponibles dans la littérature, ont été testées par notre équipe [107-111]. Toutefois, aucune d'entre elles n'est capable, seule, de traiter efficacement les formes très bruyantes fournies par l'OT. En revanche, certaines combinaisons de ces techniques sont susceptibles de produire des frontières lisses tout en préservant le volume et la forme optimisée. Par exemple, la technique de lissage dit Gaussien, proposée par Taubin [109], peut être utilisée pour compenser le rétrécissement de volume causé par la technique de lissage dit Laplacien, développée par Clark et al. [108].

Un lissage Laplacien consiste à déplacer chaque nœud du maillage vers le barycentre de ses nœuds voisins. Cette technique de lissage améliore la qualité du maillage et produit des formes très lisses, mais aussi réduit considérablement le volume dans le cas d'un maillage fermé et provoque la perte de détails géométriques. Dans un lissage Gaussien, la nouvelle position d'un nœud donné est calculée comme un moyennage pondéré de sa position courante et les positions de ses nœuds voisins. Afin de prévenir toute contraction du maillage, Taubin [109] propose d'appliquer deux passes consécutives de filtrage Gaussien pour chaque itération. La première passe est effectuée avec un facteur positif λ et la deuxième passe avec un facteur négatif μ tel que $0 < \lambda < -\mu$.

L'application d'une procédure de lissage itératif qui combine les deux techniques [109] et [108] sur la triangulation représentant la forme brute issue de l'OT (Figure 3.5.b) permet d'avoir une meilleure qualité de la frontière définissant le modèle optimisé, tout en préservant son volume et sa forme comme le montre clairement la Figure 3.6. Il est important de noter que ce processus de lissage n'est appliqué qu'aux éléments appartenant au domaine de design (colorées en gris sur la

Figure 3.5.b). La fraction volumique après lissage est $f_{opt} = 3.16 \%$ (par rapport à la fraction volumique prescrite $f = 3 \%$). Il convient enfin de souligner que la forme lisse obtenue n'est qu'une autre approximation de la forme optimale obtenue qui reste mal définie.

3.4.3. Extraction d'un squelette linéique

La squelettisation est une étape cruciale dans le processus de reconstruction proposé. En effet, le squelette préserve la topologie de la forme optimisée et est nécessaire pour automatiser le positionnement et le calcul des sections transversales. Dans ce contexte, un bon squelette doit idéalement être homotope (préserve la topologie d'origine), entièrement connecté, insensible au bruit, lisse, inclus et centré à l'intérieur de la forme optimisée. Comme évoqué dans la section 2.4, une grande variété de méthodes de squelettisation linéique existe dans la littérature. Après une étude comparative de ces différentes méthodes au regard aux critères cités ci-dessus, nous avons choisi d'intégrer la méthode de Tagliasacchi et al. [93] dans notre processus. C'est l'une des méthodes de squelettisation basées sur la contraction de maillage. Nous rappelons que le principe sur lequel repose cette catégorie de méthodes consiste à appliquer itérativement un lissage Laplacien sur le maillage d'entrée qui a pour effet de contracter progressivement la géométrie de celui-ci jusqu'à l'obtention d'une forme squelettique. Ce maillage contracté est ensuite converti en une courbe-squelette tout en conservant la topologie de la forme originelle.

L'algorithme de squelettisation développé par Tagliasacchi et al. [93] prend en entrée un maillage triangulaire 3D étanche (Figure 3.7.a). Celui-ci est tout d'abord échantillonné de façon uniforme selon la méthode de Botsh et Kobbelt [112] afin d'obtenir des pôles de Voronoï de meilleure qualité. Un diagramme de Voronoï est ensuite généré en utilisant l'outil Qhull [113]. Les pôles de ce diagramme permettent de déterminer l'axe médian (Figure 3.7.b) qui a pour rôle de contraindre l'algorithme de squelettisation à produire un squelette médialement centré. Comme décrit dans la sous-section 2.4.2, Tagliasacchi et al. exploitent le concept de flux de mouvement par courbure moyenne (FMC) dans leur méthode en raison de son effet de rétrécissement sur les surfaces fermées. Cependant, plusieurs adaptations sont nécessaires pour obtenir un mouvement par courbure moyenne qui effectue une squelettisation efficace.

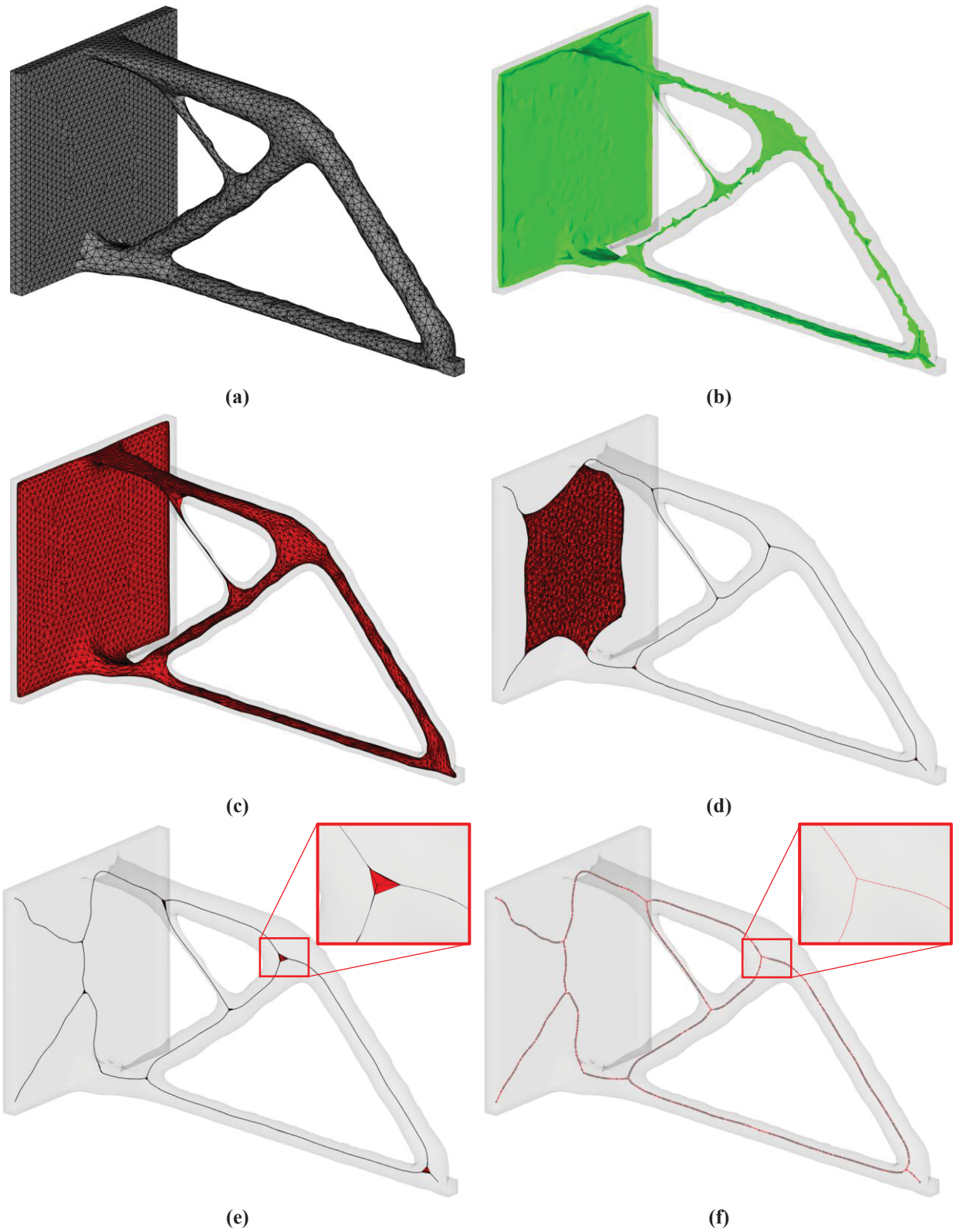


Figure 3.7 – Extraction du squelette en utilisant la méthode de Tagliasacchi et al. [93] : (a) maillage d'entrée, (b) axe médian basé sur le diagramme de Voronoï, (c), (d) et (e) maillages contractés, (f) squelette filaire

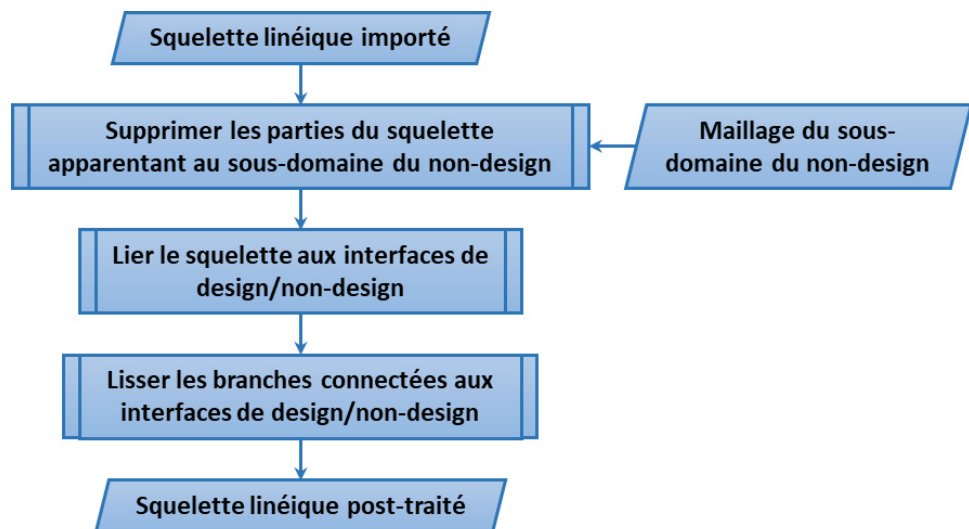
La contraction Laplacienne itérative du maillage d'entrée génère une série de méso-squelettes intermédiaires (Figure 3.7.c et d). Les poids de l'opérateur Laplacien doivent être mis à jour à chaque itération suite au changement de la courbure locale. En effet, au fur et à mesure que le maillage d'entrée se contracte via le FMCM, son anisotropie locale augmente et la qualité du maillage se dégrade. Des opérations de remaillage dynamique local sont nécessaires pour accélérer l'opérateur Laplacien et éviter une étape de post-traitement à cet effet. La dernière itération produit une structure squelettique mince médialement centrée (Figure 3.7.e) qui est finalement convertie en un squelette filaire (Figure 3.7.f) par suppression d'arêtes. La génération de la courbe-squelette est contrôlée par trois paramètres principaux $\{\omega_L, \omega_H, \omega_M\}$. Le rapport ω_L/ω_H contrôle la vitesse de contraction, le rapport ω_L/ω_M contrôle la régularité d'approximation médiane et ω_M contrôle l'intensité de l'attraction de maillage surfacique vers l'axe médian. Des valeurs par défauts sont automatiquement affectées à tous les paramètres utilisés dans la procédure d'extraction du squelette. Néanmoins, l'utilisateur peut toujours choisir d'autres valeurs. Dans ce travail, on fait varier légèrement ces paramètres selon l'exemple étudié afin d'obtenir des squelettes les mieux centrés.

Cette méthode de squelettisation filaire a prouvé une grande efficacité dans l'extraction des squelettes de bonne qualité à partir des résultats d'OT (voir la section 4.3). Comme le montre la Figure 3.7 (f), le squelette obtenu à partir de la triangulation lissée illustrée par la Figure 3.6 est homotope (préserve la topologie initiale), lisse, inclus et bien centré dans la forme optimisée. Ce squelette de 12 branches et 7 nœuds de jonctions comprend au total 762 nœuds squelettiques et 764 segments squelettiques. Il est important de préciser ici que tous les squelettes utilisés dans le processus de reconstruction proposé sont générés par l'outil de squelettisation Starlab v1.0 (alpha) [114] publié par les auteurs de [93]. Les échanges entre cet outil et l'environnement de développement MTU s'effectuent par « fichiers ». Le MTU génère automatiquement le fichier *.off* contenant le maillage surfacique triangulaire issu de l'OT, lequel est importé dans Starlab pour la squelettisation. Le squelette ainsi extrait est enregistré dans un fichier *.cg* puis importé dans l'environnement MTU afin de l'utiliser dans le module d'interprétation décrit en détail dans la section suivante.

3.5. Module d'interprétation

3.5.1. Post-traitement du squelette

Une fois le squelette extrait est importé dans l'environnement de développement MTU (représenté en orange à la Figure 3.8.a), un certain nombre d'opérations de post-traitement sont effectuées sur celui-ci (voir l'Algorithme 1). Cela a pour objectif de préparer ce squelette à la suite du processus de reconstruction. Tout d'abord, les nœuds et les segments squelettiques qui se trouvent à l'intérieur du volume de non-design (illustré en noir à la Figure 3.8.a) sont détectés puis supprimés tels que le montre la Figure 3.8 (b). En effet, ces parties du squelette n'ont aucune utilité dans la suite du processus étant donné que la reconstruction n'est nécessaire que pour la forme optimisée bien contenue dans le sous-domaine de design.



Algorithme 1. Post-traitement du squelette linéique

Ensuite, chaque *nœud d'extrémité* du squelette résultant est lié au nœud central de l'interface séparant la partie optimisée et celle non optimisée la plus proche avec un segment squelettique. Un *nœud d'extrémité* est un nœud squelettique lié à un seul segment squelettique. Le squelette illustré à la Figure 3.8 (b) compte 3 nœuds d'extrémité représentés par points rouges et indiqués par des flèches jaunes. Nous pouvons distinguer également, dans la Figure 3.6, 3 interfaces séparant la partie optimisée (coloré en gris) et celle non optimisée (coloré en rouge). Les contours de ces interfaces sont montrés en orange dans les Figure 3.8 (c) et (d). Le nœud central d'une interface donnée est tout simplement défini comme étant le centre géométrique de tous les nœuds composant l'interface considérée.

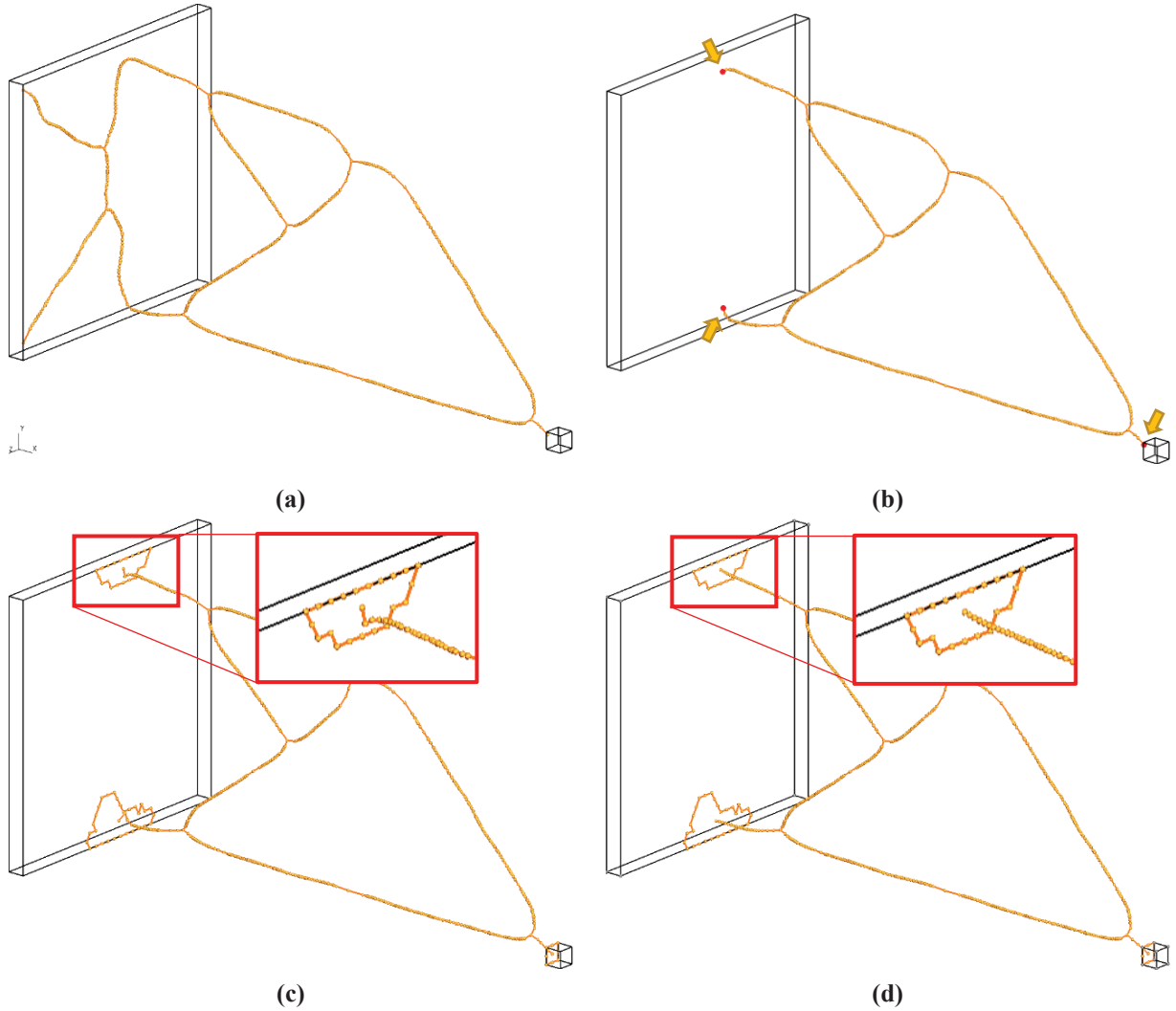
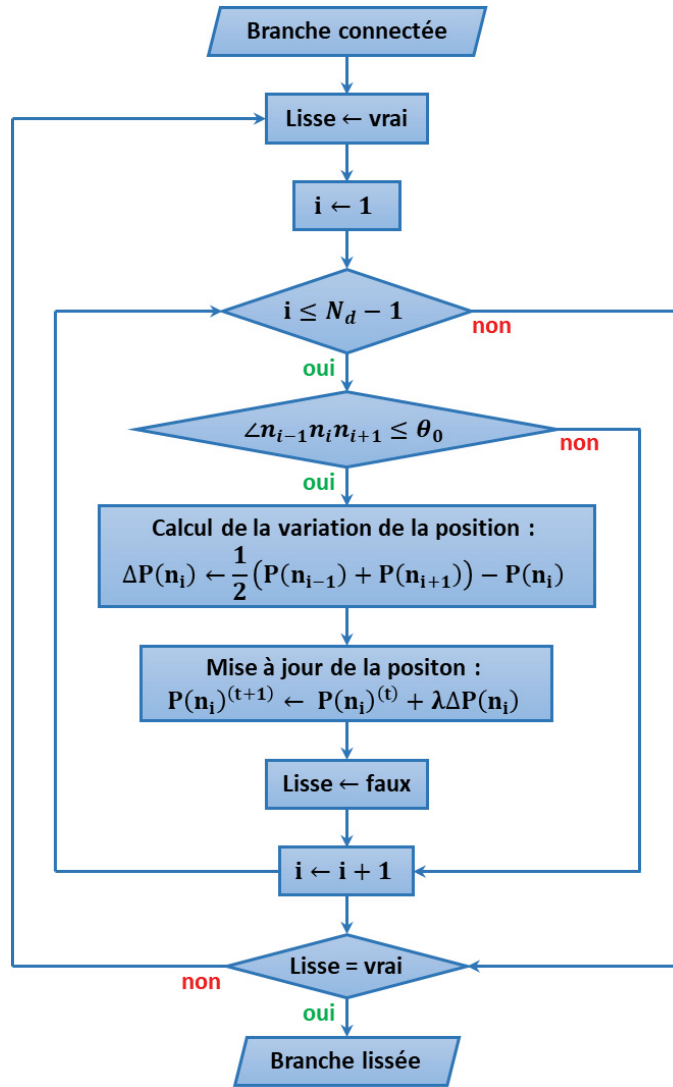


Figure 3.8 – Post-traitement du squelette : (a) importation, (b) suppression des parties squelettiques du non-design, (c) liaison aux interfaces de design/non-design et (d) lissage des branches connectées aux sous-domaines de non-design

Enfin, toutes les branches du squelette directement connectées aux interfaces design/non-design sont lissées à l'aide d'une technique de lissage Laplacien. L'Algorithme 2 illustre la procédure de lissage pour une branche connectée de N_d nœuds squelettiques. La position de chaque nœud n_i est ajustée de façon itérative jusqu'à ce que l'angle formé par les deux segments squelettiques liés à ce nœud soit supérieur ou égal à un angle seuil θ_0 ($\theta_0 = 178^\circ$ dans ce travail). La variation de la position d'un nœud donné est pondérée par un facteur λ compris entre 0 et 1 ($\lambda = 0.8$ dans ce travail). Notons que la position du premier nœud n_0 et celle du dernier nœud n_{N_d-1} ne sont pas affectées par la procédure de lissage.



Algorithme 2. Lissage d'une branche connectée

La Figure 3.8 (d) illustre le squelette obtenu après l'exécution de toutes les opérations de post-traitement décrites ci-dessus. Celui-ci compte au total 558 nœuds squelettiques et 559 segments squelettiques. Il est à remarquer que ce squelette post-traité contient 3 branches de moins et 2 nœuds de jonctions en moins par rapport au squelette original (voir la Figure 3.8.a). Ce squelette sera d'une grande importance dans la suite de la conversion en modèle CAO, et plus particulièrement dans l'étape du calcul des sections transversales discutée dans la prochaine sous-section.

3.5.2. Calcul des sections transversales aux branches

Tel que mentionné dans la sous-section 3.4.3, le squelette sert de base pour le positionnement et le calcul automatiques des sections transversales de la forme optimisée. Il est important de noter qu'à ce niveau du processus de reconstruction, chaque section transversale est définie par un nuage

planaire de points. Le plan (P) d'une section donnée passe nécessairement par un nœud squelettique (n_3), appelé *nœud de positionnement*, et sa normale coïncide avec le *vecteur directeur* ($\vec{d}_3$) de ce nœud comme illustré sur la Figure 3.9. À chaque nœud squelettique (n_i), à l'exception des nœuds de jonction, est défini un vecteur unitaire ($\vec{d}_i$) tangent à ce nœud, appelé *vecteur directeur*. Ce vecteur est parallèle au segment formé par le nœud précédent (n_{i-1}) et le nœud suivant (n_{i+1}) au nœud considéré. Le vecteur directeur de chaque nœud de connexion (n_1) avec l'interface de design/non-design (Ω) est normale au plan de cette dernière. Tous les vecteurs directeurs d'une branche donnée sont orientés dans le même sens comme le montre la figure ci-dessous.

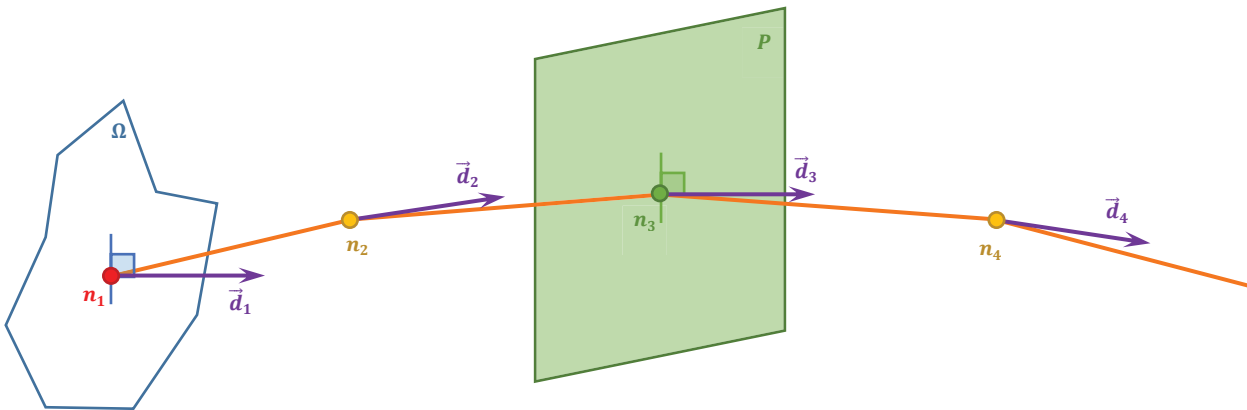
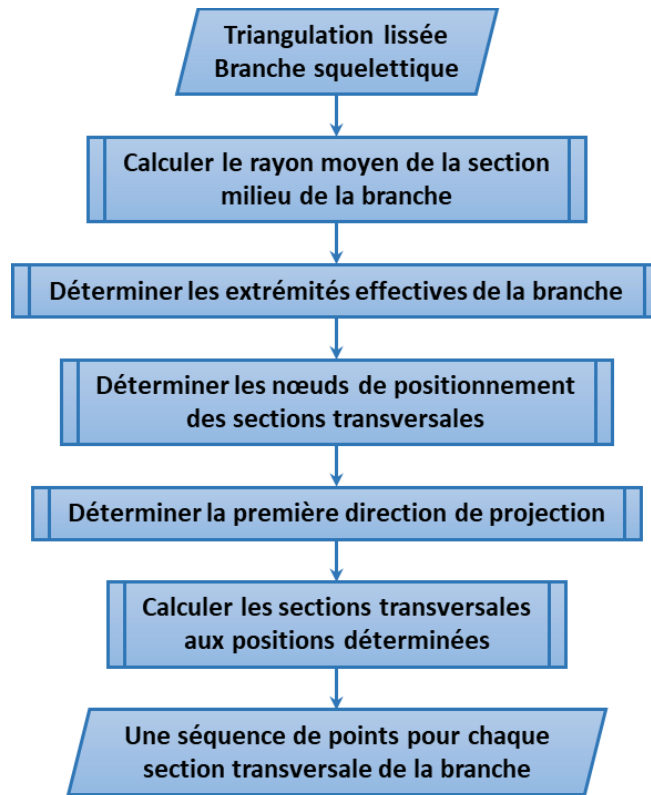


Figure 3.9 – Vecteurs directeurs et positionnement d'un plan de section transversale

La détermination des nœuds de positionnement dépend du nombre de sections transversales choisis, ainsi que les positions des extrémités effectives des branches. Ces dernières sont déterminées en fonction des rayons moyens calculés pour les sections transversales situées aux milieux des branches. L'Algorithme 3 résume toutes ces sous-étapes dont le but est de calculer les sections transversales pour une branche donnée. Les prochaines sous-sections donnent plus de détails sur chaque sous-étape.



Algorithme 3. Calcul des sections transversales pour une branche donnée

3.5.2.1. Calcul du rayon moyen de la section du milieu de chaque branche

Le plan de la section du milieu d'une branche donnée passe par le nœud squelettique le plus centré dans la longueur de cette branche (montrés avec des points rouges dans la Figure 3.10.a). Cette longueur est tout simplement obtenue en sommant les longueurs de tous les segments squelettiques qui composent cette branche. Donc, le plan de la section, dans ce cas, est défini par un point (le nœud milieu) et un vecteur normal (le vecteur directeur associé au nœud milieu). L'intersection de ce plan avec l'ensemble des arêtes du maillage surfacique, représentant la forme optimisée, génère souvent un nuage planaire de points qui peut former plusieurs contours fermés (Figure 3.10.b). Les points d'intersection de la section recherchée sont sélectionnés point par point en commençant par le point d'intersection le plus proche au nœud milieu de la branche considérée, puis en recherchant le reste des points d'intersection en se basant sur les informations de connectivité du maillage (Figure 3.10.d).

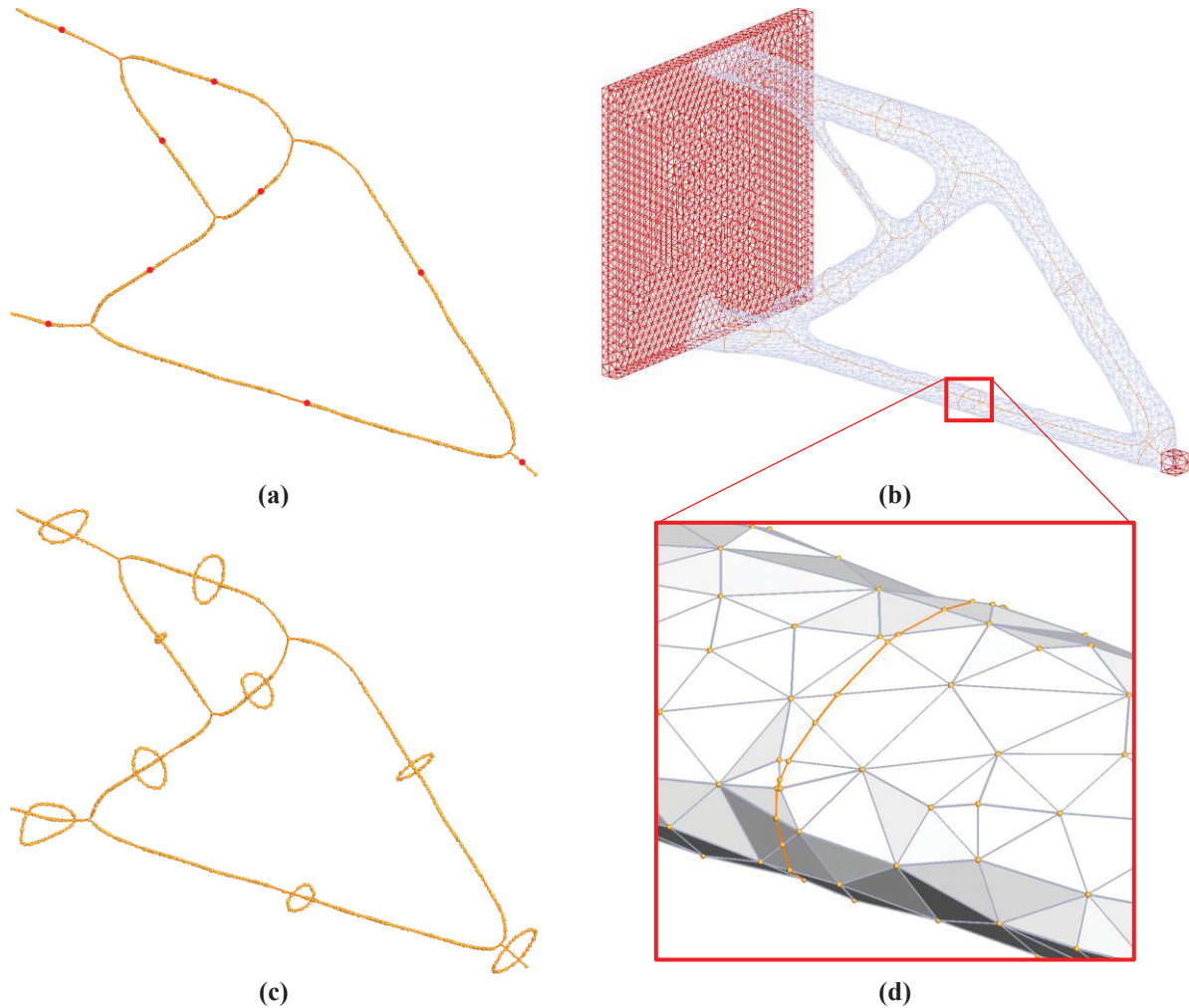
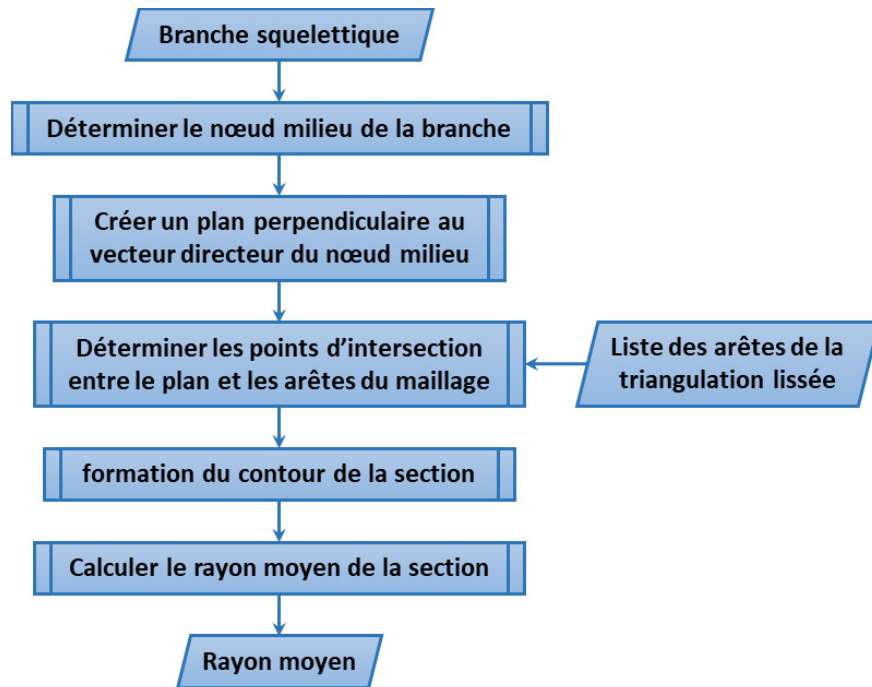


Figure 3.10 – Calcul des sections milieux aux branches

Une fois l'ensemble de ces points d'intersection est sélectionné, un rayon moyen est calculé comme étant la distance moyenne de tous ces points par rapport au nœud milieu. L'Algorithme 4 résume toutes ces étapes. Il convient de souligner ici que les sections du milieu générées (Figure 3.10.c) ne seront pas utilisées dans le reste du processus de reconstruction. Seuls les rayons moyens de ces sections seront utilisés pour déterminer les extrémités effectives des branches comme il sera expliqué ci-après.



Algorithme 4. Calcul du rayon moyen de la section milieu d'une branche

3.5.2.2. Détermination des extrémités effectives des branches

L'objectif de cette sous-étape est de segmenter la forme optimisée topologiquement (Figure 3.6) en branches et jonctions en utilisant sa courbe-squelette afin d'en faciliter la reconstruction. Du fait que la squelettisation linéique de cette forme optimisée réduit ses zones de jonction en points (Figure 3.7.f), les limites entre ces zones de jonction et celles des branches sont indiquées sur le squelette obtenu par des nœuds squelettiques appelés *nœuds limites*. Chaque nœud squelettique de connexion avec le sous-domaine de non-design est considéré par défaut comme un nœud limite. Les sections transversales calculées aux nœuds limites permettent de segmenter le maillage de la forme optimisée en branches et jonctions comme l'expose la Figure 3.11.

Pour une jonction donnée, la longueur squelettique séparant ses nœuds limites de son nœud de jonction est proportionnelle à la moyenne arithmétique des rayons moyens correspondant aux branches liées à cette jonction. Le facteur de proportionnalité est global à toutes les jonctions. La Figure 3.11 montre les nœuds limites (en rouge) pour différentes valeurs du facteur de proportionnalité. Notons que pour certaines valeurs de ce facteur, les sections transversales calculées autour d'une même jonction peuvent s'intersecter (voir le zoom sur la Figure 3.11.a). Un bon choix de ce facteur s'impose pour éviter cette interférence et les problèmes qui en découlent. Selon notre expérience, une bonne valeur est généralement comprise entre 1.2 et 2.0. Pour la suite

du processus de reconstruction appliqué à cet exemple, ce facteur est fixé à 1.3. L'introduction des nœuds limites conduit systématiquement à la redéfinition des branches squelettiques. Dès lors, pour la suite de ce chapitre, une branche squelettique désigne seulement l'ensemble des nœuds et segments squelettiques compris entre deux nœuds limites. Ces derniers représentent les extrémités effectives de la branche en question.

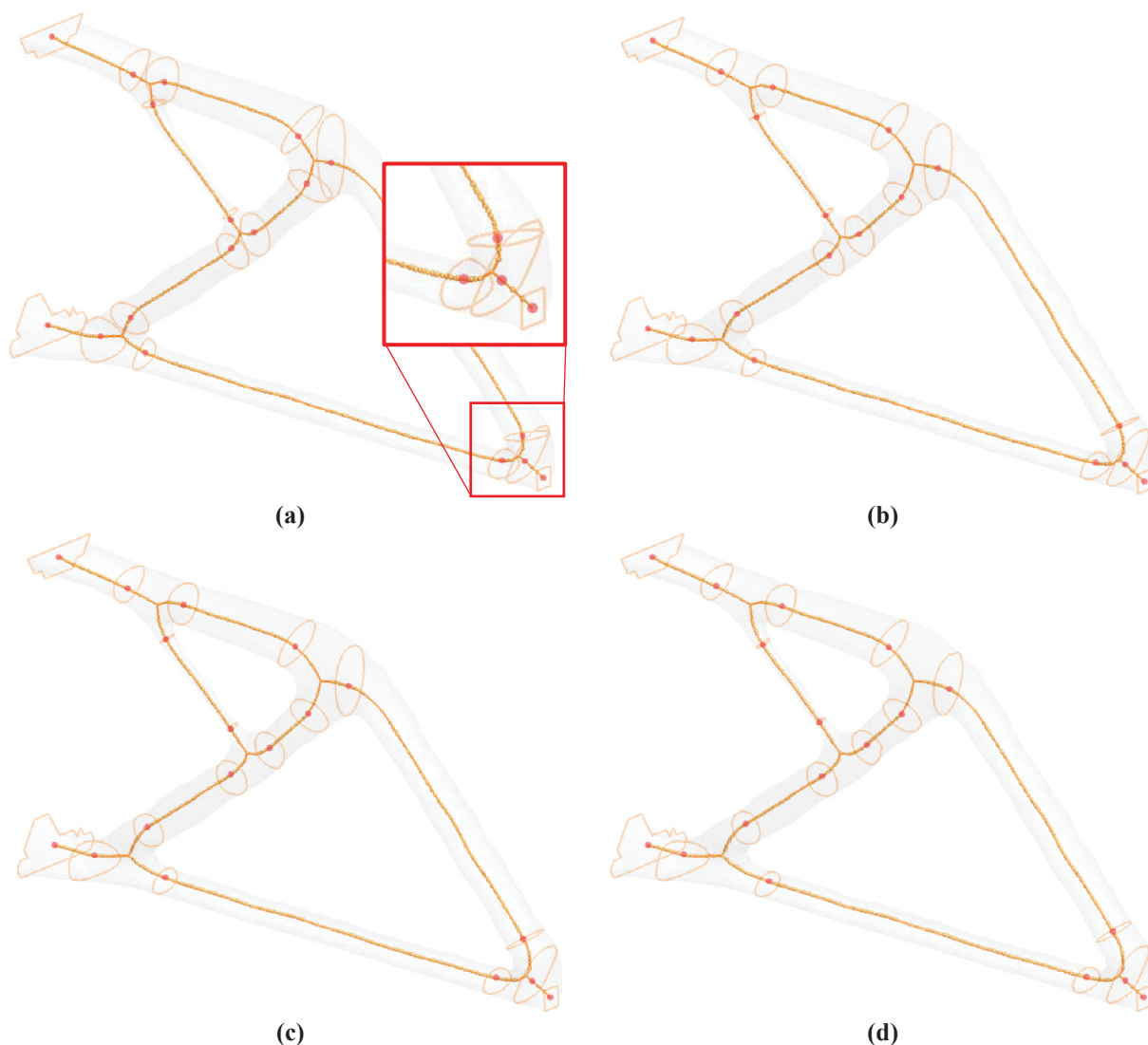


Figure 3.11 – Différentes valeurs pour le facteur définissant les limites de jonctions : (a) 0.9, (b) 1.3, (c) 1.5 et (d) 1.8

3.5.2.3. Détermination des nœuds de positionnement pour les sections transversales

Selon le nombre souhaité par l'utilisateur, les sections transversales de chaque branche squelettique sont également réparties dans sa longueur comprise entre ses limites effectives (Figure 3.12). Rappelons que le plan d'une section transversale donnée passe nécessairement par un nœud squelettique de positionnement et sa normale coïncide avec le vecteur directeur de ce nœud. Les

nœuds limites déterminés précédemment sont définis comme nœuds de positionnement par défaut. Deux sections au minimum, positionnées aux nœuds limites, sont calculées pour chaque branche. Si la branche ne contient que 4 nœuds squelettiques, ou bien sa longueur est inférieure à deux fois son rayon moyen, uniquement deux sections seront calculées pour cette branche quel que soit le nombre de sections demandé par l'utilisateur. C'est le cas de la petite branche indiquée par une flèche jaune sur la Figure 3.12. Il est à noter que l'utilisation d'un grand nombre de sections transversales par branche peut conduire à la génération d'une surface multisections ridée. Alors que le choix de seulement deux sections conduit nécessairement à des branches droites qui peuvent ne pas représenter les branches de la forme telle qu'optimisée.

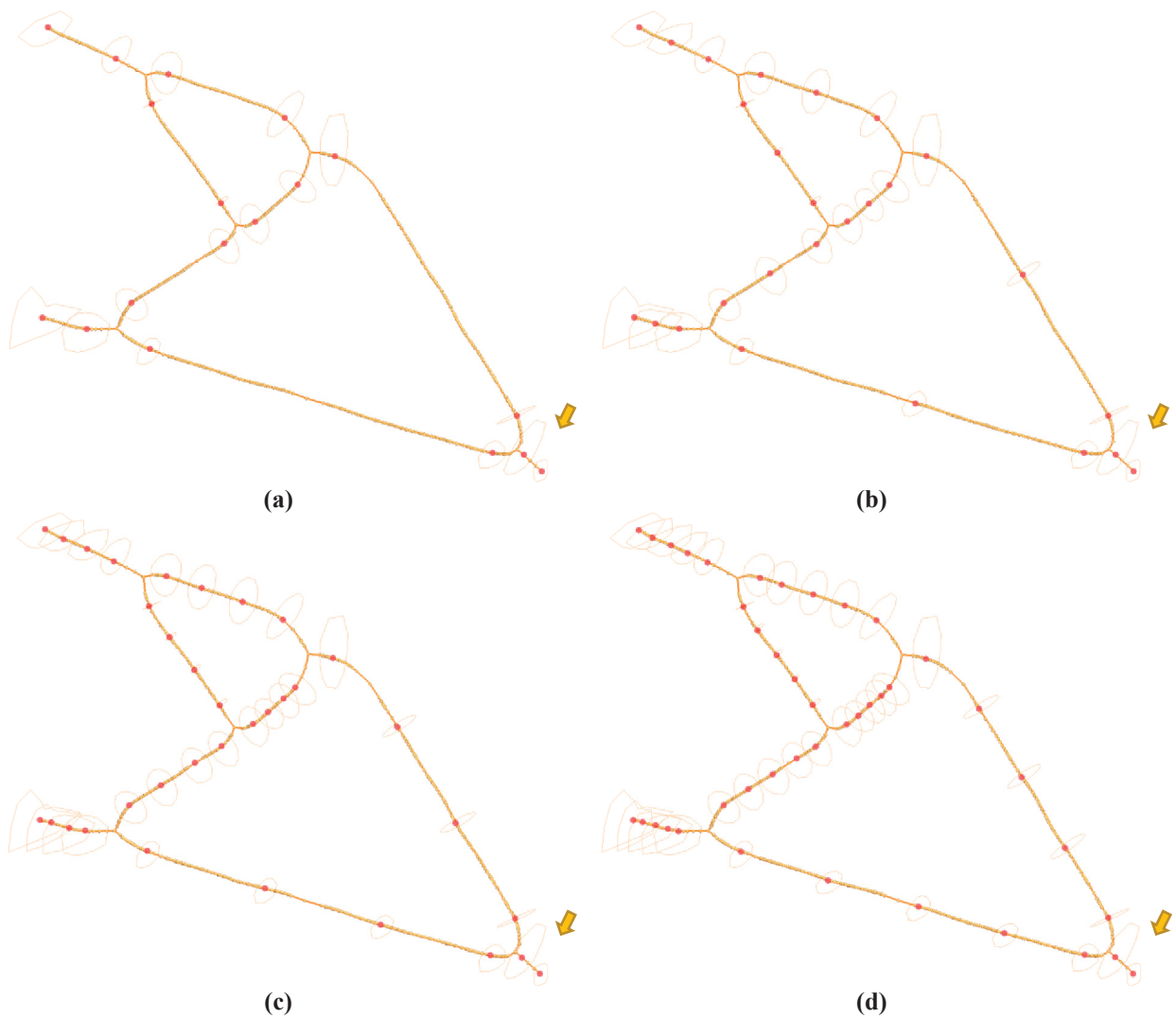




Figure 3.12 – Détermination de (a) 2, (b) 3, (c) 4, (d) 5, (e) 6 et (f) 8 nœuds de positionnement par branche

3.5.2.4. Détermination de la première direction de projection

Les points d'interpolation d'une section transversale donnée sont obtenus à travers la projection du nœud de positionnement correspondant sur la triangulation lissée suivant plusieurs directions perpendiculaires à son vecteur directeur. Ces points sont ensuite interpolés par une courbe B-spline fermée dont le point d'origine (ou de fermeture) coïncide avec le premier point d'interpolation de la section considérée. Afin d'éviter la génération de surfaces multisections vrillées, tous les points d'origine des courbes B-spline d'une même branche doivent être bien alignés. Ceci peut être notamment atteint à travers l'alignement des premières directions de projection des nœuds squelettiques composant chaque branche comme l'illustre la Figure 3.13.

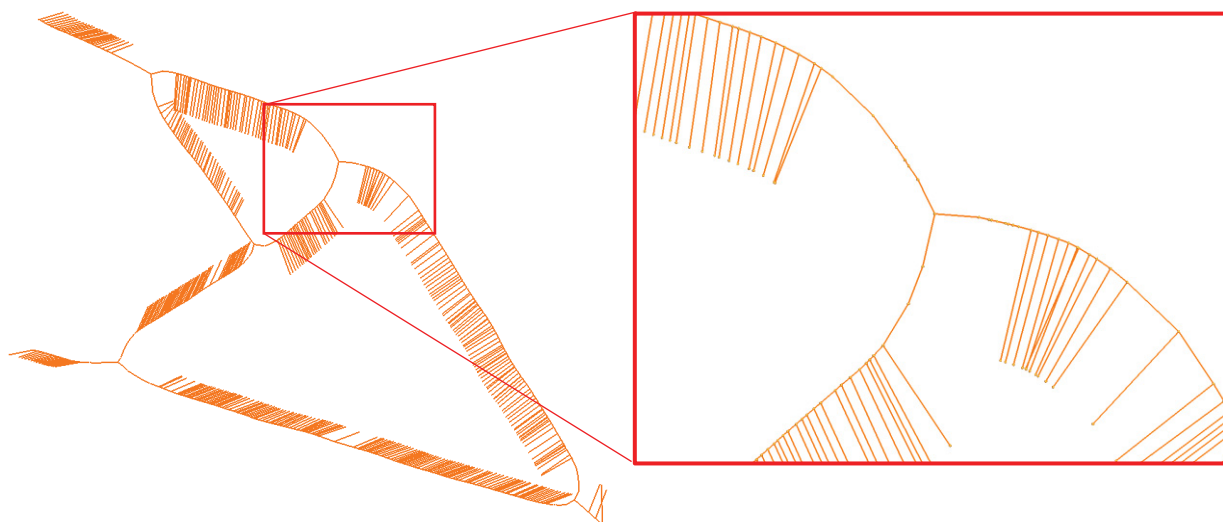


Figure 3.13 – Premières directions de projection de chaque branche

Le calcul de ces directions, pour une branche donnée, est effectué de manière séquentielle en exploitant l'intersection entre deux plans (Figure 3.14). La première direction de projection $\vec{V}_1^1$ du premier nœud n_1 de la branche considérée correspond au rayon max de la section transversale calculée à ce nœud limite (Figure 3.11.b). Cette direction est ensuite « transférée » au nœud squelettique suivant n_2 comme étant le résultat d'intersection du plan Q_{12} , formé par $\vec{V}_1^1$ et $\overrightarrow{n_1 n_2}$, et le plan P_2 perpendiculaire au vecteur directeur $\vec{d}_2$ de ce nœud. La première direction de projection $\vec{V}_2^1$ qui en résulte au nœud n_2 est, à son tour, « transférée » au nœud n_3 en suivant la même démarche. La répétition de cette opération pour le reste des nœuds squelettiques permet d'aligner les directions de projection pour chaque branche comme montré par la Figure 3.13.

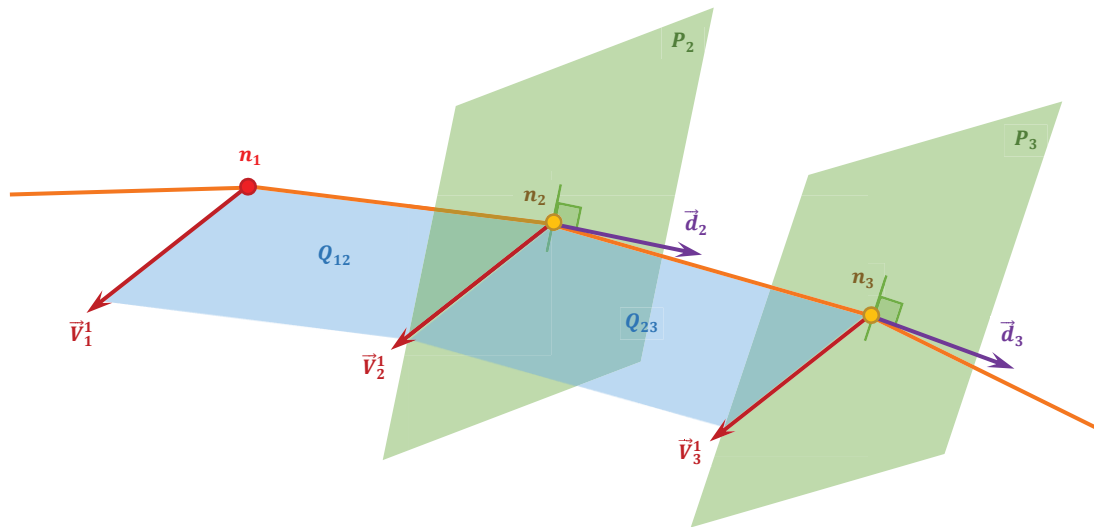


Figure 3.14 – Principe de calcul de la première direction de projection

3.5.2.5. Calcul des sections transversales aux positions déterminées

L'objectif de cette sous-étape est de déterminer un nombre prédéfini de points d'interpolation pour chaque section transversale. Ces points sont générés en projetant le nœud de positionnement considéré sur la triangulation lissée représentant la forme optimisée (Figure 3.6) selon un ensemble de directions normales au vecteur directeur de ce nœud. Ainsi, les N_p points d'interpolation p_j de la section transversale positionnée au nœud n_i sont obtenus par la projection de ce dernier suivant les directions $\vec{V}_i^j$ (Figure 3.15). Celles-ci sont déterminées récursivement par la formule suivante :

$$\vec{V}_i^j = \vec{V}_i^{j-1} \cos \theta + (\vec{d}_i \times \vec{V}_i^{j-1}) \sin \theta \quad (3.3)$$

Avec : $\theta = 2\pi/N_p$ et $j \in \{2, \dots, N_p\}$

Il est à noter que le premier point p_1 (pour $j = 1$) est obtenu en projetant le nœud n_i suivant la première direction de projection $\vec{V}_i^1$ déterminée précédemment (voir la sous-section précédente). L'ensemble de points qui en résulte se retrouvent dans le même plan, qui est normal au vecteur directeur $\vec{d}_i$.

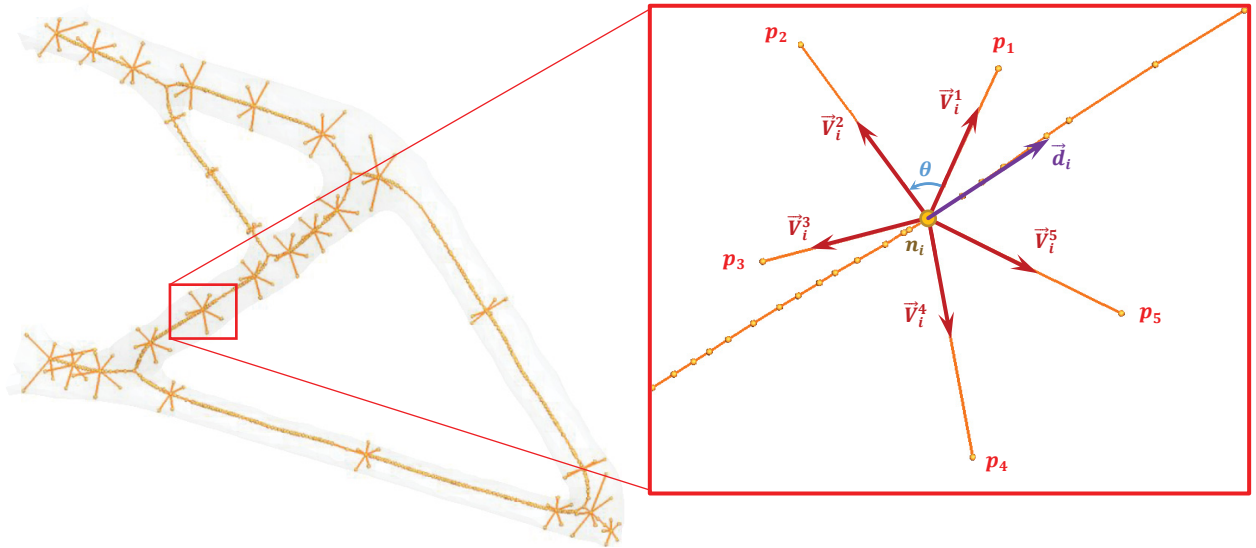


Figure 3.15 – Principe de calcul des sections transversales par projection

La précision d'approximation des sections transversales de la forme optimisée par des courbes B-spline dépend du nombre de points d'interpolation choisi. La Figure 4.12 montre le résultat de calcul de trois sections par branche définies avec différents nombres de points d'interpolation. Notons qu'un minimum de 3 points est exigé pour définir une section transversale. L'utilisation d'un petit nombre de points d'interpolation peut ne pas produire des sections transversales suffisamment proches de la forme optimisée, et l'utilisation d'un très grand nombre de points peut générer des sections transversales très ondulées.

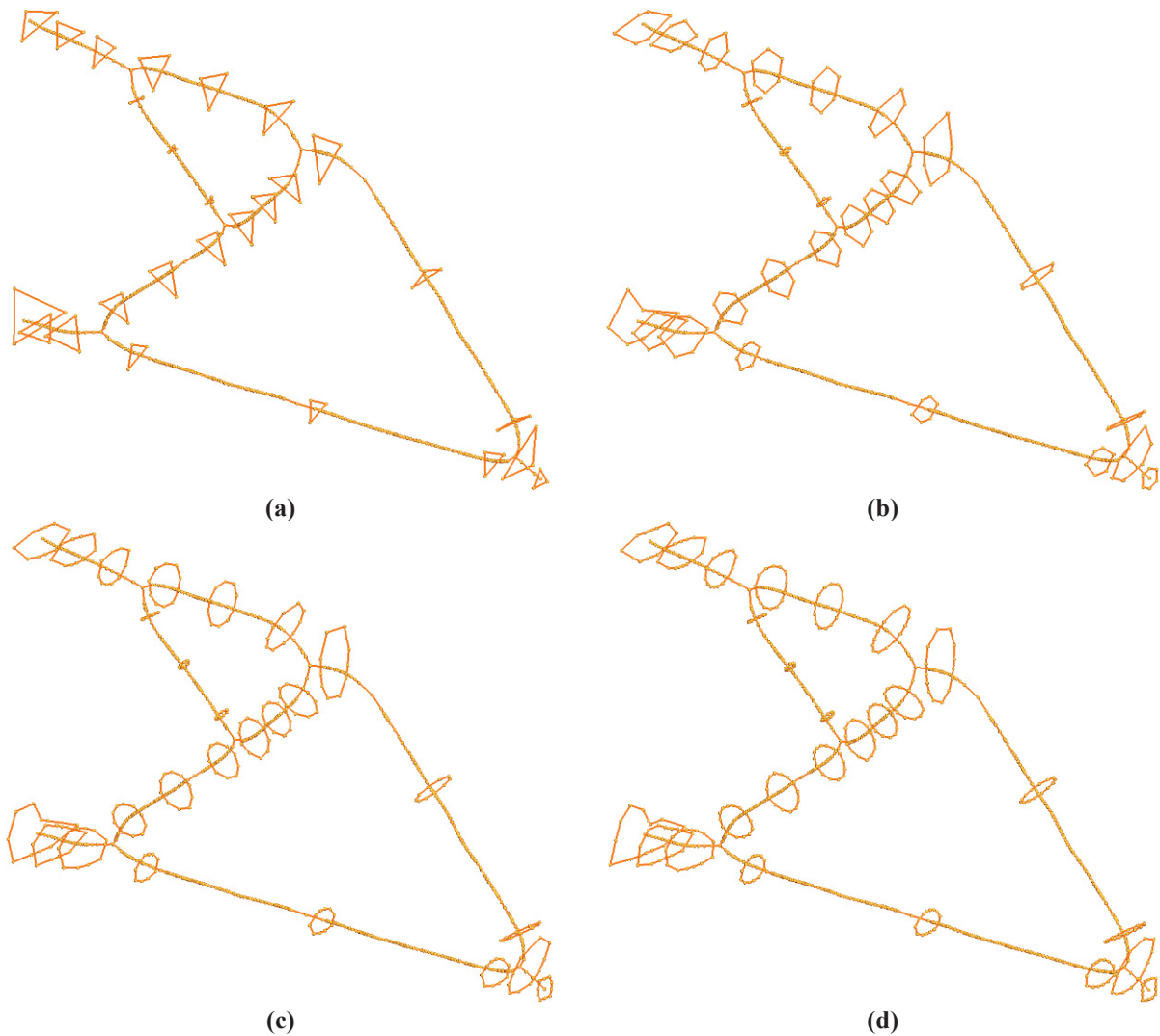


Figure 3.16 – Définition de chaque section par (a) 3, (b) 6, (c) 10 et (d) 14 points d'interpolation

La projection du nœud de positionnement sur la triangulation lissée selon une direction donnée revient à déterminer le point d'intersection entre la droite supportant cette direction et l'un des triangles constituant cette triangulation. Parcourir tous les triangles du maillage surfacique de la forme optimisée pour vérifier leurs intersections avec la droite considérée peut vite devenir très lent, surtout avec des maillages plus grands. Afin de réduire le temps de calcul et d'augmenter l'efficacité de cette opération, un espace de voisinage est utilisé pour sélectionner les triangles situés aux alentours du nœud de positionnement considéré. Cet espace de voisinage est constitué de N_n^3 cellules où N_n est le nombre total de nœuds du maillage surfacique. Chaque triangle du maillage est repéré par les cellules qui l'intersectent ce qui facilite sa localisation. Ainsi, cette grille de recherche permet de sélectionner les triangles situés dans une région définie par la position du nœud de positionnement et une distance de recherche. La distance de recherche utilisée pour tous

les exemples présentés dans cette thèse est 1.5 fois plus grande que le rayon maximal de la branche considérée. La Figure 3.17 montre 257 triangles sélectionnés parmi les 10598 triangles constituant la frontière de la forme optimisée (Figure 3.6) afin de calculer la section transversale mise en lumière par le zoom de la Figure 3.15. Dans ce cas, 97.6 % des triangles sont éliminés des tests d'intersection ce qui génère un gain important en temps CPU.

Pour la suite du processus, le nombre de points d'interpolation par section transversale utilisé pour les branches est de 12 points. Et le nombre de sections transversales calculées par branche est 4 sections.

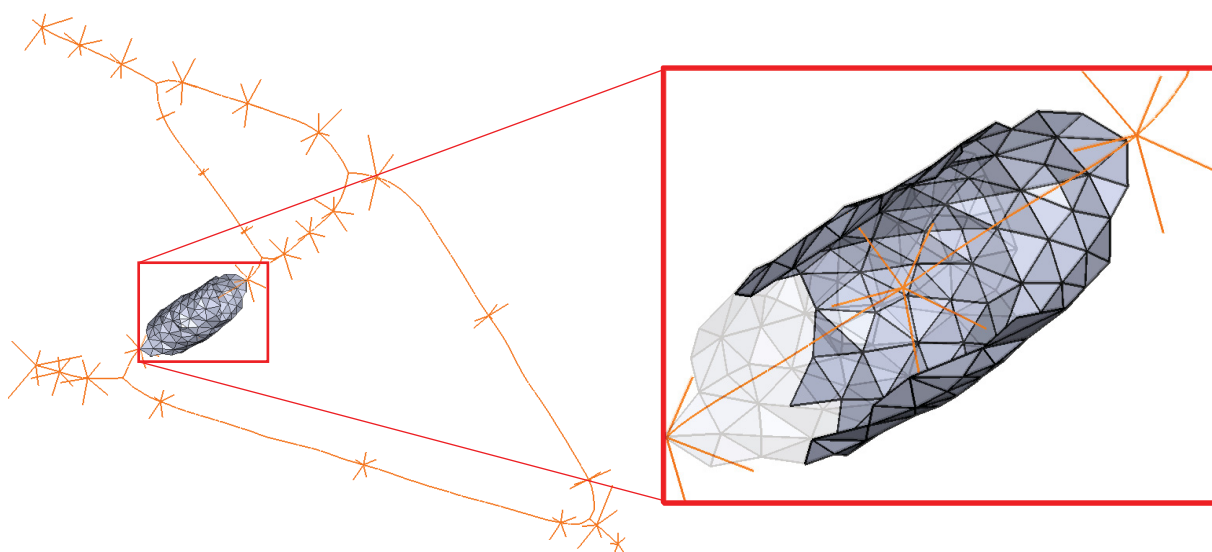


Figure 3.17 – Utilisation de l'espace de voisinage pour le calcul d'une section transversale

3.5.3. Calcul des sections pour les jonctions

Les sections calculées pour les jonctions sont divisées en plusieurs « segments de section ». Deux types de segments de section sont considérés : les segments de section calculés pour les interfaces jonction/branche et les segments de section intermédiaires.

3.5.3.1. Calcul des segments de section aux interfaces jonction/branches

Afin de créer des surfaces de raccord entre les branches, chaque interface jonction/branche est divisée en segments de section en fonction du nombre de branches attachées à la jonction considérée. Ceci est effectué en projetant le nœud central de chaque interface adjacente sur le plan de l'interface considérée (i), ce qui permet de créer des vecteurs ($\vec{U}_i^k$) indiquant les positions des (k) segments de section correspondants. Ensuite, tout angle compris entre deux de ces vecteurs est divisé en deux, ce qui définit les plages de projection des segments de section comme l'illustre le

zoom de la Figure 3.18. Les points d'interpolation de ces derniers sont calculés de la même manière que pour les sections transversales aux branches. La seule différence ici c'est la plage de projection, qui est égale à 360° divisé par le nombre de segments de section (k) dans l'interface considérée. Cela donne 180° pour le présent cas. Ainsi, les directions de projection sont calculées avec l'équation (3.3) en remplaçant l'angle θ avec l'angle α tel que :

$$\alpha = \frac{2\pi}{(N'_p - 1)(N_b - 1)} \quad (3.4)$$

Où N'_p est le nombre de points d'interpolation calculés pour chaque segment de section et N_b est le nombre total de branches attachées à la jonction considérée. Tous les points d'interpolation calculés pour une interface donnée sont contenus dans le même plan, qui est orthogonal au vecteur directeur du nœud limite correspondant. La Figure 3.18 illustre les segments de sections aux interfaces calculés avec 6 points d'interpolation.

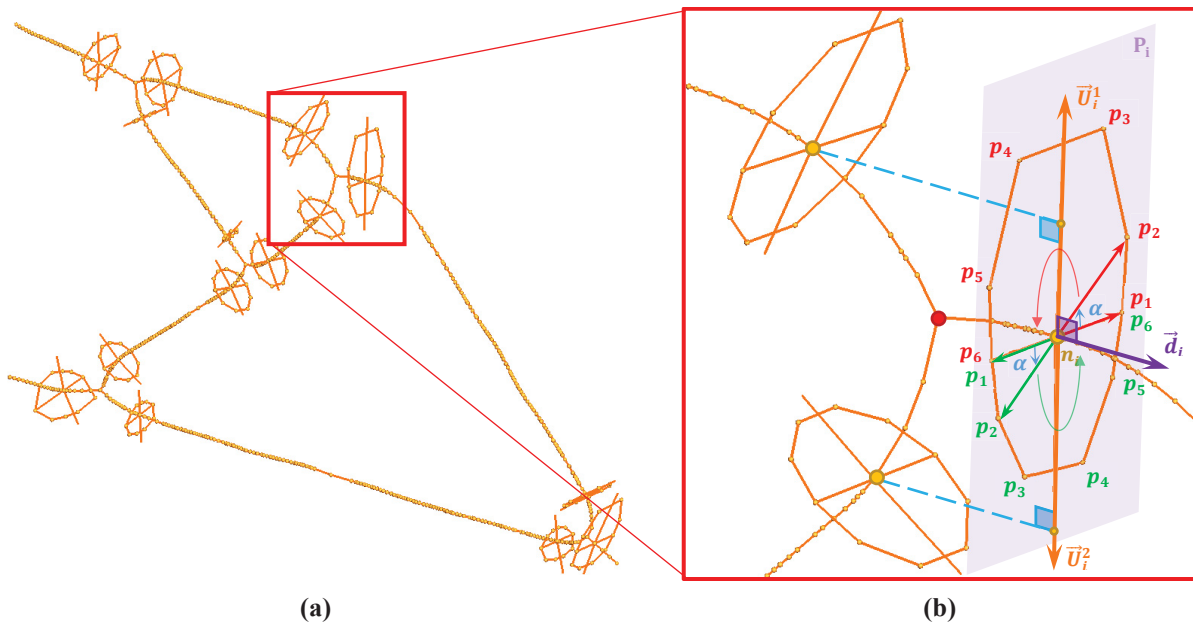


Figure 3.18 – Calcul des segments de sections pour les interfaces jonction/branche

3.5.3.2. Calcul des sections intermédiaires

Dans le but d'obtenir des surfaces de raccord qui épousent au mieux la jonction, un segment de section intermédiaire est calculé entre chaque deux segments d'interface utilisés pour générer une surface de raccord comme illustré par la Figure 3.19 (a). Le plan P_m d'un segment de section intermédiaire m passe par le nœud de jonction J et son normal $\vec{N}_m$ est défini par la relation suivante :

$$\vec{N}_m = (\vec{U}_i^1 \times \vec{U}_{ii}^1) \times \vec{M}_m^1 \quad (3.5)$$

Où $\vec{M}_m^1$ est un vecteur indiquant la position du segment de section intermédiaire (voir la Figure 3.19.b). Ce vecteur est défini par le nœud de jonction J et le point C milieu du segment $[AB]$. La première direction de projection $\vec{V}_m^1$ est définie par la relation suivante :

$$\vec{V}_m^1 = \vec{M}_m^1 \cos(\beta/2) - (\vec{N}_m \times \vec{M}_m^1) \sin(\beta/2) \quad (3.6)$$

Où N_b est le nombre total de branches attachées à la jonction J et β représente l'intervalle angulaire de projection choisi par l'utilisateur pour le calcul des segments de section intermédiaires. Ces derniers sont définis avec le même nombre de points d'interpolation N_p' que les segments d'interfaces jonction/branche. Les directions de projection utilisées pour obtenir ces points sont définies récursivement par la formule suivante :

$$\vec{V}_m^j = \vec{V}_m^{j-1} \cos \varphi + (\vec{N}_m \times \vec{V}_m^{j-1}) \sin \varphi \quad (3.7)$$

Avec : $\varphi = \beta / (N_p - 1)$ et $j \in \{2, \dots, N_p'\}$

Où φ représente le pas angulaire entre deux directions de projection successives.

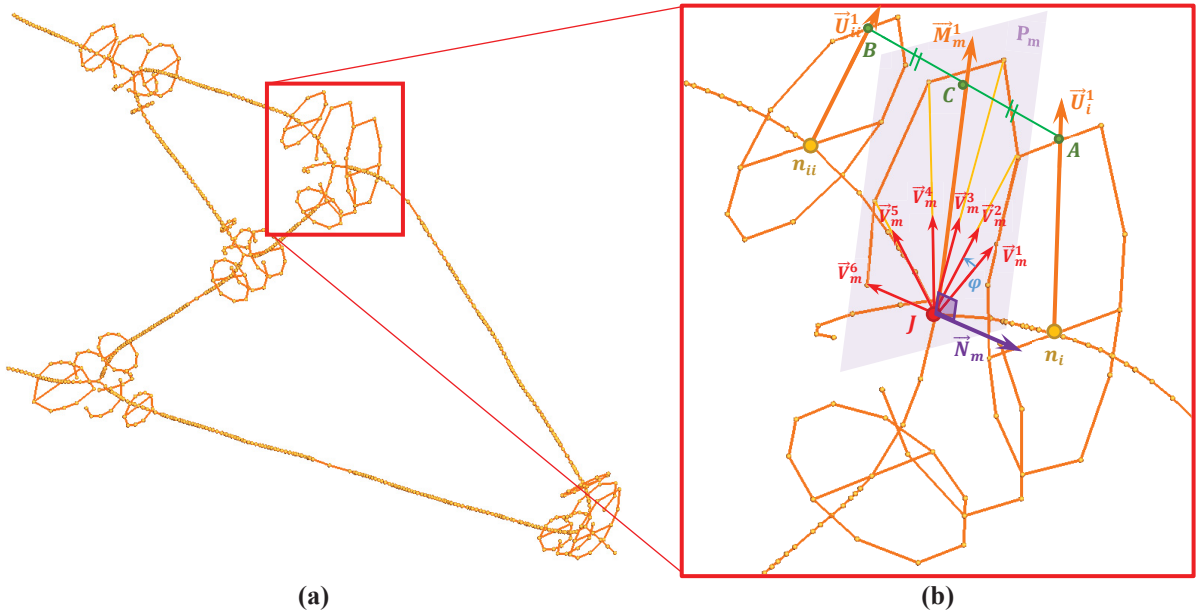


Figure 3.19. Calcul des segments de section intermédiaire pour les jonctions

La Figure 3.20 montre l'effet du choix de l'intervalle angulaire de projection sur le calcul des segments de section intermédiaires montré sur la même jonction illustrée par le zoom de la Figure

3.19. Cet intervalle angulaire est généralement choisi entre 80° et 120° selon le cas d'application et ce dans le but de générer des modèles de meilleure qualité (voir la Figure 3.24 plus loin).

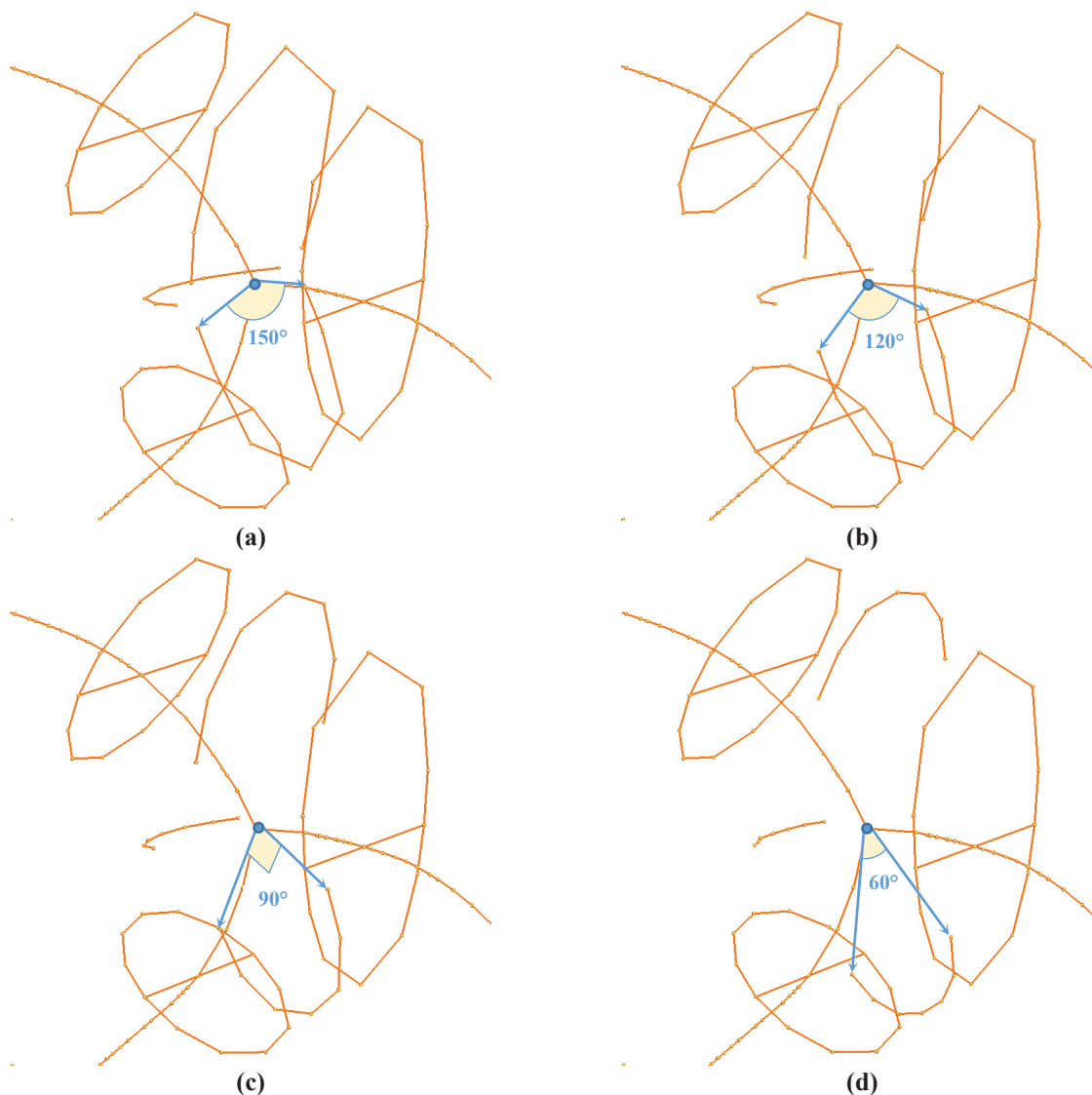


Figure 3.20 – Différents intervalles angulaires de projection pour les sections intermédiaires : (a) 150° , (b) 120° , (c) 90° et (d) 60°

L'utilisateur peut aussi choisir le nombre de points d'interpolation pour les segments de section calculés aux jonctions comme le montre la Figure 3.21. Là encore, un minimum de 3 points de projection est exigé pour chaque segment de section.

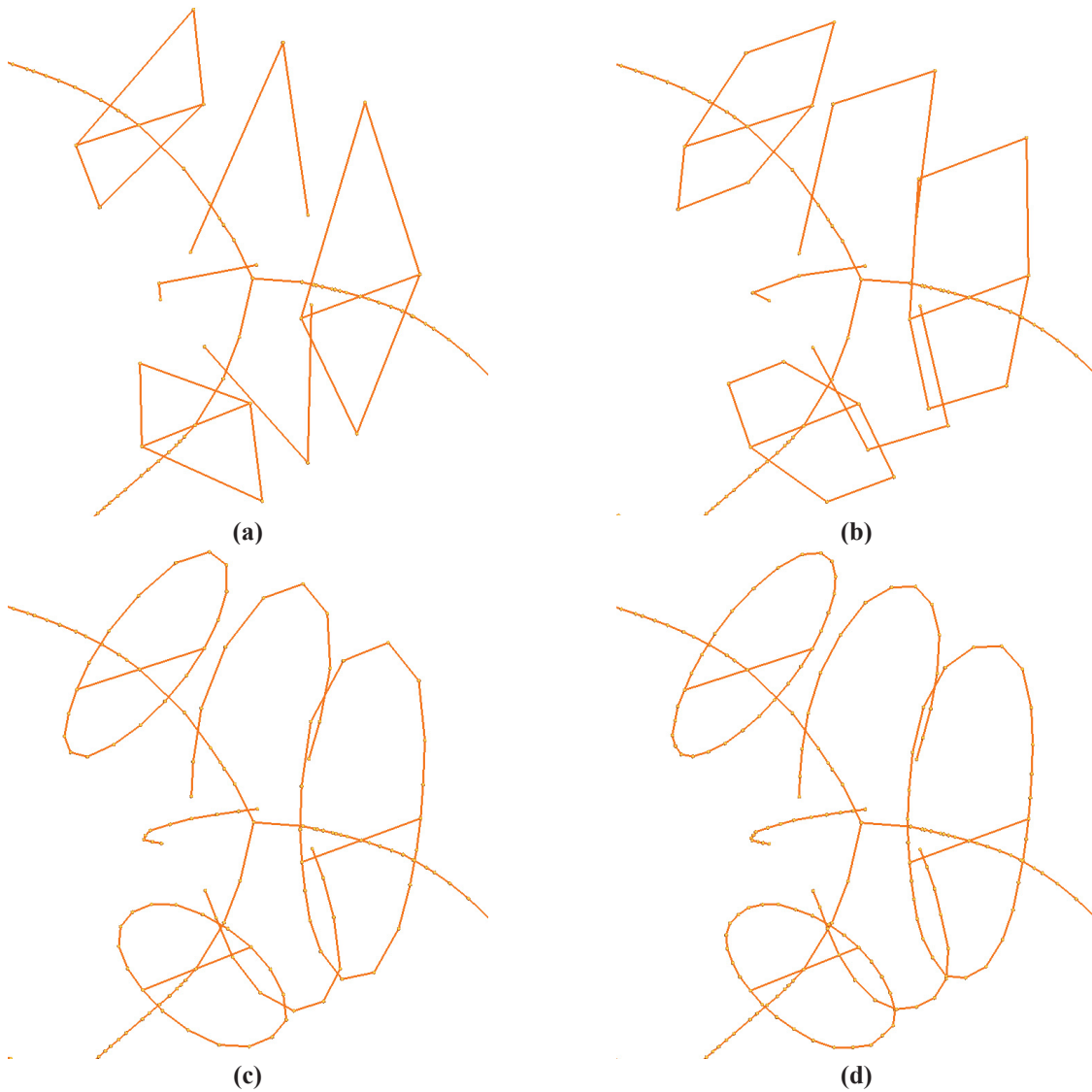


Figure 3.21 – Segments de sections aux jonctions avec (a) 3, (b) 4, (c) 10 et (d) 15 points d'interpolation

Pour la suite des étapes du processus de reconstruction appliqué à cet exemple, 4 sections transversales sont calculées pour chaque branche avec 12 points d'interpolation. Pour les jonctions, chaque segment de section est défini par 6 points d'interpolation. L'intervalle angulaire de projection utilisé pour le calcul des segments de section intermédiaires est fixé à 120° .

3.5.4. Génération des surfaces pour les jonctions

Les segments de section calculés pour les jonctions sont interpolés par des courbes B-spline cubiques ouvertes comme l'illustre la Figure 3.22 (a). Dans ce cas, le nombre de points de contrôle utilisé pour ces courbes est de 8 et le nombre de nœuds est de 12. Il convient de noter ici qu'une condition de tangence est appliquée sur les courbes B-spline interpolant les segments de section

des interfaces jonction/branche (voir le zoom de la Figure 3.22.a). Chaque triplet de ces courbes est sélectionné dans une opération de balayage multisections pour générer une surface de raccord B-spline tel que montré sur la Figure 3.22 (b).

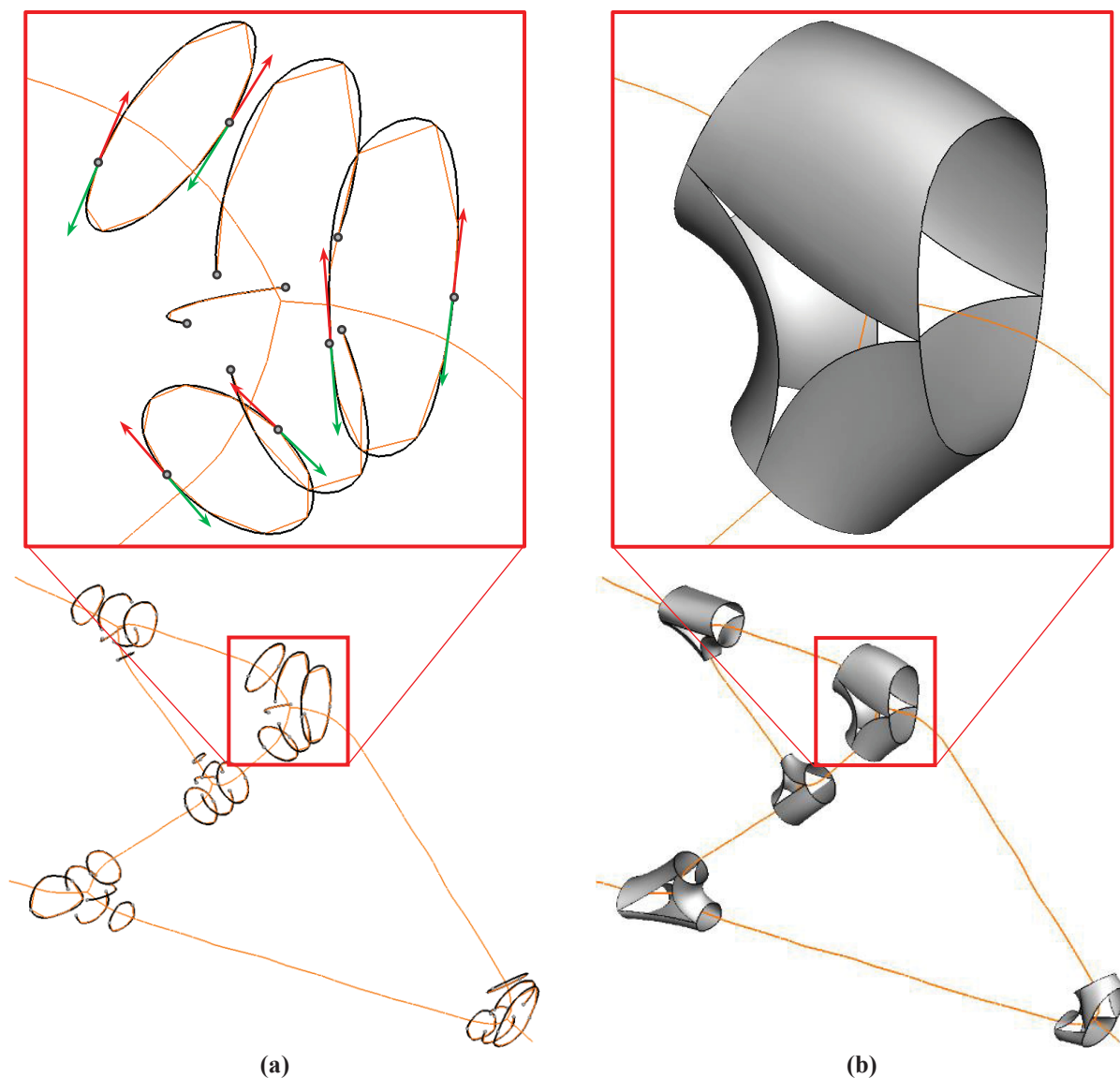


Figure 3.22 – Courbes d'interpolation et génération des surfaces de raccord

La Figure 3.23 montre le résultat de la génération de surfaces de raccord après avoir interpolé les segments de section de la jonction illustrée à la Figure 3.21. Il est évident qu'un nombre faible de points d'interpolation donnent des surfaces qui s'éloignent de la forme optimisée (Figure 3.23.a et b). Les surfaces générées avec un nombre relativement élevé de points d'interpolation présentent souvent des rides comme celle indiquée par la flèche jaune dans la Figure 3.23.d.

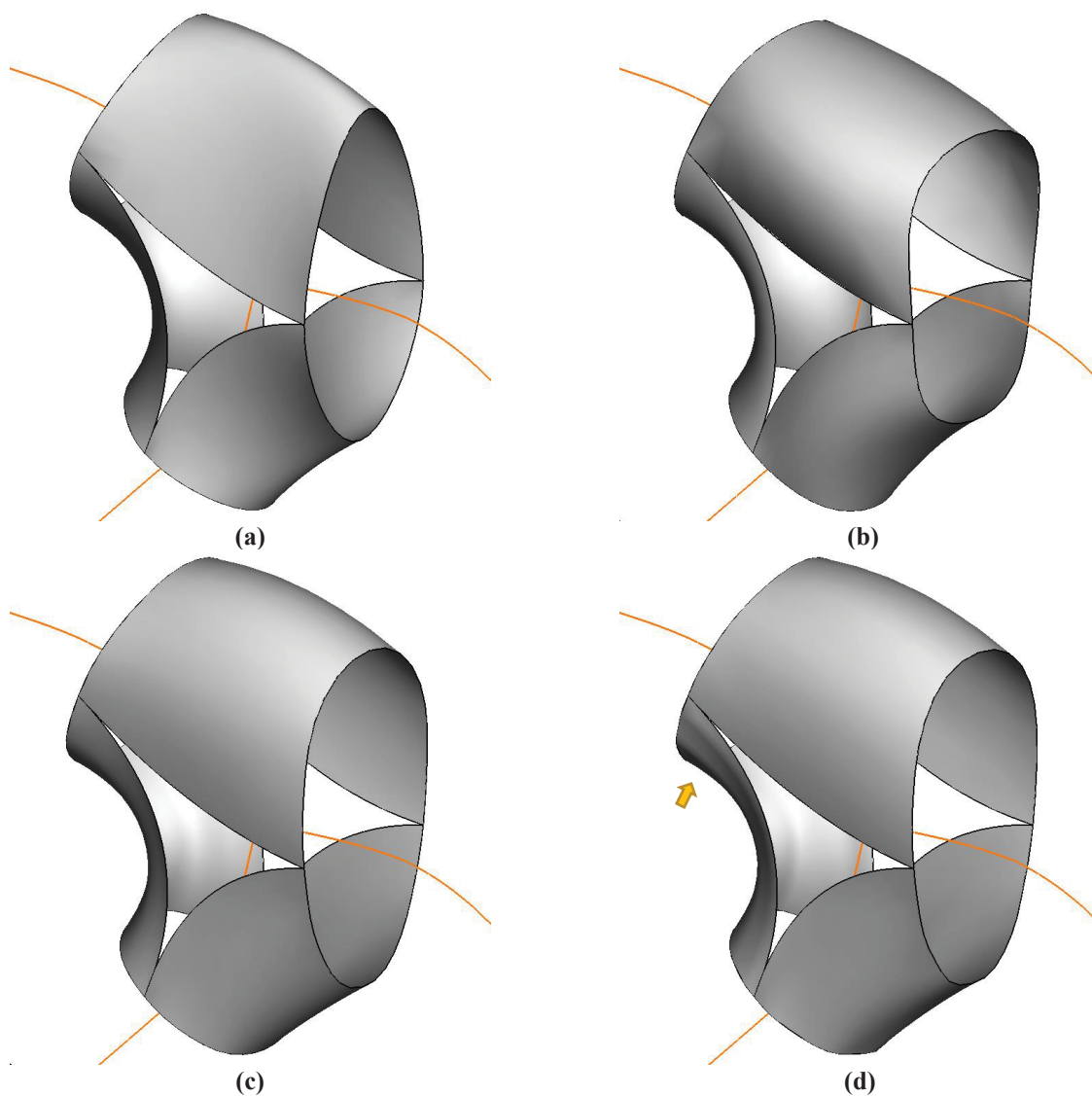


Figure 3.23 – Génération des surfaces de raccord pour les différents segments de sections montrés dans la Figure 3.21

La Figure 3.24 montre le résultat de la génération de surfaces de raccord après avoir interpolé les segments de section de la jonction illustrée à la Figure 3.20. D'après les résultats de cette figure, un bon choix de l'intervalle angulaire de projection utilisé pour déterminer les points d'interpolation des segments de section intermédiaires s'impose afin d'éviter le chevauchement des surfaces générées (Figure 3.24.a) ou de laisser de grandes ouvertures dans la frontière de la jonction (Figure 3.24.d).

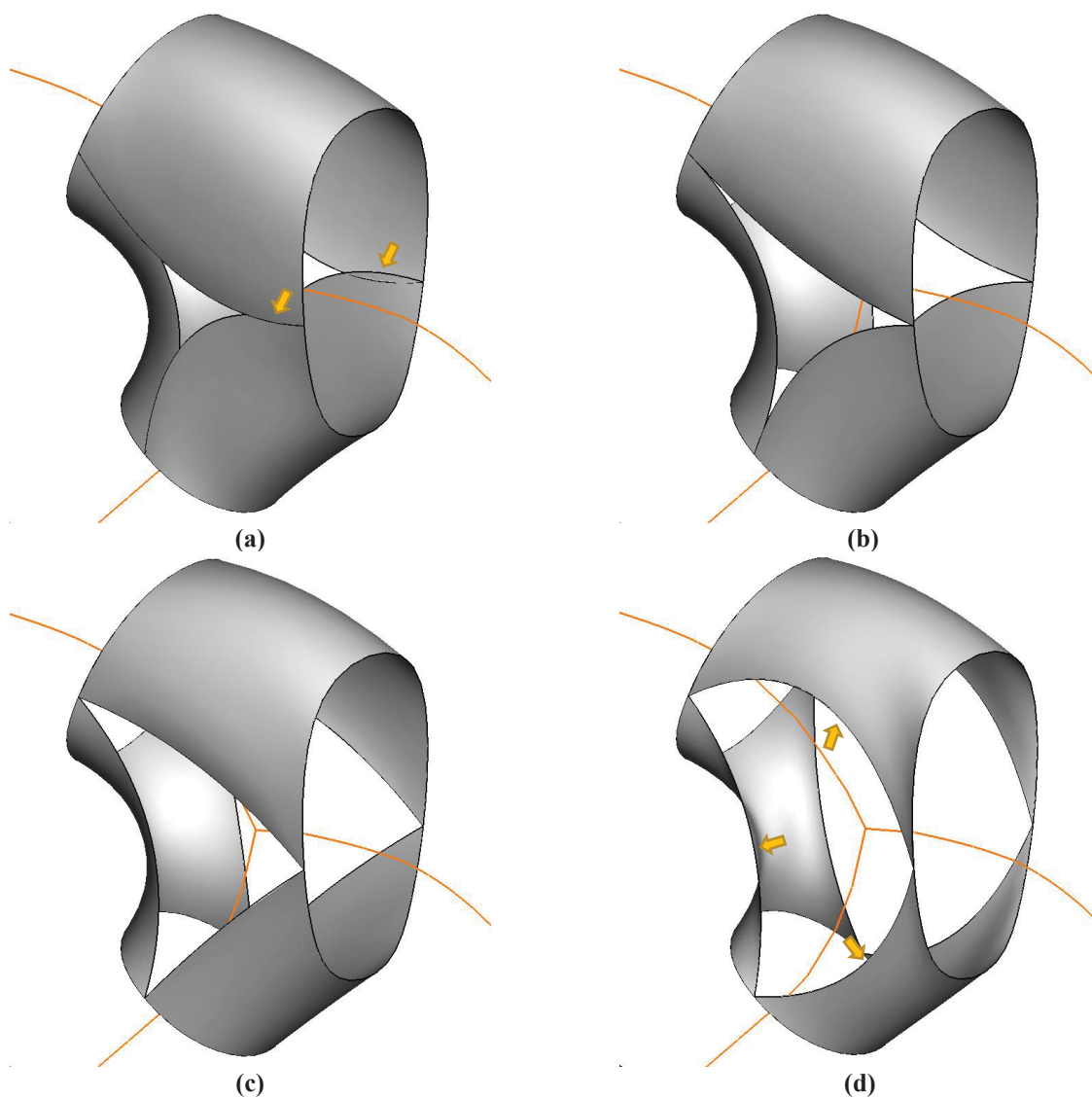


Figure 3.24 – Génération des surfaces de raccord pour les différents segments de sections montrés dans la Figure 3.20

Après avoir généré toutes les surfaces de raccord (Figure 3.22.b), les ouvertures qui restent entre ces surfaces sont comblées par des surfaces B-spline de remplissage comme le montre la Figure 3.25 (a). La couture de ces surfaces de remplissage avec les surfaces de raccord pour chaque jonction fournit une représentation surfacique complète de chaque jonction comme illustrée sur la Figure 3.25 (b).

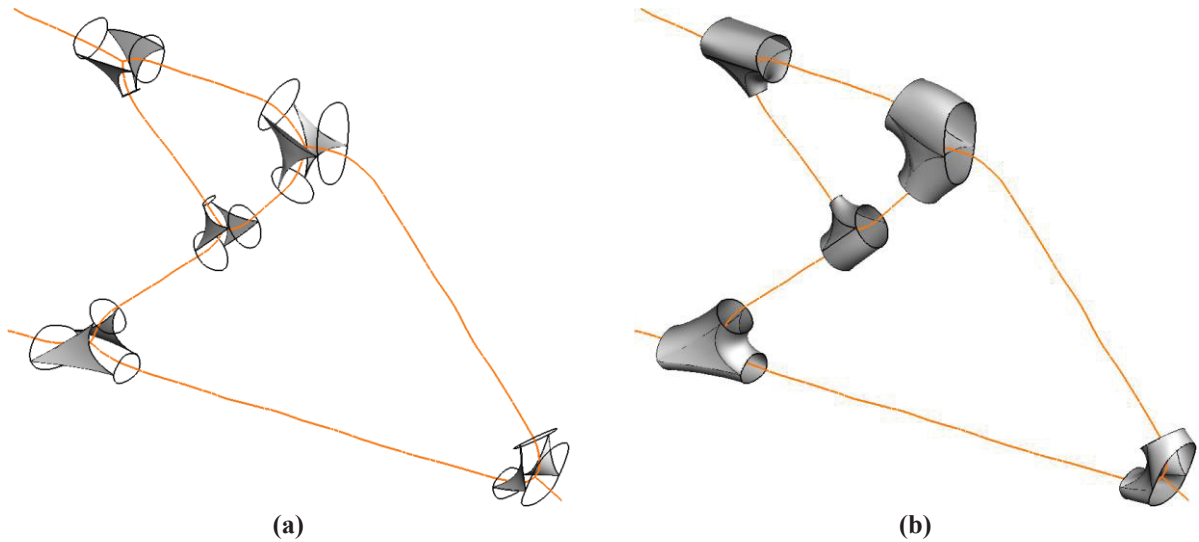


Figure 3.25 – Reconstruction de jonction (a) génération de surfaces de remplissage et (b) surfaces de jonctions reconstruites

3.5.5. Génération des surfaces pour les branches

Les sections transversales des branches, calculées en tant que séquences de points obtenus par projection tel qu'expliqué dans la sous-section 3.5.2, sont interpolées par des courbes B-spline cubiques fermées représentant les contours de ces sections comme l'illustre la Figure 3.26 (b). Dans ce cas, le nombre de points de contrôle utilisé est de 13 et le nombre de nœuds est de 19. Les contours ainsi créés pour chaque branche sont sélectionnés en plus de ceux situés aux interfaces communes avec les jonctions correspondantes afin de générer une surface B-spline bicubique par branche comme montré sur la Figure 3.26 (c). La sélection des contours appartenant aux jonctions limites à une branche donnée dans l'opération de balayage vient pour assurer une continuité de position (G_0) entre la surface de la branche considérée et celles des jonctions correspondantes. Il est important de noter que tous les points de contrôle et les nœuds définissant les courbes et surfaces B-spline générés sont déterminés automatiquement. Enfin, une surface réglée de remplissage est utilisée pour fermer le bout de chaque branche connectée avec le sous-domaine de non-design (voir l'indication par la flèche jaune dans la Figure 3.26.c de gauche).

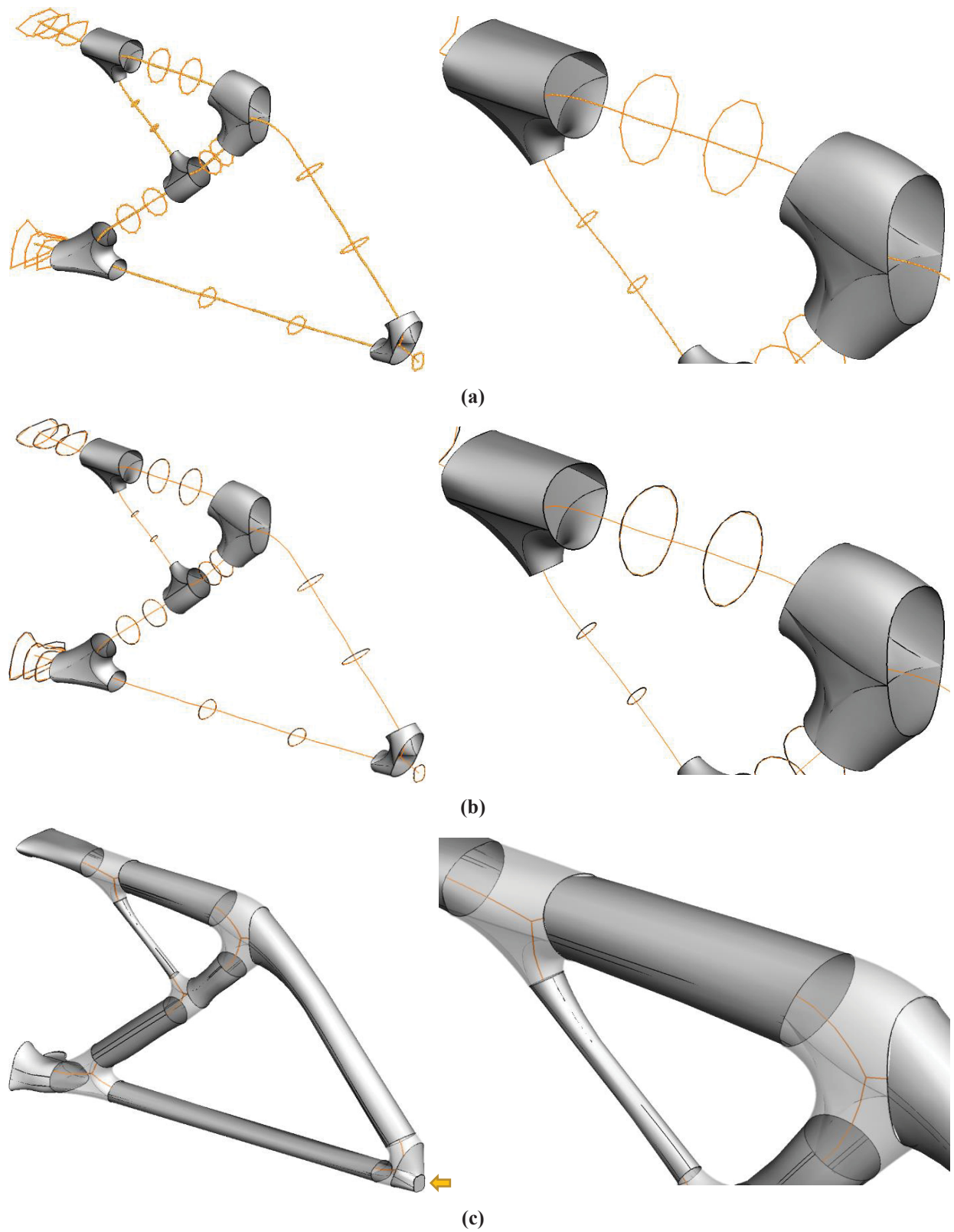


Figure 3.26 – Surfaces de branches : (a) points d'interpolation de sections transversales, (b) courbes d'interpolation B-spline cubiques et (c) surfaces multisections de branches

Il convient de noter ici qu'au début de ce projet, il était prévu d'utiliser des courbes guides, qui peuvent être obtenues par le même principe de projection décrit dans la sous-section 3.5.2.5, avec seulement deux sections transversales afin de générer une surface par balayage guidé pour chaque branche. Cela aurait pu donner des surfaces de meilleure qualité qui épousent au mieux la forme optimisée. Cependant, nous avons rencontré des difficultés à exploiter ces guides en raison des limitations de l'outil de modélisation géométrique que nous utilisons. Par conséquent, ces guides ont été remplacées par des sections transversales supplémentaires comme décrit ci-dessus.

3.5.6. Couture des surfaces et création du solide

La dernière étape de l'algorithme de reconstruction consiste à coudre toutes les surfaces générées pour les jonctions et les branches afin de construire une enveloppe surfacique fermée et étanche représentant la frontière de la forme optimisée de design. Il est important de noter que seule la continuité G_0 est assurée entre ces différentes surfaces. La Figure 3.27 (a) illustre le résultat de la conversion de l'enveloppe construite en un modèle solide. Ce dernier est finalement combiné avec le sous-domaine de non-design à l'aide de l'opérateur booléen « union ». La Figure 3.27 (b) montre le résultat de cette opération donnant ainsi le modèle CAO final de la structure optimisée. La fraction volumique obtenue après la reconstruction est $f_{rec} = 3.12 \%$ (comparée à la fraction volumique cible $f = 3 \%$). La différence relative entre les volumes de l'espace de design du modèle optimisé (Figure 3.6) et celui reconstruit (Figure 3.27.b) est seulement de 1 %.

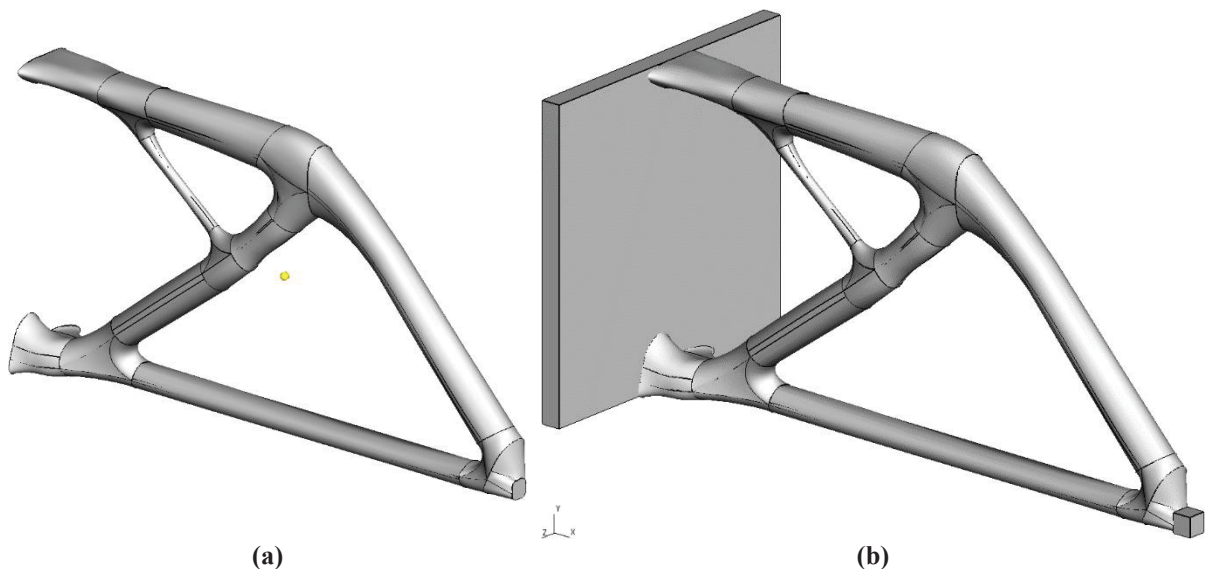


Figure 3.27 – Modèle CAO reconstruit (a) sans et (b) avec sous-domaine du non-design

3.6. Validation du modèle reconstruit

Pour des fins de validation, des analyses par la méthode des éléments finis (MEF) en statique sont menées sur le modèle CAO reconstruit et comparées avec celles effectuées sur le modèle solide de la forme optimisée après lissage (Figure 3.6). Les conditions aux limites (CL) appliquées sur ces deux modèles (Figure 3.28.a) sont les mêmes que celles considérées pour le processus d'OT avec la méthode SIMP (voir la Figure 3.4.a). Il en va de même pour les données du matériau utilisé. L'utilisation d'une technique de raffinement adaptatif de maillage de type h dans les analyses MEF, menées par SolidWorks [49], permet de réduire l'erreur estimée sur l'énergie de déformation totale à moins de 3 %. Notons que la taille globale de maille utilisée pour les deux modèles est égale celle de l'étude d'optimisation ($d_g = 1.6 \text{ mm}$). La Figure 3.28 (b) montre le résultat de raffinement adaptatif du maillage pour les deux modèles. Le nombre total d'éléments du modèle reconstruit est 92734 éléments comparés à 108425 éléments pour le modèle optimisé.

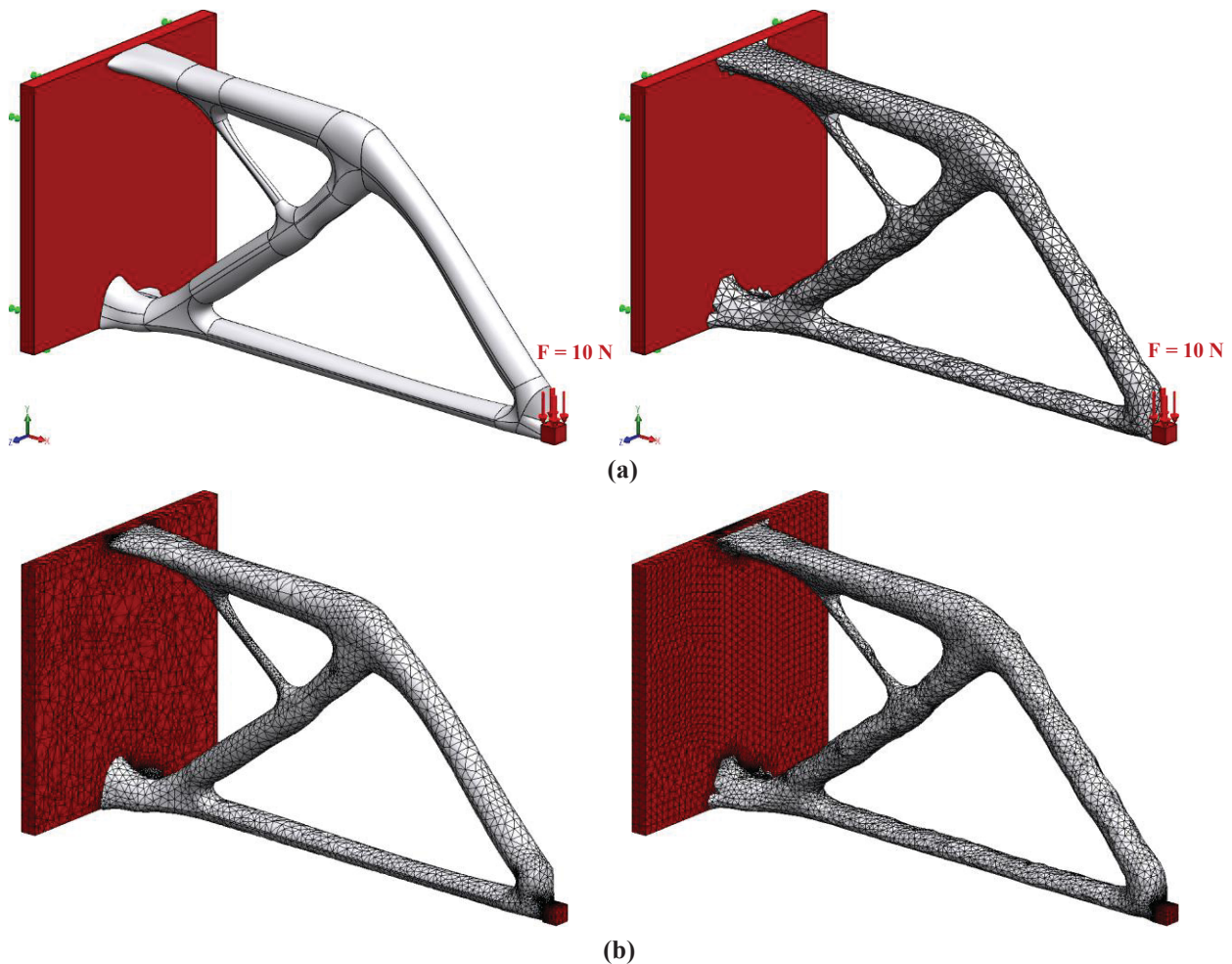
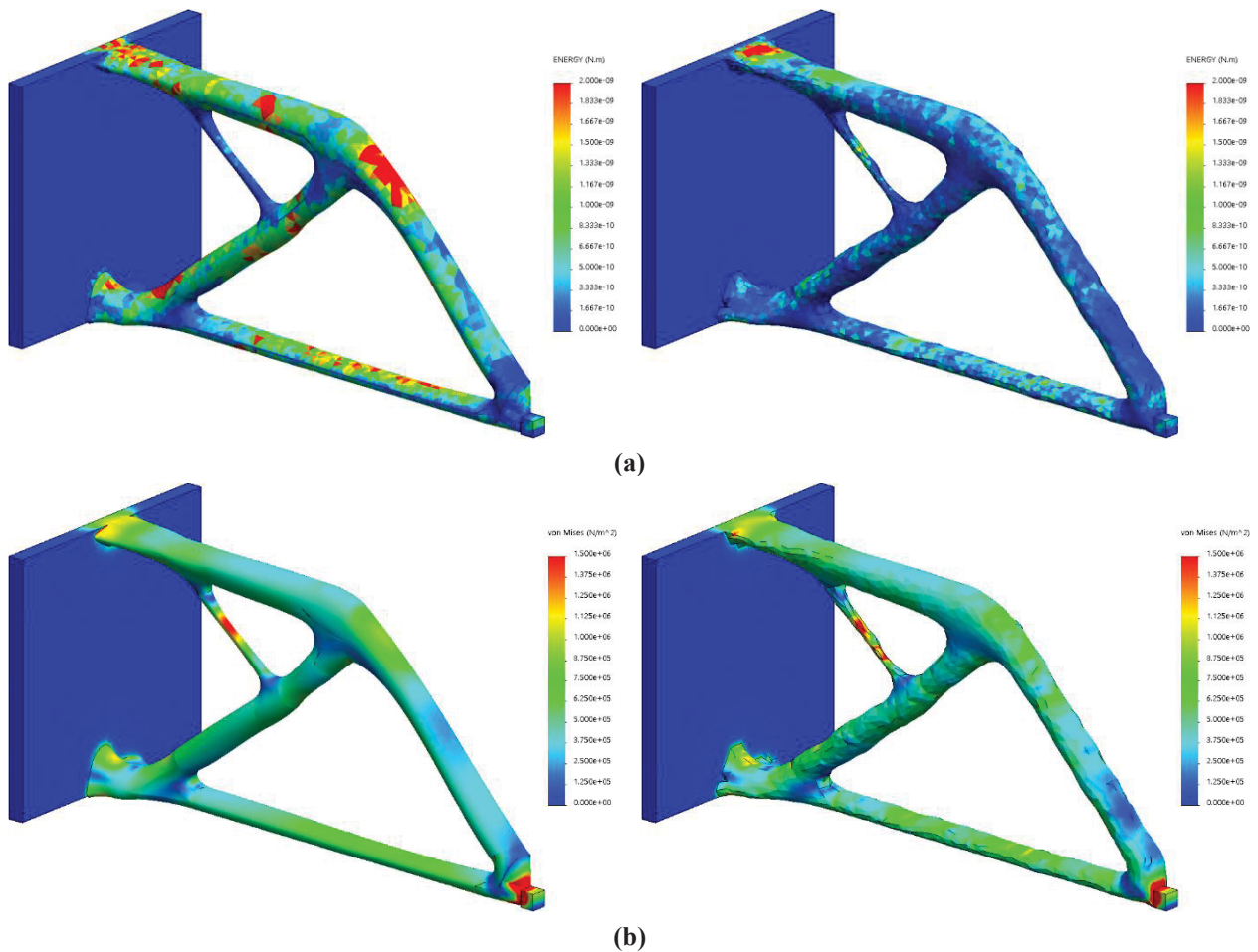


Figure 3.28 – (a) Condition aux limites et (b) maillages adaptés

La Figure 3.29 donne, pour le modèle reconstruit (à gauche) et celui optimisé (à droite), les répartitions de (a) l'énergie de déformation élémentaire, (b) la contrainte de von-Mises et (c) la résultante du déplacement en utilisant la même échelle de couleur et le même facteur de déformation pour faciliter la comparaison. Les énergies de déformations totales obtenues pour ces deux modèles sont respectivement 17.09 et 16.49 μJ . Comme mentionné dans la sous-section 3.4.1, la compliance globale est égale à deux fois l'énergie de déformation totale. Ceci mène à des compliances globales de 34.19 et 32.99 μJ pour le modèle reconstruit et celui optimisé respectivement, ce qui représente une différence relative de moins de 4 %. Les valeurs de la résultante du déplacement maximal obtenues pour ces deux modèles sont respectivement 3.73 et 3.56 μm . Cela représente un écart de moins de 4 %.



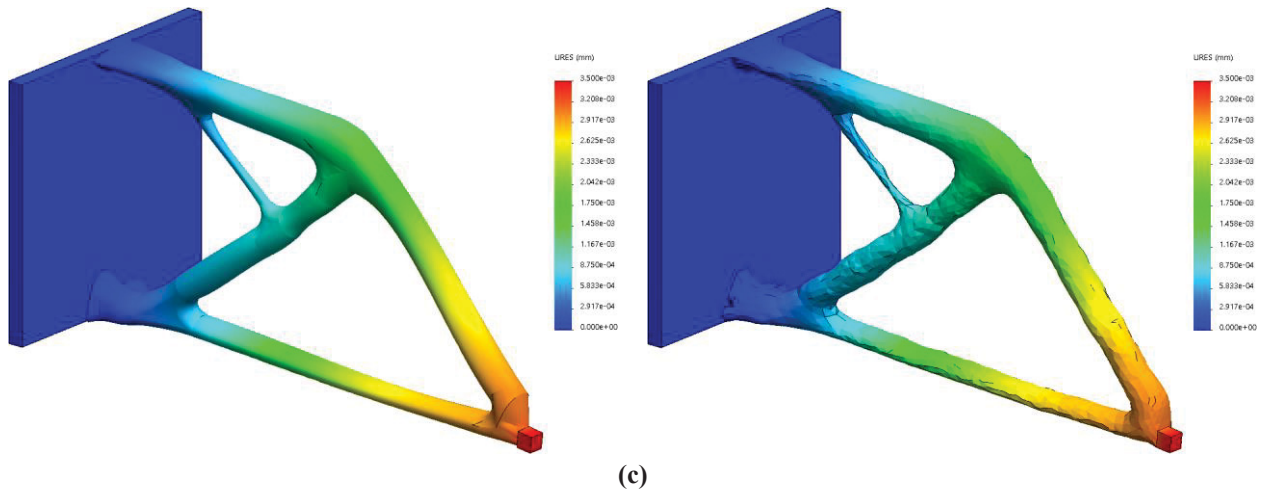
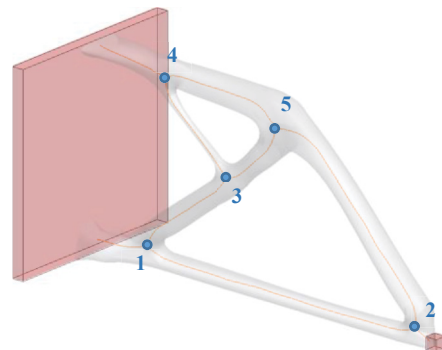


Figure 3.29 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) de la poutre : les répartitions de (a) l'énergie de déformation élémentaire, (b) la contrainte de von-Mises et (c) la résultante du déplacement tracée sur la déformée amplifiée 1000 fois

Bien que les répartitions des contraintes de von-Mises pour les deux modèles sont similaires (Figure 3.29.b), la contrainte maximale obtenue pour le modèle reconstruit est presque le double de celle obtenue pour le modèle optimisé. Cela peut être expliqué par le fait que le modèle reconstruit présente des points de singularités dans l'interface de design/non-design au voisinage de la zone de chargement. Dans le but de chercher des valeurs représentatives pour la comparaison des contraintes, des sondes de mesure sont positionnées dans les emplacements des nœuds squelettiques de jonction de chaque modèle. Ces sondes permettent de mesurer la contrainte de von-Mises aux mêmes endroits pour les deux modèles. Le Tableau 1 regroupe les valeurs fournies par ces sondes pour chaque modèle. La moyenne des écarts relatifs entre les contraintes de von-Mises fournies par ces sondes pour les deux modèles, noté ε_m , est de 15 %. Globalement, ces résultats révèlent une grande concordance entre le modèle CAO reconstruit et le modèle optimisé de cet exemple de poutre.

Tableau 1. Contraintes de von-Mises aux jonctions pour le modèle optimisé et celui reconstruit

Numéro de jonction	M. Optimisé σ_{opt} (MPa)	M. Reconstruit σ_{rec} (MPa)	$\sigma_{opt}/\sigma_{rec}$
1	0.2651	0.2793	95%
2	0.1307	0.1778	74%
3	0.3726	0.4231	88%
4	0.3759	0.4029	93%
5	0.2468	0.2727	91%
Écart relatif moyen ε_m^*			15%



$$* \varepsilon_m = \frac{1}{n} \sum_n \frac{|\sigma_{opt} - \sigma_{rec}|}{\sigma_{opt}} \quad \text{où } n \text{ est le nombre de nœuds de jonction}$$

3.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle approche entièrement automatisée visant à convertir les résultats d'OT qui s'orientent vers des structures de poutres en modèles CAO solides. Un exemple illustratif est utilisé pour montrer les détails de chacune des étapes constituant le processus de conversion. Cela commence par une squelettisation linéique de la forme optimisée. La courbe-squelette obtenue est tout d'abord post-traitée puis utilisée dans le calcul des sections transversales pour les branches et les jonctions de la forme optimisée. Ces sections transversales sont ensuite interpolées avec des courbes B-spline cubiques, qui sont à leurs tours utilisées dans des opérations de balayage afin de générer des surfaces B-spline multisections pour les branches et les jonctions. Après avoir comblé toutes les ouvertures présentes dans la frontière de la forme optimisée avec des surfaces de remplissage, une enveloppe fermée est formée en cousant toutes les surfaces créées. Cette enveloppe est transformée en un modèle solide puis assemblée avec le modèle du non-design donnant ainsi le modèle CAO final. Ce dernier est validé avec des analyses par la méthode des éléments finis (MEF). Dans le chapitre suivant, plusieurs exemples d'application seront présentés dans le but de tester et de valider le processus développé.

Chapitre 4.

Résultats et discussion

4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous essayons d'évaluer l'approche de conversion en modèles CAO des résultats d'OT qui tendent vers des structures de poutres détaillée dans le chapitre précédent. Tout d'abord nous exposons brièvement les outils de développement utilisés dans ce projet de recherche. Ensuite, nous illustrons les résultats obtenus en appliquant le processus de reconstruction développé sur plusieurs exemples concrets. Enfin, nous analysons les performances de notre processus à travers une discussion critique des résultats obtenus.

4.2. Outils du développement

Tel que mentionné dans la section 3.2, ce projet est réalisé dans un environnement de développement appelé MTU [4]. L'origine de cet environnement est une plateforme informatique portant le nom MAGiC (Maillage Automatique de Géométrie intégré à la CAO) initialement conçue comme outil de maillage automatique tridimensionnel en utilisant une technique frontale. Le MTU intègre plusieurs outils dont les plus utilisés sont Code_Aster et OpenCASCADE.

Code_Aster [115] est un code libre de calcul thermo-mécanique développé par Électricité De France (EDF). Son architecture permet de l'adapter facilement à un besoin spécifique. La souplesse de ce logiciel, son ouverture et sa documentation riche en font un bon choix comme outil de simulation en mécanique et en calcul de structure pour les projets de recherches académiques et industrielles. Les échanges entre Code_Aster et notre environnement de développement MTU s'effectuent par « fichiers ». Le MTU génère automatiquement les fichiers d'entrée nécessaires à la réalisation des simulations par Code_Aster puis importe les résultats fournis par ce dernier.

OpenCASCADE [116] est un logiciel libre de modélisation géométrique 3D, d'échange de données CAO et de visualisation. La plupart des fonctionnalités d'OpenCASCADE sont disponibles sous forme de bibliothèques de classes C++ avec une structure orientée objet. Conçu pour être modulaire et extensible, ce logiciel facilite et accélère le développement des applications CAO, FAO et IAO spécifiques à un domaine donné, ce qui en fait un choix intéressant pour développer des applications de recherche. De plus, une documentation assez complète, y compris les guides de l'utilisateur et du développeur, ainsi que d'autres ressources, est disponible en ligne. La partie de reconstruction géométrique du processus présenté dans le chapitre précédent est développée à l'aide des bibliothèques d'OpenCASCADE. Leurs classes C++ sont utilisées directement au sein des algorithmes développés.

Comme précisé précédemment, l'OT est intégrée dans le MTU grâce à une implémentation 3D de la méthode SIMP développée par notre équipe [5] en s'inspirant du travail de Bendsøe et Sigmund [106]. Pour chaque itération SIMP, une analyse par la MEF est effectuée en utilisant Code_Aster. Plus de détails sur cette implémentation peuvent être trouvés dans [2]. Le processus de reconstruction proposé est développé principalement en utilisant le langage de programmation C++ [117]. La visualisation des maillages et des géométries est effectuée principalement par GMSH [118]. Ce dernier est un logiciel libre de génération de maillage d'éléments finis 3D avec des capacités de visualisation avancées.

4.3. Exemples d'application

Le processus de reconstruction exposé dans le chapitre précédent est validé à travers plusieurs exemples d'application. Cette section présente les résultats obtenus pour cinq exemples de résultats d'OT de formes structurelles : une passerelle, un support en forme de L, une poutre en forme de L, une poutre avec quatre fixations et un pont. Le module de Young et le coefficient de poisson du matériau utilisé pour ces exemples sont respectivement $E = 69 \text{ GPa}$ et $\nu = 0.33$. Les résultats d'OT de formes structurelles de ces exemples sont obtenus en utilisant des fractions volumiques faibles (entre 3 % et 4.75 %). Comme c'est le cas de l'exemple illustratif de la poutre présenté dans le chapitre précédent, des analyses par éléments finis (AEF) sont effectuées sur le modèle solide du résultat lissé d'OT et aussi sur le modèle reconstruit correspondant pour des fins de validation. Ces analyses sont réalisées par SolidWorks [49] en utilisant la méthode adaptative H afin d'améliorer la précision des résultats à 98 %. Les adaptations de maillages sont lancées avec les mêmes tailles globales de mailles utilisées dans les analyses d'OT correspondantes. Il est à noter que les figures présentées dans cette thèse sont générées à l'aide de Gmsh [118], Starlab [114] et SolidWorks [49]. Pour celles qui en contiennent, les dimensions et les déplacements sont en mm, les contraintes sont en Pa (N/m^2) et l'énergie de déformation est en Joules (N.m).

4.3.1. Passerelle

Le premier exemple considéré dans cette section est une passerelle. Le problème initial d'OT est illustré à la Figure 4.1 (a). Cette figure montre également la subdivision du modèle initial de la passerelle en sous-domaines de design (coloré en gris) et de non-design (coloré en rouge), ainsi que les dimensions et les CL appliqués. Le maillage uniforme du modèle initial généré avec un écart nodal moyen $d_g = 275 \text{ mm}$ est montré à la Figure 4.1 (b). Ce maillage est utilisé par la suite dans une analyse d'OT à l'aide de la méthode SIMP avec une fraction volumique cible $f = 4 \%$. Le processus d'optimisation converge après 23 itérations SIMP. La répartition finale de la densité relative dans l'espace de design est illustrée à la Figure 4.1 (c). Pour la Figure 4.1 (d), uniquement les éléments dont la densité relative est supérieure ou égale à 0.25 sont affichés, ce qui permet de visualiser la silhouette optimisée.

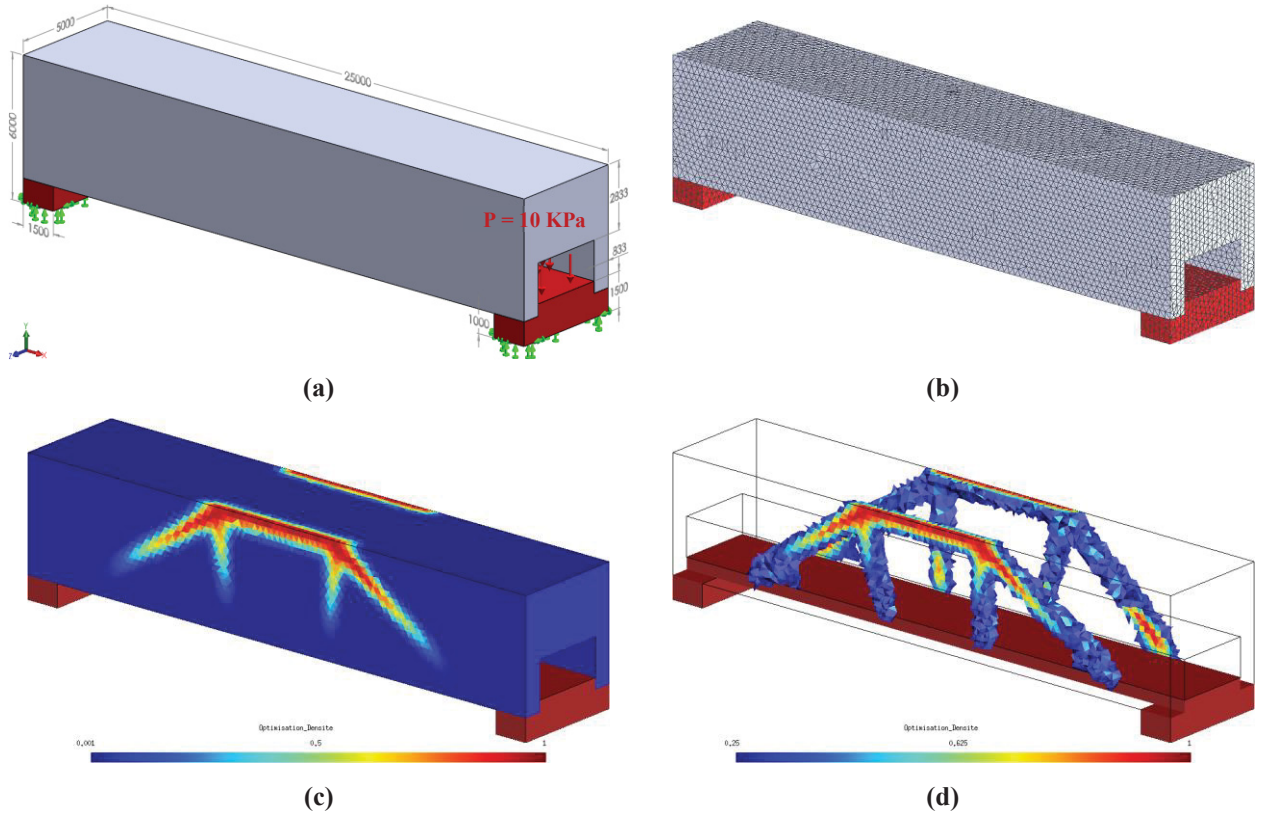


Figure 4.1 – Passerelle : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$

La forme optimisée brute extraite en tant que maillage surfacique triangulaire avec un seuil de densité relative $\rho_{th} = 0,25$ est illustrée à la Figure 4.2 (a). Le résultat de l'application de la procédure de lissage expliquée à la sous-section 3.4.2 sur les éléments appartenant au sous-domaine de design, montrés en gris à la Figure 4.2 (a), est montré à la Figure 4.2 (b). La fraction volumique de la forme optimisée après lissage est $f_{opt} = 4.08 \%$. Le squelette filaire extrait de la forme optimale lissée selon la méthode développée par Tagliasacchi et al. [93] est représenté à la Figure 4.2 (c). Le résultat du post-traitement de ce squelette selon l'Algorithme 1 est montré à la Figure 4.2 (d).

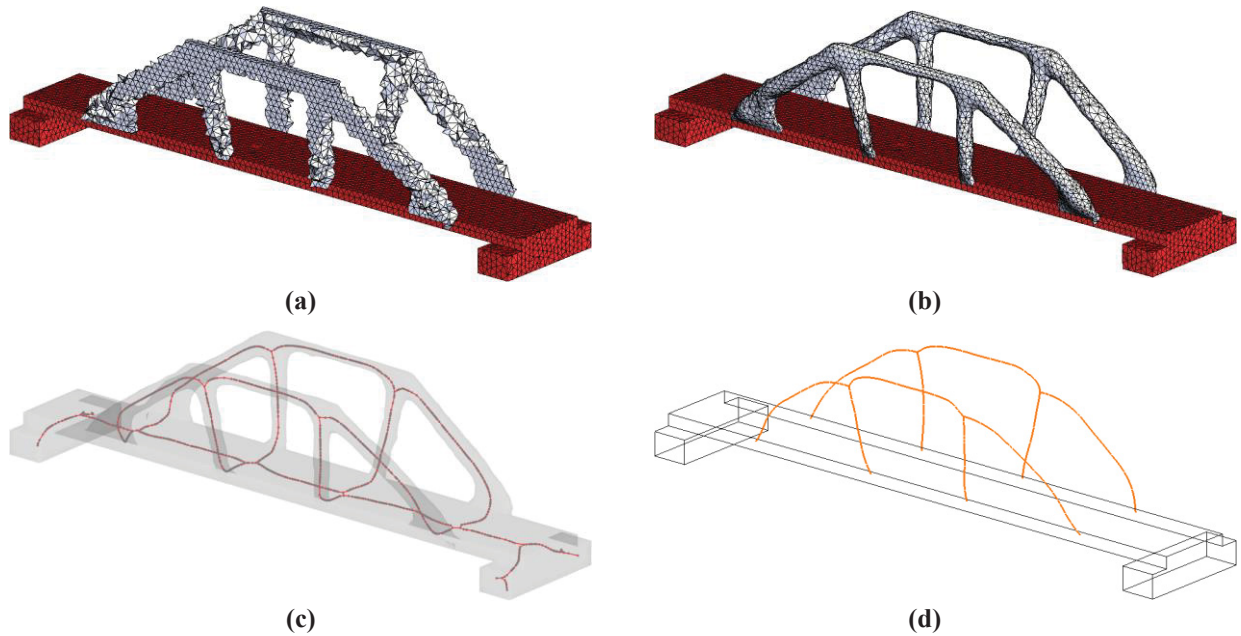


Figure 4.2 – Passerelle : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement

Pour chaque branche de la forme optimisée lisse (Figure 4.2.b), 4 sections transversales sont calculées en se basant sur le squelette post-traité correspondant (Figure 4.2.d). Chaque section est formée de 9 points obtenus par projection. Les sections intermédiaires aux jonctions sont calculées avec 5 points projetés sur un intervalle angulaire de 90° (Figure 4.3.a). Les sections de branches et celles de jonctions sont interpolées avec des courbes B-spline fermées et ouvertes respectivement (Figure 4.3.b). Les courbes obtenues sont utilisées dans des opérations de balayage multisections dans le but de reconstruire un modèle CAO à partir de la forme optimisée (Figure 4.3.c). La fraction volumique obtenue après reconstruction est $f_{rec} = 3.85 \%$. Cette dernière est légèrement inférieure à la fraction volumique prescrite ($f = 4 \%$). Le modèle final obtenu après assemblage avec le sous-domaine de non-design est illustré à la Figure 4.3 (d).

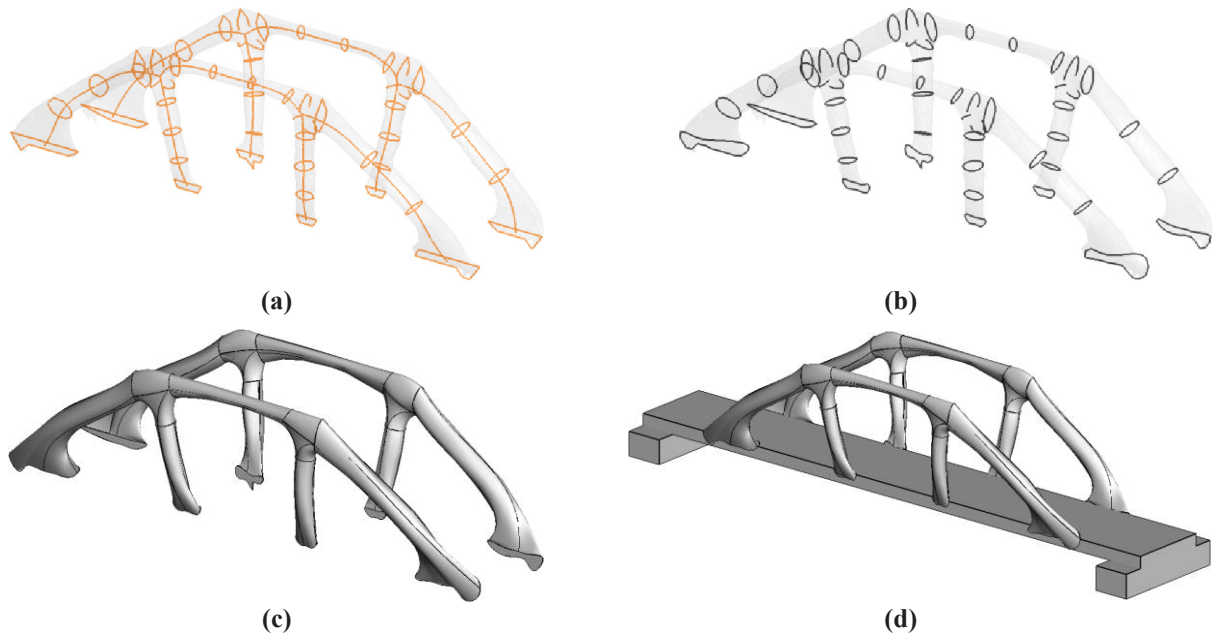


Figure 4.3 – Passerelle : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design

Afin de valider le modèle reconstruit de la passerelle (Figure 4.3.d), des analyses par éléments finis sont effectuées sur celui-ci et comparées avec celles effectuées sur le modèle de la forme optimisée après lissage (Figure 4.2.b). Les mêmes conditions aux limites que celles utilisées dans l'OT sont appliquées sur les deux modèles (Figure 4.4.a). Le champ des contraintes de von-Mises et la répartition de la norme du vecteur de déplacement pour les deux modèles sont respectivement affichés sur les Figure 4.4 (c) et (d) avec la même échelle de couleur et le même facteur de déformation. Les contraintes de von-Mises calculées aux nœuds de jonctions pour chaque modèle sont répertoriées dans le Tableau 2. La moyenne des écart relatifs entre ces contraintes s'élève à 13 %. Le modèle CAO reconstruit est légèrement plus flexible par rapport au modèle de la forme optimisée. En effet, leurs compliances globales respectives sont 414 et 372 J, et les déplacements maximaux résultants obtenus sont respectivement de 0.9 et 0.7 mm.

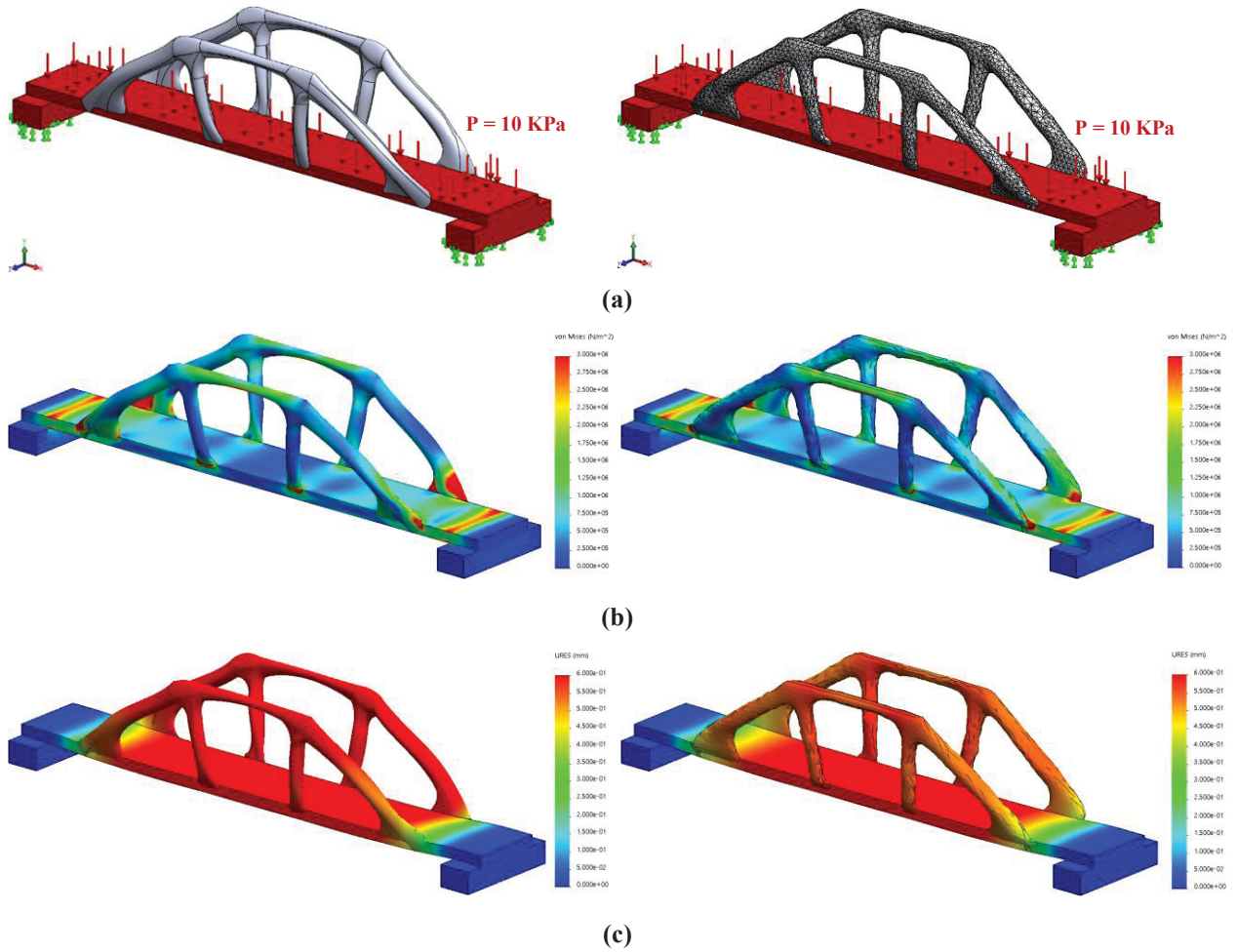
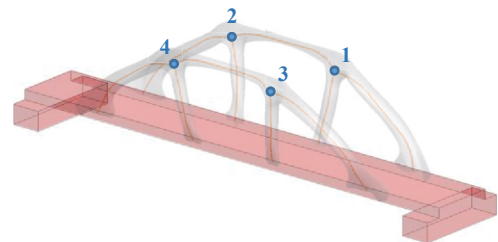


Figure 4.4 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) de la passerelle : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 300 fois

Tableau 2. Passerelle : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions

Numéro de jonction	M. Optimisé σ_{opt} (MPa)	M. Reconstruit σ_{rec} (MPa)	$\sigma_{opt}/\sigma_{rec}$
1	0.2140	0.1980	108%
2	0.4579	0.4124	111%
3	0.2773	0.3455	80%
4	0.2508	0.2770	91%
Écart relatif moyen ε_m			13%



4.3.2. Support en forme de L

Le second exemple d'application est un support en forme de L. La Figure 4.5 (a) montre le modèle initial de ce support avec la subdivision des sous-domaines de design (en gris) et de non-design (en rouge), ainsi que les dimensions et les CL appliquées. Après le maillage de ce modèle initial en utilisant un écart nodal constant $d_g = 40 \text{ mm}$ (Figure 4.5.b), une analyse d'OT est lancée avec une fraction volumique cible $f = 3 \%$. La distribution optimale de la densité relative est obtenue après 30 itérations (Figure 4.5.c). La forme optimisée brute peut être visualisée en désactivant les tétraèdres dont la densité relative est inférieure à 0.22 (Figure 4.5.d).

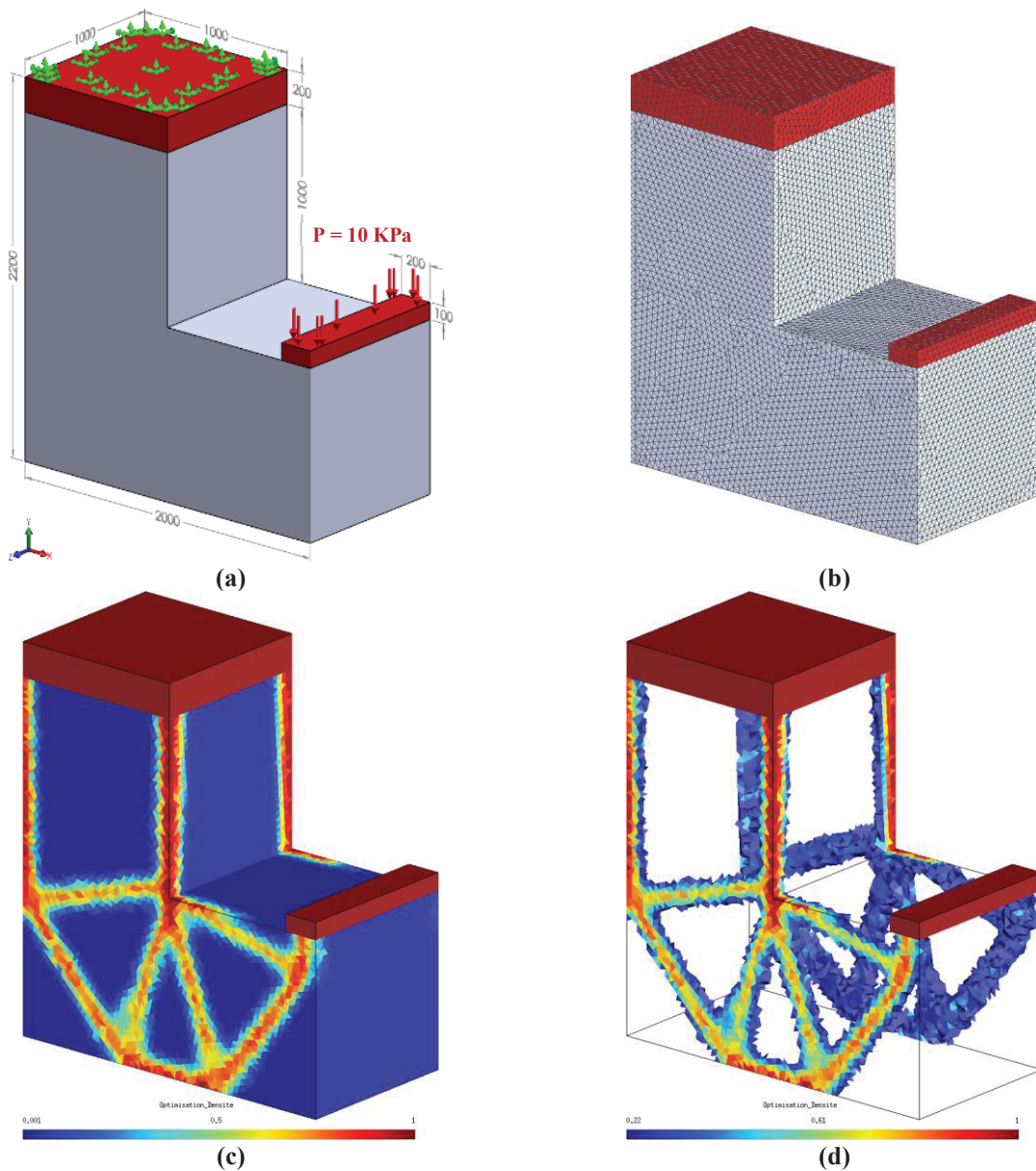


Figure 4.5 – Support en L : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.22$

Le maillage surfacique triangulaire de cette forme optimisée brute extrait pour $\rho_{th} = 0.22$ est illustré à la Figure 4.6 (a). Le résultat du lissage de la partie de design de ce maillage surfacique irrégulier (les éléments en gris de la Figure 4.6.a) est montré à la Figure 4.6 (b). La fraction volumique de l'enveloppe lissée est $f_{opt} = 2.95 \%$. Une courbe-squelette est ensuite extraite de la forme optimisée lisse comme l'illustre la Figure 4.6 (c). La Figure 4.6 (d) donne le résultat des opérations de post-traitement effectuées sur le squelette extrait.

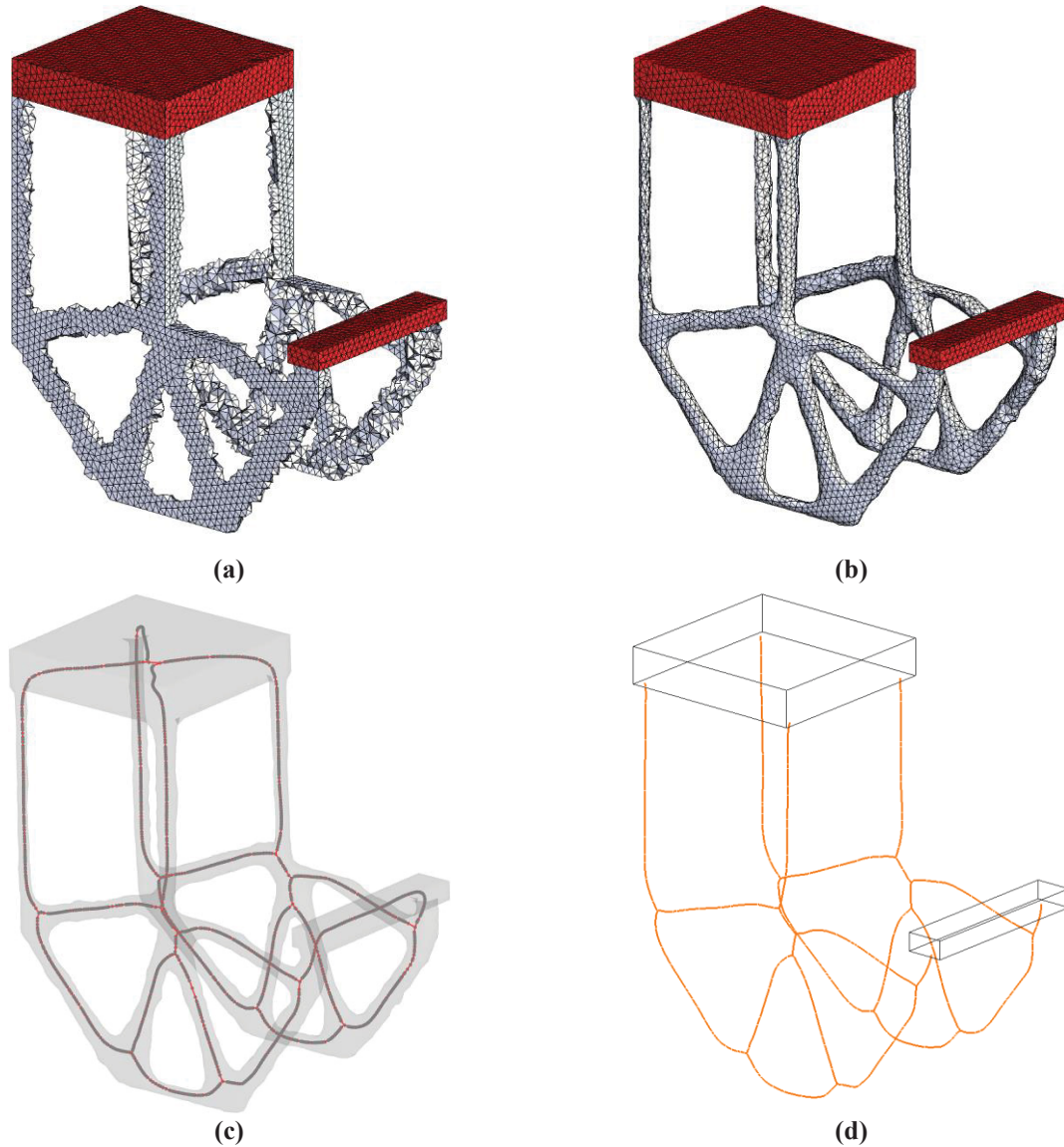


Figure 4.6 – Support en L : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement

Pour cet exemple, 3 sections transversales sont calculées pour chaque branche avec 8 points d'interpolation par section, tandis que 7 points d'interpolation sont calculés pour chaque section transversale intermédiaire de jonction (Figure 4.7.a). Ces ensembles de points sont ensuite

interpolés par des courbes B-spline tel que l'expose la Figure 4.7 (b). Ces courbes d'interpolation sont utilisées comme base pour les opérations de balayages multisections permettant la génération de l'enveloppe CAO de la forme optimisée (Figure 4.7.c). Dans ce cas, la fraction volumique cible est presque retrouvée après reconstruction ($f_{rec} = 3.01 \%$). La Figure 4.7 (d) présente le modèle final obtenu après assemblage avec le sous-domaine de non-design.

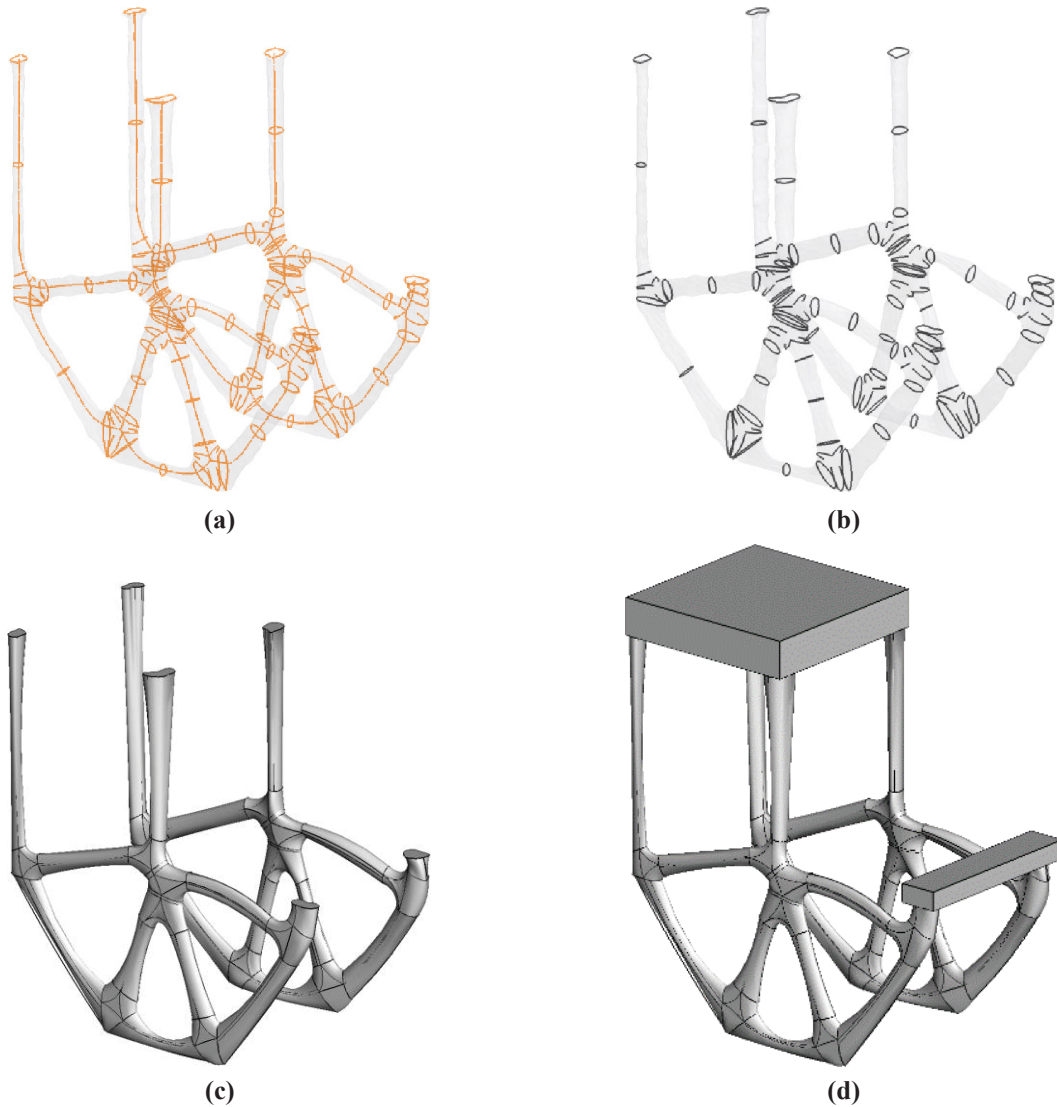
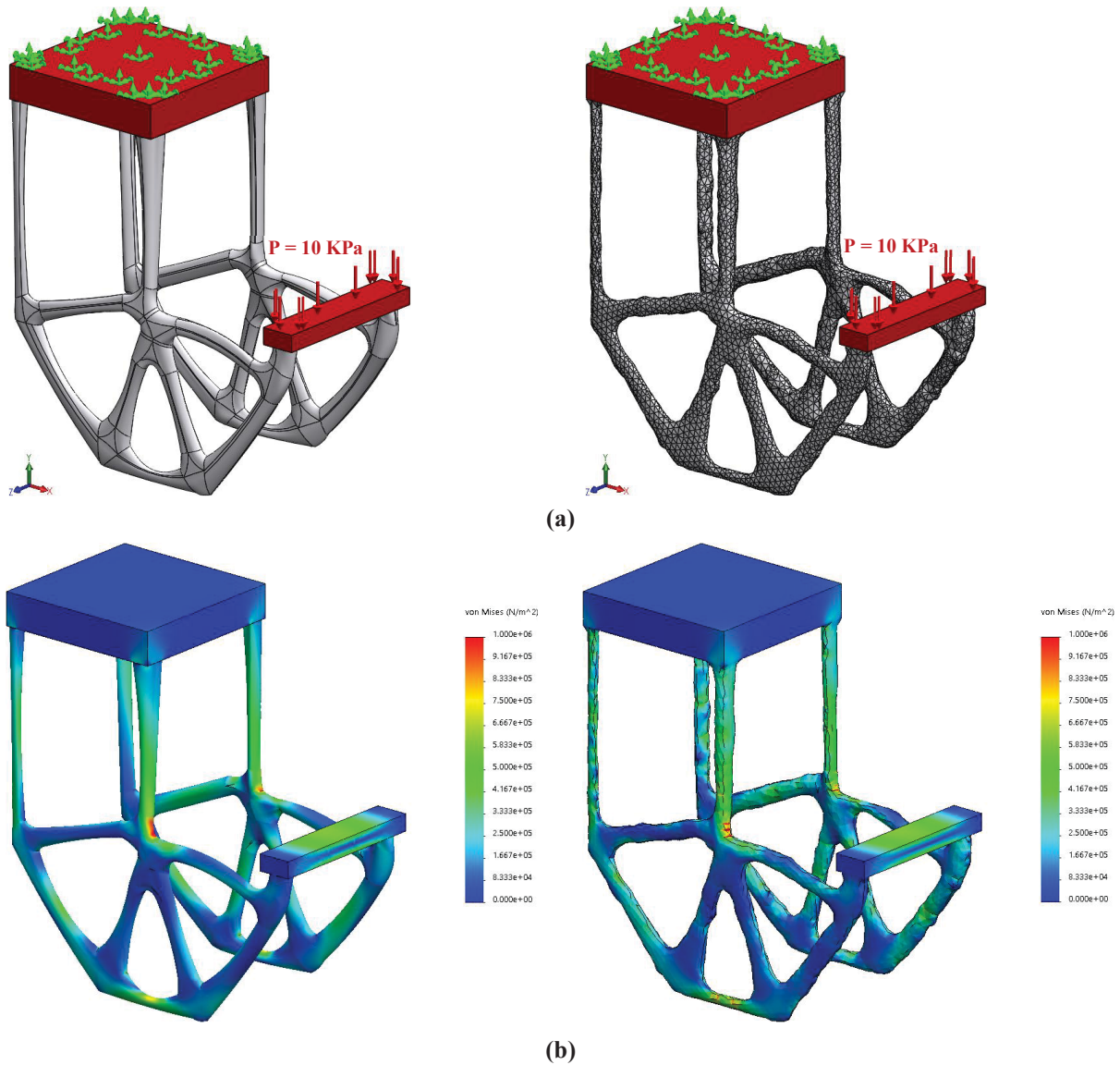


Figure 4.7 – Support en L : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design

Afin de comparer le modèle CAO reconstruit généré par notre processus (Figure 4.7.d) avec le modèle solide de la triangulation lissée obtenue par OT (Figure 4.6.b), des AEF sont réalisées sur ces deux modèles en utilisant le même matériau et les mêmes CL (Figure 4.8.a). Les résultats obtenus sont assez proches. En effet, les différences entre ces deux modèles en termes de compliance globale et de résultante du déplacement maximal sont respectivement 3 % et 1 %. Les

Figure 4.8 (b) et (c) montrent la distribution de la contrainte de von-Mises et celle de la résultante du déplacement pour les deux modèles en utilisant la même échelle de couleurs et le même facteur de déformation. La moyenne des écarts relatifs entre les contraintes de von-Mises calculées aux nœuds de jonction des deux modèles est de 9 %. Le Tableau 3 donne les contraintes de von-Mises aux nœuds de jonction pour chaque modèle.



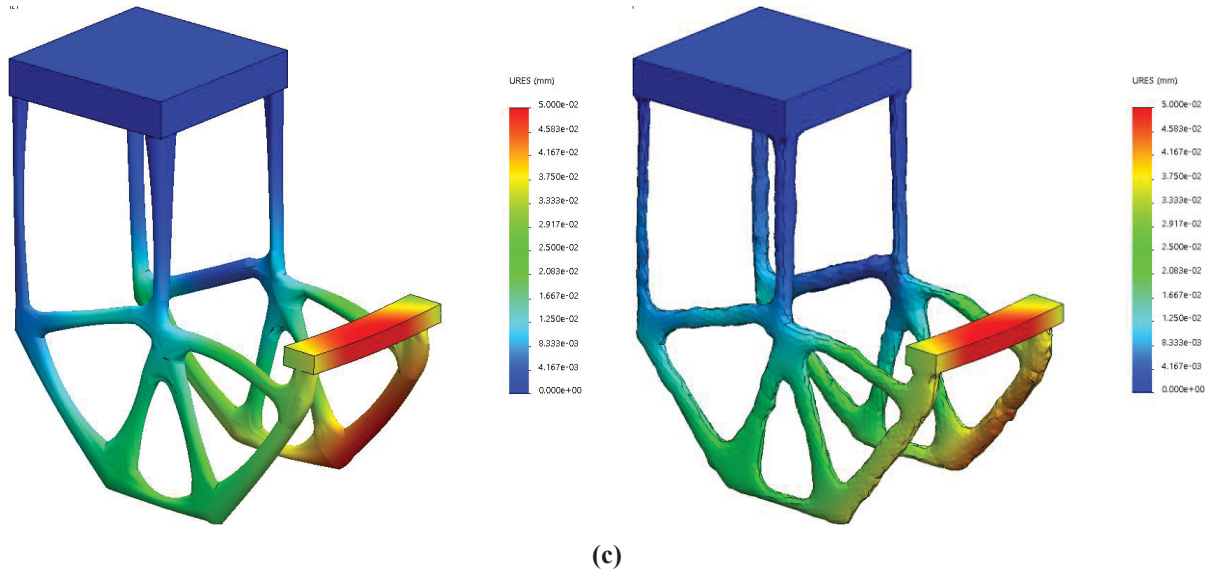
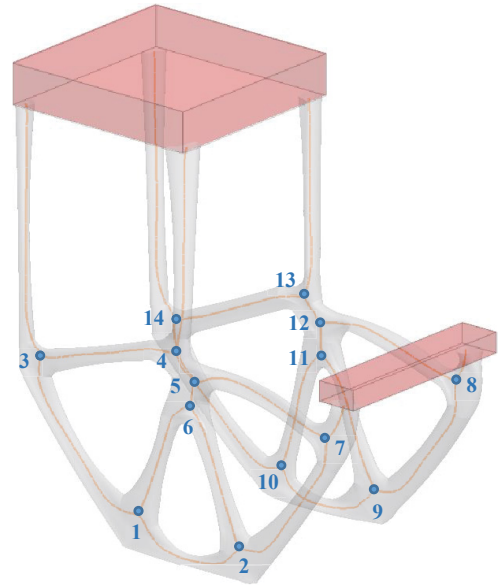


Figure 4.8 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) du support en L : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 1000 fois

Tableau 3. Support en L : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions

Numéro de jonction	M. Optimisé σ_{opt} (MPa)	M. Reconstitue σ_{rec} (MPa)	$\sigma_{opt}/\sigma_{rec}$
1	0.0708	0.0668	106%
2	0.0829	0.0873	95%
3	0.0678	0.0811	84%
4	0.1274	0.1330	96%
5	0.1572	0.1597	98%
6	0.1122	0.1033	109%
7	0.0963	0.1119	86%
8	0.0864	0.0894	97%
9	0.0866	0.0838	103%
10	0.0741	0.0819	90%
11	0.0651	0.0791	82%
12	0.1778	0.1711	104%
13	0.1358	0.1455	93%
14	0.0736	0.0850	87%
Écart relatif moyen ε_m			9%



4.3.3. Poutre en forme de L

Le troisième exemple étudié est une poutre en forme de L. Les dimensions de cette poutre, sa subdivision en sous-domaines de design et non-design, ainsi que les CL appliqués sont illustrées à la Figure 4.9 (a). Un maillage uniforme pour ce modèle initial est généré avec un écart nodal global $d_g = 10 \text{ mm}$ dans le but de lancer une analyse d'OT en utilisant la méthode SIMP. La fraction volumique objectif dans ce cas est $f = 4.75 \%$. Le processus d'optimisation converge après 25 itérations. La Figure 4.9 (c) montre le résultat d'OT, après sa convergence, sous forme de distribution optimale de la densité de matière dans le sous-domaine de design. Rappelons que le processus d'OT affecte uniquement les tétraèdres appartenant au sous-domaine de design (montrés en gris sur la Figure 4.9.b) et que tous les tétraèdres du sous-domaine de non-design (montrés en rouge sur la même figure) se voient attribuer une densité relative, constante au fil des itérations, égale à 1. La désactivation des tétraèdres dont la densité relative est inférieure à 0.25 permet de visualiser la silhouette de la forme brute telle qu'optimisée (Figure 4.9.d).

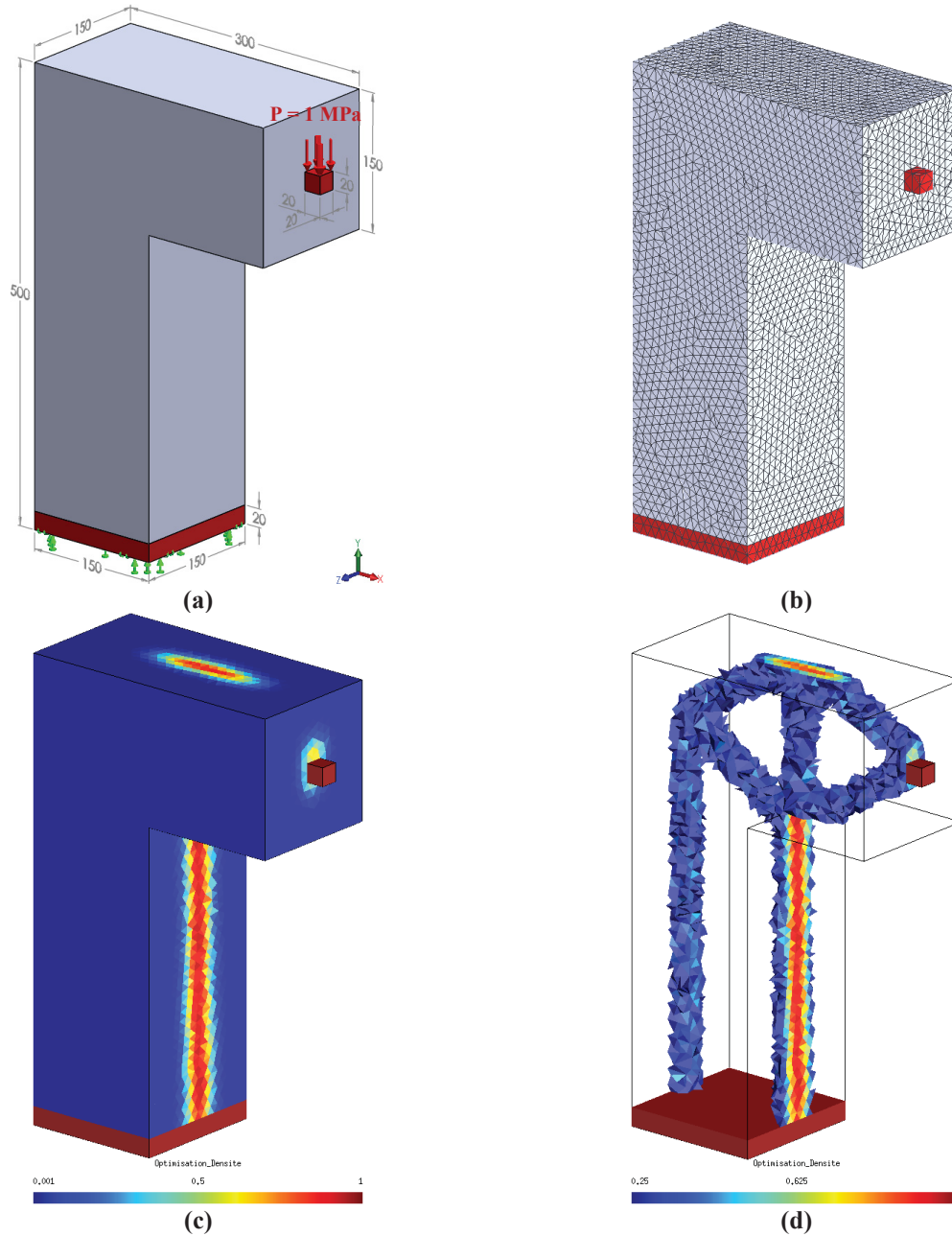


Figure 4.9 – Poutre en L : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$

Un maillage surfacique triangulaire représentant l'enveloppe de la forme optimisée brute est extrait du résultat obtenu par OT avec une densité relative seuil $\rho_{th} = 0.25$ (Figure 4.10.a). Le lissage de ce maillage très bruité permet d'obtenir une enveloppe plus lisse de la forme optimisée comme l'illustre la Figure 4.10 (b). La fraction volumique de cette enveloppe lissée est $f_{opt} = 4.38 \%$ (comparée à la fraction volumique cible $f = 4.75 \%$). Le résultat de la squelettisation de cette enveloppe lissée est présenté à la Figure 4.10 (c) sous forme d'une courbe-squelette. La Figure 4.10 (d) montre cette dernière après son post-traitement.

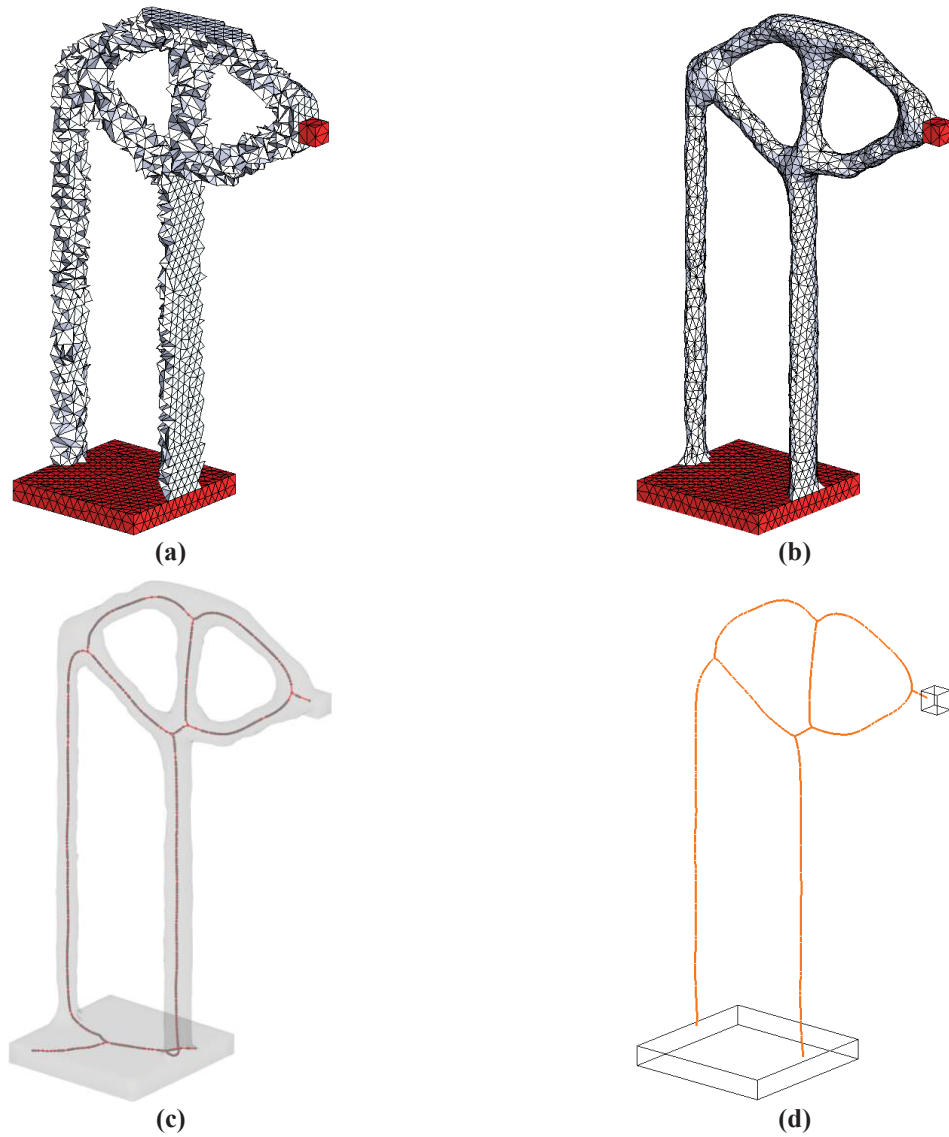


Figure 4.10 – Poutre en L : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement

À l'aide du squelette filaire obtenu, 5 sections transversales sont calculées pour chaque branche à l'exception de la petite branche de connexion avec le sous-domaine de non-design sur lequel est appliqué le chargement. Ces sections sont formées de 12 points obtenus par projection. Chaque section intermédiaire d'une jonction est définie avec 6 points obtenus par projection du nœud central de cette jonction sur un intervalle angulaire de 120° (Figure 4.11.a). Tous les points de chaque section transversale calculée sont interpolés par une courbe B-spline (Figure 4.11.b). Des opérations de balayages multisections à travers des ensembles de ces courbes permettent de générer une enveloppe CAO pour la forme optimisée (Figure 4.11.c). Dans ce cas, la fraction volumique obtenue après reconstruction est $f_{rec} = 4.48 \%$. La Figure 4.11 (d) présente le modèle CAO final après assemblage du non-design.

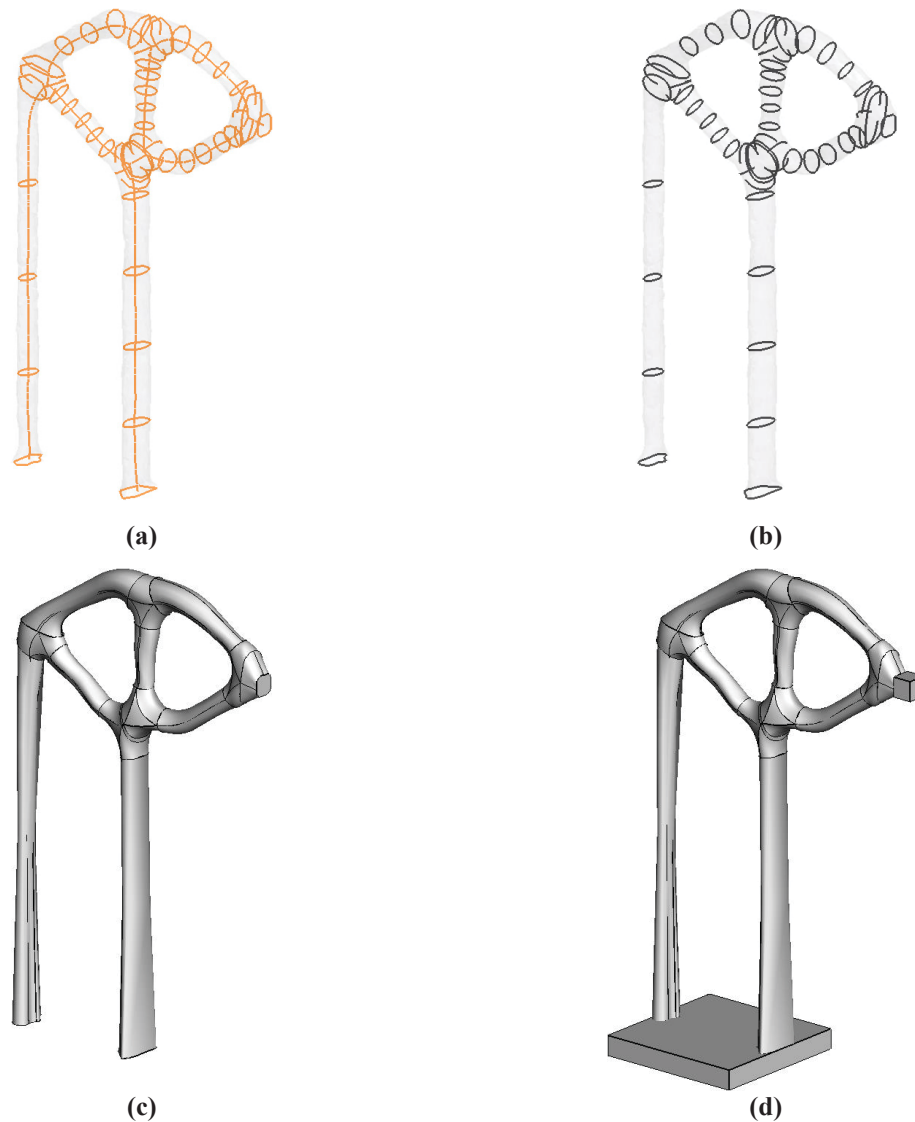


Figure 4.11 – Poutre en L : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design

Les analyses par éléments finis de validation sont effectuées en utilisant les mêmes données de matériau et de CL (Figure 4.12.a). Les Figure 4.12 (b) et (c) donnent respectivement les répartitions de la contrainte de von-Mises et la résultante du déplacement pour le modèle reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé topologiquement (à droite). On s'aperçoit que ces répartitions sont très ressemblantes. Les compliances globales obtenues pour ces deux modèles sont respectivement 20.2 et 20.6 mJ. Les écarts entre les résultats des deux modèles en termes de compliance globale et de résultante du déplacement maximal sont respectivement 2 % et 8 %. Le Tableau 4 répertorie pour chaque modèle les contraintes de von-Mises calculées aux nœuds de jonction. La moyenne des écarts relatifs entre ces derniers est de 8 %.

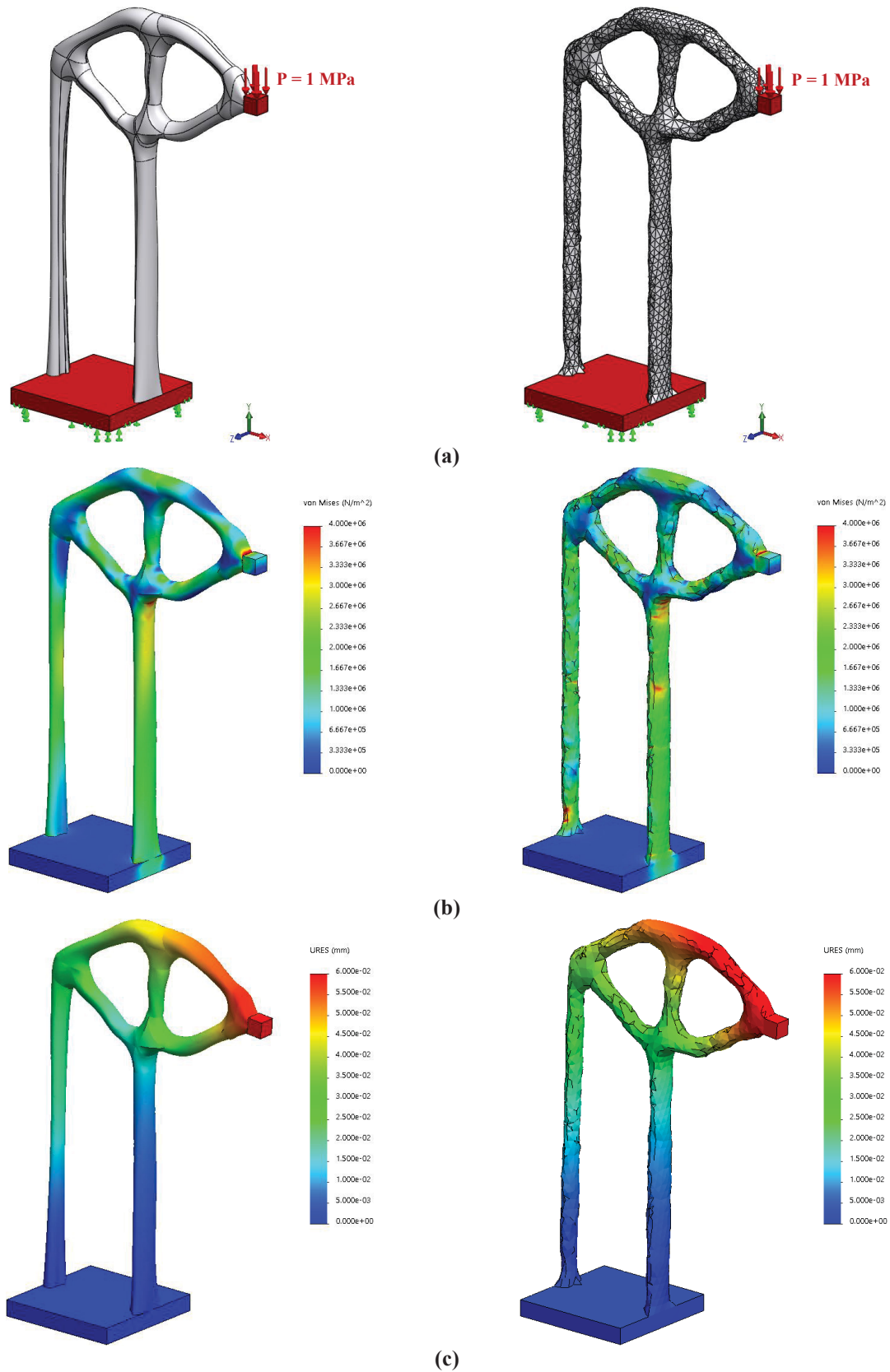
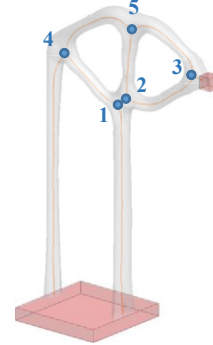


Figure 4.12 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) de la poutre en L : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 300 fois

Tableau 4. Poutre en L : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions

Numéro de jonction	M. Optimisé σ_{opt} (MPa)	M. Reconstruit σ_{rec} (MPa)	$\sigma_{opt}/\sigma_{rec}$
1	0.8315	0.7732	108%
2	0.8782	0.7903	111%
3	0.1993	0.1825	109%
4	0.6204	0.6144	101%
5	0.3162	0.2693	117%
Écart relatif moyen ε_m			8%



4.3.4. Poutre avec 4 fixations

Le quatrième exemple considéré dans cette section est une autre version de la poutre utilisée comme exemple illustratif dans le chapitre précédent (Figure 3.4.a). La seule différence entre les modèles initiaux des deux exemples réside dans la définition du sous-domaine de non-design sur lequel est appliquée la condition d'encastrement (Figure 4.13.a). Cette différence a eu un impact significatif sur la forme obtenue par OT comme le montre la Figure 4.13 (d). La fraction volumique prescrite dans ce cas est $f = 4\%$ (comparée à $f = 3\%$ pour l'exemple illustratif). Le même écart nodal ($d_g = 1.6\text{ mm}$) est utilisé pour la génération du maillage (Figure 4.13.b). Le processus d'OT avec la méthode SIMP converge après 23 itérations. La Figure 4.13 (c) présente le champ de densité relative obtenu à la fin du processus d'optimisation. La désactivation des tétraèdres dont la densité relative est inférieure à 0.4 révèle une forme optimisée plus complexe (Figure 4.13.d) par rapport à celle obtenue pour l'exemple illustratif (Figure 3.4.f).

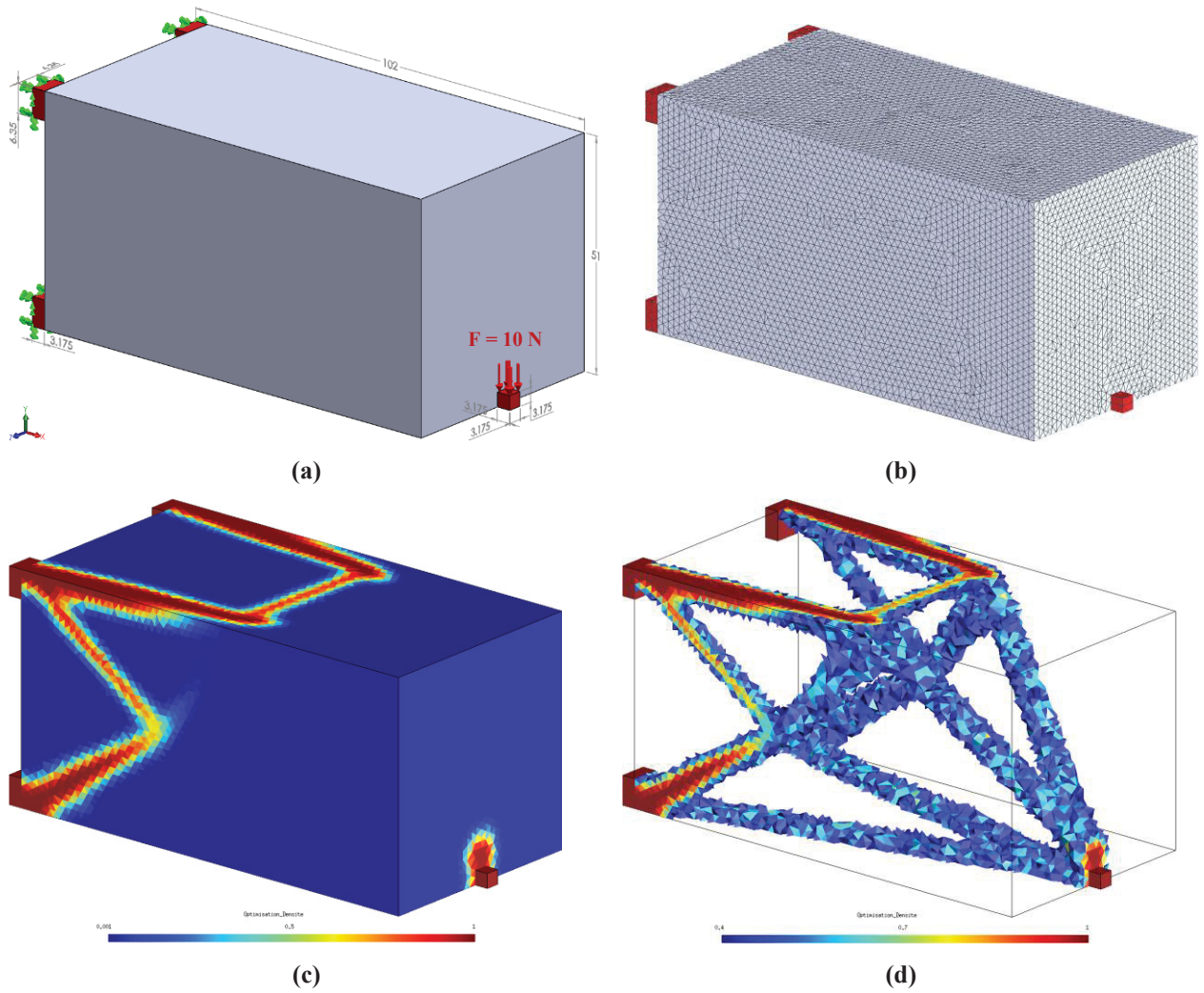


Figure 4.13 – Poutre à 4 fixations : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.4$

Le seuil de la densité relative utilisé pour extraire l'enveloppe de la forme optimisée brute en tant que maillage surfacique triangulaire est $\rho_{th} = 0.4$ (Figure 4.14.a). Le résultat du lissage de cette enveloppe brute est présenté à la Figure 4.14 (b). La fraction volumique obtenue après lissage est $f_{opt} = 3.99 \%$. Une procédure de squelettisation est appliquée ensuite sur cette enveloppe lissée. Les Figure 4.14 (c) et (d) montrent respectivement la courbe-squelette obtenue avant et après post-traitement.

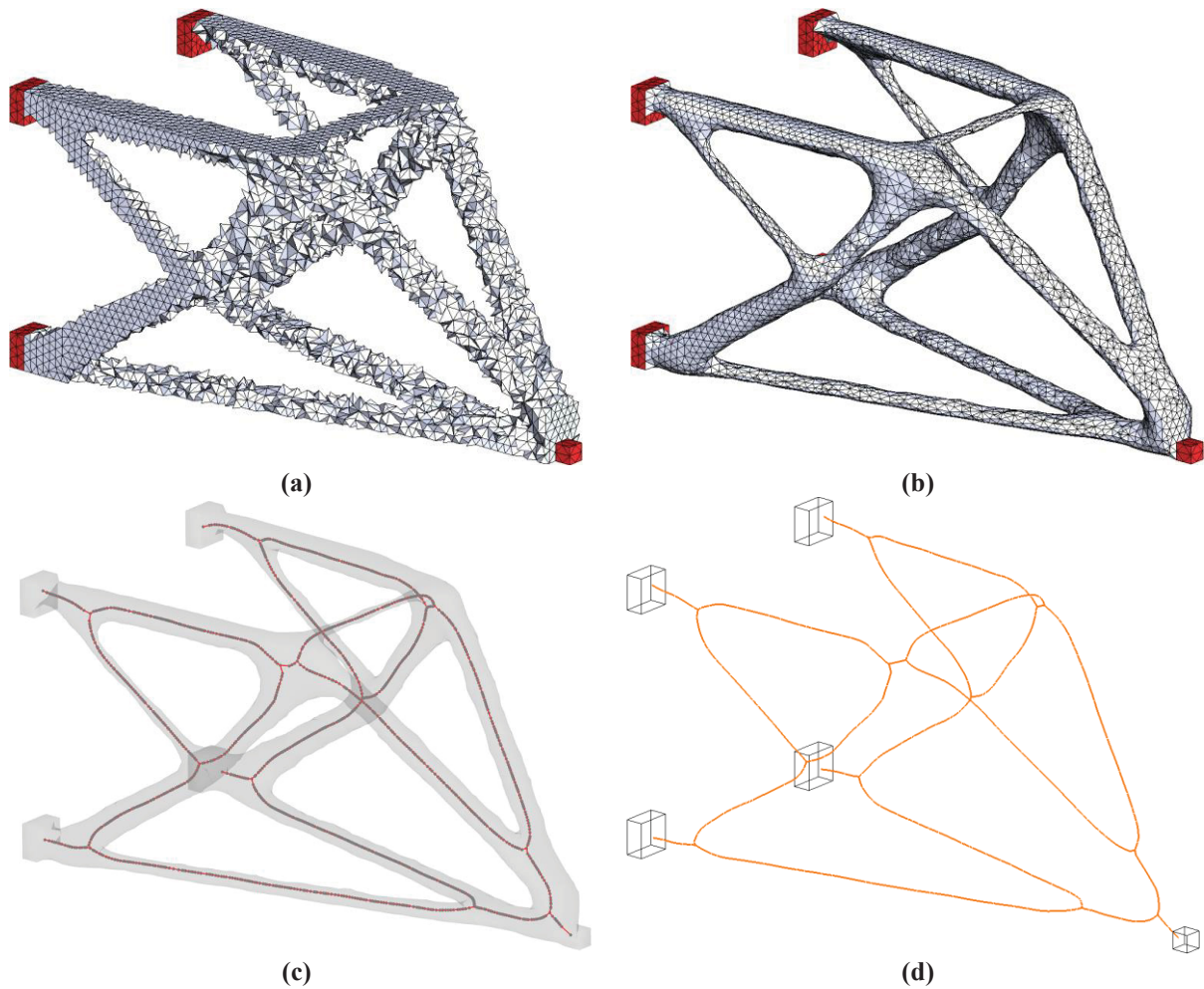


Figure 4.14 – Poutre à 4 fixations : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement

Pour cet exemple, 4 sections transversales par branche sont calculées à l'aide du squelette extrait. Les sections transversales aux branches sont définies par 6 points, tandis que les sections intermédiaires aux jonctions sont définies par 7 points (Figure 4.15.a). Toutes ces sections sont ensuite interpolées par des courbes B-spline fermées et ouvertes respectivement (Figure 4.15.b). L'assemblage des surfaces générées par balayages multisections à travers ces courbes avec les surfaces de remplissage produit une enveloppe géométrique fermée représentant la forme optimisée sans l'espace de non-design (Figure 4.15.c). La fraction volumique de cette enveloppe par rapport au volume initial de l'espace de design est $f_{rec} = 3.95 \%$. Le modèle CAO final obtenu après assemblage de l'espace de non-design est exposé à la Figure 4.15 (d).

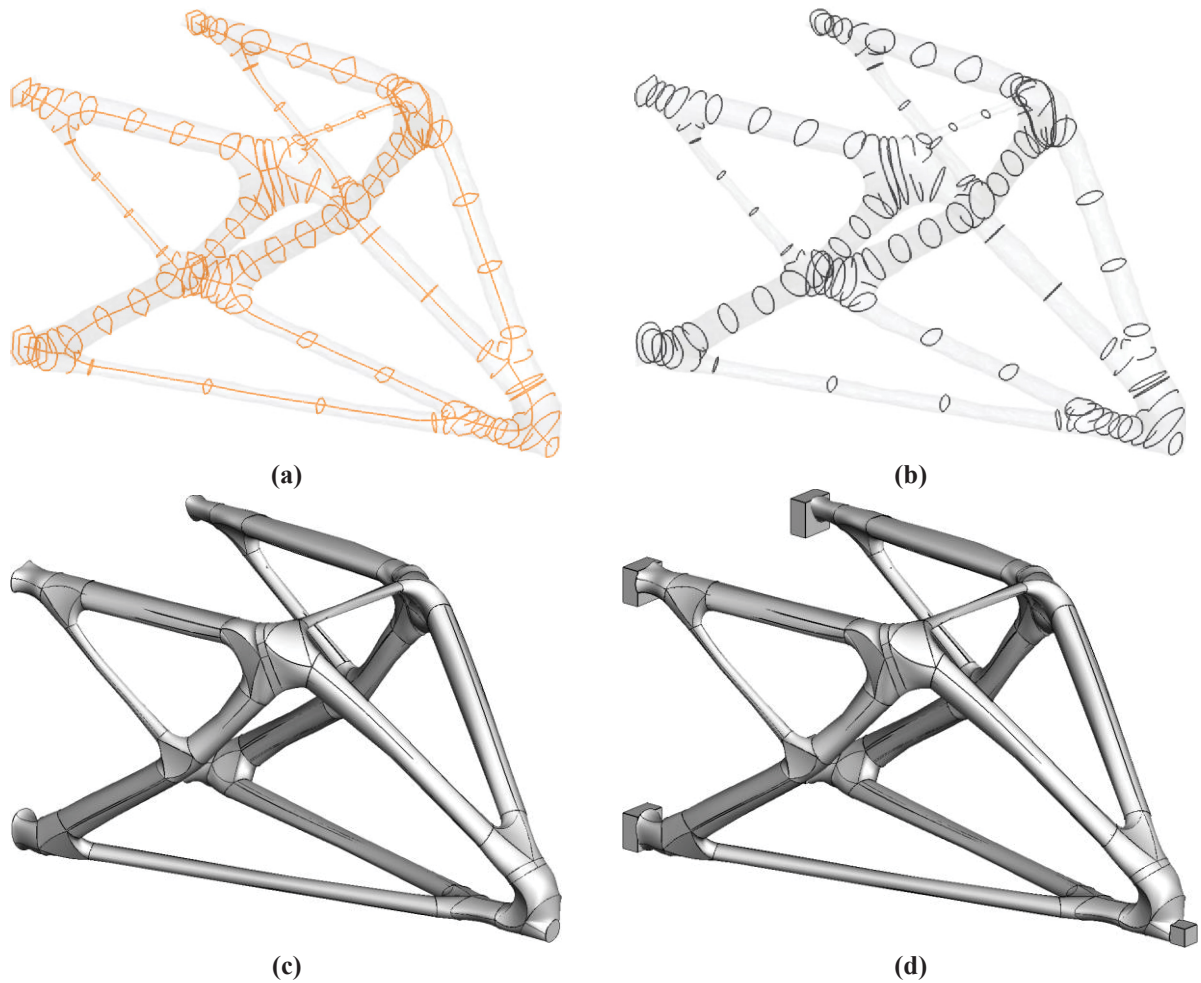


Figure 4.15 – Poutre à 4 fixations : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design

Les Figure 4.16 (b) et (c) fournissent respectivement le champ des contraintes de von-Mises et la distribution de la résultante du déplacement pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et la forme optimisée (à droite) avec la même échelle de couleur et le même facteur de déformation. Ces résultats sont obtenus en appliquant sur les deux modèles les mêmes CL que celles utilisées lors de l'OT (Figure 4.16.a). La contrainte maximale obtenue pour le modèle reconstruit est de 24.55 MPa et celle obtenue pour le modèle optimisé est de 24.82 MPa, ce qui constitue un écart de 1 %. Les différences entre ces deux modèles en termes de compliance globale et de déplacement maximal résultant sont respectivement de 2 % et 3 %. Le Tableau 5 fournit les contraintes de von-Mises calculées aux nœuds de jonction pour chaque modèle. La moyenne des écarts relatifs entre ces contraintes s'élève à 16 %.

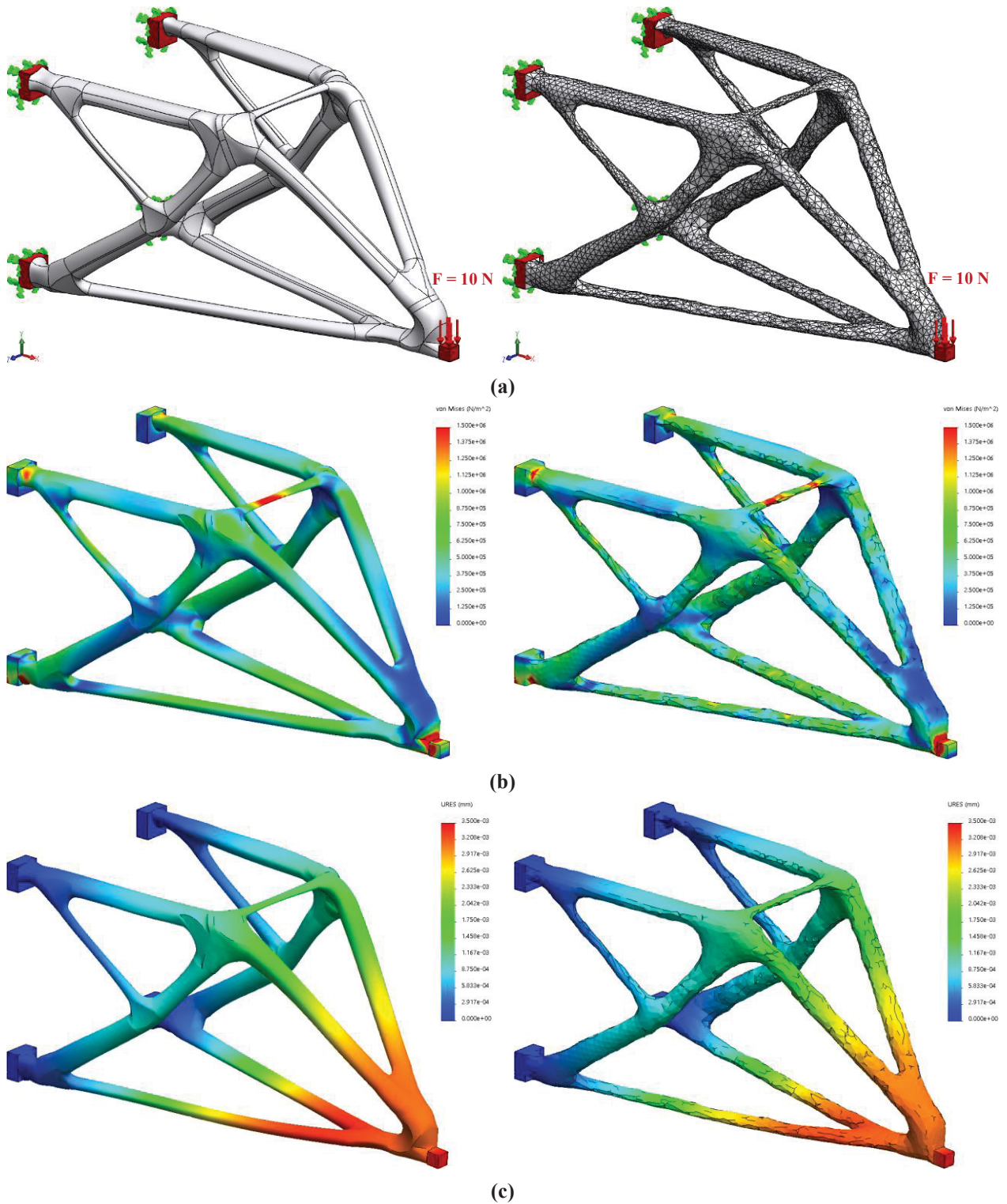
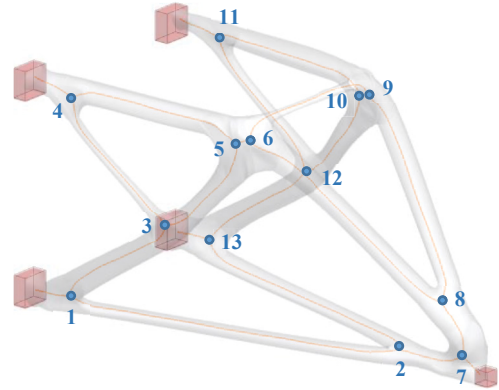


Figure 4.16 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) de la poutre à 4 fixations : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 3 fois

Tableau 5. Poutre à 4 fixations : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions

Numéro de jonction	M. Optimisé σ_{opt} (MPa)	M. Reconstruit σ_{rec} (MPa)	$\sigma_{opt}/\sigma_{rec}$
1	0.0816	0.1024	80%
2	0.1312	0.1013	130%
3	0.2296	0.2744	84%
4	0.2398	0.2781	86%
5	0.1546	0.1612	96%
6	0.1891	0.1974	96%
7	0.2288	0.3450	66%
8	0.2123	0.2503	85%
9	0.2274	0.2567	89%
10	0.1409	0.1509	93%
11	0.3070	0.3476	88%
12	0.2277	0.2542	90%
13	0.1570	0.1655	95%
Écart relatif moyen ε_m			16%



4.3.5. Pont

Le dernier exemple étudié est un pont. La Figure 4.17 (a) montre le modèle initial de ce pont avant OT. Cette figure indique également le sous-domaine de design (coloré en gris), celui de non-design (coloré en rouge), les dimensions et les CL appliqués. Le maillage utilisé dans l'OT est généré avec un écart nodal global $d_g = 1500 \text{ mm}$ (Figure 4.17.b). L'analyse d'OT effectuée sur ce modèle initial à l'aide de la méthode SIMP avec une fraction volumique objectif $f = 3 \%$ converge après 50 itérations. Le champ de la densité relative obtenu à la fin du processus d'optimisation est représenté à la Figure 4.17 (c). La Figure 4.17 (d) montre uniquement les tétraèdres dont la densité relative est supérieure ou égale à 0.25. Cela permet de bien visualiser la silhouette optimale du pont.

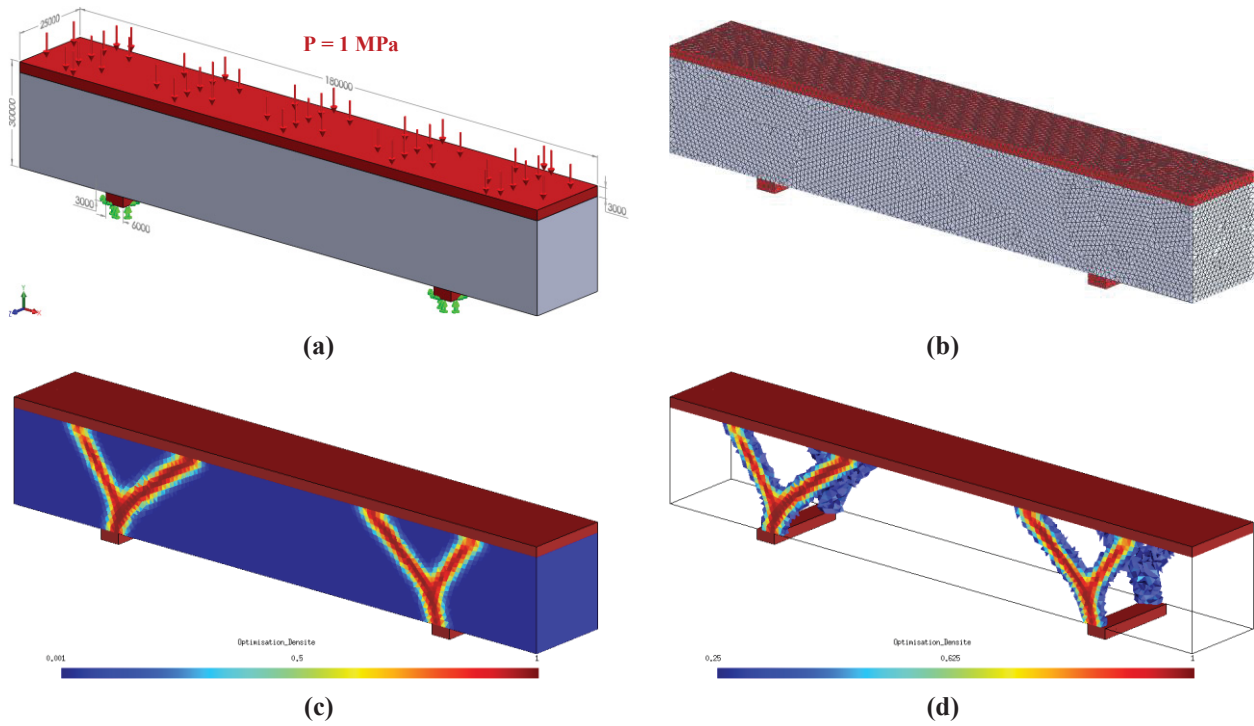


Figure 4.17 – Pont : (a) modèle initial avec dimensions et CL, (b) maillage, (c) répartition de la densité relative et (d) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$

La Figure 4.18 (a) présente la forme optimisée brute extraite sous la forme d'un maillage surfacique triangulaire avec une densité relative seuil $\rho_{th} = 0.25$. L'application de la procédure de lissage expliquée précédemment (voir la sous-section 3.4.2) sur la partie de design (colorée en gris) de ce maillage surfacique bruité améliore nettement son état comme le montre la Figure 4.18 (b). La fraction volumique obtenue après lissage est $f_{opt} = 3.03 \%$. Le squelette filaire extrait de ce maillage surfacique lissé selon la méthode décrite dans [93] est représenté à la Figure 4.18 (c). Le résultat des opérations de post-traitement effectuées sur ce squelette est montré à la Figure 4.18 (d).

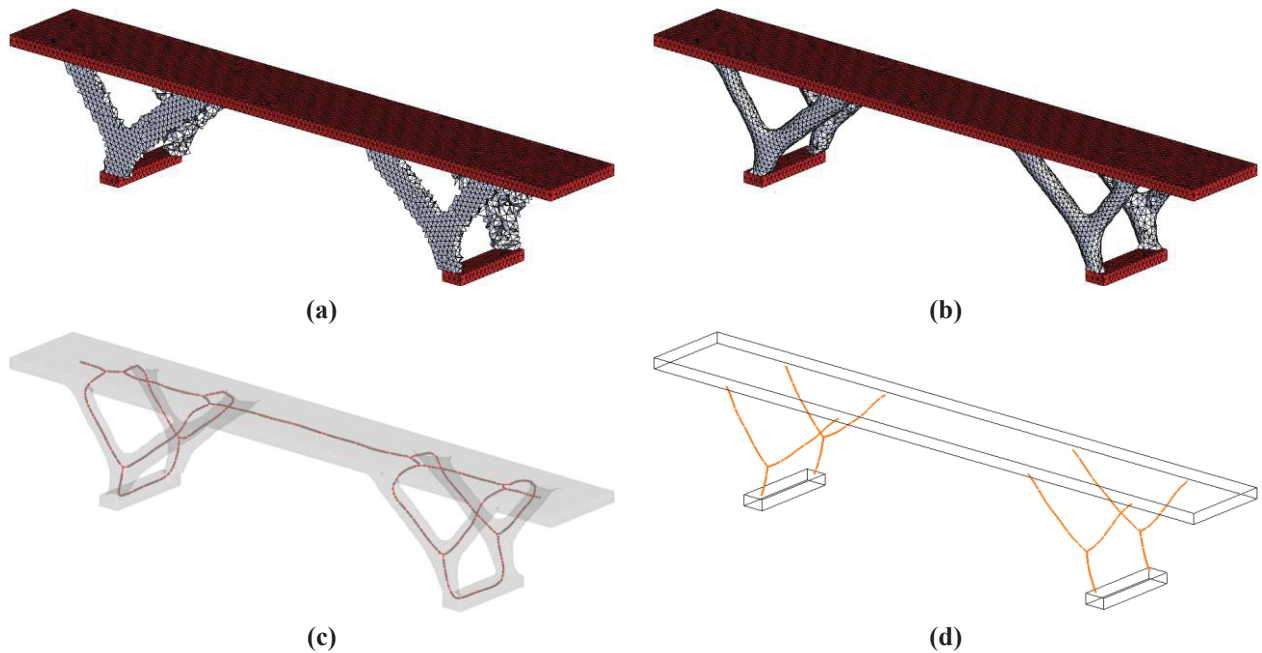


Figure 4.18 – Pont : enveloppe de la forme optimisée (a) avant et (b) après lissage, squelette (c) avant et (d) après post-traitement

Pour chaque branche de la forme optimisée lisse, 3 sections transversales sont calculées avec 8 points d'interpolation. Les sections intermédiaires aux jonctions sont calculées avec 6 points d'interpolation projetés sur un intervalle angulaire de 120° (Figure 4.19.a). Les sections de branches et celles de jonctions sont interpolées avec des courbes B-spline fermées et ouvertes respectivement (Figure 4.19.b). Les courbes obtenues sont utilisées dans des opérations de balayage multisections dans le but de reconstruire une enveloppe surfacique pour la forme optimisée (Figure 4.19.c). La fraction volumique de l'enveloppe ainsi obtenue est $f_{rec} = 3.05 \%$. Le modèle final obtenu après assemblage avec le sous-domaine de non-design est illustré à la Figure 4.19 (d).

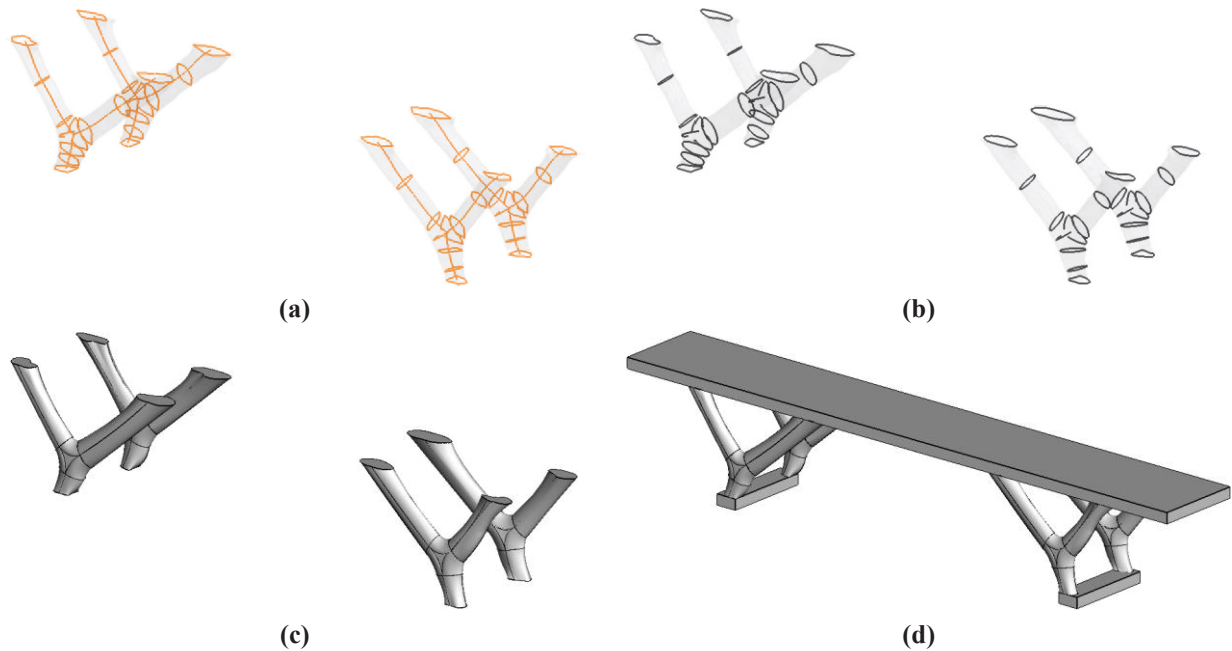


Figure 4.19 – Pont : (a) calcul et (b) interpolation des sections, (c) reconstruction et (d) assemblage avec le non-design

Suivant la même démarche que les exemples précédents, des AEF sont effectuées sur le modèle reconstruit du pont (Figure 4.19.d) et comparées avec celles effectuées sur le modèle de la forme optimisée après lissage (Figure 4.18.b) pour des fins de validation. Les mêmes conditions aux limites que celles utilisées dans l'OT sont appliquées sur les deux modèles (Figure 4.20.a). Les compliances globales obtenues pour ces deux modèles sont respectivement 604 et 598 MJ. Les répartitions de la contrainte de von-Mises et de la résultante du déplacement pour les deux modèles sont présentées sur les Figure 4.20 (b) et (c) respectivement en utilisant la même échelle de couleur et le même facteur de déformation. Les contraintes de von-Mises calculées aux nœuds de jonctions pour chaque modèle sont répertoriées dans le Tableau 6. La moyenne des écarts relatifs entre ces contraintes est de 7 %. Les différences entre ces deux modèles en termes de compliance globale et de résultante de déplacement maximal sont respectivement 1 % et 2 %.

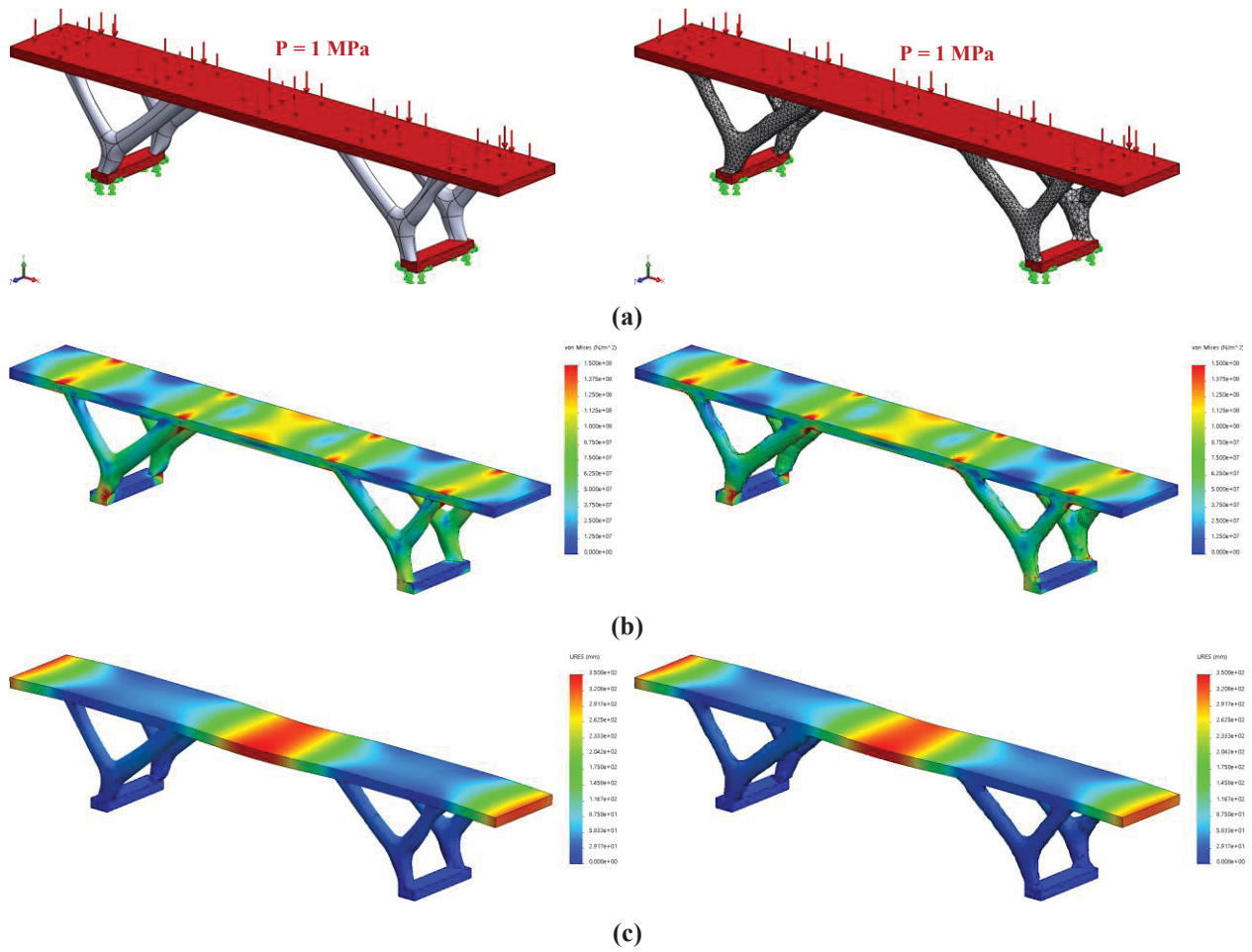
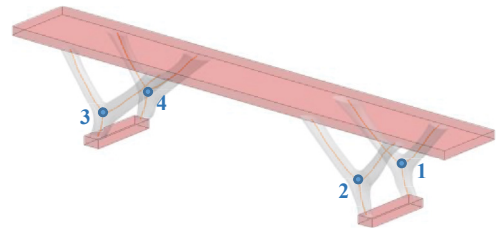


Figure 4.20 – Pour le modèle CAO reconstruit (à gauche) et le modèle optimisé (à droite) du pont : (a) CL, (b) champ de contrainte de von-Mises et (c) distribution du déplacement résultant tracée sur la déformée amplifiée 3 fois

Tableau 6. Pont : contraintes de von-Mises aux nœuds de jonctions

Numéro de jonction	M. Optimisé σ_{opt} (MPa)	M. Reconstitue σ_{rec} (MPa)	$\sigma_{opt}/\sigma_{rec}$
1	35.70	33.22	107%
2	35.64	36.46	98%
3	35.22	31.39	112%
4	31.68	34.66	91%

Écart relatif moyen ε_m 7%



4.4. Récapitulatif des résultats

Les données et les résultats de tout exemple étudié dans cette thèse sont regroupés dans les tableaux ci-dessous. Tout d'abord, le Tableau 7 renseigne sur les paramètres utilisés dans la procédure de squelettisation et ceux utilisés lors de la reconstruction du modèle CAO de chaque exemple. Ensuite, le Tableau 8 fournit des statistiques sur les squelettes filaires obtenus après post-traitement. Enfin, le Tableau 9 présente une synthèse des principaux résultats obtenus pour tous les exemples exposés. Ce dernier tableau comprend, pour chaque exemple, les données et les résultats de l'optimisation SIMP, le modèle optimisé topologiquement et le modèle CAO reconstruit correspondant. Il est à noter que l'exemple illustratif utilisé dans le chapitre précédent en plus des deux premiers exemples de la section 4.3 sont tirés de l'un des travaux antérieurs de notre équipe [7]. Dans les tableaux suivants, les notations « Poutre 1 » et « Poutre 4 » indiquent respectivement l'exemple illustratif du chapitre précédent et l'exemple de poutre à 4 fixations exposé dans la sous-section 4.3.4.

Le pourcentage d'erreur moyenne (APE pour *Average Percentage Error*) donné par SolidWorks [49] est une normalisation de l'erreur estimée sur la contrainte globale par l'énergie de déformation globale. Il est calculé par la formule suivante :

$$APE = \sqrt{\frac{\|e_\sigma\|^2}{2 \cdot \|u\|^2 + \|e_\sigma\|^2}} \times 100 \quad (4.1)$$

Où $\|e_\sigma\|$ est l'estimation d'erreur sur la contrainte globale et $\|u\|$ est l'énergie de déformation totale.

Tableau 7. Paramètres de squelettisation et de reconstruction

		Poutre 1	Passerelle	Support L	Poutre L	Poutre 4	Pont
Squelette	Paramètre ω_L	1	1	1	1	1	1
	Paramètre ω_H	0.8	0.8	0.3	0.8	0.5	0.8
	Paramètre ω_M	1	1	0.3	0.8	0.6	0.8
Branche	Nombre de sections transversales	4	4	3	5	4	3
	Nombre de points d'interpolation par section	12	9	8	12	6	8
Jonction	Facteur définissant les limites de jonctions	1.3	1.9	1.85	1.5	1.45	1.3
	Nombre de points d'interpolation par section	6	5	7	6	7	5
	Intervalle angulaire de projection pour les sections intermédiaires	120°	90°	80°	120°	80°	120°

Tableau 8. Caractéristiques des courbes-squelettes après post-traitement

	Poutre 1	Passerelle	Support L	Poutre L	Poutre 4	Pont
Nombre total de nœuds squelettiques	558	551	1401	629	1415	349
Nombre total de segments squelettiques	559	549	1405	630	1419	345
Nombre de branches	9	10	24	9	22	12
Nombre de nœuds de jonction	5	4	14	5	13	4
Nombre de nœuds d'extrémité	3	8	6	3	5	12

Tableau 9. Synthèse des résultats

	Poutre 1	Passerelle	Support L	Poutre L	Poutre 4	Pont
<i>Optimisation SIMP</i>						
Écart nodal global d_g (mm)	1.6	275	40	10	1.6	1500

Nombre de tétraèdres N	382148	179167	345441	105756	367284	292364
Volume initial du design V_d (m³)	$2.54 \cdot 10^{-4}$	$4.44 \cdot 10^2$	3.00	$1.42 \cdot 10^{-2}$	$2.54 \cdot 10^{-4}$	$1.22 \cdot 10^5$
Fraction volumique cible f	3%	4%	3%	4.75%	4%	3%
Nb d'itérations pour la convergence	21	23	30	25	23	50
Compliance finale $\tilde{C}$ (J)	$7.95 \cdot 10^{-5}$	$4.36 \cdot 10^2$	$2.07 \cdot 10^{-1}$	$6.67 \cdot 10^{-2}$	$1.65 \cdot 10^{-4}$	$7.90 \cdot 10^8$
<i>Forme optimisée</i>						
Seuil de densité relative ρ_{th}	0.25	0.25	0.22	0.25	0.4	0.25
Fraction volumique f_{opt}	3.16%	4.08%	2.95%	4.38%	3.99%	3.03%
Compliance C_{opt} (J)	$3.30 \cdot 10^{-5}$	$3.72 \cdot 10^2$	$8.78 \cdot 10^{-2}$	$2.06 \cdot 10^{-2}$	$3.32 \cdot 10^{-5}$	$5.98 \cdot 10^8$
Erreur estimée (APE)	2.29%	3.70%	1.93%	2.23%	2.56%	2.18%
Déplacement maximal δ_{opt} (mm)	$3.56 \cdot 10^{-3}$	$6.64 \cdot 10^{-1}$	$5.36 \cdot 10^{-2}$	$6.93 \cdot 10^{-2}$	$3.56 \cdot 10^{-3}$	$3.52 \cdot 10^2$
Ratio f_{opt}/f	105%	102%	98%	92%	100%	101%
<i>Modèle CAO reconstruit</i>						
Fraction volumique f_{rec}	3.12%	3.85%	3.01%	4.48%	3.93%	3.05%
Compliance C_{rec} (J)	$3.42 \cdot 10^{-5}$	$4.14 \cdot 10^2$	$8.49 \cdot 10^{-2}$	$2.02 \cdot 10^{-2}$	$3.40 \cdot 10^{-5}$	$6.04 \cdot 10^8$
Erreur estimée (APE)	2.13%	3.78%	2.00%	1.88%	2.32%	2.75%
Déplacement maximal δ_{rec} (mm)	$3.73 \cdot 10^{-3}$	$8.96 \cdot 10^{-1}$	$5.30 \cdot 10^{-2}$	$6.40 \cdot 10^{-2}$	$3.66 \cdot 10^{-3}$	$3.59 \cdot 10^2$
Ratio f_{rec}/f	96%	104%	100%	106%	102%	98%
Ratio f_{opt}/f_{rec}	101%	106%	98%	98%	101%	99%
Ratio C_{opt}/C_{rec}	96%	90%	103%	102%	98%	99%
Ratio $\sigma_{opt}/\sigma_{rec}$	89%	97%	96%	108%	88%	104%
Écart relatif moyen ε_m^*	15%	13%	9%	8%	16%	7%

* $\varepsilon_m = \frac{1}{n} \sum_n \frac{|\sigma_{opt} - \sigma_{rec}|}{\sigma_{opt}}$ où n est le nombre de nœuds de jonction

4.5. Discussions des résultats

L'analyse des résultats obtenus pour tous les cas d'application exposés dans ce travail montre que les modèles CAO reconstruits concordent bien avec les formes optimisées correspondantes. Les écarts entre les résultats numériques obtenus, reflétés par les valeurs des différents ratios répertoriés dans le Tableau 9, sont relativement faibles. En effet, les fractions volumiques obtenues après la reconstruction des modèles CAO sont très proches des fractions volumiques obtenues après le processus d'OT et le lissage. Cela peut être observé aussi en comparant les volumes de l'espace de design avant et après reconstruction. Effectivement, les écarts obtenus entre les modèles optimisés et les modèles reconstruits correspondants sont très faibles comme l'illustre la Figure 4.21 (2 % ou moins dans tous les cas sauf pour la passerelle qui atteint 6 %).

Dans le cas de l'exemple de la passerelle, le volume du design après reconstruction est inférieur au volume du design après OT et lissage de 6 %. Cette perte de volume est principalement occasionnée par les opérations de balayage qui passent à travers deux sections successives dont les plans sont presque perpendiculaires, et notamment si l'une d'entre elles représente la section limite de la branche considérée. Ceci pourrait générer une branche dont le bout est très aplati comme c'est le cas de toute branche connectée au sous-domaine de non-design de la passerelle (Figure 4.3.c). Or les bouts de ces mêmes branches montraient une certaine épaisseur avant la reconstruction (Figure 4.2.b). Ceci pourrait expliquer aussi les écarts de 10 % et 26 % entre les deux modèles en termes de compliance globale et de déplacement résultant maximal.

Bien que les résultats obtenus pour tous les exemples d'application exposés dans ce travail soient très satisfaisants, les meilleurs d'entre eux sont ceux de l'exemple de support en forme de L. Effectivement, la prescription volumique initiale est parfaitement retrouvée après la reconstruction géométrique de la forme optimisée. De plus, les écarts entre le modèle reconstruit et celui optimisé en termes de compliance globale et de déplacement résultant maximal sont très faibles (3 % et 1 % respectivement). En revanche, c'est l'exemple où la nature asymétrique des formes obtenues par OT apparait le plus. En fait, comme montré clairement sur la Figure 4.8.c, la répartition des contraintes dans les deux modèles est similaire mais n'est pas symétrique au sein de chaque modèle (voir la concentration des contraintes dans la branche de bas à droite à comparer avec son homologue à gauche) sachant que le modèle initial d'OT est symétrique. Cela vient de l'utilisation des maillages non structurés (non symétriques) dans la procédure d'OT, ce qui impacte

directement les calculs par la MEF sur lesquels l'OT est basée. L'une des solutions serait d'appliquer une condition de symétrie sur le modèle initial avant de procéder aux analyses d'OT.

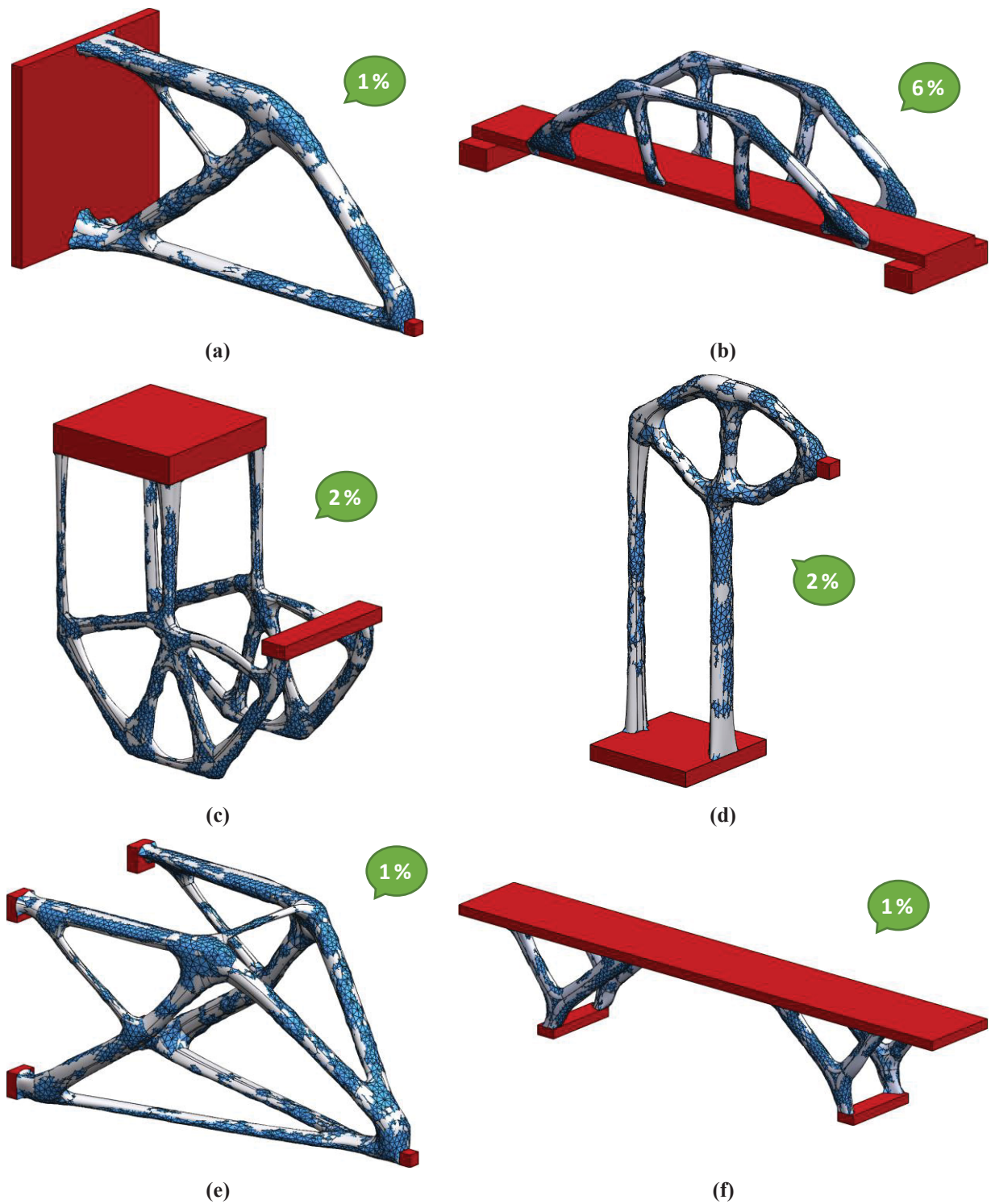


Figure 4.21 – Différence de volume entre le modèle optimisé (en bleu) et le modèle reconstruit (en gris) de chaque exemple

4.6. Ajustement de la fraction volumique

La dernière étape dans le processus de conversion présenté dans le chapitre précédent est de s'assurer de la bonne tenue mécanique de la structure optimisée par rapport à la contrainte admissible imposée (Figure 3.3). Si la contrainte maximale obtenue sur le modèle CAO reconstruit est supérieure à cette dernière, la fraction volumique sera ajustée à travers une ou plusieurs itérations supplémentaires sur l'ensemble des étapes décrites précédemment, étant donné que l'augmentation de ce paramètre entraîne une augmentation de la quantité de matière et réduit ainsi les contraintes. Ceci pourrait être effectué automatiquement en incrémentant la fraction volumique avec un pas prédéfini ($\Delta f = 1\%$ par exemple) et en comparant à la fin de chaque itération la contrainte maximale obtenue avec la contrainte admissible. La boucle d'ajustement automatique s'arrête dès que la contrainte maximale obtenue est inférieure à la contrainte admissible ou si le nombre maximal d'itérations spécifié par l'utilisateur est atteint. Dans le cadre du présent travail, cette boucle d'ajustement de la fraction volumique est effectuée manuellement.

Supposant que la force appliquée sur le modèle reconstruit obtenu pour l'exemple illustratif utilisé dans le chapitre précédent (montré par la Figure 3.28.a à gauche) est $F = 700\text{ N}$ et que la limite élastique du matériau utilisé est $R_e = 215\text{ MPa}$ (il s'agit de l'Aluminium 6063-T6). La contrainte maximale globale de von-Mises obtenue à travers une analyse par éléments finis, effectuée avec les mêmes conditions utilisées dans la section 3.6, s'élève à 233 MPa . Étant donné que cette contrainte maximale globale se trouve sur une singularité (arrête rentrante vive), comme le montre la Figure 4.22, une contrainte maximale représentative est prise au point M centre de l'interface design/non-design (montrée en jaune). Cette contrainte est $\sigma_{\max} = 118\text{ MPa}$.

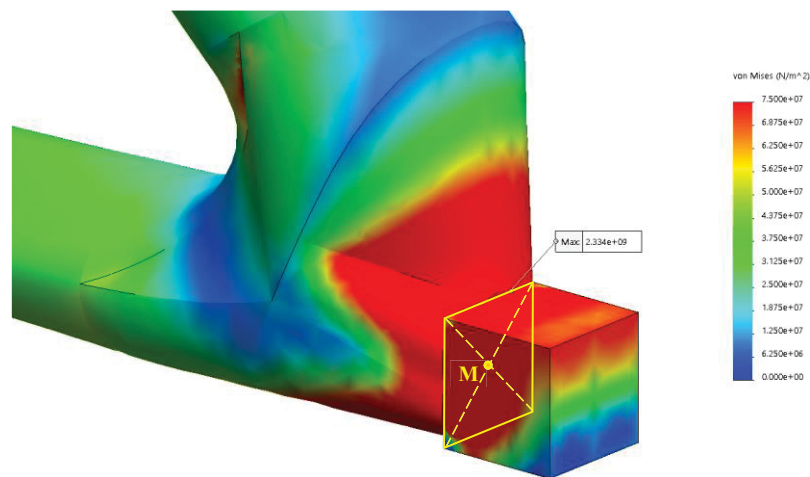


Figure 4.22 – Contrainte maximale globale et contrainte maximale représentative de von-Mises

Avec un facteur de sécurité $FS = 2$, la contrainte admissible serait :

$$\sigma_a = \frac{R_e}{FS} = 107.5 \text{ MPa} \quad (4.2)$$

Dans ce cas, la contrainte maximale représentative de von-Mises obtenue ($\sigma_{\max} = 118 \text{ MPa}$) est supérieure à la contrainte admissible ($\sigma_a = 107.5 \text{ MPa}$). De ce fait, ce modèle de la poutre optimisée ne respecte pas la contrainte admissible. Ceci est particulièrement mis en évidence par la répartition du facteur de sécurité exposée dans la Figure 4.23 (b). Selon la stratégie proposée ci-dessus, des itérations supplémentaires sont appliquées sur cet exemple comme décrit dans les prochaines sous-sections.

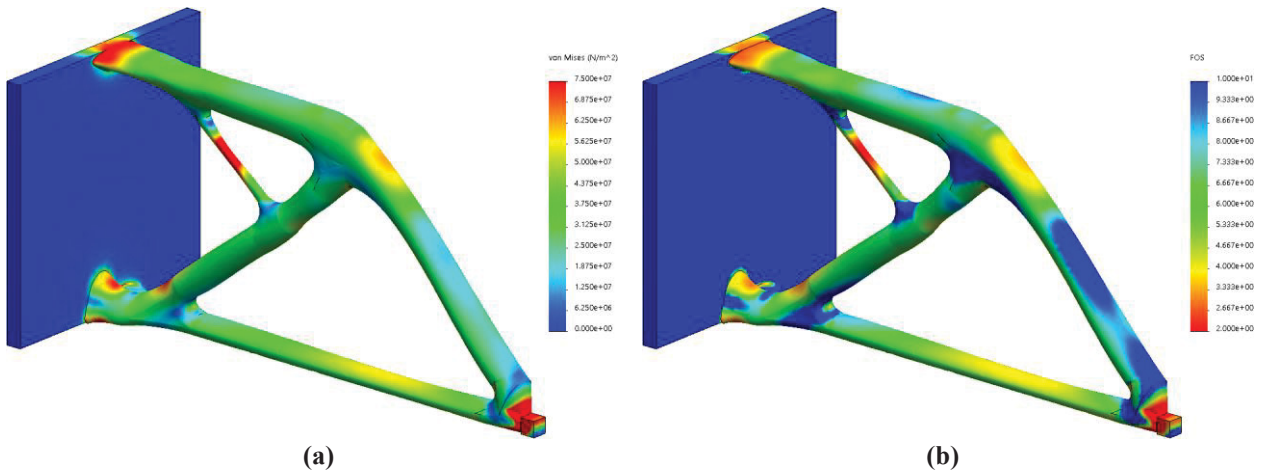


Figure 4.23 – Poutre optimisée initiale ($f_0 = 3.0 \%$) : distributions (a) de la contrainte de von-Mises et (b) du facteur de sécurité

4.6.1. Première itération

Le processus de conversion est relancé pour l'exemple illustratif introduit dans la section 3.4 avec les mêmes paramètres de chaque étape, à l'exception de la fraction volumique f_0 qui est augmentée de $\Delta f = 0.5 \%$, ce qui donne la nouvelle fraction volumique :

$$f_1 = f_0 + \Delta f = 3.5 \% \quad (4.3)$$

L'OT avec la méthode SIMP effectuée sur le modèle initial de la Figure 3.4 (a) avec f_1 comme fraction volumique cible converge après 22 itérations. La distribution finale de la densité relative obtenue est illustrée dans la Figure 4.24 (a). Pour la Figure 4.24 (b), uniquement les éléments tétraédriques dont la densité relative est supérieure ou égale à 0.25 sont affichés. Le résultat d'extraction et du lissage de la forme optimisée sont présentés respectivement dans les Figure 4.24 (c) et (d).

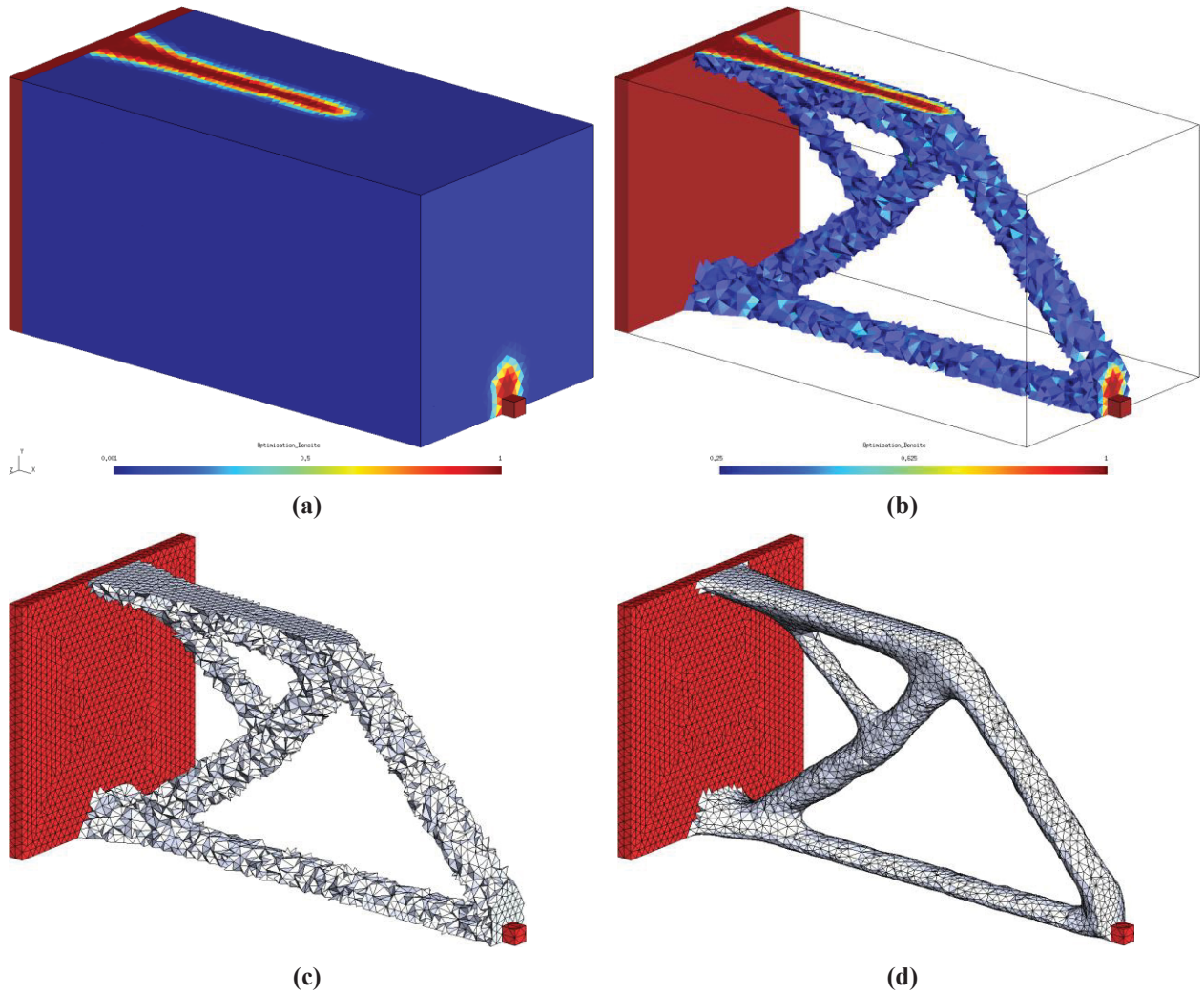


Figure 4.24 – Première itération ($f_1 = 3.5\%$) : (a) répartition finale de la densité relative, (b) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$ et enveloppe de la forme optimisée (c) avant et (d) après lissage

Après avoir extrait puis post-traité le squelette filaire de la triangulation lissée, comme le montrent respectivement les Figure 4.25 (a) et (b), les points d'interpolation des sections transversales sont calculés (Figure 4.25.c) puis interpolés avec des courbes B-splines (Figure 4.25.d). L'enveloppe de la forme optimisée est obtenue en cousant les surfaces obtenues par balayages multisections à travers ces courbes B-splines et les surfaces de remplissage (Figure 4.25.e). La Figure 4.25 (f) présente le résultat final du modèle reconstruit représentant la poutre optimisée pour $f_1 = 3.5\%$.

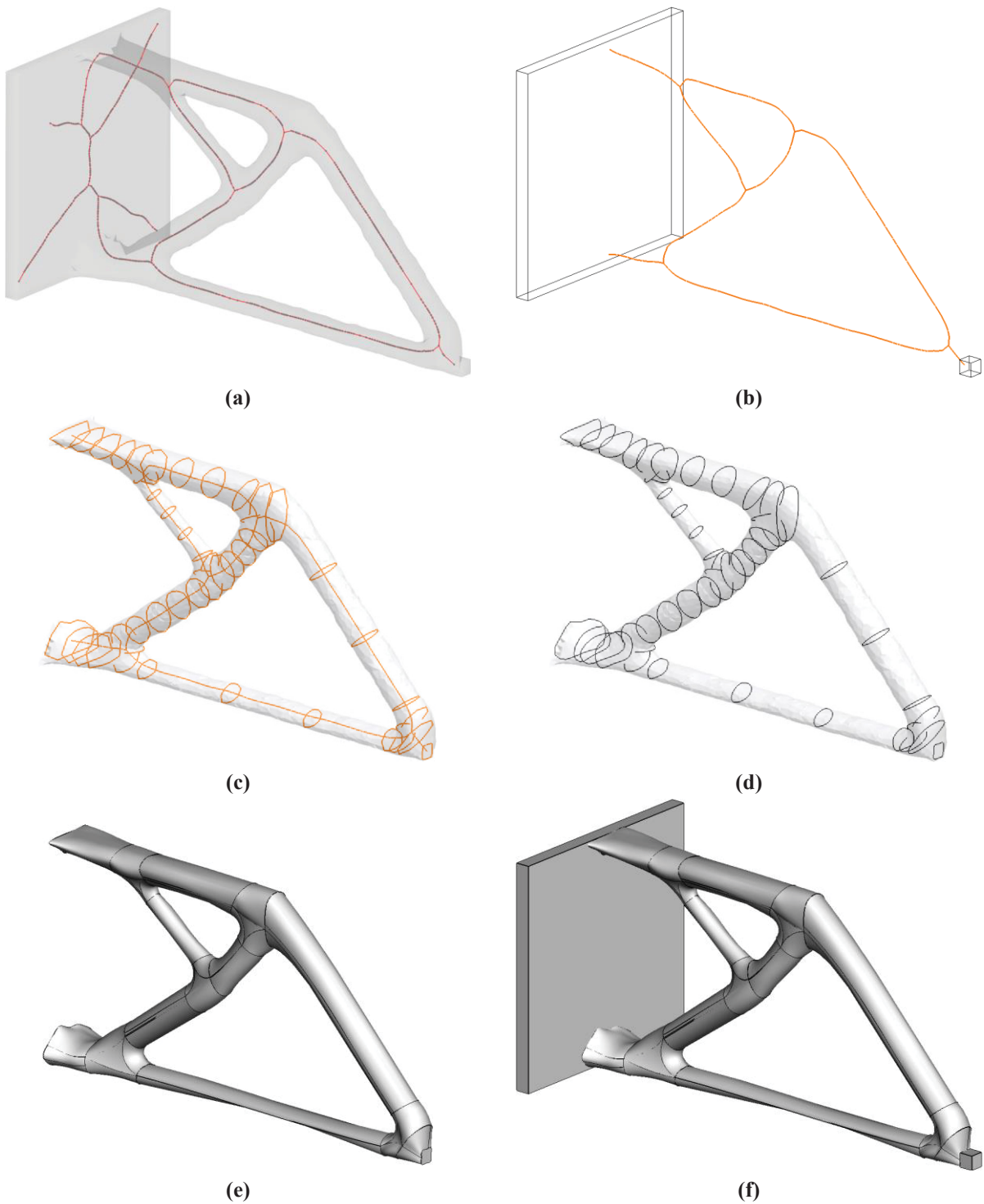


Figure 4.25 – Première itération ($f_1 = 3.5\%$) : squelette (a) avant et (b) après post-traitement, (c) calcul et (d) interpolation des sections, (e) reconstruction et (f) assemblage avec le non-design

L'analyse par MEF de ce nouveau modèle reconstruit pour la poutre montre une amélioration de la distribution des contraintes comme l'illustre la Figure 4.26 (a), mais elle n'est pas satisfaisante. En effet, la contrainte maximale représentative de von-Mises (prise au centre de

l'interface de design/non-design) obtenue dans cette itération est $\sigma_{\max} = 109.4 \text{ MPa}$ ce qui est toujours supérieure à la contrainte admissible $\sigma_a = 107.5 \text{ MPa}$. Ainsi, une itération supplémentaire est nécessaire.

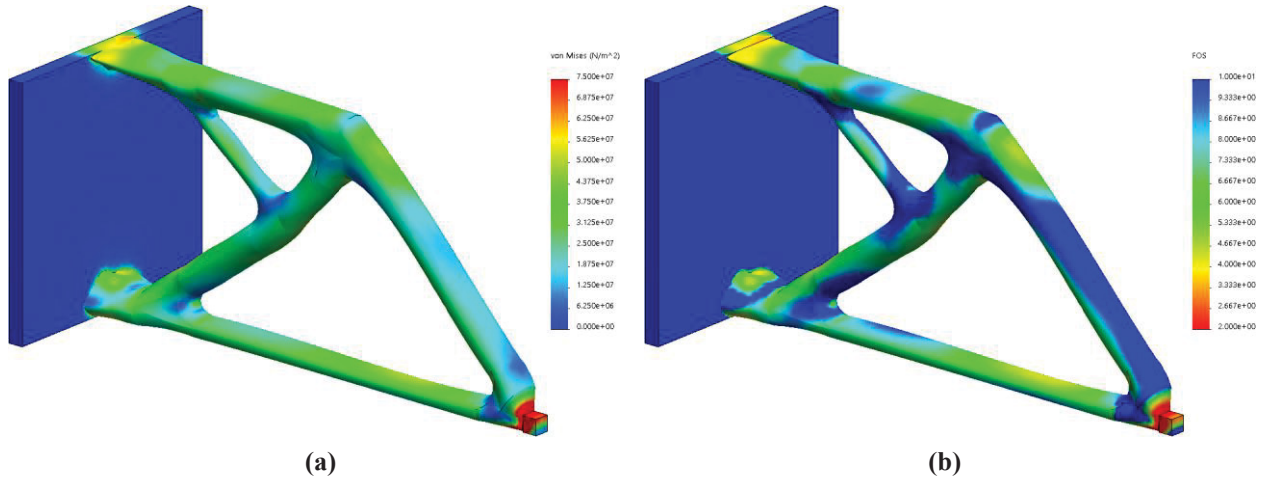


Figure 4.26 – Première itération ($f_1 = 3.5 \%$) : distributions (a) de la contrainte de von-Mises et (b) du facteur de sécurité

4.6.2. Deuxième itération

L'ensemble du processus de reconstruction est réappliqué encore une fois sur le même modèle initial (Figure 3.4.a) avec les mêmes paramètres utilisés précédemment, sauf la fraction volumique. Celle-ci est incrémentée cette fois de $\Delta f = 1 \%$. Donc, la nouvelle fraction volumique cible considérée lors de l'OT serait :

$$f_2 = f_1 + \Delta f = 4.5 \% \quad (4.4)$$

La répartition finale de la densité relative est obtenue après 22 itérations (Figure 4.27.a). La Figure 4.27 (c) présente la forme optimisée brute extraite sous la forme d'un maillage surfacique triangulaire avec un seuil de densité relative $\rho_{th} = 0.25$. Le résultat du lissage de ce maillage brut est montré à la Figure 4.27 (d).

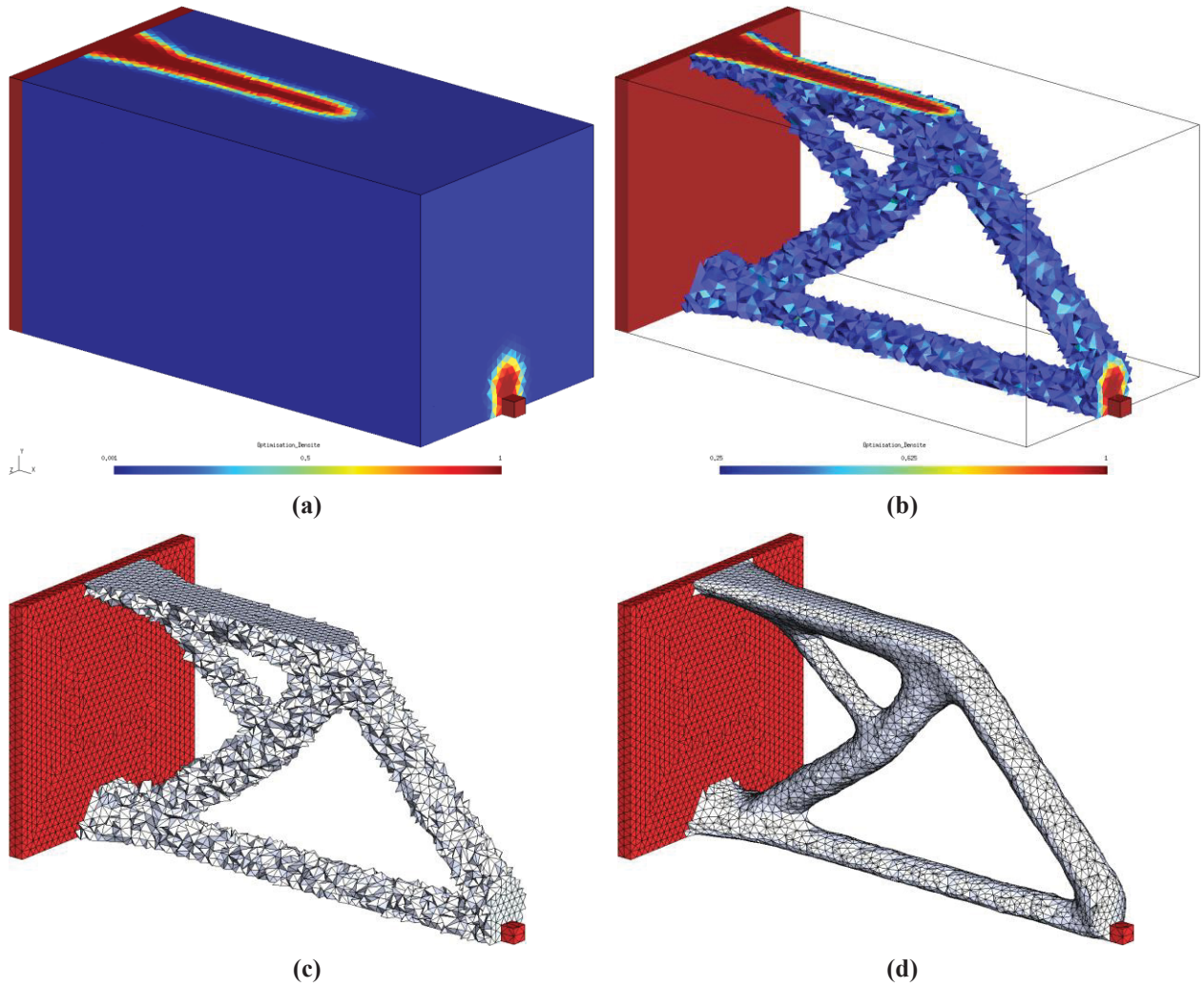


Figure 4.27 – Deuxième itération ($f_2 = 4.5\%$) : (a) répartition finale de la densité relative, (b) seuillage pour $\rho_{th} = 0.25$ et enveloppe de la forme optimisée (c) avant et (d) après lissage

Un squelette filaire est extrait de la forme optimisée lisse (Figure 4.28.a) puis post-traité tel qu'illustré par la Figure 4.28 (b). Les Figure 4.28 (c) et (d) montre respectivement le calcul et l'interpolation par des courbes B-splines des sections transversales. Un modèle CAO est finalement reconstruit grâce aux opérations de balayage multisections et d'assemblage (Figure 4.28.f).

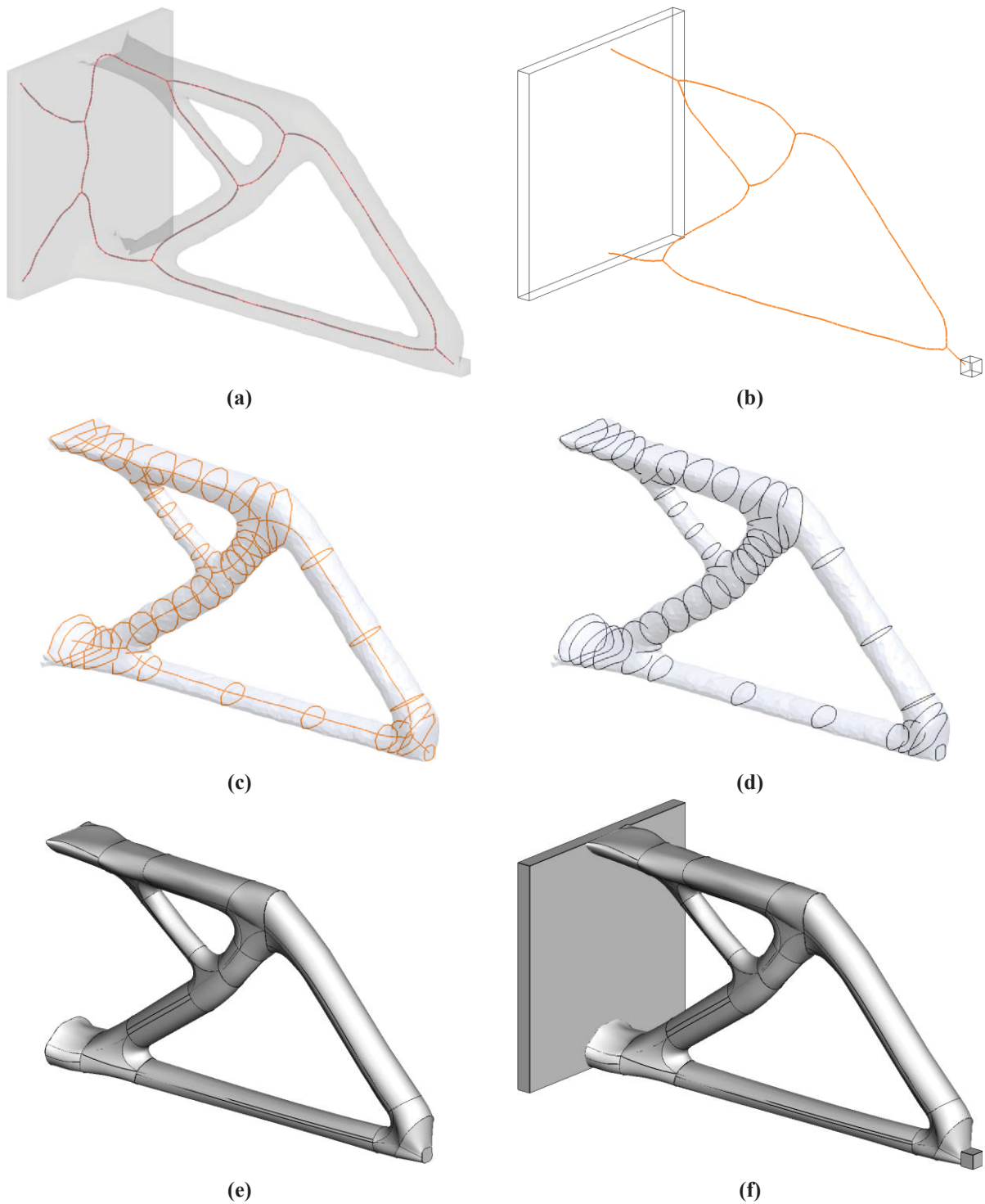


Figure 4.28 – Deuxième itération ($f_2 = 4.5\%$) : squelette (a) avant et (b) après post-traitement, (c) calcul et (d) interpolation des sections, (e) reconstruction et (f) assemblage avec le non-design

La Figure 4.29 (a) montre, en utilisant la même échelle de couleurs utilisée pour la Figure 4.23 (a) et la Figure 4.26 (a), la distribution des contraintes de von-Mises obtenue pour le modèle de la Figure 4.28 (f) sur lequel une force $F = 700\text{ N}$ est appliquée. La contrainte maximale

représentative de von-Mises est $\sigma_{\max} = 104.9 \text{ MPa}$ ce qui est inférieure à la contrainte admissible $\sigma_a = 107.5 \text{ MPa}$. Donc, le modèle obtenu dans cette itération satisfait le critère de contrainte ce qui met fin à la boucle d'ajustement de la fraction volumique. Il est important de noter que la topologie de la forme optimisée peut varier au fil des itérations.

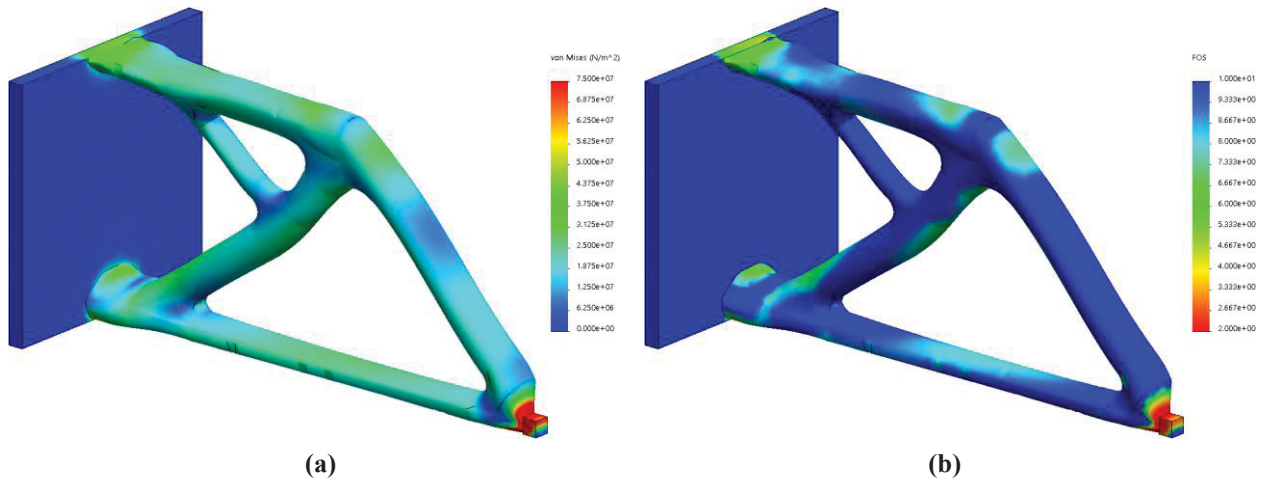


Figure 4.29 – Deuxième itération ($f_2 = 4.5 \%$) : distributions (a) de la contrainte de von-Mises et (b) du facteur de sécurité

4.7. Conclusion

En somme, après avoir présenté les outils de développement utilisés lors de la réalisation de ce projet de doctorat, ce chapitre a exposé cinq exemples sur lesquels le processus de conversion développé a été appliqué, à savoir : une passerelle, un support et une poutre en formes de L, une poutre à 4 fixations et un pont. Cela dans l'objectif de valider la méthodologie proposée pour l'interprétation des résultats d'OT qui s'orientent vers des structures formées de poutres en modèles CAO facilement éditables. Cette méthodologie est principalement basée sur la squelettisation linéique, le balayage multisections et les opérations booléennes. Les résultats obtenus sont très positifs et révèlent une fiabilité et des performances remarquables du processus développé. Les modèles reconstruits sont validés à travers des analyses par éléments finis dont les résultats sont comparés avec ceux des modèles optimisés correspondants. Cette comparaison a fait ressortir de légères différences entre les deux modèles. Cette cohérence de résultats confirme l'efficacité de l'approche proposée pour la conversion automatique des résultats d'OT de formes structurelles en modèles CAO. Dans le but de satisfaire le critère sur la contrainte maximale, des itérations sur l'ensemble de ce processus peuvent s'avérer nécessaires. Ceci a été mis en évidence à travers une boucle d'ajustement de la fraction volumique appliquée sur l'exemple illustratif utilisé dans le chapitre précédent. Les formes telles que reconstruites par notre processus peuvent être réalisées par les procédés de fabrication conventionnelle ou additive.

Chapitre 5.

Conclusions et perspectives

5.1. Conclusions

Dans cette thèse, nous avons proposé un processus automatique pour la conversion des résultats d'OT qui tendent vers des structures de poutres en modèles CAO. Ce travail contribue à l'intégration complète de l'OT, en tant qu'outil novateur et particulièrement efficace, dans le processus de conception de produits. L'approche développée pourrait être implantée dans un logiciel d'OT afin de mettre à disposition aux concepteurs une multitude de choix d'interprétation des résultats d'OT de formes structurelles. Cette approche est entièrement automatisée sans aucune intervention de l'utilisateur, ce qui n'est pas le cas pour la plupart des méthodes proposées dans la littérature.

Une revue bibliographique divisée en trois parties a été exposée dans le deuxième chapitre. Nous avons présenté brièvement, dans la première partie, les différentes classes de méthodes d'OT existant dans la littérature, ainsi que les contraintes de fabrication qui peuvent y être intégrées pour donner des résultats facilement réalisables. La deuxième partie a été consacrée à l'étude bibliographique des méthodes d'interprétation de résultats issus de l'OT. Cette étude a révélé que le nombre de ces méthodes est très limité et qu'elles ne donnent pas entière satisfaction. Une nouvelle approche d'interprétation basée sur la squelettisation linéique a donc été développée. Une

revue de la littérature sur les techniques de squelettisation linéique a fait l'objet de la troisième partie afin d'aboutir à un choix éclairé sur la technique à utiliser.

Après avoir montré comment les résultats d'OT de formes structurelles peuvent être générés en utilisant la méthode SIMP, nous avons détaillé, à l'aide d'un exemple illustratif, dans le troisième chapitre, notre processus d'interprétation développé principalement pour traiter ce type de résultats. Ce processus est basé sur l'extraction d'une courbe-squelette de la forme optimisée permettant le positionnement et le calcul des sections transversales de cette dernière. Les courbes B-spline interpolant les points de ces sections transversales sont utilisées en séries dans des opérations de balayage générant ainsi des surfaces multisections. Ces dernières sont assemblées par la suite pour former, à l'aide de surfaces de remplissage, une enveloppe fermée. Enfin, cette enveloppe est convertie en un modèle solide puis assemblée en utilisant l'union booléenne avec le sous-domaine de non-design pour donner le modèle CAO finale. La validation de ce modèle est réalisée à travers des analyses par éléments finis. En cas de non-satisfaction de la contrainte admissible, des itérations supplémentaires sur l'ensemble du processus sont effectuées.

Dans le quatrième chapitre, après avoir présenté les outils de développement utilisés, l'efficacité et le potentiel de l'approche de reconstruction développée ont été démontrés à travers cinq exemples d'application. La MEF est utilisée pour comparer les modèles reconstruits aux formes optimisées, dont ils sont dérivés, pour des fins de validation. Les résultats obtenus sont concordants et révèlent une fiabilité et des performances remarquables de l'approche développée. Les modèles CAO générés peuvent être facilement modifiés et/ou affinés davantage à l'aide d'une optimisation paramétrique pour répondre éventuellement à d'autres critères de conception. Les sous-sections suivantes mettront en évidence les avantages et les limitations de cette approche. Les perspectives des travaux futurs découlant de ce projet de recherche seront données dans une dernière section.

5.1.1. Avantages

Le processus proposé dans cette thèse présente plusieurs avantages clairs. Tout d'abord, il est entièrement automatique, sans aucune intervention manuelle. En effet, les positions et les orientations des sections transversales sont déterminées de manière automatique contrairement à toutes les méthodes existantes basées sur le même principe. Ceci s'applique également à la mise en connexion surfacique des différentes branches. En plus d'être complètement automatisé, le

processus développé renvoie des modèles CAO qui représentent fidèlement les formes telles qu'optimisées (Figure 4.21).

De surcroît, ce processus génère des modèles CAO paramétriques qui peuvent être modifiés grâce à la conservation de l'historique des opérations de reconstruction. Dans ce cas, une optimisation paramétrique pourrait être effectuée pour optimiser davantage sa forme géométrique et satisfaire d'autres contraintes mécaniques. En outre, le processus de reconstruction développé offre une grande flexibilité à travers plusieurs paramètres clés ajustables à la convenance de l'utilisateur. Ce dernier peut contrôler, entre autres, le nombre de sections transversales, le nombre de points d'interpolation par section, les limites de jonctions etc.

5.1.2. Limitations

Malgré ses nombreux avantages, l'approche proposée se heurte à plusieurs limites. Tout d'abord, comme nous l'avons déjà souligné, cette approche est conçue notamment pour traiter les résultats d'OT de formes structurelles. Bien qu'elle puisse être appliquée avec succès sous certaines conditions à des formes massives simples, des efforts supplémentaires devraient être fournis pour étendre son champ d'application à des formes quelconques.

Une autre limitation de cette approche tient au fait que les différentes surfaces générées lors de la reconstruction géométrique de la forme optimisée sont raccordées avec seulement une continuité G_0 . De ce fait, les enveloppes reconstruites présentent des arêtes vives au niveau des raccords entre ces différentes surfaces. L'une des solutions serait par exemple de prévoir des congés à ces endroits. De plus, notre processus ne permet pas de transformer les résultats d'OT qui présentent des cavités internes en modèles CAO. L'on peut ajouter à cela qu'il n'est pas capable de déterminer automatiquement le nombre approprié de sections transversales par branche ou le nombre convenable de points de projection par section. Ces paramètres doivent être renseignés au préalable par l'utilisateur.

5.2. Perspectives

5.2.1. Généralisation de la méthode pour toute sorte de résultats

Le processus de reconstruction présenté dans ce travail se limite principalement à la conversion des résultats d'OT de formes structurelles en modèles CAO. Bien qu'il puisse être appliqué sur des formes volumineuses simples, il n'est cependant pas directement applicable à toutes les formes résultant de l'OT. L'une des principales perspectives de ce travail serait donc d'étendre cette approche à une plus grande variété de résultats d'OT. Il serait intéressant aussi de préserver les caractéristiques géométriques de la structure optimisée et d'intégrer les contraintes de fabrication conventionnelles lors du processus d'interprétation. Cela permettrait de produire des modèles CAO paramétriques facilement réalisables.

5.2.2. Satisfaction automatique de la contrainte admissible

Dans le cas où le modèle CAO reconstruit ne vérifie pas le critère imposé sur la contrainte admissible, deux options sont possibles. La première option serait, comme présentée dans la section 3.7, d'ajuster automatiquement la fraction volumique et d'itérer sur l'ensemble du processus jusqu'à l'obtention d'un modèle CAO dont la contrainte maximale est inférieure à la contrainte admissible ou d'atteindre le nombre maximal d'itérations spécifié par l'utilisateur. Ceci est conditionné au fait que les résultats obtenus doivent toujours être orientés vers des structures de poutres. Tandis que la deuxième option consisterait à appliquer une optimisation paramétrique sur le modèle CAO reconstruit. Les variables de design pourraient être les positions de points de contrôle ou les points d'interpolations des courbes B-spline représentant les contours des sections transversales.

La prise en compte automatique de la contrainte admissible dans le processus de conversion proposé permet de compenser la faiblesse de la méthode SIMP par rapport à ce point (voir la sous-section 2.2.1.2) en générant des modèles optimisés qui vérifient bien le critère sur la contrainte.

5.2.3. Imposition d'une condition de continuité plus élevée

Les surfaces générées pendant la reconstruction d'un modèle CAO sont assemblées avec une continuité de type G_0 (continuité de position ou de contact). Quelques difficultés ont été rencontrées pour imposer une continuité plus élevée comme la continuité de type G_1 (continuité de tangence) ou celle de type G_2 (continuité de courbure). Il est bien évident qu'une enveloppe générée avec une

continuité plus élevée serait parfaitement lisse. Plus d'efforts seront à envisager pour surmonter ces difficultés et améliorer la qualité des modèles générés.

5.2.4. Adaptation du processus proposé pour d'autres méthodes d'OT

Rappelons que le processus d'interprétation dont on a montré le potentiel à travers plusieurs exemples de résultats obtenus par OT en utilisant la méthode SIMP, peut également être avantageusement appliqué sur les résultats donnés par d'autres méthodes d'optimisation de la topologie telles que les méthodes évolutionnaires. En effet, le processus développé prend en entrée les résultats obtenus par OT sous forme de maillages et ne dépend pas de la méthode utilisée pour obtenir ces résultats. L'avantage d'utiliser les méthodes évolutionnaires (ESO/BESO) est de s'affranchir de l'étape de vérification des contraintes admissibles du fait que, comme indiqué dans la sous-section 2.2.1.3, les résultats fournis par ces méthodes vérifient systématiquement les contraintes mécaniques.

Bibliographie

- [1] Halila F, Fauvin V, Polmard A. Algorithmes d'optimisation topologique pour l'allégement des poutres en PMH de la caisse-en-blanc en utilisant un couplage entre Matlab et Ansys. Congrès français de mécanique: AFM, Association Française de Mécanique; 2017.
- [2] Picher-Martel G-P. Intégration d'une méthode d'optimisation topologique dans le processus de CAO/FAO pour des pièces tridimensionnelles [mémoire de maîtrise]. Canada: Université de Sherbrooke; 2010.
- [3] Cuillière J-C, Francois V, Drouet J-M. Automatic mesh generation and transformation for topology optimization methods. *Computer-Aided Design* 2013;45:1489-506.
- [4] Cuillière J-C, Francois V. Integration of CAD, FEA and Topology Optimization through a Unified Topological Model. *Computer-Aided Design & Applications* 2014;11:493-508.
- [5] Cuillière J-C, Francois V, Drouet J-M. Towards the integration of topology optimization into the CAD process. *Computer-Aided Design & Applications* 2014;11:120-40.
- [6] Nana A, Cuillière J-C, Francois V. Towards adaptive topology optimization. *Advances in Engineering Software* 2016;100:290-307.
- [7] Cuillière J-C, François V, Nana A. Automatic construction of structural CAD models from 3D topology optimization. *Computer-Aided Design and Applications* 2017:1-15.
- [8] Nana A, Cuillière J-C, Francois V. Automatic reconstruction of beam structures from 3D topology optimization results. *Computers and Structures* 2017;189:62-82.

- [9] Nana Takougoum PA. Adaptation et transformation automatiques des résultats d'optimisation topologique en modèles CAO de structures de poutres [thèse de doctorat]. Canada: Université du Québec à Trois-Rivières; 2018.
- [10] Cuillière J-C. Introduction à la méthode des éléments finis. 2ème éd. ed. Paris: Dunod; 2016.
- [11] Bendsøe MP, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 1988;71:197-224.
- [12] Eschenauer HA, Olhoff N. Topology optimization of continuum structures: A review*. *Applied Mechanics Reviews* 2001;54:331-90.
- [13] Suzuki K, Kikuchi N. A homogenization method for shape and topology optimization. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 1991;93:291-318.
- [14] Cheng L, Zhang P, Biyikli E, Bai J, Robbins J, To A. Efficient design optimization of variable-density cellular structures for additive manufacturing: theory and experimental validation. *Rapid Prototyping Journal* 2017;23:660-77.
- [15] Wang M, Wang M, Qian X. Efficient Filtering in Topology Optimization via B-Splines. *Journal of Mechanical Design (Transactions of the ASME)* 2015;137.
- [16] Bendsøe MP. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural optimization* 1989;1:193-202.
- [17] Zhou M, Rozvany GIN. The COC algorithm, Part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 1991;89:309-36.
- [18] Stolpe M, Svanberg K. An alternative interpolation scheme for minimum compliance topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2001;22:116-24.
- [19] Bruns TE. A reevaluation of the SIMP method with filtering and an alternative formulation for solid-void topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2005;30:428-36.
- [20] Deaton J, Grandhi R. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2014;49:1-38.
- [21] Sigmund O, Petersson J. Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. *Structural optimization* 1998;16:68-75.

- [22] Bourdin B. Filters in topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2001;50:2143-58.
- [23] Xie YM, Steven GP. A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Computers & structures* 1993;49:885-96.
- [24] Querin OM, Steven GP, Xie YM. Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm. *Engineering Computations* 1998;15:1031-48.
- [25] Huang X, Xie YM. *Evolutionary topology optimization of continuum structures: methods and applications*. Chichester, West Sussex: Wiley; 2010.
- [26] Zhao F. A nodal variable ESO (BESO) method for structural topology optimization. *Finite elements in Analysis and Design* 2014;86:34-40.
- [27] Zhou M, Rozvany G. On the validity of ESO type methods in topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2001;21:80-3.
- [28] Luo Z, Zhang N, Ji J, Wu T. A meshfree level-set method for topological shape optimization of compliant multiphysics actuators. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2012;223-224:133-52.
- [29] Sethian JA, Wiegmann A. Structural Boundary Design via Level Set and Immersed Interface Methods. *Journal of Computational Physics* 2000;163:489-528.
- [30] Jiang L, Chen S. Parametric structural shape & topology optimization with a variational distance-regularized level set method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2017;321:316.
- [31] Bourdin B, Chambolle A. Design-dependent loads in topology optimization. *ESAIM Control, Optimisation and Calculus of Variations* 2003;9:19-48.
- [32] Bourdin B, Chambolle A. The phase-field method in optimal design. *IUTAM Symposium on topological design optimization of structures, machines and materials: Springer*; 2006. p. 207-15.
- [33] Takezawa A, Nishiwaki S, Kitamura M. Shape and topology optimization based on the phase field method and sensitivity analysis. *Journal of Computational Physics* 2010;229:2697-718.
- [34] Louvigny Y, Nzisabira J, Meunier B, Duysinx P. L'optimisation topologique et la fabrication additive, amélioration de la chaine de conception. 14ème colloque national AIP PRIMECA: Produits, Procédés, Systèmes intelligents et durables 2015. p. 220-4.
- [35] Liu J, Ma Y. A survey of manufacturing oriented topology optimization methods. *Advances in Engineering Software* 2016;100:161-75.

- [36] Hunter W. Predominantly solid-void three-dimensional topology optimisation using open source software: Stellenbosch: University of Stellenbosch; 2009.
- [37] Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization : Computer-Aided Optimal Design of Stressed Solids and Multidisciplinary Systems* 2001;21:120-7.
- [38] Michalatos P, Sawako K. Intuitive Material Distributions. *Architectural Design* 2011;81:66-9.
- [39] Zuo ZH, Xie YM. A simple and compact Python code for complex 3D topology optimization. *Advances in Engineering Software* 2015;85:1-11.
- [40] Aage N, Andreassen E, Lazarov BS. Topology optimization using PETSc: An easy-to-use, fully parallel, open source topology optimization framework. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2015;51:565-72.
- [41] Aranda E, Bellido JC, Donoso A. Toptimiz3D: A topology optimization software using unstructured meshes. *Advances in Engineering Software* 2020;148:102875.
- [42] Ferrari F, Sigmund O. A new generation 99 line Matlab code for compliance topology optimization and its extension to 3D. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2020;62:2211-28.
- [43] OptiStruct. [Online]: Altair. Available at <https://www.altair.com/optistruct/> [Accessed on 2020].
- [44] TOSCA. [Online]: SIMULIA. Available at <https://www.3ds.com/fr/produits-et-services/simulia/produits/tosca/structure/> [Accessed on 2020].
- [45] Within. [Online]: Autodesk. Available at http://www.withinlab.com/new_index.php [Accessed on 2020].
- [46] nTop Platform. [Online]: nTopology. Available at <https://ntopology.com/> [Accessed on 2020].
- [47] NX. [Online]: Siemens. Available at <https://www.plm.automation.siemens.com/global/fr/products/nx/> [Accessed on 2020].
- [48] Solid Edge. [Online]: Siemens. Available at <https://solidedge.siemens.com/fr/> [Accessed on 2020].
- [49] SolidWorks. [Online]: Dassault Systèmes. Available at <https://www.solidworks.com/> [Accessed on 2019].

- [50] 360 F. [Online]: Autodesk. Available at <https://www.autodesk.ca/fr/products/fusion-360/overview?term=1-YEAR&support=null> [Accessed on 2020].
- [51] Creo. [Online]: PTC. Available at <https://www.ptc.com/fr/products/creo> [Accessed on 2020].
- [52] Reddy K SN, Ferguson I, Frecker M, Simpson TW, Dickman CJ. Topology optimization software for additive manufacturing: A review of current capabilities and a real-world example. ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference: American Society of Mechanical Engineers Digital Collection; 2016.
- [53] Mortenson ME. Geometric modeling. 3rd ed. ed. New York: Industrial Press Inc.; 2006.
- [54] Stroud I, Nagy H. Solid Modelling and CAD Systems: How to Survive a CAD System. London: Springer London; 2011.
- [55] Marsan AL, Dutta D. Construction of a surface model and layered manufacturing data from 3D homogenization output. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME 1996;118:412-8.
- [56] Chirehdast M. An integrated optimization environment for structural configuration design. U.S.A: University of Michigan; 1992.
- [57] Tang P-S, Chang K-H. Integration of topology and shape optimization for design of structural components. Structural and Multidisciplinary Optimization 2001;22:65-82.
- [58] Chang KH, Tang PS. Integration of design and manufacturing for structural shape optimization. Advances in Engineering Software 2001;32:555-67.
- [59] Hsu Y-L, Hsu M-S, Chen C-T. Interpreting results from topology optimization using density contours. Computers and Structures 2001;79:1049-58.
- [60] Hsu M-H, Hsu Y-L. Interpreting three-dimensional structural topology optimization results. Computers and Structures 2005;83:327-37.
- [61] Lin CY, Chao LS. Automated image interpretation for integrated topology and shape optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization 2000;20:125-37.
- [62] Lin C-Y, Lin S-H. Artificial neural network based hole image interpretation techniques for integrated topology and shape optimization. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 2005;194:3817-37.
- [63] Lin CY, Chou YH. Automated structural optimization system for integrated topology and shape optimization. Journal of the Chinese Institute of Engineers 2008;31:745-56.

- [64] Chou Y-H, Lin C-Y. Improved image interpreting and modeling technique for automated structural optimization system. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2010;40:215.
- [65] Larsen S, Jensen CG. Converting topology optimization results into parametric CAD models. *Computer-Aided Design and Applications* 2009;6:407-18.
- [66] Yi G, Kim N. Identifying boundaries of topology optimization results using basic parametric features. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2017;55:1641-54.
- [67] Koguchi A, Kikuchi N. A surface reconstruction algorithm for topology optimization. *Engineering with Computers* 2006;22:1-10.
- [68] Park JM, Lee BC, Chae SW, Kwon KY. Surface reconstruction from FE mesh model. *Journal of Computational Design and Engineering* 2019;6:197-208.
- [69] Lin K-Y, Huang C-Y, Lai J-Y, Tsai Y-C, Ueng W-D. Automatic reconstruction of B-spline surfaces with constrained boundaries. *Computers & Industrial Engineering* 2011.
- [70] Wang J, Gu D, Yu Z, Tan C, Zhou L. A framework for 3D model reconstruction in reverse engineering. *Computers & Industrial Engineering* 2012;63:1189-200.
- [71] Dautre P-T, Morretton E, Vo TH, Marin P, Pourroy F, Prudhomme G, et al. Comparison of some approaches to define a CAD model from topological optimization in design for additive manufacturing. *Advances on Mechanics, Design Engineering and Manufacturing*: Springer; 2017. p. 233-40.
- [72] Chirehdast M, Gea HC, Kikuchi N, Papalambros P. Structural configuration examples of an integrated optimal design process. *Journal Of Mechanical Design* 1994;116:997-1004.
- [73] Mandhyan A, Srivastava G, Krishnamoorthi S. A novel method for prediction of truss geometry from topology optimization. *Engineering with Computers* 2017;33:95-106.
- [74] Bremicker M, Chirehdast M, Kikuchi N, Papalambros P. Integrated Topology and Shape Optimization in Structural Design*. *Journal of Structural Mechanics* 1991;19:551-87.
- [75] Bournival S, Cuillière J-C, François V. A mesh-geometry based method for coupling 1D and 3D elements. *Advances in Engineering Software* 2010;41:838-58.
- [76] Au OK-C, Tai C-L, Chu H-K, Cohen-Or D, Lee T-Y. Skeleton extraction by mesh contraction. *ACM Transactions on Graphics (TOG): ACM*; 2008. p. 44.
- [77] Cao J, Tagliasacchi A, Olson M, Zhang H, Su Z. Point cloud skeletons via laplacian based contraction. *Shape Modeling International Conference (SMI)*, 2010: IEEE; 2010. p. 187-97.

- [78] Kresslein J, Haghighi P, Park J, Ramnath S, Sutradhar A, Shah JJ. Automated cross-sectional shape recovery of 3D branching structures from point cloud. *Journal of Computational Design and Engineering* 2018;5:368-78.
- [79] Yin G, Xiao X, Cirak F. Topologically robust CAD model generation for structural optimisation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2020;369:113102.
- [80] Blum H. A transformation for extracting new descriptors of shape. *Models for the Perception of Speech and Visual Form* 1967:362-80.
- [81] Tagliasacchi A, Delame T, Spagnuolo M, Amenta N, Telea A. 3D Skeletons: A State-of-the-Art Report. *Computer Graphics Forum* 2016;35:573-97.
- [82] Cornea ND, Silver D, Min P. Curve-skeleton properties, applications, and algorithms. *IEEE Trans Vis Comput Graph* 2007. p. 530-48.
- [83] Xie W, Thompson RP, Perucchio R. A topology-preserving parallel 3D thinning algorithm for extracting the curve skeleton. *Pattern Recognition* 2003;36:1529-44.
- [84] Palágyi K, Kuba A. *Directional 3D Thinning Using 8 Subiterations*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg; 1999. p. 325-36.
- [85] Ju T, Baker ML, Chiu W. Computing a family of skeletons of volumetric models for shape description. *Computer-Aided Design* 2007;39:352-60.
- [86] Hesselink WH, Roerdink JBTM. Euclidean Skeletons of Digital Image and Volume Data in Linear Time by the Integer Medial Axis Transform. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* 2008;30:2204-17.
- [87] Reniers D, van Wijk JJ, Telea A. Computing Multiscale Curve and Surface Skeletons of Genus 0 Shapes Using a Global Importance Measure. *Visualization and Computer Graphics, IEEE Transactions on* 2008;14.
- [88] Siddiqi K, Bouix S, Tannenbaum A, Zucker S. Hamilton-Jacobi Skeletons. *International Journal of Computer Vision* 2002;48:215-31.
- [89] Chuang J, Tsai C, Ko MC. Skeletonization of three-dimensional object using generalized potential field. *Ieee Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence* 2000;22:1241-51.
- [90] Ma W-C, Wu F-C, Ouhyoung M. Skeleton extraction of 3D objects with radial basis functions. *Shape Modeling International, 2003: IEEE; 2003*. p. 207-15.
- [91] Ogniewicz RL, Kübler O. Hierarchic Voronoi skeletons. *Pattern Recognition* 1995;28:343-59.

- [92] Tagliasacchi A, Zhang H, Cohen-Or D. Curve skeleton extraction from incomplete point cloud. ACM SIGGRAPH 2009 papers 2009:1-9.
- [93] Tagliasacchi A, Alhashim I, Olson M, Zhang H. Mean curvature skeletons. Computer Graphics Forum: Wiley Online Library; 2012. p. 1735-44.
- [94] Farag S, Abdelrahman W, Creighton D, Nahavandi S. Extracting 3D Mesh Skeletons Using Antipodal Points Locations. 2013.
- [95] Yu L, Han Q, Niu X. An improved contraction-based method for mesh skeleton extraction. Multimedia Tools and Applications 2014;73:1709-22.
- [96] Sobiecki A, Yasan HC, Jalba AC, Telea AC. Qualitative comparison of contraction-based curve skeletonization methods. International Symposium on Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing: Springer; 2013. p. 425-39.
- [97] Telea A, Jalba A. Computing Curve Skeletons from Medial Surfaces of 3D Shapes. TPCG: Citeseer; 2012. p. 99-106.
- [98] Sobiecki A, Jalba A, Telea A. Comparison of curve and surface skeletonization methods for voxel shapes. Pattern Recognition Letters 2014.
- [99] Arcelli C, Di Baja GS, Serino L. Distance-Driven Skeletonization in Voxel Images. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on 2011;33:709-20.
- [100] Liu L, Chambers EW, Letscher D, Ju T. A simple and robust thinning algorithm on cell complexes. Computer Graphics Forum 2010;29:2253-60.
- [101] Francois V, Cuilliere JC. Automatic mesh pre-optimization based on the geometric discretization error. Advances in Engineering Software 2000;31:763-74.
- [102] François V, Cuillère JC. 3D automatic remeshing applied to model modification. Computer-Aided Design 2000;32:433-44.
- [103] Foucault G, Cuillère J-C, François V, Léon J-C, Maranzana R. Adaptation of CAD model topology for finite element analysis. Computer-Aided Design 2008;40:176-96.
- [104] Cuillère J-C, Bournival S, François V. Contribution à l'automatisation des analyses par éléments-finis multidimensionnelles. Mécanique & industries 2011;12:513-31.
- [105] Couture A. Automatisation de la modélisation numérique des microstructures de matériaux hétérogènes basée sur une intégration CAO-calcul 2020.

- [106] Bendsøe MP, Sigmund O. Topology optimization : theory, methods, and applications. 2nd ed. corr. ed. Berlin, New York: Springer; 2003.
- [107] Chen C-Y, Cheng K-Y. A direction-oriented sharpness dependent filter for 3D polygon meshes. *Computers & Graphics* 2008;32:129-40.
- [108] Clark B, Ray N, Jiao X. Surface mesh optimization, adaption, and untangling with high-order accuracy. 2013. p. 385-402.
- [109] Taubin G. A signal processing approach to fair surface design. *Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques: ACM*; 1995. p. 351-8.
- [110] Lu X, Liu X, Deng Z, Chen W. An efficient approach for feature-preserving mesh denoising. *Optics and Lasers in Engineering* 2017;90:186-95.
- [111] Chen C-Y, Cheng K-Y. A sharpness dependent filter for mesh smoothing. *Computer Aided Geometric Design* 2005;22:376-91.
- [112] Botsch M, Kobbelt L. A remeshing approach to multiresolution modeling. *Proceedings of the 2004 Eurographics/ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing* 2004. p. 185-92.
- [113] Qhull. [Online]. Available at <http://www.qhull.org/> [Accessed on 2021].
- [114] Starlab. [Online]. Available at <https://github.com/taiya/starlab-mcfskel> [Accessed on 2017].
- [115] code_aster. [Online]: Électricité de France. Available at <https://www.code-aster.org/> [Accessed on 2017].
- [116] OpenCASCADE. [Online]: Capgemini. Available at <https://www.opencascade.com/> [Accessed on 2017].
- [117] Delannoy C. C++ pour les programmeurs C: Eyrolles; 2007.
- [118] Geuzaine C, Remacle JF. Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2009;79:1309-31.