

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE

PAR
FAHED ESHBAIR

MODÉLISATION ET COMMANDE D'UN SYSTÈME
MULTI-MOTEUR PAR LA TECHNIQUE DE COMMANDE
BACKSTEPPING

AOÛT 2005

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

RÉSUMÉ

Dans les industries du papier, du textile, du bobinage et de l'extrusion de plastique, les entraînements électriques sont fréquemment appelés à travailler en synchronisme, avec des tolérances souvent élevées pour assurer une qualité uniforme du produit et éviter les bris. Le système étudié est représentatif de ces secteurs et composé de cinq moteurs qui sont couplés par une toile dont la tension mécanique doit être réglée.

Le procédé de conception des lois de commande se fait systématiquement étape par étape avec un traitement des couplages dans le système. Deux lois de commande ont été développées, la loi de commande *Backstepping* dédiée aux systèmes de type strict-feedback du basée sur la passivité et la loi de commande adaptative par l'intégrateur *Backstepping*, qui sont basées sur la fonction de Lyapunov qui permet de vérifier la stabilité du système et d'éviter la singularité des lois de commande. Ces lois de commande sont comparées avec une loi à structure maximale de commande.

La validation des résultats de simulation des lois de commande est faite sur le logiciel Simulink™ sous Matlab®, qui nous permet de simuler le comportement du système dans le temps. Les résultats obtenus montrent l'application des lois de commande. En particulier, la loi de commande *Backstepping* dédiée aux systèmes de type strict-feedback basée sur la passivité présente les meilleures performances, ainsi qu'une bonne robustesse.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ.....	i
TABLE DES MATIÈRES.....	ii
REMERCIEMENTS.....	viii
LISTE DES FIGURES.....	ix
LISTE DES TABLEAUX.....	xiv
LISTE DES ACRONYMES.....	xv
LISTE DES SYMBOLES.....	xvi
 CHAPITRE I : INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	 1
1.1 Problématique.....	1
1.2 Objectifs.....	5
1.3 Méthodologie.....	6
1.4 Structure du mémoire.....	6
 CHAPITRE II : MODÉLISATION DU SYSTÈME MULTI-MOTEUR (SMM).....	 8
2.1 Introduction.....	8
2.2 Structure du système multi-moteur (SMM) étudié	9
2.2.1 Description de la partie mécanique.....	9
2.2.2 Description de la partie électrique.....	10
2.3 Modèle des principaux éléments constitutifs du système	11

2.3.1	Modélisation du moteur asynchrone triphasé.....	11
2.3.1.1	Description du moteur asynchrone à cage	11
2.3.1.2	Avantages du moteur asynchrone.....	13
2.3.1.3	Problèmes posés par le moteur asynchrone.....	13
2.3.1.4	Hypothèses simplificatrices.....	14
2.3.1.5	Principe du contrôle vectoriel à flux orienté.....	15
2.3.1.6	Notion de vecteur tournant.....	15
2.3.1.7	Transformation de Clarke.....	16
2.3.1.8	Transformation de Park.....	18
2.3.1.9	Équations électriques.....	19
2.3.1.10	Équations mécaniques.....	20
2.3.2	Modélisation de l'enrouleur – dérouleur.....	22
2.3.3	Modélisation de la toile entre deux rouleaux consécutifs.....	26
2.4	Modèle du système multi-moteur (SMM).....	30
2.4.1	Vitesse d'enchaînement sur chaque roulement.....	30
2.4.2	Modèle complet.....	31
2.4.3	Équations mécaniques de la structure complète.....	33
2.5	Conclusion	36

CHAPITRE III : REPRÉSENTATION ÉNERGÉTIQUE MACROSCOPIQUE (REM) ET	
	STRUCTURE MAXIMALE DE COMMANDE (SMC).....
3.1	Introduction.....
3.2	Représentation énergétique macroscopique.....
3.2.1	Définition de la REM.....

3.2.2	Éléments de représentation de la REM.....	38
3.2.3	Description des éléments de la REM du système.....	39
3.2.3.1	Modélisation de la première partie (alimentation).....	39
3.2.3.1-a	Source énergétique.....	40
3.2.3.1-b	Impédance de ligne.....	41
3.2.3.1-c	Redresseur six diodes.....	41
3.2.3.1-d	Batterie de condensateurs (bus commun).....	42
3.2.3.2	Modélisation de la deuxième partie (moteur-électrique).....	42
3.2.3.2-a	Onduleur triphasé.....	43
3.2.3.2-b	Stator des moteurs asynchrones.....	43
3.2.3.2-c	Machine asynchrone MAS.....	44
3.2.3.3	Modélisation de la troisième partie (couplage mécanique).....	45
3.2.3.3-a	Arbre du moteur.....	45
3.2.3.3-b	Conversion des vitesses et forces/couples.....	46
3.2.3.3-c	Couplage entre moteurs.....	46
3.2.3.3-d	Toile.....	47
3.2.4	Représentation complète du système cinq moteurs par REM.....	48
3.3	Structure maximale de commande du système.....	51
3.3.1	Définition de la SMC.....	51
3.3.2	Éléments de la SMC.....	51
3.3.2-a	Inversion de l'onduleur.....	51
3.3.2-b	Inversion du stator du moteur asynchrone.....	52
3.3.2-c	Inversion de l'arbre.....	53
3.3.2-d	Inversion du couplage entre moteurs.....	53

3.3.2-e Inversion de la toile.....	54
3.3.3 Modèle complet de la SMC.....	54
3.4 Conclusion.....	56
 CHAPITRE IV : THÉORIE SUR LA TECHNIQUE DE COMMANDE <i>BACKSTEPPING</i>	57
4.1 Introduction.....	57
4.2 Théorie de Lyapunov.....	59
4.3 Construction “universelle” de fonctions de commande de Lyapunov.....	62
4.4 <i>Backstepping</i>	64
4.4.1 Principe de la technique <i>Backstepping</i>	64
4.4.2 Conception de lois de commande pour des systèmes de type <i>strict-feedback</i> ..	66
4.5 Systèmes passifs.....	71
4.5.1 Notion de passivité.....	72
4.5.2 Interconnexions parallèle et en rétroaction.....	74
4.5.3 Stabilité des systèmes passifs.....	76
4.5.4 Caractérisation des systèmes affins passifs.....	79
4.6 Commande stabilisante optimale.....	79
4.6.1 Commande optimale.....	80
4.6.2 Optimalité et passivité.....	81
4.7 Passivation en rétroaction des systèmes en cascade.....	82
4.8 Conclusion.....	86

CHAPITRE V : DÉVELOPPEMENT DE LA LOI DE COMMANDE PAR LA TECHNIQUE	
<i>BACKSTEPPING</i>	87
5.1 Introduction.....	87
5.2 Conception et analyse de la commande d'intégrateur du <i>Backstepping</i>	88
5.2.1 Présentation du système multi-moteur.....	88
5.2.2 Conception et analyse de la commande d'adaptation.....	91
5.2.3 Loi adaptative de la technique d'intégrateur <i>Backstepping</i>	94
5.3 Conception de la commande du <i>Backstepping</i> basée sur la passivité.....	97
5.3.1 Représentation des équations dynamiques d'un système multi-moteur.....	97
5.3.2 Représentation des vecteurs d'entrée/sortie de contrôle.....	98
5.3.3 Dérivation de la loi de commande.....	99
5.4 Conclusion.....	106
CHAPITRE VI : RÉSULTATS DE SIMULATION.....	107
6.1 Introduction.....	107
6.2 Partie d'alimentation.....	108
6.3 Trajectoire du signal de référence.....	111
6.4 Résultats de simulation du système multi-moteur par SMC.....	115
6.5 Résultats de commande par l'intégrateur <i>Backstepping</i>	123
6.6 Résultats de la loi de commande de <i>Backstepping</i> basée sur la passivité.....	130
6.7 Comparaison quantitative des résultats de simulation.....	135
6.8 Conclusion.....	138

CHAPITRE VII : CONCLUSION GÉNÉRALE.....139

RÉFÉRENCES.....143

ANNEXE A : Modélisation des redresseurs147

ANNEXE B : Passivité : exemple d’un circuit RLC connecté à une batterie.....154

ANNEXE C : Matrices et vecteurs des paramètres de la technique du *Backstepping* basée sur la
passivité.....156

ANNEXE D : Dérivation des signaux de trajectoire de référence.....159

ANNEXE E : Code et schéma bloc du système commandé par la SMC166

ANNEXE F : Code et schéma bloc de système commandé par la commande d’intégrateur
Backstepping172

ANNEXE G : Code et schéma bloc du système commandé par la commande passive174

Remerciements

En débutant mes travaux de recherche en maîtrise, je ne savais pas bien à quoi je m'engageais. Je remercie mon directeur de recherche le professeur à l'université du Québec à Trois-Rivières (UQTR) M. Pierre Sicard de m'avoir fait confiance, de m'avoir guidé tout en me laissant une grande latitude quant à l'approche et aux moyens de parvenir à mes fins.

Je remercie les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce mémoire, pour leur participation au jury et pour l'intérêt qu'ils portent à ces travaux.

Je remercie également l'ensemble des membres du laboratoire et les personnes avec qui j'ai travaillé pour leur support, les discussions constructives qui m'ont permis d'apprendre énormément pendant ces dernières années. Particulièrement : Fouad Mokhtari, Mohamed Namaky candidats au doctorat, et mes deux amis Hatem Darwish, Mohamed Rahmouni candidats à la maîtrise en génie électrique à l'UQTR.

Je remercie Dr. Walid Ghie, tout particulièrement de m'avoir poussé à finir mes travaux et de m'avoir soutenu durant la phase de rédaction.

Finalement, je remercie ma famille, mes amis et mes collègues qui sauront me pardonner de n'a pas avoir su passer suffisamment de temps à leurs côtés.

Fahed ESHBAIR

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Partie mécanique du système à cinq moteurs.....	9
Figure 2.2	Moteur d'entraînement de l'étage de pincement.....	10
Figure 2.3	Partie électrique du système à cinq moteurs	11
Figure 2.4	Moteur asynchrone à cage.....	12
Figure 2.5	Machine asynchrone modélisée	14
Figure 2.6	Principe de création d'un vecteur champ tournant.....	16
Figure 2.7	Représentation du vecteur champ tournant	17
Figure 2.8	Position du système d'axes (d,q)	18
Figure 2.9	Modèle d'un rouleau de papier.....	23
Figure 2.10	Vue en perspective d'un rouleau de papier	25
Figure 2.11	Tension d'enchaînement entre deux rouleaux.....	26
Figure 2.12	Modèle complet du système avec cinq moteurs.....	32
Figure 3.1.	Éléments de la REM.....	39
Figure 3.2	Première partie du système, source d'alimentation.....	40
Figure 3.3	Bloc de source énergétique	40
Figure 3.4	Bloc impédance de ligne	41
Figure 3.5	Bloc redresseur six diodes.....	41
Figure 3.6	Bloc batterie de condensateurs	42
Figure 3.7	Deuxième partie du système, partie électrique.....	43

Figure 3.8	Bloc d'onduleur triphasé	43
Figure 3.9	Bloc de stator.....	44
Figure 3.10	Bloc de machine asynchrone.....	44
Figure 3.11	Troisième partie du système, partie mécanique	45
Figure 3.12	Bloc arbre de moteur	46
Figure 3.13	Bloc conversion des vitesses et forces/couples	46
Figure 3.14	Bloc de couplage entre moteurs (étage $k+1$).....	47
Figure 3.15	Bloc de la toile (segment $k+1$)	47
Figure 3.16	Représentation complète du système cinq moteurs par REM.....	49
Figure 3.17	Représentation complète du système cinq moteurs avec les variables de commande	50
Figure 3.18	Bloc d'inversion de l'onduleur.....	52
Figure 3.19	Bloc d'inversion du stator	52
Figure 3.20	Bloc d'inversion des conversions électromagnétiques.....	52
Figure 3.21	Bloc d'inversion de l'arbre.....	53
Figure 3.22	Bloc d'inversion du couplage entre moteurs.....	53
Figure 3.23	Bloc d'inversion de la toile	54
Figure 3.24	Modèle complet de la SMC.....	55
Figure 4.1	Diagramme bloc du système	65
Figure 4.2	Principe fondamental de rétroaction de systèmes passifs	71
Figure 4.3	Représentation d'un système dynamique	72
Figure 4.4	Interconnexions parallèle et en rétroaction	75
Figure 4.5	Passivation d'un système cascade en rétroaction.....	83
Figure 6.1	Schéma bloc de la partie électrique du système	109

Figure 6.2	Schéma bloc de la batterie de condensateurs (bus cc)	110
Figure 6.3	Courbe du courant en sortie du pont	111
Figure 6.4	Courbe de tension aux bornes du bus.....	111
Figure 6.5	Schéma bloc du générateur de trajectoires de signaux de consigne.....	112
Figure 6.6	Vitesse linéaire de référence de M1	113
Figure 6.7	Tension T5-ref entre M5 et M4.....	114
Figure 6.8	Tension T4-ref entre M4 et M3	114
Figure 6.9	Tension T3-ref entre M3 et M2.....	114
Figure 6.10	Tension T2-ref entre M2 et M1	114
Figure 6.11	Schéma bloc de commande de la vitesse de M1	116
Figure 6.12	Schéma bloc de l'inverse du modèle de tension T_2 de la bande	116
Figure 6.13	Vitesse V_1 de M1 et son erreur par SMC	117
Figure 6.14	Tension T_2 et vitesse V_2 de M2 et leurs erreurs par SMC	118
Figure 6.15	Tension T_3 et vitesse V_3 de M3 et leurs erreurs par SMC	119
Figure 6.16	Tension T_4 et vitesse V_4 de M4 et leurs erreurs par SMC	120
Figure 6.17	Tension T_5 et vitesse V_5 de M5 et leurs erreurs par SMC	121
Figure 6.18	Couple électromagnétique des cinq moteurs par SMC	122
Figure 6.19	Schéma bloc fonctionnel d'intégrateur <i>Backstepping</i>	123
Figure 6.20	Vitesse V_1 de M1 et son erreur par l'intégrateur <i>Backstepping</i>	124
Figure 6.21	Tension T_2 et vitesse V_2 de M2 et ses erreurs par l'intégrateur <i>Backstepping</i> .	125
Figure 6.22	Tension T_3 et la vitesse V_3 de M3 et leurs erreurs par l'intégrateur <i>Backstepping</i>	126

Figure 6.23	Tension T4 et vitesse V4 de M4 et leurs erreurs par l'intégrateur <i>Backstepping</i>	127
Figure 6.24	Tension T5 et vitesse V5 de M5 et leurs erreurs par l'intégrateur <i>Backstepping</i>	128
Figure 6.25	Couple électromagnétique des cinq moteurs par l'intégrateur <i>Backstepping</i>	129
Figure 6.26	Schéma bloc fonctionnel de la loi de commande <i>Backstepping</i> basée sur la passivité.....	130
Figure 6.27	Vitesse V1 de M1 et son erreur par la commande basée sur la passivité.....	131
Figure 6.28	Tensions T2 et T3 et leurs erreurs par la commande basée sur la passivité.....	132
Figure 6.29	Tensions T4 et T5 et leurs erreurs par la commande basée sur la passivité.....	133
Figure 6.30	Couple électromagnétique des cinq moteurs par la commande basée sur la passivité.....	134
Figure 6.31	Erreur RMS de V1 en fonction du module de Young par la commande SMC(E Nominal= $0.2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$)	136
Figure 6.32	Erreur RMS de T2, T3, T4 et T5 en fonction du module de Young par la commande SMC (E Nominal= $0.2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$).....	136
Figure 6.33	Erreur RMS de V1 en fonction du module de Young par l'intégrateur <i>Backstepping</i> (E Nominal= $0.2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$).....	137
Figure 6.34	Erreur RMS de T2, T3, T4 et T5 en fonction du module de Young par l'intégrateur <i>Backstepping</i> (E Nominal= $0.2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$).....	137
Figure 6.35	Erreur RMS de V1 en fonction du module de Young par la commande <i>Backstepping</i> basée sur la passivité (E Nominal= $0.2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$)	137

Figure 6.36	Erreur RMS de T2, T3, T4 et T5 en fonction du module de Young la commande <i>Backstepping</i> basée sur la passivité ($E_{\text{Nominal}}=0.2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$).....	137
Figure A.1	Schéma bloc de simulation du redresseur de courant	148
Figure A.2	REM et SMC du système avec le capteur de tension	149
Figure A.3	Détermination du courant dans la ligne 'a'	150
Figure A.4	Courbe de la tension sur le bus cc.....	150
Figure A.5	Logique de commutation de la diode d1	151
Figure A.6	Schéma du nouveau bus continu.....	152
Figure A.7	Tension du bus cc et tension aux bornes des inductances.....	152
Figure A.8	Schéma bloc du simulateur du redresseur	153
Figure B.1	Circuit RLC connecté à une batterie	154
Figure D.1	Première et deuxième dérivées de la vitesse désirée de M1	159
Figure D.2	Première et deuxième dérivées de la tension désirée de T2-ref.....	159
Figure D.3	Première et deuxième dérivées de la tension désirée de T3-ref.....	160
Figure D.4	Première et deuxième dérivées de la tension désirée de T4-ref.....	160
Figure D.5	Première et deuxième dérivées de la tension désirée de T5-ref.....	160
Figure E.1	Schéma bloc du système composé de cinq moteurs par SMC	166
Figure F.1	Schéma bloc du système composé de cinq moteurs par la commande d'intégrateur <i>Backstepping</i>	172
Figure G.1	Schéma bloc du système composé de cinq moteurs par la commande passive...	174

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Paramètres de la machine asynchrone.....	21
Tableau 2.2	Paramètres du rouleau de papier.....	25
Tableau 2.3	Définitions et notations pour l'étude de la toile	28
Tableau 2.4	Paramètres du modèle complet de cinq moteurs	35
Tableau 5.1	Paramètres des équations dynamiques du système.....	98
Tableau 6.1	Valeur RMS des erreurs pour les différentes lois de commande.....	135

LISTE DES ACRONYMES

<i>clf</i>	Fonction de contrôle de Lyapunov (<i>Control Lyapunov Function</i>)
<i>GAS</i>	Globalement Asymptotiquement Stable
<i>HJB</i>	Hamilton-Jacobi-Bellman
<i>PI</i>	Proportionnel Intégral
<i>PD</i>	Proportionnel Dérivatif
<i>PID</i>	Proportionnel Intégral Dérivatif
<i>REM</i>	Représentation Énergétique Macroscopique
<i>SFB</i>	<i>Strict-feedback</i> du <i>Backstepping</i>
<i>SMC</i>	Structure Maximale de Commande
<i>SMM</i>	Système Multi-Moteur
<i>ZED</i>	Détectabilité de l'état Zéro
<i>ZEO</i>	Observabilité de l'état Zéro

LISTE DES SYMBOLES

$A, B \text{ et } C$	Matrices diagonales des paramètres
C_{em}	Couple électromagnétique
C_f	Somme des couples de frottement
C_{fer}	Couple de pertes fer
C_r	Couple résistant
d	Axe d du repère tournant
E	Module de Young de la bande
e_{sdq}	Force électromagnétique
F	Matrice des coefficients des frottements visqueux des rouleaux
f	Coefficient de frottement visqueux
$f_i (i=1,5)$	Coefficient de frottement visqueux du rouleau i
G	Matrice des paramètres d'entrée
H	Épaisseur de la feuille de papier
i	Courant ou index, selon le contexte

I_{ond}	Courant d'entrée de l'onduleur
I_{red}	Courant de sortie du redresseur
i_{sd}	Courant statorique instantané dans l'axe d
i_{sq}	Courant statorique instantané dans l'axe q
J	Inertie du rotor
J_0	Inertie à vide
$J_i (i=1,5)$	Moment d'inertie du rouleau i
J_M	Matrice des moments d'inertie des rouleaux
$K_i (i=1,4)$	Constante de couple du moteur i
K_I	Gain intégral du correcteur
K_m	Matrice des rayons des rouleaux
K_p	Gain proportionnel du correcteur
K_r	Matrice des paramètres de la toile et des rayons rouleaux
K_v	Gain dérivatif du correcteur
L	Longueur d'enchaînement sous effort
$L_i (i=1,4)$	Longueur d'enchaînement entre les rouleaux i et $i+1$
L_0	Longueur nominale d'enchaînement (sans effort)
L_M	Matrice des longueurs de matériau entre chaque paire de rouleaux
L_{para}	Inductance parasite
L_r	Inductances des enroulements rotoriques

L_s	Inductances des enroulements statoriques
m	Fonction de modulation en valeur moyenne
m_0	Masse de noyau
M_{sr}	Inductance mutuelle entre une phase du stator et une phase du rotor
m_t	Masse totale du rouleau de papier
p	Nombre de paires de pôles
q	Axe q du repère tournant
r	Grandeur rotor ou de repère rotor
R	Résistance ou rayon variable du roulement de papier, selon le contexte
R_0	Rayon du noyau
R_{cond}	Résistance en parallèle avec le condensateur
R_i ($i=1,5$)	Rayon du rouleau i
R_{para}	Résistance parasite
R_r	Résistance rotorique
R_s	Résistance statorique
s	Grandeur stator ou de repère stator
S	Section d'enchaînement
$S(x)$	Fonction de stockage
t	Repère tournant $(d,q) \equiv T$
T_i ($i=1,4$)	Tension mécanique entre les rouleaux i et $i+1$

U_{bus}	Tension commune aux bornes du bus cc
v	Vitesse de défilement du papier
V	Vecteur des vitesses linéaires de sortie
V_i (i=1,5)	Vitesse linéaire du roulement i
v_{sd}	Tension statorique instantanée dans l'axe d
v_{sq}	Tension statorique instantanée dans l'axe q
$v_{s\alpha}$	Tension statorique instantanée dans l'axe α
$v_{s\beta}$	Tension statorique instantanée dans l'axe β
$W(x)$	Énergie emmagasinée
\dot{X}	Vecteur des tensions dans les matériaux entre chaque paire de rouleaux
$\left[X_{y(z)} \right]$	Vecteur $X, y \in \{r, s\}$ exprimé dans le repère biphasé (z)
$\overline{X}_{y(z)}$	Nombre complexe associé au vecteur $\left[X_{y(z)} \right]$
Y	Vecteur des vitesses de rotation
Y_i	Vecteur des vitesses de rotation (partiel)
Z	Matrice des couples des moteurs
α	Axe α du repère stator
$\alpha(x)$	Fonction stabilisatrice
β	Axe β du repère stator ou matrice identité, selon le contexte
δ	Matrice positive de gains
ε_i (i=1,4)	Contrainte imposée au matériau

ε_i	Erreur intégrale du correcteur
ε_p	Erreur proportionnelle du correcteur
ε_v	Erreur dérivative du correcteur
ϕ	Flux d'inductance dans l'enroulement
λ	Erreur par la loi de commande basée sur la passivité
μ	Coefficient de frottement
θ	Position du rotor
θ_s	Angle électrique entre l'axe d du référentiel tournant (T) et le référentiel fixe (S) lié au stator
ρ	Densité de masse de la feuille de papier
ρ_i (i=1,4)	Densité volumique du matériau
σ	Coefficient de dispersion
ω_r	Vitesse angulaire des axes (d,q) par rapport au rotor
ω_s	Vitesse angulaire des axes (d,q) par rapport au stator
Ω	Vitesse mécanique
Ω_r	Vitesse angulaire du rotor
Ω_i (i=1,5)	Vitesse de rotation du roulement i
ξ_k	Vecteur scalaire d'entrée
\bullet^T	Transposée d'une matrice ou d'un vecteur
\bullet^{-1}	Inverse d'une matrice
\bullet^{\cdot}	Valeur désirée

CHAPITRE 1:

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1.1 PROBLÉMATIQUE

Dans l'industrie, le papier, le plastique et d'autres matériaux minces élastiques sont souvent employés pour la fabrication de produits commerciaux en employant un processus continu. Dans ce cas-ci, le papier ou tout autre matériel est typiquement déroulé d'un grand roulement en utilisant une série de rouleaux et un débobineur, formant ce qui s'appelle un enchaînement. Pour obtenir un produit final à partir d'un matériel cru de l'enchaînement, comme d'une machine de papier ou d'une extrudeuse de film, deux genres de processus sont impliqués : enchaînement

convertissant et manipulation d'enchaînement. Les enchaînements convertissants incluent tous les processus qui sont exigés pour modifier les propriétés physiques du matériel d'enchaînement tel qu'enduire en relief, fendre, métalliser, sécher et graver, etc. Les enchaînements manipulant des processus se composent des processus qui sont associés aux aspects de transfert des matériaux.

Le but principal de l'enchaînement est l'affectation du processus pour transférer le matériau avec une sortie maximum (vitesse) et des dommages au minimum possible [Roisum, 98]. Pour réaliser ceci, la commande de tension d'enchaînement est cruciale pour les raisons suivantes :

- La tension d'enchaînement affecte la géométrie de l'enchaînement, tel que la longueur et la largeur apparentes de l'enchaînement;
- Une tension élevée d'enchaînement empêche la perte de traction sur les rouleaux mais elle produira une déchirure si elle est trop élevée;
- La commande de tension d'enchaînement aide pour réduire les plissements. En particulier, une tension élevée de processus aidera à diminuer les rides provoquées par une déviation d'alignement des rouleaux ; cependant, une tension élevée causera le même problème sur les matériaux très minces.
- La tension d'enchaînement affecte la fissure dans le matériau et la forme du roulement final du produit, et par conséquent la qualité du matériel.

Pour ces raisons, il est essentiel que l'enchaînement qu'on manipule pour commander la tension à une valeur désirée soit performant. Normalement, la tension d'enchaînement devrait être placée entre 10 et 25% de la force de rupture. La tension d'enchaînement devrait être gardée à moins de 10% de la valeur de rupture pendant que le système est en état d'exécution, et de 25% de cette valeur pendant les changements de point de consigne de la vitesse. Presque toutes les

composantes de la machine d'enchaînement influencent sa tension. Nous étudierons ultérieurement les propriétés de la machine d'enchaînement qui a été utilisée comme cas d'étude dans ce mémoire.

Dans ce mémoire, la réalisation et l'évaluation de lois de commande de tension mécanique et de vitesse d'enchaînement dans un bobineur représenté par un modèle mathématique seront obtenues. Tous les composants électromécaniques de l'enchaînement manipulant la machine influencent la commande de la tension. Les récents progrès réalisés dans la commande et l'alimentation des machines électriques font de celles-ci des outils d'autant plus souples et faciles à contrôler. De nouvelles perspectives sont apparues et l'entraînement électrique industriel en a subi d'importantes évolutions. C'est ainsi que, traditionnellement, il existait une source électrique unique pour plusieurs machines dans un atelier, le choix des vitesses étant effectué mécaniquement par des trains de réducteurs. À la place de cette configuration, on trouve aujourd'hui plus couramment plusieurs moteurs, chacun dédié à une tâche, dans un procédé, et dont la vitesse est maintenant réglée quasi continûment, directement en fonction de l'application étudiée [Jagieo, 99]- [Valenzuela, 00]. Les exigences en termes de performances dynamiques et de régulation ont bien sûr changé avec le développement de méthodes de réglage et de contrôle de plus et plus efficaces. La morphologie des systèmes est alors considérablement modifiée. Au départ, il existait un fort couplage entre les charges mécaniques, toutes reliées à la même machine. De plus le réglage de la vitesse étant mécanique, il est peu précis. Par conséquent, ce couplage ne pouvait pas être maîtrisé d'une façon rigoureuse. Donc, le réglage imposera une certaine synchronisation des charges mécaniques. Avec l'emploi de plusieurs moteurs d'enchaînement, les réglages sont plus précis et les autres types de couplages peuvent être pris en considération dans la synthèse du contrôle global.

Ainsi, les couplages entre les différentes machines et leur prise en compte par la commande sont devenus un axe de recherche considérable. L'appellation Systèmes Multi Machines Multi Convertisseurs témoigne du regard nouveau porté sur cette classe de systèmes [Bouscayrol, 00]. L'expertise acquise dans le domaine du génie électrique est utilisée dans la gestion des couplages électriques de type convertisseurs dégradés [Delarue, 03]. De la même manière, les machines polyphasées, par leur couplage magnétique fort, représentent un cas d'étude intéressant pour l'électrotechnicien [Semail, 02]. En revanche, bien que faisant partie de la chaîne de conversion de l'énergie, le couplage mécanique s'éloigne un peu du génie électrique pur pour se retrouver à la frontière entre l'automatique, la mécanique et l'électrotechnique. Il s'agit de rechercher de nouvelles connaissances, de passer par un nouvel apprentissage, entièrement liés à la charge mécanique et à son couplage spécifique.

Dans cette perspective des couplages mécaniques, le contexte géographique de la préparation de ce mémoire, nous nous sommes naturellement orientés vers une application à l'industrie papetière. Dans les divers procédés rencontrés pour cette industrie, il existe un motif redondant qu'on appelle transport de bande [Koc, 00]. Il désigne un système de type Dérouleur–Enrouleur auquel peuvent être adjoints des rouleaux d'entraînement par friction. Bien évidemment, on ne peut réduire l'industrie papetière à ce type de processus, ni réduire les applications du transport de bande à l'industrie papetière. La sidérurgie, les films plastiques, la production de câbles et l'industrie du textile sont autant de preuves de l'omniprésence des procédés à base de défilement de matière.

1.2 OBJECTIFS

L'objectif principal de ce travail est de synthétiser systématiquement les correcteurs du modèle d'un système constitué de cinq entraînements avec un bus continu commun (cc) et qui sont couplés mécaniquement par une bande dont la tension est réglable.

Afin d'atteindre l'objectif principal fixé, différents sous objectifs sont définis ainsi :

- Adapter un modèle de banc d'essais qui a été conçu pour réaliser des travaux de recherche sur la commande de systèmes multi-moteurs en présence d'une alimentation électrique saine ou perturbée.
- Développer des correcteurs par une commande basée sur les contrôleurs PID et le principe de la commande inverse. Cette méthode est basée sur la Représentation Énergétique Macroscopique. Cette dernière a été développée par le Laboratoire d'Électronique et d'Électrotechnique de Puissance de Lille (L2EP). Cet outil permet d'analyser des systèmes plus ou moins complexes composés de plusieurs machines et/ou plusieurs convertisseurs dans des entraînements électriques et/ou mécaniques.
- Le cœur de cette recherche doit faire ressortir deux types de commandes en Vitesse/Tension de la toile, compatibles aux systèmes multi-moteurs. Ces techniques sont des formes de commande *Backstepping*. La conception du premier type sera basée sur l'intégrateur de *Backstepping* appliqué au modèle qui est constitué de plusieurs moteurs qui sont liés en cascade, et l'adaptation des paramètres sera obtenue par la méthode indirecte. La deuxième loi de commande exploite la théorie des systèmes passifs pour

une représentation en cascade du système de type *strict-feedback*, soit par une structure triangulaire inférieure du modèle d'état.

- La dernière étape de ce travail consiste en une comparaison constructive des différentes techniques de commande afin de déduire la meilleure technique.

1.3 MÉTHODOLOGIE

Dans ce travail, plusieurs techniques de commande d'un système d'entraînement sont développées après en avoir rappelé la théorie. Le système à l'étude est constitué de cinq entraînements avec un bus cc commun. Les différents enchaînements sont couplés mécaniquement par une bande dont la tension est réglable. Le matériel transféré est caractérisé par ses propriétés élastiques et géométriques. L'efficacité des techniques de commande sera évaluée par simulation sous Simulink et Simpower Systems.

1.4 STRUCTURE DU MÉMOIRE

Le chapitre II est consacré à la présentation et la modélisation des systèmes multi-moteurs (SMM) et du moteur asynchrone. Le principe de fonctionnement de la maquette est décrit et notamment les problèmes de gestion que peut engendrer un tel système. Les travaux à effectuer seront mis en évidence.

Le chapitre III présente la Représentation Énergétique Macroscopique (REM). De plus, ce chapitre est réservé pour traiter la commande du système afin d'atteindre les objectifs fixés dans

le premier chapitre. Dans ce chapitre, l'asservissement sera réalisé par l'inversion des blocs de la REM en appliquant la Structure Maximale de Commande (SMC).

Le chapitre IV présente la théorie générale de la technique de commande *Backstepping*. Cette méthode nous donne un outil de conception réursive de la loi de commande qui est basée sur la théorie de Lyapunov. Dans ce chapitre les différents concepts sont décrits. Ces concepts concernent le *Backstepping*, la passivité, et les détails de quelques structures de *Backstepping*.

Le chapitre V présente le développement de deux types de commande du système multi-moteur par la technique du *Backstepping*. Par le premier type, une approche de loi de commande d'intégrateur *Backstepping* adaptatif est développée. D'un autre côté, par le deuxième type, la conception d'une loi de commande de systèmes multi-moteurs par la technique de *Backstepping* basée sur la passivité est proposée pour une structure de système de type strict feedback.

Le chapitre VI présente la simulation de toutes les techniques de commande appliquées sur le système multi-moteur étudié. À la fin de ce chapitre une comparaison de toutes ces techniques est présentée.

Le chapitre VII conclut le mémoire en présentant les contributions, les recommandations et les limites du travail.

CHAPITRE II:

MODÉLISATION DU SYSTÈME

MULTI-MOTEUR (SMM)

2.1 INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la présentation et à la modélisation des systèmes multi-moteurs (SMM) et du moteur asynchrone. Le système de test est constitué de cinq moteurs. Le principe de fonctionnement de la maquette est décrit et notamment les problèmes de gestion que peut engendrer un tel système. Les travaux à effectuer seront mis en évidence.

2.2 STRUCTURE DU SYSTÈME MULTI-MOTEUR (SMM) ÉTUDIÉ

La commande de systèmes d'entraînement multi-moteurs en présence de creux de tension et de micro-coupures [Sicard, 02], sera évaluée sur un banc d'essais. La figure 2.1 présente un système d'entraînement constitué de cinq moteurs triphasés avec un bus cc commun et qui sont couplés mécaniquement par une bande dont la tension est réglable par la commande des quatre derniers moteurs. Ce système est composé de deux parties différentes, la partie mécanique (figure. 2.1) et la partie électrique (figure. 2.3).

2.2.1 Description de la partie mécanique

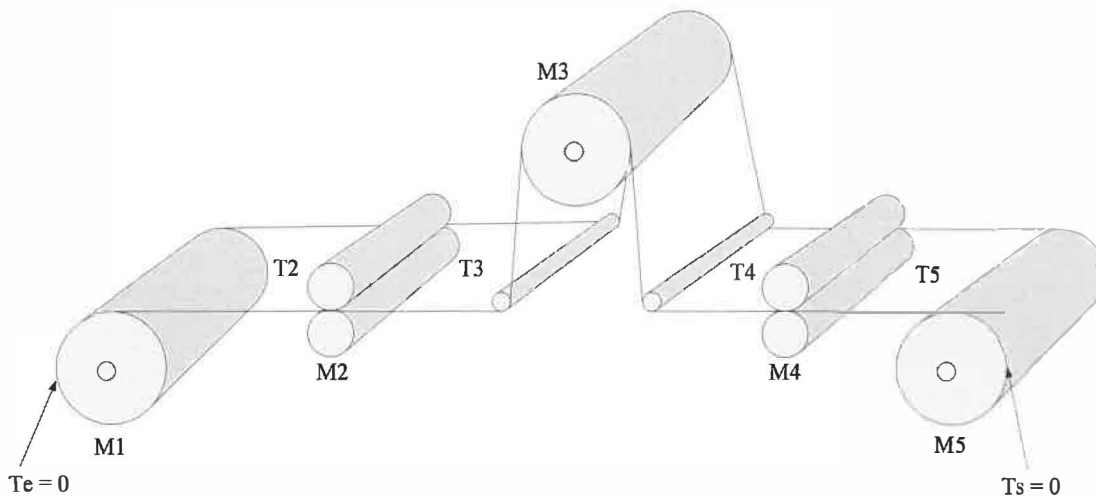


Figure 2.1. Partie mécanique du système à cinq moteurs.

Dans la partie mécanique, le moteur **M1** effectue le débobinage, **M3** entraîne la toile par friction et **M5** sert à effectuer le bobinage, les moteurs **M2** et **M4** entraînent chacun deux rouleaux par l'intermédiaire d'engrenages pour « pincer » la bande (figure.2.2). **M2** et **M4** pourraient être

remplacés par deux moteurs chacun, qui entraîneraient chacun un rouleau des étages de pinçage. Les éléments de contrôle de pression entre les rouleaux ne sont pas représentés, ni considérés dans l'étude. L'étage de pinçage peut permettre d'isoler deux zones et de créer une zone tampon. L'objectif de ces systèmes est de maintenir la vitesse de défilement constante et de contrôler la tension dans la bande.

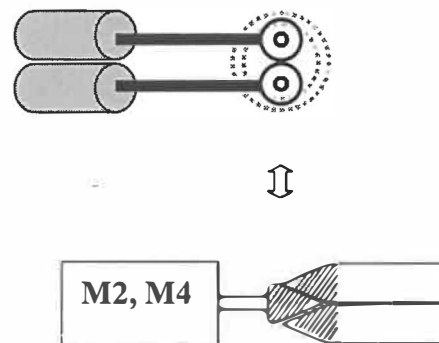


Figure 2.2. Moteur d'entraînement de l'étage de pincement.

2.2.2 Description de la partie électrique

Le banc d'essais est composé de cinq moteurs asynchrones triphasés; les entraînements sont connectés à un bus continu, sur lequel est raccordée une batterie réglable de condensateurs, ce qui permet de modifier les caractéristiques énergétiques du système (Fig. 2.3). Les moteurs (**M1**, **M2**, **M3**, **M4**, **M5**) sont alimentés par des onduleurs afin de varier la vitesse. Le matériau entraîné est considéré comme une bande élastique. Les moteurs asynchrones utilisés ont une puissance nominale de 5HP. Le convertisseur électrique qui relie l'alimentation d'entrée au bus continu est un pont redresseur triphasé à diodes. L'alimentation triphasée à courant alternatif à l'entrée du banc est réalisée à l'aide d'une source programmable de puissance qui peut créer des creux de

tension. Une impédance de ligne est insérée dans le circuit d'entrée pour simuler l'impédance du réseau [Sicard, 02].

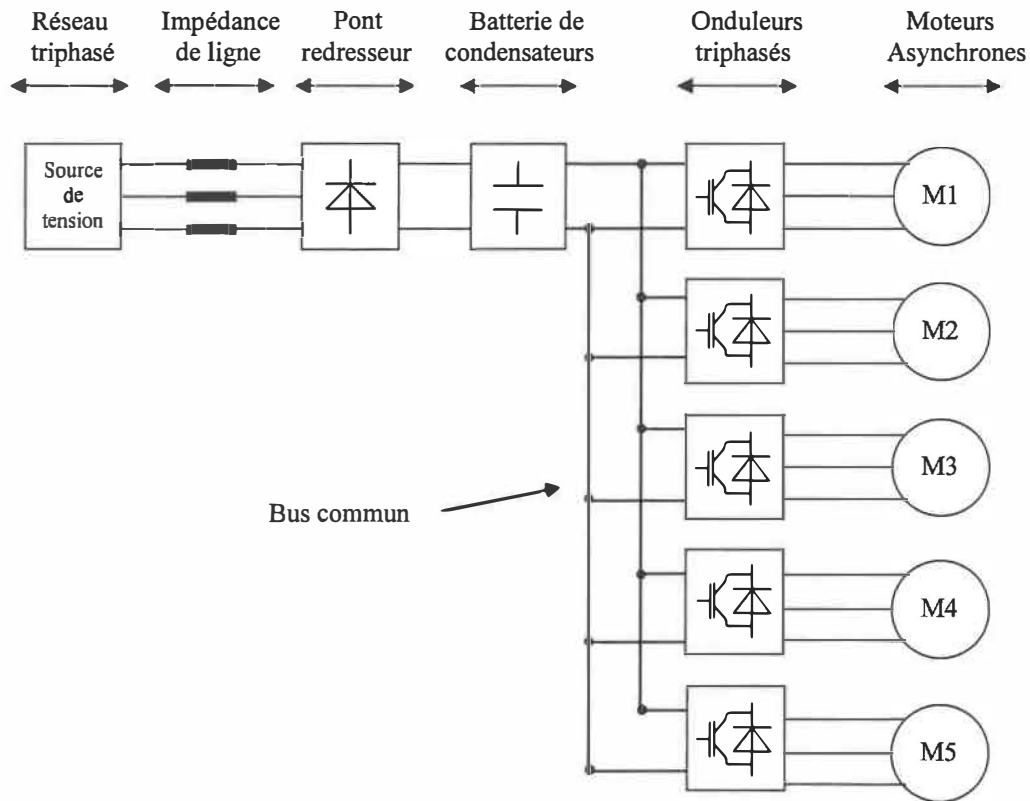


Figure 2.3 Partie électrique du système à cinq moteurs.

2.3 MODÈLE DES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS DU SYSTÈME

2.3.1 Modélisation du moteur asynchrone triphasé

2.3.1.1 Description du moteur asynchrone à cage

Un moteur asynchrone à cage se présente (figure 2.4) sous la forme d'un carter {2} entourant le circuit magnétique, ferromagnétique, statorique qui accueille dans des encoches l'enroulement statorique polyphasé (généralement triphasé) bobiné en fil de cuivre isolé {1}. A l'intérieur de ce circuit magnétique, qui se présente comme un cylindre creux, séparé par un entrefer, tourne le circuit magnétique rotorique {3} qui accueille dans ses encoches les barreaux de la cage rotorique, en aluminium coulé ou en cuivre, court-circuités à chaque extrémité par des anneaux réalisés dans le même matériau. Le circuit magnétique rotorique est traversé par l'arbre qui repose sur des paliers montés dans les flasques {5}, {6} fixées à la charge [Roye, 97], [Caron, 95], [Lubineau, 99].

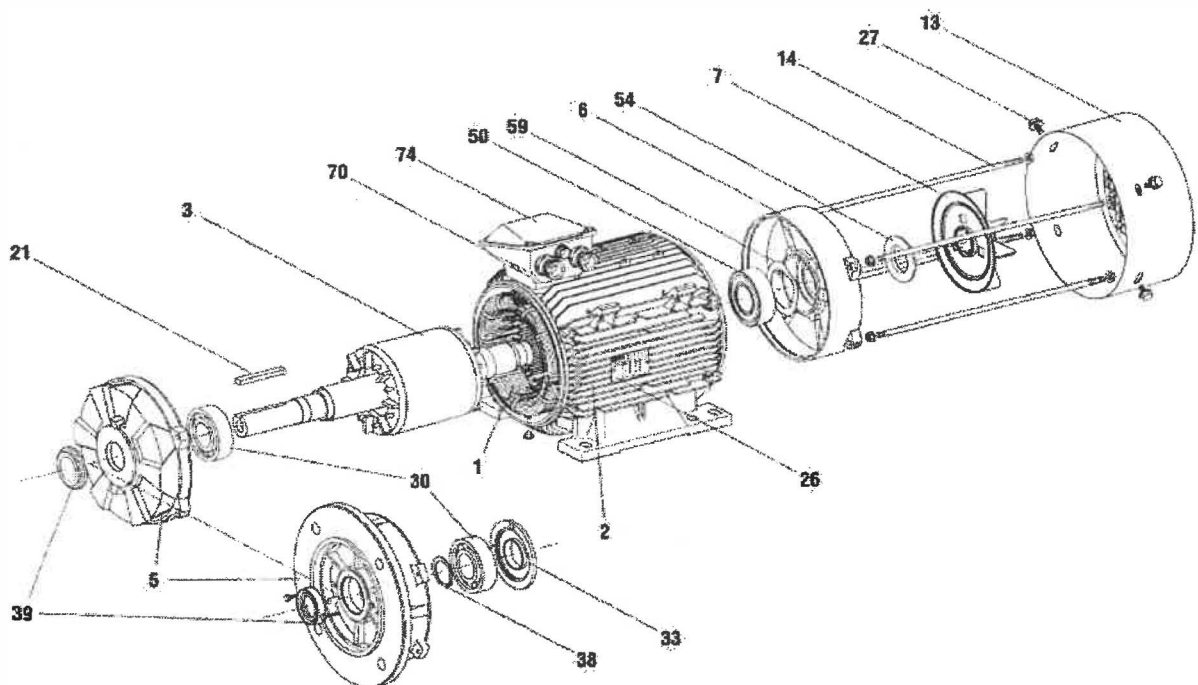


Figure 2.4 Moteur asynchrone à cage [Roye, 97].

Le moteur asynchrone utilisé est donc caractérisé :

- par la présence d'un seul bobinage polyphasé alimenté par une source extérieure au stator,
- par la présence d'un "bobinage" massif en court-circuit au rotor.

2.3.1.2 Avantages du moteur asynchrone

La machine asynchrone à cage est le moteur le plus répandu dans l'industrie : il est robuste, fiable, économique. Il est également apprécié pour sa très bonne standardisation.

2.3.1.3 Problèmes posés par le moteur asynchrone

Dans le moteur asynchrone, le courant statorique sert à la fois à générer le flux et le couple. Le découplage naturel de la machine à courant continu n'existe plus. D'autre part, on ne peut connaître les variables internes du rotor à cage (I_r , par exemple) qu'à travers le stator. L'inaccessibilité du rotor nous amènera à modifier l'équation vectorielle rotorique pour exprimer les grandeurs rotoriques à travers leurs actions sur le stator. La simplicité structurelle cache donc une grande complexité fonctionnelle due aux caractéristiques qui viennent d'être évoquées mais également aux non-linéarités, à la difficulté d'identification et aux variations des paramètres (R_r , en particulier, jusqu'à 50%).

2.3.1.4 Hypothèses simplificatrices

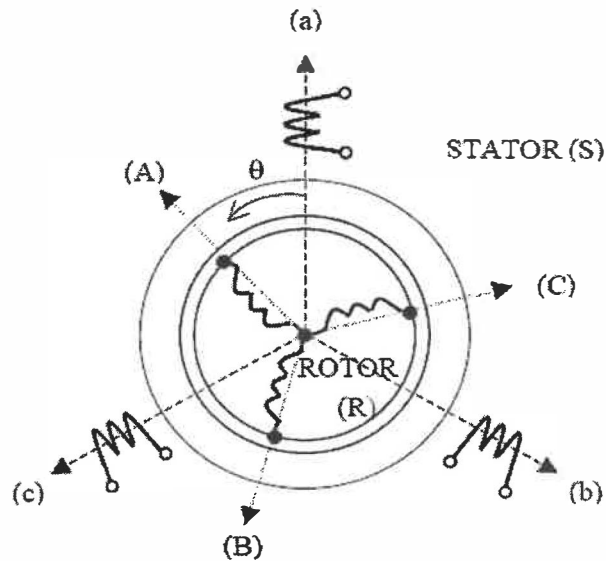


Figure 2.5. Machine asynchrone modélisée [Roye, 97].

La modélisation s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses :

- Parfaite symétrie;
- Assimilation de la cage bobinage en court-circuit de même nombre de phases que le bobinage statorique (c'est à dire 3);
- Répartition sinusoïdale, le long de l'entrefer, des champs magnétiques de chaque bobinage;
- Absence de saturation dans le circuit magnétique.

2.3.1.5 Principe du contrôle vectoriel à flux orienté

L'objectif de ce type de contrôle est d'aboutir à un modèle simple de la machine asynchrone qui résulte en une commande séparée de la grandeur flux Φ et de la grandeur courant I générateur de couple. Il s'agira donc de retrouver la quadrature entre I et Φ , naturellement découplés pour une machine à courant continu (courant d'excitation producteur de flux et courant d'induit producteur de couple). La difficulté va résider justement dans le fait que, pour une machine à induction, il est difficile de distinguer le courant producteur de couple du courant producteur de flux, fortement couplés. La méthode du flux orienté consiste à choisir un système d'axes (d, q) , repère tournant biphasé orienté sur Φ_r (flux rotorique) ou Φ_s (flux statorique) et un type de commande qui permette de découpler le couple et le flux. Le système d'axes (d, q) est élaboré à partir de la transformation de Clarke et de Park.

2.3.1.6 Notion de vecteur tournant

Au stator comme au rotor, les courants triphasés parcourant des enroulements triphasés créent des champs magnétiques dont la superposition génère des champs magnétiques tournants.

Compte tenu des relations entre les différentes grandeurs, il est possible d'étendre la notion de vecteur tournant à tout ensemble de grandeurs triphasées : $[I_s]$ $[\Phi_s]$ $[V_s]$ $[\Phi_r]$,....

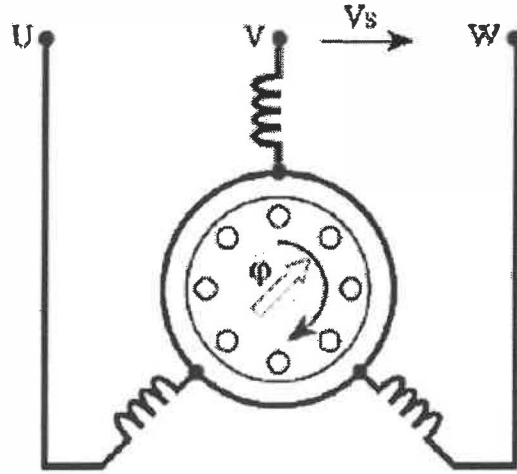


Figure 2.6. Principe de création d'un vecteur champ tournant [Roye, 97].

2.3.1.7 Transformation de Clarke

L'idée de Clarke repose sur le fait qu'un champ tournant créé par un système triphasé peut l'être aussi par un système biphasé équivalent de deux bobines déphasées de $\pi/2$ rad, à condition que le champ ou les forces magnétomotrices et la puissance instantanée soient conservés. Ainsi, aux trois grandeurs triphasées x_a , x_b , x_c , on associe le vecteur $[X_{(s)}]$ dans le référentiel (S) d'axes (α, β) fixe lié au stator (figure 2.7).

Le vecteur $[X_{(s)}]$ a pour expression :

$$[X_{(s)}] = \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = K_T \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

où $K_T = \sqrt{\frac{2}{3}}$ pour une représentation conservant la puissance.

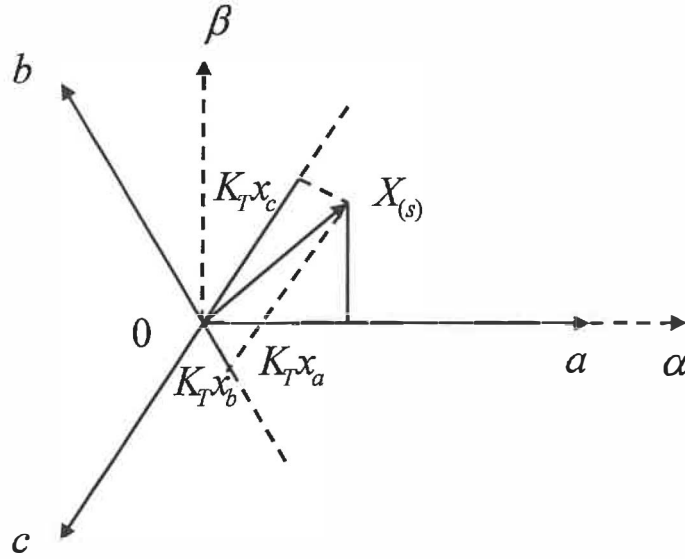


Figure 2.7. Représentation du vecteur champ tournant [Roya. 97].

Le nombre complexe associé aux composantes de ce vecteur s'écrit :

$$\overline{X}_{(s)} = K_T \cdot \left(x_a + x_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + x_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (2.2)$$

Pour obtenir une matrice de passage carrée et donc inversible, on ajoute une composante x_0 fictive :

$$[X_{(s)}] = \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dans beaucoup de cas, le système de grandeurs triphasées est tel que la somme instantanée des grandeurs est nulle, ce qui permet d'annuler la composante homopolaire d'indice $_0$.

Les relations inverses sont définies par :

$$\begin{cases} x_a = \frac{2}{3 K_T} \operatorname{Re}[\overline{X}_{(s)}] \\ x_b = \frac{2}{3 K_T} \operatorname{Re}[\overline{X}_{(s)} \cdot e^{-j \frac{2\pi}{3}}] \\ x_c = \frac{2}{3 K_T} \operatorname{Re}[\overline{X}_{(s)} \cdot e^{-j \frac{4\pi}{3}}] \end{cases} \quad (2.4)$$

2.3.1.8 Transformation de Park

La transformation de Park permet d'exprimer le vecteur $[X_{(s)}]$ dans un référentiel tournant (T) d'axes (d, q) lié aux champs tournants :

$$[X_{(t)}] = \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P(-\theta_s) \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

avec $P(-\theta_s) = \begin{bmatrix} \cos \theta_s & \sin \theta_s \\ -\sin \theta_s & \cos \theta_s \end{bmatrix}$, matrice de rotation d'angle $-\theta_s$ (Figure 2.8). Le

nombre complexe associé au vecteur $[X_{(t)}]$ s'écrit : $[\overline{X}_{(t)}] = e^{-j\theta_s} \overline{X}_{(s)}$

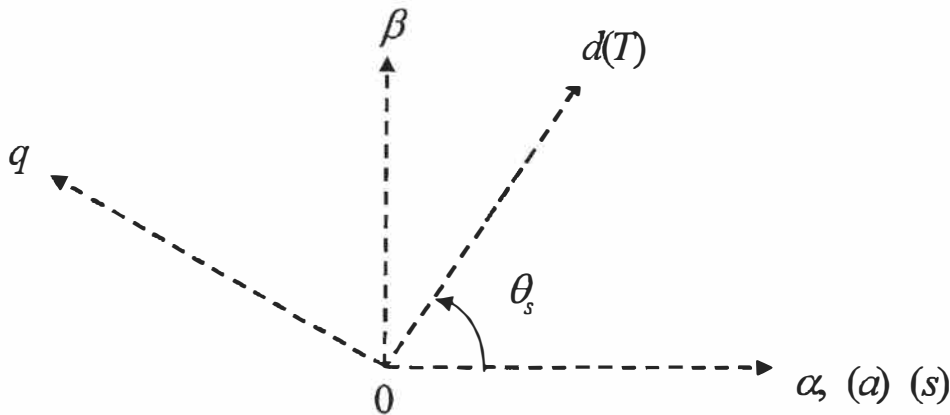


Figure 2.8. Position du système d'axes (d, q) [Roye, 97].

2.3.1.9 Équations électriques

Les équations électriques qui permettent d'établir un modèle sont issues de la transformation de Park appliquée à la machine asynchrone [Caron, 95].

La loi des mailles dans un enroulement s'exprime par la relation suivante :

$$v = Ri + \frac{d\phi}{dt} \quad (2.6)$$

On déduit pour l'ensemble des phases de la machine :

$$\text{statoriques :} \quad [v_{sabc}] = [R_s] \cdot [i_{sabc}] + \frac{d}{dt} [\phi_{sabc}] \quad (2.7)$$

$$\text{rotoriques :} \quad [v_{rabc}] = [R_r] \cdot [i_{rabc}] + \frac{d}{dt} [\phi_{rabc}] = [0] \quad (2.8)$$

Une matrice des inductances établit la relation entre les flux et les courants. Finalement :

$$[v_{sabc}] = [R_s] \cdot [i_{sabc}] + \frac{d}{dt} \{ [L_s] \cdot [i_{sabc}] + [M_{sr}] \cdot [i_{rabc}] \} \quad (2.9)$$

$$[v_{rabc}] = [R_r] \cdot [i_{rabc}] + \frac{d}{dt} \{ [M_{sr}]^t \cdot [i_{sabc}] + [L_r] \cdot [i_{rabc}] \} = [0] \quad (2.10)$$

En appliquant la transformation de Park, les relations (2.9) et (2.10) dans un repère (d,q) deviennent :

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\phi_{sd}}{dt} - \omega_s \phi_{sq} \quad (2.11)$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\phi_{sq}}{dt} + \omega_s \phi_{sd} \quad (2.12)$$

$$v_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} - \omega_r \phi_{rq} = 0 \quad (2.13)$$

$$v_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} + \omega_r \phi_{rd} = 0 \quad (2.14)$$

$$\omega_s - \omega_r = p\Omega \quad (2.15)$$

En développant les flux en fonction des courants, on obtient les équations électriques de la machine asynchrone dans le repère (d,q).

$$[v_{sdq}] = R_s [i_{sdq}] + \sigma L_s \frac{d}{dt} [i_{sdq}] + [e_{sdq}] \quad (2.16)$$

$$e_{sd} = -\sigma \cdot L_s \cdot \omega_s \cdot i_{sq} + \frac{M_{sr}}{L_s} \frac{d\phi_{rd}}{dt} \quad (2.17)$$

$$e_{sq} = \omega_s \cdot \frac{M_{sr}}{L_r} \cdot \phi_{rd} + \sigma \cdot L_s \cdot \omega_s \cdot i_{sd} \quad (2.18)$$

$$\frac{L_r}{R_r} \cdot \frac{d\phi_{rd}}{dt} = M i_{sd} - \phi_{rd} \quad (2.19)$$

Une expression du couple électromagnétique est donnée par :

$$C_{em} = p \frac{M_{sr}}{L_r} \phi_{rd} \cdot i_{sq} \quad (2.20)$$

Pour trouver les équations relatives aux moteurs M1, M2, M3, M4 et M5, il suffit de remplacer les tensions statoriques v_{sdq} par les tensions fournies par les onduleurs V_{ond} .

2.3.1.10 Équations mécaniques

La méthode précédente revenait à formuler les pertes fer comme des pertes joule. Ici, nous considérerons que ces pertes diminuent le couple électromagnétique et peuvent être assimilées à des pertes mécaniques (2.21).

$$J \frac{d\Omega_r}{dt} = C_{em} - C_r - f\Omega_r \quad (2.21)$$

Lorsque les pertes fer sont reportées dans l'équation mécanique, ceci engendre un couple de pertes supplémentaire dépendant des pertes fer et de la vitesse de rotation de la machine électrique.

$$\Omega_r = \frac{\omega}{p} \quad (2.22)$$

$$C_{fer} = \frac{P_{fer}}{\Omega_r} \quad (2.23)$$

En prenant en compte ce phénomène dans l'équation mécanique, nous obtenons :

$$J \frac{d\Omega_r}{dt} = C_{em} - C_r - C_{fer} - f\Omega_r \quad (2.24)$$

Cette méthode est simple d'utilisation et permet une prise en compte rapide des pertes fer dans la méthode de Park.

Tableau 2.1 : Paramètres de la machine asynchrone

Symbole	Signification	Unité
r	Grandeur rotor ou de repère rotor (R)	
s	Grandeur stator ou de repère stator (S)	
t	Repère tournant (d, q) \equiv T	
α	Axe α du repère stator (S) \equiv (α, β)	
β	Axe β du repère stator (S) \equiv (α, β)	
d	Axe d du repère tournant (T) \equiv (d, q)	
q	Axe q du repère tournant (T) \equiv (d, q)	
$[X_{y(z)}]$	Vecteur X, $y \in \{r, s\}$ exprimé dans le repère biphasé (z), $z \in \{r, s, t\}$, $[X_{(s)}] = \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}$, $[X_{(t)}] = \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix}$	
$\overline{X}_{y(z)}$	Nombre complexe associé au vecteur $[X_{y(z)}]$	
v	Tension aux bornes de l'enroulement	V
R	Résistance	Ω
i	Courant	A
ϕ	Flux d'induction dans l'enroulement	Wb

Tableau 2.1 : (suite)

R_s	Résistance statorique	Ω
R_r	Résistance rotorique	Ω
L_s	Inductances des enroulements statoriques	H
L_r	Inductances des enroulements rotoriques	H
M_{sr}	inductance mutuelle entre une phase du stator et une phase du rotor	H
ω_s	Vitesse angulaire des axes (d,q) par rapport au stator	rad/s
ω_r	Vitesse angulaire des axes (d,q) par rapport au rotor	rad/s
p	Nombre de paires de pôles	
Ω	Vitesse angulaire du rotor	rad/s
σ	Coefficient de dispersion	
e_{sdq}	Force électromagnétique.	V
J	Inertie de rotor	$kg \cdot m^2$
C_{em}	Couple électromagnétique	$N \cdot m$
C_r	Couple résistant	$N \cdot m$
C_{fer}	Couple de pertes	$N \cdot m$
f	Coefficient de frottement visqueux	$N \cdot m \cdot s / rad$
Ω_r	Vitesse mécanique	rad/s
v_{sd}	Tension statorique instantanée dans l'axe d	V
v_{sq}	Tension statorique instantanée dans l'axe q	V
i_{sd}	Courant statorique instantanée dans l'axe d	A
i_{sq}	Courant statorique instantanée dans l'axe q	A
$v_{s\alpha}$	Tension statorique instantanée dans l'axe α	V
$v_{s\beta}$	Tension statorique instantanée dans l'axe β	V
θ	Position du rotor	rad
θ_s	Angle électrique entre l'axe d du référentiel tournant (T) et le référentiel fixe (S) lié au stator, $\theta_s = \frac{1}{s} \omega_s$	rad

2.3.2 Modélisation de l'enrouleur - dérouleur

Comme on a pu le constater, les divers traitements s'effectuent en phase de défilement. Il est donc impératif de disposer d'organes de déroulement et d'enroulement performants. Ces deux dispositifs, l'enrouleur et le dérouleur, sont symétriques (figure 2.9). Après installation sur le moteur dérouleur d'un rouleau de matière (toile, papier), une bande de produit est sortie et part

vers le reste du processus. Le rôle premier du dérouleur apparaît ici : l'injection de matière dans le système. Au cours du cycle de travail, la quantité de matière sur le rouleau diminue, sa masse et son rayon ne sont donc pas constants. De la même manière, l'enrouleur récupère le produit traité; au démarrage, le rouleau porteur est vide, il se remplit au fur et à mesure de l'avancement. Afin de garantir un enroulement de bonne qualité, la vitesse linéaire à l'arrivée sur l'enrouleur doit être constante, l'effort de tension imposé au matériau également. De même, si on veut assurer un bon traitement du produit, le dérouleur doit délivrer le produit à vitesse et tension constantes. Lorsque le dérouleur est vide, la chaîne doit s'arrêter, le temps de mettre un nouveau rouleau. Soit l la longueur axiale du roulement de papier. Les relations cinématiques importantes du roulement de papier peuvent être développées comme suit (figure 2.10) [Jorkama, 96].

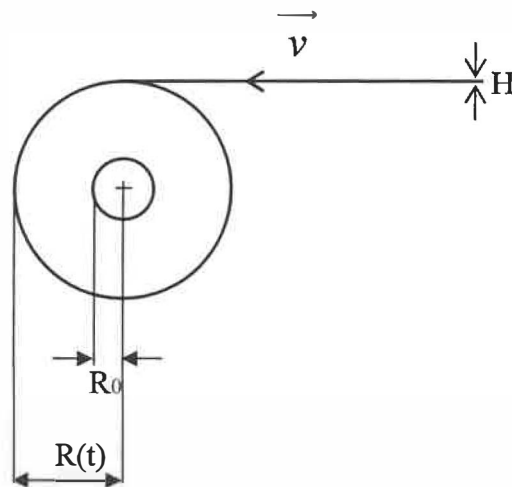


Figure 2.9. Modèle d'un rouleau de papier [Jorkama, 96].

Rayon $R(t)$ et masse m : Considérons le profil du rouleau comme un disque initial de rayon R_0 et une couronne de rayon intérieur R_0 et extérieur $R(t)$ (figure 2.9).

$$R(t) = \sqrt{R_0^2 + \frac{H}{\pi} \int_0^t v dt} \quad (2.25)$$

$$\dot{R}(t) = \frac{H}{2\pi} \frac{v}{R(t)} \quad (2.26)$$

$$\ddot{R}(t) = \frac{H}{2\pi R(t)} \left(\dot{v} - \frac{H}{2\pi} \frac{v^2}{R^2(t)} \right) \quad (2.27)$$

$$m = m_0 + \rho \pi (R^2(t) - R_0^2) l \quad (2.28)$$

$$\dot{m} = \rho H l v \quad (2.29)$$

Angle de rotation :

$$\theta = \int_0^t \frac{v}{R(t)} dt \quad (2.30)$$

$$\dot{\theta} = \frac{v}{R(t)} \quad (2.31)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{R(t)} \left(\dot{v} - \frac{H}{2\pi} \frac{v^2}{R^2(t)} \right) \quad (2.32)$$

Inertie de masse $J(t)$: De la même manière, on peut détailler l'inertie $J(t)$. Rappelons que l'inertie d'un cylindre creux dépend de ses rayons interne et externe, de sa masse volumique ρ et de sa hauteur, ici la largeur de la bobine est ℓ .

$$J = \frac{\pi \rho l}{2} (R^4 - R_0^4) \quad (2.33)$$

L'inertie d'un rouleau dérouleur ou enrouleur est la somme de son inertie à vide J_0 (c'est celle de l'arbre moteur) et de l'inertie variable, fonction du rayon $R(t)$.

$$J(t) = J_0 + \frac{\pi \rho l}{2} (R^4(t) - R_0^4) \quad (2.34)$$

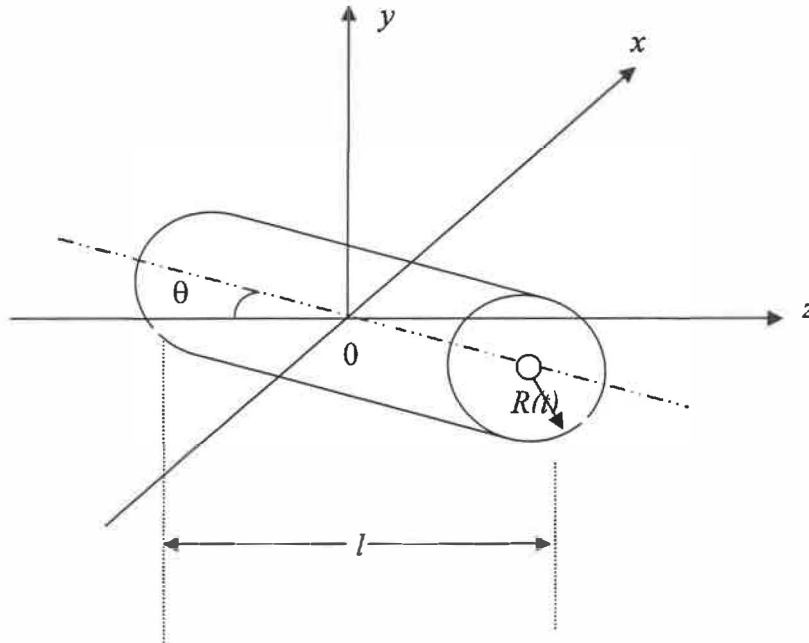


Figure 2.10. Vue en perspective d'un rouleau de papier [Jorkama, 96].

Tableau 2.2. : Paramètres du rouleau de papier

Symbole	Signification	Unité
m_0	Masse de noyau	kg
m	Masse totale du rouleau de papier	kg
R_0	Rayon du noyau	m
R	Rayon variable de roulement de papier	m
v	Vitesse de défilement du papier	m/s
H	Épaisseur de la feuille de papier	m
ρ	Densité de masse de la feuille de papier	kg / m ³
J_0	Inertie à vide	kg · m ²
J	Inertie de masse	N · m

2.3.3 Modélisation de la toile entre deux rouleaux consécutifs

Les différents modèles pour la toile ou la bande dans les systèmes de transport de matériaux en feuilles sont basés sur trois lois [Shin, 00].

- La loi de Hooke, qui modèle l'élasticité du lien entre les enchaînements;
- La loi du coulomb, qui donne la variation de tension mécanique due au frottement et à la force de contact entre la toile et le rouleau;
- Loi de conservation de masse, qui exprime l'interconnexion entre la vitesse de bande et sa contrainte.

Nous présentons ici le développement du modèle présenté dans [Shin, 00].

La figure 2.11 montre un système d'entraînement entre deux rouleaux avec le repère (x, y, z) .

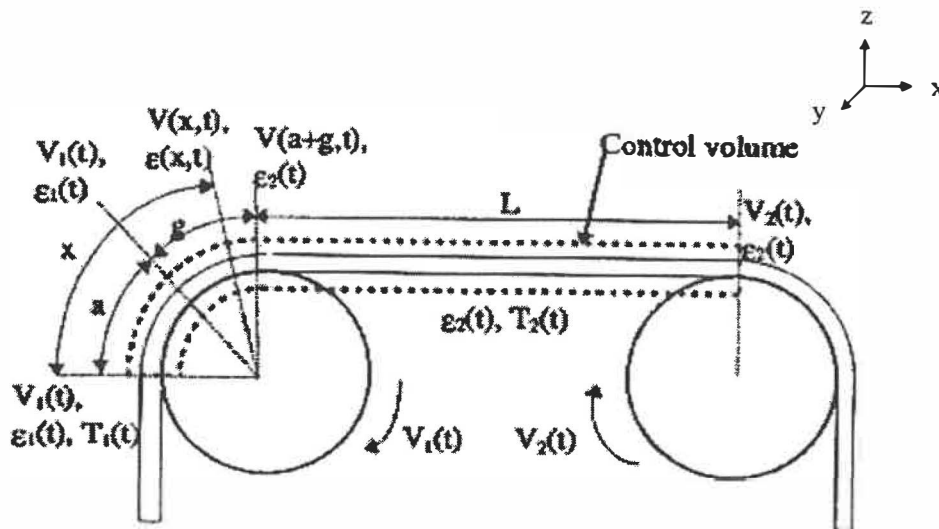


Figure 2.11. Tension d'entraînement entre deux rouleaux [Koç, 02].

Pour être plus proche de la réalité, le modèle mathématique de la bande est développé en utilisant les hypothèses [Koç, 02] suivantes :

- la longueur de la région de contact ($a+g$) entre le matériau et le rouleau est très petite par rapport à celle du matériau au niveau de deux rouleaux, (L) ce qui permet de définir un volume contrôlé V (volume des matériaux dans la région 'g');
- la perte de masse entre le matériau et l'environnement est supposée négligeable;
- la contrainte dans le matériau entre les deux rouleaux est uniforme;
- le matériau est isotropique mais c'est la contrainte le long de l'axe x qui prévaut : $\varepsilon_x \neq 0$, $\varepsilon_y = 0$ et $\varepsilon_z = 0$;
- la section et la densité du matériau ne varient pas au cours du temps et sur la longueur du matériau.
- il n'y a pas de glissement entre le matériau et les rouleaux, la vitesse de défilement du matériau est donc égale à la vitesse linéaire du rouleau.

La tension d'enchaînement entre deux rouleaux peut être calculée selon ces trois lois.

La Loi de Hooke : La tension T d'un enchaînement élastique est fonction de la contrainte d'enchaînement ε :

$$T = ES \varepsilon = ES \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.35)$$

Notez que le rapport entre la contrainte et la tension est plus complexe pour les matériaux viscoélastiques. La loi de Hooke est valide pour la plupart des matériaux d'enchaînement, aussi longtemps que la tension n'est pas trop grande.

D'ailleurs, le module de Young est très sensible à la température et au niveau d'humidité. Sur la chaîne de production, l'enchaînement peut passer par différents processus (par exemple, dans un bain dissolvant, puis dans un dessiccateur). Par conséquent, ses propriétés d'élasticité peuvent considérablement changer pendant le processus.

La Loi du Coulomb : L'étude de la tension d'enchaînement sur un roulement peut être considérée comme un problème de frottement entre les solides. Sur le roulement, la tension d'enchaînement est constante sur une zone de collage qui est un arc de longueur a et change sur une zone coulissante qui est un arc de longueur g (Figure 2.11). Puis, la contrainte d'enchaînement entre le premier point de contact d'un roulement et le premier point de contact du roulement suivant est donnée par les équations suivantes.

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_1(t) \quad \text{si } x \leq a \quad (2.36)$$

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_1(t) e^{\mu(x-a)} \quad \text{si } a \leq x \leq a + g \quad (2.37)$$

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_2(t) \quad \text{si } a + g \leq x \leq L_t \quad (2.38)$$

$$L_t = a + g + L \quad (2.39)$$

Tableau 2.3 : Définitions et notations pour l'étude de la toile

Symbole	Signification	Unité
T_i (i=1,4)	Tension dans le matériau entre chaque paire de rouleaux	N
ε_i (i=1,4)	Contrainte imposée au matériau	
E	Module de Young de la bande	N/m ²
S	Section d'enchaînement	m ²
L_0	Longueur nominale d'enchaînement (sans effort).	m
L	Longueur d'enchaînement sous l'effort.	m
μ	Coefficient de frottement	
ρ_i (i=1,4)	Densité volumique du matériau	kg/m ³
V_i (i=1,5)	Vitesse d'enchaînement en volume de commande.	m/s

Le changement de tension se produit sur la zone coulissante tandis que la vitesse d'enchaînement est égale à la vitesse de roulement sur la zone de collage. Peut également apparaître une zone coulissante à l'entrée de roulement si la tension change à un taux élevé.

Loi de Conservation de masse : Considérez une toile entre deux rouleaux de longueur $L = L_0(1 + \varepsilon)$ avec une densité de poids, sous un effort continu. Supposant que la section reste constante, puis, selon la loi de conservation de masse, la masse d'enchaînement reste constante entre l'état sans effort et l'état sous l'effort :

$$\rho SL = \rho_0 SL_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{1 + \varepsilon} \quad (2.40)$$

Tension d'enchaînement entre deux rouleaux consécutifs : l'équation de continuité appliquée au système de transport d'enchaînement donne :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial x} = 0 \quad (2.41)$$

Utilisons l'équation (2.41), que nous intégrons sur le volume V de commande défini par les premiers points de contact entre l'enchaînement et les roulements, voir la (Figure. 2.11).

$$\int \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{1 + \varepsilon} \right) dv = - \int \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V}{1 + \varepsilon} \right) dv. \quad (2.42)$$

Supposant que la section d'enchaînement est constante, $dv = Sdx$, nous pouvons intégrer en ce qui concerne la variable x de zéro à L_t .

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_0^{L_t} \frac{1}{1 + \varepsilon(x, t)} dx \right) = - \int_0^{L_t} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V(x, t)}{1 + \varepsilon(x, t)} \right) dx. \quad (2.43)$$

Utilisons (2.37)-(2.39), avec l'hypothèse que $a + g \ll L$.

$$\int_0^{L_t} \frac{1}{1 + \varepsilon(x, t)} dx \cong \frac{L}{1 + \varepsilon(L_t, t)}. \quad (2.44)$$

Soit $\varepsilon(0, t) = \varepsilon_1$, $\varepsilon(L_t, t) = \varepsilon_2$, $V(0, t) = V_1$ et $V(L_t, t) = V_2$. La relation finale est :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L}{1 + \varepsilon_2} \right) = \frac{V_1}{1 + \varepsilon_1} - \frac{V_2}{1 + \varepsilon_2}. \quad (2.45)$$

Cette relation peut être simplifiée en différenciant la limite gauche.

$$-L \frac{d\varepsilon_2}{dt} = V_1 \frac{(1 + \varepsilon_2)^2}{1 + \varepsilon_1} - V_2 (1 + \varepsilon_2). \quad (2.46)$$

Puis, en utilisant les approximations.

$$\varepsilon_1 \ll 1 \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{(1 + \varepsilon_2)^2}{1 + \varepsilon_1} \approx (1 - \varepsilon_1)(1 + 2\varepsilon_2)$$

Avec l'équation (2.35), nous obtenons.

$$L \frac{dT_2}{dt} \cong ES (V_2 - V_1) + T_1 V_1 - T_2 (2V_1 - V_2). \quad (2.47)$$

Cette relation diffère de celle présentée dans des études classiques sur des systèmes d'enroulement. La simplification du modèle classique est obtenue en employant l'approximation avant de différencier la limite gauche dans (2.45), ce qui donne l'équation suivante :

$$L \frac{dT_2}{dt} \cong ES (V_2 - V_1) + T_1 V_1 - T_2 V_2. \quad (2.48)$$

Nous pouvons voir que (2.47) donne une meilleure approximation que (2.48). Pour le développement des lois de commande, c'est le modèle (2.48) qui sera employé pour sa simplicité.

2.4 MODÈLE DU SYSTÈME MULTI-MOTEUR (SMM).

2.4.1 Vitesse d'enchaînement sur chaque roulement

Supposant que l'enchaînement ne glisse pas sur le rouleau, la vitesse d'enchaînement est égale à la vitesse linéaire de roulement. L'équation dynamique de la vitesse V_k du k^{eme} rouleau peut être obtenue par l'équation d'équilibre de couple :

$$\frac{d(J_k \Omega_k)}{dt} = R_k (T_{k+1} - T_k) + C_{em_k} + C_f \quad (2.49)$$

$$\Omega_k = V_k / R_k \quad (2.50)$$

où T_{k+1} , T_k sont les tensions dans le matériau entre chaque paire de rouleaux, C_f est le somme des couples de frottement. Nous pouvons noter d'après l'équation (2.49) que l'inertie J_k , le rayon R_k , sont liés au temps : J_k et R_k augmentent avec le temps pour l'enrouleur et diminuent avec le temps pour le dérouleur. Ils peuvent changer considérablement pendant l'opération de processus complet (environ 300% pour le rayon dans notre installation expérimentale et encore plus dans quelques systèmes industriels).

2.4.2 MODÈLE COMPLET.

Le modèle complet de notre installation expérimentale peut être établi en utilisant (2.48) pour indiquer la tension mécanique dans chaque segment et (2.49) pour indiquer la vitesse de chaque roulement. La figure 2.12 montre les différentes variables dans le modèle nominal G_0 de notre système expérimental. Les entrées sont les signaux de commande u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 (Tensions de commande) et les sorties sont la vitesse linéaire de défilement et les tensions d'enchaînement, V_1 et T_2, T_3, T_4, T_5 . Les signaux de commande sont le couple de référence des moteurs asynchrones. Traditionnellement, dans un arrangement décentralisé de commande, la vitesse d'enchaînement est commandée par le moteur de traction et la tension d'enchaînement est commandée par les moteurs de déroulement et d'enroulement. Les équations (2.48) et (2.49) peuvent être exprimées sous la forme d'équations d'état :

$$\begin{cases} E_m \dot{X} = A(t)X + BU \\ Y = C(t)X \end{cases} \quad (2.51)$$

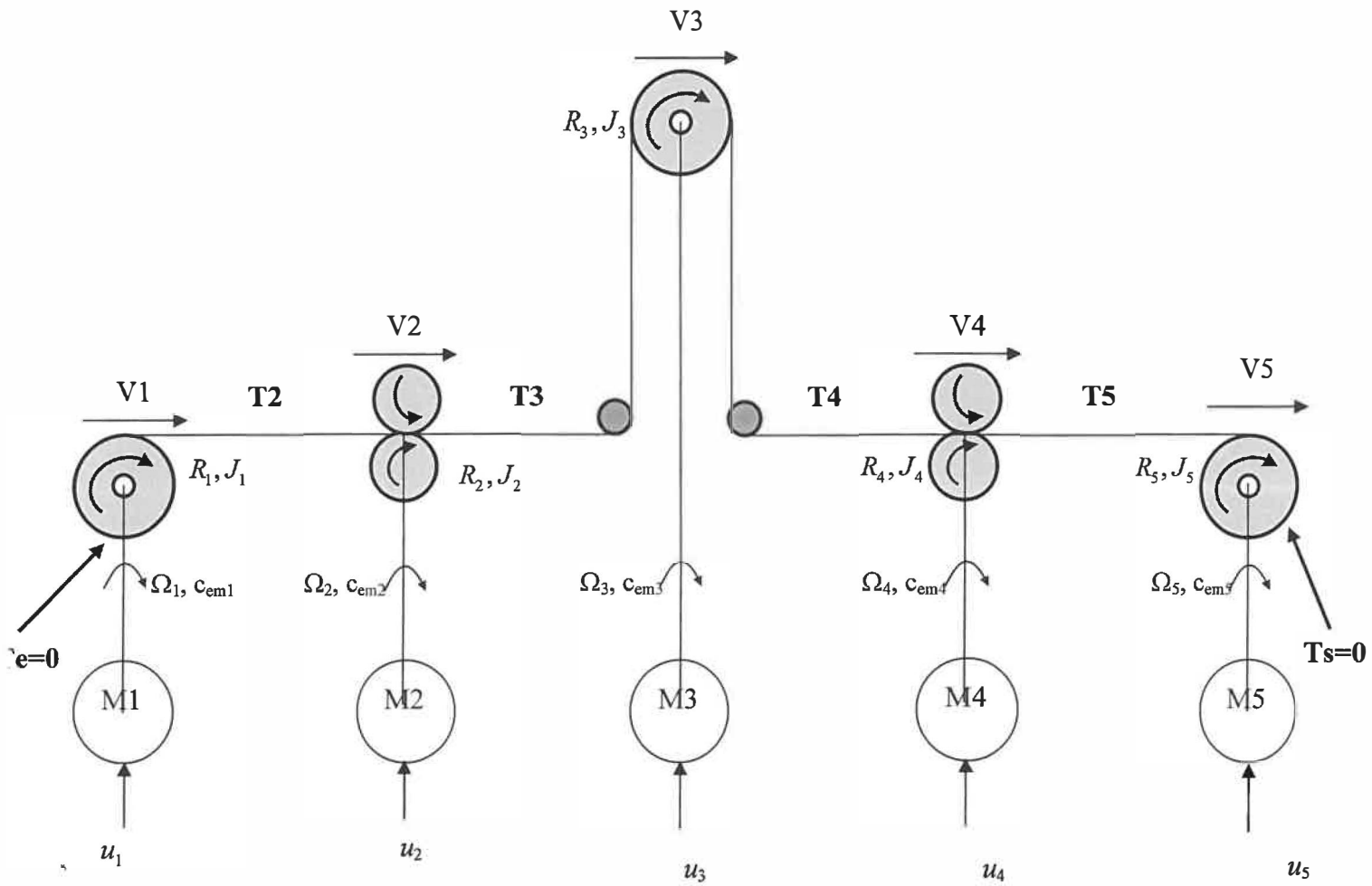


Figure 2.12. Modèle complet du système avec cinq moteurs

2.4.3 Équations mécaniques de la structure complète :

Les équations des moteurs et des tensions sont :

$$\frac{d(J_1(t)\Omega_1)}{dt} = R_1(t)T_2 + C_{em1} - f_1(t)\Omega_1.$$

$$L_1 \frac{dT_2}{dt} = ES (V_2 - V_1) - T_2 V_2.$$

$$\frac{d(J_2\Omega_2)}{dt} = R_2(T_3 - T_2) + C_{em2} - f_2(t)\Omega_2.$$

$$L_2 \frac{dT_3}{dt} = ES (V_3 - V_2) + T_2 V_2 - T_3 V_3.$$

$$\frac{d(J_3\Omega_3)}{dt} = R_3(T_4 - T_3) + C_{em3} - f_3(t)\Omega_3.$$

$$L_3 \frac{dT_4}{dt} = ES (V_4 - V_3) + T_3 V_3 - T_4 V_4.$$

$$\frac{d(J_4\Omega_4)}{dt} = R_4(T_5 - T_4) + C_{em4} - f_4(t)\Omega_4.$$

$$L_4 \frac{dT_5}{dt} = ES (V_5 - V_4) + T_4 V_4 - T_5 V_5.$$

$$\frac{d(J_5(t)\Omega_5)}{dt} = R_5(t)(-T_5) + C_{em5} - f_5(t)\Omega_5.$$

$$X^T = [(T_2 \ T_3 \ T_4 \ T_5 \ J_1(t)\Omega_1 \ J_2\Omega_2 \ J_3\Omega_3 \ J_4\Omega_4 \ J_5(t)\Omega_5)],$$

$$\text{et } Y^T = [V_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4 \ T_5],$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} -V_2 & 0 & 0 & 0 & -ES \frac{R_1(t)}{J_1(t)} & ES \frac{R_2}{J_2} & 0 & 0 & 0 \\ V_2 & -V_3 & 0 & 0 & 0 & -ES \frac{R_2}{J_2} & ES \frac{R_3}{J_3} & 0 & 0 \\ 0 & V_3 & -V_4 & 0 & 0 & 0 & -ES \frac{R_3}{J_3} & ES \frac{R_4}{J_4} & 0 \\ 0 & 0 & V_4 & -V_5 & 0 & 0 & 0 & ES \frac{R_4}{J_4} & ES \frac{R_5}{J_5} \\ R_1(t) & 0 & 0 & 0 & -\frac{f_1(t)}{J_1(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_2 & R_2 & 0 & 0 & 0 & \frac{f_2(t)}{J_2(t)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_3 & R_3 & 0 & 0 & 0 & -\frac{f_3(t)}{J_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_4 & R_4 & 0 & 0 & 0 & -\frac{f_4(t)}{J_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_5(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{f_5(t)}{J_5(t)} \end{bmatrix},$$

$$E_m = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_1(t)}{J_1(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_5 \end{bmatrix},$$

$$U = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5]$$

Tableau 2.4. : Paramètres du modèle complet de cinq moteurs

Symbole	Signification	Unité
V_i (i=1,5)	Vitesse linéaire du roulement i	m/s
u_i (i=1,5)	signaux de commande du roulement i	m/s
Ω_i (i=1,5)	Vitesse de rotation du roulement i	rad/s
R_i (i=1,5)	Rayon du rouleau i	m
J_i (i=1,5)	Moment d'inertie du rouleau i	kg.m ²
f_i (i=1,5)	Coefficient de frottement visqueux du rouleau i	N.m.s/rad
T_i (i=1,4)	Tension mécanique entre les rouleaux i et $i+1$	N
L_i (i=1,4)	Longueur d'enchaînement entre les rouleaux i et $i+1$	m
C_f	Somme des couples de frottement.	Nm

Les paramètres qui changent pendant le procédé d'enroulement sont exprimés comme fonction du temps.

2.5 Conclusion

À travers ce chapitre une étude détaillée de la modélisation des systèmes multi-moteurs (SMM) et la structure du système ont été développées. Dans la partie de la modélisation du moteur asynchrone, ses équations sont explorées en détail. Ces dernières sont obtenues pour les systèmes électrique et mécanique. Par la loi de Hook, les calculs de la tension d'enchaînement entre deux moteurs sont développés. Ces calculs permettent l'obtention des tensions mécaniques entre une série des moteurs d'entraînement. Le modèle retenu pour les travaux néglige le bobineur et le débobineur, c'est-à-dire que nous considérons des inerties constantes. De plus, nous ne considérons que les couples visqueux de frottement. Finalement, l'utilisation de la modélisation obtenue dans ce chapitre, permet d'avoir un système matriciel sous la forme d'équations d'état. Ce dernier sera utilisé dans le chapitre V dans la commande *Backstepping*.

CHAPITRE III :

REPRÉSENTATION ÉNERGÉTIQUE

MACROSCOPIQUE (REM) ET STRUCTURE

MAXIMALE DE COMMANDE (SMC)

3.1 INTRODUCTION

Dans l'industrie du textile ou du papier, les systèmes de bobinage sont très présents. Afin de modéliser le système multi-moteurs étudié, l'outil utilisé est une représentation appelée REM : Représentation Énergétique Macroscopique. Cet outil développé par le L2EP [Bouscayrol, 00a] permet d'analyser des systèmes plus ou moins complexes composés de plusieurs machines et/ou plusieurs convertisseurs dans des entraînements électriques et/ou mécaniques. La commande de ce genre de système reste *a priori* toujours la même : contrôle de la vitesse des moteurs et des tensions. Le contrôle de la vitesse des moteurs consiste à avoir

une vitesse de rotation identique pour chaque moteur, ce qui permet de faire avancer la toile à une même vitesse. Ce chapitre aussi sera réservé à la commande du système pour atteindre les objectifs fixés. L'asservissement sera réalisé en appliquant la Structure Maximale de Commande (SMC), par inversion des blocs de la REM. Cette loi de commande servira de base de comparaison avec les autres lois de commande.

3.2 REPRÉSENTATION ÉNERGÉTIQUE MACROSCOPIQUE

3.2.1 Définition de la REM

La REM est basée sur le principe d'action et de réaction et a l'avantage d'offrir une représentation synthétique. De plus, elle permet aussi de mettre en évidence les interactions qui existent entre les différents composants d'un système ainsi que le flux énergétique mis en jeu entre les divers éléments constitutifs du système. Les informations contenues dans cette section sont adaptées du rapport [Leclercq, 03].

3.2.2 Éléments de représentation de la REM

La REM se compose de plusieurs blocs qui ont des formes et des couleurs normalisées, ce qui donne une meilleure lisibilité de la représentation d'un système (Figure 3.1) :

- Les sources énergétiques, représentées par des ovales verts
- Les convertisseurs électriques, (des carrés oranges) sans accumulation d'énergie
- Les convertisseurs électromécaniques, (des ronds oranges) sans accumulation d'énergie
- Les convertisseurs mécaniques, (des triangles oranges) sans accumulation d'énergie

- Les éléments accumulant de l'énergie, (des rectangles oranges avec une barre oblique)
..... etc.

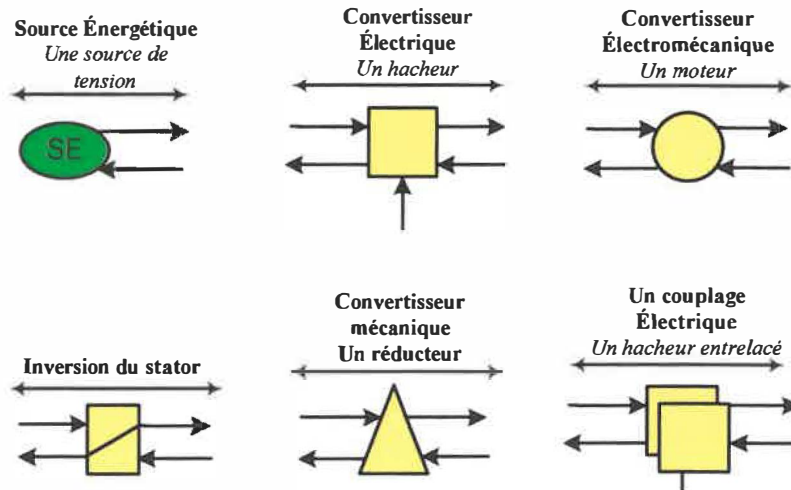


Figure 3.1. Éléments de la REM

3.2.3 Description des éléments de la REM du système

Pour une meilleure compréhension et une meilleure lisibilité, la REM est divisée en trois parties. La première prendra en compte la source d'alimentation triphasée jusqu'au bus commun, la deuxième est la partie électrique du bus commun jusqu'à la machine asynchrone et la dernière est la partie mécanique qui représente le couplage entre les moteurs et la toile. La modélisation est identique pour les cinq moteurs.

3.2.3.1 Modélisation de la première partie (alimentation)

La première partie (figure 3.2), qui alimente les cinq moteurs, est constituée par quatre éléments qui sont : la source d'alimentation triphasée, l'impédance de ligne, le redresseur et le bus commun.

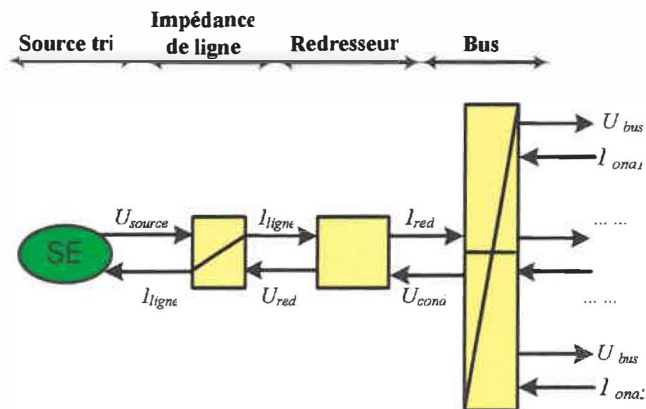
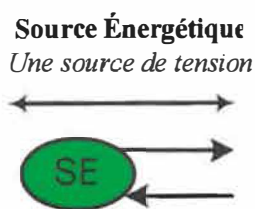


Figure 3.2 : Première partie du système, source d'alimentation

3.2.3.1.a Source énergétique

La source d'alimentation électrique est de nature triphasée, on la représente par un élément de source électrique. Celle-ci nous donne une tension en sortie d'action et reçoit un courant de ligne en entrée de réaction. C'est le principe des actions/réactions. Les équations internes du bloc sont représentées par (3.1.a), (3.1.b) et (3.1.c).



$$U_a = U_{eff} \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \quad (3.1.a)$$

$$U_b = U_{eff} \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.1.b)$$

$$U_c = U_{eff} \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.1.c)$$

Figure 3.3 : Bloc de source énergétique

U_a ; U_b ; U_c : les tensions simples d'une source de tension triphasée équilibrée.

3.2.3.1.b Impédance de ligne

L'impédance de ligne est représentée par un élément d'accumulation, la variable d'état étant « I_{ligne} ». Cette ligne est constituée d'une résistance R_{ligne} et d'une bobine L_{ligne} en série pour chaque phase.

$$L_{\text{ligne}} \cdot \frac{d \cdot i_{\text{ligne}}}{dt} + R_{\text{ligne}} \cdot i_{\text{ligne}} = [K] * (U_{\text{source}} - U_{\text{red}}) \quad (3.2)$$

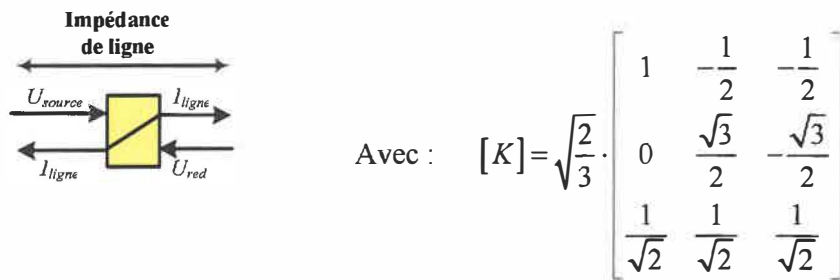


Figure3.4 : Bloc impédance de ligne

Où :

$U_{\text{entrée}} = U_{\text{source}}$: la tension d'entrée de la ligne (qui représente un vecteur).

$U_{\text{retour}} = U_{\text{redresseur}}$: la tension d'entrée de réaction.

3.2.3.1.c Redresseur six diodes

Ce redresseur triphasé est constitué de six diodes. Il est représenté par un élément de conversion électrique. Ce pont ne peut pas être commandé. Il n'y a donc pas de degré de liberté et ainsi pas de possibilité de réglage.

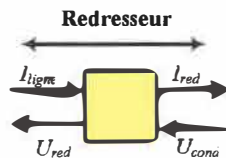


Figure 3.5 : Bloc redresseur six diodes

3.2.3.1.d Batterie de condensateurs (bus commun)

Cette batterie de condensateurs est réglable. Elle permet d'avoir plusieurs condensateurs de capacité différente. Cette batterie placée entre le redresseur et les onduleurs de chaque moteur fait office de bus commun. On s'aperçoit ici que le bus alimente les cinq onduleurs par une même tension « U_{bus} ». On peut alors caractériser cette liaison par un élément d'accumulation avec un couplage électrique, la variable d'état étant la tension de sortie de bus.

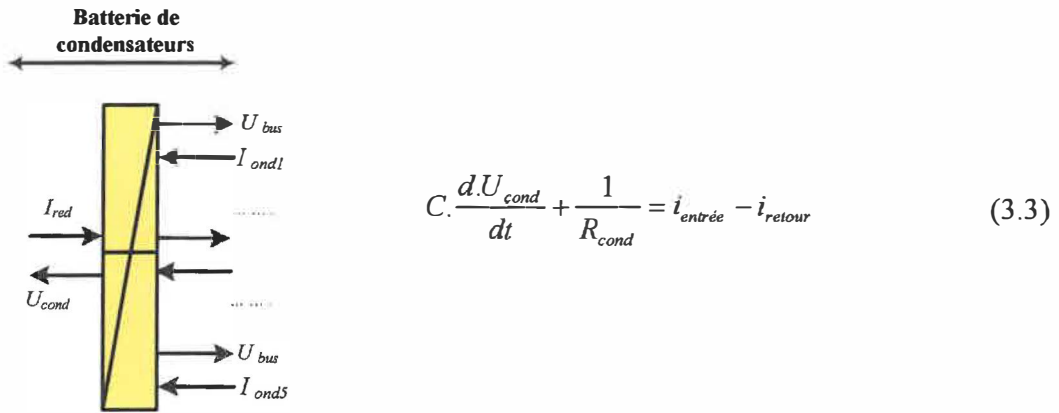


Figure 3.6 : Bloc batterie de condensateurs

Avec : C : condensateur du bus continu ; R_{cond} : résistance de fuite en parallèle avec le condensateur ; $i_{entrée} = i_{red}$: courant d'entrée du condensateur ; $i_{retour} = \sum_{i=1}^5 I_{ond_i}$ courant d'entrée de réaction.

3.2.3.2 Modélisation de la deuxième partie (moteur-électrique)

Cette partie électrique est constitué par trois éléments qui sont : l'onduleur, le stator de la machine asynchrone (MAS) et la machine elle même (figure 3.7). Cette partie est identique pour les cinq moteurs. Pour l'action et réaction entre la première et la deuxième partie, la tension de sortie d'action étant la même pour les cinq onduleurs, on peut considérer le bus

commun comme une source électrique qui délivre une tension U_{bus} , le courant I_{ond} étant le courant de retour de l'onduleur triphasé.

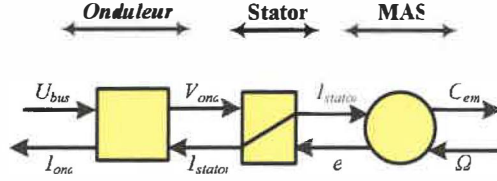
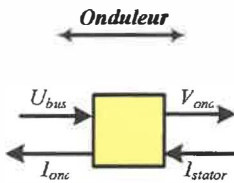


Figure 3.7: Deuxième partie du système, partie électrique

3.2.3.2.a Onduleur Triphasé

L'onduleur est représenté par un convertisseur électrique. La commande des interrupteurs est caractérisée par la fonction de connections S_{ij} . Dans le but de simplifier sa modélisation, nous allons utiliser une fonction de modulation m , en valeur moyenne.



$$\text{Avec : } m = \begin{bmatrix} S_{11} & -S_{13} \\ S_{12} & -S_{13} \end{bmatrix}$$

$$V_{ond} = m \cdot V_{bus} \quad (3.4.a)$$

$$\text{et } I_{ond} = m \cdot I_{stator} \quad (3.4.b)$$

Figure 3.8 : Bloc d'onduleur triphasé

3.2.3.2.b Stator de moteur asynchrone

Le stator de la machine asynchrone peut être représenté par la mise en série d'une résistance et d'une bobine où le courant I_{stator} est commun. On représente alors cet élément par un élément d'accumulation avec comme variable d'état le courant I_{stator} , l'entrée de réaction étant la force électromotrice du moteur.

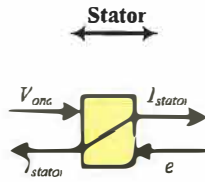


Figure 3.9 : Bloc de stator

3.2.3.2.c Machine asynchrone MAS

La **MAS** est représentée par un élément de conversion électromécanique. Elle permet d'obtenir un couple à partir d'un courant. La sortie de réaction : la force électromotrice est obtenue par l'entrée de réaction qui est la vitesse angulaire. Il faut savoir que pour les simulations, la machine est représentée par l'intermédiaire du modèle de **Park** et les équations de la machine asynchrone ((3.5) à (3.9)). On suppose ainsi que l'onduleur fournit une tension triphasée équilibrée.

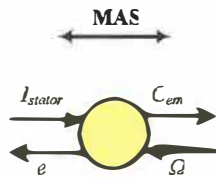


Figure 3.10 : Bloc de machine asynchrone MAS

Équation électrique de la machine :

$$\sigma \cdot L_s \cdot \frac{d.i_{sdq}}{dt} = v_{sdq} - R_s \cdot i_{sdq} + e_{sdq} \quad (3.5)$$

Équations mécaniques de la machine :

$$C_m = p \frac{M_{sr}}{L_r} \phi_{rd} \cdot i_{sq} \quad (3.6)$$

$$e_{sd} = \sigma \cdot L_s \cdot \omega_{d/s} \cdot i_{sq} \quad (3.7)$$

$$e_{sd} = -\omega_{d/s} \cdot \frac{M_{sr}}{L_r} \cdot \phi_{rd} - \sigma \cdot L_s \cdot \omega_{d/s} \cdot i_{sd} \quad (3.8)$$

$$\frac{L_r}{R_r} \cdot \frac{d\phi_{rd}}{dt} = Mi_{sd} - \phi_{rd} \quad (3.9)$$

3.2.3.3 Modélisation de la troisième partie (couplage mécanique)

La troisième partie est la partie mécanique (figure 3.11) qui représente la modélisation des arbres des moteurs, les différentes toiles et le couplage mécanique. Ce couplage permet entre autre d'exprimer la vitesse linéaire d'un moteur par l'intermédiaire de sa vitesse angulaire et du rayon du rouleau. Les éléments de même nature ne seront étudiés qu'une seule fois car ils sont basés sur le même principe. L'exemple pris est celui de l'entraînement en forme générale.

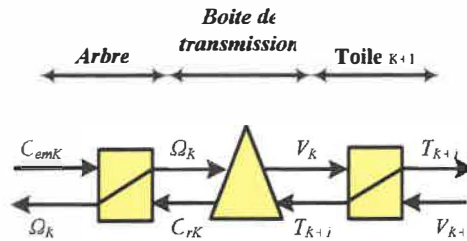


Figure 3.11: Troisième partie du système, partie mécanique.

3.2.3.3.a Arbre du moteur

L'arbre est caractérisé par son inertie. Les interactions qui peuvent exister entre cet arbre et sa charge sont aussi prises en compte. La vitesse est une variable d'état, cet élément est alors représenté par un élément d'accumulation.

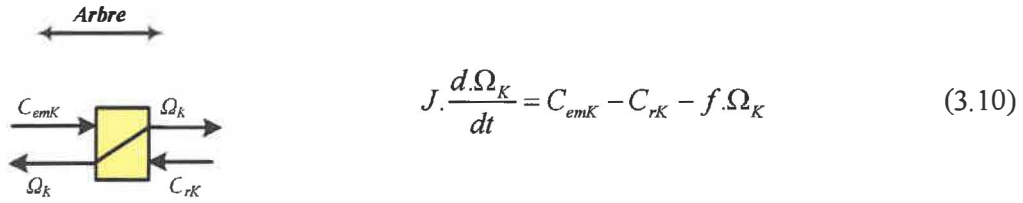


Figure 3.12 : Bloc arbre de moteur

3.2.3.3.b Conversion des vitesses et forces/couples.

Le couplage mécanique permet de réaliser une conversion; on exprime la vitesse linéaire du moteur par l'intermédiaire de sa vitesse angulaire en la multipliant par le rayon de l'arbre. Dans notre cas nous prenons le rayon du rouleau accouplé à l'arbre, on considère que la liaison entre les rouleaux et les arbres est parfaite. De même pour le couple résistant, on l'exprime à partir de la force qui est appliquée à la roue.

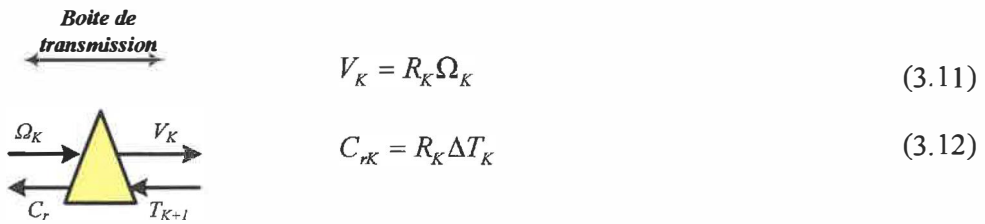
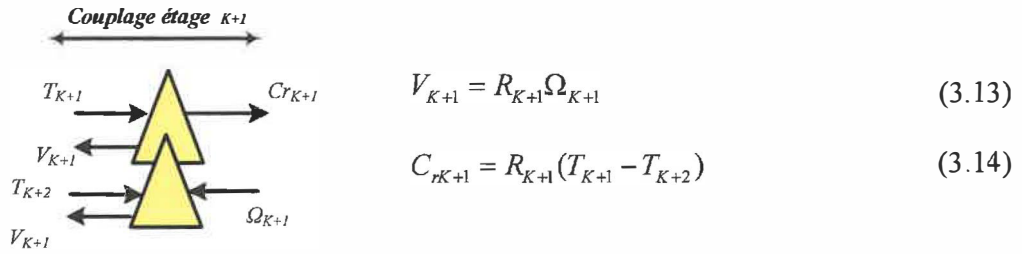


Figure 3.13 : Bloc conversion des vitesses et forces/couples

3.2.3.3.c Couplage entre moteurs

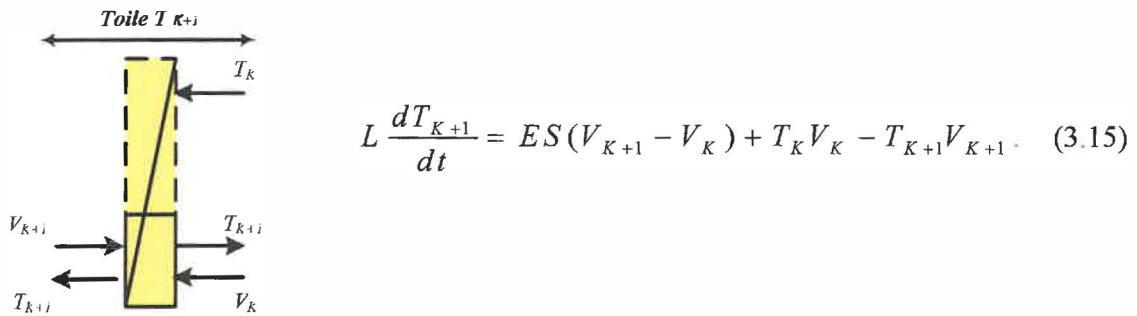
Le moteur M_{K+1} a une liaison avec les moteurs M_K et M_{K+2} par l'intermédiaire de la toile. Il y a donc un couplage de type mécanique. En effet, la sortie de réaction V_{K+1} est commune aux entraînements M_K et M_{K+2} (3.13). On s'aperçoit aussi que le couple résistant dépend de deux variables : T_{K+1} et T_{K+2} (3.14).


 Figure 3.14 : Bloc de couplage entre moteurs (étage $k+1$)

3.2.3.3.d Toile

La toile est considérée comme un matériau élastique. Celle-ci est représentée par un élément d'accumulation avec comme variable d'état la tension. Celle-ci dépend de la vitesse des moteurs. (Nous avons vu dans le chapitre II la modélisation de cette bande en fonction de ses paramètres : Paragraphe. 2.3.3).

La tension d'entrée T_e du premier moteur (bobineur) et la tension de sortie T_s du dernier moteur (débobineur) ne sont pas prises en considération dans l'étude du modèle général de la toile (3.15).


 Figure 3.15 : Bloc de la toile (segment $k+1$)

3.2.4 Représentation complète du système cinq moteurs par REM

On peut s'apercevoir qu'une fois le système modélisé, beaucoup de variables sont mises en jeu, et que la gestion d'un tel système n'est pas simple. En effet, la présence de couplages et le partage de variables communes peuvent entraîner des perturbations. La modélisation de chaque élément de la maquette a été présentée dans le paragraphe 3.2.3, la modélisation complète du système est représentée dans la figure 3.16 et les variables utilisées dans la commande sont représentées sur la figure 3.17 par des flèches pointillées.

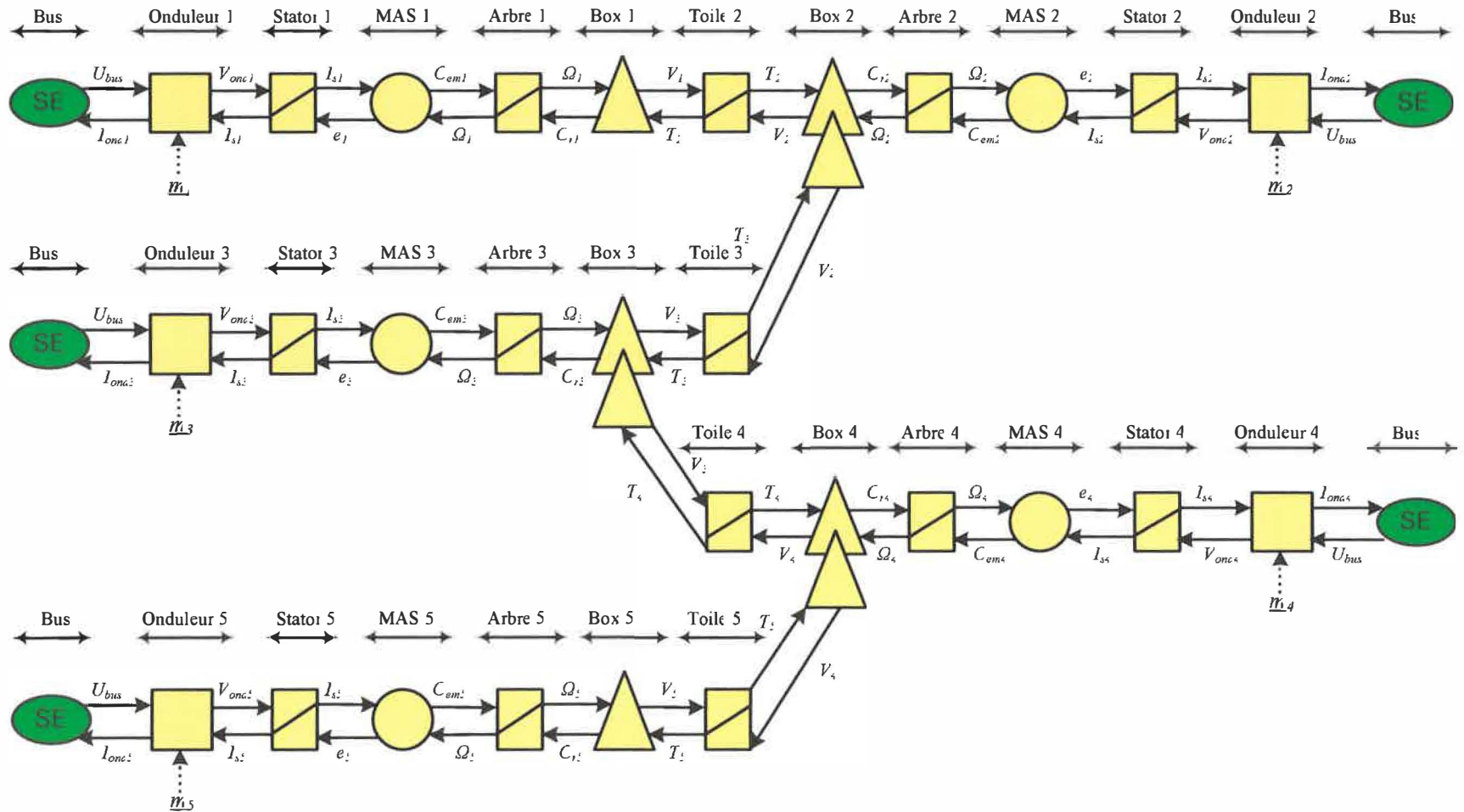


Figure 3.16 : Représentation complète du système cinq moteurs par REM

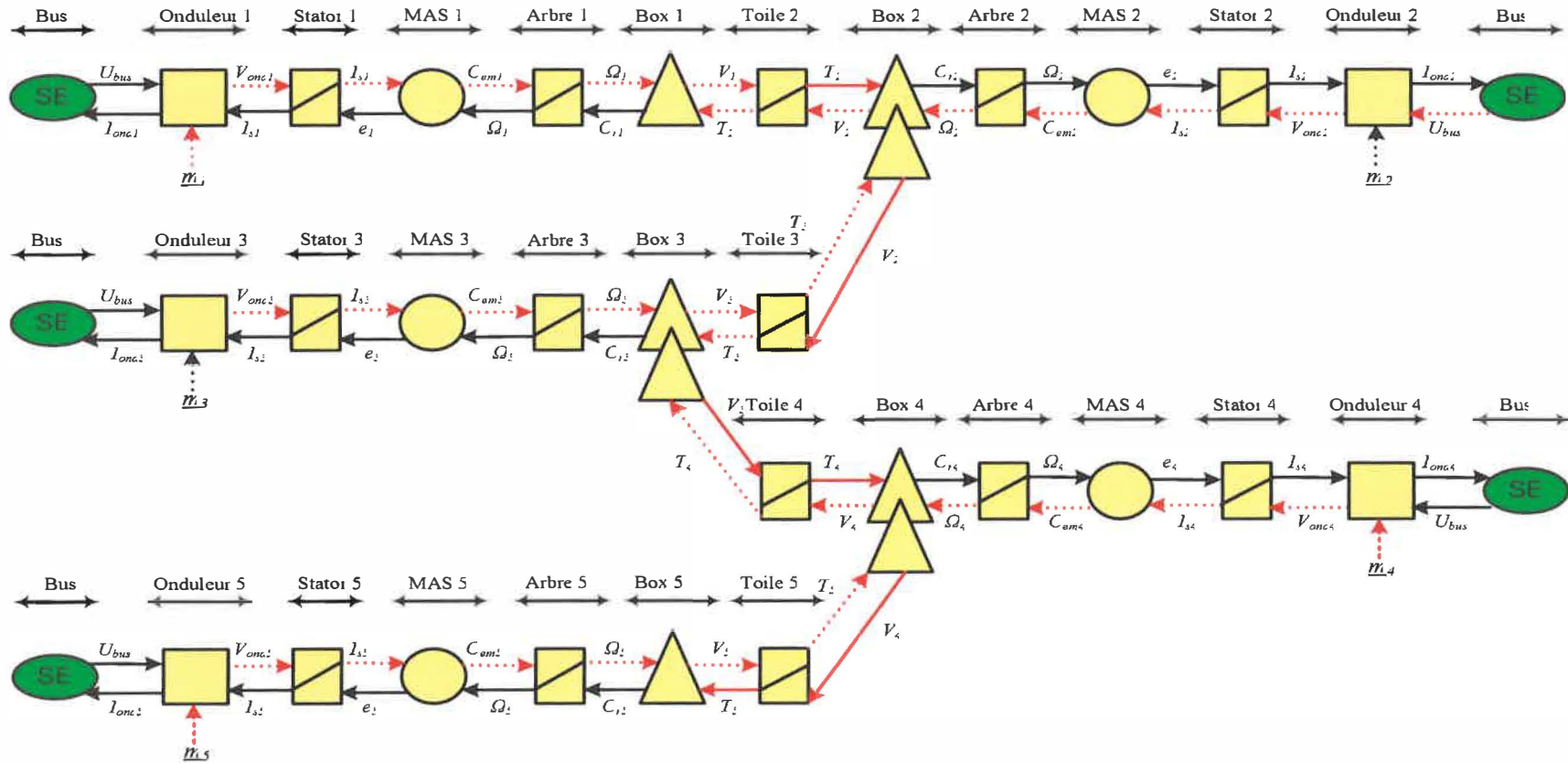


Figure 3.17 : Représentation complète du système cinq moteurs avec les variables de commande

3.3 STRUCTURE MAXIMALE DE COMMANDE DU SYSTÈME

La gestion du système se traduit par l'asservissement de la tension de la toile par le maintien du synchronisme des moteurs, les possibilités de réglage étant les cinq onduleurs triphasés. Nous avons alors à notre disposition cinq degrés de liberté pour gérer le système. Il a été choisi de contrôler le moteur **M1** en vitesse. Il est asservi à une référence donnée. Les moteurs **M2**, **M3**, **M4** et **M5** permettront de contrôler la tension de la toile entre les moteurs. Afin de mieux visualiser les variables qui entrent en jeu lors de la commande du système, les différents chemins de contrôle sont représentés en pointillé (figure 3.17).

3.3.1 Définition de SMC

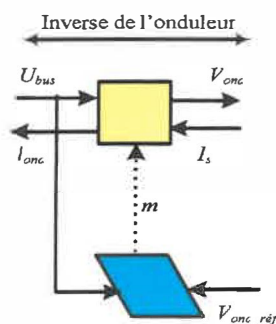
La Structure Maximale de Commande (SMC) est déduite de la REM selon le principe de l'inversion : à chaque élément, correspond un bloc de commande dont l'objectif est d'inverser sa fonctionnalité. La commande est basée sur deux objectifs : le contrôle du synchronisme des moteurs et le contrôle de la tension de la toile. Dans cette représentation, nous ferons l'hypothèse que toutes les variables du processus sont mesurables.

3.3.2 Éléments de SMC

3.3.2.a Inversion de l'onduleur

Ce bloc reçoit une tension de référence $V_{ond_réf}$ en coordonnées dq que l'on divise par la tension d'alimentation U_{bus} pour obtenir l'indice de modulation. L'onduleur est réalisé en valeur moyenne, ce rapport est directement multiplié à la tension d'alimentation.

Si nous travaillons en valeur instantanée, on compare ce rapport avec un signal triangulaire.



$$m = V_{ond_ref} / U_{bus_mes.} \quad (3.16)$$

Figure 3.18 : Bloc d'inversion de l'onduleur

3.3.2.b Inversion du stator du moteur asynchrone

La machine asynchrone est modélisée à l'aide de la transformation de **PARK**. La machine est alors modélisée sur les axes fictifs dq .

L'élément d'accumulation que représente le stator ne peut pas s'inverser de façon directe. C'est par l'intermédiaire d'un correcteur que l'inversion est possible. La force électromotrice e est une perturbation estimée. Par contre le courant I_{stator} est une variable d'état mesurée. Un élément de conversion électromécanique s'inverse directement.

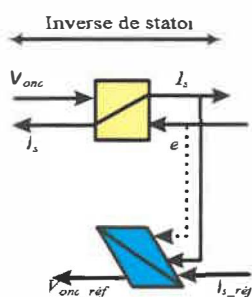


Figure 3.19 : Bloc d'inversion du stator

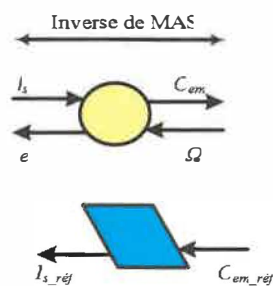
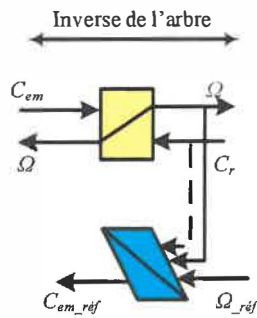


Figure 3.20 : Bloc d'inversion des conversions électromagnétiques

3.3.2.c Inversion de l'arbre

Comme le stator, ce bloc ne peut s'inverser directement, un correcteur est alors utilisé. Le choix de celui-ci dépend de la fonction de transfert du bloc à inverser. Il faut voir si c'est un intégrateur ou une fonction du premier ou du deuxième ordre (3.17). En fonction de ceci et des paramètres de réglage souhaités, on pourra choisir un type de correcteur tel un PI, PD ou PID.



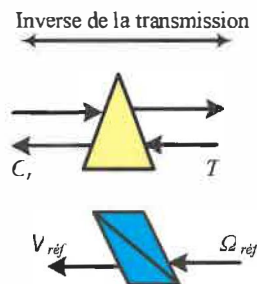
$$\text{Modèle : } C_{em} = J \frac{d\Omega}{dt} + C_r + f\Omega \quad (3.17a)$$

$$\text{Bloc inversion : } C_{em_ref} = C_r + PI[\Omega_{ref}, \Omega] \quad (3.17b)$$

Figure 3.21 : Bloc d'inversion de l'arbre

3.3.2.d Inversion du couplage entre moteurs

Cet élément de conversion mécanique est inversé directement. Il y a juste à inverser le gain qui existe entre V et Ω (3.18).



$$\Omega_{k_ref} = V_{k_ref} / R_k \quad (3.18)$$

Figure 3.22 : Bloc d'inversion du couplage entre moteurs

3.3.2.e Inversion de la toile

L'inversion de la toile est réalisée par un correcteur. Par la suite, une étude permettra de mieux comprendre comment fonctionne cette toile. La prise en compte des différents paramètres de la toile (les différentes lois sur l'élasticité par exemple) sera mise en avant.

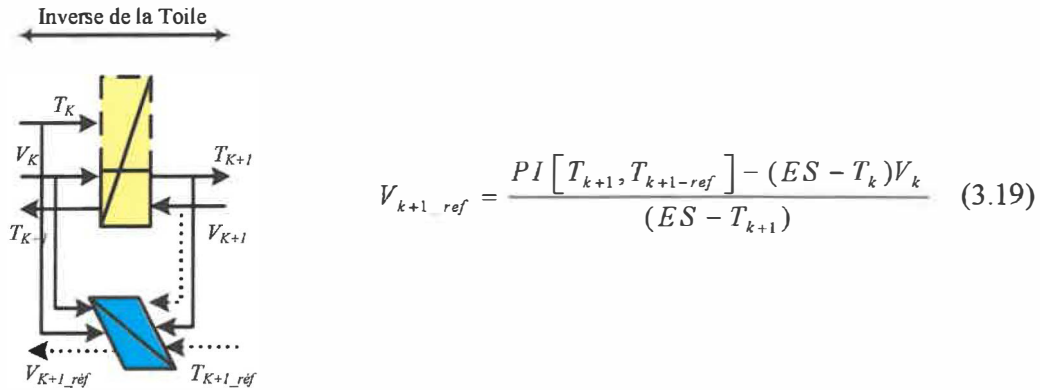


Figure 3.23 : Bloc d'inversion de la toile

3.3.3 Modèle complet de la SMC

Dans la (figure 3.7) on a représenté le modèle complet du système multi-moteurs, le bloc vert est la source électrique du système, les blocs oranges sont les éléments du système modélisés par REM et les blocs bleus sont les commandes SMC basées sur l'inverse de chaque élément. La SMC fait ressortir l'emplacement des correcteurs sur les boucles de vitesse et de courant des moteurs ainsi que sur les quatre sections de bande.

Les machines asynchrones sont commandées de façon classique par un contrôle vectoriel par orientation du flux rotorique; une machine est alors vue comme un circuit R-L série alimentée.

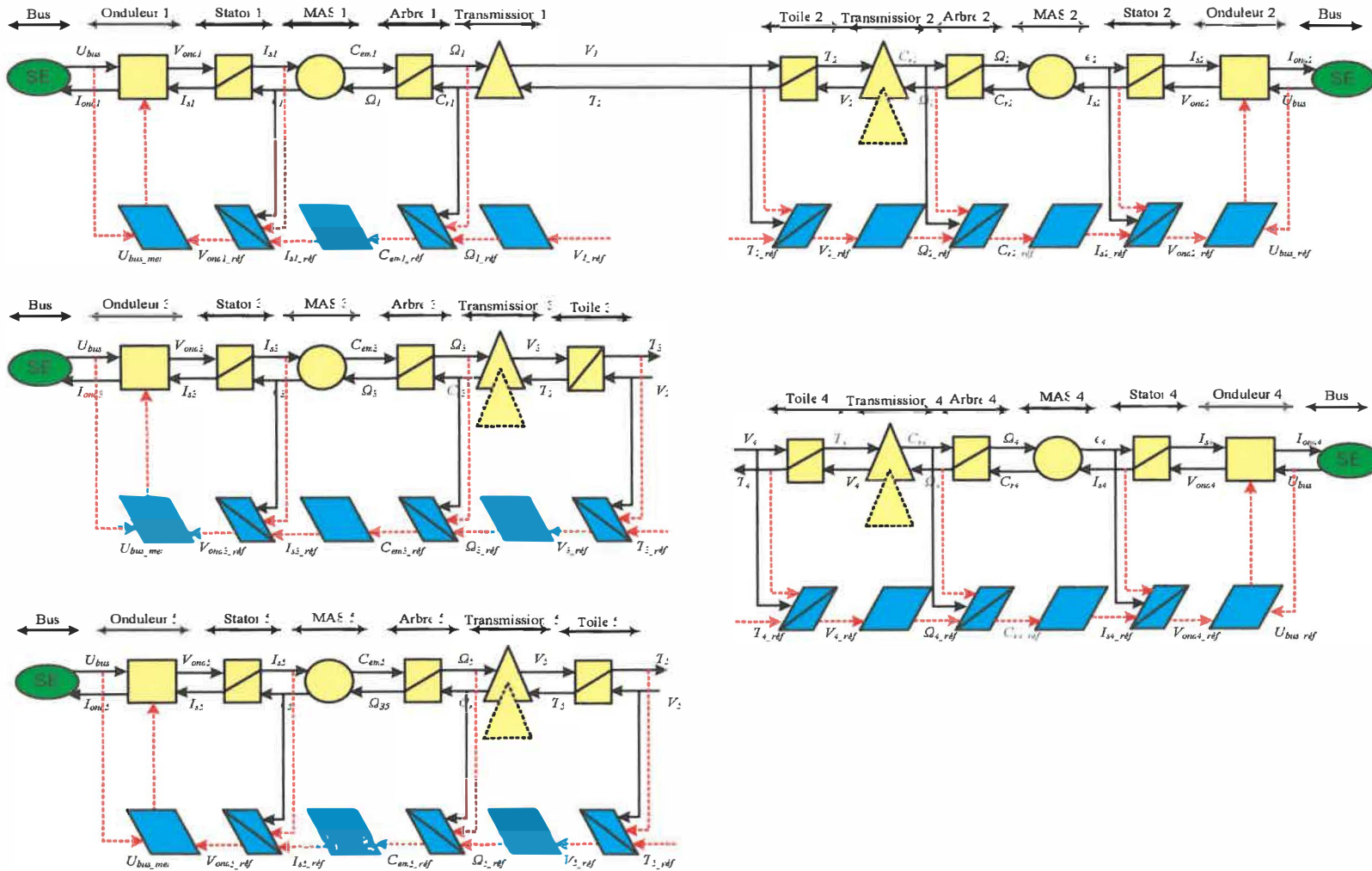


Figure 3.24 : Modèle complet de la SMC

3.4 Conclusion

Afin de modéliser le système multi-moteur étudié, l'outil que nous avons utilisé est une représentation appelée Représentation Énergétique Macroscopique (REM). Cet outil, développé par le Laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique de Puissance de Lille (L2EP), permet d'analyser des systèmes complexes composés de plusieurs machines et/ou plusieurs convertisseurs dans des entraînements électriques et/ou mécaniques. La REM est basée sur le principe d'action et de réaction et a l'avantage d'offrir une représentation synthétique des systèmes énergétiques. Elle permet aussi de mettre en évidence les interactions qui existent entre les différents composants d'un système ainsi que le flux énergétique mis en jeu entre les divers éléments du système. On a aussi représenté dans ce chapitre la commande du système multi-moteurs par la Structure Maximale de Commande (SMC) déduite de la REM selon le principe de l'inversion de chaque élément, dont l'objectif est d'inverser sa fonctionnalité. Dans cette représentation, on fait l'hypothèse que toutes les variables du processus sont mesurables. Ce modèle sera utilisé au chapitre V dans le développement de la technique de commande *Backstepping* et la simulation de SMC au chapitre VI.

CHAPITRE IV :

THÉORIE SUR LA TECHNIQUE

DE COMMANDE BACKSTEPPING

4.1 INTRODUCTION

La théorie de commande non linéaire a été le sujet de développements intenses pendant les deux dernières décennies. Les outils développés dans ce secteur sont appliqués à l'étape de la conception et à l'exécution des unités de commande dans les systèmes non linéaires. Comparativement aux anciens outils, actuellement ces derniers sont devenus plus structurés et mieux développés. L'un des outils les plus connus est la théorie de *Backstepping*. Cette méthode donne un outil pour la conception réursive de la loi de commande basée sur la théorie de Lyapunov.

La méthodologie du *Backstepping* peut se définir comme une façon d'organiser un système en plusieurs sous-systèmes en cascade. L'exploitation de la méthodologie de conception sur un plan général aboutit à la mise en place d'une loi de commande par rétroaction associée systématiquement à une fonction de Lyapunov ou l'équivalent.

La théorie de Lyapunov a été pendant longtemps un outil important dans les systèmes linéaires aussi bien que dans la commande non linéaire. Cependant, son utilisation dans la commande non linéaire a été entravée par les difficultés pour trouver une fonction de Lyapunov pour un système donné. L'invention des outils constructifs pour la conception de commande non linéaire basée sur la théorie de Lyapunov, comme le *Backstepping*, a été donc reçue à bras ouverts par la communauté de commande. Ici, une loi de commande stabilisant le système est dérivée avec une fonction de Lyapunov pour prouver la stabilité.

Les propriétés importantes de la stabilité globale ou de chaque sous-systèmes s'obtiennent en définissant une fonction stabilisatrice à chaque étape de représentation du modèle en sous-systèmes en cascade. Un des avantages que procure la méthode du *Backstepping* est celui de garder les propriétés du système initial dans la loi de commande obtenue. Ceci constitue en quelque sorte la particularité du *Backstepping* par rapport à d'autres méthodes [Nganga, 02].

La passivité est liée à d'autres notions très importantes comme la stabilité, la détectabilité et l'optimalité. Toutes ces notions sont nécessaires pour la synthèse des lois de commande. Pour cette raison, l'analyse débute par l'étude de la méthode de *Backstepping* pour mener à son application à des systèmes de type *strict-feedback*.

L'objectif de ce chapitre est de traiter des concepts liés à la conception des lois de commande. Ces concepts sont développés pour la théorie d'intégrateur du *Backstepping* et la passivité. En première étape, après avoir introduit la théorie de Lyapunov, la théorie générale du *Backstepping* sera exposée. Ensuite on résume par des définitions, des théorèmes et des

lemmes la théorie des systèmes passifs et l'étude de la stabilité. Ensuite, on établit les liens entre la passivité, et certains concepts importants tel que la stabilité. L'étude de stabilité des systèmes multi-moteurs utilise la théorie de Lyapunov [Tao, 03]. La deuxième étape est utilisée pour détailler quelques structures du *Backstepping*, et pour appliquer cette technique sur des systèmes multi-moteurs.

4.2 Théorie de Lyapunov

La condition de base sur un système commandé est qu'il doit converger vers un état que nous déterminons. Formalisons cette condition en termes de propriétés de l'équilibre désiré.

Définition 4.1 (*stabilité de Lyapunov*)

Considérons le système invariable suivant :

$$\dot{x} = f(x) \quad (4.1)$$

Commençons à l'état initial $x(0)$. Supposons que x_e est un point d'équilibre du système, $f(x_e) = 0$. Nous disons que le point d'équilibre est :

- Stable, si pour chaque $\varepsilon > 0$ existe $\delta(\varepsilon) > 0$, tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|\dot{x}(t) - x_e\| < \varepsilon \text{ pour tout } t \geq 0$$

- Asymptotiquement stable, s'il est stable et en plus il existe $r > 0$ tels que :

$$\|x(0) - x_e\| < r \Rightarrow x(t) \rightarrow x_e \text{ lorsque } t \rightarrow \infty$$

- Globalement asymptotiquement stable (GAS), s'il est asymptotiquement stable pour tous les états initiaux.

GAS est le type de stabilité que nous tâcherons d'obtenir dans notre conception de commande.

Les définitions ci-dessus concernent $x(t)$, la solution explicite de (4.1), qui en général ne peut pas être trouvée analytiquement. Heureusement il y a d'autres manières de prouver la stabilité. Le mathématicien et l'ingénieur russe A.M. Lyapunov a proposé l'idée d'incorporer le vecteur d'état $x(t)$ dans une fonction scalaire $V(x)$ afin de quantifier la distance entre $x(t)$ et le point d'équilibre du système. $V(x)$ peut être considérée comme une représentation de l'énergie contenue dans le système. S'il possible de montrer que $V(x)$ est continue et strictement décroissante selon t , alors le système lui-même doit se déplacer vers l'équilibre. Cette approche pour montrer la stabilité s'appelle la méthode directe de Lyapunov.

Définition 4.2

Une fonction scalaire $V(x)$ est :

- définie positive si $V(0) = 0$ et $V(x) > 0, x \neq 0$
- définie semi-positive si $V(0) = 0$ et $V(x) \geq 0, x \neq 0$
- définie semi-négative si le $-V(x)$ est définie semi-positive
- radialement illimité si $V(x) \rightarrow \infty$ Comme $\|x\| \rightarrow \infty$

Le théorème principal pour prouver la stabilité sera établi par la suite.

Théorème 4.1 (LaSalle-Yoshizawa)

Posons que $x = 0$ est un point d'équilibre pour (4.1), $V(0) = 0$ et $V(x)$ est une fonction scalaire continue et différentiable en x définie tel que :

- $V(x)$ est définie positive
- $V(x)$ est radialement illimitée
- $\dot{V}(x) = V_x(x)f(x) \leq -W(x)$

Si $W(x)$ est définie semi-positive alors toutes les solutions de (4.1) sont stables. De plus, si $W(x)$ est définie positive avec le point d'équilibre $x = 0$ alors ce point d'équilibre est GAS.

Preuve : Pour montrer la stabilité quand $\dot{V}(x)$ est seulement définie semi-négative, le corollaire de LaSalle est utilisé [Krstic, 95].

Corollaire 4.1 (*stabilité asymptotique*)

Posons que $x = 0$ est un point d'équilibre pour (4.1), $V(0) = 0$ et $V(x)$ est une fonction scalaire continue et différentiable en x définie tel que :

- $V(x)$ est définie positive
- $V(x)$ est radialement illimitée
- $\dot{V}(x)$ est définie semi-négative

Posons que $E = \left\{ x : \dot{V}(x) = 0 \right\}$ et qu'aucune autre solution que $x \equiv 0$ ne peut rester pour toujours dans E alors $x = 0$ est GAS.

Notons que ces résultats sont non constructifs, dans le sens qu'ils ne donnent aucun indice de la façon de trouver un $V(x)$ satisfaisant toutes les conditions nécessaires pour conclure la

GAS. Toutefois nous nous rapporterons à une fonction $V(x)$ satisfaisant les conditions spécifiées dans le **théorème .1** comme la fonction de Lyapunov pour le système [Krstic, 95].

4.3 Construction "universelle" de fonctions de commande de Lyapunov

Considérons maintenant le système suivant avec une commande d'entrée u :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (4.2)$$

Les résultats de l'équation de la stabilité définie dans la section précédente sont corrects, si nous trouvons une loi de commande définie par :

$$u = k(x) \quad (4.3)$$

afin que le système :

$$\dot{x} = f(x, k(x)) \quad (4.4)$$

possède une origine $x \equiv 0$ stable. Un changement approprié de coordonnées permet de ramener tout état désiré à l'origine. Une approche servant à trouver $k(x)$ est de construire une fonction définie positive et radialement illimitée $V(x)$ et de choisir $k(x)$ tel que :

$$\dot{V} = V_x(x) f(x, k(x)) = -W(x) \quad (4.5)$$

où $W(x)$ est définie positive. La stabilisation de la boucle fermée suit le **théorème 1**. Pour que cette approche réussisse, V et W doivent avoir été soigneusement choisies, sinon (4.5) ne serait pas soluble. Ceci motive la définition suivante.

Définition 4.3 (*Control Lyapunov function (clf)*)

$V(x)$ est une fonction définie positive et radialement illimitée. Cette fonction est appelée fonction de contrôle de Lyapunov “clf” pour (4.2) à condition que pour tout x différent de zéro ($x \neq 0$),

$$\dot{V} = V_x(x)f(x,u) < 0 \quad (4.6)$$

À une clf pour un système correspond une loi globalement stabilisante de commande (GS). Ceci signifie que pour chaque loi, une clf correspondante peut être trouvée, et vice versa. Ceci est connu comme le théorème d'Artstein [Artstein, 83]. Si une clf est connue, un choix particulier du $k(x)$ est donné par l'expression proposée par Sontag [Sontag, 99].

Ainsi, pour

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.7)$$

nous pouvons choisir :

$$u = k(x) = -\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \quad (4.8)$$

Si $a = V_x(x)f(x)$ et $b = V_x(x)g(x)$, alors la dérivée de la fonction Lyapunov devient:

$$\dot{V} = V_x(x)(f(x) + g(x)u) = a + b\left(-\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b}\right) = -\sqrt{a^2 + b^2} \quad (4.9)$$

Cette approche est liée à la théorie élaborée par Primbs [Primbs, 96] où u est choisi pour réduire au minimum l'effort de commande nécessaire pour satisfaire \dot{V} donc :

$$\dot{V} \leq -W(x) \quad (4.10)$$

Pour W la minimisation est obtenue par le temps. L'utilisation d'une contrainte d'inégalité plutôt que celle d'égalité est prévue. Celle-ci permet de tirer un bénéfice des propriétés inhérentes de la stabilité du système.

$$\dot{V}\big|_{u=0} = V_x(x)f(x) < -W(x) \quad (4.11)$$

4.4 *Backstepping*

La simplicité de la conception des lois de commande scalaires de la section précédente se fonde sur la connaissance d'une fonction de Lyapunov. Mais comment trouvons-nous une telle fonction ?

Pour une certaine classe des systèmes non linéaires qui montrent une structure triangulaire inférieure, le *Backstepping* répond à cette question d'une façon récursive. Donc, nous énoncerons d'abord le résultat principal et ensuite nous traiterons les problématiques associées par exemple, en fonction des systèmes qui peuvent être manipulés en utilisant le *Backstepping*.

4.4.1 Principe de la technique du *Backstepping*

La simplicité de la conception des lois de commande scalaires nous motive à les utiliser en tant que point de départ de conception récursive pour les systèmes évolués. La première construction de (clf) pour les systèmes non linéaires a été développée par Sepulchre et al. [Sepulchre, 97a,b] ou [Krstic, 95] [Nganga, 02].

Proposition 4.1 (*Intégrateur Backstepping*)

Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\zeta \\ \dot{\zeta} = u \end{cases} \quad (4.12)$$

où $x \in R^n$, $\zeta \in R$ est le vecteur d'état et $u \in R$ est l'entrée du système.

Supposons pour le sous-système (4.12), une loi globalement stabilisante de commande satisfaisante avec ζ montré dans la figure 4.1.

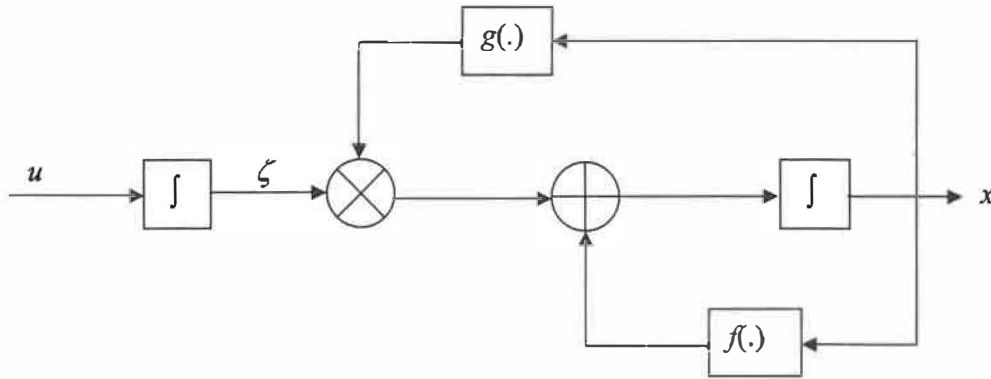


Figure 4.1 : Diagramme bloc du système (4.12).

- Si $W(x)$ est définie positive, alors la fonction de commande de Lyapunov pour (4.12) est définie par [Tao, 03] :

$$V_a(x, \zeta) = V(x) + \frac{1}{2} [\zeta - \alpha(x)]^2 \quad (4.13)$$

où $u = \alpha_a(x, \zeta)$ avec $x = 0$, $\zeta = 0$ ce qui donne un point d'équilibre (GAS) pour le système.

La commande du système est définie comme suit :

$$u = -C(\zeta - \alpha(x)) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x) [f(x) + g(x)\zeta] - \frac{\partial V}{\partial x}(x) g(x) \quad (4.14)$$

où $C > 0$ est considéré comme un gain, $\frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)$, et $\frac{\partial V}{\partial x}(x)$ sont respectivement les dérivées

de la fonction stabilisatrice et de la fonction Lyapunov.

Pour (4.14), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &= \frac{\partial V(x)}{\partial x} (f(x) + g(x)\alpha(x)) - [\zeta - \alpha(x)] C [\zeta - \alpha(x)] \\ &= -W(x) - [\zeta - \alpha(x)] C [\zeta - \alpha(x)] \end{aligned} \quad (4.15)$$

- Si $W(x)$ est définie semi-positive, par exemple en employant par $\alpha(x) = k(x)$ tel que défini par (4.8), alors il existe une commande par retour d'information pour obtenir la fonction (clf) suivante :

$$\dot{V}_a \leq -W_a(x, \zeta) \leq 0 \quad (4.16)$$

Toutefois, $W_a(x, \zeta) > 0$ quand $W(x) > 0$ où $\zeta \neq \alpha(x)$. Ceci garantit que $\begin{bmatrix} x(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix}$ converge et sont globalement bornés. Ceci est basé sur la preuve de la proposition donnée par [Tao, 03].

L'idée principale du *Backstepping* est de laisser certains états agir en tant que "commandes virtuelles". La même idée peut être trouvée dans la conception cascade de commande et la théorie des perturbations singulières [Kokotovic, 86]

4.4.2 Conception de lois de commande pour des systèmes de type *strict-feedback*

La technique du *Backstepping* sera maintenant utilisée pour une méthodologie de conception dans le cas des classes générales des systèmes non linéaires. Nous voyons que le système (4.12) peut être encore augmenté. Toutefois, supposons que nous n'avons pas la commande réelle entrée dans le système. Par contre, nous possédons les variables d'état obéissant à la dynamique du système. L'expression (4.14) devient une loi virtuelle de commande, la (clf) de (4.13) peut être utilisée pour trouver une loi globalement stabilisante pour (4.12) augmenté. Ainsi, en appliquant récursivement le *Backstepping*, des lois globalement stabilisantes de commande peuvent être construites pour des systèmes de la forme triangulaire inférieure, connus sous le nom de systèmes de type *strict-feedback* [Tao, 03][Krstic, 95].

Les systèmes multi-moteurs représentent un cas d'application intéressant du *Backstepping* puisque cette technique est tout particulièrement destinée à la commande des systèmes de type *strict feedback*. Le modèle considéré est donné par la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 = f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 = f_2(x, \zeta_1, \zeta_2) + g_2(x, \zeta_1, \zeta_2)\zeta_3 \\ \dots\dots\dots \\ \dot{\zeta}_{k-1} = f_{k-1}(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{k-1}) + g_{k-1}(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{k-1})\zeta_k \\ \dot{\zeta}_k = f_k(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) + g_k(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k)u \end{cases} \quad (4.17)$$

où $x \in R^n$ et ζ_1, \dots, ζ_k sont des scalaires.

Pour que la conception réussisse, une loi virtuelle globalement stabilisante de commande est recommandée. ζ_1 est considéré comme l'entrée de commande, avec une (clf) et doit être connue pour le sous-ensemble de x . Notre conception récursive démarre avec le sous système ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 = f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\zeta_2 \end{cases} \quad (4.18)$$

Si $f_1 = 0$ et $g_1 \equiv 1$, la proposition 4.1 peut être applicable en considérant ζ_2 comme une commande virtuelle. Par la présence de $f_1(x, \zeta_1)$ et $g_1(x, \zeta_1)$, nous procédons de la même manière en construisant V_1 comme suit :

$$V_1(x, \zeta_1) = V(x) + \frac{1}{2}[\zeta_1 - \alpha(x)]^2 \quad (4.19)$$

où $\alpha(x)$ est un retour d'information qui satisfait la proposition 4.1 pour le sous système x . Pour introduire une fonction stabilisatrice $\alpha_1(x, \zeta_1)$ à la commande virtuelle de (4.18), nous avons besoin de calculer la dérivée de V_1 . Cette dernière est non positive quand $\zeta_2 = \alpha_1(x, \zeta_1)$.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -W(x) + [\zeta_1 - \alpha(x)] \left\{ \frac{\partial V}{\partial x}(x)g(x) + (f_1(x, \zeta_1) + g_1(x, \zeta_1)\zeta_2) - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)\zeta_1] \right\} \\ &= -W_1(x, \zeta_1) + \frac{\partial V_1}{\partial \zeta_1}(x, \zeta_1)g_1(x, \zeta_1)[\zeta_2 - \alpha_1(x, \zeta_1)] \end{aligned} \quad (4.20)$$

Cette dernière expression représentant la forme recherchée, $W(x)$ est donnée comme en (4.15)

et où $W_1(x, \zeta_1) > 0$ quand $W(x) > 0$ avec $\zeta_1 \neq \alpha(x)$.

Si $g_1(x, \zeta_1) \neq 0$ pour tout x et ζ_1 , on choisit la fonction stabilisatrice suivante :

$$\alpha_1(x, \zeta_1) = \frac{1}{g_1(x, \zeta_1)} \left\{ -c_1[\zeta_1 - \alpha(x)] - \frac{\partial V}{\partial x}(x)g(x) - f_1(x, \zeta_1) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)[f(x) + g(x)\zeta_1] \right\} \quad (4.21)$$

Avec $c_1 > 0$, nous obtenons :

$$W_1(x, \zeta_1) = W(x) + c_1 [\zeta_1 - \alpha(x)]^2 \quad (4.22)$$

L'objectif de cette étape étant atteint par la mise en place de la fonction stabilisatrice $\alpha_1(x, \zeta_1)$, notre méthode récursive se poursuit par la notation compacte suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = F_1(X_1) + G_1(X_1)\zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 = f_2(X_1, \zeta_2) + g_2(X_1, \zeta_2)\zeta_3 \end{cases} \quad (4.23)$$

où $f_2(X_1, \zeta_2), g_2(X_1, \zeta_2)$ représentent respectivement $f_2(x, \zeta_1, \zeta_2), g_2(x, \zeta_1, \zeta_2)$ et

$$X_1 = \begin{bmatrix} x \\ \zeta_1 \end{bmatrix}; \quad F_1(X_1) = \begin{bmatrix} f(x) + g(x)\zeta_1 \\ f_1(x, \zeta_1) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad G_1(X_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ g_1(x, \zeta_1) \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

La structure de (4.23) est identique à celle de (4.18), nous reprenons ainsi, la même itération par l'introduction de l'expression suivante :

$$\begin{aligned} V_2(X_1, \zeta_2) &= V_1(X_1) + \frac{1}{2} [\zeta_2 - \alpha_1(X_1)]^2 \\ &= V(x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 [\zeta_i - \alpha_{i-1}(X_{i-1})]^2 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Nous utilisons la fonction stabilisatrice $\alpha_2(X_2)$ et $X_2^T = [X_1^T \quad \zeta_2]^T$ pour le contrôle

virtuel. ζ_3 est déterminée par :

$$\dot{V}_2 \leq -W_2(X_1, \zeta_2) + \frac{\partial V_2}{\partial \zeta_2}(X_1, \zeta_2) g_2(X_1, \zeta_2) [\zeta_3 - \alpha_2(X_2)] \quad (4.26)$$

Avec $W_2(X_1, \zeta_2) > 0$ quand $W_1(x, \zeta_1) > 0$ et $\zeta_2 \neq \alpha_1(X_1)$.

Il est clair que cette procédure détermine la prochaine itération de k , pour laquelle le système (4.17) est stabilisé par une commande u .

Dans une notation compacte, le système (4.17), peut être réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{X}_{k-1} = F_{k-1}(X_{k-1}) + G_{k-1}(X_{k-1})\zeta_k \\ \dot{\zeta}_k = f_k(X_{k-1}, \zeta_k) + g_k(X_{k-1}, \zeta_k)u \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\text{où } X_{k-1} = \begin{bmatrix} X_{k-2} \\ \zeta_{k-1} \end{bmatrix}; \quad F_{k-1}(X_{k-1}) = \begin{bmatrix} F_{k-2}(X_{k-2}) + G_{k-2}(X_{k-2})\zeta_{k-1} \\ f_{k-1}(X_{k-2}, \zeta_{k-1}) \end{bmatrix}$$

$$\text{et} \quad G_{k-1}(X_{k-1}) = \begin{bmatrix} 0 \\ g_{k-1}(X_{k-2}, \zeta_{k-1}) \end{bmatrix}.$$

De la même manière, la fonction de Lyapunov (4.27) se définit comme suit :

$$\begin{aligned}
 V_k(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) &= V_{k-1}(X_{k-1}) + \frac{1}{2} [\zeta_k - \alpha_{k-1}(X_{k-1})]^2 \\
 &= V(x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k [\zeta_i - \alpha_{i-1}(X_{i-1})]^2
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

En calculant la dérivée de (4.28) on obtient :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_k &= \dot{V}_{k-1} + (\zeta_k - \alpha_{k-1}) \left[f_k + g_k u - \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial X_{k-1}} (F_{k-1} + G_{k-1} \zeta_k) \right] \\
 &\leq -W_{k-1}(X_{k-2}, \zeta_{k-1}) + \frac{\partial V_{k-1}}{\partial \zeta_{k-1}} g_{k-1} (\zeta_k - \alpha_{k-1}) + (\zeta_k - \alpha_{k-1}) \left[f_k + g_k u - \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial X_{k-1}} (F_{k-1} + G_{k-1} \zeta_k) \right] \\
 &\leq -W_{k-1}(X_{k-2}, \zeta_{k-1}) + (\zeta_k - \alpha_{k-1}) \left[\frac{\partial V_{k-1}}{\partial \zeta_{k-1}} g_{k-1} + f_k + g_k u - \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial X_{k-1}} (F_{k-1} + G_{k-1} \zeta_k) \right] \\
 &\leq -W_k(X_{k-1}, \zeta_k) \leq 0
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Si la condition est non singulière, c'est-à-dire $g_k(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) \neq 0$,

$\forall x \in R^n, \forall \zeta_i \in R, i = 1, \dots, k$, est satisfait, alors le choix de u est le suivant :

$$u = \frac{1}{g_k} \left[-c_k (\zeta_k - \alpha_{k-1}) - \frac{\partial V_{k-1}}{\partial X_{k-1}} g_{k-1} - f_k + \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial X_{k-1}} (F_{k-1} + G_{k-1} \zeta_k) \right] \tag{4.30}$$

La méthodologie présentée nous assure une fonction stabilisatrice du sous-système à chaque étape du système global et la dernière fonction stabilisatrice α fait référence à la loi de commande de tout le sous-système. Nous voyons clairement que cette façon d'obtenir la loi de commande par la méthode de *Backstepping*, nous permet non seulement de stabiliser le système, mais aussi de garder tous les éléments non linéaires. Ceci ne se trouve pas dans les autres méthodes de conception.

À ce niveau, la conception de la loi de commande *Backstepping* tel que présentée peut difficilement s'appliquer à notre système multi-moteurs parce que le modèle (section 2.4.3) est fortement couplé et que sa représentation sous forme *strict feedback* est matricielle. Pour

contourner cette difficulté, nous allons avoir recours à la passivité pour concevoir la loi de commande stabilisatrice par la méthode de *Backstepping*. [Tao, 03].

4.5 Systèmes passifs

Parmi les lois fondamentales de rétroaction, on cite le résultat de passivité, illustré à la figure 4.2. Avec une condition additionnelle de détectabilité, la boucle de rétroaction est également stable.

Les points importants des systèmes passifs sont explorés dans cette section. D'abord, la théorie de la passivité est démontrée à partir d'un exemple présenté à la figure 4.2. Ensuite, la loi fondamentale, qui stipule qu'un système composé de deux blocs passifs en rétroaction est passif, doit être déduite.

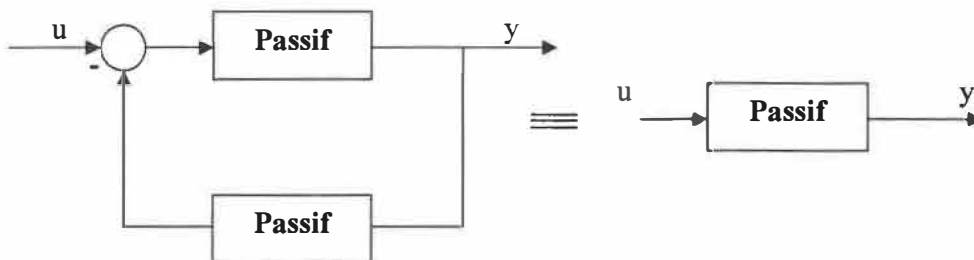


Figure 4.2 : Principe fondamental de rétroaction de systèmes passifs

Pour justifier la théorie utilisée précédemment, on suppose que les deux blocs de la figure 4.2 sont linéaires et passifs, leurs fonctions de transfert sont réelles positives, soit ils possèdent un

déphasage par un bloc passif inférieur à 90^0 en valeur absolue. Par conséquent, le déphasage pour toute la boucle de rétroaction n'est pas plus grand que 180^0 , et, en se référant au critère de Nyquist-Bode, une boucle passive de rétroaction stable possède un marge de gain infinie [Sepulchre, 97b].

En considérant cette fois deux blocs non linéaires, le concept de la passivité peut être vu comme une extension de 180^0 du retard de phase (Nyquist-Bode). Pour ne pas se limiter à cette définition sommaire de la passivité, plus d'éclaircissements doivent être amenés. Ceci doit se faire en abordant le sous-chapitre suivant.

4.5.1 Notion de passivité

Les concepts de passivité s'appliquent à des classes plus larges de systèmes. L'attention de ce travail est limitée aux systèmes dynamiques modélisés par des équations différentielles avec un vecteur u d'entrée et un vecteur y de sortie tel que représenté à la figure 4.3 et qui peuvent être décrits, pour un système dynamique H , par l'équation suivante.

$$H: \begin{cases} \dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u = F(x, u) & x \in R^n \\ y = h(x, t) + j(x, t)u = H(x, u) & y \in R^m \end{cases} \quad (4.31)$$

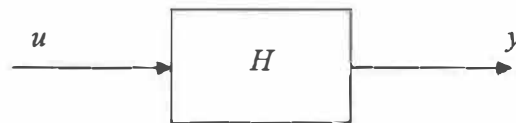


Figure 4.3 : Représentation d'un système dynamique

Pour obtenir un arrangement facile entre les concepts de dissipativité et de passivité, il est commode d'imaginer que H est un système physique avec la propriété que son énergie peut

être augmentée seulement par approvisionnement par une source extérieure (Exemple : un circuit RLC connecté à une batterie) [Krstic, 95] (Annexe B).

Avant de passer aux différentes définitions, rappelons toutefois que c'est en se référant à l'équation (4.30) durant les années 70 que Willems [Willems, 72] a systématisé le concept de dissipativité et de passivité par l'introduction de deux fonctions dont une représentée par S emmagasine l'énergie et l'autre présentée par W la rejette.

Définition 4.4 (*dissipativité*)

Supposons qu'au système H donné par (4.31) est associé à une fonction $W : R^m \times R^m \rightarrow R$ appelée taux d'approvisionnement, localement intégrable pour tout $u \in U \subset R^m$, c'est-à-dire :

$$\int_{t_0}^{t_1} W(u(t), y(t)) dt < \infty \quad \forall t_0 \leq t_1 \quad (4.32)$$

où $y(t)$ représente la sortie.

Soit X un sous-ensemble de R^m contenant l'origine. On dit que H est dissipatif sur X avec un taux d'approvisionnement $W(u, y)$, s'il existe une fonction $S(x)$, $S(0) = 0$ et $\forall x \in X, S(x) \geq 0$, tel que

$$S(X(T)) - S(X(0)) \leq \int_0^T W(u, y) dt \quad \forall u \in U \quad \text{et} \quad \forall T \geq 0 \quad (4.33)$$

$S(x)$ est appelée une fonction de stockage [Sepulchre, 97b].

Définition 4.5 (*passivité*)

Le système H est dit passif s'il est dissipatif avec un taux d'approvisionnement

$$W(u, y) = u^T y \quad (4.34)$$

Dans le cas d'un circuit électrique (Annexe. B) $S(x)$ et $W(u, y)$ représentent respectivement l'énergie emmagasinée dans le circuit et la puissance fournie par la source. Par conséquent, la relation $\int_0^T W(u(t), y(t)) dt$ est donc l'énergie fournie par la source externe.

Le système est donc dissipatif si son accroissement d'énergie est inférieur ou égal à l'énergie fournie. Si la fonction de stockage $S(x)$ est dérivable, alors (4.33) est toujours satisfait si :

$$\dot{S}(x(t)) \leq W(u(t), y(t)) \quad (4.35)$$

4.5.2 Interconnexions en parallèle et en rétroaction

Notre méthode de conception exploitera la structure des systèmes formés comme interconnexions de sous-systèmes avec certaines propriétés de passivité. Les deux structures de base sont présentées dans la figure 4.4. Supposant que H_1 et H_2 sont dans la forme (4.31), il faut d'abord assurer que l'interconnexion est également sous la forme (4.31). Évidemment, pour l'interconnexion parallèle, le nouveau système devient

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, t) + g_1(x_1, t)u = F_1(x_1, u) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2, t) + g_2(x_2, t)u = F_2(x_2, u) \\ y_1 = h_1(x_1, t) + j_1(x_1, t)u = H_1(x_1, u) \\ y_2 = h_2(x_2, t) + j_2(x_2, t)u = H_2(x_2, u) \\ y = y_1 + y_2 \\ y = H_1(x_1, u) + H_2(x_2, u) \end{cases} \quad (4.36)$$

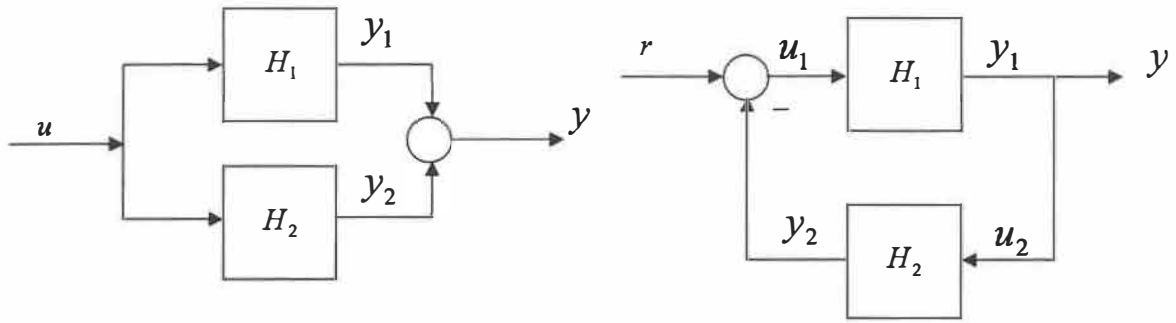


Figure 4.4 : Interconnexions parallèle et en rétroaction

Cependant, l'interconnexion en rétroaction peut être sous la forme (4.31). Si H_1 dépend de u_1 et H_2 dépend de u_2 , cette formulation peut ne pas avoir une solution bien définie, même localement. Une boucle de rétroaction statique créée par les deux sorties affecte la dynamique de H_1 et de H_2 de sorte que leurs équations différentielles ne puissent pas être satisfaisantes, excepté, pour quelques conditions initiales.

Théorème 4.2 (*interconnexions de systèmes passifs*)

Supposons que les deux systèmes représentés par H_1 et H_2 sont passifs. Le premier système obtenu par leur interconnexion en parallèle, et l'autre obtenu par leur interconnexion en rétroaction, sont tous deux passifs.

Preuve : Le résultat découle de la propriété que la différence de la mémoire exprimée par $S_1(x_1)$ et $S_2(x_2)$ est :

$$S_i(x_i(T)) - S_i(x_i(0)) \leq \int_0^T u_i^T y_i dt \quad (4.37)$$

L'interconnexion en parallèle et en feedback avec $S(x) = S_1(x_1) + S_2(x_2)$ est plus petite que l'énergie fournie. La nouvelle formulation est donnée par l'expression suivante.

$$\dot{S}(x) \leq W(u, y) \quad (4.38)$$

Ceci amène à aborder le rapport entre la passivité et la stabilité tout en faisant remarquer que la fonction mémoire (stockage) $S(x)$ pour certains cas peut être considérée comme une fonction candidate de Lyapunov.

4.5.3 Stabilité des systèmes passifs

Les définitions de la dissipativité et de la passivité n'exigent pas que la fonction de stockage $S(x)$ soit définie positive. Il est suffisant d'avoir $S(x)$ seulement définie semi-positive.

Un système est dit stable, si en l'absence d'entrée, l'effet d'une perturbation ne provoque pas la divergence de sa sortie. Pour ce qui est des systèmes passifs, on peut aisément constater que la notion de la fonction de stockage est semblable à la fonction de Lyapunov. En effet, cette ressemblance n'est pas fortuite car une relation étroite existe entre les propriétés de dissipativité et de stabilité. Des conditions sont imposées sur la stabilité de la partie non observable des systèmes.

Définition 4.6 (*Détectabilité de l'état zéro et observabilité (ZED, ZEO)*)

Considérons un système H_1 avec entrée $u=0$:

$$H_1 : \begin{cases} \dot{x} = f(x, 0) \\ y = h(x, 0) \end{cases} \quad (4.39)$$

H_1 est dit (ZED) si $x=0$ est asymptotiquement stable conditionnellement à Z , Z est un ensemble de R^n ($Z \subset R^n$). De plus, le plus grand ensemble de Z invariant est contenu dans $\{x \in R^n / y = h(x) = 0\}$. Si $Z = \{0\}$, H_1 est dit zéro-état observable (ZEO).

La propriété de ZED est utilisée pour établir un résultat global, nous supposons que $x=0$ est GAS conditionnellement à Z . La stabilité d'un système passif peut être conclue même en présence de fonction de stockage définie semi-positive. L'avantage est qu'on peut obtenir une convergence asymptotique simplement pour une loi de commande de la forme de (4.40).

$$u = -y \quad (4.40)$$

Théorème 4.3 (*passivité et stabilité*)

Supposons que le système défini en (4.31) est passif, avec une fonction de stockage $S(x)$ continûment dérivable et $H(x,u)$ aussi continûment dérivable en $u \quad \forall x$ alors :

- Si S est définie positive, alors $x = 0$ de H avec $u = 0$ est stable.
- Si H est (ZED) alors $x = 0$ avec $u = 0$ est stable.
- Quand il n'y a aucune sortie, la rétroaction $u = -y$ réalise la stabilité asymptotique de $x = 0$ si et seulement si H est ZED.

Quand $S(x)$ est non bornée (c'est à dire $S(x) \rightarrow \infty$ si $\|x\| \rightarrow \infty$), on parle de stabilité globale.

4.5.4 Caractérisation des systèmes affines passifs

Hill et Moylan ont fourni une caractérisation d'entrée des systèmes affins passifs [Sepulchre, 97a].

Théorème 4.4 (*caractérisation des systèmes affines passifs*)

Considérons le système donné par (4.31), supposons que $S(x)$ est une fonction définie semi-positive de H . H est passif si le taux d'approvisionnement est :

$$W(u, y) = u^T y - \rho y^T y - \nu u^T u \quad (4.41)$$

avec la fonction de stockage $S(x)$ si et seulement s'il existe une fonction $q : R^n \rightarrow R^k$ et

$W : R^n \rightarrow R^{k \times m}$ pour un certain k , tel que :

$$L_f S(x) = \frac{1}{2} q^T(x) q(x) - \rho h^T(x) h(x) \quad (4.42)$$

$$L_g S(x) = \frac{1}{2} h^T(x) - 2\rho h^T(x) j(x) - q^T(x) W(x) \quad (4.43)$$

$$W^T(x) W(x) = -2\nu I - 2\rho j^T(x) j(x) + j^T(x) + j(x) \quad (4.44)$$

avec $L_f S = \frac{\partial S}{\partial x} f(x)$ et $L_g S = \frac{\partial S}{\partial x} g(x)$ qui sont les dérivées directionnelles de $S(x)$ selon,

respectivement, $f(x)$ et $g(x)$.

Si H est passif et affine avec $j(x) \equiv 0$ alors les conditions (4.42) et (4.43) se réduisent à :

$$L_f S(x) \leq 0 \quad (4.45)$$

$$L_g S(x) = h^T(x) \quad (4.46)$$

Si le système est défini par le modèle linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.47)$$

il existe une fonction de stockage :

$$S(x) = x^T P x \quad (4.48)$$

avec $P \geq 0$, et les conditions de passivité deviennent algébriques

$$PA + A^T P \leq 0 \quad (4.49)$$

$$B^T P = C \quad (4.50)$$

Remarque : L'équivalence de ces conditions avec la caractérisation dans le domaine de fréquence de la passivité a été établie par le lemme de Kalman-Yakubovitch-Popov (KYP) [Sepulchre, 97a,b].

4.6 Commande stabilisante optimale

Le but de cette section est de présenter la commande optimale comme un outil de conception qui garantit les marges de la stabilité. Les deux types d'états d'optimalité sont : premièrement, du type Pontryagin qui est une condition nécessaire obtenue par le calcul du maximum; deuxièmement, du type Bellman qui est une condition suffisante définie par programmation dynamique. Cette dernière est plus appropriée pour les intervalles infinis de temps. Donc l'approche par programmation dynamique sera notre approche au problème pour trouver une commande $u(x)$ de rétroaction pour le système [Marquez, 03] [Sepulchre, 97b].

4.6.1 Commande optimale

Une idée générale dans la conception de commande est de choisir une loi de commande qui est optimale dans un certain sens. Nous avons un système dynamique qui est le suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.51)$$

et nous cherchons une loi de commande tel que :

- $u(x)$ stabilise asymptotiquement $x = 0$.
- $u(x)$ soit une loi de commande qui réduit au minimum le coût fonctionnel

$$J = \int_0^{\infty} (l(x) + u^T R(x)u) dt \quad (4.52)$$

où $l(x) \geq 0$, $R(x) > 0$, $\forall x$.

En choisissant l correctement, le système atteint l'état d'équilibre. J représente le coût pour y arriver et dépend de l'état initial du système $x(0)$.

La loi de commande optimale est notée par $u^*(x)$. Quand cette loi optimale de commande est appliquée, $J(x)$ diminuera le long de la trajectoire, puisque le coût d'aller doit constamment diminuer selon le principe d'optimalité [Bertsekas, 95]. Ceci signifie que $V(x) = J(x)$ est une fonction de Lyapunov pour le système commandé. À l'état d'équilibre il doit soutenir que $V(0) = 0$. Par conséquent, la fonction de Lyapunov devient :

$$V(x(0)) = \int_0^{\infty} l(x, u^*) dt = -[V(x(\infty)) - V(x(0))] = -\int_0^{\infty} \dot{V}(x) dt \quad (4.53)$$

Théorème 4.5 (optimalité et stabilité)

Pour trouver la loi de commande optimale $u^*(x)$ avec une fonction de Lyapunov $V(x)$ du système commandé [Sepulchre, 97b], une méthode proposée est d'utiliser $V(x)$ d'une façon similaire à Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). L'équation HJB s'écrit comme suit :

$$l(x) + L_f V(x) - \frac{1}{4} L_g V(x) R^{-1} (L_g V(x))^T = 0 \quad (4.54)$$

La commande de rétroaction est :

$$u^*(x) = -\frac{1}{2} R^{-1}(x) (L_g V)^T(x) \quad (4.55)$$

$u^*(x)$ minimise J .

4.6.2 Optimalité et passivité

Dans le cas spécial, où on suppose que $R(x) = I$, (4.52) devient :

$$J = \int_0^{\infty} (l(x) + u^T u) dt \quad (4.56)$$

La propriété que le système (4.51) est stabilisé par une commande de rétroaction qui réduit au minimum (4.56) est étroitement liée à une propriété de la passivité.

Théorème 4.6 (*Optimalité et passivité*)

La loi de commande

$$u = -k(x) \quad (4.57)$$

est optimale pour J si et seulement si

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = k(x) \end{cases} \quad (4.58)$$

est ZED dissipatif avec un taux d'approvisionnement

$$W(u, y) = u^T y - \frac{1}{2} y^T y \quad (4.59)$$

La fonction de stockage $S(x)$ est :

$$S(x) = \frac{1}{2} V(x) \quad (4.60)$$

En effet, la passivation par rétroaction est une technique de conception qui consiste à rendre un système passif en boucle fermée par une forme particulière de la loi de commande. Le système devenu passif est évidemment stable. Par conséquent, il possède une certaine marge de stabilité.

4.7 Passivation de rétroaction des systèmes en cascade

Dans la conception de passivation nous identifions deux sous-systèmes passifs en cascade, et employons la commande pour former leur interconnection en rétroaction. Un chemin d'interconnexion de rétroaction est créé par le biais de la commande, tandis que l'autre chemin d'interconnexion ($\psi(x, \zeta)$) contribue activement à la stabilisation (figure 4.5). Les outils principaux pour la conception de passivation sont le théorème 4.2 sur la passivité des interconnexions de rétroaction, et le théorème 4.3 sur la stabilité des systèmes passifs.

La synthèse se termine quand le système entier est retrouvé. Ainsi, à chaque étape de la conception, nous déterminons une sortie qui rend le sous-système considéré passif et une fonction de stockage qui sera utilisée comme fonction de Lyapunov.

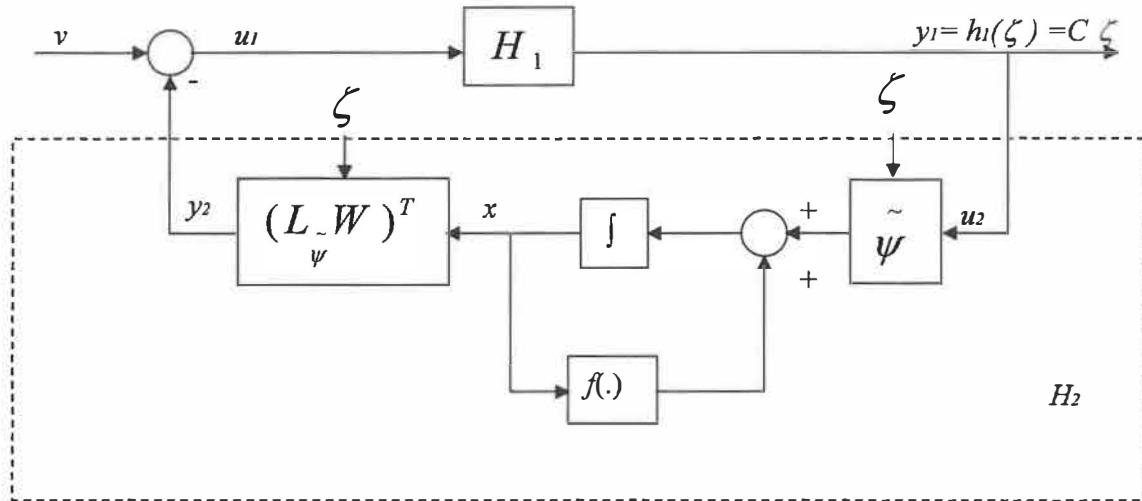


Figure 4.5 : Passivation d'un système cascade en rétroaction

Ainsi, l'état d'équilibre $x = 0$ de $\dot{x} = f(x)$ est globalement stable et une fonction de stockage définie positive et illimitée est connue tel que $L_f W \leq 0$.

Considérons le système (4.61); nous commençons par une conception de passivation pour la cascade partiellement linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \psi(x, \zeta) \\ \dot{\zeta} = A\zeta + Bu \end{cases} \quad (4.61)$$

Pour identifier les deux systèmes passifs H_1 et H_2 , l'interconnexion est définie par :

$$\psi(x, \zeta) = \tilde{\psi}(x, \zeta)C\zeta \quad (4.62)$$

Nous avons ainsi créé le bloc linéaire H_1 avec la fonction de transfert suivante:

$$H_1(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (4.63)$$

La sortie est choisie pour que la fonction de transfert H_1 soit passive. Le bloc H_2 est défini par l'équation non linéaire suivante :

$$\dot{x} = f(x) + \tilde{\psi}(x, \zeta)u_2 \quad (4.64)$$

L'entrée $u_2 = y_1$ et la sortie y_2 sont encore à être définies. Afin de produire $y_2 = h_2(x, \zeta)$, nous sommes libres pour choisir et garantir la passivité par l'intermédiaire du théorème 4.2. Utiliser $W(x)$ comme fonction de stockage définie positive fonctionne pour H_2 est nous devons utiliser la fonction suivante :

$$\dot{W} = \frac{\partial W}{\partial x} (f(x) + \tilde{\psi}(x, \zeta) y_1) \leq y_2^T u_2 \quad (4.65)$$

Sachant que $L_f W(x) \leq 0$, nous satisfaisons (4.65) par le choix :

$$y_2 = h_2(x, \zeta) := (L_{\tilde{\psi}} W)^T(x, \zeta) = \tilde{\psi}^T \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^T \quad (4.66)$$

Le bloc H_2 est défini passif. Par la transformation $u_1 = -h_2(x, \zeta) + v$ de rétroaction, nous créons l'interconnexion de rétroaction de la figure 4.5 par le théorème 4.2. Donc, le bloc global devient passif de v à y_1 . Par l'utilisation du théorème 4.3, la stabilité globale est réalisée par la commande $v = -y_1$.

Pour une construction analogue au système en cascade non linéaire (sous-système ζ), nous utilisons le théorème 4.7.

Théorème 4.7 (Conception de passivation par rétroaction)

Supposons l'équation (4.67) pour un système lié en cascade :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \psi(x, \zeta) \\ \dot{\zeta} = a(x, \zeta) + b(x, \zeta)u \end{cases} \quad (4.67)$$

($b^{-1}(x, \zeta)$ existant), le système est globalement passif par rétroaction avec y comme sortie :

$$y = \zeta - \alpha_0(x) \quad (4.68)$$

et avec V comme fonction de stockage :

$$V(x, y) = W(x) + \frac{1}{2} y^T y \quad (4.69)$$

Une forme particulière de la commande qui rend le système passif est :

$$u = b^{-1}(x, \zeta)[-a(x, \zeta) - y_2 + \frac{\partial \alpha_0}{\partial x}(f(x) + \psi(x, \zeta)) + v] \quad (4.70)$$

Avec v une entrée auxiliaire et $\psi(x, \zeta) = g(x)\zeta$.

Si $W(x)$ est strictement décroissante pour (4.67) ayant comme entrée l'expression (4.71), alors le système proposé par (4.67) avec une commande donnée par (4.70) est ZED.

$$u = \alpha_0(x) \quad (4.71)$$

Donc, la fonction de stockage qui est donnée par (4.69) est aussi strictement décroissante pour (4.67) avec une entrée auxiliaire v .

$$v = -ky \quad (4.72)$$

D'une façon générale, la méthode précédente s'applique aux systèmes de la forme ci-dessous, forme triangulaire inférieur ou forme *strict-feedback* :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 = a_1(x, \zeta_1) + b_1(x, \zeta_1)\zeta_2 \\ \dots\dots\dots \\ \dot{\zeta}_n = a_n(x, \zeta_1, \dots, \zeta_n) + b_n(x, \zeta_1, \dots, \zeta_n)u \end{cases} \quad (4.73)$$

La procédure du théorème 4.7 précédent est appliquée d'une façon récursive au système SFB (4.73) jusqu'à l'obtention de u . Toutefois, à chaque étape de la récursivité, nous avons :

$$y_i = \zeta_i - \alpha_{i-1}(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{i-1}) \quad (4.74)$$

$$\alpha_i = b_i^{-1}(-a_i - y_{i-1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial t} - y_i) \quad (4.75)$$

$$u = \alpha_n + b_n^{-1}v \quad (4.76)$$

4.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une commande par technique de *Backstepping* et la façon dont elle peut être exploitée pour la commande de systèmes multi-moteurs. Les définitions et les théorèmes des systèmes passifs ont été définis et mis en exergue. Finalement, les rapports entre la passivité et d'autres concepts tel que la dissipativité, la détectabilité, l'observabilité et l'optimalité ont été établis.

Par la méthode du *Backstepping*, on arrive à mettre en place des lois de commande qui stabilisent les différentes étapes du système en cascade en sachant que la dernière fonction stabilisatrice fait office de commande pour le système. Par l'association de la passivité au *Backstepping*, nous donnons plus d'ouverture à certaines conceptions notamment en robotique. Nous assurons de ce fait l'obtention de lois de commande très performantes. Tous les concepts préalablement définis revêtent une importance capitale par rapport à la stabilité recherchée. La plupart de ces notions nous seront très utiles dans la conception des différentes lois de commande envisagées.

CHAPITRE V :

DÉVELOPPEMENT DE LA LOI DE

COMMANDE PAR LA TECHNIQUE

BACKSTEPPING

5.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous développons deux types de commande par la technique de commande *Backstepping* du système multi-moteur. Cette technique de commande a pour objectif de commander la vitesse et la tension de la toile pour le système étudié. Dans le premier type, nous développons une loi de commande basée sur l'intégrateur du *Backstepping* adaptatif; cet

intégrateur supplémentaire améliore la robustesse contre les perturbations et les incertitudes du modèle. Le deuxième type de commande est la conception d'une loi de commande par la technique de *Backstepping* et la passivité appliquées à la forme *strict-feedback* de modèle.

L'avantage de ces deux types de commande est d'imposer des propriétés de stabilité en fixant ou en calculant initialement la fonction de Lyapunov à chaque étape réursive ou globalement du système en cascade. L'application de ces lois de commande est valable pour le système multi-moteur global ou les sous-modèles de ce système.

5.2 Conception et l'analyse de la commande d'intégrateur du *Backstepping*

La commande d'intégrateur du *Backstepping* proposée par [Kristic, 95] est combinée avec la technique de commande adaptative indirecte. L'adaptation de la vitesse est utilisée pour compenser les variations des paramètres en terme d'inertie, friction visqueuse et perturbation du couple de charge. L'adaptation de la tension entre deux moteurs est utilisée pour compenser les variations des vitesses de ces deux moteurs, la tension d'entrée, ainsi que le paramètre du module de Young (E) et la section d'enchaînement (S). La commande d'intégrateur du *Backstepping* présente une robustesse en performance et en stabilité. Le procédé de conception se fait systématiquement étape par étape avec un traitement facile de l'état de couplage. Du côté d'adaptation, l'approche utilise des paramètres non linéaires et une fonction de Lyapunov (clf) qui aide à obtenir et à démontrer la stabilité du système et qui évite la singularité de la loi de commande aussi bien que possible.

5.2.1 Présentation de système multi-moteur

Le système multi-moteur étudié est constitué de cinq moteurs. Les équations de ce système décrivant la vitesse des moteurs et la tension de la toile ont été développées dans le chapitre II (Paragraphe 2.4.3, Figure 2.1) et sont données comme suit :

$$J_k \frac{d\Omega_k}{dt} = C_{em_k} - C_{rest_k} - f_k \Omega_k. \quad (5.1)$$

$$L_{k+1} \frac{dT_{k+1}}{dt} = ES(V_{k+1} - V_k) + T_k V_k - T_{k+1} V_{k+1}. \quad (5.2)$$

$C_{rest_k} = R_k(T_k - T_{k+1})$, et $V_k = R_k \Omega_k$ sont respectivement la perturbation de couple de charge et la vitesse linéaire du roulement, Ω_k est la vitesse de rotation du roulement, R_k est le rayon du rouleau, f_k est le coefficient de frottement visqueux du rouleau, C_{em_k} est le couple électromécanique, J_k est le moment d'inertie du rouleau, T_{k+1} est la tension entre deux moteurs, L , E et S sont respectivement la longueur d'enchaînement entre le rouleau $k+1$ et le rouleau k , le module de Young de la bande et la section d'enchaînement, $k = 1, \dots, 5$.

La présentation de la conception du contrôleur d'intégrateur *Backstepping* est basée sur l'écriture des équations du système sous la forme suivante :

$$\dot{X} = AS - B - CX \quad (5.3)$$

A , $C \in R^{n \times n}$ sont des matrices diagonales, $B \in R^n$ l'entrée de commande, $X \in R^n$ est le vecteur d'état et $S \in R^n$ est un vecteur constitué des couples et des vitesses de chaque moteur.

$$X = \frac{d\sigma}{dt} \quad (5.4)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{ES}{L_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ES}{L_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{ES}{L_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{ES}{L_5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_5} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} V_1(ES - T_1) \\ V_2(ES - T_2) \\ V_3(ES - T_3) \\ V_4(ES - T_4) \\ \frac{R_1}{J_1}(T_e - T_2) \\ \frac{R_2}{J_2}(T_2 - T_3) \\ \frac{R_3}{J_3}(T_3 - T_4) \\ \frac{R_4}{J_4}(T_4 - T_5) \\ \frac{R_5}{J_5}(T_5 - T_s) \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} V_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{f_1}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{f_2}{J_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{f_3}{J_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{f_4}{J_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{f_5}{J_5} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ C_{em1} \\ C_{em2} \\ C_{em3} \\ C_{em4} \\ C_{em5} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \\ \Omega_4 \\ \Omega_5 \end{bmatrix}$$

En appliquant la technique de *Backstepping*, l'objectif principal est de suivre asymptotiquement un vecteur de signal de référence σ_{ref} donné et borné. Tous les signaux internes sont utilisés dans le système en boucle fermée. Afin d'estimer les variations dues à la disparité d'inertie, la perturbation de couple de charge, et le frottement visqueux dans l'équation (5.1), et la longueur d'enchaînement, le module de Young, la section d'enchaînement et la vitesse dans l'équation (5.2), nous supposons les paramètres constitués dans les matrices A , B et C comme des constantes positives inconnues. Nous utilisons des algorithmes d'adaptation pour estimer ces paramètres inconnus et compenser leurs effets par notre commande proposée.

5.2.2 Conception et analyse de la commande d'adaptation

Dans notre conception, nous utiliserons l'action intégrale, qui est très semblable à celle dans le système de commande linéaire. Il aide le contrôleur à traiter les perturbations existant dans les systèmes. Coopérant avec l'estimateur de perturbation de charge dans l'équation (5.1) et la tension d'entrée dans l'équation (5.2) pour chaque moteur, l'action intégrale améliore les performances du système en régime permanent.

Au début, on définit l'erreur entre σ et σ_{ref} comme première étape :

$$\varepsilon_p = \sigma_{ref} - \sigma \quad (5.5)$$

dont la dynamique peut être dérivée comme suit:

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} = \dot{\sigma}_{ref} - X \quad (5.6)$$

Cette définition indique explicitement notre objectif de commande : l'erreur ε_p doit converger asymptotiquement vers zéro; cela sera réalisé par notre procédé de conception étape par étape. En fait, le taux de convergence de l'erreur de σ peut être réglé en présentant l'intégration de l'erreur de σ comme suit :

$$\varepsilon_I = \int_0^t \varepsilon_p(\tau) d\tau \quad (5.7)$$

On choisit la première fonction de Lyapunov de la forme suivante :

$$V = \frac{K_I}{2} \varepsilon_I^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_p^2 \quad (5.8)$$

K_I est une constante positive. Cette constante ajuste réellement la valeur de l'action intégrale qu'on veut insérer dans la dynamique du système.

Le calcul de la dérivée de la fonction de *Lyapunov* le long de la trajectoire est résolu en employant (5.5) et (5.6).

$$\begin{aligned} \dot{V} &= K_I \varepsilon_I \dot{\varepsilon}_I + \varepsilon_p (\dot{\sigma}_{ref} - \dot{X}) \\ &= \varepsilon_p (K_I \varepsilon_I + \dot{\sigma}_{ref} - \dot{X}) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Le vecteur X contient les vitesses de rotation et les tensions de la toile (qui sont les entrées de commande à cette étape). Posons

$$\dot{X} = K_p \varepsilon_p + \dot{\sigma}_{ref} + K_I \varepsilon_I \quad (5.10)$$

Ce choix permet d'obtenir :

$$\dot{V} = -K_p \varepsilon_p^2 \quad (5.11)$$

Nous pouvons considérer X comme une référence pour la prochaine étape de conception :

$$\dot{X}_{ref} = K_p \varepsilon_p + \dot{\sigma}_{ref} + K_I \varepsilon_I \quad (5.12)$$

où K_p est une constante positive. En insérant l'action intégrale, nous pouvons assurer la convergence.

La prochaine étape est de s'assurer que les signaux réels X du système suivent sa référence X_{ref} . La dynamique de l'erreur entre le vecteur X et X_{ref} peut être calculée comme suit :

$$\frac{d\varepsilon_v}{dt} = K_p(\dot{\sigma}_{ref} - X) + \ddot{\sigma}_{ref} + K_I \varepsilon_p - AS + B + CX \quad (5.13)$$

$$\varepsilon_v = (X_{ref} - X) \quad (5.14)$$

où ε_v est l'erreur du vecteur des vitesses des moteurs et des tensions dans la toile.

Avec les équations (5.6) et (5.12), nous pouvons écrire la dérivation de l'erreur ε_p comme suit :

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} = -K_p \varepsilon_p - K_I \varepsilon_I + \varepsilon_v \quad (5.15)$$

Le vecteur d'entrée de commande S , est apparu dans l'équation (5.13), ainsi que les matrices des paramètres A , B et C , qui sont des paramètres positifs inconnus.

Rappelons que ε_p et ε_I sont respectivement le vecteur de l'erreur dynamique et le vecteur d'intégral de l'erreur dynamique du système. Avec les équations (5.13) et (5.15), nous réécrivons :

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_v}{dt} &= K_p \frac{d\varepsilon_p}{dt} + \ddot{\sigma}_{ref} + K_I \varepsilon_p - AS + B + CX \\ &= K_p(-K_p \varepsilon_p - K_I \varepsilon_I + \varepsilon_v) + \ddot{\sigma}_{ref} + K_I \varepsilon_p - AS + B + CX \end{aligned} \quad (5.16)$$

La nouvelle fonction Lyapunov est définie comme suit :

$$V = \frac{K_I}{2} \varepsilon_I^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_p^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_v^2 \quad (5.17)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V} = -K_p \varepsilon_p^2 + \varepsilon_v \left\{ \varepsilon_p + K_p (-K_p \varepsilon_p - K_I \varepsilon_I + \varepsilon_v) + \ddot{\sigma}_{ref} + K_I \varepsilon_p - AS + B + CX \right\} \quad (5.18)$$

en employant (5.12) et non (5.10), tel qu'employé pour obtenir (5.11). Le choix de la loi de commande doit mener à une dérivée négative de la fonction de *Lyapunov* comme suit :

$$\dot{V} = -K_p \varepsilon_p^2 - K_v \varepsilon_v^2 \quad (5.19)$$

où K_v est une constante positive.

Si tous les paramètres dans les matrices A , B et C sont connus, alors nous pouvons choisir la loi de commande comme (5.20); sinon nous calculons les paramètres dont la procédure d'estimation est présentée à la prochaine section.

$$\begin{aligned} S &= A^{-1} \left\{ K_v \varepsilon_v + \varepsilon_p + K_p (-K_p \varepsilon_p - K_I \varepsilon_I + \varepsilon_v) + \ddot{\sigma}_{ref} + K_I \varepsilon_p + B + CX \right\} \\ &= A^{-1} \left\{ (1 - K_p^2 + K_I) \varepsilon_p + (K_p + K_v) \varepsilon_v - K_p K_I \varepsilon_I + \ddot{\sigma}_{ref} + B + CX \right\} \end{aligned} \quad (5.20)$$

5.2.3 Loi adaptative de la technique d'intégrateur *Backstepping*

Dans le contexte adaptatif, l'introduction de l'action intégrale est également exploitée pour les contrôleurs robustes. En plus de l'élimination des erreurs en régime permanent, elle permet d'augmenter les propriétés de convergence envers les évaluations des paramètres inconnus.

Les matrices des paramètres A , B et C sont inconnues, nous les remplaçons par leurs estimés \hat{A} , \hat{B} et \hat{C} . La loi d'adaptation pour estimer les paramètres est conçue comme suit :

Choisissons notre loi indirecte de commande adaptative comme suit :

$$S = \hat{A}^{-1} \left\{ (1 - K_p^2 + K_I) \varepsilon_p + (K_p + K_v) \varepsilon_v - K_p K_I \varepsilon_I + \ddot{\sigma}_{ref} + \hat{B} + \hat{C} X \right\} \quad (5.21)$$

Bien que nous ayons déterminé la loi de commande, la conception n'est pas tout à fait achevée puisque nous devons toujours compléter cette loi en fonction des matrices des paramètres estimés.

Les signaux d'erreur des matrices des paramètres estimés sont définis par :

$$\begin{cases} \tilde{A}^{-1} = A^{-1} - \hat{A}^{-1} \\ \tilde{B} = B - \hat{B} \\ \tilde{C} = C - \hat{C} \end{cases} \quad (5.22)$$

Trois nouveaux termes sont ajoutés à la dernière fonction de Lyapunov (clf) (5.17) prenant en compte le mécanisme d'adaptation. La (clf) finale pour le système en boucle fermée devient

$$V = \frac{K_I}{2} \varepsilon_I^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_p^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_v^2 + \frac{1}{2\gamma_1 \tilde{A}^{-1}} (\tilde{A}^{-1})^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{B}^2 + \frac{1}{2\gamma_3} \tilde{C}^2 \quad (5.23)$$

γ_1, γ_2 et γ_3 sont des constantes positives. Nous substituons la loi indirecte de commande adaptative (5.21) dans (5.16) pour déduire l'équation (5.24).

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_v}{dt} = & -K_v \varepsilon_v - \varepsilon_p + \frac{\tilde{A}^{-1}}{\tilde{A}^{-1}} \left\{ (1 - K_p^2 + K_I) \varepsilon_p + (K_p + K_v) \varepsilon_v \right. \\ & \left. - K_p K_I \varepsilon_I + \ddot{\sigma}_{ref} + \hat{B} + \hat{C} X \right\} + \tilde{B} + \tilde{C} X \end{aligned} \quad (5.24)$$

La prochaine étape est de calculer la dérivée de (clf) pour déduire les dérivées des matrices des paramètres \hat{A}^{-1} , \hat{B} et \hat{C} qui garantissent que la dérivée de la fonction de Lyapunov soit négative, ce qui signifie que tous les signaux de l'erreur convergeront asymptotiquement vers zéro.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= K_I \varepsilon_I \dot{\varepsilon}_I + \varepsilon_p \dot{\varepsilon}_p + \varepsilon_v \dot{\varepsilon}_v - \frac{\dot{\tilde{A}}^{-1}}{\gamma_1 \tilde{A}^{-1}} \tilde{A}^{-1} - \frac{\dot{\tilde{B}}}{\gamma_2} \tilde{B} - \frac{\dot{\tilde{C}}}{\gamma_3} \tilde{C} \\
 &= -K_p \varepsilon_p^2 - K_v \varepsilon_v^2 + \tilde{B} \left\{ \varepsilon_v - \frac{1}{\gamma_2} \dot{\tilde{B}} \right\} + \tilde{C} \left\{ \varepsilon_v X - \frac{1}{\gamma_3} \dot{\tilde{C}} \right\} \\
 &\quad + \frac{\dot{\tilde{A}}^{-1}}{\tilde{A}^{-1}} \left\{ \varepsilon_v \left[(1 - K_p^2 + K_I) \varepsilon_p + (K_p + K_v) \varepsilon_v - K_p K_I \varepsilon_I + \ddot{\sigma}_{ref} + \hat{B} + \hat{C} X \right] - \frac{\dot{\tilde{A}}^{-1}}{\gamma_1} \right\} \quad (5.25)
 \end{aligned}$$

Nous pouvons choisir la loi d'adaptation pour les matrices des paramètres estimés \hat{A}^{-1} , \hat{B} et \hat{C} pour rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov définie semi-négative (la convergence des paramètres n'est pas assurée) :

$$\dot{V} = -K_p \varepsilon_p^2 - K_v \varepsilon_v^2 \leq 0 \quad (5.26)$$

Les choix ci-dessous de la loi d'adaptation de commande annulent la dynamique indésirable des matrices \tilde{A}^{-1} , \tilde{B} et \tilde{C} dans la dérivée de la fonction de Lyapunov (5.25) :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{A}}^{-1} = \gamma_1 \varepsilon_v \left\{ (1 - K_p^2 + K_I) \varepsilon_p + (K_p + K_v) \varepsilon_v - K_p K_I \varepsilon_I + \ddot{\sigma}_{ref} + \hat{B} + \hat{C} X \right\}, \\ \dot{\tilde{B}} = \gamma_2 \varepsilon_v, \\ \dot{\tilde{C}} = \gamma_3 \varepsilon_v X. \end{cases} \quad (5.27)$$

5.3 Conception de la commande du *Backstepping* basée sur la passivité

Le deuxième type de commande, est une approche générale pour la conception d'une commande de Vitesse/Tension pour les systèmes multi-moteurs par la technique du *Backstepping* et la passivité appliquées à la forme *strict-feedback* de modèle. Nous développons le problème de la commande non linéaire de Vitesse/Tension du système étudié par la méthode de (SFB). Cette commande est décrite par Kristic et al. [Kristic, 95] [Tao, 03], et garantit la stabilité asymptotique et le suivi de la trajectoire désirée de Vitesse/Tension. L'importance de cette méthode est sa flexibilité pour établir une loi de commande en évitant l'annulation des non-linéarités.

Ainsi, l'avantage de cette technique de commande est qu'elle impose des propriétés désirées de stabilité en fixant, dès le début de la conception, puis en calculant les termes à ajouter à cette fonction d'une manière récursive.

5.3.1 Représentation des équations dynamiques d'un système multi-moteur

Nous présentons les mêmes équations des vitesses et des tensions de la toile du système étudié. Le modèle du système étudié est composé de cinq moteurs triphasés. Le modèle complet de notre installation expérimentale est établi en utilisant (5.28a) pour indiquer la tension mécanique dans chaque segment (quatre tensions) et l'équation (5.28b) pour indiquer la vitesse de rotation de chaque rouleau (cinq vitesses). Les tensions d'entrée et de sortie de ce modèle sont nulles.

$$\begin{cases} L_{k+1} \frac{dT_{k+1}}{dt} + V_{k+1} T_{k+1} + V_k (ES - T_k) = ESR_{k+1} \Omega_{k+1} \\ J_k \frac{d\Omega_k}{dt} + f_k \Omega_k + R_k \Delta T_k = C_{em_k} \end{cases} \quad (5.28.a)$$

$$(5.28.b)$$

5.3.2 Représentation des vecteurs d'entrée/sortie de contrôle

Les équations sont équivalentes à (5.28a et b).

$$\begin{cases} L \ddot{X} + V \dot{X} + G = K_r Y_1 \\ J \dot{Y} + fY + K_m \dot{X} = Z \end{cases} \quad (5.29)$$

Tableau 5.1. : Paramètres des équations dynamiques du système

Symbole	Signification	Unité
\dot{X}	Vecteur des tensions dans les matériaux entre chaque deux rouleaux $\in R^{4 \times 1}$	N
L	Matrice des longueurs des matériaux entre chaque deux rouleaux $\in R^{4 \times 4}$	m
V	Vecteur des vitesses linéaires de sortie $\in R^{4 \times 4}$	m/s
G	Matrice des paramètres d'entrée $\in R^{4 \times 1}$	m.N/s
K_r	Matrice des paramètres de la toile et les rayons rouleaux $\in R^{4 \times 4}$	N.m
Y_1	Vecteur des vitesses de rotation $\in R^{4 \times 1}$	rad/s
Y	Vecteur des vitesses de rotation $\in R^{5 \times 1}$	rad/s
J	Matrice des moments d'inertie des rouleaux	kg.m ²
f	Matrice des coefficients des frottements visqueux des rouleaux $\in R^{5 \times 5}$	N.m.s/rad
K_m	Matrice des rayons du rouleau $\in R^{5 \times 4}$	m
Z	Matrice des couples des moteurs $\in R^{5 \times 1}$	N.m

Pour les matrices et les vecteurs dans le tableau 5.1, voir l'annexe C.

Supposons que le vecteur d'état s'écrit comme suit :

$$\mathcal{E} = [\mathcal{E}_1^T \quad \mathcal{E}_2^T]^T \quad (5.30)$$

$$\text{avec} \quad \varepsilon_1 = X = \int_0^\infty [T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5]^T dt \quad (5.31)$$

$$\varepsilon_2 = \dot{\varepsilon}_1 = \dot{X} = [T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5]^T \quad (5.32)$$

$$\text{et} \quad \varepsilon_4 = [\Omega_1 \quad \varepsilon_3^T]^T = [\Omega_1 \quad Y_1^T]^T = Y = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3 \quad \Omega_4 \quad \Omega_5]^T \quad (5.33)$$

À partir des équations (5.29), (5.30) et (5.33), la représentation suivante d'état est obtenue :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ -L^{-1}V\varepsilon_2 - L^{-1}G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ L^{-1}K_r \end{bmatrix} \varepsilon_4 \\ \dot{\varepsilon}_4 = -J^{-1}f\varepsilon_4 - J^{-1}K_m\varepsilon_2 + J^{-1}Z \end{cases} \quad (5.34)$$

Cette dynamique peut être écrite sous la forme générale suivante :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = f(\varepsilon) + g(\varepsilon)\varepsilon_4 \\ \dot{\varepsilon}_4 = f_1(\varepsilon, \varepsilon_4) + g_1(\varepsilon, \varepsilon_4)Z \end{cases} \quad (5.35)$$

5.3.3 Synthèse de la loi de commande

La conception de la loi de commande est réalisée récursivement et doit assurer la stabilité asymptotique globale du système. Nous avons jugé nécessaire d'appliquer la technique de commande *Backstepping* basée sur la passivité qui permet d'organiser un système en plusieurs sous-systèmes en cascade et ainsi de construire un contrôleur de façon récursive.

Pour une sortie y donnée nous pouvons avoir une fonction stabilisatrice α_0 et une fonction de

stockage (mémoire) qui est toujours fixe ; de ce fait on assure la stabilité globale du système comme expliqué dans [Sepulchre, 97b][Tao, 03][Marquez, 03].

Notre objectif est de trouver une loi de commande Z pour stabiliser l'état du système (5.29). Puisque l'équation d'état du système en (5.35) appartient et satisfait à toutes les exigences de la classe des systèmes (SFB), considérons la sortie :

$$y = \beta (\varepsilon_4 - \varepsilon_{4ref}) - \alpha_0(\varepsilon) \quad (5.36)$$

et la fonction de stockage :

$$S(\varepsilon) = \frac{1}{2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref})^T (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref}) \quad (5.37)$$

Supposons la fonction candidate de *Lyapunov* (clf) suivante :

$$V(\varepsilon, \varepsilon_4) = S(\varepsilon) + \frac{1}{2} y^T y \quad (5.38)$$

et la fonction stabilisatrice :

$$\alpha_0(\varepsilon) = \beta (\varepsilon_4 - \varepsilon_{4ref}) - \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{2ref} \end{bmatrix} \right) \quad (5.39)$$

$\beta \in R^{5 \times 5}$ est choisie ici comme la matrice d'identité.

Les dérivées des fonctions (5.36), (5.37) et (5.38) sont données par :

$$\dot{y} = \beta (\dot{\varepsilon}_4 - \dot{\varepsilon}_{4ref}) - \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} \quad (5.40)$$

$$\dot{S}(\varepsilon) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref})^T (\varepsilon_2 - \varepsilon_{2ref}) \quad (5.41)$$

$$\dot{V}(\varepsilon, \varepsilon_4) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref})^T (\varepsilon_2 - \varepsilon_{2ref}) + y^T \dot{y} \quad (5.42)$$

Substituons l'équation (5.40) dans (5.42), on obtient :

$$\dot{V}(\varepsilon, \varepsilon_4) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref})^T (\varepsilon_2 - \varepsilon_{2ref}) + y^T \left(\beta (\dot{\varepsilon}_4 - \dot{\varepsilon}_{4ref}) - \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} \right) \quad (5.43)$$

En remplaçant les vecteurs de $\dot{\varepsilon}_4$ et $\dot{\varepsilon}$ de l'équation (5.34) dans l'équation (5.43) nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon, \varepsilon_4) = & (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref})^T (\varepsilon_2 - \varepsilon_{2ref}) + y^T \left[-\beta J^{-1} (f \varepsilon_4 + K_m \varepsilon_2) \right. \\ & \left. + \beta J^{-1} Z - \beta \dot{\varepsilon}_{4ref} - \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ -L^{-1}V \varepsilon_2 - L^{-1}G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_4 \right. \\ & \left. + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} L^{-1}K_r \begin{bmatrix} \varepsilon_4 \end{bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (5.44)$$

Cherchons à borner la dérivée de Lyapunov par $y^T \nu$:

$$\dot{V}(\varepsilon, \varepsilon_4) \leq y^T \nu \quad (5.45)$$

ce qui nous induit à écrire :

$$\begin{aligned} & (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref})^T (\varepsilon_2 - \varepsilon_{2ref}) + y^T \left[-\beta J^{-1} (f \varepsilon_4 + K_m \varepsilon_2) \right. \\ & \left. + \beta J^{-1} Z - \beta \dot{\varepsilon}_{4ref} - \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ -L^{-1}V \varepsilon_2 - L^{-1}G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_4 \right. \\ & \left. + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} L^{-1}K_r \begin{bmatrix} \varepsilon_4 \end{bmatrix} \right] \leq y^T \nu \end{aligned} \quad (5.46)$$

alors :

$$\begin{aligned}
 & y^T \left[-\beta J^{-1} (f \varepsilon_4 + K_m \varepsilon_2) + \beta J^{-1} Z - \beta \dot{\varepsilon}_{4ref} - \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ -L^{-1}V \varepsilon_2 - L^{-1}G \end{bmatrix} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_4 + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ L^{-1}K_r \end{bmatrix} \right) \right] \leq y^T v - (\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref})^T (\varepsilon_2 - \varepsilon_{2ref}) \quad (5.47)
 \end{aligned}$$

Nous développons l'équation (5.47) par l'utilisation des équations (5.36) et (5.39) pour obtenir

$$\begin{aligned}
 & y^T \left[-\beta J^{-1} (f \varepsilon_4 + K_m \varepsilon_2) + \beta J^{-1} Z - \beta \dot{\varepsilon}_{4ref} - \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ -L^{-1}V \varepsilon_2 - L^{-1}G \end{bmatrix} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_4 + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ L^{-1}K_r \end{bmatrix} \right) \right] \leq y^T \left[v - \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{1ref} \end{bmatrix} \right) \right] \quad (5.48)
 \end{aligned}$$

alors :

$$\begin{aligned}
 & y^T \left[-\beta J^{-1} (f \varepsilon_4 + K_m \varepsilon_2) + \beta J^{-1} Z - \beta \dot{\varepsilon}_{4ref} - \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ -L^{-1}V \varepsilon_2 - L^{-1}G \end{bmatrix} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_4 \\ L^{-1}K_r \end{bmatrix} \right) \right] \leq y^T \left[v - \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{1ref} \end{bmatrix} \right) \right] \quad (5.49)
 \end{aligned}$$

Posons :

$$v = -y \quad (5.50)$$

et utilisons les équations (5.36) et (5.39) pour obtenir :

$$y = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{2ref} \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

Alors l'inégalité finale aura la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 & y^T \left[-\beta J^{-1} (f \varepsilon_4 + K_m \varepsilon_2) + \beta J^{-1} Z - \beta \dot{\varepsilon}_{4ref} - \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ -L^{-1}V \varepsilon_2 - L^{-1}G \end{bmatrix} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_4 \\ L^{-1}K_r \end{bmatrix} \right) \right] \leq y^T \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{2ref} \end{bmatrix} \right) - \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{1ref} \end{bmatrix} \right) \quad (5.52)
 \end{aligned}$$

Par conséquent, la loi de commande Z du système multi-moteurs en cascade déduite de l'équation (5.52) est définie par :

$$Z = J \beta^{-1} \left[\beta J^{-1} (f \varepsilon_4 + K_m \varepsilon_2) + \beta \dot{\varepsilon}_{4ref} + \frac{\partial \alpha_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \left(\begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ -L^{-1}V \varepsilon_2 - L^{-1}G \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_4 + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{2ref} \end{bmatrix} \right) - \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{1ref} \end{bmatrix} \right) \right] \right] \quad (5.53)$$

Par la dérivation de la fonction stabilisatrice $\alpha_0(\varepsilon)$ en termes de ε_1 et ε_2 , nous obtenons la loi finale de la commande *Backstepping*.

$$Z = J \beta^{-1} \left[\beta J^{-1} (f \varepsilon_4 + K_m \varepsilon_2) + \beta \dot{\varepsilon}_{4ref} + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{2ref} \end{bmatrix} \right) - \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{1ref} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ L^{-1}V \varepsilon_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L^{-1}G \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & L^{-1}K_r \end{bmatrix} \varepsilon_4 \right] \quad (5.54)$$

Calcul de $\dot{\varepsilon}_{4ref}$

La stabilité globale du système en boucle fermée est assurée par la nature récursive de la technique de *Backstepping*. Nous considérons que tous les paramètres sont connus. Connaissant la trajectoire désirée des tensions de la toile, ses premières et deuxièmes dérivées permettent l'obtention de l'expression du vecteur des vitesses de rotation désirées $\dot{\varepsilon}_{3ref}$.

Comme la tension d'entrée du système est nulle alors la dérivation de la vitesse de rotation

$\dot{\Omega}_{1ref}$ du premier moteur est générée directement par la trajectoire de vitesse.

Nous pouvons écrire l'équation (5.29) du système multi-moteur comme suit :

$$\begin{cases} L \ddot{X} + V \dot{X} + G = K_r Y_{1ref} + K_r \tilde{Y}_1 \\ J \dot{Y} + fY + K_m \dot{X} = Z \end{cases} \quad (5.55)$$

où \tilde{Y}_1 est l'erreur de vitesse de rotation.

Prenons la première équation (équation de la tension de la toile) de (5.55) comme un sous-système avec une perturbation $K_r \tilde{Y}_1$ et avec une commande par $K_r Y_{1ref}$. Nous déduisons

ε_{3ref} de l'équation précédente :

$$\varepsilon_{3ref} = K_r^{-1} \left[L \dot{\varepsilon}_2^* + V \varepsilon_2^* + G - K_r \lambda \right] \quad (5.56)$$

où λ est l'erreur,

$$\lambda = \varepsilon_2 - \varepsilon_{2ref} + \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref}) \quad (5.57)$$

où δ est une matrice de gains positive, et

$$\varepsilon_2^* = \varepsilon_{2ref} - \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ref}) \quad (5.58)$$

alors

$$\lambda = \varepsilon_2 - \varepsilon_2^* \quad (5.59)$$

5.3 Conclusion

Généralement, la commande de la production industrielle est basée sur les techniques de commande PID et sur le savoir-faire des opérateurs; cependant cette approche devient insuffisante aux vitesses élevées et avec un matériel mince ou fragile.

Dans ce chapitre, nous avons proposé deux lois de commande de *Backstepping* pour commander la vitesse et la tension d'un système multi-moteur. La première loi est une version adaptative de l'intégrateur *Backstepping*. Le système étudié est composé de cinq étages; dans chaque étage il y a deux équations dynamiques, l'une pour la tension de la toile et l'autre pour la vitesse de rotation du rouleau, nous supposons que chaque équation représente un système lié en cascade au modèle complet.

La deuxième loi est la commande de *Backstepping* basée sur la passivité qui préserve toutes les non-linéarités du système. Pour cette loi, nous supposons les deux équations dynamiques tension/vitesse de chaque étage comme des sous-systèmes qui sont liés en cascade.

Dans le chapitre VI, nous analyserons les résultats de simulation en comparant ces deux lois de commande *Backstepping* avec la commande SMC.

CHAPITRE VI :

SIMULATION

6.1 INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est l'analyse des résultats de simulation d'un banc d'essais représentatif d'un système industriel de transfert de matériaux. Ce banc d'essai rentre dans le cadre des travaux de recherche sur la commande de systèmes multi-moteurs en présence d'une alimentation électrique saine ou perturbée. Le système est composé de cinq moteurs asynchrones. Cette commande a été développée selon trois méthodes. La première, qui est la SMC, est basée sur le principe de la commande inverse; cette méthode est détaillée dans le

chapitre III. Les deux dernières consistent en une commande adaptative de *Backstepping* utilisant la fonction de *Lyapunov*. Ces deux méthodes sont développées dans le chapitre V.

Les trois méthodes ont pour but commun la syntonisation systématique des commandes du système d'entraînement multi-moteur alimenté par un bus cc commun. Les cinq moteurs sont couplés par une toile dont la tension est réglable.

La suite du chapitre est constituée de six sections. La première présente les résultats de l'étude de la partie alimentation électrique du système (redresseur). La deuxième montre les signaux des consignes nécessaires pour la commande de la vitesse du premier moteur et des tensions de la toile entre chaque paire de moteurs. La troisième présente les résultats de la commande SMC. La quatrième présente les résultats de simulation de la commande d'intégrateur *Backstepping* adaptatif. La cinquième présente les résultats de la commande par la technique du *Backstepping* et la passivité appliquées à la forme *strict-feedback* de modèle. Dans la dernière section, la comparaison des résultats des trois types de commande est établie.

Le système est modélisé sous *MATLAB*, les résultats sont validés par simulation à l'aide de l'interface *Simulink* intégrée à *Matlab*.

6.2 Partie d'alimentation

Le système étudié est composé de cinq moteurs triphasés asynchrones qui entraînent des rouleaux sur lesquels défile une bande de papier. Les moteurs sont alimentés par cinq onduleurs triphasés via un bus continu, avec une batterie réglable de condensateurs. La partie électrique est utilisée dans toutes les commandes simulées (figure 6.1).

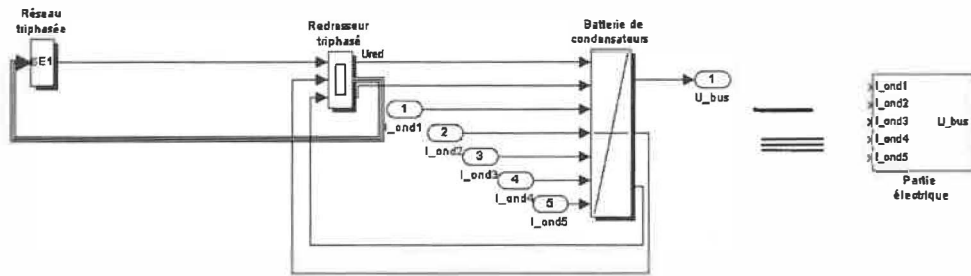


Figure 6.1 : Schéma bloc de la partie électrique du système

Un redresseur de tension et une inductance de lissage sont utilisés de manière à respecter le principe de causalité intégrale.

Le logiciel *Simulink Matlab* est utilisé pour obtenir les résultats décrits par la suite. Alors, le système simulé comprend : la source, le redresseur et le condensateur du bus continu. Les entrées de la simulation sont :

- **Source triphasée** : pour obtenir une source de tension triphasée équilibrée, les paramètres de cette source (U_{eff} , *fréquence*) sont utilisés : ($U_{eff} = 208 \text{ V}$, *fréquence* = 60 Hz).
- **Redresseur** : Dans ce modèle le principe de commande des diodes à partir de portes logiques est conservé ainsi que le schéma équivalent du redresseur. Par contre, la logique de commande est modifiée pour être plus près de la réalité (annexe A).

Les paramètres de l'inductance et de la résistance parasites sont : $L_{para} = 10^{-6} \text{ H}$, $R_{para} = 0.01 \text{ } \Omega$, et $\text{taux} = 0.1 \text{ ms}$ donc $L_{para} / R_{para} = 0.1 \text{ ms}$.

- **bus cc** : Ce bloc de batterie de condensateurs est réglable. Ce dernier est placé entre le redresseur et les onduleurs de chaque moteur; de plus il fait office de bus continu. La figure 6.2 montre le bus qui alimente les cinq onduleurs par une tension commune (U_{bus}).

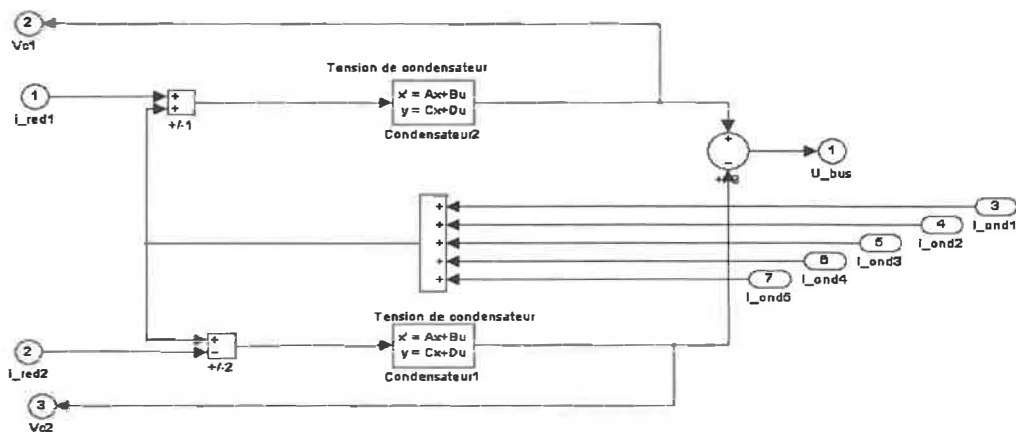


Figure 6.2 : Schéma bloc de la batterie de condensateurs (bus cc).

Dans la figure 6.2, la batterie de condensateurs utilise les valeurs de résistance $R_{cond} = 1200$ ohm (Ω) et de capacité $C_{cond} = 700$ μ F.

La figure 6.3 montre le résultat de la simulation du courant en sortie du pont de redresseur. Il est clair que, l'allure du courant semble très proche de la réalité. D'une façon similaire, la figure 6.4 donne une courbe près de la réalité de la tension aux bornes du bus. Selon les deux figures, ces résultats montrent une oscillation à 6000hz lors de la mise en conduction des diodes. Cette oscillation correspond à la résonance entre les condensateurs du bus continu et les inductances parasites.

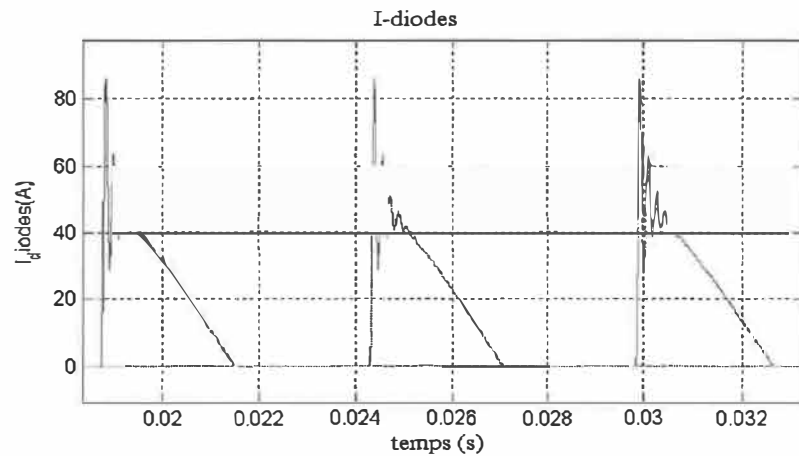


Figure 6.3 : Courbe du courant en sortie du pont

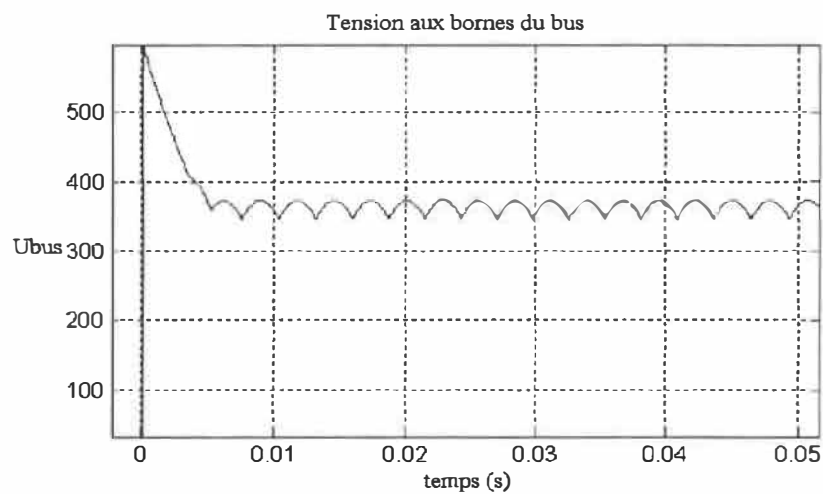


Figure 6.4 : Courbe de tension aux bornes du bus

6.3 Trajectoire du signal de référence.

La figure 6.5 représente le générateur de trajectoire des signaux des consignes considérées pour la simulation du système étudié [Sylvestre, 04]. Le programme principal de cette trajectoire génère des profils de vitesse trapézoïdale. Ce dernier est programmé par *S-function*

Builder dans l'objectif de générer les signaux de position, de vitesse et accélération. Ces signaux sont utilisés pour appliquer la loi de commande du *Backstepping*. Par exemple, afin de réaliser la simulation d'intégrateur *Backstepping*, la position et la vitesse sont utilisées. Par contre, pour appliquer la troisième loi de commande du *Backstepping* passif, les trois signaux de trajectoire sont appliqués. Pour plus de détails à propos du code de ce programme, le lecteur peut consulter l'annexe D.

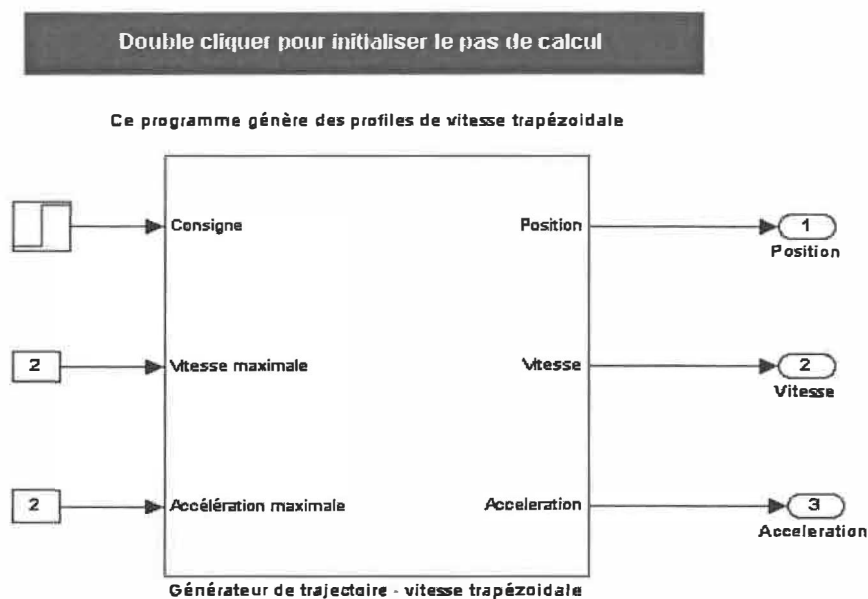


Figure 6.5 : Schéma bloc du générateur de trajectoires de signaux de consigne.

Dans la simulation du système multi-moteur, nous utilisons cinq blocs de trajectoire pour générer les signaux de référence (consignes). Le premier bloc génère la vitesse désirée de M1 tel que présenté à la figure 6.6.

Remarque : Les consignes de vitesse et d'accélération de chaque bloc utilisé sont données à l'annexe D.

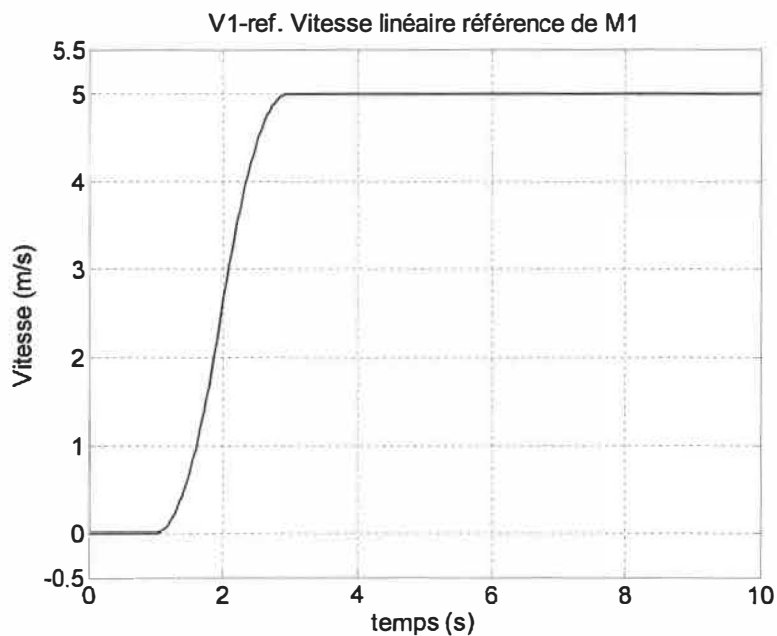


Figure 6.6 : Vitesse linéaire de référence de M1

La figure 6.7 présente la tension de la toile entre les deux derniers moteurs. Le choix des consignes est établi pour éviter le problème de la coupure de tension de la toile. Toutes les consignes sont choisies avec une valeur initiale de 0.4 N, et le démarrage du dernier moteur débute à 0.2 s, avant de stabiliser ce signal avec une tension de 4 N. Le quatrième moteur démarre à 0.4s. Évidemment, les autres démarrages ont décalés selon le même principe. Les figures 6.7 à 6.10 présentent les consignes de tension de la toile.

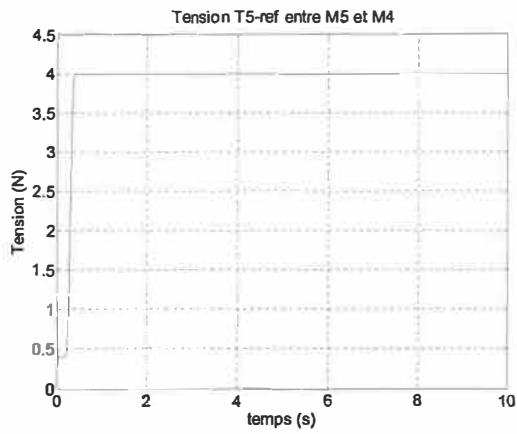


Figure 6.7: Tension T5-ref entre M5 et M4

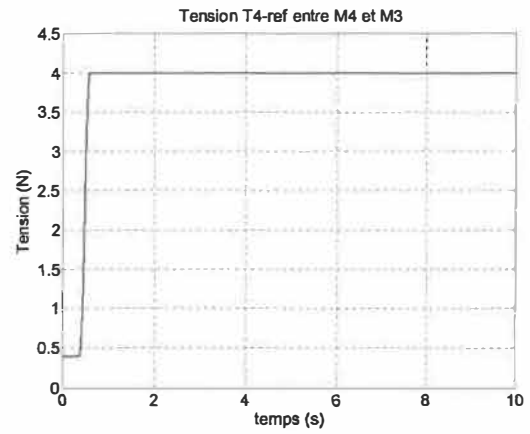


Figure 6.8 : Tension T4-ref entre M4 et M3

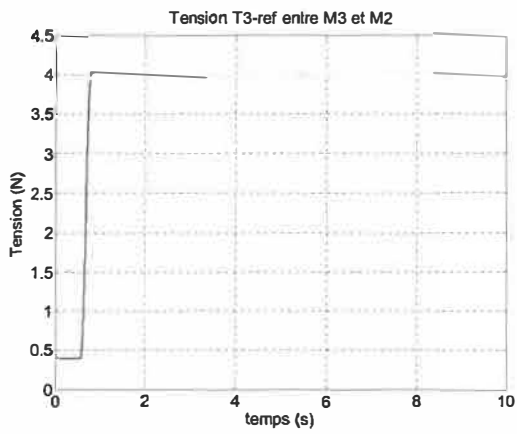


Figure 6.9 : Tension T3-ref entre M3 et M2

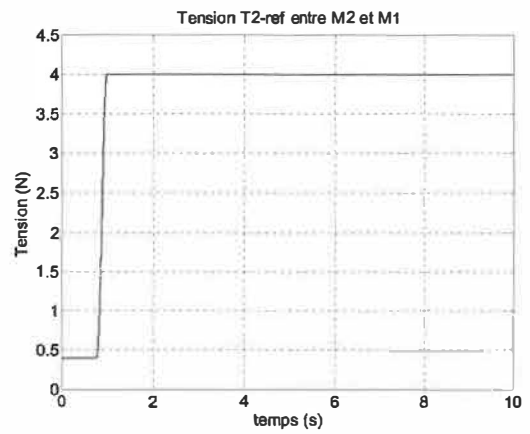


Figure 6.10 : Tension T2-ref entre M2 et M1

6.4 Résultats de simulation du système multi-moteur par SMC.

La SMC fait ressortir l'emplacement des correcteurs sur les boucles de vitesse et de courant des moteurs ainsi que sur les quatre sections de bande. La commande SMC du système de bobinage modélisé par le formalisme du REM est simulée sous le logiciel de *Simulink-Matlab*.

Les machines asynchrones sont commandées de façon classique par un contrôle vectoriel par orientation du flux rotorique; une machine est alors vue comme un circuit R-L série alimenté par la tension V_{sq} et qui produit le courant i_{sq} proportionnel au couple électromagnétique C_{em} .

➤ Contrôleur de vitesse $\Omega_{k=1,\dots,5}$:

Pour le premier moteur, le réglage de la vitesse Ω_1 de M1 est classique. En effet, le correcteur est l'inverse d'une relation de premier ordre. L'erreur statique nulle est recommandée dans ce contexte, ce qui impose l'utilisation d'un correcteur de type PI, le choix préconisé pour tous les correcteurs de vitesse est de type PI. Ce principe est utilisé d'une façon identique pour les cinq moteurs.

La figure 6.11 montre le schéma bloc de l'inverse de l'arbre du premier moteur. La vitesse Ω_1 est mesurée et comparée avec une consigne imposée, ce qui permet de générer le couple électromagnétique de réglage; une compensation du couple de charge C_{rest1} est prévue. On remarque que dans cette structure, tous les termes tension \times vitesse, et les sources de non linéarités sont compensés pour obtenir la consigne de vitesse du premier moteur et la consigne des quatre tensions de la toile. Ceci permet de minimiser l'effet de leurs variations sur les tensions.

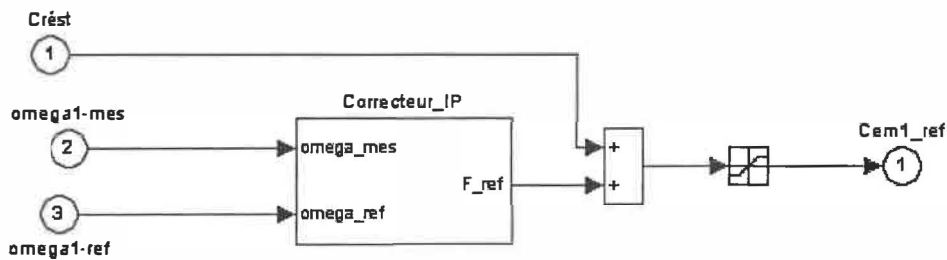


Figure 6.11 : Schéma bloc de commande de la vitesse de **M1**.

➤ **Contrôleur de tension $T_{K=2,\dots,5}$:**

La loi de variation de la tension de la toile est non linéaire. Pour pouvoir calculer son correcteur, l'objectif ici est de trouver un modèle linéaire en mettant en œuvre une linéarisation dynamique. On suppose que la linéarisation dynamique est celle de la figure 6.12.

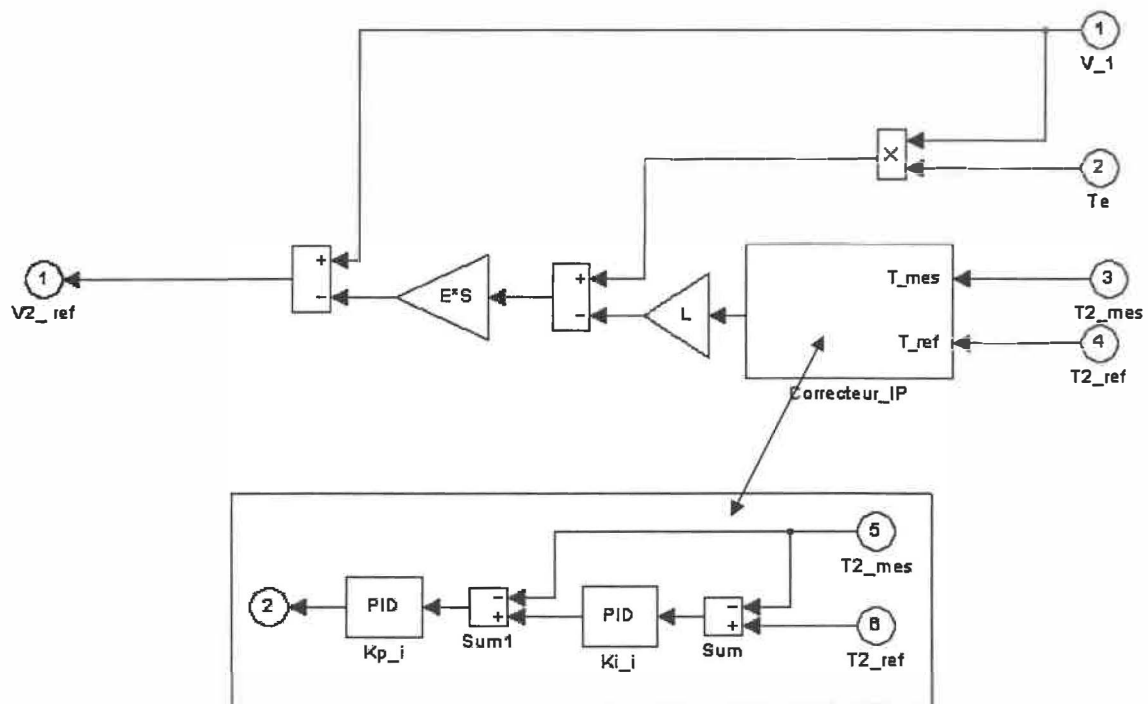


Figure 6.12 : Schéma bloc de l'inverse du modèle de tension T_2 de la bande

➤ **Résultats de la simulation du SMC :**

Les figures suivantes présentent les résultats de simulation avec les signaux des consignes. Toutes les conditions et les paramètres de simulation sont donnés par le code dans l'annexe E. Cette dernière donne plus de détails du schéma global du système multi-moteur. Cette section décrit les résultats et en particulier la phase de démarrage du système. Le cahier des charges impose qu'au démarrage, la consigne de vitesse du moteur M1 est nulle jusqu'à 1s, tel que illustré à la figure 6.6. Un coefficient d'amortissement de 0,7 et un temps de stabilisation de 10ms ont été choisis pour concevoir toutes les boucles de commande de vitesse. Nous observons à la figure 6.13 que l'erreur en régime permanent est nulle.

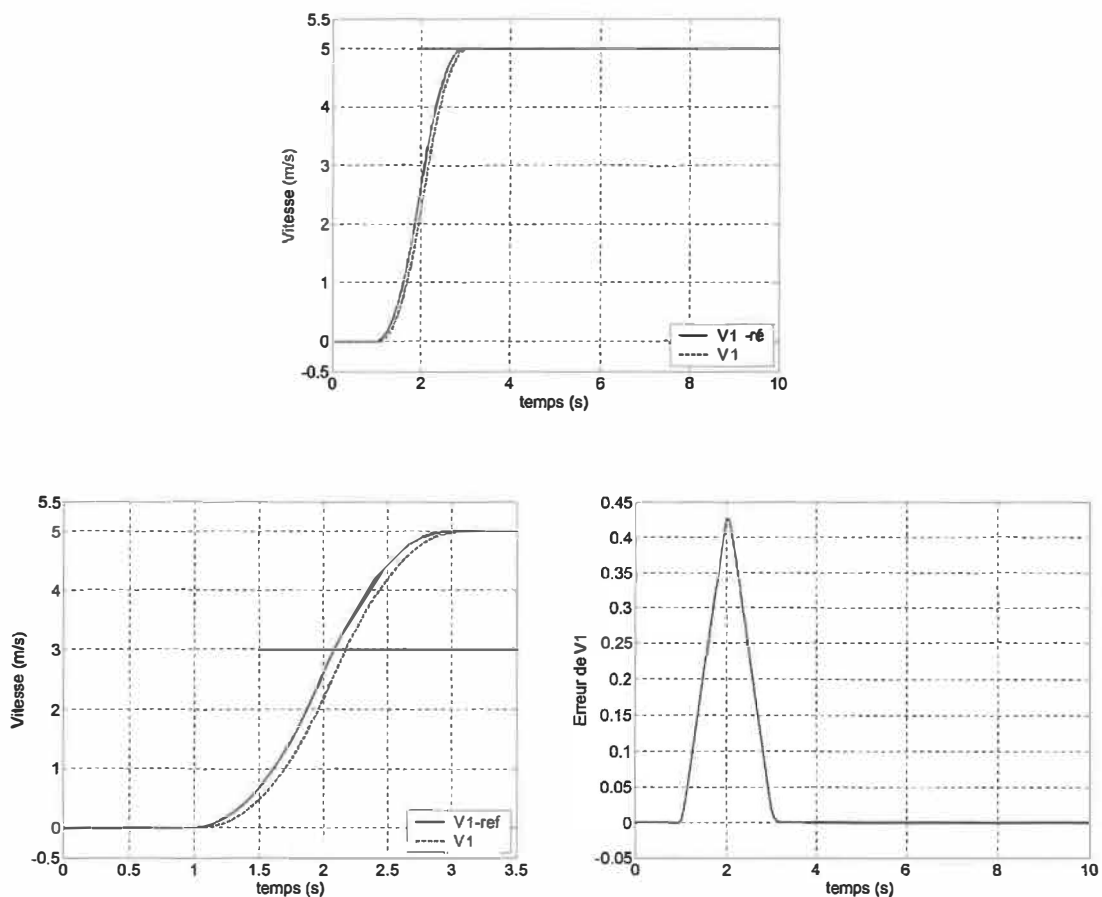


Figure 6.13 : Vitesse V1 de M1 et son erreur par SMC

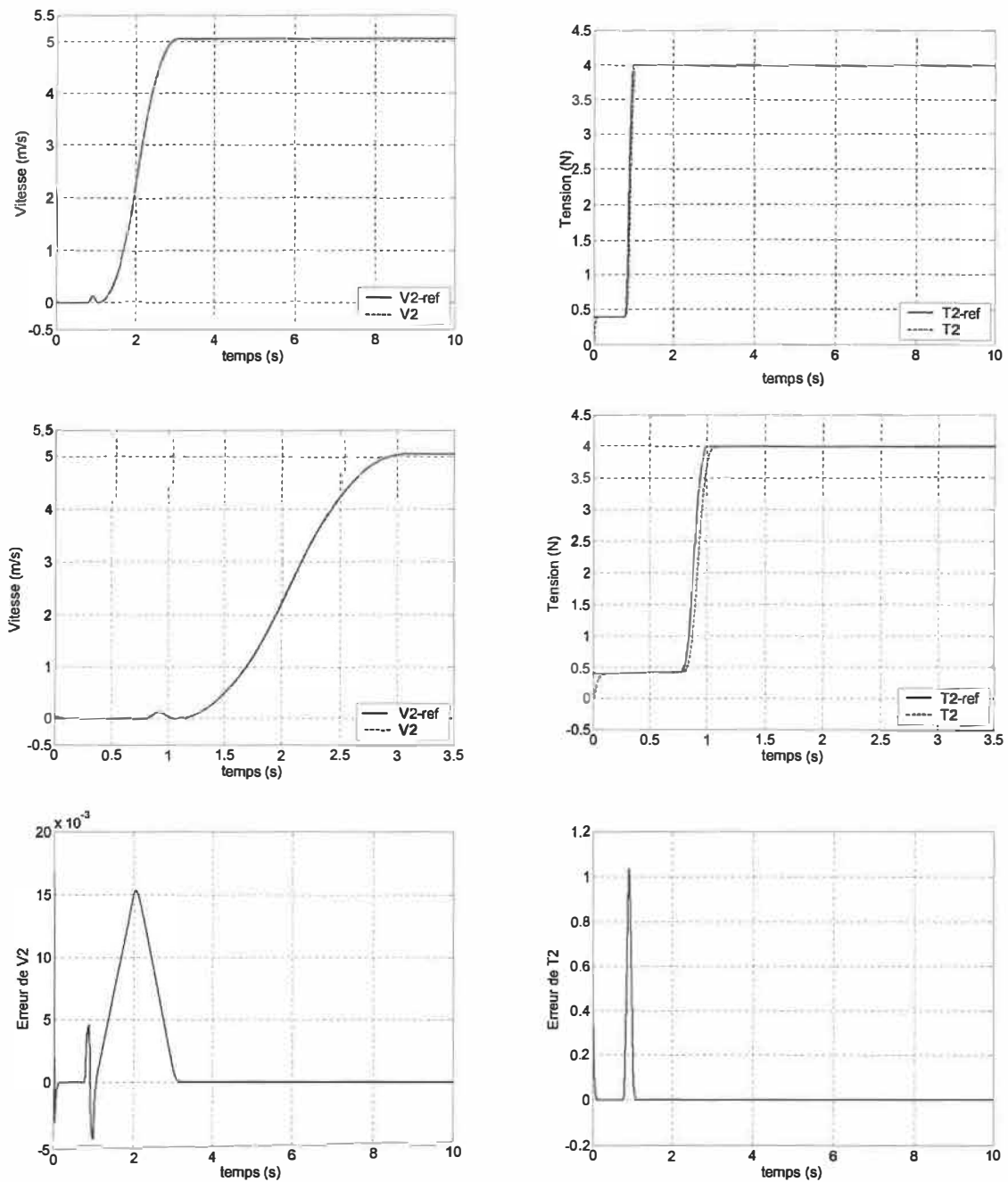


Figure 6.14 : Tension T2 et vitesse V2 de M2 et leurs erreurs par SMC

Les derniers quatre moteurs amènent les tensions T2, T3, T4, T5 à leurs valeurs de consigne. La consigne de chaque tension est un échelon de 4 N, tel que représenté aux figures 6.7 à 6.10. Un coefficient d'amortissement de 0,7 et un temps de stabilisation de 0,55s ont été

choisis pour concevoir toutes les boucles de commande de tension. Les figures suivantes montrent les résultats obtenus pour les tensions et les vitesses des quatre moteurs derniers.

Les erreurs en régime permanent sont nulles.

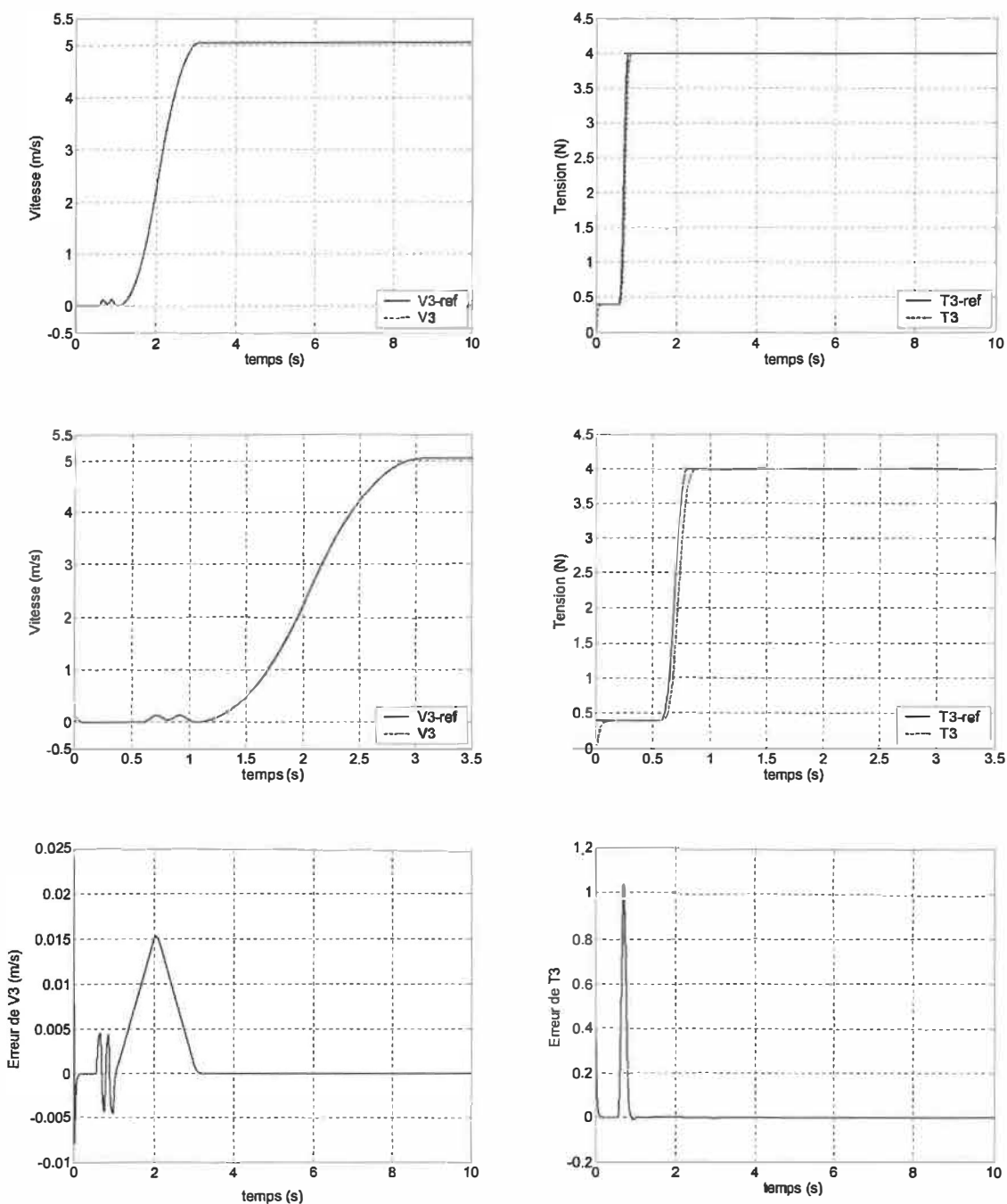


Figure 6.15 : Tension T3 et vitesse V3 de M3 et leurs erreurs par SMC

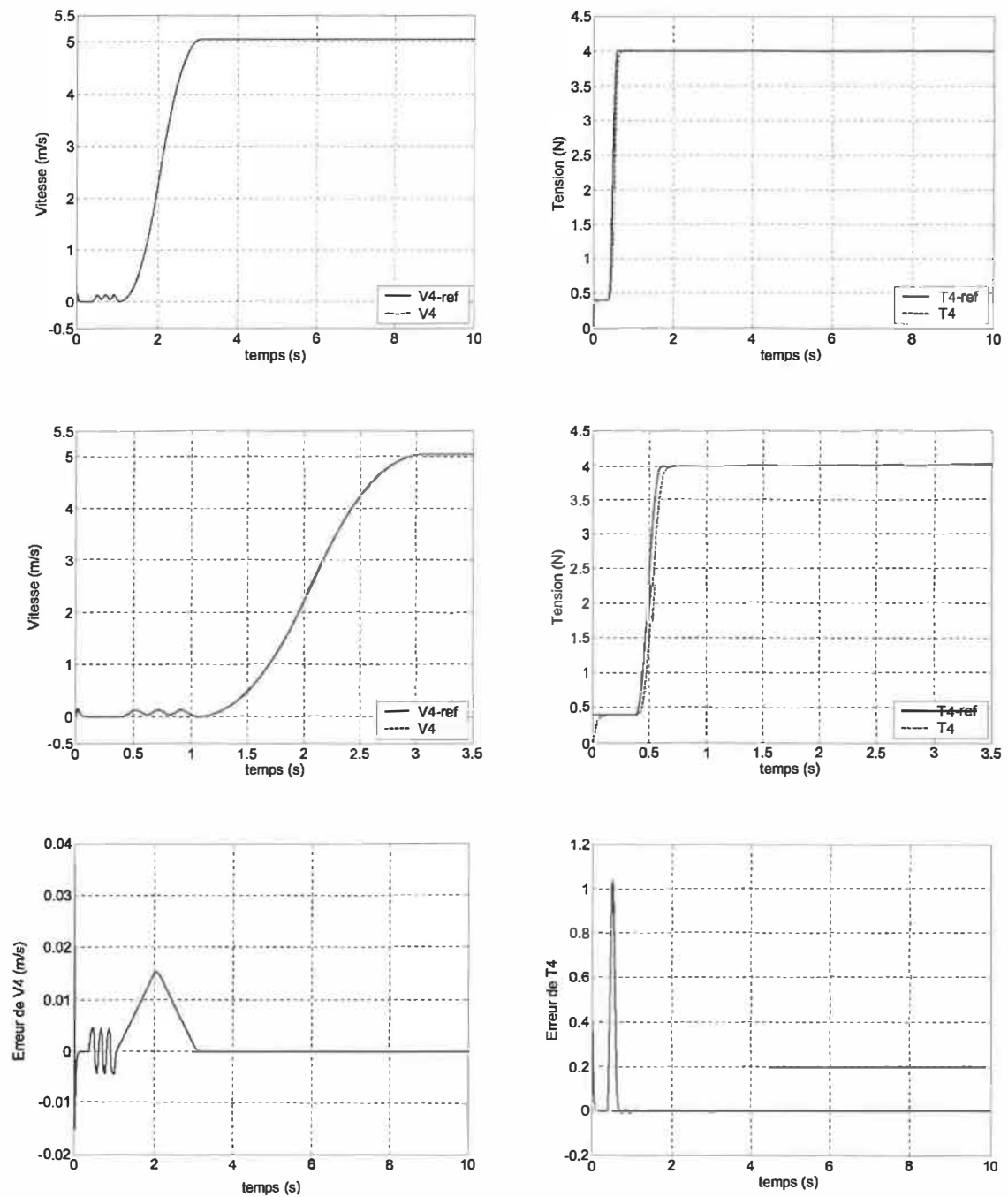


Figure 6.16 : Tension $T4$ et vitesse $V4$ de $M4$ et leurs erreurs par SMC

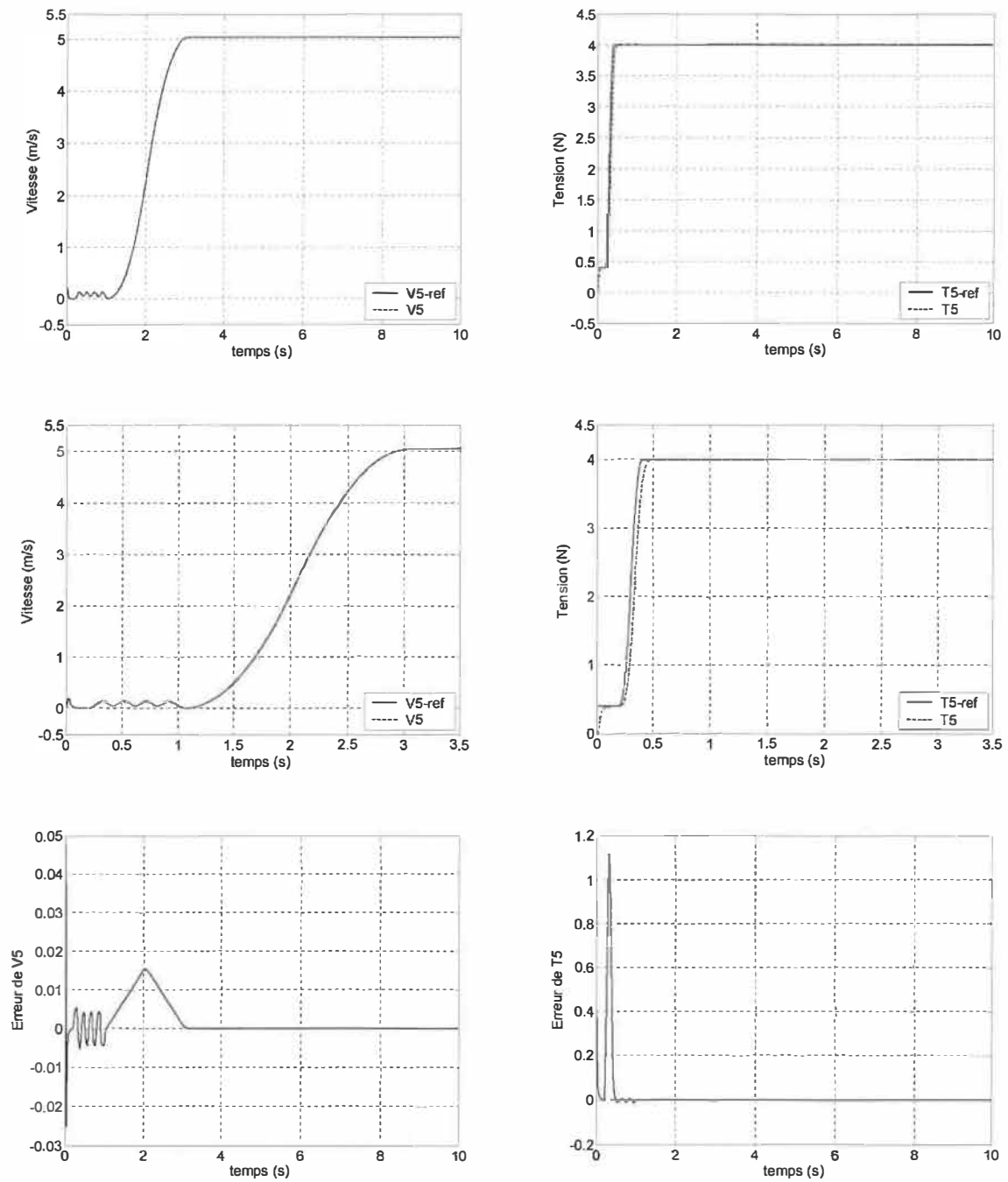


Figure 6.17 : Tension $T5$ et vitesse $V5$ de $M5$ et leurs erreurs par SMC

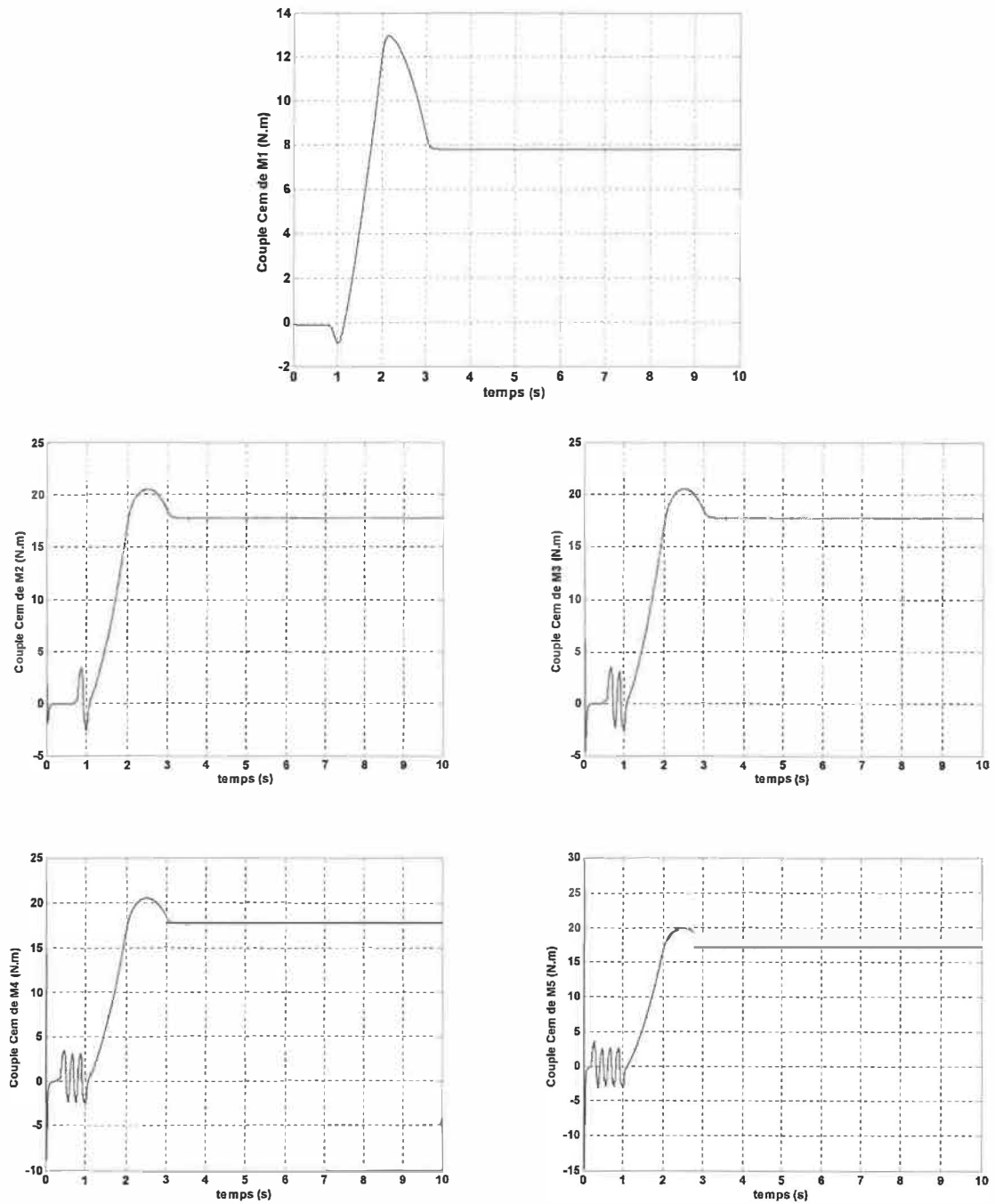


Figure 6.18 : Couple électromagnétique des cinq moteurs par SMC

6.5 Résultats de commande par l'intégrateur *Backstepping*.

Le schéma bloc fonctionnel de commande est montré à la figure 6.18. Tel que montré dans le chapitre V, ce bloc est utilisé pour commander la vitesse et la tension du modèle. Dans ce schéma les chemins de boucle fermée des vitesses de rotation et linéaire de roulement deviennent partie intégrale dans notre conception d'intégrateur de *Backstepping*. De plus, il existe un chemin d'interaction entre l'intégrale de la vitesse de rotation et sa boucle. Ce principe est applicable autant à la vitesse et la tension (Le code et le schéma global sont présenté à l'annexe F).

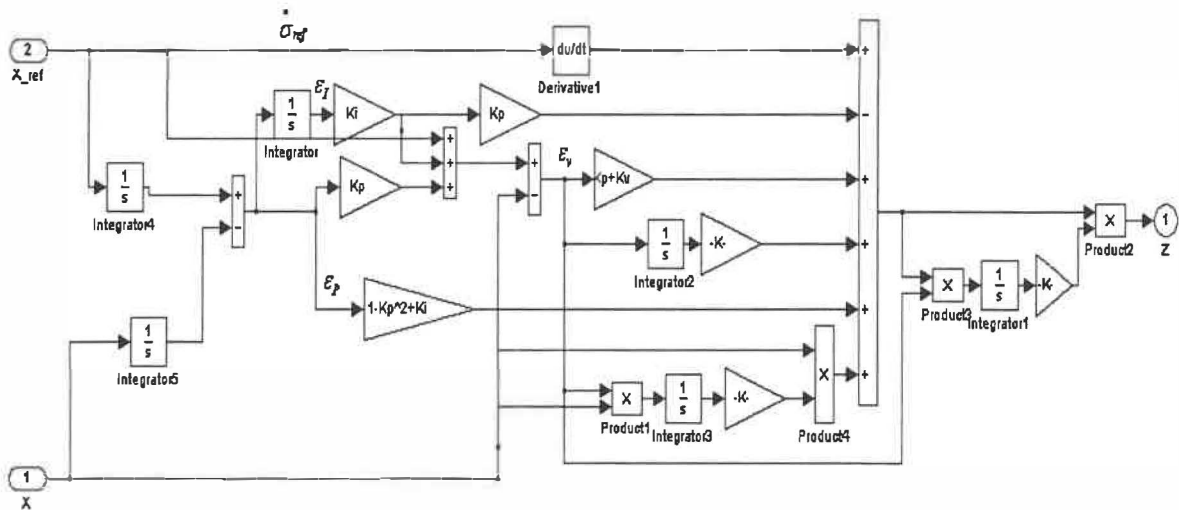


Figure 6.19 : Schéma bloc fonctionnel d'intégrateur *Backstepping*

Les résultats de simulation par la technique d'intégrateur *Backstepping* sont montrés sur les figures (6.20) à (6.25). Par l'utilisation du principe d'intégrateur, l'erreur de tension a été considérablement réduite et une amélioration significative d'exécution a été réalisée avec le contrôleur *Backstepping* proposé. Les caractéristiques distinctes du contrôleur préconisé aident à la convergence de l'erreur. Cet intégrateur supplémentaire améliore la robustesse contre les perturbations et les incertitudes du modèle, ce qui sera démontré plus loin. Les

oscillations qui apparaissent sur les vitesses et les tensions des quatrième et cinquième moteurs sont dues à l'augmentation de l'ordre des sous-systèmes, à l'emploi de dérivées dans le contrôleur et aux couplages entre les boucles de commande.

Dans la simulation, les paramètres du contrôleur sont placés comme : $K_I = 0.5$, $K_P = 0.8$ et $K_V = 1$. Les gains d'adaptation pour l'évaluation des paramètres de modèle sont ainsi : $\gamma_1 = 0.35$, $\gamma_2 = 0.5$ et $\gamma_3 = 0.7$.

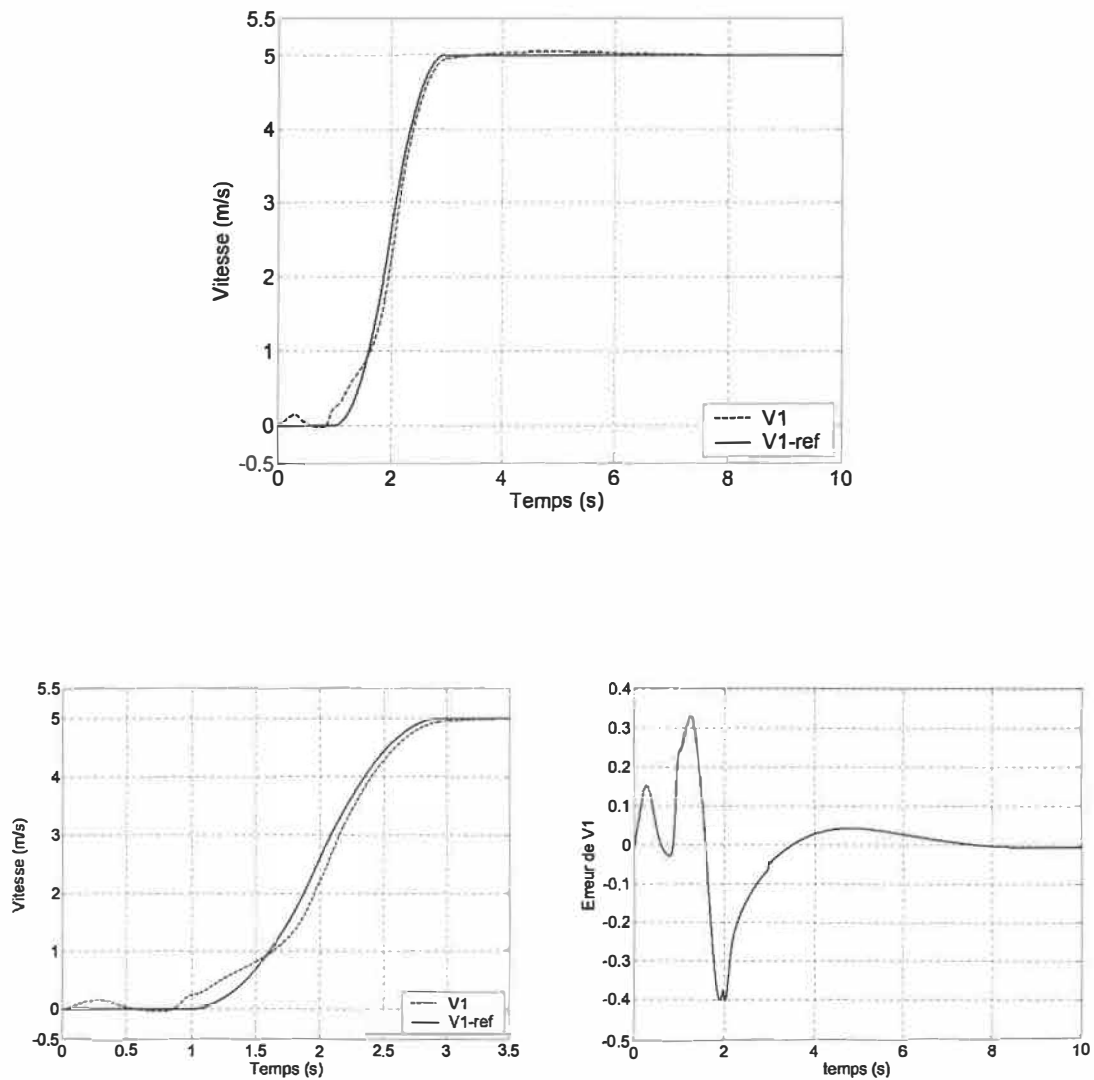


Figure 6.20 : Vitesse V1 de M1 son erreur par l'intégrateur *Backstepping*

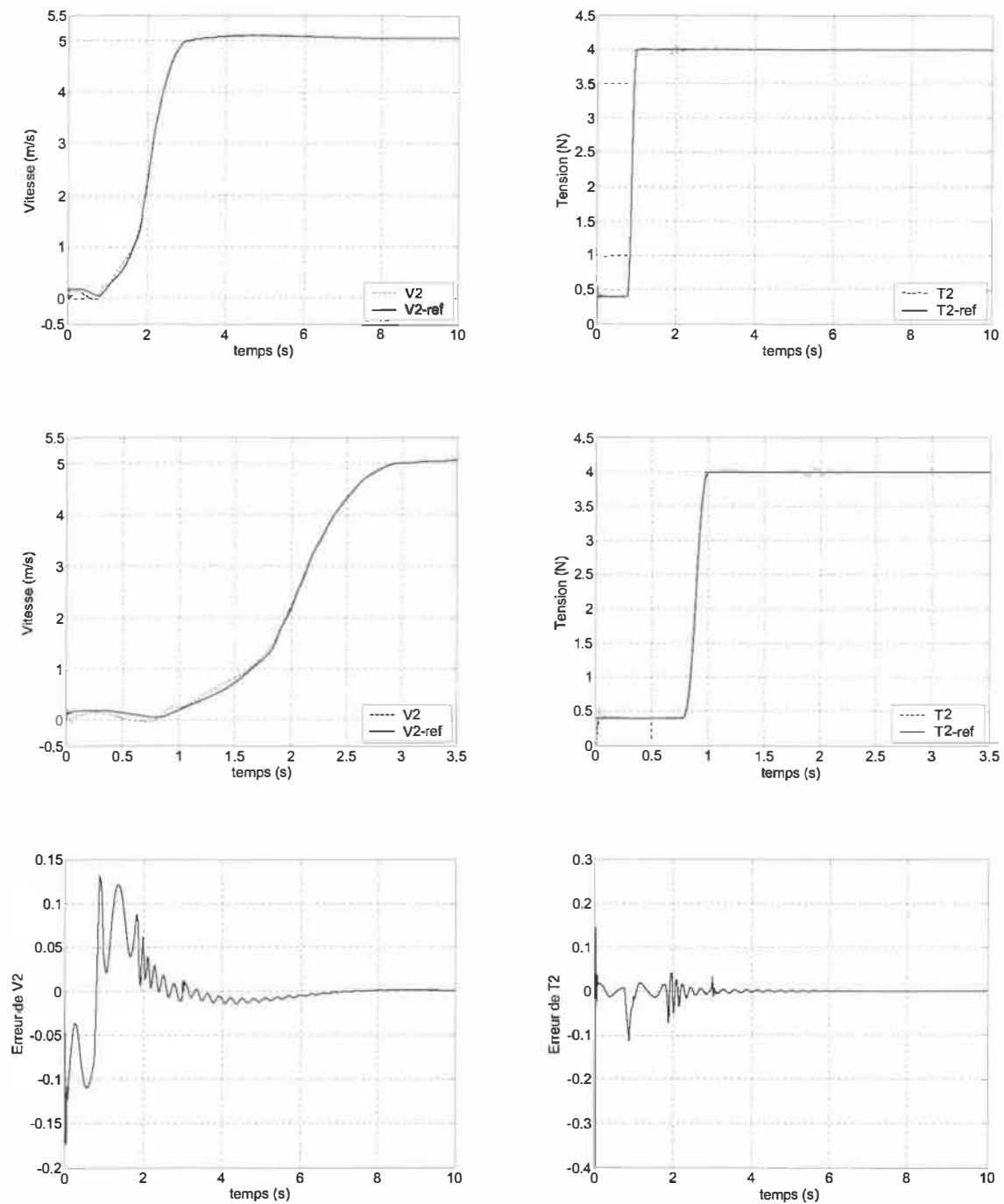


Figure 6.21 : Tension T_2 et vitesse V_2 de M2 leurs erreurs par l'intégrateur *Backstepping*

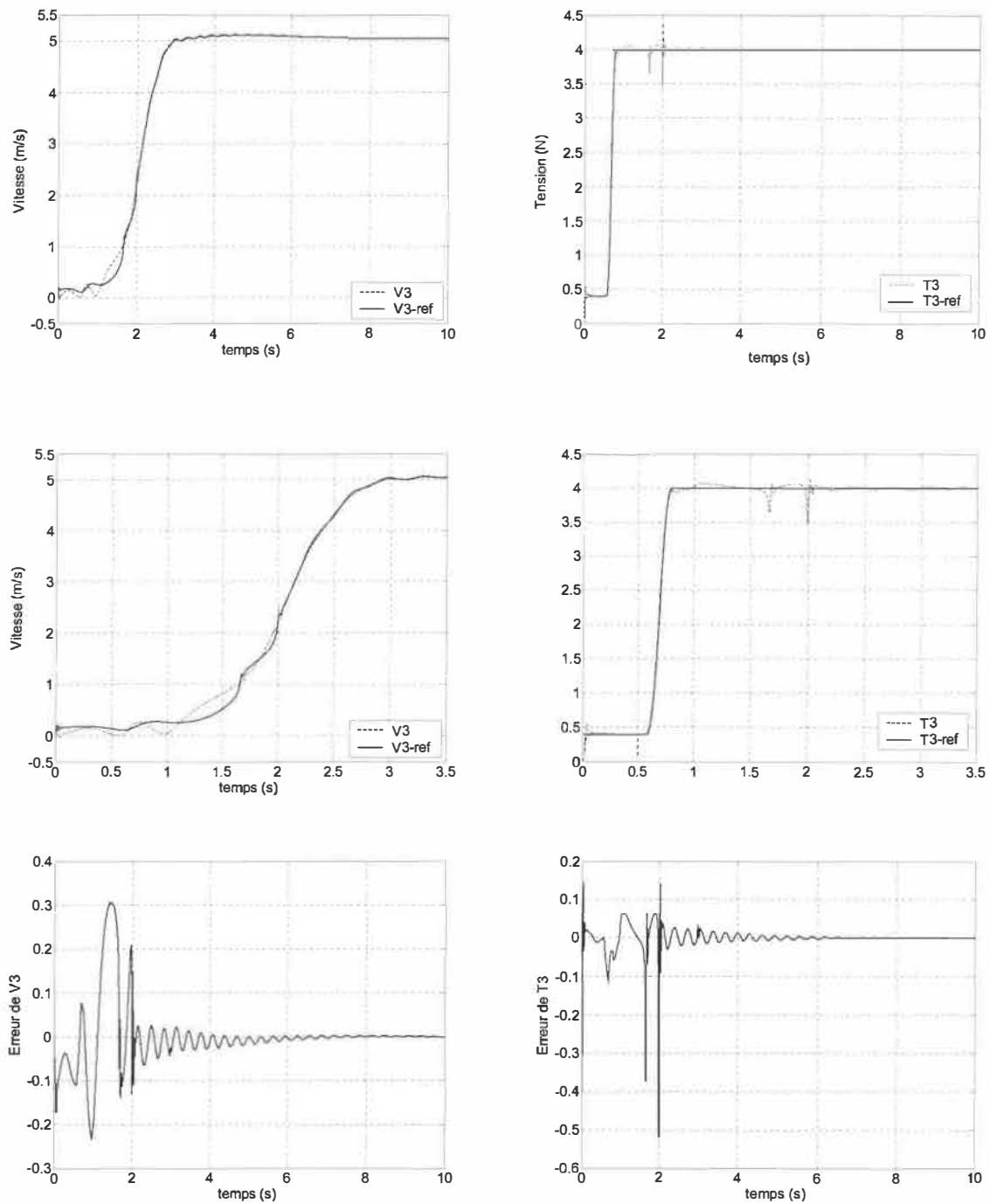


Figure 6.22 : Tension $T3$ et vitesse $V3$ de M3 et leurs erreurs par l'intégrateur *Backstepping*

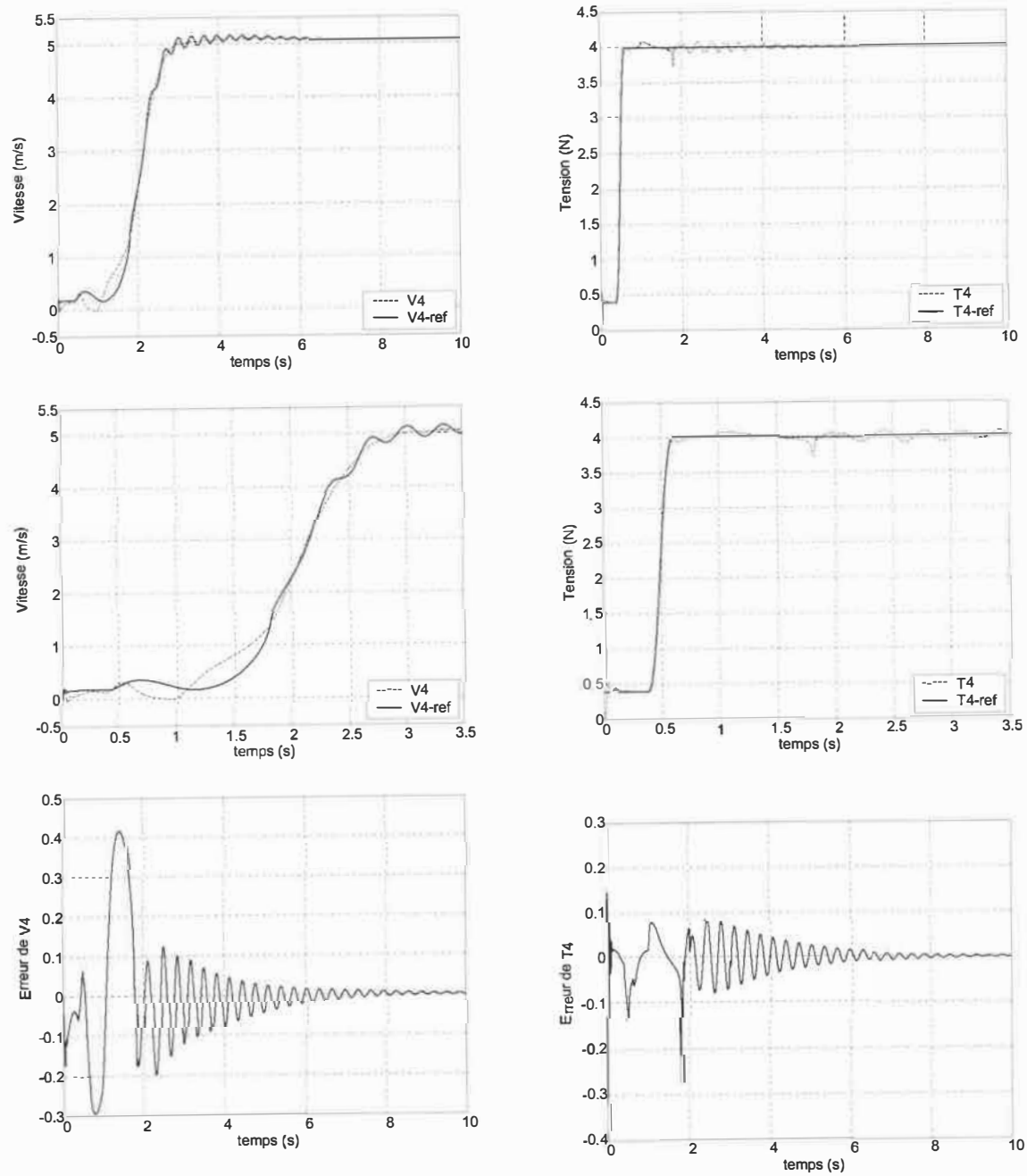


Figure 6.23 : Tension $T4$ et vitesse $V4$ de $M4$ et leurs erreurs par l'intégrateur *Backstepping*

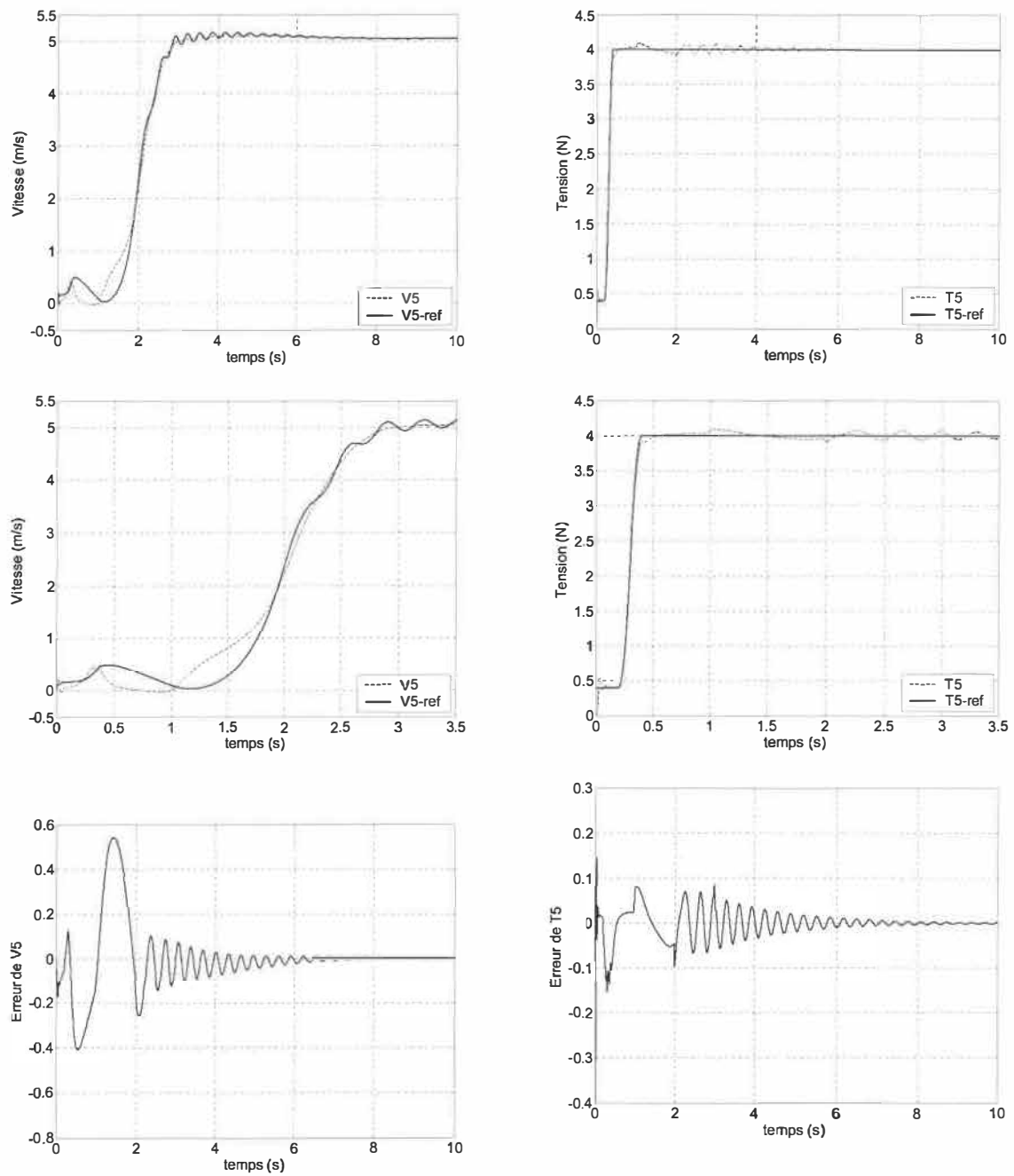


Figure 6.24 : Tension $T5$ et vitesse $V5$ de $M5$ et leurs erreurs par l'intégrateur *Backstepping*

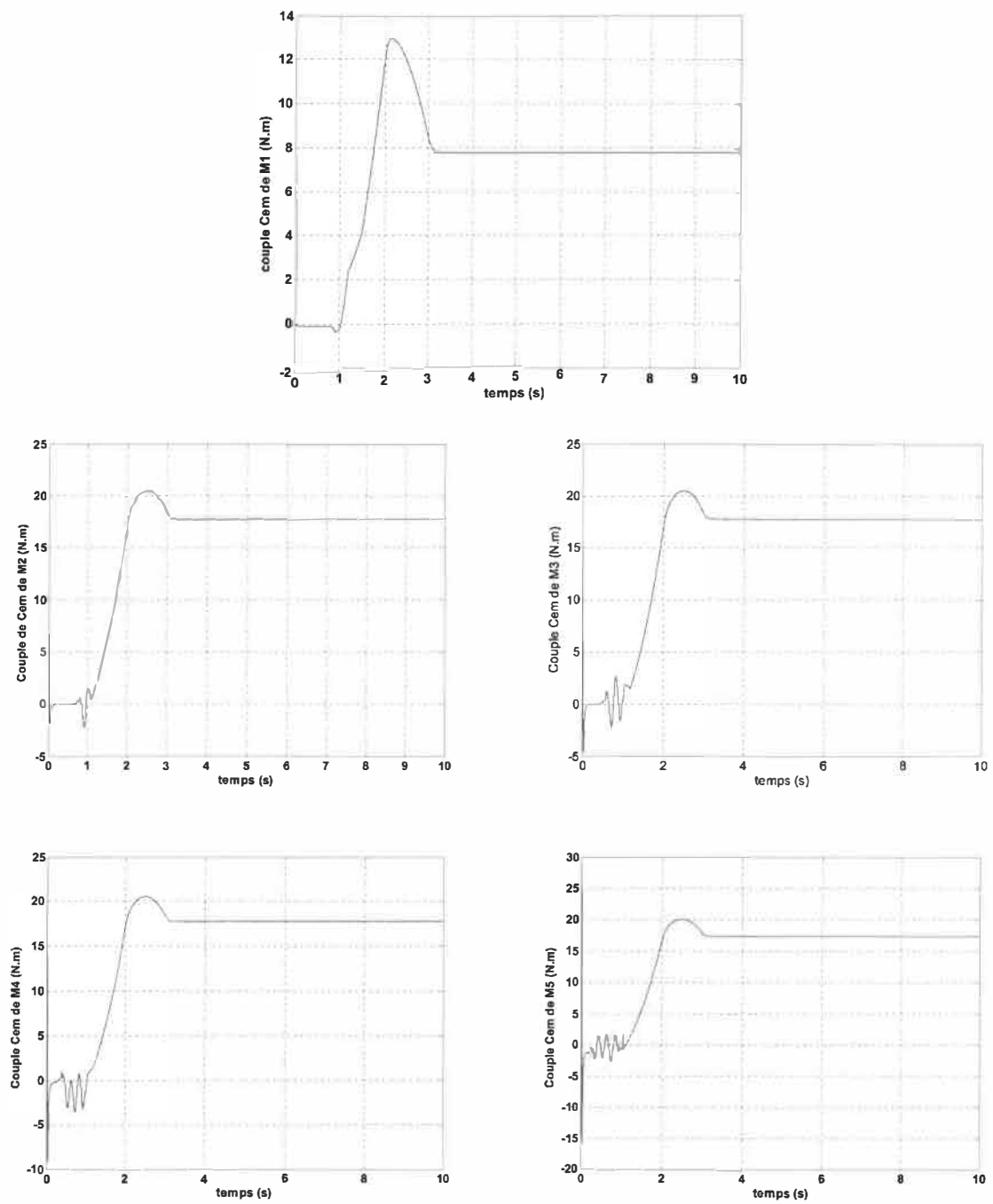


Figure 6.25 : Couple électromagnétique des cinq moteurs par l'intégrateur *Backstepping*

6.6 Résultats de la loi de commande du *Backstepping* basée sur la passivité

A partir de l'expression (5.54), le schéma bloc fonctionnel de commande est schématisé à la figure 6.26. Cette conception qui est assez performante, assure un découplage général du système en deux dynamiques dont une pour la vitesse et l'autre pour la tension. (Pour le code et le schéma global, voir l'annexe G).

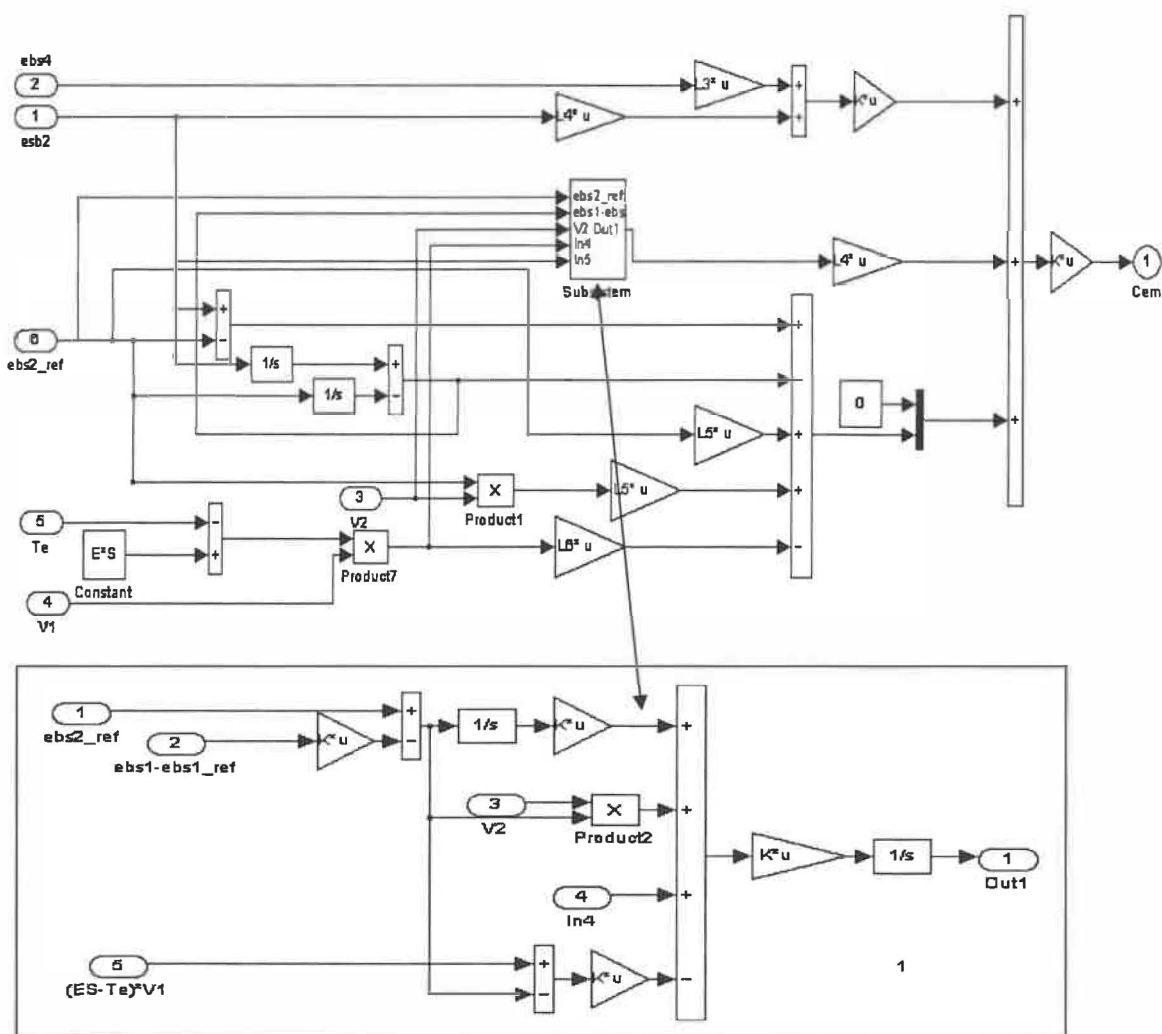


Figure 6.26 : Schéma bloc fonctionnel de la loi de commande du *Backstepping* sur la passivité

La dérivée de la vitesse de rotation de référence $\dot{\Omega}_{1ref}$ du premier étage est générée par la trajectoire référence de la vitesse, par contre les autres dérivées des vitesses regroupées dans le vecteur $\dot{\varepsilon}_{3ref}$ sont calculées en fonction des entrées du système.

Les figures suivantes montrent les résultats de simulation de contrôle du système multi-moteur par la loi de commande passive de *Backstepping* dédiée aux systèmes de type *strict-feedback*. Nous observons des oscillations au démarrage qui sont due à l'excitation du système par une consigne de tension de 0.4 N (de type échelon) qui est amplifiée par la présence de dérivateurs dans les contrôleurs.

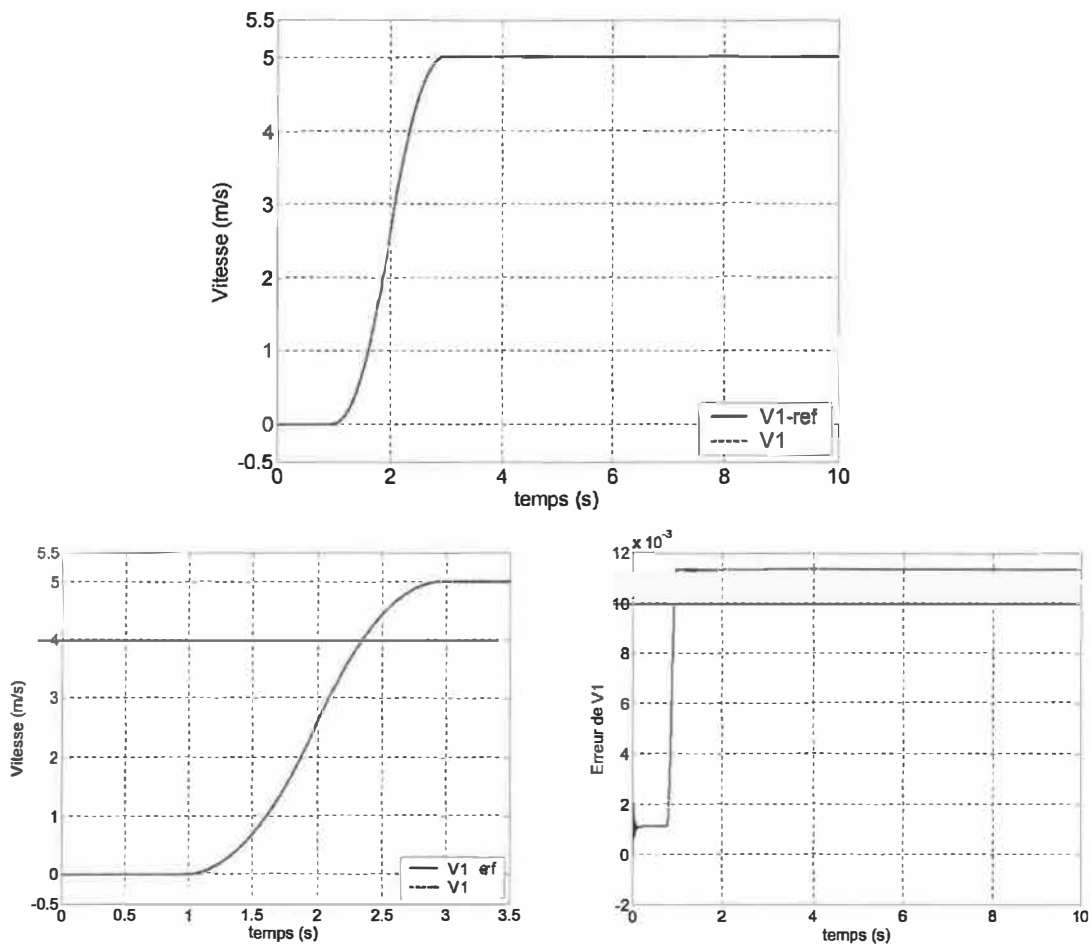


Figure 6.27 : Vitesse V1 de M1 et son erreur par la commande basée sur la passivité

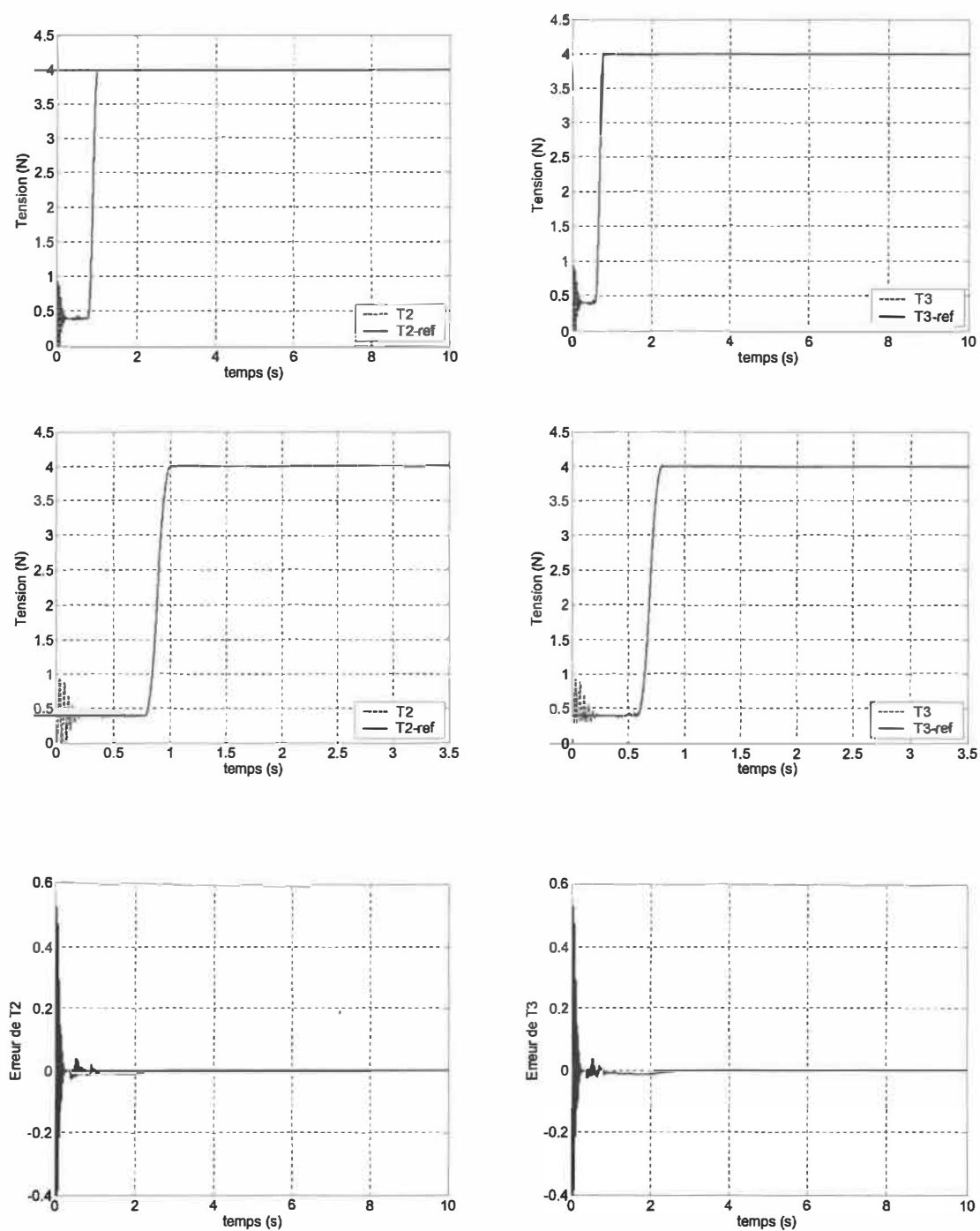


Figure 6.28 : Tensions T2 et T3 et leurs erreurs par la commande basée sur la passivité

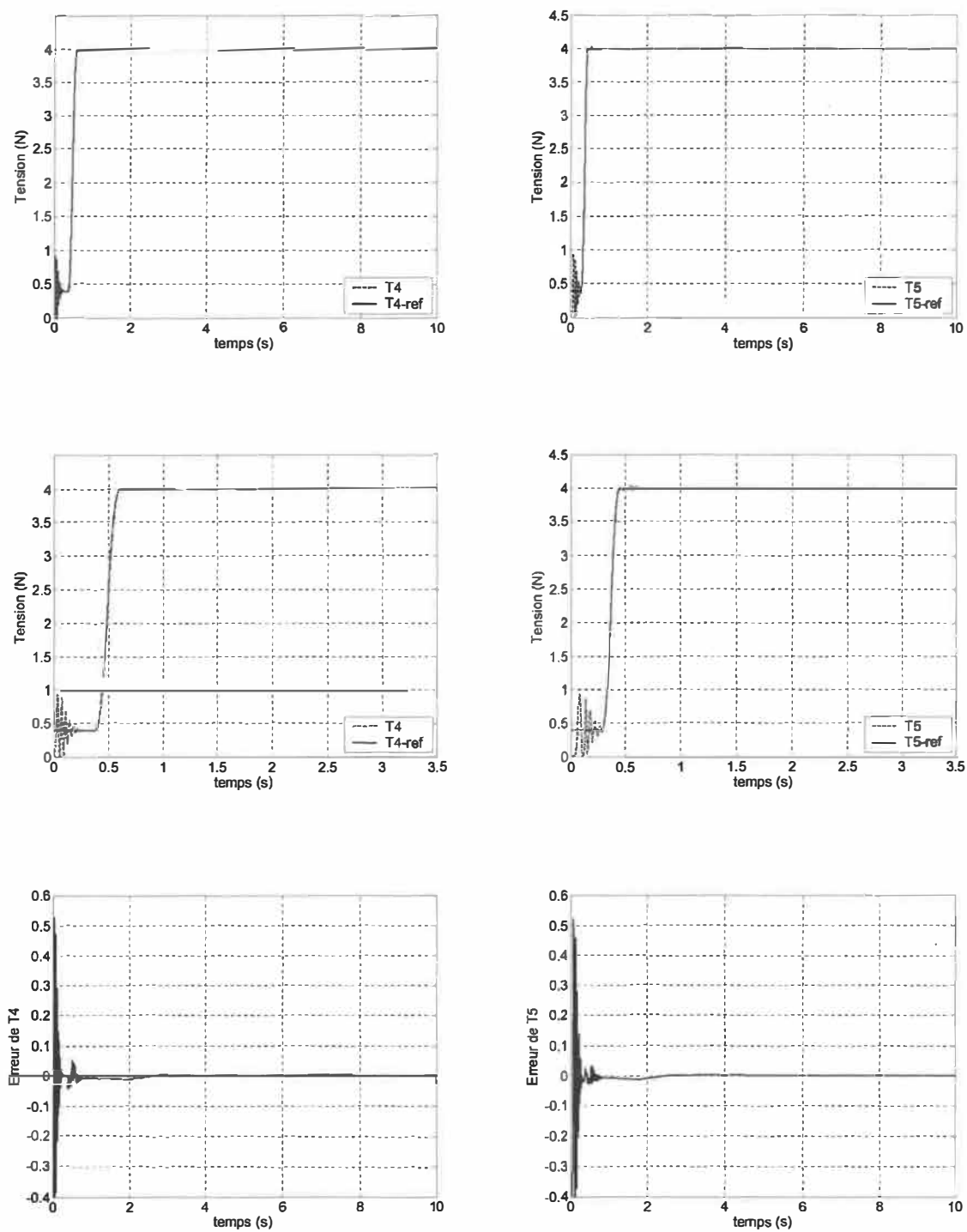


Figure 6.29 : Tensions T4 et T5 et leurs erreurs par la commande basée sur la passivité

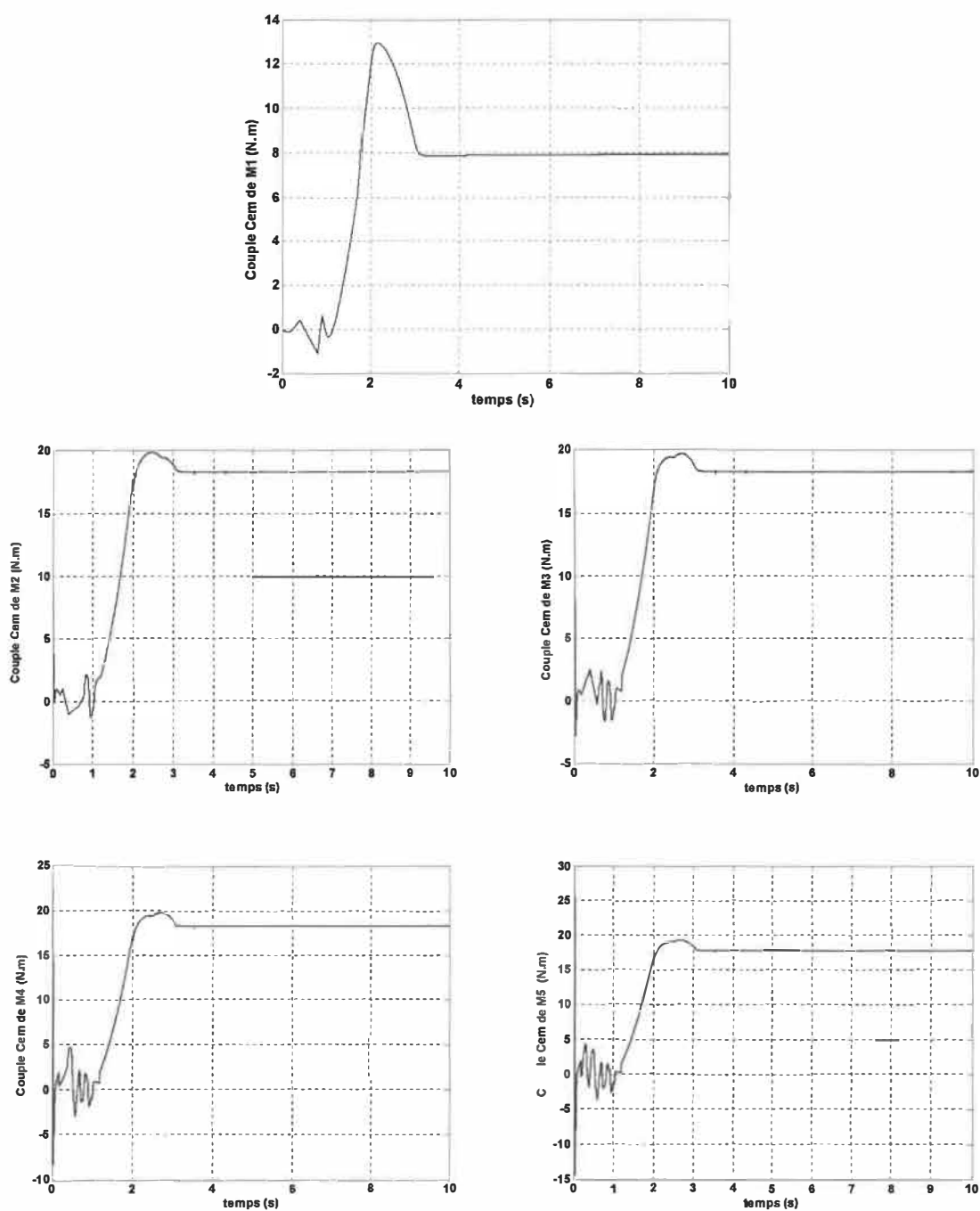


Figure 6.30 : Couple électromagnétique des cinq moteurs par la commande basée sur la passivité

6.7 Comparaison quantitative des résultats de simulation

Nous présentons dans le tableau 6.1 les valeurs de la racine de la somme des erreurs au carré (valeurs RMS) des vitesses et des tensions de la toile pour les différentes lois de commande utilisées.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{length(X)} * \sum_0^{length(X)} (X_{ref} - X)^2} \quad (6.1)$$

Les ordres de grandeur de la valeur RMS des erreurs (tableau 6.1) sont en général de même ordres de grandeur pour les différentes lois de commande. Cependant on note un couplage important entre les boucles de commande avec l'approche de *Backstepping* adaptatif, mais très peu de couplage pour l'approche basée sur la passivité. Avec cette dernière, nous notons aussi que les erreurs sont concentrées dans la période de démarrage.

Tableau 6.1 : Valeur RMS des erreurs pour les différentes lois de commande

<i>RMS</i>	Commande inverse SMC	Intégrateur de <i>Backstepping</i>	<i>Backstepping</i> basée sur la passivité
V1	0.1168	0.1249	0.0012
V2	0.0033	0.0402	—
T2	0.1048	0.0467	0.0412
V3	0.0039	0.0751	—
T3	0.1050	0.0491	0.0435
V4	0.0043	0.1137	—
T4	0.1051	0.0514	0.0467
V5	0.0046	0.1492	—
T5	0.1054	0.0530	0.0481

Les figures suivantes présentent les erreurs des trois commandes en fonction de la valeur du module de Young. Ces figures démontrent les propriétés de robustesse de ces lois de commande aux variations de module de Young de -50% à +100% (le module de Young a été modifié dans le modèle de la toile mais sans modifier les paramètres des contrôleurs).

Nous observons que la loi de commande SMC est la plus sensible aux variations de E avec une variation de la valeur RMS des erreurs de l'ordre de 200% à 300%. Les deux lois de commande basées sur la technique du *Backstepping* présentent une sensibilité comparable; la sensibilité de l'erreur de $V1$ par la commande *Backstepping* basée sur passivité est plus élevée, mais cette boucle de commande est significativement plus rapide qu'avec les autres lois de commande et l'erreur demeure très faible.

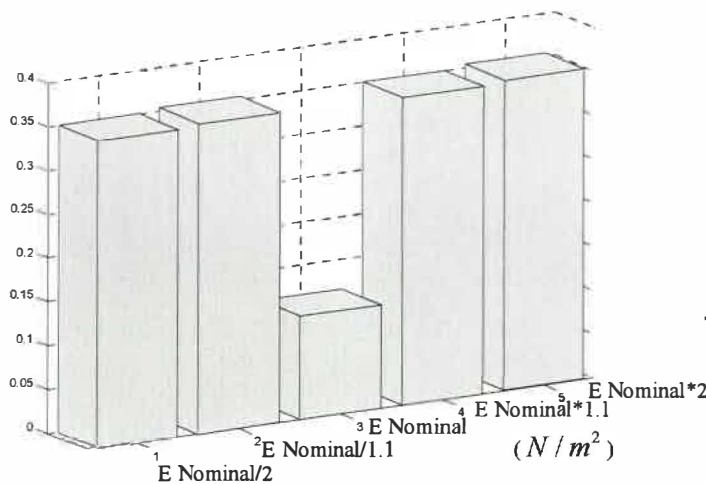


Figure 6.31 : Erreur RMS de $V1$ en fonction du module de Young par la commande SMC ($E_{\text{Nominal}} = 0.2 \cdot 10^6 \text{ (N/m}^2\text{)}$)

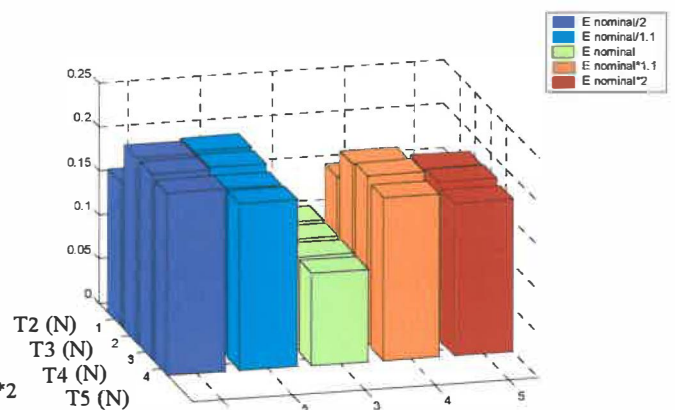


Figure 6.32 : Erreur RMS de $T2$, $T3$, $T4$ et $T5$ en fonction du module de Young par la commande SMC ($E_{\text{Nominal}} = 0.2 \cdot 10^6 \text{ (N/m}^2\text{)}$)

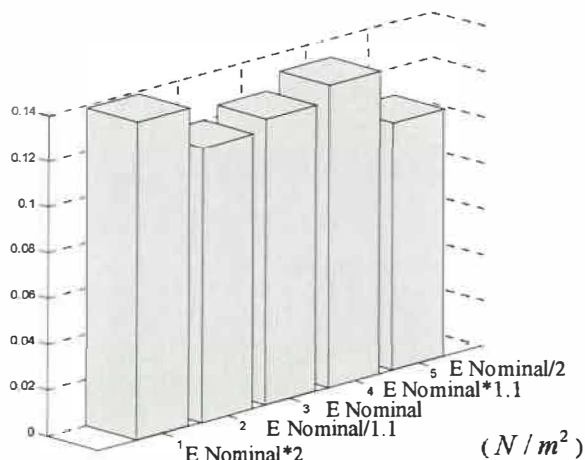


Figure 6.33 : Erreur RMS de V1 en fonction du module de Young par l'intégrateur *Backstepping* ($E_{\text{Nominal}}=0.2 \cdot 10^6 \text{ (N/m}^2\text{)}$)

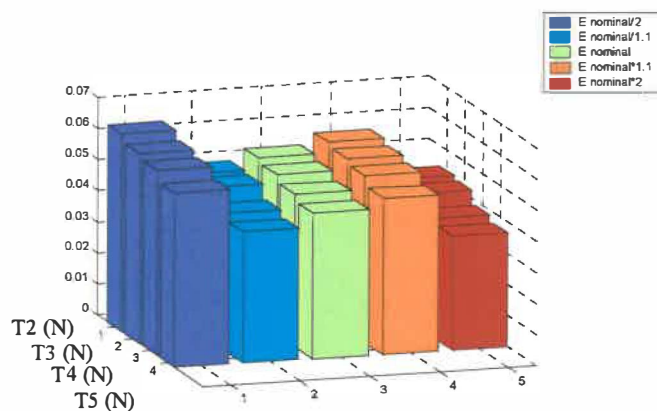


Figure 6 :34 : Erreur RMS de T2, T3, T4 et T5 en fonction du module de Young par l'intégrateur *Backstepping* ($E_{\text{Nominal}}=0.2 \cdot 10^6 \text{ (N/m}^2\text{)}$)

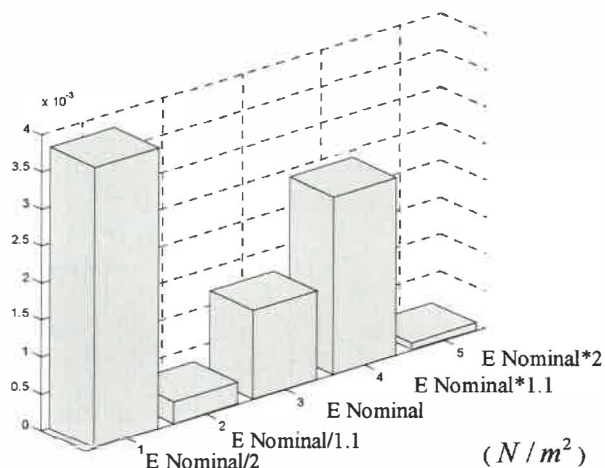


Figure 6.35 : Erreur RMS de V1 en fonction du module de Young par la commande *Backstepping* basée sur la passivité ($E_{\text{Nominal}}=0.2 \cdot 10^6 \text{ (N/m}^2\text{)}$)

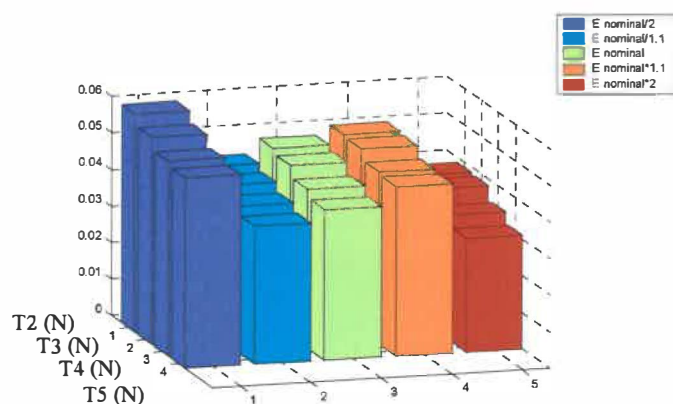


Figure 6.36 : Erreur RMS de T2, T3, T4 et T5 en fonction du module de Young la commande *Backstepping* basée sur la passivité ($E_{\text{Nominal}}=0.2 \cdot 10^6 \text{ (N/m}^2\text{)}$)

6.8 Conclusion

L'objectif général des processus de transport, bobinage et débobinage est d'assurer que l'ensemble travaille en harmonie et en synchronisme, et surtout d'assurer une bonne qualité du traitement et du rembobinage du produit.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats de simulation des différentes lois de commande et ses différents schémas blocs appliqués à un SMM en série. Les résultats sont satisfaisants et la convergence des réponses des erreurs en régime permanent est d'une grande rapidité. Comparativement, la loi de commande basée sur la passivité présente une meilleure réponse des vitesses et des tensions par rapport aux autres lois de commande (le SMC et la commande d'intégrateur *Backstepping*), dont l'erreur RMS est inférieure aux autres lois de commande, bien qu'au démarrage la tension soit portée à varier significativement. Elle a aussi l'avantage d'avoir des efforts de commande qui sont acceptables. En plus, les résultats obtenus montrent que les différentes lois de commande sont robustes aux variations de module Young.

Signalons que le temps de simulation est considérable pour les différentes lois de commande appliquées à notre système excepté la SMC. Ceci est dû aux expressions matricielles et leurs inverses qui sont assez lourdes à gérer en temps de calcul et à la présence de dérivateurs.

CHAPITRE VII:

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les problématiques des systèmes multi-moteurs s'expriment en termes de couplages entre ces moteurs. Le couplage mécanique entre les rouleaux est sûrement le cas le plus concret. Si le couplage est considéré néfaste ou nuisible aux performances, c'est avant tout en raison d'une mauvaise connaissance de ses effets. Le but majeur est de maîtriser ces effets néfastes des couplages, de sorte que les variables couplées puissent être contrôlées indépendamment.

Le transport de bande présente un exemple typique : comment dérouler puis enrouler un produit sans liaison mécanique entre le dérouleur et l'enrouleur ? Dans cette industrie, la connaissance du couplage et de ses effets nécessite une immersion dans le contexte industriel. La délimitation du sujet à l'industrie n'apparaît que dans le choix d'une application; l'étude du couplage reste valable pour une large gamme d'applications industrielles à base de déroulement–enroulement.

Nos principales contributions portent sur :

- Le développement d'un modèle d'un système multi-moteurs constitué de cinq entraînements avec un bus cc commun, qui sont couplés mécaniquement par une courroie dont la tension est réglable.
- Le développement de deux lois de commande par la technique de *Backstepping* et leur application pour synchroniser les cinq enchaînements et maintenir une tension mécanique constante entre les rouleaux du système.
- Une comparaison quantitative des résultats de simulation de ces deux lois de commande avec la Structure Maximale de Commande (SMC).

Nous avons développé les équations du modèle des Vitesses/Tensions sous la forme d'équations d'état; ce modèle a été développé avec les hypothèses suivantes :

- 1- L'enchaînement est pincé dans les rouleaux dont il n'y a aucun glissement;
- 2- Nous supposons que la section de l'enchaînement est uniforme entre les deux rouleaux, en particulier, nous négligeons la déformation de l'enchaînement aux points de contact avec les rouleaux.

- 3- Nous supposons que la tension d'entrée et de sortie sont nulles; le premier moteur est commandé en vitesse et les autres servent au réglage de la tension entre ces moteurs.

L'amélioration du système de production à base de transport de bande est toujours possible au rythme des avancées technologiques. L'appropriation de ce thème par le génie électrique sous couvert d'étude des systèmes multi-moteurs laisse apparaître un regard différent sur une problématique déjà ancienne. Cette nouvelle mise en commun de compétences devrait donc déboucher naturellement sur une amélioration des performances obtenues.

La première commande est faite par La structure Maximale de Commande (SMC) déduite selon le principe d'inversion.

La deuxième est la loi de commande par l'intégrateur du *Backstepping* combinée avec la technique de commande adaptative indirecte.

La troisième est la loi de commande du *Backstepping* avec critère de passivité pour la commande de système de type *strict-feedback*.

Ce travail nous a permis d'apporter une contribution technologique pour les systèmes multi-moteurs de haute performance où on a développé une structure de commande déjà appliquée dans le domaine de la robotique pour commander un système multi-moteur.

Les résultats de simulations montrent bien les problèmes créés dans les entraînements à Vitesses/Tensions variables et couplées; l'avantage des deux dernières structures de commande réside dans la compensation des effets de la non linéarité et d'assurer une bonne stabilité interne du système avec une erreur acceptable pendant la phase de démarrage du système. Notons que les oscillations observées au démarrage avec la loi de commande passive basée sur la *Backstepping*

sont dues à l'excitation du système par des consignes discontinues (échelon) et à la présence de dérivateurs dans le contrôleur. Ces oscillations pourraient être significativement réduites en filtrant les consignes.

Les résultats obtenus montrent que la loi de commande basée sur la passivité présente les meilleures propriétés parmi les lois de commande évaluées. Conceptuellement, la loi de commande de SMC est la plus simple. Bien que les lois de commande avec *Backstepping* aient été représentées sous forme matricielle, les matrices sont en général diagonales ou avec plusieurs éléments nuls, tel que la complexité algorithmique demeure raisonnable.

L'expérimentation sera essentielle pour valider pleinement les modèles et les résultats présentés en simulation dans ce mémoire.

Les lois de commande ont été simulées sous *Simulink MATLAB*. Le modèle développé peut être utilisé pour étudier le comportement des systèmes couplés plus complexes pour :

- 1- Étudier leur stabilité,
- 2- Valider des lois de commande développées pour maintenir le synchronisme dans les systèmes multi-moteurs.
- 3- Montrer que les différentes lois de commande sont robustes aux variations de module Young.

CHAPITRE VII:

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les problématiques des systèmes multi-moteurs s'expriment en termes de couplages entre ces moteurs. Le couplage mécanique entre les rouleaux est sûrement le cas le plus concret. Si le couplage est considéré néfaste ou nuisible aux performances, c'est avant tout en raison d'une mauvaise connaissance de ses effets. Le but majeur est de maîtriser ces effets néfastes des couplages, de sorte que les variables couplées puissent être contrôlées indépendamment.

Références

- [Artstein, 83] Zvi Artstein, “*Stabilization with relaxed controls*”. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, IEEE Vol. 7(11), no. 11, pp. 1163-1173. 1983.
- [Bertsekas, 95] Dimitri P. Bertsekas. “*Dynamic Programming and Optimal Control*”,. Athena Scientific, 1995.
- [Bouscayrol, 03] A. Bouscayrol, I. Slama-belkhodja, J.P. Hautier, S. Charlemagne. “*Flatness Based Control of non-Linear Textile Multimachine Proc*”, Laboratoire d’Électronique et d’Électrotechnique de Puissance de Lille, Laboratoire des Systèmes Électriques de Tunis 2000.
- [Bouscayrol, 00a] A. Bouscayrol, B. Davat, B. de Fornel, B. François, J. P. Hautier, F. Meibody-Tabar et M. Pietrzak-David. “*Multimachine Multiconverter Systems for Drives: Analysis of Coupling by a Global Modeling*”, IAS 2000 (Rome), octobre 2000.
- [Caron, 95] J-P.Caron et J-P.Hautier. “*Modélisation et commande de la machine asynchrone*”, Édition Technip,1995.
- [Delarue, 03] P. Delarue, A. Bouscayrol, E. Semail et B. François, “*Generic Control Method of Multi-Leg Voltage-Source-Converters for Fast Practical Implementation*”, IEEE Transactions on power electronics, vol. 18 (2003), no 2, p. 517–526.
- [Delaunay, 04] Bruno Delaunay, “*Modélisation d’un redresseur*”, *Rapport de stage, UQTR/USTL 2004*.

- [Djani, 04] Yvette Djani Wankam , “*Modélisation et commande de système bobinage basse sur REM*”, *Rapport de stage, UQTR/USTL 2004*.
- [Grellet, 96] G. Grellet et G.Clerc, “*Actionneurs électriques. Principes, modèles, commande*”, Édition Eyrolles,1996.
- [Jorkama, 96] Jorkama, M., “*On the Winder Vibration Analysis*”, Ph.D, thesis in Helsinki University of Technology (1996).
- [Jagieo, 99] J. Jagieo et Z. Nowachi. “*The Technological Requirements in Paper Industry Multimotor Drive*”, CD-ROM proc. of EPE’99 (Lausanne), 1999.
- [Koç, 00] H. Koç, “*Modélisation et commande robuste d’un système de entraînement de bande flexible*”, Thèse, Université Louis Pasteur, Strasbourg, septembre 2000.
- [Koç, 02] H. Koç, D. Knittel, M. de Mathelin and G. Abba, “*Modeling and robust control of winding systems for elastic webs*”, IEEE Transactions on control systems technology Vol. 10, N° 2, pp 199, March 2002.
- [Kokotovic, 86] Petar Kokotovic, Hassan K. Khalil, and John O'Reilly. “*Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*”, Academic Press, 1986.
- [Kristic, 95] M. Kristic, I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic. (1995), *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley & Sons.
- [Leclercq, 03] Alexandre Leclercq, (Été 2003). “*Modélisation et commande d’un étage d’un système de bobinage*”, (*Rapport de stage*). Université du Québec à Trois-Rivières/USTL.

- [Lubineau, 99] Denis Lubineau. “*Commande non linéaire de moteur asynchrone avec observateur*”, Thèse de doctorat INPG, Laboratoire d’Automatique de Grenoble, 1999.
- [Marquez, 03] Horaccio J Marquez. (2003). *Nonlinear Control Systems Analysis and Design*, ISBN 0-471-42799-3.
- [Nganga, 02] Nganga-Kouya, Donatien, « Commande non linéaire hybride force/position pour les systèmes robotiques avec contraintes holonomiques, », Thèse de doctorat, École de Technologie Supérieure, Montréal, 2002.].
- [Olshansky, 97] Olshansky, A., “*Roll Bouncing*”, Tappi Journal 80 (02): 99-107 (1997).
- [Primbs, 96] A. Primbs. Randy A. “*Control Lyapunov functions: New ideas from an old source*”, In Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, pages 3926-3931, December 1996.
- [Roye, 97] D. Roye. “*Commande des machines à courant alternatif. Le procédé, description et modélisation*”, Actes de l’Ecole d’Été d’Automatique de Grenoble, Septembre 1997.
- [Roisum, 98] D.R. Roisum. “*The Mechanics of Web Handling*”. TAPPI Press, 1998.
- [Semail, 02] E. Semail, X. Kestelyn et J. P. Hautier “*Multi-machine Modelling for Polyphase Machine*”, proc. on CD-ROM, ICEM’2002, août 2002.
- [Sepulchre, 97a] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P. V. Kokotovic. “*Interlaced systems and recursive designs for global stabilization*”, In *Proceedings of the 1997 European Control Conference*, 979-984, 1997.
- [Sepulchre, 97b] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P. V. Kokotovic. “*Constructive Nonlinear Control*”, Springer, 1997.

- [Shin, 00] Kee-Hyun Shin, "*Tension Control*", Tappi Press, 2000.
- [Sicard, 02] Pierre Sicard, Nourdine Elouariachi and Sylvain Lahaie , "*Characterization of Sensitivity to Voltage Sags of Mechanically Coupled Induction Motors*", Electrimacs 2002, August 18-21, CD-ROM.
- [Sontag, 89] Eduardo D. Sontag. "A 'universal' construction of Artstein's theorem on nonlinear stabilization". *Systems & Control Letters*, 13:117-123, 1989.
- [Sylvestre, 04] Pierre-Luc Sylvestre. , "Génération de trajectoires pour une bobineuse", *Rapport de stage, UQTR 2004*.
- [Tao, 03] Tao, Gang. (2003), "*Adaptive Design and Analysis*", *Adaptive and Learning Systems for Signal Processing, Communication, and Control*, ISBN 0-471-24752-6.
- [Valenzuela, 00] A Valenzuela et R. Lorenz. "*Electronic Line Shafting Control for Paper Drives*", *IAS 2000 (Rome)*, octobre 2000.
- [Willems, 72] Willems, J. C. (1972), "*Dissipative Dynamical System, Part I and II*", *Arch. Rational Mechanical and Analysis*, 45,332-393.

Annexe A

Modélisation du redresseur

L'avantage d'une représentation unifiée des phénomènes physiques est exploité par l'utilisation de la REM qui met en évidence les échanges de puissances des divers composants, selon le principe de l'action/réaction. Par contre, la REM ne prend pas en compte les pertes dans les différents éléments. De plus le modèle utilisé pour le redresseur contient dans certains modèles des fonctions de valeurs moyennes, ce qui ne permet pas d'avoir une interaction aux niveaux des flux d'énergie entre la charge et le réseau. Par conséquent, l'écoulement de puissance sera donc faussé. Les creux de tensions et le fonctionnement avec un réseau déséquilibré ne peuvent donc pas être simulés.

➤ Modélisation d'un redresseur de courant idéal

Le redresseur modélisé est un redresseur de courant idéal. C'est un élément qui n'a pas de signification physique vu qu'il n'existe pas de redresseur de courant. De ce fait, il n'est pas possible d'obtenir des équations correctes qui permettraient de modéliser ce redresseur [Delaunay, 04].

D'autre part dans le redresseur modélisé, le retour de tension a été supprimé pour permettre de résoudre un problème de simulation (figure A.1). De plus la valeur initiale de la tension aux bornes du condensateur a été fixée à 28000 Volts dans le but de résoudre les problèmes de simulation.

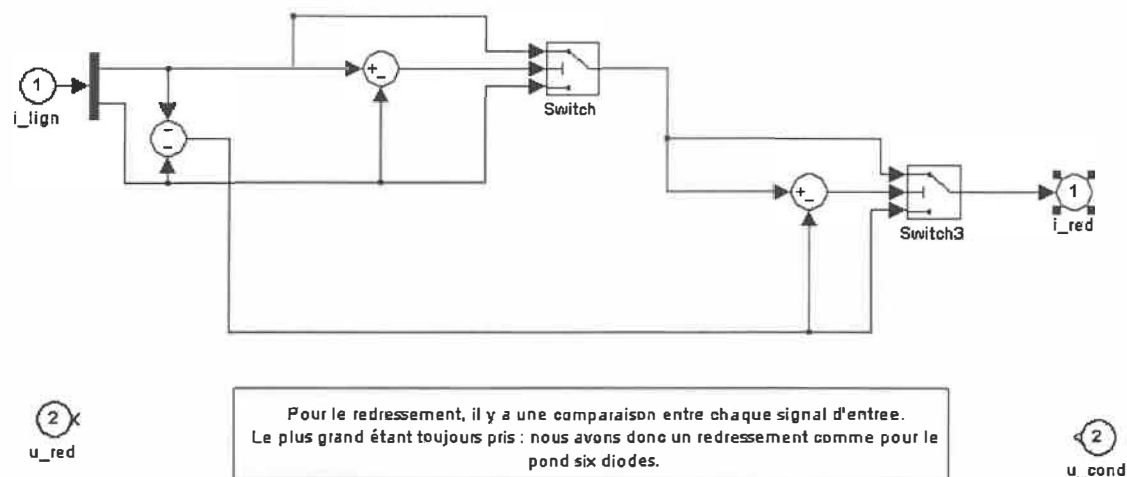


Figure A.1 : Schéma bloc du redresseur de courant

➤ Le réseau

Actuellement, le modèle du réseau nous donne deux tensions composées (modèle dq). D'un autre côté, il faut reconstruire un réseau triphasé en utilisant la matrice de Park. Il serait donc judicieux de partir directement avec trois tensions simples (modèle ABC). Le redresseur pourra ainsi être modélisé plus facilement, car nous aurons certainement besoin des courants ou des tensions sur les 3 phases, afin d'obtenir un modèle qui représente le mieux possible la réalité. De plus, en modèle ABC, la modélisation de tension déséquilibrée sera réalisée par l'omission des hypothèses simplificatrices et permettra une modélisation instantanée plutôt que de moyenner par une analyse topologique le pont redresseur.

➤ Modélisation d'un redresseur de tension

Pour modéliser un réseau parfait avec un redresseur de tension et une inductance de lissage il faut respecter le principe de causalité intégrale.

▪ **Théorie de base d'un redresseur de tension :**

Un redresseur de tension n'est pas réversible, le courant en sortie de ce dernier ne peut pas être négatif, il est essentiel de tenir compte de ceci dans le modèle proposé. Alors, il faut modéliser un redresseur qui ne peut pas fournir de courant négatif

▪ **Condition de fonctionnement :**

Dès que le courant de sortie devient négatif ou nul on vient bloquer le redresseur.

Condition de blocage : Si i_L est négatif ou nul et $U_{red} < V_c$

Alors $U_{red} = V_c$

Condition de déblocage : $U_{red} > V_c$

La condition du déblocage doit être prioritaire par rapport à la condition de blocage afin de permettre au système un bon fonctionnement.

Pour amener la tension du bus continu à l'entrée du redresseur dans le but de pouvoir réaliser la fonction de blocage et de déblocage, il faut donc utiliser un capteur de tension et amener cette donnée jusqu'au redresseur.

La figure A.2 montre une représentation de REM du système sans l'impédance de ligne

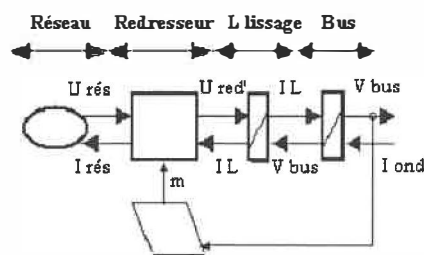


Figure A.2 : REM et SMC du redresseur avec le capteur de tension

m : indice de modélisation

■ Fonctionnement du bloc redresseur

- ✓ Obtention de la tension redressée : À chaque instant la tension qui a la valeur absolue la plus élevée est obtenue. Ensuite cette tension est envoyée vers des comparateurs qui empêchent le courant I_L de devenir négatif.
- ✓ Détermination du courant qui retourne vers le réseau (figure A.3): le courant dans chaque diode est obtenu en tenant compte que la commutation se fait instantanément.

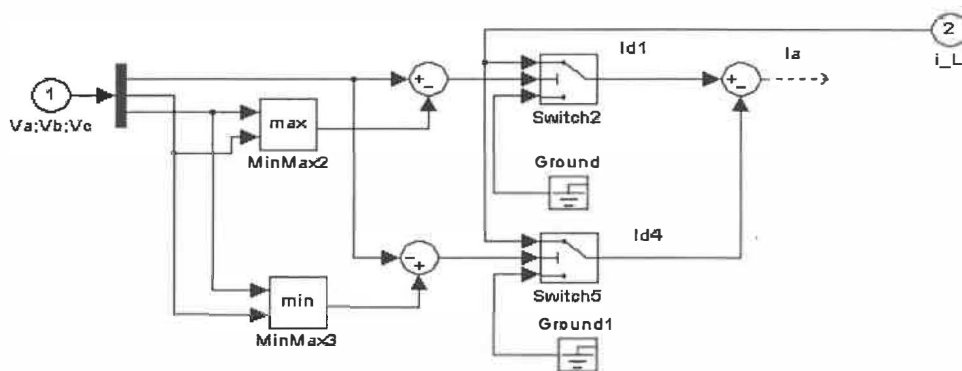


Figure A.3 : Détermination du courant dans la ligne 'a'

■ Résultat avec un réseau idéal

Le Redresseur fonctionne correctement, la tension redressée est très proche de la réalité, de plus, même constatation pour la tension sur le bus continu.

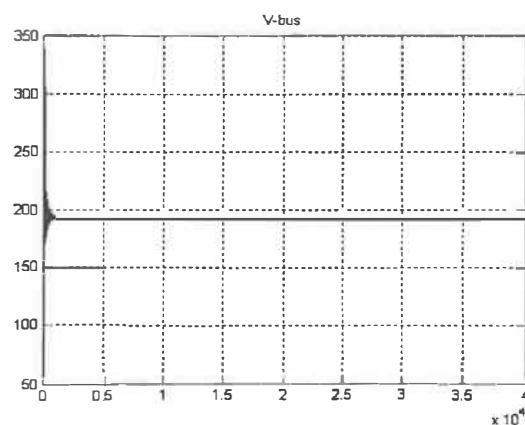


Figure A.4 : Courbe de la tension sur le bus cc

➤ Modélisation d'un redresseur réel. [Delaunay, 04]

▪ **Principe de fonctionnement du redresseur utilisé dans la simulation**

Cette commande conserve le principe de fonctionnement classique des diodes conventionnelles pour redresser la tension. Cependant, elle se présente sous forme d'un modèle construit à partir des portes logiques, selon la figure A.5 ci-dessous.

La logique de commande est modifiée pour essayer d'approcher encore plus la réalité. Pour cela, le modèle reprend le principe de base de conduction des diodes. Une diode conduit lorsque la tension à ses bornes est positive ou le courant la traversant n'est pas nul. Les signaux de commande sont définis par une porte logique 'OU' qui a pour entrées le courant dans la diode et la tension à ses bornes.

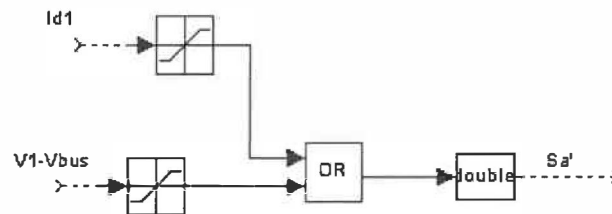


Figure A.5 : Logique de commutation de la diode d1

▪ **Modification du bus :**

Pour palier au problème de masse flottante donnant lieu à des perturbations, le modèle du bus continu est modifié, un point de masse y est ajouté. Ceci permet aux tensions VC1, VC2 et aux tensions aux bornes des capacités de lignes d'être référencées par rapport à un même point.

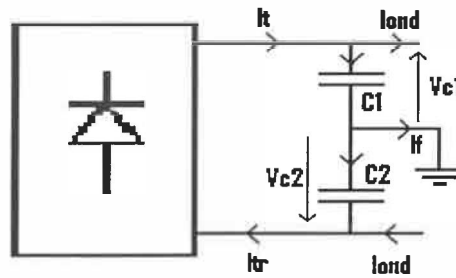


Figure A.6: Schéma du nouveau bus continu

On remarque sur la figure A.7 que les tensions aux bornes des capacités sont tronquées. Ce phénomène est dû à l'interaction entre l'impédance de ligne et l'inductance parasite. Ce problème ne pouvant être résolu pour le moment, nous testerons le redresseur avec un réseau parfait, dans la suite de l'étude.

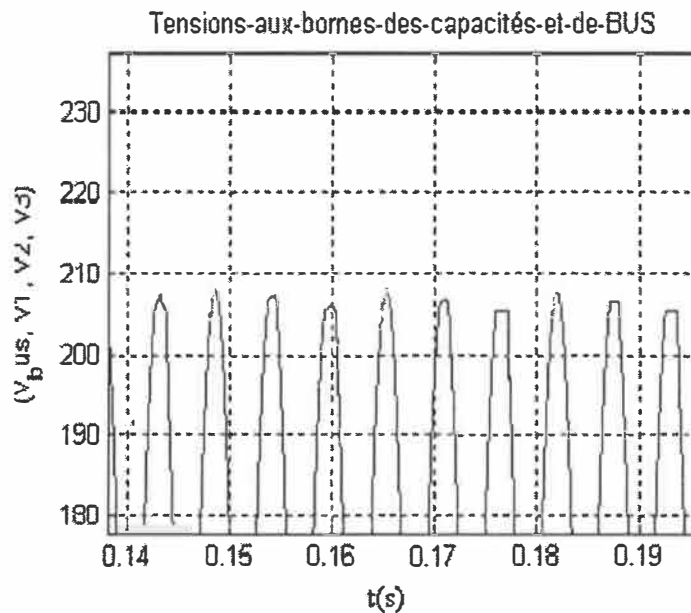


Figure A.7 : Tension du bus cc et tension aux bornes des inductances

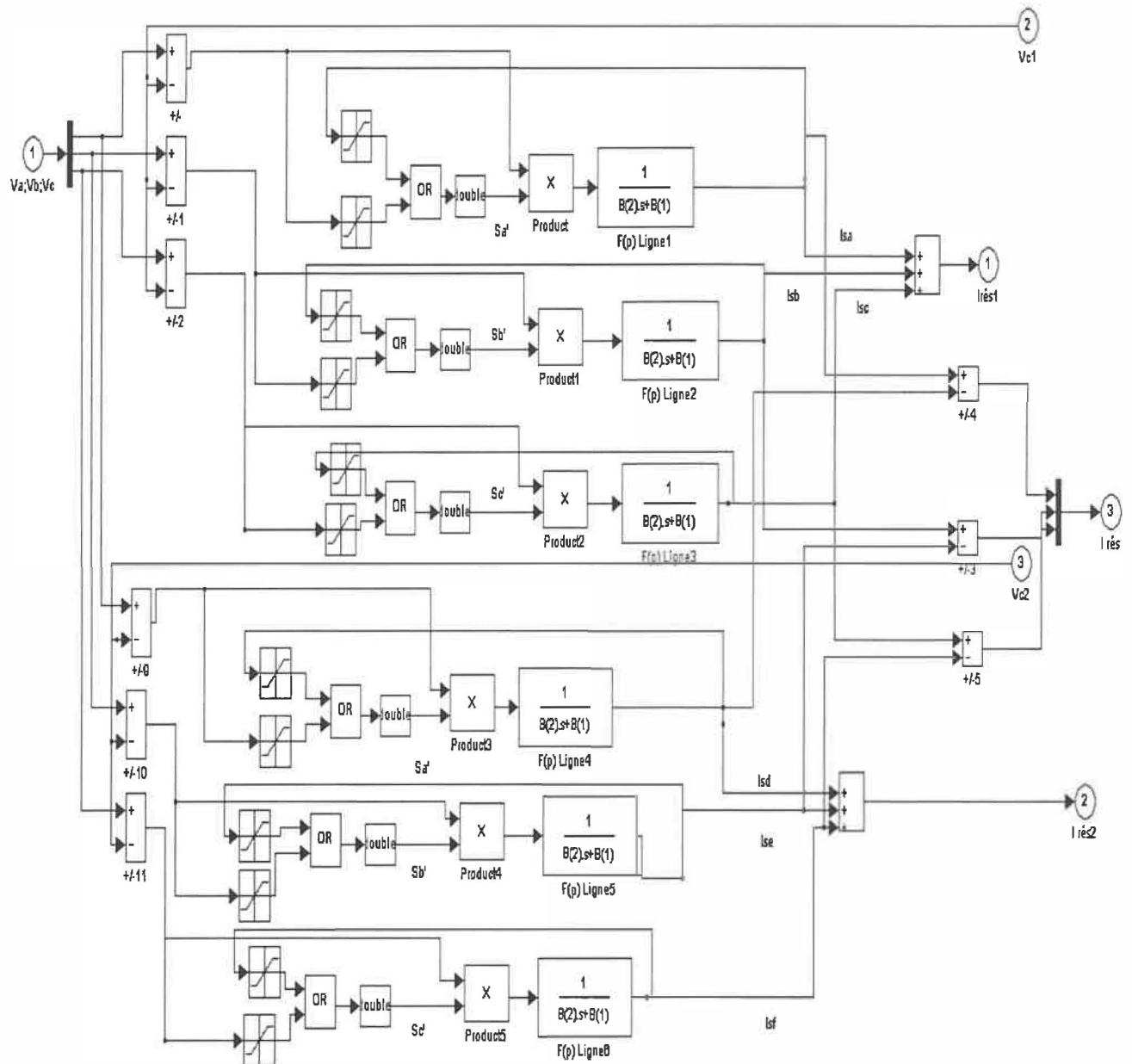


Figure A.8 : Schéma bloc du simulateur du redresseur

Annexe B

Passivité : exemple d'un circuit RLC connecté à une batterie

Soit un circuit électronique régi par le système d'équations d'état suivant [Krstic, 95] :

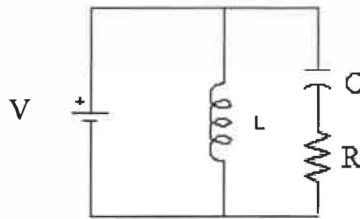


Figure B.1 : Circuit RLC connecté à une batterie

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} i_L = \frac{1}{L} v \\ \frac{d}{dt} v_c = \frac{1}{RC} (v - v_c) \\ i = i_L + \frac{1}{R} (v - v_c) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Où v et i sont respectivement l'entrée et la sortie du système.

L'énergie emmagasinée dans l'inductance est égale à $\frac{1}{2}Li_L^2$ et celle emmagasinée dans la capacitance est donnée par $\frac{1}{2}Cv_c^2$. L'énergie totale du circuit qui est la somme de l'énergie emmagasinée dans l'inductance et dans la capacitance est égale à :

$$E = \frac{1}{2}Li_L^2 + \frac{1}{2}Cv_c^2 \quad (\text{B.2})$$

Dérivée par rapport au temps, l'expression (B.2) donne:

$$\frac{d}{dt}E = vi - \frac{1}{R}(v - v_c)^2 \leq vi \quad (\text{B.3})$$

On conclut alors que le système dissipe de la puissance. Aussi, si nous avons une fonction de stockage donnée par:

$$W(u, y) = vi \quad (\text{B.4})$$

Le système est donc passif.

Annexe C

Matrices et vecteurs des paramètres de la technique du *Backstepping* basée sur la passivité

- Matrice des longueurs des matériaux entre chaque deux rouleaux.

$$L = \begin{bmatrix} L_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_5 \end{bmatrix}$$

- Vecteur des tensions dans les matériaux entre chaque deux rouleaux.

$$\dot{X} = [T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5]^T$$

- Vecteur des vitesses linéaires de sortie.

$$V = \begin{bmatrix} V_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_5 \end{bmatrix}$$

- Vecteur des paramètres d'entrée.

$$G = \begin{bmatrix} V_1(ES - T_1) \\ V_2(ES - T_2) \\ V_3(ES - T_3) \\ V_4(ES - T_4) \end{bmatrix}$$

- Matrice des moments d'inerties des rouleaux.

$$J_M = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 \end{bmatrix}$$

- Vecteur des vitesses de rotation.

$$Y_1 = [\Omega_2 \quad \Omega_3 \quad \Omega_4 \quad \Omega_5]^T$$

- Matrice des paramètres de la toile/rayons des rouleaux.

$$K_r = \begin{bmatrix} ESR_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ESR_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ESR_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ESR_5 \end{bmatrix}$$

- Matrice des coefficients des frottements visqueux des rouleaux.

$$F = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_5 \end{bmatrix}$$

- Vecteur des vitesses rotation.

$$Y = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3 \quad \Omega_4 \quad \Omega_5]^T$$

- Matrice des rayons du rouleau.

$$K_m = \begin{bmatrix} -R_1 & 0 & 0 & 0 \\ R_2 & -R_2 & 0 & 0 \\ 0 & R_3 & -R_3 & 0 \\ 0 & 0 & R_4 & -R_4 \\ 0 & 0 & 0 & R_5 \end{bmatrix}$$

- Vecteur des couples des moteurs.

$$Z = [C_{em1} \quad C_{em2} \quad C_{em3} \quad C_{em4} \quad C_{em5}]^T$$

- Matrice positive de gains.

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_5 \end{bmatrix}.$$

Annexe D

Dérivation des signaux de trajectoire de référence

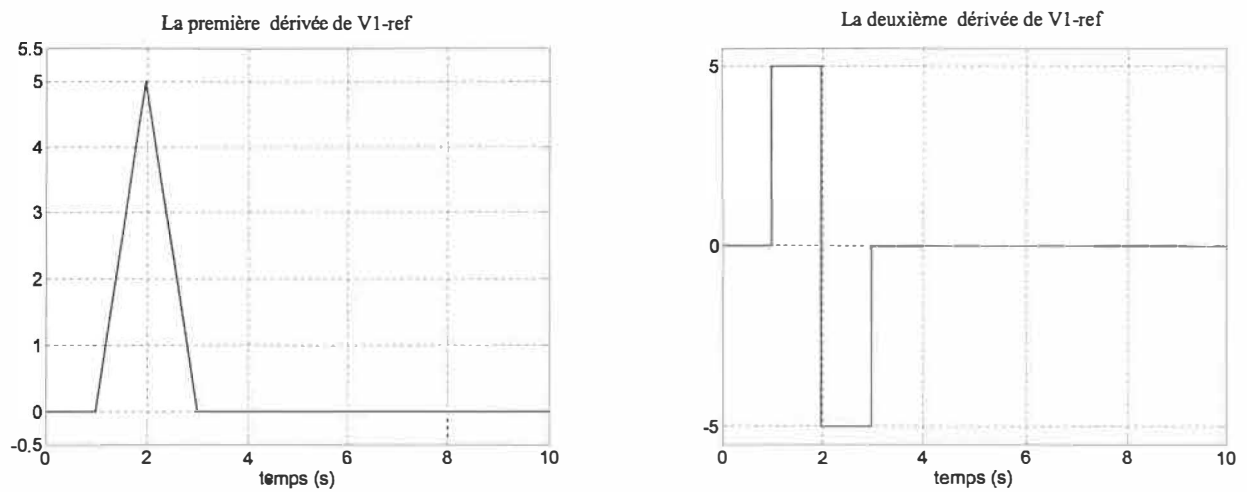


Figure D.1 : Première et deuxième dérivées de la vitesse désirée de M1

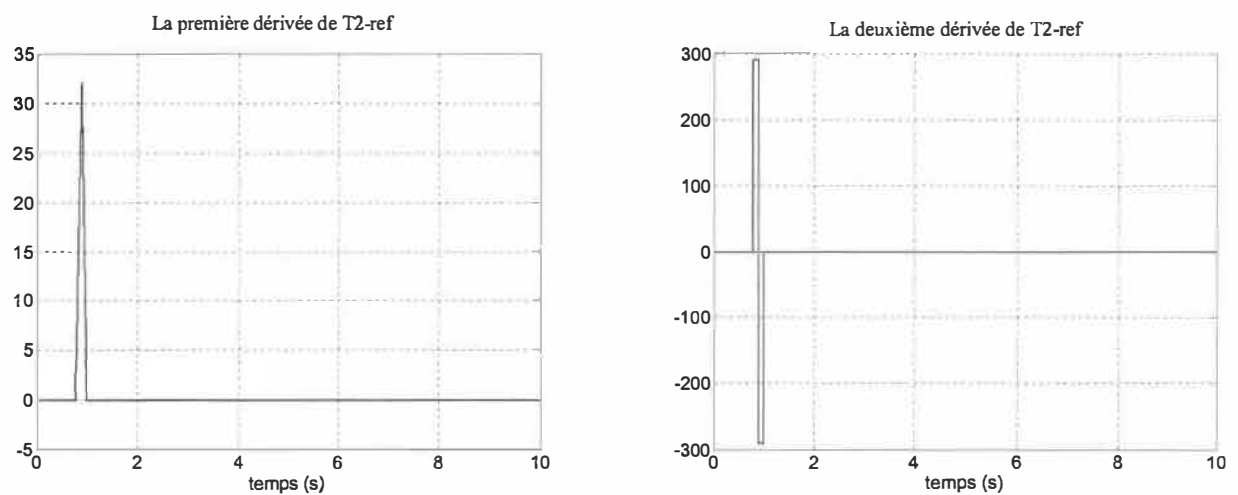


Figure D.2 : Première et deuxième dérivées de la tension désirée de T2-ref

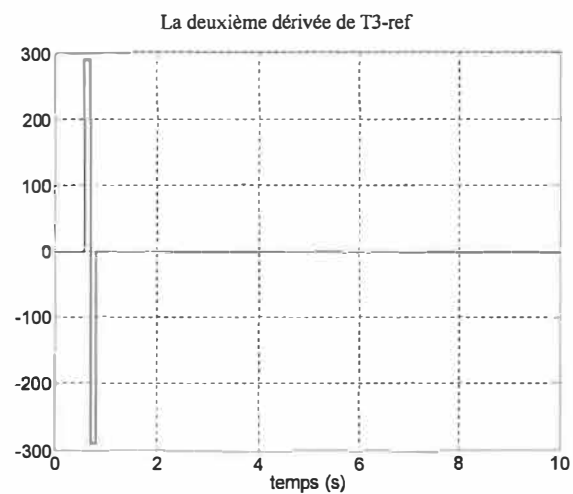
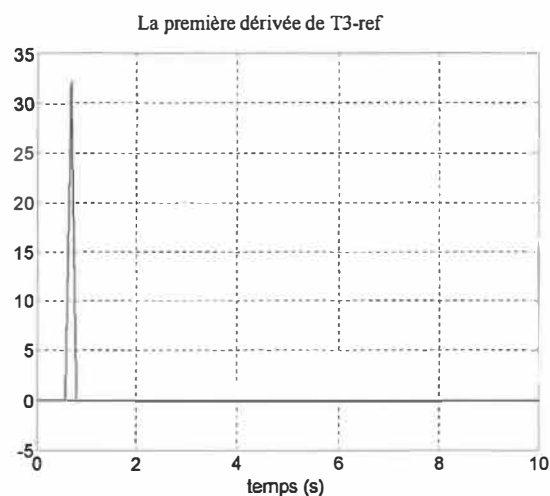


Figure D.3 : Première et deuxième dérivées de la tension désirée de T3-ref

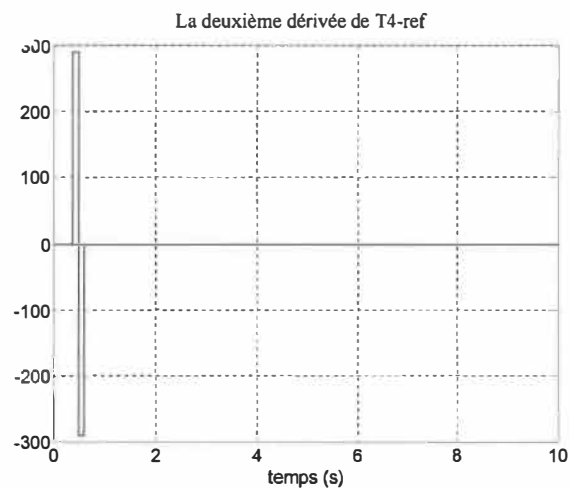
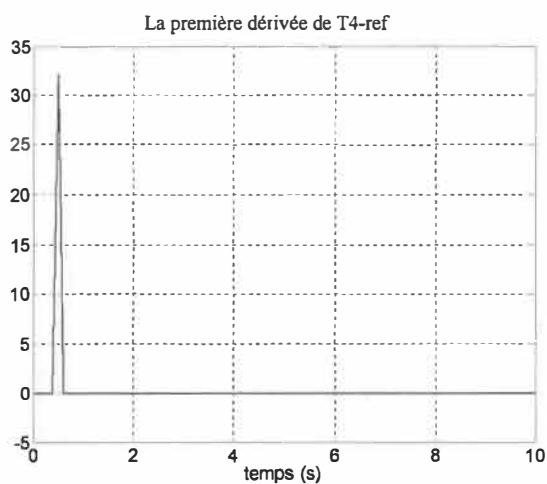


Figure D.4 : Première et deuxième dérivées de la tension désirée de T4-ref

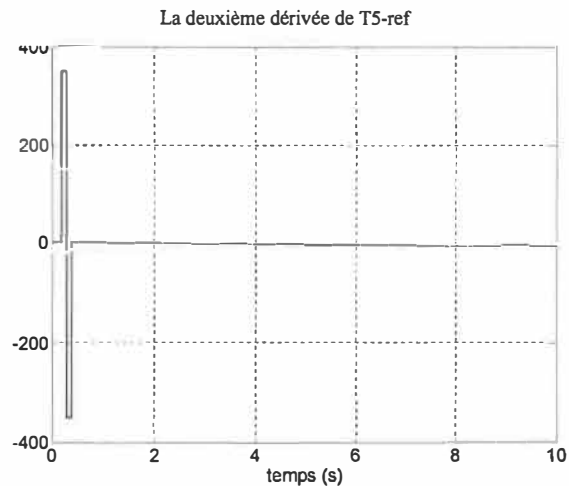
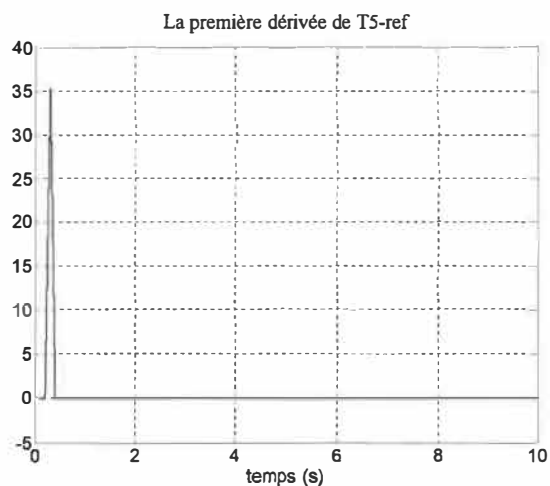


Figure D.5 : Première et la deuxième dérivées de la tension désirée de T5-ref

➤ Code programme des trajectoires des signaux.

/******

Générateur de trajectoire selon un profil de vitesse trapézoïdale

Programme principal de la S-function Builder (section Output)

% Créé par : Christian THIFFAULT : été 2004”
% modifiée par : Eshbair Fahed le : 01/05/2005
% dernière modification le : 23/06/2005

Les paramètres d'entrées sont:

in_T Le temps réel
consigne La consigne de position à appliquer
consigne_precedente La consigne précédente qui a été appliquée
vit_max La vitesse maximale admissible
acc_max L'accélération maximale admissible

Les paramètres de retour sont:

mesure_position La position actuelle
mesure_vitesse La vitesse actuelle
in_To Le temps initial
in_Po La position initiale
in_Pf La position finale (consigne)
in_Vo La vitesse initiale
in-Ta Le temps Ta
in_Tb Le temps Tb
in_Tc Le temps Tc
in_Signe Le sens de déplacement de la position
in_init Permet d'effectuer une initialisation
in_Gabarit Gabarit utilisé pour la trajectoire

Les paramètres de sorties sont:

Position La position actuelle
Vitesse La vitesse actuelle
Acceleration L'accélération actuelle

// Déclaration des variables temporaires

double T = 0; // Temps actuel
double To = 0; // Temps initial pour la trajectoire
double DT = 0; // Delta temps entre actuel et initial

```

double Ta = 0;           // Temps Ta pour la trajectoire
double Tb = 0;           // Temps Tb pour la trajectoire
double Tc = 0;           // Temps Tc pour la trajectoire
double Po = 0;           // Position initiale pour la trajectoire
double Pf = 0;           // Position finale pour la trajectoire
double DP = 0;           // Delta position entre finale et initiale
int Signe = 0;           // Signe qui donne le sens de déplacement de DP
double Vo = 0;           // Vitesse initiale pour la trajectoire
double Vmax = 0;         // Vitesse maximale permise
double Ao = 0;           // Accélération initiale
double Amax = 0;         // Accélération maximale permise

int Gabarit = 0;         // Gabarit utilisé présentement
double vit = 0;          // Variable utilisée pour tester la validité des gabarits

double Cvab = 0;         // Constante de la vitesse pour la section A à B
double Cpab = 0;         // Constante de la position pour la section A à B
double Cvbc = 0;         // Constante de la vitesse pour la section B à C
double Cpbc = 0;         // Constante de la position pour la section B à C

```

// Programme principal

```

// Vérifier si on demande un changement de consigne
if((*consigne != *consigne_precedente) || (*in_init == 0)){
    To = *in_T;
    Po = *mesure_position;
    Pf = *consigne;
    DP = Pf - Po;
    // Prendre la valeur absolue de DP
    if(DP < 0){
        Signe = -1;
        DP = Signe*DP;
    }
    else{
        Signe = 1;
    }
    Vo = *mesure_vitesse;
    Amax = *acc_max;
    Vmax = *vit_max;

    // Tester la validité du gabarit 1 (gabarit optimal)
    Tb = (Signe*(-Vo) + sqrt(2*pow(Vo,2) + 4*Amax*DP))/Amax;
    Ta = (Amax*Tb + Signe*(-Vo))/(2*Amax);
    vit = Amax*Ta + Signe*Vo;
    if(vit <= Vmax) Gabarit = 1;
    // Gabarit 1 non valide, utiliser le gabarit 2
    else{
        Gabarit = 2;
    }
}

```

```

    Ta = (Vmax-Signe*Vo)/Amax;
    Tc = DP/Vmax + Ta/2 - Signe*Ta*Vo/(2*Vmax) + Vmax/(2*Amax);
    Tb = Tc - Vmax/Amax;
}
// Tester la validité des temps
if(Ta < 0){
    // Cas particulier, voir plus bas
    Gabarit = 3;
}
// Mettre à jour les sorties
*out_Gabarit = Gabarit;
*out_To = To;
*out_Po = Po;
*out_Pf = Pf;
*out_Vo = Vo;
*out-Ta = Ta;
*out_Tb = Tb;
*out_Tc = Tc;
*out_Signe = Signe;
*out_init = 1;
}
// Pas de changement de consigne
else{
    Gabarit = *in_Gabarit;
    *out_Gabarit = Gabarit;
    To = *in_To;
    Po = *in_Po;
    Pf = *in_Pf;
    Signe = *in_Signe;
    Vo = *in_Vo;
    Ta = *in-Ta;
    Tb = *in_Tb;
    Tc = *in_Tc;
    Amax = *acc_max;
    Vmax = *vit_max;
}
// Variables qui ne changent pas pour les 2 cas précédents
T = *in_T;
Vmax = *vit_max;
DT = T-To;

if(Gabarit == 1){
    // Vérification du cas présent
    if((DT >= 0) && (DT < Ta)){
        *acceleration = Amax;
        *vitesse = Signe*(Amax*DT) + Vo;
        *position = Signe*(Amax*pow(DT,2)/2) + Vo*DT + Po;
    }
    else if((DT >= Ta) && (DT < Tb)){
        *acceleration = -Amax;
    }
}

```

```

        Cvab = Amax*Tb;
        *vitesse = Signe*(-Amax*DT + Cvab);
        Cpab = Signe*Pf + (Amax*pow(Tb,2))/2 - Cvab*Tb;
        *position = Signe*(-Amax*pow(DT,2)/2 + Cvab*DT + Cpab);
    }
    else{
        *acceleration = 0;
        *vitesse = 0;
        *position = Pf;
    }
}

if(Gabarit == 2){
    // Vérification du cas présent
    if((DT >= 0) && (DT < Ta)){
        *acceleration = Amax;
        *vitesse = Signe*(Amax*DT) + Vo;
        *position = Signe*(Amax*pow(DT,2)/2) + Vo*DT + Po;
    }
    else if((DT >= Ta) && (DT < Tb)){
        *acceleration = 0;
        *vitesse = Signe*Vmax;
        Cpab = Signe*Amax*pow(Ta,2)/2 + Vo*Ta + Po - Signe*Vmax*Ta;
        *position = Signe*Vmax*DT + Cpab;
    }
    else if((DT >= Tb) && (DT < Tc)){
        *acceleration = -Amax;
        Cvbc = Amax*Tc;
        *vitesse = Signe*(-Amax*DT + Cvbc);
        Cpbc = Signe*Pf - (Amax*pow(Tc,2))/2;
        *position = Signe*(-Amax*pow(DT,2)/2 + Cvbc*DT + Cpbc);
    }
    else{
        *acceleration = 0;
        *vitesse = 0;
        *position = Pf;
    }
}

// *** Ce cas n'est pas un gabarit ***
// C'est un cas particulier où, au moment de changer de consigne,
// nous sommes déjà rendu à la nouvelle consigne désirée, mais avec une certaine vitesse
if(Gabarit == 3){
    *acceleration = -Amax;
    *vitesse = Signe*(-Amax*DT) + Vo;
    *position = Signe*(-Amax*pow(DT,2)/2) + Vo*DT + Po;
    // Dans le cas ou la vitesse initiale est positive
    // Vérifier si la vitesse est plus petite que zéro
    if((Vo >= 0) && ((Signe*(-Amax*DT) + Vo) <= 0)){
        // Réappliquer l'initialisation
    }
}

```

```
        *out_init = 0;
    }
    // Dans le cas ou la vitesse initiale est négative
    // Vérifier si la vitesse est plus grande que zéro
    if((Vo < 0) && ((Signe*(-Amax*DT) + Vo) >= 0)){
        // Réappliquer l'initialisation
        *out_init = 0;
    }
}

// Si le DP est négatif et la vitesse positive
if((Signe == -1) && (*mesure_vitesse > 0)){
    *acceleration = Amax;
    *vitesse = Signe*(Amax*DT) + Vo;
    *position = Signe*(Amax*pow(DT,2)/2) + Vo*DT + Po;
    // Vérifier si la vitesse est plus petite que zéro
    if((Signe*(Amax*DT) + Vo) <= 0){
        // Réappliquer l'initialisation
        *out_init = 0;
    }
}
```


Annexe E

Code et schéma bloc du système commandé par la commande SMC

V

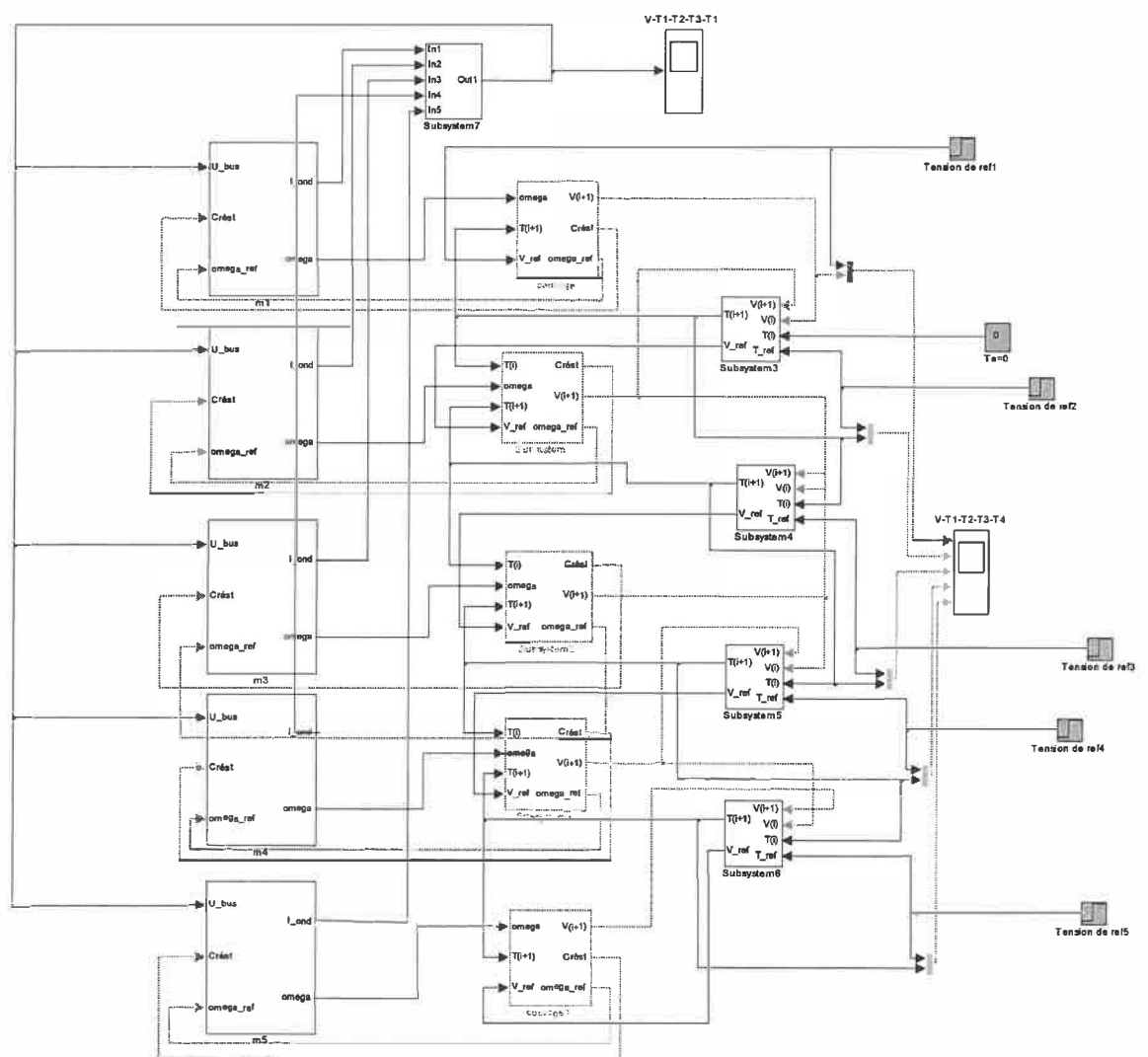


Figure E.1 : Schéma bloc du système composé de cinq moteurs par SMC

➤ Code programme de la commande SMC

```

% -----
%
%           Programme Matlab : Init.m
%
%           Initialisation (Matlab)
%
% pour la Simulation d'un systeme de bobinage par la structure maximale de commande
%
%           Type de maquette :
%
%           - cinq moteurs M1, M2, M3, M4 et M5.
%
%           (type de moteur : MAS a rotor court-circuité 5 hp)
%           - Il existe quatre tendeurs de toile : un entre M1 et M2
%                                     : un entre M2 et M3
%                                     : un entre M3 et M4
%                                     : un entre M4 et M5
%
% Objectif :
%
% Realiser le controle du synchronisme entre les machines tournantes
% tout en ayant une tension de toile constante entre les moteurs.
%
% -----
%           Eshbair Fahed le : 01/05/2005
%           derniere modification le : 23/06/2005
%           "Créé par A.Leclercq : 02/04/03"
% -----

clear
clc
% -----
%           paramètres du modèle du processus
% -----

%---- paramètre source électrique triphasé(SE1) -----
% la source est de type triphasé de 208 V (entre phase) est obtenue par
% alimentation triphasé de type réglable en amplitude.
% les deux tensions composées sont déphasées de  $\pi/6$ 

U_source=208; % tension entre phase = 208 V ; tension simple =
208/racine de 3
Frequence=60; % La fréquence du réseau = 60 hz
Pulsation=2*pi*Frequence; % Pulsation du réseau : pulsation=2*pi*f ; f=60 hz

%-----Paramètre de redresseur%-----

R_para=0.01; % Résistance = 0.01 ohms

L_para=1e-6; % Inductance de ligne = 1e-6 Henry

```

K_para=1/R_para; % Numérateur de la fonction de transfert obtenue pour la ligne : $K_{ea} / (1+\tau_{ea} \cdot p)$

tau_para=L_para/R_para; % Constante de temps de la fonction de transfert

%----- paramètres condensateur et bus continu -----

% Nous avons à notre disposition 5 valeurs de condensateur

% 350, 700, 1400, 2800 et 5600 micro-farade.

% nous prendrons une valeur de 1400 micro pour l'instant (valeur prise au hasard)

% de type RC parallèle

% modélisation de type modèle d'état afin de pouvoir

% définir une valeur initiale :

% $\dot{X} = AX + BU$ avec $A=0$, $B=1/C$

% $Y = CX + DU$ avec $C=1$, $D=0$

c_cond=700e-6; % C est la valeur du condensateur du bus commun aux trois onduleurs

r_cond=1200; % résistance de fuite du condensateur

%----- paramètres onduleurs -----

% Les trois onduleurs sont identiques

% Modélisation aux valeurs moyennes, uniquement

% par fonction de modulation (ou de conversion)

% $V_m = m_{ond} V$

% $I_m = m_{ond} I$

%----- paramètres du modèle de l'arbre du MAS_1,...,5 -----

% L'arbre se caractérise par l'équation : $J_1 d(\omega_1)/dt + f \cdot \omega_1 = C_{em1} + C_{rl}$

% Nous pouvons l'écrire sous forme de Laplace

% Nous obtenons donc : $\omega_1 = (c_{em1} + c_{r1}) \cdot k_{arbre1} / (1 + \tau_{arbre1} \cdot p)$

% avec $k_{arbre1} = 1/f_1$

% $\tau_{arbre1} = J_1/f_1$

J_arbre=0.0357; % Inertie du moteur_1,...,5 en « kg.m2 »

f_arbre=0.003; % coef. de frottement par friction (Nms)

K_arbre=1/f_arbre; % Numérateur de la fonction de transfert obtenue pour la ligne :
% $K_{arbre} / (1 + \tau_{arbre} \cdot p)$

tau_arbre=J_arbre/f_arbre;

%----- paramètres de la box_1,...,5 -----

% la box 1 permet d'avoir la vitesse linéaire en fonction de la vitesse angulaire du moteur 1

```
% et de passer de la tension de réaction a un couple resistant :
% Nous avons donc :
%          V1 = R1 * omega 1
%          Cr1 = R1 * (Tpl - T1)

R1=0.50/2;          % Le diametre est de 50 cm : r1 = 0.50/2 metres

%----- paramètres des toiles -----
%-----

E=0.2*1e6;          % Module de Young en (N/m2, idem pour toutes les toiles)

S=2e-3;          % =0.1e-3      % en (m2) section initiale de la toile (considérer tjrs est
20cm carré)

L=2;          % longueur de toile_2,...,5 metres

Ttoile_max=10^6;

%----- paramètres machine asynchrone -----
%          quelle machine, quelle puissance ?

%--- transformations pour modele de MA en (d,q) -----
%          la transformation globale permet de passer de la REM de l'onduleur triphasé
%          à celle de la MA dans le repère (d,q) lié au stator

Kvu= [1 0 -1;          % matrice de tranformation v -> u
(u=[Kvu]*v)
      0 1 -1];          %          avec u=[u13,
u23] et v=[vs1n, vs2n, vs3n]

Kvu2= [2 1 ;          % matrice de
transformation de v -> u (u=[Kvu]*v)
      1 2];          % avec u = [u13, u23] et v
=[vs1n, vs2n]

Kuv=(1/3)*[2 -1;          % matrice de tranformation u
-> v (v=[Kuv]*u)
      -1 2;          %          avec u=[u13,
u23] et v=[vs1n, vs2n, vs3n]
      -1 -1];

Kuv2=(1/3)*[2 -1;          % matrice de tranformation u
-> v (v=[Kuv]*u)
      -1 2];          %          avec u=[u13, u23] et
v=[vs1n, vs2n]

Kii=[1 0 0;          % matrice de
transformation des courants
      0 1 0];          %          de i=[is1, si2,
is3] vers i=[is1, is2]
```

```

C=sqrt(2/3)*[1 -1/2    -1/2;
              0 sqrt(3)/2 -sqrt(3)/2]; % matrice de Concordia (conservation de P)
                                         %          vdq=[C]*v123

Cinv=sqrt(2/3)*[1      0;
                 -1/2 sqrt(3)/2]; % matrice de Concordia inverse :
[Cinv]=[C]t %          is123=[Cinv]*idq avec
          -1/2 -sqrt(3)/2];

% --- rem --- [C] deduit de [P(teta)] matrice de Park
% teta=0
% P=sqrt(2/3)*[cos(teta) cos(teta-2*pi/3) cos(teta+2*pi/3);
%              -sin(teta) -sin(teta-2*pi/3) -sin(teta+2*pi/3)]

%----- paramètres machine asynchrone -----

p=2; %Nombre de paires de poles
Rs=0.4; % Resistance statorique (Ohm)
Rr=0.4; % Resistance
        rotorique (Ohm)
Ls=72.7e-3; % Inductance
        cyclique du stator (H)
Lr=72.7e-3; % Inductance
        cyclique du rotor (H)
Msr=69.8e-3; % Mutuelle cyclique entre
        stator et rotor (H)

sigma=1-Msr*Msr/(Ls*Lr); % Coefficient de dispersion
Ts=Ls/Rs; % Cste de temps statorique
Tr=Lr/Rr; % Cste de temps
        rotorique

% Limite de la vitesse angulaire de la machine.

Limit_vit2=188; % Vitesse angulaire limitée a 188 rd/s soit 1800 tr/min
Cem_max2=479; % Couple maximal 479 N.m

% *****
% Paramètres de la commande
% *****
% Structure de commande maximale :
% - toutes le variables sont considérées idéales
% - tous les capteurs sont considérés idéaux
% - synthèse réalisée en continu
% *****

%----- Commande MAS -----

%correcteur de Park:
%----- modèle de commande -----
K_i=(Ts*Tr)/(Ls*Tr+Ls*Ts*(1-sigma));
Tr_i=sigma*Ls*K_i;
K_fi=Msr;

```

```

Tr_fi=Tr;

%----- Correcteur boucle de flux rotorique ----
%                               Correcteur PI
%                               xi=1    wn*tr=5
xi_fi=1;
tr_fi_des=Tr_fi;
wn_fi=5/tr_fi_des;
Ki_fi=wn_fi^2*Tr_fi/K_fi;
Kp_fi=(2*xi_fi*wn_fi*Tr_fi-1)/K_fi;
Fr_ref=1.2;

%----- Correcteur boucle de courant statorique ----
%                               Correcteur PI
%                               xi=1    wn*tr=5

xi_i=1;
tr_i_des=Tr_i;
wn_i=5/tr_i_des;
Ki_i=wn_i^2*Tr_i/K_i;
Kp_i=(2*xi_i*wn_i*Tr_i-1)/K_i;

% %*****
% % inversion du bloc arbre_1,...,5
% %*****
PO4=5;
zeta4=sqrt(((log(PO4/100))^2)/(pi^2+(log(PO4/100))^2));
Ts4=10e-3;
wn4=4/(zeta4*Ts4);
Ki_arbre=(wn4^2)*tau_arbre/K_arbre;
Kp_arbre=(2*zeta4*wn4*tau_arbre-1)/K_arbre;

% %*****
% % inversion du bloc de la toile_2,...,5
% %*****
PO1=5;
zeta1=sqrt(((log(PO1/100))^2)/(pi^2+(log(PO1/100))^2));
Ts1=0.55;
wn1=4/(zeta1*Ts1);

Ki_T_ip=L*wn1^2;
Kp_T_ip=2*zeta1*wn1*L;

```

Annexe. F

Code et schéma bloc du système commandé par l'intégrateur *Backstepping*

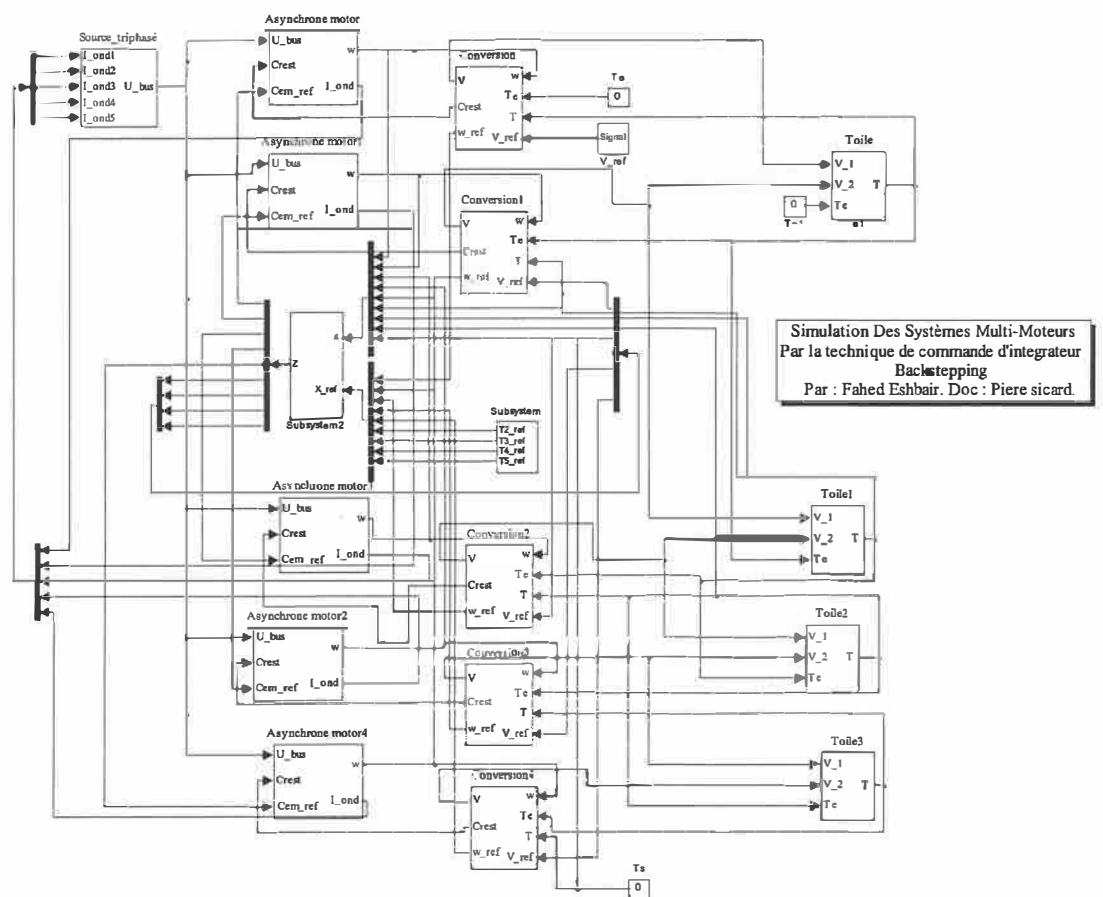


Figure F.1 : Schéma bloc du système composé de cinq moteurs par la commande d'intégrateur *Backstepping*

➤ Code programme de la commande d'intégrateur *Backstepping*

Le même code pour la commande SMC est utilisé dans la commande par l'intégrateur du *Backstepping*, sauf on remplaçant les paramètres de commande des deux blocs de la toile et l'arbre.

```
% *****
%                               Programme Matlab : Init.m
%
%                               Initialisation (Matlab)
%
% pour la Simulation d'un systeme de bobinage par l'intégrateur Backstepping
%
%       Type de maquette :
%
%       - cinq moteurs M1, M2, M3, M4 et M5.
%
%       (type de moteur : MAS a rotor court-circuité 5 hp)
%       - Il existe quatre tendeurs de toile : un entre M1 et M2
%                                     : un entre M2 et M3
%                                     : un entre M3 et M4
%                                     : un entre M4 et M5
%
%   Objectif :
%
%   Realiser le controle du synchronisme entre les machines tournantes
%   tout en ayant une tension de toile constante entre les moteurs.
%
% *****
%       Eshbair Fahed le : 01/05/2005
%       derniere modification le : 23/06/2005
%       "Créé par A.Leclercq : 02/04/03"
% *****
clear
clc
%----- Paramètre bloc de commande-----

 $K_I=0.5;$ 
 $K_P=0.8;$ 
 $K_V=1;$ 
lemda_1=0.5;
lemda_2=0.8;
lemda_3=1;
% *****
Note : Reste du code identique à celui de l'annexe E
```


Annexe G

Code et schéma bloc du système commandé par le *Backstepping* basé sur la passivité

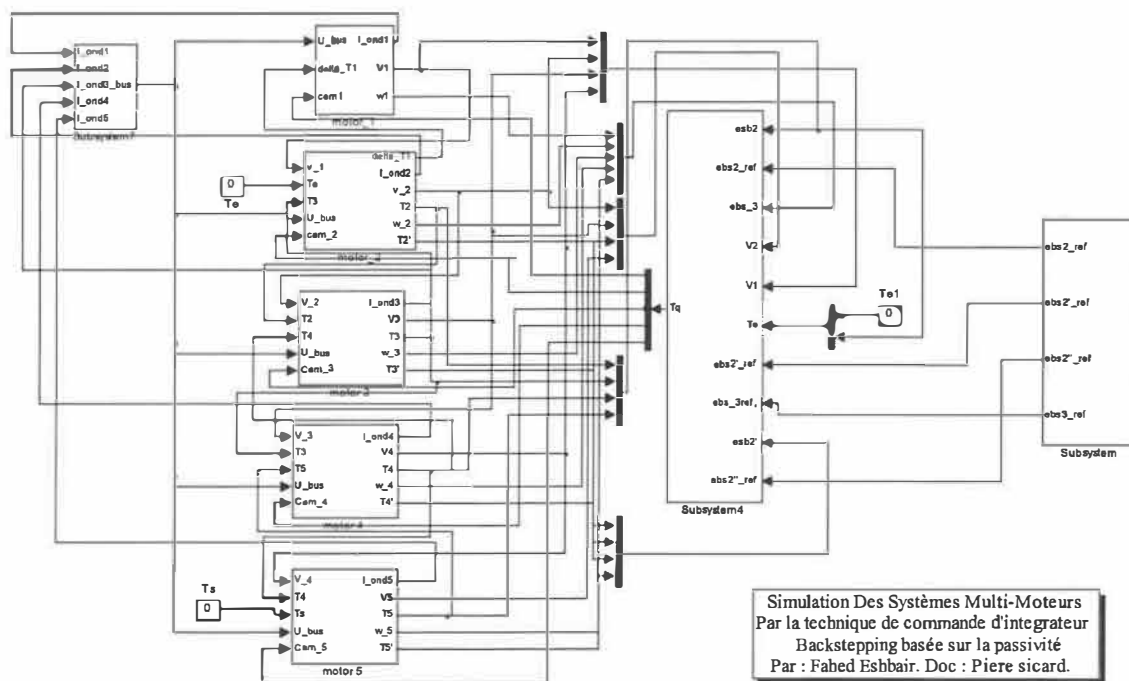


Figure G.1 : Schéma bloc du système composé de cinq moteurs par la commande passive

➤ **Code programme de la commande *Backstepping* basée sur la passivité.**

Le même code pour la commande SMC est utilisé dans la commande par l'intégrateur du *Backstepping*, sauf on remplaçant les paramètres de commande des deux blocs de la toile et l'arbre.

```
% -----
%
%                               Programme Matlab : Init.m
%
%                               Initialisation (Matlab)
%
% pour la Simulation d'un systeme de bobinage par la commande Backstepping basée sur la
% passivité
%
%                               Type de maquette :
%
%                               - cinq moteurs M1, M2, M3, M4 et M5.
%
%                               (type de moteur : MAS a rotor court-circuité 5 hp)
%                               - Il existe quatre tendeurs de toile : un entre M1 et M2
%                                   : un entre M2 et M3
%                                   : un entre M3 et M4
%                                   : un entre M4 et M5
%
% Objectif :
%
% Realiser le controle du synchronisme entre les machines tournantes
% tout en ayant une tension de toile constante entre les moteurs.
%
% -----
%                               Eshbair Fahed le : 01/05/2005
%                               derniere modification le : 23/06/2005
% -----
clear
clc

%----- Paramètre bloc de commande Backstepping basée sur la passivité-----

AA=5000;
L1=[J_arbre 0 0;0 J_arbre 0;0 0 J_arbre];
L2=inv([J_arbre 0 0;0 J_arbre 0;0 0 J_arbre]);
L3=[f_arbre 0 0;0 f_arbre 0;0 0 f_arbre];
L4=[R2 0;R2 0;0 R2];
L5=inv([L 0 ;0 L ]);
L6=L5*E*S*[R2 0 ;0 R2 ];
```

$L7 = \text{inv}(E * S * \begin{bmatrix} R2 & 0 \\ 0 & R2 \end{bmatrix});$
 $L8 = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix};$
 $L9 = E * S * \begin{bmatrix} R2 & 0 \\ 0 & R2 \end{bmatrix};$
 $A = \begin{bmatrix} 550 & 0 \\ 0 & 550 \end{bmatrix};$

Note : reste du code identique à celui de l'annexe E.