MANUSCRIT CORRIGÉ, avant publication. La version finale est publiée ici :
Voyer, D., Forest, M.-P., & Adams, G. (2023). Additionner : en somme, ce n'est pas si simple ! In C. St-Jean, M. D. Brouillette, & J.-C. Boyer (Eds.), L'éveil aux mathématiques à l'éducation préscolaire et au premier cycle du primaire : l'enfant et l'exploration au cœur des progressions développementales (pp. 85–102). Éditions JFD.

Titre du chapitre : Additionner : en somme, ce n'est pas si simple!

Auteurs : Dominic Voyer, Marie-Pier Forest, Gabrielle Adams

Intentions éducatives

- Apprendre ce que sont les structures additives
- Comprendre comment les structures additives peuvent être abordées en salle de classe
- Transposer les pistes pratiques proposées pour explorer l'addition et la soustraction avec les jeunes enfants

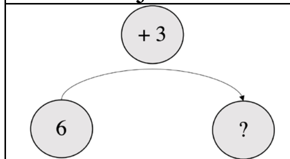
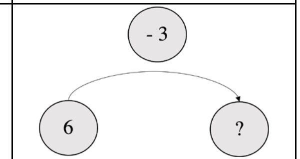
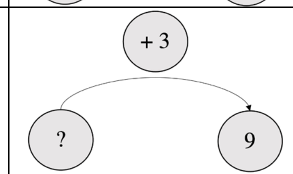
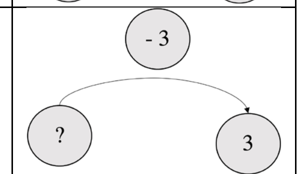
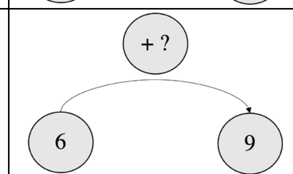
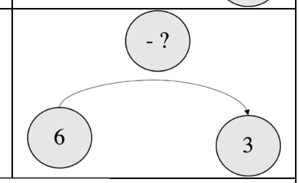
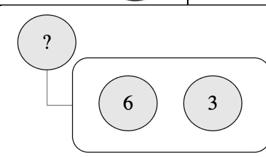
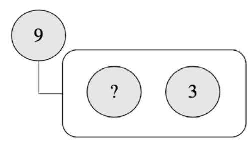
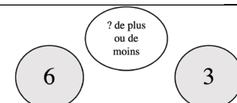
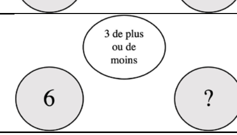
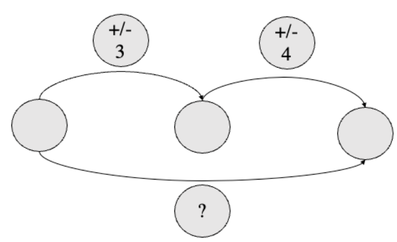
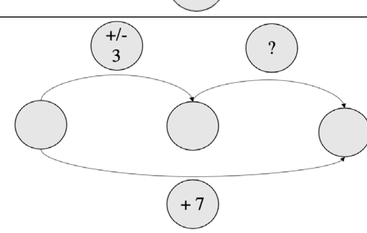
On ne peut penser aux mathématiques sans penser aux nombres et sans penser à l'addition. Comment un enfant construit-il ses connaissances sur l'addition ? Et si cette question cachait un monde complexe de relations ? En effet, selon Piaget (1964), pour comprendre un objet, il ne suffit pas de le regarder et de s'en faire une représentation mentale. Comprendre un objet, c'est pouvoir le transformer, pouvoir agir sur celui-ci et comprendre comment l'objet est construit. Le présent chapitre mettra en évidence à la fois la complexité des structures additives et des moyens simples pour favoriser la découverte et l'exploration de l'addition et de la soustraction chez les enfants.

1. Les structures additives, qu'est-ce que c'est ?

Plusieurs typologies ont été développées au fil des années afin de caractériser les différents types de problèmes[1] à structure additive. Parmi les plus reconnues, on retrouve la typologie de Riley *et al.* (1984) ainsi que celle de Vergnaud (1994), cette dernière étant d'ailleurs présente dans la *Progression des apprentissages au primaire en mathématiques* (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport [MELS], 2009, p. 9). Vergnaud (1994) distingue six grands sens aux structures additives, dont quatre d'entre eux sont mis en œuvre auprès des jeunes enfants. Ces quatre sens sont décrits dans les prochains paragraphes et un résumé se retrouve dans le tableau 1. Soulignons d'emblée que les enfants n'ont pas à connaitre les noms des différents sens de manière formelle : ils doivent plutôt être amenés à expérimenter et à explorer les différents types de problèmes afin de leur donner du sens (Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur [MEES], s.d.).

[1] Le mot problème et les différents sens qu'il peut prendre peuvent être en soi vus comme un problème. Comme ce n'est pas l'objet du présent chapitre, nous n'aborderons pas cette question et nous allons nous en tenir à une version très inclusive du mot problème en considérant toute situation présentée aux enfants pour laquelle il est attendu une réponse.

Tableau 1. Les différents sens des structures additives

Sens et définitions	**Catégories de problèmes**	**Schémas**	
		Ajout	Retrait
Transformation Une transformation agit sur un état initial pour produire un état final	Recherche de l'état final		
	Recherche de l'état initial		
	Recherche de la transformation		
Réunion Deux sous-ensembles s'unissent pour former un ensemble	Recherche de l'ensemble		
	Recherche d'un sous-ensemble		
Comparaison Comparaison entre deux ensembles	Recherche de la comparaison		
	Recherche d'un ensemble		
Composition de transformations Deux transformations se composent en une troisième transformation (bilan)		Positive – Négative – Mixte	
	Recherche du gain ou de la perte		
	Recherche d'une transformation		

Source : inspiré du MEES (s.d.) et de Vergnaud (1994)

1.1 Transformation

Le premier sens précisé par Vergnaud (1994) est celui de la transformation. Dans une telle situation, une transformation agit sur un état initial pour produire un état final : il y a donc un déroulement temporel (Poirier, 2001). À travers ce sens, on retrouve trois catégories de problèmes : 1) la recherche de l'état final, 2) la recherche de l'état initial et 3) la recherche de la transformation. La transformation peut être positive (ajout) ou négative (retrait). Bien que ces trois catégories de problèmes soient toutes considérées comme des problèmes simples, leur difficulté n'est pas la même. Selon Vergnaud (1994), pour certains enfants, il peut y avoir jusqu'à deux années de décalage entre la réussite de la première catégorie et celle de la deuxième. Par conséquent, même au sein du sens le plus simple des structures additives, une hiérarchie des niveaux de difficulté est possible. Ce premier sens est illustré par des exemples dans l'encadré 1.

Encadré 1 : Dans mon jardin

À partir de situations tirées du quotidien, les trois catégories de problèmes de transformation peuvent être mises à profit. Imaginons que le thème des fruits et légumes est abordé en classe. Il est possible de proposer aux enfants des problèmes de transformation où l'on recherche l'état final (Dans mon jardin, il y avait 9 carottes. J'en ai cueilli 3. Combien y a-t-il de carottes maintenant ?), où l'on recherche l'état initial (Dans mon jardin, je cultive des concombres. J'ai récolté 3 concombres ce matin et il en reste maintenant 4. Combien y avait-il de concombres dans mon jardin avant que j'en récolte ?) et où l'on recherche la transformation (Ce matin, dans mon jardin, il y avait 8 tomates. Après ma cueillette, il en reste maintenant 5. Combien de tomates ai-je cueillies ?). Ces trois exemples présentent une situation de transformation négative (retrait), mais ils pourraient aussi présenter une situation de transformation positive (ajout) dans un contexte où l'on plante de nouveaux fruits et légumes (Dans mon jardin, j'avais planté 7 courges. Ce matin, j'ai planté 5 nouvelles courges. Combien de courges sont-elles plantées maintenant ?). Pour simplifier ou complexifier ces situations mathématiques, les nombres en jeu peuvent évidemment être adaptés, mais le matériel proposé aux enfants peut lui aussi être modifié, ce qui nécessite la mobilisation de stratégies différentes (*si possible, faire un lien avec le chapitre portant sur le dénombrement*). Progressivement, les enfants pourront eux-mêmes inventer de nouveaux problèmes en contexte de jeu et en lien avec le thème de la classe.

1.2 Réunion

Le deuxième sens est celui de la réunion dans lequel deux sous-ensembles s'unissent pour former un ensemble. Dans une situation de réunion, une relation statique unit les deux sous-ensembles, c'est-à-dire qu'il n'y a aucun déroulement temporel (Poirier, 2001). À travers ce sens, on retrouve deux catégories de problèmes : 1) la recherche de l'ensemble et 2) la recherche d'un sous-ensemble. Ce deuxième sens est illustré par des exemples dans l'encadré 2.

Encadré 2 : Ma collection d'objets

Imaginons que les enfants d'une classe ont chacun à former une collection d'objets (par exemple, dans le contexte de la fête des 100 jours d'école). Il est alors possible de proposer des problèmes signifiants mettant en jeu les collections des enfants. Par exemple, si la collection de Max comprend 8 trombones verts et 6 trombones bleus, combien Max possède-t-il de trombones ? Dans ce problème, nous sommes à la recherche de l'ensemble, mais il faut aussi proposer des problèmes dans lesquels l'un des sous-ensembles est recherché (Pascale a une collection de 14 crayons. Dans sa collection, il y a des crayons de bois et des crayons de feutre. Pascale compte 8 crayons de bois. Combien a-t-elle de crayons de feutre ?). Au départ, les collections comporteront généralement deux sous-ensembles, mais on veillera progressivement à proposer des contextes dans lesquels on retrouve plus de deux sous-ensembles (Trois amis de la classe possèdent une collection d'autocollants. Kim a 8 autocollants, Tom a 7 autocollants et Alex en a 5. Combien d'autocollants les trois amis ont-ils en tout ?). Lorsque les enfants seront amenés à comparer entre eux leur collection, ils pourront aussi questionner leurs camarades. Par ses interventions, la personne enseignante peut faire avancer les questionnements des enfants afin de mettre de l'avant les différentes catégories de problèmes.

1.3 Comparaison

Le troisième sens, celui de la comparaison, comprend les situations dans lesquelles une relation unit deux ensembles. Les problèmes mettant ce sens à profit consistent ainsi à effectuer une comparaison entre ces deux ensembles. Selon Poirier (2001), ce sens est plus complexe que les deux premiers. Une hypothèse pouvant expliquer cette plus grande difficulté concerne l'absence d'inclusion dans les problèmes de comparaison, dans lesquels on met en parallèle deux ensembles distincts. À travers ce sens, on retrouve deux catégories de problèmes : 1) la recherche de la comparaison et 2) la recherche d'un ensemble. Ce sens est illustré par des exemples dans l'encadré 3.

Encadré 3 : Chasse aux trésors extérieure

En automne ou au printemps, il est possible d'aller à l'extérieur pour une chasse aux trésors. Les enfants peuvent alors partir à la recherche de pommes de pin, de cailloux, de feuilles de différentes couleurs ou de différentes formes, etc. Avant d'exploiter ces trouvailles dans un projet d'arts plastiques, pourquoi ne pas amener les enfants à les comparer ? Par exemple, Mia a ramassé 9 cailloux et Sophie a ramassé 4 cailloux. Combien Mia a-t-elle ramassé de cailloux de plus que Sophie ? Ou combien Sophie a-t-elle ramassé de cailloux de moins que Mia ? De tels problèmes portent sur la recherche de la comparaison, mais les problèmes peuvent aussi porter sur la recherche d'un ensemble (Émile a trouvé 6 pommes de pin. C'est 3 pommes de pin de moins que Marilou. Combien Marilou a-t-elle ramassé de pommes de pin ?). Soulignons ici que pour être en mesure d'affirmer la comparaison, il faut nécessairement connaitre les deux ensembles, ce qui donne souvent un air de devinette à de tels problèmes et qui n'aide pas à mettre en valeur l'utilité des mathématiques en dehors du contexte scolaire.

1.4 Composition de transformations

Le dernier sens mis en œuvre auprès des enfants est celui de la composition de transformations dans lequel deux transformations ou plus se combinent et permettent de faire un « bilan ». De tels problèmes comprenant des transformations successives sont plus complexes pour les enfants. En raison de son niveau de difficulté plus élevé, la *Progression des apprentissages au primaire en mathématiques* (MELS, 2009) propose d'ailleurs de travailler ce sens à partir de la troisième année du primaire pour la composition de transformations positives ou négatives (deux transformations positives ou deux transformations négatives) et à partir de la cinquième année du primaire pour la composition de transformations mixtes (une transformation positive et une transformation négative ou l'inverse). Cela n'empêche pas qu'en contextes signifiants, de telles situations puissent être explorées avec des enfants plus jeunes. Ce sens est illustré par des exemples dans l'encadré 4.

Encadré 4 : L'animalerie

Imaginons que le thème des animaux est abordé en classe. Dans la classe d'éducation préscolaire, le coin de jeu symbolique peut alors devenir une animalerie ou même un hôpital vétérinaire. Voici un problème de composition de transformations positives qui peut être proposé aux enfants : Dans notre animalerie, nous avons accueilli mercredi 4 nouveaux chatons. Ce vendredi, nous avons accueilli 6 nouveaux chatons. Combien avons-nous accueilli de nouveaux chatons dans notre animalerie ? Il est aussi possible de transformer ce problème en un problème de composition de transformations négatives (Dans notre animalerie, nous avons des poissons rouges. Nous avons vendu 2 poissons rouges à une jeune fille ce midi et nous en avons vendu 3 à une dame cet après-midi. Combien avons-nous vendu de poissons rouges aujourd'hui ?) ou en un problème de composition de transformations mixtes (Dans notre animalerie, il y a des chiots. À mon arrivée ce matin, la cage des chiots était ouverte et 6 chiots se sont échappés. Au cours de la journée, j'ai retrouvé 4 chiots. Manque-t-il encore des chiots ?) Dans tous ces problèmes, il peut être intéressant pour les enfants de réaliser que l'état initial et l'état final importent peu : nous sommes plutôt à la recherche du gain ou de la perte, mais nous pourrions aussi être à la recherche de l'une des transformations (Hier, nous avons vendu 6 lapins. Aujourd'hui, nous avons vendu d'autres lapins, mais je ne sais pas combien. Je sais qu'au total, nous avons vendu 11 lapins. Combien de lapins avons-nous vendus aujourd'hui ?).

En somme, lorsqu'on présente aux enfants des problèmes à structure additive, le niveau de difficulté lié aux différentes catégories de problèmes doit être considéré. Ceci dit, au-delà des différents sens associés aux structures additives, le niveau de difficulté des problèmes peut également varier en fonction de plusieurs facteurs comme la taille et la nature des nombres, la formulation de l'énoncé, l'ordre de présentation des informations, le contexte du problème, le nombre d'éléments en jeu, etc. (Clements et Samara, 2021; Poirier, 2001; Vergnaud, 1994)

2. Le choix des mots dans les problèmes à structure additive

Dans la formulation des problèmes à structure additive, il est nécessaire d'être particulièrement attentif aux mots inducteurs, c'est-à-dire aux mots qui induisent une certaine opération arithmétique, puisque ceux-ci peuvent parfois être trompeurs. En effet, de par leurs expériences, les enfants développent parfois de fausses croyances relativement aux structures additives, par exemple que l'expression « de plus » mène nécessairement à une addition tandis que l'expression

« de moins » mène à une soustraction. Il en va de même pour d'autres expressions comme « en tout », « au total », « ajouter », « retirer », etc. Pourtant, c'est loin d'être toujours le cas. À titre d'exemple, regardons le problème de comparaison suivant : Maude a 14 framboises dans sa collation. Elle a 4 framboises **de plus** que Tom. Combien Tom a-t-il de framboises ? Bien que l'on retrouve l'expression « de plus » dans l'énoncé du problème, c'est une soustraction qui est nécessaire pour trouver la solution. Hegarty *et al.* (1995) ont étudié le comportement des enfants face à des mots inducteurs trompeurs et ils ont constaté que plusieurs choisissent l'opération à faire en fonction de ces mots inducteurs, ce qui entraine une réponse erronée. Ainsi, pour éviter que les enfants en viennent à développer de fausses croyances relatives aux structures additives, il est nécessaire de varier les contextes dans lesquels les mots inducteurs sont utilisés. Il est aussi important de discuter avec les enfants de ces mots « qui donnent envie » de faire une opération plus qu'une autre. Les enfants devraient alors être en contact avec des problèmes variés dans lesquels les mots inducteurs mènent vers différentes opérations.

3. Le choix du matériel dans les problèmes à structure additive

En plus d'être attentif au choix des mots inducteurs, il convient également de porter une attention particulière au matériel mis à la disposition des enfants pour explorer les structures additives. Tout comme Charbonneau (2021) le mentionne, la distinction entre un matériel concret, un matériel imagé et une représentation symbolique peut être faite. D'abord, le matériel concret renvoie à l'utilisation de matériel réel et devrait être notamment privilégié au début d'une séquence d'enseignement. Nous distinguons trois formes de matériel concret :

- Concret réel : utilisation des objets réels compris dans le problème mathématique qui peuvent être manipulés, par exemple de réelles bouteilles d'eau en plastique;
- Concret réaliste : utilisation d'objets représentant fidèlement ceux compris dans le problème mathématique qui peuvent être manipulés, par exemple des cartons imprimés avec la forme des bouteilles d'eau;
- Concret commun : utilisation d'objets réels qui ne sont pas en lien avec le contexte du problème, mais qui peuvent être manipulés, par exemple des jetons pour représenter les bouteilles d'eau.

Ensuite, le matériel imagé correspond à l'étape intermédiaire entre le matériel concret et la représentation symbolique. Celui-ci est présenté aux enfants une fois que les apprentissages sont consolidés grâce à l'utilisation du matériel concret. L'enfant a alors recours à des dessins ou à des images pour représenter le problème mathématique. Le matériel imagé peut être réaliste ou commun : nous pouvons dessiner les bouteilles d'eau ou des cercles représentant les bouteilles d'eau. Il faut toutefois être prudent pour que l'accent ne soit pas mis sur la réalisation du dessin et qu'il demeure sur la relation mathématique en jeu. On souhaite ainsi éviter que le problème pour les enfants ne devienne la représentation imagée plutôt que le problème mathématique, d'où l'importance de continuer à manipuler le matériel concret en parallèle.

Enfin, la représentation symbolique est un usage formel des règles et des conventions. À l'écrit, nous verrons l'utilisation des chiffres pour représenter les nombres, les symboles pour les opérations, de même que le signe « = » pour représenter une égalité. Nous veillerons à ce que cette représentation symbolique soit mise de l'avant à la toute fin et surtout, en parallèle avec le matériel concret ou imagé. En effet, de nombreux allers-retours sont souhaitables afin que les enfants établissent des liens entre les diverses représentations possibles. Par exemple, il serait intéressant que les enfants aient accès à un matériel concret facilement et en tout temps afin d'avoir la possibilité d'y revenir en cas de besoin. Un « matériel » concret et commun particulièrement intéressant pour son accessibilité, mais aussi pour son organisation, demeure les doigts : ils permettent aux enfants de représenter et de manipuler facilement des nombres. Également, lorsqu'un problème mathématique est résolu en groupe, la personne enseignante peut parfois utiliser une représentation symbolique alors que chaque enfant peut utiliser un matériel concret ou imagé et vice-versa.

4. Progression développementale des structures additives

Avant même leur arrivée dans le système scolaire, les enfants développent des connaissances sur le nombre et sur les opérations. Intuitivement, les enfants se créent des règles sur lesquelles il faut construire nos interventions pédagogiques. Les enfants vont non seulement se faire une représentation de différents sens que l'on peut accorder aux opérations de base, mais ils vont également découvrir certaines propriétés de ces opérations. Par exemple, ils se rendent compte assez facilement que de placer dans un sac 4 billes rouges suivi de 5 billes vertes ou les 5 billes vertes suivi des 4 billes rouges forment une collection de billes d'une même cardinalité. Les enfants ont ainsi expérimenté par eux-mêmes la commutativité de l'addition, qui permet d'interchanger deux termes d'une addition sans changer la somme (Roegiers, 2011). La soustraction, elle, n'est pas commutative : retirer 5 billes à un ensemble de 7 billes est différent que d'essayer de retirer 7 billes à un ensemble de 5 billes.

En nous inspirant des travaux de Clements et Samara (2021), nous proposons une progression développementale au regard des structures additives. Celle-ci met davantage l'accent sur la progression que sur l'âge des enfants puisqu'il serait périlleux et inutile d'essayer de déterminer à quel âge chaque enfant doit être en mesure de témoigner de telle ou telle compétence additive. L'objectif poursuivi ici est plutôt de fournir des balises pour planifier un enseignement des structures additives et favoriser un apprentissage efficient et durable de celles-ci. Pour ce faire, nous proposons une certaine projection (nous évitons volontairement de parler d'étapes ou d'une séquence) afin de favoriser une compréhension complète et profonde des structures additives. Cette compréhension pourra être atteinte plus facilement en ayant recours à différents moments à du matériel afin de représenter plus concrètement les structures additives. Le matériel sera au départ uniquement concret pour devenir imagé et il conduira éventuellement à une représentation symbolique du problème et des opérations. Les transitions entre les différents types de matériel sont particulièrement importantes.

Dans le tableau 2, la section de gauche indique que le passage d'un matériel concret à un matériel imagé ne doit pas être vu comme un aller simple. Il est important d'utiliser le matériel concret et le matériel imagé simultanément et de ne pas hésiter à revenir à une utilisation du matériel concret. Il en va de même avec le passage d'une représentation imagée à une représentation symbolique. La section centrale met l'accent sur la progression des stratégies et elle est en lien avec les tâches que l'enfant est capable d'accomplir (section de droite). La taille des nombres utilisés dans les problèmes à structure additive est aussi un facteur à considérer dans la progression des enfants. Au départ, nous voyons que l'enfant est en mesure de découvrir la cardinalité de petits ensembles à l'aide de stratégies de comptage plus simples. Au fil de la progression, la taille des ensembles varie et les stratégies deviennent plus efficientes et mieux adaptées. Par exemple, lorsque les nombres sont assez grands, les enfants vont pouvoir utiliser une stratégie de « counting on » pour trouver un des deux sous-ensembles lorsque l’ensemble est connu.

Tableau 2. Progression développementale des structures additives

Matériel utilisé			Stratégies	L'enfant peut...
			Utiliser la stratégie du « counting all[2] » sur de petits nombres afin de dénombrer	Résoudre des problèmes de transformation positive (recherche de l'état final) Résoudre des problèmes de réunion (recherche de l'ensemble)
			Retrait d'objets concrets d'une petite collection	Résoudre des problèmes de transformation négative (recherche de l'état final)
			Utiliser la stratégie du « counting on » sur de petits nombres	Ajouter des objets à une collection pour obtenir la cardinalité demandée sans avoir besoin de compter à partir de 1
		Réel	Utiliser la correspondance terme à terme avec du matériel concret	Résoudre des problèmes de transformation positive ou négative (recherche de la transformation) Résoudre des problèmes de réunion (recherche d'un sous-ensemble) Résoudre des problèmes de comparaison (recherche d'un ensemble)
	Réaliste	Matériel concret Réaliste Commun	Utiliser la stratégie du « counting all » sur de plus grands nombres Utiliser intuitivement la commutativité de l'addition et la stratégie du « counting on » sur de plus grands nombres Utiliser la correspondance terme à terme avec du matériel concret ou imagé avec de plus grands nombres	Résoudre des problèmes de transformation positive ou négative (recherche de l'état final) Résoudre des problèmes de réunion (recherche de l'ensemble ou d'un sous-ensemble) Résoudre des problèmes de transformation positive ou négative (recherche de la transformation) Résoudre des problèmes de comparaison (recherche d'un ensemble ou de la comparaison)
	Matériel imagé		Utiliser une stratégie d'essais-erreurs pour découvrir l'état initial	Résoudre des problèmes de transformation positive ou négative (recherche de l'état initial)
Représentation symbolique	Commun		Utiliser un matériel organisé en base 10 pour résoudre des problèmes Utiliser des repères numériques comme les sommes de 5 ou de 10 Utiliser des stratégies de décomposition et de reconstruction des nombres Utiliser des stratégies flexibles et plus évoluées (passage à la dizaine, recours aux doubles, etc.)	Résoudre tous les types de problèmes additifs avec des nombres plus grands Effectuer des additions et des soustractions de nombres à plus d'un chiffre

Source : inspiré de Clements et Samara (2021)

[2] (*Si possible, référer ici le lecteur au chapitre traitant du counting all et du counting on pour en savoir plus.)*

5. Des exemples à mettre en œuvre en classe

Dans cette section, nous proposons deux exemples permettant aux enfants de donner du sens aux structures additives. À cet effet, Grouws (1992) soutient que les enfants devraient être exposés dès l'éducation préscolaire à une grande variété de situations afin qu'ils puissent développer une compréhension riche des problèmes à structure additive. Ils devraient être amenés à mobiliser diverses stratégies de résolution pour discuter de celles-ci. Nous suggérons donc aux enseignantes et aux enseignants d'adapter ces exemples selon la progression développementale des enfants, mais aussi selon les particularités de leur classe afin de mettre à profit les diverses situations vécues au quotidien. Nous souhaitons ainsi que ces exemples soient polyvalents et qu'ils puissent être utilisés de différentes façons et dans différents contextes.

5.1 La boulangerie

Le premier exemple vise à mettre de l'avant le sens de la transformation. Imaginons le contexte suivant : devant la classe, on retrouve trois chaises alignées de gauche à droite. Une situation est alors présentée aux enfants : « Le matin, à la boulangerie, il y a des pains dans le présentoir. Pendant la matinée, soit la boulangère cuisine de nouveaux pains, soit elle vend des pains à ses clients. À la fin de la matinée, la boulangère compte le nombre de pains dans son présentoir. » Évidemment, cette situation pourrait être adaptée pour représenter une situation réelle vécue en classe ou une situation lue dans un livre apprécié par les enfants. Il faut simplement présenter un contexte qui met de l'avant une transformation : la première chaise représente l'état initial, la deuxième chaise représente la transformation (positive ou négative) et la troisième chaise représente l'état final. Trois enfants sont ensuite choisis pour représenter un des trois nombres, donc pour s'assoir sur l'une des trois chaises. C'est l'enfant lui-même qui choisira le nombre qu'il souhaite devenir, mais aussi la chaise qu'il occupera. En guise d'exemple, le premier enfant choisit le nombre 5 et s'assoit sur la première chaise : cela signifie qu'il y avait 5 pains dans le présentoir ce matin. Le deuxième enfant choisit le nombre 6 et s'assoit sur la troisième chaise : cela signifie qu'il y a 6 pains dans le présentoir à la fin de la matinée. Le troisième enfant devra, pour sa part, s'assoir sur la chaise restante et devenir le « bon » nombre selon les choix effectués par ses pairs. C'est à ce moment qu'il est particulièrement intéressant de questionner les enfants. Par exemple, y a-t-il des contextes pour lesquels il est plus facile de trouver le bon nombre ? Lesquels et pourquoi ? À l'inverse, y a-t-il des contextes pour lesquels il est plus difficile de trouver le bon nombre ?

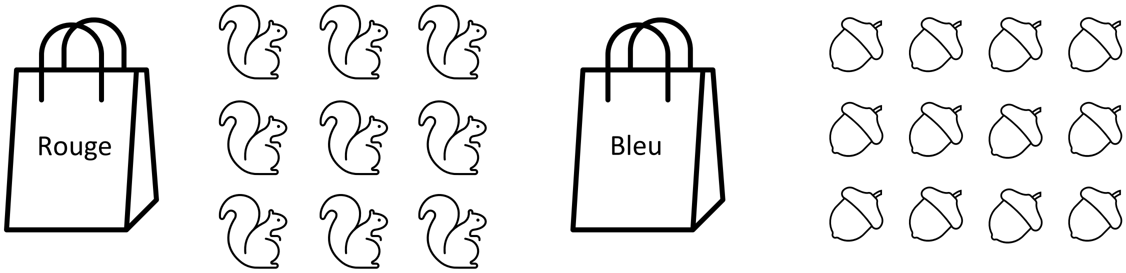
Lesquels et pourquoi ? Ces questions amènent les enfants à prendre conscience de manière informelle du niveau de difficulté différent relié à la recherche de l'état final, de l'état initial et de la transformation.

Dans la mise en œuvre de cet exemple, au départ, chaque enfant peut avoir avec lui le nombre d'objets concrets (réels, réalistes ou communs) afin de permettre au troisième enfant d'effectuer l'opération à partir des objets. Progressivement, le matériel concret pourrait être remplacé par du matériel imagé, voire par les nombres écrits en chiffres, toujours en fonction de la progression des enfants. Il peut aussi s'agir d'une occasion propice pour estimer le résultat d'une addition ou d'une soustraction. Ainsi, avant même qu'un enfant se lève pour « devenir » le dernier nombre, on peut l'amener à faire une approximation : « Penses-tu que ton nombre sera plus petit ou plus grand que celui de Jessy ? Pourquoi ? » Après un certain temps, cette activité pourrait être reproduite dans un coin ou un centre mathématique afin que les enfants puissent jouer avec le sens de la transformation. Il est alors possible de fournir aux enfants des objets concrets, du matériel imagé, des étiquettes de nombres, etc.

5.2 Les écureuils affamés du parc

Le deuxième exemple met de l'avant le sens de la comparaison. Imaginons que pendant la routine du matin, les enfants ont à résoudre un problème de comparaison reprenant un contexte réel vécu lors d'une visite au parc : « Au parc, il y a de petits écureuils qui ont très faim. Nous aimerions donner au moins une noix à chacun d'eux. Nous devons donc apporter un peu plus de noix pour nous assurer que tous les écureuils aient au moins une noix. Dans le sac rouge, il y a 6 écureuils qui ont très faim. Dans le sac bleu, il doit y avoir 4 noix de plus que le nombre d'écureuils. Combien doit-il y avoir de noix dans le sac bleu? » Après avoir expliqué cette activité de comparaison visant la recherche d'un ensemble, les enfants sont placés en sous-groupes. Chaque sous-groupe a à sa disposition une petite boite dans laquelle on retrouve le matériel nécessaire à la résolution du problème, soit deux sacs opaques et des objets en quantité supérieure aux nombres du problème (voir schéma 1). Chaque sous-groupe manipule le matériel concret proposé et utilise diverses stratégies pour résoudre le problème. Enfin, un retour en grand groupe est réalisé pour recueillir les stratégies utilisées par les sous-groupes et amorcer une discussion autour de celles-ci.

Schéma 1. Illustration du matériel nécessaire à l'activité



Cette activité peut s'adapter selon la progression développementale des enfants (p. ex., utilisation de nombres plus grands ou plus petits), selon les besoins (p. ex., adaptation de la mise en situation au thème de la classe) et selon les ressources disponibles. Elle mobilise le sens de la comparaison, plus précisément la recherche d'un ensemble, mais elle pourrait être adaptée pour mobiliser la recherche de la comparaison. Par exemple, la situation pourrait être la suivante : « Dans le sac rouge, il y a 8 écureuils et dans le sac bleu, il y a 10 noix. Combien y a-t-il de noix de plus que d'écureuils ? ».

6. Conclusion

Les différents aspects traités dans ce chapitre permettent d'apprendre ce que sont les structures additives, mais surtout de comprendre comment elles peuvent être abordées de façon naturelle et signifiante auprès des jeunes enfants. Il convient de rappeler que les idées proposées tout au long du chapitre constituent des pistes de découverte et d'exploration : il revient aux enseignantes et aux enseignants de les transposer en salle de classe ou à l'extérieur de manière à engager et à motiver les enfants. Ces pistes devront être adaptées selon le contexte afin que les structures additives soient explorées en continuité avec les autres découvertes mathématiques faites en classe. C'est à travers la création de contextes réels et significatifs pour les enfants que les structures additives prendront leur sens, notamment en créant des activités à partir de leurs intérêts, de leurs questionnements ou d'activités vécues en groupe. Dans de tels contextes, les enfants en viendront à développer une compréhension riche et profonde des mathématiques leur permettant d'établir des liens entre les différents contenus.

Éléments clés à retenir

- Il est important de présenter des problèmes à structure additive variés qui mobilisent différents sens pour que les enfants en développent une compréhension riche.
- Il est nécessaire d'adapter le niveau de difficulté des problèmes à structure additive selon la progression développementale des enfants.
- La difficulté des problèmes à structure additive réside non seulement dans les différents sens et leurs catégories, mais également dans la taille et la nature des nombres utilisés, la formulation de l'énoncé, les mots inducteurs, le matériel utilisé, l'ordre de présentation des informations, le contexte du problème, le nombre d'éléments en jeu, etc.

Références bibliographiques

Charbonneau, C. (2021). *La manipulation en mathématique au coeur des apprentissages : activités et conseils pour un enseignement plus concret - 6 à 8 ans*. Chenelière Éducation.

Clements, D. H. et Samara, J. (2021). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (3e éd.). Routledge.

Grouws, D. A. (dir.). (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics.

Hegarty, M., Mayer, R. E. et Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology, 87*(1), 18-32. https://doi.org/10.1037/0022-0663.87.1.18

Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (2009). *Progression des apprentissages au primaire. Mathématique.* Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/PDA_PFEQ_mathematique-primaire_2009.pdf

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement Supérieur. (s.d.). *La mathématique au primaire : exploitation des différents sens de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division*. Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/sens-operations-accompagnement.PDF

Piaget, J. (1964). Part I: Cognitive development in children: Piaget development and learning. *Journal of Research in Science Teaching, 2*(3), 176-186. https://doi.org/https://doi.org/10.1002/tea.3660020306

Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire. Notes didactiques*. ERPI.

Riley, M. S., Greeno, J. G. et Heller, J. I. (1984). Developement of children's problem-solving ability in arithmetic. *Learning Research and Development Center, University of Pittsburgh*.

Roegiers, X. (2011). *Les mathématiques à l'école primaire* (2e éd.). De Boeck.

Vergnaud, G. (1994). *L'enfant, la mathématique et la réalité : problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*. Peter Lang International Academic Publishers.