

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN ÉDUCATION

PAR  
JULIETTE GONNY

LES CONVERSIONS D'UNITÉS DE TEMPS EN MATHÉMATIQUES : UNE  
EXPLORATION DE TRANSPOSITIONS DIDACTIQUES EXTERNES AU  
PRIMAIRE AU QUÉBEC

NOVEMBRE 2022

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

*À ma famille, pour chaque instant partagé,*

## REMERCIEMENTS

Ces deux années de recherche ont été riches en apprentissages et en découvertes passionnantes. Aussi, je tiens en premier lieu à remercier mes directrices de recherche, Anne Roy et Isabelle Deshaies. Leur écoute et leurs conseils avisés m'ont permis de démêler l'écheveau de ce sujet foisonnant que sont les conversions d'unités de temps. Elles m'ont guidée avec patience à travers ce parcours de recherche, et m'ont soutenue lors des difficultés. Elles ont observé avec bienveillance mes tâtonnements au cours de cette recherche, m'encourageant sans relâche, m'amenant par là même à affiner ma compréhension de mon sujet de recherche et des instruments mobilisés pour celle-ci. En second lieu, je remercie Caroline Vézina qui a grandement contribué à mon entrée à la maîtrise et avec qui j'ai eu l'opportunité d'exprimer ma passion pour la grammaire, en plus de celle des mathématiques ! En troisième lieu, je tiens à exprimer ma gratitude à Luc Prud'Homme pour ses conseils qui m'ont aidée à définir mon objet de recherche ainsi que pour son cours d'approche curriculaire, par lequel j'ai découvert la richesse du Programme de formation de l'école québécoise (Ministère de l'Éducation, 2001), l'épistémologie et les ambitions de celui-ci. Ma gratitude s'adresse également aux professeur.e.s et aux chargé.e.s de cours qui m'ont enseigné à la maîtrise : ces contenus passionnants, ces approches motivantes et ces discussions captivantes m'ont donné envie d'en apprendre toujours davantage ! En cinquième lieu, je remercie chaleureusement, mes évaluateurs.trices, Marie-Pier Goulet, Thomas Rajotte et Anne Roy, qui ont généreusement accepté cette tâche. Sans eux, des erreurs et des incohérences seraient restées, et la qualité de mon mémoire de recherche en aurait pâti. De plus, leurs commentaires ont contribué à approfondir ma réflexion à plusieurs occurrences dans la recherche et à mieux l'explicitier. En sixième lieu, je tiens à remercier mon conjoint pour son écoute patiente et attentive, pour son soutien sans failles durant ce projet de recherche. Nos fous rires et nos discussions ont été d'une grande aide au quotidien ! Je tiens aussi à remercier nos quatre enfants d'avoir accepté de bonne grâce mon manque de disponibilité, les fins de semaine et les vacances scolaires consacrées au travail. En dernier lieu, ma

gratitude va à mes parents et à mes sœurs, qui m'ont fait découvrir et apprécier la littérature et qui ont toujours regardé avec bienveillance mon émerveillement pour la connaissance et mon engagement enthousiaste dans une pléiade d'aventures.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	iii
TABLE DES MATIÈRES .....	v
LISTE DES FIGURES.....	viii
LISTE DES TABLEAUX.....	ix
LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES .....	xi
RÉSUMÉ .....	xii
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE I.....	4
LA PROBLÉMATIQUE.....	4
1.1. L’ambivalence du concept de temps en lien avec l’évolution des fonctions octroyées à la mesure du temps .....	4
1.1.1. Fonction sociétale .....	5
1.1.2. Fonction épistémologique.....	5
1.1.3. Instrumentalisation de la grandeur temps .....	6
1.1.4. Les incidences sur le Programme de formation de l’école québécoise .....	6
1.2. La dualité temporelle au cœur de la construction cognitive de la représentation temporelle.....	8
1.2.1. La construction de l’apprentissage de la grandeur temps à l’école primaire par analogie avec les processus cognitifs d’appréhension du temps .....	9
1.2.2. La compréhension du temps au-delà de la juxtaposition nombre/mot .....	10
1.2.3. La construction des représentations symboliques comme instrument de perfectionnement des représentations non symboliques.....	11
1.3. L’application des univers de la mesure à la grandeur temps.....	13
1.4. La distinction entre le savoir savant et le savoir à enseigner .....	15
1.5. Quelle est la nature des savoirs de référence des acteurs en éducation et dans les manuels scolaires ? .....	16
1.6. Pertinence sociale et scientifique .....	18
1.6.1. La pertinence sociale .....	18
1.6.2. La pertinence scientifique.....	19

1.7. Formulation de la problématique.....	19
CHAPITRE II .....	21
LE CADRE DE RÉFÉRENCE .....	21
2.1. La définition des concepts .....	21
2.1.1. Les unités de temps.....	22
2.1.2. De la manipulation au concept de conversion .....	24
2.2. Le concept de Pedagogical content knowledge.....	26
2.3. La théorie de la transposition didactique.....	28
2.4. La théorie anthropologique du didactique .....	30
2.5. Le site mathématique local.....	32
2.5.1. Les paradigmes en didactique des mathématiques au Québec : le socioconstructivisme, l'empirisme et le paradigme ethnomathématique .....	40
2.5.2. Le concept de créativité défini par Walia (2019) .....	41
2.5.3. Les interprétations de la fraction (Kieren, 1980, 1993).....	41
2.6. Les objectifs de recherche .....	42
CHAPITRE III .....	44
MÉTHODOLOGIE.....	44
3.1. Devis de recherche .....	44
3.2. Participant.e.s .....	45
3.2.1. La population cible .....	45
3.2.2. Échantillonnage .....	45
3.2.3. Description de l'échantillon.....	46
3.2.4. Les manuels retenus.....	46
3.2.5. Certificat éthique.....	46
3.3. Les instruments.....	47
3.3.1. Validation des outils de collecte de données .....	48
3.3.2. La procédure de collecte des données.....	48
3.4. Les instruments d'analyse .....	48
3.4.1. Le Pedagogical Content Knowledge (PCK) adapté à l'objet mathématique « conversions d'unités de temps » au 3e cycle du primaire au Québec .....	49
3.4.2. Le site mathématique local .....	50

3.5. La relation entre les instruments de collecte de données et les instruments d'analyse des données .....	57
3.6. Présentation et analyse des données .....	59
CHAPITRE IV .....	61
PRÉSENTATION, ANALYSE ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS .....	61
4.1. Structure de la présentation et de l'analyse des résultats .....	61
4.2. Résultats en lien avec l'objectif 1 .....	61
4.2.1. Profil professionnel des participant.e.s .....	61
4.2.2. Tableau synthétique des PCK des participant.e.s .....	62
4.3. Résultats en lien avec l'objectif 2 .....	71
4.3.1. Résultats inhérents à la catégorie Heuristique dans la partie anthropologique du site mathématique local .....	72
4.3.2. Résultats inhérents à la catégorie Instruments dans la catégorie anthropologique du site mathématique local .....	74
4.3.3. Résultats inhérents à la catégorie Choses dans la partie anthropologique du site mathématique local .....	76
4.3.4. Résultats inhérents à l'Objet de la question .....	78
4.3.5. Résultats inhérents à la catégorie Techniques dans la partie mathématique du site mathématique local .....	80
4.3.6. Résultats inhérents à la catégorie Technologies dans la partie mathématique du site mathématique local .....	82
4.3.7. Résultats inhérents à la catégorie Théories dans la partie mathématique du site mathématique local .....	84
4.3.8. Tableau synthétique des résultats de l'objectif 2 sous la forme de pourcentages .....	85
4.4. Analyse des résultats .....	87
4.4.1. La méthode d'analyse des résultats .....	87
4.4.2. Analyse et interprétation des résultats de l'objectif 1 .....	88
4.4.3. Analyse et interprétation des résultats de l'objectif 2 .....	93
CHAPITRE V .....	105
DISCUSSION .....	105
5.1. Les caractéristiques culturelles des conversions d'unités de temps dans les transpositions didactiques externes analysées .....	105



5.1.1. Les contenus de connaissances pédagogiques des CP et des enseignant.e.s	105
5.1.2. Les changements écologiques de la grandeur temps au Québec en lien avec des modifications épistémologiques et paradigmatiques	107
5.1.3. Le caractère acquis des représentations temporelles et l'évolution de ces représentations	109
5.2. Les caractéristiques mathématiques des conversions d'unités de temps dans les transpositions didactiques externes analysées	110
5.2.1. Une grande variété de techniques	110
5.2.2. Des technologies explicites	111
5.2.3. Des théories implicites qui excèdent le domaine des mathématiques	113
5.3. Les difficultés qui perdurent lors de transpositions didactiques externes relativement aux conversions d'unités de temps	114
5.3.1. Des difficultés inhérentes à la complexité intrinsèque des conversions d'unités de temps	114
5.3.2. Le temps, un concept qui demeure ardu à aborder	115
5.3.3. L'obstacle constitué par l'absence de représentations et d'ordres de grandeur chez certains élèves	116
CONCLUSION	118
RÉFÉRENCES	124
ANNEXES	134

**LISTE DES FIGURES**

Figure 1. Exemple de changement de registres sémiotiques.....	25
Figure 2. Copie d'écran montrant le développement de la catégorie heuristique dans la dimension anthropologique du site mathématique local pour la tâche conversions d'unités de temps lors de l'analyse menée à l'aide du logiciel NVIVO .....	36
Figure 3. Copie d'écran montrant la relation entre les verbatims et l'émergence de mots-clés dans le logiciel NVIVO .....	37
Figure 4. La grandeur temps dans la Progression des apprentissages (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2009, p. 17) .....	146

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1. Signification des subdivisions de la partie anthropologique et du site mathématique .....	34
Tableau 2. Site mathématique local de la manipulation des unités de temps dans une tâche de conversion .....	39
Tableau 3. Description de l'échantillon .....	46
Tableau 4. Les catégories du Pedagogical Content Knowledge (PCK) concernant les conversions d'unité de temps .....	50
Tableau 5. Site mathématique local .....	51
Tableau 6. Site mathématique local de la manipulation des unités de temps dans une tâche de conversion .....	56
Tableau 7. Correspondance entre les questions, et le PCK et le site mathématique local .....	59
Tableau 8. Domaine de formation initiale ou expériences professionnelles antérieures pertinentes dans le cadre de cette recherche sur les conversions d'unités de temps .....	62
Tableau 9. Relation entre le PCK de référence et le PCK de chacun.e.s des participant.e. ....	66
Tableau 10. Les contenus de connaissances pédagogiques mentionnés par les participant.e.s en sus des contenus figurant dans le PCK de référence .....	70
Tableau 11. Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Heuristique de la partie anthropologique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps » .....	73
Tableau 12. Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Instruments — Instruments de mesure de la partie anthropologique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps » .....	75
Tableau 13. Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Instruments — Représentations de la partie anthropologique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps » .....	76

Tableau 14. Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Choses de la partie anthropologique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps » .....	78
Tableau 15. Comparaison des résultats concernant l'objet de la question du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps ».....	79
Tableau 16. Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Techniques de la partie mathématique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps » .....	82
Tableau 17. Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Technologies de la partie mathématique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps » .....	84
Tableau 18. Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Théories de la partie mathématique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps » .....	85
Tableau 19. Regroupement des moyennes inhérentes à la comparaison entre les sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels, et le site mathématique local de référence .....	86
Tableau 20. Taux moyens de correspondance entre les sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels scolaires, et le site mathématique local de référence ....	102
Tableau 21. Site mathématique local construit à partir de la première recension des écrits .....	232

**LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES**

CK = *Content knowledge*

CP = Conseiller.s et/ou conseillère.s pédagogique.e

PCK = *Pedagogical content knowledge*

PDA = Progression des apprentissages

PFEQ = Programme de formation de l'école québécoise

## RÉSUMÉ

Des études antérieures menées dans différents endroits du globe au cours du XX<sup>e</sup> et du XXI<sup>e</sup> siècles mettent en exergue les difficultés de manipulations et de représentation des unités de mesure en général, et des unités de temps en particulier (Chambris, 2008; Gilman, 2013; Jaelani et al., 2013; Mikula et Heckler, 2013; Mounsamy, 2019; Mounsamy et al., 2015; Saraçoğlu et al., 2017). Celles-ci concernent certes des élèves du primaire, mais aussi des étudiant.e.s et des enseignant.e.s. Des études menées au Québec font également état des difficultés rencontrées par des élèves du primaire relativement à l'apprentissage de la lecture de l'heure sur des horloges analogiques (Robichaud, 2010) ainsi que celles rencontrées par les élèves au cours de la construction de repères temporels dans la vie quotidienne et en univers social (Poyet, 2010). Ces difficultés s'avèrent d'autant plus préoccupantes que nos sociétés contemporaines sont des sociétés du temps (Bersweiler, 2005) et que nombre de tâches professionnelles reposent sur la manipulation des unités de temps. À cet égard, Robichaud (2010) déplore le fait que l'utilisation des unités de temps s'effectue au détriment d'une véritable manipulation de celles-ci. Mikula et Heckler (2013) ainsi que Mounsamy et al. (2015) ajoutent que des étudiant.e.s et des enseignant.e.s adoptent un discours contradictoire qui remet notamment en cause la légitimité de l'enseignement des unités de temps à l'école et à l'université. La recension des écrits impute cette ambivalence aux caractéristiques de la grandeur temps ainsi qu'au fait que les unités de temps relèvent d'une construction culturelle. Des études menées en France constatent une rupture entre le champ des grandeurs et mesures et les autres champs mathématiques (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019). Cet isolement semble saper la légitimité de l'enseignement desdites grandeurs au primaire et causer la perte d'une partie non négligeable de la partie culturelle de cet objet de savoir (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019). À l'instar de la situation en France, au Québec, le champ de la mesure en mathématiques ne se trouve pas imbriqué dans un autre champ comme l'arithmétique (Ministère de l'Éducation, 2001). Étant donné que le 3<sup>e</sup> cycle du primaire est la période de la scolarité au cours de laquelle les élèves sont le plus amenés à manipuler les unités de

temps en les mettant en relation et compte tenu des observations effectuées en France, il apparaît pertinent de s'interroger sur les contenus de connaissances des enseignant.e.s au 3<sup>e</sup> cycle du primaire quant aux conversions d'unités de temps. Dans la mesure où aucune étude antérieure n'a pu être trouvée sur ce sujet au Québec, quelles sont les caractéristiques de transpositions didactiques externes des unités de temps dans une tâche de conversion d'unités par des enseignant.e.s au 3<sup>e</sup> cycle du primaire au Québec ? Afin de répondre à cette question de recherche, plusieurs concepts et théories ont été sollicités : le concept d'unités de temps, le concept de conversion (Chambris, 2008; Duval, 1995, 2006), le concept de Pedagogical content knowledge (PCK) (Shulman, 1986, 2015), la théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1991b), la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991a, 1998a, 2002, 2007). Ces deux théories sont liées dans un modèle qui est également un instrument d'analyse des données, à savoir le site mathématique local d'une question (Duchet et Erdogan, 2005). Ce cadre de référence a abouti à la formulation de deux objectifs, soit de décrire les connaissances pédagogiques qu'ont des conseillers.ères pédagogiques et des enseignant.e.s du 3<sup>e</sup> cycle du primaire des conversions d'unités de temps ; de comparer le site local du cadre de référence avec les sites locaux des participant.e.s et des manuels utilisés par les enseignant.e.s. La collecte de données de cette recherche qualitative exploratoire a été menée sous la forme d'entretiens semi-dirigés individuels et d'une partie écrite auprès de trois conseillers.ères pédagogiques et de trois enseignant.e.s au Québec. La collecte et l'analyse des données s'appuient sur deux instruments, les catégories du PCK (Magnusson et al., 1999; Mounsamy, 2019; Padilla et Van Driel, 2011) et le site mathématique local (Duchet et Erdogan, 2005; Mounsamy, 2019). L'analyse et l'interprétation des résultats de cette recherche indiquent que les conseillers.ères pédagogiques et les enseignant.e.s interrogé.e.s ont une connaissance approfondie tant de la partie culturelle que de la partie technologique de l'objet mathématique que sont les unités de temps. Cette recherche souligne également les difficultés qui perdurent quant aux conversions d'unités de temps : la complexité intrinsèque des conversions d'unités de temps, les caractéristiques de cette grandeur physique, le caractère rapidement théorique des situations de découverte et la

persistance de l'absence de représentations et d'ordre de grandeur. Bien qu'ayant porté sur un très petit nombre de participant.e.s cette recherche permet de constater que le changement de statut de la mesure n'a pas entraîné une perte de la culture en ce qui a trait aux unités de temps, mais plutôt à une modification de cette culture avec la création de nouveaux liens avec les autres champs mathématiques. Une étude ultérieure avec un plus grand nombre de participant.e.s permettrait d'appuyer ces observations. De plus, cette étude qualitative exploratoire a contribué à mettre en lumière les difficultés persistantes pour cet apprentissage. Aussi, une attention particulière pourrait être portée à ces difficultés en didactique des mathématiques au cours de la formation des futur.e.s enseignant.e.s et des études ultérieures pourraient être menées pour mieux cerner l'origine de ces difficultés et comment les surmonter.



## INTRODUCTION

Il fut un temps au cours duquel seule l'alternance du jour et de la nuit rythmait la vie des Hommes. Il fut un temps au cours duquel les activités de chacun se succédaient au son des cloches de l'église. Il fut un temps au cours duquel le tic-tac bruyant de l'horloge de famille ordonnait toute une maisonnée. Il fut un temps au cours duquel la montre à gousset incarnait l'autorité. Il est un temps au cours duquel chaque tâche est quantifiée, chaque seconde compte. L'existence humaine ne peut se penser hors du temps. Plus encore, les civilisations s'inscrivent dans le temps. Ces temporalités peuvent s'exprimer différemment (temps cyclique, temps linéaire), mais il n'en demeure pas moins que le temps s'inscrit en trame de fond de toute vie en société. Coordonner des actions, estimer le temps d'une tâche, planifier des déplacements, être à l'heure à un rendez-vous en sont quelques exemples. Les êtres humains éprouvent le besoin de se situer dans le temps pour mieux s'adapter à leur environnement, mais également pour appartenir à un groupe donné (Bersweiler, 2005). Cette prégnance des grandeurs est mise en exergue dès l'antiquité par le statut élevé qu'occupaient les géomètres pour les unités de mesures en général (Peyras, 2007), ou celui des prêtres et astronomes pour la grandeur temps dans la civilisation maya (Rice, 2013). Au fil du temps, les instruments se sont complexifiés, les techniques ont été peaufinées. Toutefois, au fur et à mesure que la technologie des instruments progressait, le statut social des personnes responsables desdites mesures se trouvait déprécié, les faisant passer au fil du temps de hauts fonctionnaires à ouvriers en passant par le statut d'artisans d'art (Dequidt, 2010). Ce mouvement inverse semble a priori contradictoire. Pourquoi des professions tenues en haute estime au moment où les instruments qu'elles utilisent demeurent relativement simples déchoient-elles dans l'échelle sociale alors que leur domaine d'application ne cesse de se complexifier? L'hypothèse qui vient naturellement à l'esprit consiste à supposer qu'auparavant ces hauts fonctionnaires détenaient un savoir dans lequel l'instrument ne jouait qu'un rôle secondaire, et que, l'instrument, par les progrès techniques qui lui sont associés, a fini par suffire à lui seul aux besoins de mesures de la société. De symbole de savoir et de pouvoir, puis de richesse,

l'horloge, pour ne citer que celle-ci, est devenue un objet banal appartenant au quotidien. Actuellement, tout un chacun peut effectuer des mesures, et la seule virtuosité réside dans la création d'un outil plus perfectionné. Pourtant, parmi toutes les notions au programme du primaire, aucune ne m'a paru plus difficile à enseigner que la grandeur temps. Dans la mesure où nous vivons dans le temps, il semble qu'il n'y ait rien à apprendre. Cette interprétation conduit à l'idée selon laquelle toute personne qui utilise un outil de mesure du temps comprend les données qu'elle manipule. Mais, les concepts inhérents à ces données correspondent-ils pour autant à des représentations claires ? Par exemple, lorsqu'un enfant lit l'heure, rien ne permet d'affirmer que celui-ci comprend réellement ce que sont les heures et les minutes, ni la relation qui existe entre ces deux unités de temps (Robichaud, 2010). L'enfant, à force de répétition et d'entraînement, peut savoir lire l'heure sans jamais être capable d'effectuer des conversions heure/minute, ou sans jamais réaliser qu'une heure équivaut à 60 minutes, ou encore sans inscrire cela dans un niveau de détermination plus vaste, comme les jours, ou plus restreint, comme les secondes (Poyet, 2010). L'utilisation de l'outil qu'est l'horloge s'avère ardue du point de vue conceptuel et non du point de vue de la manipulation instrumentale (Robichaud, 2010). D'après l'étude menée en France par Mounsamy et al. (2015), des enseignant.e.s au primaire adoptent un discours contradictoire en ce qui a trait à l'apprentissage des unités de temps (lecture de l'heure, conversions heure/minute/seconde, calculs de durées, calculs impliquant des unités de temps comme une vitesse). D'un côté, ils.elles affirment que cette notion n'est pas très importante, et ils.elles y consacrent peu de temps. L'argument avancé est que tout le monde sait lire l'heure, sait se référer à une vitesse en conduisant... d'un autre côté, le personnel enseignant interrogé dans cette étude déplore les résultats des élèves dans les résolutions de problèmes incluant des unités de temps, et reconnaît que la manipulation des unités de temps est un apprentissage complexe. Cette situation ne semble pas être une situation isolée. D'autres études (Mikula et Heckler, 2013; Saraçoglu et al., 2017) constatent également des difficultés de manipulation des unités de mesure — chez des étudiant.e.s inscrit.e.s respectivement en ingénierie et en éducation, et l'une d'elles fait également état d'un discours contradictoire quant à l'intérêt et à la

pertinence de cet apprentissage (Mikula et Heckler, 2013). En partant du principe selon lequel, les personnes ayant participé à ces recherches ont des raisons légitimes de tenir un discours contradictoire sur l'enseignement de la manipulation des unités de temps au primaire et dans la suite de la scolarité secondaire et universitaire, il semble pertinent de chercher à identifier et à comprendre les raisons de cette ambivalence. À cette fin, la problématique visera à cerner les raisons possibles de cette ambivalence dans le discours des enseignant.e.s et cherchera à savoir si le portrait dressé dans ces recherches antérieures décrit également une réalité en mathématiques au Québec. Puis, il sera cherché à répondre à la question de recherche formulée à l'issue de la problématique dans le cadre de référence. Ensuite, les objectifs établis dans le cadre de référence donneront lieu à l'élaboration du devis de recherche et à sa réalisation dans la méthodologie. Au cours de celle-ci, les résultats de l'étude seront présentés et analysés à la lumière du cadre de référence. Enfin, la discussion mettra en relief les résultats obtenus au regard des éléments avancés dans la problématique pour conclure sur les résultats saillants tout en considérant les limites de cette recherche.

## CHAPITRE I

### LA PROBLÉMATIQUE

À présent, la lecture de l'heure s'effectue directement (Robichaud, 2010). Il apparaît alors qu'il reste peu à enseigner, si ce n'est la lecture de l'heure. Pourtant, cette apparence est trompeuse, car des élèves ainsi que des étudiant.e.s et des enseignant.e.s éprouvent des difficultés dans la manipulation des unités de temps (Mikula et Heckler, 2013; Mounsamy, 2019; Mounsamy et al., 2015).

Les différentes fonctions remplies par les unités de temps expliquent en partie cette ambivalence dans le discours des personnes qui enseignent au primaire, et constitueront le premier point. Le second point mettra en exergue l'importance des processus cognitifs et physiologiques dans la construction de représentations temporelles, et explicitera en quoi ces caractéristiques réfèrent à une dialectique fondamentale propre au concept de temps. Un troisième point portera sur les particularités de la grandeur temps, et les difficultés qui en résultent, dans la façon d'aborder les trois univers de la mesure (Brousseau, 2000a).

#### **1.1. L'ambivalence du concept de temps en lien avec l'évolution des fonctions octroyées à la mesure du temps**

Chambris (2008) explique dans sa thèse que, si le temps est une grandeur physique, les unités de temps, les systèmes permettant de manipuler des unités de mesure du temps sont, eux, le résultat de constructions culturelles. Aussi, tout ce qui a trait à la mesure du temps et à la manipulation de ces unités n'a pas manqué d'évoluer avec les sociétés humaines dans lesquels ces systèmes temporels sont mis en œuvre. À cet égard, Chambris (2008) ainsi que Mounsamy (2019), dont les recherches abordent entre autres l'évolution du statut des grandeurs et mesures en France, précisent que ces évolutions ont eu des répercussions sur le statut des unités de temps. En effet, des changements ont été observés quant à la fonction sociétale, épistémologique, mais aussi à l'instrumentalisation des unités de temps. Ces évolutions en lien avec les différentes fonctions du temps et

l'instrumentalisation de cette grandeur occuperont respectivement les trois premiers sous-points. Les effets observables de ces changements dans le Programme de formation de l'école québécoise (Ministère de l'Éducation, 2001) formeront le dernier sous-point.

**1.1.1. Fonction sociétale.** Les unités de temps ne sont pas une propriété mathématique (Mounsamy, 2019). Elles sont une construction de l'Homme, inhérente aux besoins de la société. Au début, les unités de temps correspondent à de grands intervalles qui renvoient aux temps agricoles. La fonction des unités de temps s'apparente dans ce cas à la subsistance (Mounsamy, 2019). Puis, les unités de temps en usage correspondent à de plus petits intervalles qui renvoient au rythme des nouvelles instances qui régissent la vie des sujets : l'Église et le Politique (Bersweiler, 2005). Les unités de temps servent à organiser la société au service du pouvoir en place. La construction des unités de temps et l'adoption du système sexagésimal au détriment du système décimal ou d'une autre base relèvent d'une décision arbitraire et servent les besoins des sociétés humaines (Lallement, 1822 ; cit. Mounsamy, 2019).

De cette façon, les unités de temps contribuent à l'organisation des sociétés humaines, et leur découpage évolue en fonction des besoins de la société. Mais, les unités de temps ont également joué un rôle déterminant en épistémologie, comprise ici dans le sens d'Histoire des sciences.

**1.1.2. Fonction épistémologique.** D'un point de vue historique, les unités de mesure en général, et les unités de temps en particulier, ont constitué un des points de départ du travail sur les nombres (Mounsamy, 2019). En effet, depuis l'Antiquité, le travail sur les nombres s'est effectué à partir de mesures, dont celle du temps. En mathématiques, en physique, en astrophysique, les unités de temps ont servi de point de départ au calcul. Elles étaient alors considérées comme une catégorie spécifique et sont désignées sous la terminologie de nombres complexes (bien avant l'invention des nombres complexes tels qu'on les comprend aujourd'hui) ou nombres mixtes (Chambris, 2008), et le statut de ces nombres demeurait visible dans le calcul (Mounsamy, 2019). Toutefois, deux progrès dans le domaine des mathématiques et des sciences en général vont affecter le statut des

grandeurs et mesures. Premièrement, avec l'avènement de l'arithmétique, le travail sur les nombres s'effectue en soi et pour lui-même, de telle sorte que les mesures viennent à être déconsidérées dans le champ des mathématiques (Mounsamy, 2019). Deuxièmement, avec le développement et les progrès de la science, le temps finit par perdre ce statut de point d'ancrage pour ne conserver que l'aspect d'une dimension (Mounsamy, 2019). Les unités de temps sont alors considérées comme des données chiffrées au même titre que les autres nombres.

En lien direct avec l'évolution des mathématiques et des sciences en général, les progrès techniques et technologiques des instruments de mesure du temps vont fortement influencer la modification du statut des unités de temps.

**1.1.3. Instrumentalisation de la grandeur temps.** Le perfectionnement des instruments de mesure a décorrélé la grandeur de la technique, en permettant d'accéder à une mesure directe de cette grandeur (Robichaud, 2010). Auparavant, il fallait posséder des instruments théoriques conséquents pour interpréter la mesure (Dequidt, 2010). À présent, avec le perfectionnement des instruments, il suffit de lire la mesure. Le perfectionnement des instruments de mesure a conduit à une utilisation des unités de temps, et non plus à la manipulation de celles-ci (Poyet, 2010).

Ainsi, les unités de temps ont connu un changement de statut en raison de l'évolution de leur place dans la société, de l'évolution de leur rôle en mathématiques et en sciences, de l'évolution de leur appréhension d'un point de vue technique. L'ensemble de ces changements a abouti à une modification du statut des unités de temps dans le Programme de formation de l'école québécoise (PFEQ) (Ministère de l'Éducation, 2001).

**1.1.4. Les incidences sur le Programme de formation de l'école québécoise.** Cette évolution du statut des unités de temps dans la société et dans les mathématiques a eu des répercussions sur le statut des grandeurs et mesures, et par voie de conséquence sur celui des unités de temps, dans le PFEQ (2001). Auparavant, les conversions d'unités de temps, comme tous les calculs mettant en jeu des unités de temps, étaient traitées dans les nombres naturels (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 1982). À présent, tout

ce qui a trait aux grandeurs et mesures est abordé dans une section distincte des mathématiques : les mesures. Les objectifs d'apprentissage de ce savoir essentiel ont été modifiés à la suite de ce changement de statut. Dans le programme de 1982 (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport), l'accent est mis sur l'aspect procédural de la manipulation des unités de temps. Par exemple, l'algorithme de la soustraction d'unités de temps est présenté. Si la manipulation des unités de temps demeure au cœur des apprentissages, sa nature semble avoir changé. L'objectif mentionné dans la progression des apprentissages (PDA) (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009) consiste effectivement en une manipulation des unités de mesure. Citons « Mesurer va par conséquent bien au-delà de la simple lecture d'une mesure sur un instrument » (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009, p. 17). Toutefois, c'est la dimension culturelle des grandeurs et mesures, donc l'aspect conceptuel, qui prévaut sur l'aspect procédural dans la section consacrée aux repères culturels dans le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001). Il est notamment fait mention de l'aspect praxéologique des unités de temps en lien avec les besoins de la société à un moment donné, mais aussi de l'épistémologie des systèmes de mesures. Nonobstant, la section consacrée aux savoirs essentiels ne fait état ni de l'aspect conceptuel de cet objet de savoir, ni de procédures à employer. Comme, une seule activité par cycle est recommandée pour l'ensemble des repères culturels du domaine de la mathématique (Ministère de l'Éducation, 2001), il est permis de douter quant à la connaissance de cette dimension culturelle des unités de temps par les élèves, voire par les enseignant.e.s. Cette incertitude peut trouver des résonances dans des constats effectués en France relativement à l'enseignement des unités de mesure, et donc de temps (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019). En effet, ces recherches indiquent que le changement de statut des mesures a abouti à l'isolement de ce champ, sapant par là même sa légitimité. Selon Mounsamy (2019), la grandeur temps a perdu une part de son essence, puisque la mesure du temps semble se limiter au couple <nombre ; unité de mesure>. De plus, selon le Gouvernement du Québec (2009), le travail sur les unités de temps ne suppose pas le passage par les unités non conventionnelles pour arriver aux unités conventionnelles (Gouvernement du Québec, 2009). Or, d'après plusieurs études, le

passage par les unités non conventionnelles est une étape décisive, car elle justifie et légitime le recours aux unités conventionnelles par la suite (Jaelani et al., 2013 ; Poirier, 2001 ; Schaeffer, 1937). Ainsi, bien que l'objectif dans les instructions officielles soit la manipulation des unités de temps, le contenu de la section concernant la grandeur temps empêche de se prononcer pour déterminer s'il s'agit effectivement d'une manipulation des unités de temps ou d'une simple utilisation de celles-ci.

La co-évolution des sociétés, des mathématiques, et des instruments et techniques a progressivement dissocié la grandeur temps de l'arithmétique. Ce changement a pu lui faire perdre sa légitimité aux yeux du personnel enseignant (Mounsamy et al., 2015). En outre, ce changement de statut des mesures a eu des conséquences sur la façon d'aborder cette notion dans le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001), et par conséquent sur la façon dont les élèves construisent leurs représentations temporelles. La relation entre la nature du temps et l'apprentissage des unités de temps reflète-t-elle encore, si cela a déjà été le cas, la façon dont le temps est traité du point de vue des processus cognitifs ?

## **1.2. La dualité temporelle au cœur de la construction cognitive de la représentation temporelle**

La difficulté première avec le concept de temps est qu'il s'avère particulièrement ardu à définir. Du propre aveu de Saint Augustin (1823), chacun sait ce qu'est le temps jusqu'au moment où il faut l'exprimer. Ceci met en évidence une contradiction intrinsèque du temps. Ce dernier semble à la fois familier et étranger, interne et externe, subjectif et objectif. De plus, au sein d'une seule représentation, plusieurs conceptions du temps transparaissent. Par exemple, considérer l'appréhension du temps comme relevant du soi ne signifie pas pour autant qu'il n'existe pas diverses façons de comprendre ce concept. Selon Kant (1781), le temps est une intuition perceptive. Saint Augustin (1823), quant à lui, arrive à la conclusion selon laquelle c'est l'esprit qui mesure le temps. De plus, l'acception scientifique du concept de temps semble très éloignée de la pensée de Kant ou de Saint Augustin. En effet, en science, le temps est une dimension de l'espace-temps, voire une probabilité en physique quantique (Quale, 2008). C'est une grandeur mesurable,



utilisée pour calculer des durées, des vitesses, des accélérations. Pourtant, cette opposition n'est qu'apparente : ces différentes représentations du concept de temps sont présentes dans les processus cognitifs qui concourent à la construction d'une représentation temporelle permettant la manipulation des unités de temps. Afin d'approfondir la question des processus cognitifs d'appréhension du temps en relation avec la façon dont ce concept est abordé à l'école primaire, trois points seront abordés. Tout d'abord, il sera question de la construction de l'apprentissage de la grandeur temps à l'école primaire par analogie avec les processus cognitifs d'appréhension du temps. Ensuite, nous verrons dans quelle mesure et de quelle façon la compréhension du concept de temps excède la juxtaposition nombre/mot. Enfin, la troisième partie expliquera en quoi l'apprentissage de représentations temporelles symboliques contribue au perfectionnement des représentations temporelles non symboliques.

**1.2.1. La construction de l'apprentissage de la grandeur temps à l'école primaire par analogie avec les processus cognitifs d'appréhension du temps.** La recherche de Pantlin (2019) indique que l'estimation d'un intervalle de temps s'effectue par comparaison du stimulus temporel avec l'horloge interne. De plus, l'étude de Mioni et al. (2018) précise que les résultats montrent une différence d'estimation temporelle en fonction du rythme cardiaque. Le rythme cardiaque des enfants étant plus élevé que celui des adultes, les auteurs de cette recherche avancent l'idée selon laquelle cette différence de rythme pourrait expliquer l'écart relevé pour l'estimation d'une même durée entre les enfants et les adultes. Ces deux recherches font écho aux préconisations de Poirier (2001) selon lesquelles les représentations des grandeurs se construisent par comparaison en mathématiques. Le programme de formation de l'école québécoise va également dans ce sens (2001). L'étude de Mioni et al. (2018) souligne le caractère a priori profondément subjectif de l'estimation, et la nécessité de développer cette habileté, en tenant compte du développement de l'enfant, tout au long de la scolarité du primaire. Tenir compte de cette évolution physiologique de l'enfant suppose un passage par les unités non conventionnelles (elles peuvent être décidées par l'élève en fonction de ce qui a du sens par rapport à son horloge interne. Par exemple, un battement de mains, une brève mélodie

ou encore un mot). De la même manière, Brown et Smith-Peterson (2014) expliquent que les stimuli temporels retenus dans la mémoire épisodique, qui seront appelés souvenirs chronologiques, sont ordonnés dans cette mémoire selon l'ordre chronologique. Aussi, la ligne du temps (ligne continue orientée) préconisée dans la construction de ce concept à l'éducation préscolaire et au primaire (Ministère de l'Éducation, 2001; Poyet, 2010) correspond à la méthode de stockage des souvenirs chronologiques dans la mémoire épisodique.

Ainsi, la distinction entre temps externe et temps interne — qualifié parfois d'objectif et de subjectif — se trouve résolue dans la perception et le traitement de celui-ci par le biais de la mémoire épisodique notamment. À cet égard, il semble que les instructions officielles soient en adéquation avec l'appréhension temporelle par les processus cognitifs. Mais, ce traitement cognitif du concept de temps diffère-t-il selon le type de données (numériques ou verbales) ?

**1.2.2. La compréhension du temps au-delà de la juxtaposition nombre/mot.** La recherche de González et al. (2019) indique que la mémoire sémantique ne traite pas les grandeurs selon le couple <nombre ; unité>. En effet, cette étude a mis en évidence une appréhension plus riche du concept de grandeur en général, et de temps en particulier, par la mémoire sémantique numérique et non numérique. Le mot « mesure » selon González et al. (2019) recouvre les réalités suivantes :

- Un mot « mesure », quelque chose qui a trait à une grandeur donnée et non à une autre grandeur ;
- Une mesure pondérée par rapport à d'autres mesures de référence (ex. : une seconde dure moins longtemps qu'une minute) ;
- Les objets de la vie quotidienne qui réfèrent à cette unité de mesure (ex. : une pendule pour les heures et minutes, mais un calendrier pour les jours et les mois) ;
- Les conversions et équivalences (1 min = 60 s).

D'une part, les résultats de cette recherche mettent en exergue le fait qu'une unité de mesure, comme la minute, ne sera pas nécessairement traitée par la mémoire sémantique numérique. Elle peut être traitée par la mémoire sémantique non numérique. À l'inverse, un stimulus visuel en lien avec un objet du quotidien, une horloge par exemple, peut être traité par la mémoire sémantique numérique. Le traitement dépend des concepts généraux qui sont signifiants pour le sujet (Mace et Unlu, 2019). D'autre part, cette recherche souligne le caractère fondamentalement dual des unités de mesure qui réfèrent à la fois à la connaissance des nombres et à la représentation non numérique des mesures.

Ainsi, non seulement les unités de temps, qui sont des unités de mesure, ne se résument pas à la juxtaposition d'opposés, à savoir d'un nombre et d'un mot. Mais, la construction d'une représentation temporelle dépend de la réunion de ces données, de l'interaction entre les zones cérébrales qui traitent ces différentes données. La conservation de la dualité du temps, la conservation de la richesse de ce concept s'avèrent donc essentielles pour construire une représentation aboutie de cette grandeur et permettre sa manipulation. Comment cette interaction affecte-t-elle le développement de la représentation temporelle ?

**1.2.3. La construction des représentations symboliques comme instrument de perfectionnement des représentations non symboliques.** Dans ce travail, il a été mentionné que le passage par les unités de temps non conventionnelles amenait les élèves à légitimer le système conventionnel d'une part (Bruni et Silverman, 1974; Jaelani et al., 2013), et à fonder un système d'unités pertinentes pour l'enfant — en adéquation avec le rythme de son horloge interne — d'autre part. Or, la recherche d'Hamamouche et de Cordes (2020), sans pour autant réfuter le bien-fondé de ce dont il a été fait mention plus tôt, explique que l'apprentissage de représentations temporelles symboliques, comme le sont les unités conventionnelles du système heure/minute/seconde (HMS), donne un cadre conceptuel qui rend les estimations liées aux représentations temporelles non symboliques plus précises. Par analogie avec la théorie de la Gestalt (Köhler, 1929), ce cadre théorique

formé par les représentations symboliques favorise la discrimination de la grandeur temps parmi les stimuli, et fournit des unités de références plus précises et régulières que ce que possède l'horloge interne à l'origine. Dans ces conditions, l'apprentissage des unités de temps au primaire s'avère important en vue d'accompagner l'élève dans la construction d'une « vision du monde » (Ministère de l'Éducation, 2001, p. 6). Ainsi, la construction cognitive d'une représentation temporelle permettant la manipulation des unités de temps ne peut s'effectuer qu'en s'appuyant sur le caractère essentiellement ambivalent du temps.

De cette façon, le passage par les unités de temps non conventionnelles amène les élèves à légitimer le système conventionnel (Bruni et Silverman, 1974; Jaelani et al., 2013). Mais, ce passage présente un autre intérêt. La recherche d'Hamamouche et de Cordes (2020) explique que l'apprentissage de représentations temporelles symboliques, comme le sont les unités conventionnelles du système HMS, donne un cadre conceptuel qui rend les estimations liées aux représentations temporelles non symboliques plus précises. Ainsi, la construction cognitive d'une représentation temporelle permettant la manipulation des unités de temps ne peut s'effectuer qu'en s'appuyant sur le caractère essentiellement ambivalent du temps. Les éléments abordés dans cette partie expliquent en partie le discours ambivalent du personnel enseignant au sujet de l'apprentissage des unités de temps en mathématiques. D'un côté, le traitement cognitif des unités de temps révèle que cette grandeur est un objet plus complexe que ce qu'il y paraissait de prime abord, et que son traitement est également complexe, mais aussi que la construction de représentations temporelles symboliques contribue à affiner la perception du temps, soit les représentations temporelles non symboliques. Cela pourrait venir corroborer l'affirmation de personnes enseignant au primaire selon laquelle l'apprentissage des unités de temps, bien que difficile, est un apprentissage important (Mounsamy et al., 2015). D'un autre côté, la brève épistémologie des unités de temps a permis d'avancer une explication des causes possibles de la perte de la légitimité et de la pertinence de l'enseignement des unités de temps au primaire aux yeux du personnel enseignant. À présent que la légitimité de ce discours est fondée, il apparaît nécessaire de se demander comment l'enseignement

de la mesure se conçoit en didactique des mathématiques, et si cet enseignement peut s'effectuer indifféremment pour le temps comme pour les autres mesures, eut égard aux particularités du concept de temps identifiées précédemment.

### **1.3. L'application des univers de la mesure à la grandeur temps**

Le développement des sociétés humaines et les besoins d'organisation qui en découlent ont amené les êtres humains à se doter d'un système conventionnel d'appréhension des grandeurs (Mounsamy, 2019). Pour ce faire, les êtres humains se sont appuyés sur des mesures de référence — ou unités — qui s'avéraient significatives dans le contexte dans lequel ils se trouvaient. Ces dernières ont évolué avec les sociétés humaines, se précisant au fil du temps (Mounsamy, 2019; Poyet, 2010). Les unités de mesure sont devenues des constructions complexes qui s'appuient sur une organisation mathématique. Brousseau (2000a, p. 2) définit en effet la mesure selon trois notions au sein de trois univers :

- L'objet à mesurer : celui-ci s'inscrit dans l'univers des objets mathématiques mesurables. Par exemple, trier des événements en les plaçant sur une ligne du temps.
- Le moyen de faire correspondre un objet à mesurer et le nombre qui la mesure : ce moyen s'inscrit dans l'univers des procédés de l'application-mesure. Par exemple, comparer la durée durant laquelle deux toupies tournent (Jaelani et al., 2013).
- La structure numérique qui mesure la chose : elle s'inscrit dans l'univers de la structure numérique d'arrivée. Par exemple, mesurer une durée à l'aide de retournements de sabliers ou calculer un horaire à partir d'un autre horaire et d'une durée.

Cette caractérisation de la mesure implique l'interdépendance des trois univers qui la composent. Chambris (2008) et Brousseau (2001) expliquent que ces trois univers étaient abordés à l'école primaire en France durant la période classique. Dans le Programme de formation de l'école québécoise (2001), la présence des trois univers est présente dans la section ayant trait aux repères culturels. La notion « Symboles (origine, évolution, besoin) : h, min, s » (Ministère de l'Éducation, 2001, p. 139) couvre les trois cycles du primaire. En revanche, tant dans la Progression des apprentissages en mathématiques

(2009) que dans la section des mesures proprement dite du PFEQ, il est uniquement question de la structure numérique qui mesure le troisième univers. Certes, l'intitulé de la section concernant le temps dans les grandeurs et mesures comporte la notion d'estimation (Ministère de l'Éducation, 2001, p. 138), mais, dans le corps de la section, seul l'aspect numérique semble compter, puisqu'il n'est plus question que des unités conventionnelles et des relations entre les unités de mesure. Or, cette façon d'appréhender les grandeurs relativement aux mesures rend non seulement la compréhension de la relation entre les unités du système de mesure plus ardue, mais entrave également la compréhension de ce à quoi renvoie véritablement telle ou telle grandeur ainsi que l'habileté à effectuer des estimations (Chambris, 2008). À cette difficulté s'ajoutent des caractéristiques intrinsèques de la grandeur temps qui complexifie encore sa compréhension.

De plus, Brousseau (2000a, 2001) évoque à plusieurs reprises l'importance de se fonder sur des situations mettant en jeu des objets matériels pour aborder les trois notions relatives aux univers qui définissent la mesure. Toutefois, plusieurs difficultés apparaissent sitôt que la grandeur à caractériser est le temps. Le temps est ressenti, mais non tangible (Bersweiler, 2005; Kant, 1781; Poyet, 2010). Il est sujet à variation, car il n'est pas perçu directement par un des cinq sens (Brown et Smith-Petersen, 2014). Mounsamy (2019) conceptualise cette particularité en distinguant trois types de temps : le temps perçu, le temps vécu et le temps conçu. Comme le spécifie Wittgenstein (1922), cette caractéristique fondamentale du temps, soit son intangibilité, implique que sa mesure s'effectue indirectement et revêt une dimension d'abstraction supplémentaire. Selon cet auteur, la comparaison d'un processus ne peut pas s'effectuer avec le « cours du temps », étant donné que ce dernier n'a pas d'existence en tant que telle et que cette expression s'apparente plutôt à un fait de langage. La seule alternative possible consiste alors à comparer le premier processus « à un autre processus (par exemple à la marche du chronomètre). » (Wittgenstein, 1922, p. 107). De ces constats découle une abstraction dans les trois univers, alors que les mesures des autres grandeurs ne sont abstraites que dans le troisième univers (Brousseau, 2000a). Par exemple, pour mesurer le temps qui passe à l'aide d'un cadran solaire, la longueur du segment indique l'heure du jour. En outre, dans

le cas de la grandeur temps, les univers considérés individuellement présentent également une plus grande complexité. En ce qui concerne l'univers des procédés de définition de l'application-mesure, le système dans lequel les unités de mesure s'inscrivent est irrégulier (base décimale, base sexagésimale).

Ainsi, les univers de la mesure décrits et explicités par Brousseau (2000) sont applicables à la grandeur temps, mais de façon plus abstraite et plus complexe : la mesure du temps n'est accessible que par l'intermédiaire d'une autre grandeur, et le système de relation entre les unités est plus complexe en raison de son irrégularité. Les sections précédentes ont conduit à décrire plus précisément les caractéristiques de la grandeur temps en mathématiques. Ce faisant, il a été établi que manipuler des unités de temps ne peut se résumer au couple <nombre ; unité> et que manipuler les unités de temps implique de mettre en relation différents systèmes de relations. Face à ce foisonnement inhérent à toute manipulation des unités de temps, il apparaît légitime de s'interroger sur les caractéristiques des unités de temps connues et retenues par les enseignant.e.s au moment de la planification d'une situation d'enseignement et d'apprentissage. Dans la mesure où les manuels scolaires constituent une des bases de travail des enseignant.e.s (Margolinas et Wozniak, 2009), la même question se pose pour les manuels utilisés en classe.

#### **1.4. La distinction entre le savoir savant et le savoir à enseigner**

Le changement épistémologique du statut des unités de temps a eu des répercussions sur la façon de penser les unités de temps. Dans la société actuelle, le temps s'apparente en général à une donnée utilisée en vue d'autres fins. Il n'a pas a priori les caractéristiques d'un savoir savant. Pourtant, sitôt la question de la nature du temps posée, cet objet n'en finit plus de se complexifier. La prise de conscience de cet écart indique que derrière l'illusion de simplicité, les unités de temps constituent bien un « savoir à enseigner » comme le définit Chevallard (1991). En effet, selon ce chercheur, le savoir enseigné résulte de l'intention de l'enseignant.e de faire apprendre un savoir savant. Le problème qui se pose à la personne qui enseigne est double : non seulement, dans le cas des unités de temps, elle doit distinguer ce qu'elles sont, mais l'enseignant.e doit ensuite

les manipuler<sup>1</sup> de telle sorte qu'elle puisse enseigner ce savoir savant. Or, manipuler les unités de temps revient à penser la relation qu'elles entretiennent au sein d'un système, c'est-à-dire à effectuer des conversions. Par conséquent, penser les unités de temps ne peut advenir sans penser la conversion d'unités de temps, et réciproquement. Aussi, dans cette recherche, l'objet mathématique considéré sera les unités de temps dans une tâche de type « conversion ». De plus, le savoir savant sur lequel l'enseignant.e va travailler n'est jamais un savoir savant en soi, absolu. Il est toujours la représentation qu'a le sujet de cet objet mathématique. Il est vrai que le savoir savant ne peut être enseigné tel quel à l'apprenant. La personne qui enseigne va manipuler consciemment le savoir savant de telle sorte qu'elle puisse l'enseigner. Selon Chevallard (1991b), le résultat de cette manipulation forme le savoir à enseigner. Cette manipulation soulève par conséquent la question du contenu des représentations initiales du corps enseignant quant aux unités de temps. Rendent-elles compte ou non de l'évolution du statut des unités de temps et des caractéristiques intrinsèques des unités de temps ? Sont-elles en adéquation avec le traitement cognitif de cette grandeur ? Permettent-elles de manipuler les unités de temps ou de les utiliser ? Les univers de la mesure décrits par Brousseau (2000a) sont-ils présents dans l'enseignement des unités de temps au Québec ?

### **1.5. Quelle est la nature des savoirs de référence des acteurs en éducation et dans les manuels scolaires ?**

Chevallard (2002) constate que bon nombre d'enseignant.e.s se réfèrent au même niveau de savoirs essentiels mathématiques que ceux qui seront proposés à leurs élèves. Cela signifie que, selon Chevallard (2002), les enseignant.e.s demeurent dans le même niveau d'organisation mathématique que leurs élèves. Dans ce même article (Chevallard, 2002), l'auteur souligne que les conseillers pédagogiques, quant à eux, travaillent dans un, voire dans deux, niveaux d'organisation mathématique supérieurs. Aussi, tant en ce qui concerne les enseignant.e.s que les conseillers.ères pédagogiques, il apparaît que les

---

<sup>1</sup> Le terme de manipulation est un des termes utilisés par Chevallard dans la théorie anthropologique du didactique (1991b). Dans la mesure où la théorie anthropologique du didactique fait partie de notre cadre de référence, nous utiliserons la même terminologie durant tout ce travail.



savoirs qu'ils mobilisent demeurent détachés des travaux de recherche scientifique, et que les connaissances scientifiques restent pour la plupart méconnues des élèves, des enseignant.e.s et des conseiller.s.ères pédagogiques. La recherche de Mounsamy (2019) abonde dans ce sens dans la mesure où les résultats indiquent que la connaissance des savoirs essentiels des enseignant.e.s se résume dans la majorité des situations étudiées dans sa thèse à la connaissance d'une ou de deux techniques. En ce qui concerne les conseiller.s.ères pédagogiques, Mounsamy (2019) parvient également aux mêmes conclusions que Chevallard (2002). Dès lors se pose la question de ce sur quoi les enseignant.e.s et les conseiller.s.ères pédagogiques fondent leurs savoirs essentiels. Dans leur recherche, Priolet et Mounier (2018) indiquent que neuf enseignant.e.s sur dix s'appuient sur le manuel scolaire ainsi que sur le guide pédagogique pour planifier leur situation d'enseignement apprentissage. À l'inverse, la majorité des enseignant.e.s participant à cette étude qualitative affirment n'utiliser les manuels scolaires pour leurs élèves que de façon épisodique. Cela signifie que les enseignant.e.s fondent leurs savoirs savants sur le manuel et qu'ils prennent en charge le savoir à enseigner et le savoir enseigné d'une autre manière. En effet, il apparaît que les enseignant.e.s puisent la majorité des ressources concernant le savoir à enseigner sur Internet (Bruillard, 2010; Mounier et Priolet, 2015). Comme le déplorent ces recherches, ces savoirs mathématiques ne sont pas validés. Enfin, les auteurs concluent en soulignant le manque de contrôle épistémologique qui découle de ces pratiques en didactique des mathématiques (Bruillard, 2010; Priolet et Mounier, 2018).

Ainsi, les sections 1.1 à 1.5 expliquent en quoi effectuer des conversions d'unités de temps peut se révéler ardu et contribuent à comprendre pourquoi le sujet de l'enseignement des unités de temps suscite des discours contradictoires, en particulier chez certains enseignant.es. La complexité du concept de temps, les caractéristiques de la construction des unités de temps chez le sujet ainsi que leur caractère dual sont les explications qui ont été avancées. De plus, il a été montré que la manipulation de l'objet mathématique, que sont les unités de temps, par la personne qui enseigne ne peut exister que s'il y a reconnaissance de cet objet en tant que savoir savant. L'ensemble de ce travail

métacognitif de la personne qui enseigne conduit à la prise de conscience de l'existence d'un écart entre le savoir savant et le savoir à enseigner. Celle-ci est appelée transposition didactique externe par Chevallard (1991). Dans ces conditions, s'intéresser à la transposition didactique externe des unités de temps dans une tâche de type « conversion » apparaît comme un moyen de cerner l'état actuel des connaissances des enseignant.e.s sur ce sujet ainsi que d'accéder tant au savoir savant qu'au savoir à enseigner « unités de temps » selon des enseignant.e.s actuellement en poste au Québec. Qu'apporterait une telle recherche du point de vue social et scientifique ?

## **1.6. Pertinence sociale et scientifique**

Comme il a été mentionné, la manipulation des unités de temps revêt une part culturelle. En d'autres termes, cet apprentissage s'ancre dans un temps et un lieu. Dans ces conditions, les explications apportées précédemment ne permettent pas de décrire les caractéristiques de la manipulation de cet objet mathématique en vue de son enseignement au primaire au Québec ni d'identifier les difficultés qui y perdurent ou non. La pertinence de ce problème sera abordée dans les points suivants par le biais de la pertinence sociale du présent projet de recherche d'une part, et de la pertinence scientifique, d'autre part.

**1.6.1. La pertinence sociale.** Deux études menées aux États-Unis (Mikula et Heckler, 2013; Raje, 2019) mettent en exergue le fait que des étudiants en sciences au collégial ne parviennent pas à effectuer des conversions d'unités de mesure ou à distinguer les nombres qui renvoient à une grandeur et ceux qui représentent une quantité arithmétique ou un nombre algébrique. Les professeur.e.s de chimie et de physique se trouvent dans l'obligation d'allouer du temps en début de session à la révision des conversions dans le système métrique (Raje, 2019). Mikula et Heckler (2013) constatent que les révisions de ces notions amènent peu de progrès chez les participant.e.s. Pourtant, les unités de mesure font partie intégrante de la vie dans les sociétés contemporaines. Parmi les unités de mesure, la gestion du temps, à travers la planification et l'organisation des tâches, s'avère déterminante pour l'intégration sociale ainsi que pour le concept de soi et la réussite

professionnelle (Bersweiler, 2005). De cette façon, le développement de l'habileté à manipuler les unités de temps appelle une attention particulière du corps enseignant.

**1.6.2. La pertinence scientifique.** La recension des écrits a mis en évidence deux faits. D'une part, la question du statut des unités de temps dans les programmes et dans l'enseignement ainsi que la façon de les enseigner ne constitue pas des questions récentes (Chambris, 2008; Giflin, 1897; Schaeffer, 1937; Watson, 1937). D'autre part, ces lectures préliminaires ont mis au jour l'existence de recherches faisant état des difficultés inhérentes à la manipulation des unités de mesure en général, et des unités de temps en particulier dans différents pays du monde (Earnest, 2015; Mounsamy, 2019; Mounsamy et al., 2015; Poyet, 2010; Robichaud, 2010). La France, l'Indonésie, les États-Unis et la Turquie en sont quelques exemples. Elles concernent certes les difficultés des élèves, mais aussi celles des étudiant.e.s, des enseignant.e.s et futur.e.s enseignant.e.s (Mikula et Heckler, 2013; Mounsamy, 2019; Mounsamy et al., 2015; Raje, 2019; Saraçoglu et al., 2017). Toutefois, en l'état actuel de nos connaissances, aucune recherche sur les conversions d'unités de temps en mathématiques au primaire n'a été menée au Québec. Il apparaît par conséquent pertinent d'explorer la situation au Québec. Dans la mesure où les enseignant.e.s et les conseiller.ères pédagogiques sont les personnes qui manipulent l'objet mathématique de façon à en rendre possible l'apprentissage, essayer de comprendre comment les conseiller.ères pédagogiques et les enseignant.e.s effectuent cette transposition didactique externe des conversions d'unités de temps apparaît justifié.

## **1.7. Formulation de la problématique**

Dans le cadre de l'apprentissage des unités de temps, il apparaît pertinent de vérifier empiriquement si les modifications de l'objet mathématique que sont les conversions d'unités de temps ont eu une incidence sur les connaissances et la manipulation desdites unités par le personnel enseignant du primaire au Québec. En d'autres termes, la question de recherche se formule comme suit : quelles sont les caractéristiques de transpositions didactiques externes des unités de temps dans le cadre

d'une tâche de conversion d'unités par des conseillers.ères pédagogiques et par des enseignant.e.s au 3<sup>e</sup> cycle du primaire au Québec ?

## CHAPITRE II

### LE CADRE DE RÉFÉRENCE

La façon dont sont actuellement mobilisées les unités de temps — la lecture de l'heure sur les cadrans à affichage numérique, notamment — fait que le temps est souvent restreint à l'acception de dimension physique dans la vie quotidienne. Pourtant, comme explicité ci-dessus, manipuler les unités de temps implique une compréhension plus profonde du concept de temps. En effet, cette manipulation est une opération complexe qui renvoie au caractère complexe du temps ainsi qu'à son ambivalence intrinsèque. Afin d'essayer d'identifier les caractéristiques de la grandeur temps retenues par des enseignants du primaire au cours de transpositions didactiques externes et les raisons guidant ces choix, ce chapitre s'attachera dans un premier temps à définir les concepts en jeu dans cette question de recherche. Dans un second temps, il sera question du modèle développé par Shulman (1986, 2005, 2015), modèle qui porte sur les contenus de connaissances — Content knowledge, en anglais (CK) — ainsi que sur les contenus de connaissances pédagogiques — Pedagogical Content Knowledge, en anglais (PCK). Ce travail s'appuiera dans un troisième temps sur la théorie de la transposition didactique (Brousseau, 2011; Chevallard, 1991b); dans un quatrième temps, sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991a, 1998a, 2002). Ces deux théories interagissent dans un modèle développé par Duchet et Erdogan (2005). Cette forme étant à la fois un modèle intégrateur et un instrument d'analyse et d'interprétation, le site mathématique local apparaîtra dans le cadre de référence pour tous les aspects relevant desdites théories et de la définition des concepts; dans la méthodologie, en tant qu'instrument d'analyse et d'interprétation des résultats. Les théories mobilisées à l'intérieur de ce modèle relativement aux conversions d'unités de temps seront présentées dans ce chapitre au cours de ce dernier point.

#### 2.1. La définition des concepts

Dans sa thèse, Robichaud (2010) déplore le fait que l'apprentissage des unités de temps se limite à une simple utilisation de celles-ci. Il oppose l'utilisation des unités de temps à leur manipulation. La problématique rejoint cette affirmation, dans la mesure où calculer des durées, donner l'heure et la lire dépassent justement la simple lecture. La complexité inhérente à la nature du temps, mais aussi la complexité de son appréhension d'un point de vue cognitif abonde dans ce sens. Face à cette complexité, voire à cette multiplicité de complexités, la question de ce que recouvre exactement l'expression « manipuler des unités de temps » s'impose. Cette question trouvera une réponse à travers la définition de ce que sont les unités de temps en premier lieu, et en second lieu, par le biais de la définition du concept de conversion.

**2.1.1. Les unités de temps.** Les unités de temps constituent une catégorie d'unités parmi les unités de mesure. Tout d'abord, selon Poirier (2001), par unité de mesure, on entend tout étalon qui renvoie à la mesure d'une grandeur physique. Un étalon correspond à une unité de référence, et il est ce qui sera itéré pour quantifier une grandeur donnée relativement à un événement ou une chose. Cet étalon peut relever d'un choix personnel du sujet qui mesure. Par exemple, il peut s'agir de battre des mains à intervalles réguliers pour mesurer le temps qui passe. Dans ce cas, l'étalon de mesure du temps est dans ce cas l'intervalle entre deux battements de mains. Pour que cette mesure soit possible, l'intervalle doit être constant. Sinon, il n'y aura pas d'itération de l'étalon retenu, et par conséquent, pas d'étalon ! Dans l'exemple donné, les unités que sont les battements de mains sont appelées unités non conventionnelles (Mounsamy, 2019). À l'inverse, un étalon peut aussi être une unité normée, auquel cas, il s'agira d'unités conventionnelles. Les heures, les minutes, les jours sont quelques exemples d'unités conventionnelles. En résumé, les unités de temps sont toutes des étalons qui permettent de mesurer le temps. Puis, comme l'explique Wittgenstein (1922, p. 107), il n'existe pas de « temps qui passe ». Il n'y a donc pas de mesure d'un événement par rapport à un « temps qui passe ». C'est la comparaison d'événements qui permet de mesurer le temps. En cela, Wittgenstein (1922) rejoint Poirier (2001) qui souligne que les unités de temps se construisent par comparaison. Ensuite, les événements en jeu dans ces comparaisons ne sont pas tous de

la même nature, en ce qu'ils s'inscrivent dans des échelles de temps distinctes. En effet, la durée d'un trajet pour se rendre à l'école et les périodes géologiques sont certes deux évènements, mais ceux-ci traitent d'évènements si différents en termes de durée, qu'il est nécessaire de les placer dans des échelles de temps distinctes. Ces différentes échelles appellent différentes unités de temps pour des raisons pratiques. Il est vrai qu'il est plus facile de se représenter son âge en années plutôt qu'en secondes. Il est en effet plus ardu, voire impossible, de se représenter certaines grandeurs dans une unité inusitée ou inadéquate pour une échelle donnée (Resnick et al., 2017). En revanche, quelle que soit l'échelle de temps, les unités de temps mesurent toujours la durée d'un évènement (aspect cardinal du temps) ou le moment où celui-ci a eu lieu dans une période donnée (aspect ordinal du temps). Le concept d'évènement souvent répété au cours de ce paragraphe s'avère central, dans la mesure où il est l'objet de la mesure du temps. Ce terme vient du latin *evenire*, qui signifie « venir hors de, sortir » (Gaffiot, 1934). L'étymologie de ce terme met en exergue l'importance du sujet lors de mesures temporelles et son rôle dans le choix d'une unité de temps. En effet, un évènement est ce qui ressort par rapport à un continuum temporel pour un sujet donné. En d'autres termes, ce moment crée une rupture par rapport à celui-ci. Mais, quelle est l'échelle dans laquelle cet évènement se situe ? Citons un évènement qui marque la mémoire d'un sujet : l'observation d'un requin lors d'une expédition de plongée. Cet évènement peut former une rupture dans une journée, auquel cas, c'est sans doute l'heure à laquelle a eu lieu cet évènement et sa durée en secondes ou en minutes qui seront alors considérées. Cependant, si cette rencontre a constitué un évènement majeur dans la vie du sujet, comme l'engagement pour la préservation des espèces marines, c'est sans doute l'année, voire le mois, qui sera retenu pour parler de cette expérience. Une troisième possibilité est que cette observation peut ne pas être considérée comme un évènement par le sujet, si les rencontres avec les squales font partie de son quotidien. C'est donc le regard porté par un sujet sur un moment qui fait ou non de celui-ci un évènement. Les unités de temps choisies pour situer cet évènement dépendent également du contexte dans lequel ce regard est porté.

Ainsi, les unités de temps n'existent pas en soi. Elles sont une construction culturelle. Dans celle-ci, le choix d'une unité de temps pour parler d'un évènement est lié à la représentation qu'à le sujet de celui-ci. Mais, le choix d'une unité de temps répond aussi à un double but pratique dans la mesure où utiliser une unité relevant d'une échelle de temps en adéquation avec l'évènement en question permet d'en avoir une représentation, et dans la mesure où les unités conventionnelles permettent d'adopter un point de vue d'un évènement qui sera socialement partagé. À présent que les unités de temps sont définies, comment sont-elles manipulées ?

**2.1.2. De la manipulation au concept de conversion.** Le terme de manipulation vient du latin *manipularis* qui signifie « une poignée, une botte » (Gaffiot, 1934, p. 946). Ce mot évolue à la période médiévale dans la mesure où *manipulare* est utilisé en pharmacie et plus largement en chimie. Ce terme signifie alors « opérer avec la main sur les substances » (Gannaz, 2022). Dans le cas des unités de temps, le sens médiéval de *manipulare* amène à penser à la construction de ces dernières, à leurs interactions entre elles, mais également à leurs relations avec d'autres notions. Enfin, cette analogie avec la chimie conduit au passage d'une unité à une autre, soit au concept de conversion. Le mot latin *conversio* est un terme initialement utilisé en astronomie pour désigner les phénomènes suivants « action de tourner, mouvement circulaire, révolution » (Gaffiot, 1934, p. 425). Cette proximité entre le sens médiéval de manipuler et le concept de conversion se retrouve sous la plume de Cicéron, qui utilise le terme *conversio* dans le sens de « changement, mutation, métamorphose » (Gaffiot, 1934, p. 425). Cette idée de mouvement, de changement ainsi que de passage d'un état à un autre se retrouve dans les acceptions que donne Chambris des conversions d'unités :

**Les conversions de registres.** Cette première acception se fonde sur la théorie des registres sémiotiques de Duval (1995, 2006). En effet, selon cet auteur, tout objet mathématique se décline selon trois registres sémiotiques. Le registre langagier correspond à l'expression de cet objet mathématique dans le langage naturel. Le second, le registre graphique, concerne les représentations visuelles de cet objet mathématique. Le



registre symbolique, troisième registre sémiotique, renvoie au symbolisme mathématique. La conversion de registres consiste à passer d'un registre à un autre. Illustrons ce changement de registres à l'aide du schéma ci-dessous :

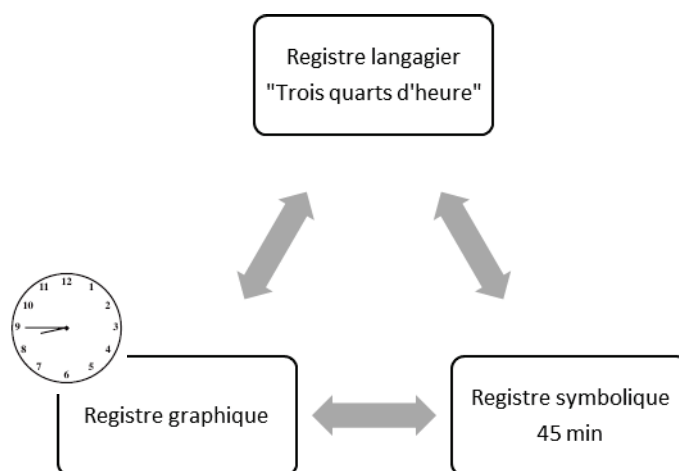


Figure 1. Exemple de changement de registres sémiotiques

Chambris (2002) explique que, bien que les conversions de registres soient omniprésentes dans les tâches mathématiques, ce type de conversion demeure le plus souvent implicite.

**Les conversions entre systèmes.** Les conversions entre systèmes forment le second type de conversion décrit par Chambris (2008). Il s'agit par exemple du passage d'une base à une autre. Convertir de secondes en dixièmes de secondes revient à passer d'une base 60 à une base 10. Ce type de conversion rejoint le domaine de l'informatique, puisque les conversions de code sont une « Opération qui consiste à convertir des données représentées dans un code ou un jeu de caractères codés par un autre code ou un autre jeu de caractères codés » (Legendre, 2005, p. 295). Les changements de base peuvent être délicats dans la mesure où ils nécessitent une compréhension approfondie de la numération de position ainsi que de la notion d'équivalence. Cette complexité est exacerbée lors de changements de base avec des bases irrégulières, ce qui est le cas avec

les unités de temps autres que celles du système heure/minute/seconde (HMS). Le passage du système heure/minute/seconde au système jour/mois/année en est un exemple. Les conversions entre systèmes peuvent aussi être comprises dans une acception élargie. La construction du concept de temps d'un point de vue physiologique en est un exemple (Mioni et al., 2018). Le passage d'unités non conventionnelles — des toupies pour mesurer le temps (Jaelani et al., 2013) — aux unités conventionnelles — les minutes et les secondes.

**Les conversions dans un système.** Selon Chambris (2008, p. 445) les conversions dans un système s'apparentent à des « changements d'unité de la numération ». En d'autres termes, ces changements d'unités s'effectuent dans une même base. Les conversions dans le système HMS en sont un exemple. Chambris assimile ce type de conversions à des conversions de relations, car elles se fondent sur des relations mathématiques, telles que la relation de proportionnalité. Parmi les relations mathématiques applicables à ce type de conversions, Chambris (2008) mentionne également la relation multiplicative ou les relations de composition.

De cette façon, manipuler les unités de temps va de pair avec convertir des unités de temps. Comme le souligne Chambris, il existe trois types de conversions, à savoir les conversions de registre, les conversions entre systèmes et les conversions dans un système. Ces conversions n'étant explicitement distinguées dans le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) ni dans la PDA (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009), il sera nécessaire de s'interroger sur les connaissances pédagogiques qu'ont les enseignant.e.s et les conseillers.ères pédagogiques des différents types de conversions lors de transpositions didactiques externes. Ces contenus de connaissances renvoient au modèle de Shulman concernant le PCK (1986, 2005, 2015).

## **2.2. Le concept de Pedagogical content knowledge**

Cette recherche nécessite de faire appel au concept de *Pedagogical Content Knowledge*<sup>2</sup> tel que défini initialement par Shulman (1987), puis développé par Magnusson et al. (1999). En effet, selon Shulman (2015, cit. Mounsamy, 2019, p. 92), chaque profession possède des caractéristiques qui lui sont propres et qui se déclinent selon trois structures (Shulman, 2005, p. 54-55, cit. Mounsamy, 2019, p. 93) :

- Structure de surface (actes concrets et opérationnels)
- Structure profonde (hypothèses sur la meilleure façon de transmettre des connaissances et savoir-faire dans un domaine donné)
- Structure implicite (croyances, valeurs et orientations paradigmatiques → ordre de la morale)

Dès lors, ces structures permettent d'étudier les connaissances professionnelles des acteurs de cette profession (Mounsamy, 2019). En détaillant les différentes catégories du PCK par participant.e, le chercheur ou la chercheuse dégage les éléments qui relèvent de la croyance quant à un objet de savoir de ceux qui découlent de la connaissance du curriculum, de celles qui renvoient au savoir savant et aux connaissances issues de la recherche scientifique de ce savoir, et enfin, des éléments qui ont trait à l'expérience. En d'autres termes, l'étude du PCK permet de situer le savoir dont il est question dans la culture et dans l'environnement d'une profession donnée. Dans sa recherche, Mounsamy souligne que le PCK fait partie du cadre de référence de nombreuses études, et que le PCK a évolué en fonction des problématiques spécifiques à chaque discipline. En ce qui concerne l'enseignement, Mounsamy s'appuie sur les travaux de Magnusson et al. (1999) ainsi que sur ceux de Padilla et Van Driel (2011). Ces recherches mettent en lumière certains items qui concernent l'enseignement comme la connaissance qu'ont les enseignant.es des instructions officielles (Padilla et Van Driel, 2011).

De cette façon, le PCK peut être considéré comme un angle de compréhension des représentations du savoir-savant des unités de temps dans une tâche de type « conversion ». Le PCK renvoie notamment à l'idée selon laquelle chaque profession

---

<sup>2</sup> Beaucoup d'études s'appuient sur le PCK. Nonobstant, celle de Mounsamy (2019) exceptée, elles ne sont pas liées aux grandeurs et mesures. Pour cette raison, elles ne seront pas mentionnées dans ce mémoire.

présente des caractéristiques qui lui sont propres, et ce, qu'il s'agisse de structures de surface, profondes ou implicites. Ces structures s'exercent à propos d'un objet, ici, les unités de temps dans le cadre d'une tâche de type « conversion ». L'étude du PCK permet d'identifier à quelle structure appartiennent telle ou telle assertions. En revanche, le PCK n'est pas approprié pour identifier l'ensemble des caractéristiques d'un savoir-savant ou d'un savoir à enseigner. Dès lors, comment appréhender cet objet du point de vue didactique, c'est-à-dire lors de la transposition didactique ?

### **2.3. La théorie de la transposition didactique**

Ce travail se fonde sur la théorie de la transposition didactique définie par Chevallard (1991b). La transposition didactique est le passage du savoir savant au savoir enseigné. D'une manière générale, la transposition didactique pousse « le didacticien à se poser la question de l'adéquation de ces deux objets, question qui est la marque de la rupture épistémologique lui permettant de sortir de la rupture de la transparence » (Colomb, 1986, p. 89). Deux types de transpositions se succèdent pour former une transposition didactique complète. La première, appelée transposition didactique externe, concerne le passage du savoir savant au savoir à enseigner. La seconde, nommée transposition didactique interne, est l'actualisation du savoir à enseigner en un savoir enseigné. Dans la mesure où la question centrale de cette recherche consiste à s'interroger sur les connaissances des enseignant.es au Québec relativement aux conversions d'unité de temps ainsi que sur le passage de leur connaissance de cet objet de savoir à la planification de cet enseignement, seule la transposition didactique externe sera considérée dans cette recherche (Chevallard, 1991b). La transposition didactique externe prend son sens dans la tension qui existe entre le savoir savant et le savoir à enseigner. Selon Lenoir, « au lieu de se limiter aux objets à enseigner, les didactiques des disciplines doivent intégrer le niveau de l'action didactique, celui du *rapport d'objectivation qui s'établit entre un sujet ancré dans le réel et un objet de savoir* » (Lenoir, 1993, p.87 ; cit. Zouari, 2010, p. 34). Il s'agit par conséquent de vérifier deux aspects quant aux unités de

temps : existe-t-il un écart, une tension entre les deux savoirs ? Cette tension s'établit-elle sous la forme d'un rapport d'objectivation ?

À partir des travaux de Mioni et al. (2018), ainsi que de ceux de Pantlin (2019), et D'Hamamouche et Cordes (2020), il est possible d'avancer l'idée selon laquelle les représentations temporelles symboliques de l'enseignant.e sont éloignées de celles des élèves. En effet, si les représentations symboliques contribuent à affiner les représentations non symboliques, et si la comparaison des stimuli temporels avec l'horloge interne évolue avec le développement de l'enfant, alors il existe un écart véritable entre les représentations temporelles symboliques de la personne qui enseigne et les représentations symboliques de l'enfant. L'utilisation de la théorie de la transposition didactique s'applique par conséquent à cet objet. Il apparaît à présent légitime de s'interroger sur le processus d'objectivation qui s'opère dans cette transformation.

La théorie de la transposition didactique contribue à identifier un objet de savoir parmi le chaos du réel, à le cerner plus précisément. Chevallard avance l'idée selon laquelle « L'objet de la didactique est un objet techno-culturel » (1991b, p. 14). En ce qui concerne les unités de temps, cette conception de l'objet mathématique facilite la tâche de la personne qui enseigne. En effet, l'« action didactique » (Lenoir, 1993, p.87 ; cit. Zouari, 2010, p. 34) appliquée aux unités de temps met en lumière les caractéristiques de l'objet. Tenter de caractériser les unités de temps ne revient-il pas à s'interroger sur la part relevant de la culture et celle appartenant aux mathématiques dans cet objet de savoir ? Les unités de temps présentent d'une part une partie technologique. La construction de la représentation symbolique, le lien entre l'arithmétique et la grandeur temps, l'utilisation d'outils de mesure en sont quelques exemples. En effet, ces aspects renvoient au traitement mathématique des unités de temps, soit l'algorithmie et la mesure en unités conventionnelles. D'autre part, les unités de temps comportent une partie culturelle. Citons la construction et l'évolution du statut des unités de temps au niveau épistémologique, le statut des unités de temps dans la société actuelle et dans les programmes, les représentations non symboliques. De cette façon, la transposition

didactique amène l'enseignant.e à identifier et à interroger ses représentations tant techniques que culturelles afin d'être à même d'enseigner cet objet. Celles-ci correspondent aux différentes connaissances antérieures que l'enseignant.e possède sur ce sujet. Ce processus réflexif correspond donc à l'objectivation de l'objet de savoir.

Ainsi, la théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1991b) s'applique bien à l'objet du présent travail et apporte des pistes de résolution de la question de recherche. Toutefois, dans un texte en lien avec la transposition didactique, Chevallard (2002) rappelle que la transposition didactique d'un objet techno-culturel s'accomplit en fonction de différents niveaux de détermination, et, en ce sens, la transposition didactique ne peut être comprise que comme un « système ouvert » (Chevallard, 1991b, p. 16). La compréhension de ce système et de la relation entre ces niveaux de détermination correspond à ce que Chevallard (2002) nomme la théorie anthropologique du didactique. Comment s'actualise cette théorie à travers la relation entre les différents niveaux d'une organisation mathématique ?

#### **2.4. La théorie anthropologique du didactique**

Kamii (1980), à la suite de Piaget (1966), met en exergue le fait que les nombres sont le résultat de relations établies entre des objets matériels<sup>3</sup> par un sujet. En d'autres termes, le sujet projette sur les objets matériels la relation qu'il établit entre ces derniers. Pour autant, aucun des objets matériels considérés ne contient intrinsèquement la quantité donnée par le nombre. Ce fait identifié par Piaget (1966) et repris par Kamii (1980) indique la dimension culturelle inhérente au concept de nombre ainsi que le rôle joué par tout sujet lorsqu'il dénombre une quantité. Chevallard (1991b) aborde ces mêmes aspects, en les étendant à tout objet mathématique et à toute relation mathématique. De cette façon, il met en évidence le fait que la manipulation de tout objet mathématique va être amenée à varier de très nombreuses manières, car le sujet qui le manipule évolue dans un

---

<sup>3</sup> L'expression « objet matériel » a été retenue dans ce paragraphe pour parler d'objets du quotidien — des crayons, des cubes, des jouets... Le but est d'éviter une confusion entre les objets mathématiques et les objets matériels dans cette explication.

environnement culturel, et ce dernier s'inscrit dans un système complexe. En fonction de la situation de manipulation et du sujet qui manipule l'objet mathématique, différents niveaux de ce système vont se trouver impliqués. En outre, Chevallard (2002) constate que l'absence de mobilisation de certains niveaux dans ce système ou l'absence de relations entre des niveaux de ce système vont affecter la façon dont le sujet va manipuler l'objet mathématique en question. C'est dans ce sens que Chevallard (2002) parle d'écologie et d'environnement en didactique des mathématiques. Dans la mesure où la compréhension de ce qui advient dans la transposition didactique, externe notamment, dépend de l'écologie dans laquelle existe l'objet de ce processus, ce travail s'appuie également sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991a). Cette théorie explique que « la didactique des mathématiques est ainsi une partie de *l'anthropologie*. Entendons, par anthropologie, tout simplement *l'étude de l'Homme*, c'est-à-dire, véritablement, de l'Homme et de la Société, de l'Homme dans la Société autant que de la Société dans l'Homme » (Chevallard, 1991a, p. 161). L'appréhension de tout objet mathématique dépend de la culture et de la société dans lesquelles il est enseigné. Cette théorie n'envisage pas l'objet mathématique de façon atomique, isolée. Au contraire, elle explique que son existence et son mode d'être dépendent des relations de l'objet avec les autres domaines des mathématiques, avec les autres disciplines, avec la recherche, avec les instances décisionnaires, avec la société...

En ce sens, tout objet mathématique correspond à une organisation mathématique ponctuelle notée  $[T; \tau; \theta; \Theta]$ . T est le type de tâche,  $\tau$  est la technique permettant de traiter T,  $\theta$  est la technologie justifiant  $\tau$  et  $\Theta$  est la théorie justifiant  $\theta$ . Aussi, il existe de nombreux niveaux qui interagissent entre eux, et dans chaque niveau organisationnel, il existe plusieurs situations possibles qui interagissent et s'influencent mutuellement. L'organisation mathématique ponctuelle  $[T; \tau; \theta; \Theta]$  est une construction qui permet d'étudier un objet mathématique, mais elle est aussi une abstraction, dans la mesure où elle ne rend pas compte des interactions avec les autres organisations mathématiques d'un même niveau ni des contraintes qui pèsent sur la délimitation de cette organisation. En d'autres termes, une organisation mathématique « ne se fait pas dans un vide d'œuvres »

(Chevallard, 2002, p. 2). Un autre attrait de la théorie anthropologique du didactique pour ce travail est que l'organisation mathématique retenue par la personne qui enseigne indique clairement la détermination mathématique décidée par celle-ci (Chevallard, 2002). Par détermination mathématique, Chevallard (2002) entend ce que la personne choisit d'enseigner ou ce qui est préconisé dans le programme de formation.

L'étude de relations comme la co-détermination des différentes organisations mathématiques et des différents niveaux de détermination renvoie quant à elle à la théorie écologique du didactique, et notamment à la théorie des praxéologies emboîtées (Artaud, 1997; Chambris, 2008; Chevallard, 2002). La théorie des praxéologies emboîtées s'inscrit en étroite relation avec la théorie écologique du didactique, en ce qu'elle rend compte de l'interdépendance entre les institutions, la discipline mathématique et les sujets d'étude. En suivant le modèle de Chevallard, un objet mathématique n'a de sens que s'il est justifié par un niveau de détermination supérieur, qui lui-même réfère à un autre niveau de détermination supérieur... aussi, lorsque Chevallard (1991b) explique que la transposition didactique est un milieu ouvert, cela signifie que l'enseignant.e doit nécessairement situer son objet mathématique grâce aux niveaux de détermination supérieurs. Mais, comment mettre en relation la théorie de la transposition didactique avec la théorie anthropologique du didactique pour un objet mathématique donné ?

### **2.5. Le site mathématique local**

En se fondant sur la théorie anthropologique du didactique, Duchet et Erdogan (2005), puis Silvy et Delcroix (2008), ont élaboré un outil permettant d'appréhender les praxéologies emboîtées et de mettre en lumière des points qui seraient ou non pris en compte par la personne qui enseigne au moment de la transposition didactique externe. Cet outil est appelé le site mathématique local d'une question. Dans cette recherche, la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 2002) sera appliquée à l'objet de recherche par le biais de cet outil. Cette façon de procéder permettra d'une part de définir de la façon la plus exhaustive possible l'organisation mathématique des unités de temps



en mathématiques au primaire dans le cadre d'une tâche de conversion. D'autre part, elle constituera la base conceptuelle au moment de l'analyse.

Le site mathématique local est qualifié de « local », car il a pour objet une et une seule organisation mathématique. Il est parfois nommé « site mathématique local d'une question » par Mounsamy, et al. (2015). Le site local a été développé en vue de deux objectifs (Silvy et al., 2013). D'un côté, il soutient la planification de la personne qui enseigne. En d'autres termes, il constitue une aide à la transposition didactique externe. D'un autre côté, à la suite du constat selon lequel le corps enseignant est « démuni face aux difficultés des élèves » (Silvy et al., 2013, p. 1), le site mathématique local réfère au « Pedagogical Content Knowledge » (Shulman, 1986) du corps enseignant et a pour but de soutenir les enseignant.e.s dans l'aide qu'ils apportent aux élèves en soulignant les aspects les moins développés de l'objet mathématique et en encourageant à faire appel à des niveaux d'organisation supérieurs pour une planification approfondie.

Le site local est divisé en trois parties principales, à savoir la partie anthropologique, l'objet de la question et le site mathématique. La partie anthropologique rend compte de la dimension culturelle de l'objet mathématique. Celle-ci comprend notamment les représentations initiales. L'objet de la question désigne l'ensemble des façons d'aborder un même objet mathématique en fonction du problème présenté. Par exemple, la soustraction de nombres mixtes, c'est-à-dire de nombres appartenant au système HMS, renvoie à trois modalités initiales distinctes : un calcul de durée à partir de deux durées, un calcul de durée entre deux instants donnés, un calcul d'un horaire à partir d'un autre horaire et d'une durée (Mounsamy et al., 2015). Le site mathématique correspond à l'organisation mathématique décrite par Chevallard dans la théorie anthropologique du didactique (1991a, 2002). La partie anthropologique et le site mathématique font l'objet de subdivisions. Celles-ci sont explicitées dans le tableau ci-après.

Tableau 1

*Signification des subdivisions de la partie anthropologique et du site mathématique*

Site mathématique local						
Partie anthropologique			Objet de la question	Site mathématique		
Substrat 1 Heuristique	Substrat 2 Instruments	Substrat 3 Choses		Techniques	Technologies	Théories
Ensemble des procédures de recherche et de découverte	Instruments de mesure	Les représentations initiales et paradigmatiques du résolveur	Ensemble des objets non mathématisés, non mathématisables ou naturalisés = Connaissances mathématiques antérieures du résolveur	Les propriétés qui permettent d'agir sur l'objet.	Les technologies servent à justifier les techniques.	Description des théories dans lesquelles s'inscrivent les technologies.

Ce modèle permet de créer un site mathématique local de référence pour les conversions d'unités de temps. Ce site local a été élaboré en s'appuyant sur la littérature scientifique portant sur l'objet de recherche ainsi que sur l'environnement culturel québécois. Par exemple, l'horloge analogique et le chronomètre sont des instruments de mesure du temps qui font partie des objets usuels de mesure du temps au Québec, et les conversions font parties intégrantes du fonctionnement de ces outils, par le passage d'une unité de temps à une autre. En outre, dans le site créé ci-dessous, certains mots-clés sont inscrits en caractères gras. Ils correspondent à l'enrichissement du site mathématique local de référence concernant les conversions d'unités de temps lors du processus itératif d'analyse des données. Ainsi, le site local a été progressivement construit en reprenant et en révisant son contenu à chaque itération. La première construction résulte de la recension des écrits (annexe 9). Cette première construction a été comparée avec le site mathématique local construit par Mounsamy (2019) relativement à une tâche de calcul de durée au primaire. Cette comparaison a mis en exergue la nécessité d'approfondir certains concepts mobilisés dans le site mathématique local initialement construit. Par exemple, quels sont les concepts sous-tendus dans l'emploi de l'expression « conversions d'unités de temps » ? Cette prise de conscience a donné lieu à une seconde recension des écrits. Celle-ci a abouti à la construction du site mathématique local sans les mots-clés en caractères gras. Le site mathématique local de référence a enfin été modifié à la lumière des catégories émergentes lors du traitement et de l'analyse des données par le biais du logiciel NVIVO. Les figures suivantes montrent des mots-clés qui ont été ajoutés dans les catégories en relation avec l'analyse de contenu.

The screenshot displays the NVIVO software interface. On the left is a dark blue sidebar with navigation options. The main area shows a project titled 'Site mathématique local' with a table of nodes. The table columns are: Nom, Fichiers, Références, Créé le, Créé par, Modifié le, and Modifié par. The nodes listed include 'Heuristiques dim culturelle' and its sub-nodes, 'Instruments dim culturelle', 'objet de la question', and 'Site mathématique'.

Nom	Fichiers	Références	Créé le	Créé par	Modifié le	Modifié par
Heuristiques dim culturelle	6	82	2022-04-20 21:18	JG	2022-04-26 19:55	JG
Apprentissage par le jeu	2	2	2022-04-27 11:16	JG	2022-04-27 11:19	JG
Causerie discussion	2	4	2022-04-26 09:07	JG	2022-04-27 11:16	JG
Construction par comparaison	5	8	2022-04-26 09:09	JG	2022-04-27 09:32	JG
Dialectique	2	4	2022-04-26 09:07	JG	2022-04-26 22:28	JG
Enseignement stratégique	4	5	2022-04-26 09:11	JG	2022-04-27 09:28	JG
Épistémologie du temps	4	12	2022-04-26 09:10	JG	2022-04-27 10:57	JG
Équivalence relation	4	5	2022-04-25 13:56	JG	2022-04-27 09:33	JG
Métacognition	1	1	2022-04-27 11:18	JG	2022-04-27 11:18	JG
Numération de position base 60	5	8	2022-04-25 13:57	JG	2022-04-26 21:49	JG
Problèmes fondés sur la réalité	5	11	2022-04-26 09:08	JG	2022-04-27 10:28	JG
Relation grandeur unite de mesure	2	4	2022-04-25 13:55	JG	2022-04-27 10:40	JG
Situations-problèmes	2	3	2022-04-26 09:08	JG	2022-04-26 22:08	JG
Socioconstructivisme	2	2	2022-04-27 09:32	JG	2022-04-27 11:15	JG
Instruments dim culturelle	0	0	2022-04-20 23:42	JG	2022-04-20 23:42	JG
objet de la question	2	5	2022-04-21 15:36	JG	2022-04-22 21:46	JG
Site mathématique	2	27	2022-04-20 23:44	JG	2022-04-25 14:40	JG

Figure 2. Copie d'écran montrant le développement de la catégorie heuristique dans la dimension anthropologique du site mathématique local pour la tâche conversions d'unités de temps lors de l'analyse menée à l'aide du logiciel NVIVO

The screenshot shows the NVivo software interface. The menu bar includes options like Fichier, Début, Importer, Créer, Explorer, Partager, Modules, and Code. The toolbar contains various icons for search, zoom, and encoding. The search bar is set to 'Rechercher Projet'. The tree view on the left shows a project named 'Site mathématique local' with a list of codes and their frequencies. The main text area displays verbatim excerpts with their corresponding code coverage percentages.

Nom	Fichiers	Référen
Choses substrat 3	1	7
Heuristiques dim culturel	6	82
Apprentissage par le	2	2
Causerie discussion	2	4
Construction par co	5	8
Dialectique	2	4
Enseignement straté	4	5
Épistémologie du te	4	12
Évolution des ou	4	8
Évolution tecnh	1	2
Équivalence relation	4	5
Métacognition	1	1
Numération de posit	5	8
Problèmes fondés su	5	11
Relation grandeur un	2	4
Situations-problème	2	3
Socioconstructivisme	2	2

The main text area displays the following verbatim excerpts and their code coverage percentages:

- <Fichiers\Verbatim\Verbatim cp\Verbatim entretien CP1> - \$ 1 référence encodée [Couverture 0,59%]  
Référence 1 - Couverture 0,59%  
ce que j'entends de la part des enseignants, c'est : on doit enseigner la lecture de l'heure, sur des horloges.  
Alors que dans la vie courante des élèves, mis à part l'école, il y a très peu d'endroits où on retrouve des horloges. Souvent, c'est un cadran numérique que les élèves vont voir.
- <Fichiers\Verbatim\Verbatim cp\Verbatim entretien CP3> - \$ 4 références encodées [Couverture 2,21%]  
Référence 1 - Couverture 1,04%  
Il y a une évolution dans le sens où présentement, je sens beaucoup, beaucoup de questionnements, là, chaque fois que j'accompagne des équipes.  
C'est un peu, je pense que c'est un petit peu un passage obligé.  
Elle devait avoir lieu dans le temps quand on a arrêté d'enseigner de de faire des des racines carrées à la mitaine, comme on dit là. Donc, ils ont dû se poser le même genre de questions, ça a pas de bon sens, on va arrêter de montrer ça aux élèves ! c'est pas important ! Puis finalement, moi, j'ai jamais appris ça, puis moi çabm'a jamais manqué. Fait que bref, je pense qu'on est un peu là-dedans là par rapport entre autres aux horloges.
- Référence 2 - Couverture 0,24%  
Donc, actuellement je te dirais que l'évolution, là, que je vois présentement, c'est de délaissé

Figure 3. Copie d'écran montrant la relation entre les verbatims et l'émergence de mots-clés dans le logiciel NVIVO

Ce travail itératif a abouti à la construction du tableau 2.

Tableau 2

*Site mathématique local de la manipulation des unités de temps dans une tâche de conversion*

Partie anthropologique — partie culturelle				Site mathématique			
Heuristiques	Instruments — Instruments de mesure	Instruments — Représentations	Substrat 3 — Choses	Objet de la question	Techniques	Technologies	Théories
→ <b>Apprentissage par le jeu</b>	→ Toupies (Jaelani et al., 2013)	→ Axe temporel		→ Heure	→ Algorithme	→ Intradisciplinarité :	→ <b>Créativité (Walia, 2019)</b>
→ <b>Causerie — discussion pour co-construire les concepts</b>	→ Calendrier (Poyet, 2010)	→ Image mentale des unités de temps (intervalles de temps)	→ Différentes échelles de temps	→ Minute	→ Calcul réfléchi —	→ L'arithmétique (opérations sur les nombres, sens du nombre : les différentes écritures des rationnels, les interprétations de la fraction comme partie-tout, mesure et opérateur)	→ Les interprétations de la fraction (Houle et Giroux, 2019; Kieren, 1993)
→ Construction par comparaison (Brousseau, 2001; Poirier, 2001) :	→ Chronomètre	→ Représentation circulaire	→ Écriture HMS	→ Conversions entre registres (Duval, 2006)	□ Bonds sans précécoupages : compte à rebours, rechercher le complément	→ Les nombres entiers	
- Comparaison avec les autres systèmes de mesure (autres grandeurs)	→ Horloge analogique	→ <b>Représentation cyclique circulaire</b>	→ Équivalences dans un système	→ Conversions dans un système :	□ Préécoupage : entier de référence apparent et précédant le bond.	→ Les nombres rationnels	
- Comparaisons de différents temps dans un système	→ Horloge numérique	→ <b>Représentations statistiques : Diagramme à lignes brisées</b>	→ Équivalences entre systèmes	- Système heure/jour/mois	→ Calcul réfléchi :	→ Les nombres rationnels	
- Unités non conventionnelles vers unités conventionnelles	→ Instruments de mesure non conventionnelle (battements de mains, épisodes de séries télévisées ...)	→ <b>Diagramme circulaire</b>	→ <b>Flexibilité cognitive</b>	- Système HMS	- Conversion partielle	→ La théorie des registres sémiotiques (Duval, 2006)	
→ <b>Dialectique</b>		→ <b>Diagramme circulaire</b>	→ Rythmes de vie	→ Conversions entre systèmes (Mounsam, 2019) :	- Divisions successives pour changer de rang sans changement de base	→ <b>La statistique</b>	
→ <b>Enseignement stratégique</b>	→ <b>La corde à linge</b>	→ Calcul mental : visualisation du calcul comme image mentale	→ Souvenirs	- Temps perçu/temps conçu	- impliquant les fractions pour changer d'unité	→ Méthodes d'approximation	→ Les univers de la mesure (Brousseau, 2000a, 2001)
→ Épistémologie du temps (Chambris, 2008; Mounsam, 2019; Neyret, 1995) :	→ Les instruments anciens (Mounsam	→ Associations de représentation	→ Vocabulaire temporel	- Temps vécu/temps conçu	- impliquant les nombres décimaux	→ Propriétés des opérations	→ La théorie écologique
	(Mounsam			- HMS — fractions	- <b>impliquant les pourcentages</b>		
	anciens			- HMS — nombres décimaux	- Traitement séparé des différentes unités, puis		
	(Mounsam			- HMS rationnels dans des calculs de durées			

→ Évolution des outils	y, 2019) : clepsydre, cadran solaire, sablier	s (Ex. : représentation circulaire →Axe temporel)	– <b>Le système HMS et le système jour/mois/année</b>	utilisation des relations dans le système HMS	→ Relations entre registres (Duval, 2006)	(Chevallard, 2002)
→ Évolution des techniques en lien avec la praxéologie				→ Procédure réfléchie Horloge : partie-tout de la fraction (Houle et Giroux, 2019; Kieren, 1993)	→ Les équivalences entre les systèmes d'unités (Chambris, 2008)	
→ Équivalences (Chambris, 2008)				→ Procédure réfléchie : horloge dans une interprétation mesure de la fraction (Houle et Giroux, 2019; Kieren, 1993)	→ Les équivalences dans un système d'unités (Chambris, 2008)	
→ <b>Métacognition</b>				→ Changement de registre (appui sur le langage courant par exemple)		
→ Numération de position en base 60 (Poirier, 2001)				→ Changement de base :		
→ <b>Problèmes fondés sur l'expérience : à partir d'un besoin, en raison d'une visée praxéologique</b>				– Par divisions successives		
→ Relation grandeur – unité (González et al., 2019; Hamamouche et Cordes, 2020)				– Par équivalences entre systèmes		
→ <b>Situation-problème</b>				– Par le biais de fractions équivalentes		
→ <b>Approche socio-constructiviste</b>				Conversion totale unité inférieure		
→ <b>Approche empiriste</b>				→ Décomposition		
→ <b>Approche ethnomathématique</b>				→ Ordre de grandeur		
				→ Produit croisé		
				→ Tableau de numération en base 60		
				→ Procédure réfléchie s'appuyant sur l'axe temporel		

Dans un souci de clarté, certaines théories mentionnées dans le tableau ci-dessus sont explicitées dans les points suivants.

**2.5.1. Les paradigmes en didactique des mathématiques au Québec : le socioconstructivisme, l'empirisme et le paradigme ethnomathématique.** Dans la mesure où l'analyse des manuels ne permet pas d'observer le passage du savoir savant au savoir à enseigner, le PCK et la théorie de la transposition didactique ne peuvent être appliqués tels quels. Nonobstant, les manuels sont un outil utilisé par les enseignant.e.s dans le cadre de la transposition didactique externe (Margolinas et Wozniak, 2009). Ils sont également un témoignage de la culture et des connaissances mathématiques de l'époque à laquelle ils appartiennent. Citons « Pour construire sa propre réponse, l'enseignant [...] va, dans un premier temps, regarder et observer les réponses déjà présentes dans la culture ; c'est ainsi qu'il va consulter des manuels, ses collègues, des sites Internet, des revues, etc. » (Margolinas et Wozniak, 2009, p. 64) Dès lors, dans la mesure où les manuels sont une référence pour l'enseignant.e dans la transposition didactique externe, ceux-ci font partie des niveaux d'organisation décrits dans la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 2002), et il n'est pas possible de faire l'économie de l'observation de ces derniers. Afin de caractériser la posture épistémologique véhiculée par les manuels, la catégorisation proposée par Bossé (2012) a été choisie. En effet, en regroupant différentes études, Bossé distingue dans sa recherche trois paradigmes en didactique des mathématiques au Québec dans les manuels (2012) :

– Le paradigme empiriste (Fourez et al., 1997, cit. Bossé, 2012, p. 22). Ce paradigme renvoie aux idéologies de l'immédiateté (le contact avec le réel s'effectue directement), de l'universalité neutre (la science ne dépend d'aucun point de vue), de la vérité qui serait « un reflet du monde réel tel qu'il est ».

– Le paradigme socioconstructiviste (Fourez et al., 1997, cit. Bossé, 2012, p. 24). Ce paradigme se fonde sur les principes suivants : toute connaissance est une construction, tout discours est considéré comme une interprétation, le concept de vérité est relatif, les



sciences sont sous-déterminées dans la mesure où « plusieurs modèles permettent de décrire et de caractériser un même phénomène ».

– Le paradigme ethnomathématique (D'Ambrosio, 1999, cit. Bossé, 2012, p. 26). Ce troisième paradigme intègre le volet historique dans l'enseignement des mathématiques, et des savoirs historiques appartenant à d'autres cultures sont présentés aux élèves. Enfin, l'enseignement des mathématiques est mené en lien avec des activités de la vie quotidienne.

Ainsi, les savoirs mathématiques en lien avec les conversions d'unités de temps au 3<sup>e</sup> cycle du primaire ont été analysés selon le prisme de ce modèle (Bossé, 2012) indiquant les trois principaux paradigmes présents dans les manuels de mathématiques au Québec.

**2.5.2. Le concept de créativité défini par Walia (2019).** Dans sa recherche, Walia (2019) compare et met en relation des définitions antérieures du concept de créativité. À partir de ce travail, l'auteur élabore une nouvelle définition de la créativité. Tout d'abord, il définit la créativité comme une dynamique et distingue ce concept de celui de création — la création étant le résultat du processus créatif. Puis, la créativité se développe dans un environnement social. Ensuite, la créativité revêt plusieurs caractéristiques. C'est tout d'abord un acte. Puis, cette dynamique aboutit à une création originale et non à une reproduction. Ensuite, la créativité naît d'un déséquilibre initial — cognitif ou dans l'environnement d'un sujet. Enfin, la sensibilité est le moyen par lequel un sujet reconnaît ou crée ce déséquilibre initial, état qui conduira à initialiser cette dynamique qu'est la créativité. Au cours du processus itératif d'analyse des données, plusieurs éléments dans le discours des participant.e.s convergeant vers le concept de créativité ont pu être observés. Les notions de situation-problème, de flexibilité cognitive, d'adaptation à un contexte, de déséquilibre cognitif en sont quelques exemples. C'est pourquoi le concept de créativité a été ajouté dans la catégorie théorie du site mathématique local de référence.

**2.5.3. Les interprétations de la fraction (Kieren, 1980, 1993).** Plusieurs caractéristiques des conversions d'unités de temps évoquent les fractions. Certaines références sont explicites, comme un quart d'heure. D'autres sont implicites, comme l'utilisation de l'axe

temporel pour calculer des durées. Aussi, il apparaît nécessaire de qualifier précisément les différentes façons dont sont mobilisées les fractions lors de conversions d'unités de temps. Les interprétations de la fraction définies par Kieren (1980, 1993) permettent de décrire plus précisément la façon dont interviennent les fractions dans les conversions d'unités de temps lors de transpositions didactiques externes ou dans la façon dont elles sont présentées dans les manuels dans les sections consacrées aux manipulations des unités de temps. Kieren distingue cinq interprétations du concept de fraction (Kieren, 1980, 1993, cit. Houle et Giroux, 2019, p. 323) :

- L'interprétation partie-tout : il s'agit du nombre de parts d'un tout partagé en parties égales.
- L'interprétation mesure : cette interprétation correspond à l'itération d'une unité de mesure.
- L'interprétation rapport : elle consiste dans le rapport entre deux mesures respectivement exprimées par le numérateur et par le dénominateur.
- L'interprétation opérateur : dans cette interprétation, la fraction opère une transformation sur une mesure.
- L'interprétation quotient : dans cette interprétation, la fraction  $\frac{a}{b}$  est le résultat de l'opération « a divisé par b ».

De cette façon, les interprétations de la fraction explicitent la manière dont les fractions sont mobilisées lors d'un calcul ou à travers une représentation.

## 2.6. Les objectifs de recherche

Des recherches antérieures menées en France laissent entrevoir le fait que le changement de statut des grandeurs et mesures a eu des répercussions sur la culture mathématique des enseignant.e.s et des conseiller.s.ères pédagogiques (Chambris, 2008; Chevallard, 2002; Mounsamy, 2019). Par exemple, la partie anthropologique du savoir savant semble s'être considérablement amoindrie, et les participant.e.s peinent à justifier

les techniques utilisées en s'appuyant sur des technologies ainsi que sur des théories mathématiques (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019). Un changement de statut des grandeurs et mesures ayant également été identifié au Québec (Ministère de l'Éducation, 2001; Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 1980, 1982), la question des effets de ce changement sur la partie tant culturelle que technologique de l'objet mathématique « conversions d'unités de temps » apparaît légitime. En outre, dans la mesure où la difficulté de manipulation des unités de temps lors d'activités de conversion a été relevée chez des élèves, des étudiant.e.s et des enseignant.e.s à différents moments de l'histoire et dans différentes régions du globe (Earnest, 2015; Jaelani et al., 2013; Mikula et Heckler, 2013; Mounsamy et al., 2015; Poyet, 2010; Tillman et al., 2018), l'exploration de la transposition didactique externe des conversions d'unités de temps au Québec constitue une manière de contribuer à la compréhension de cet objet de savoir, soit de préciser les éléments culturels et technologiques de cet objet connus puis retenus dans ce contexte, à savoir celui de l'école québécoise en 2022. Ainsi, la question de recherche soulevée consiste à se demander quelles sont les caractéristiques de transpositions didactiques externes des unités de temps dans le cadre d'une tâche de conversion d'unités effectuées par le personnel enseignant du primaire au Québec. Le cadre de référence constitué de la théorie de la transposition didactique, de la théorie anthropologique du didactique et du site local permet de formuler les objectifs suivants :

- Décrire les connaissances pédagogiques qu'ont des conseillers.ères pédagogiques et des enseignant.e.s du 3<sup>e</sup> cycle du primaire des conversions d'unités de temps.
- Comparer le site local du cadre de référence avec les sites locaux des conseillers.ères pédagogiques, des enseignant.e.s, et des manuels utilisés par les enseignant.e.s participant à cette recherche.

## CHAPITRE III

### MÉTHODOLOGIE

Le chapitre précédent a fourni un cadre de référence pour essayer de répondre à la question de recherche. Celle-ci a amené à la formulation de deux objectifs de recherche. Cette section spécifie le devis de recherche induit par les objectifs de recherche, la population cible et la description de l'échantillon ainsi que les instruments.

#### 3.1. Devis de recherche

Plusieurs faits saillants mis en exergue dans la problématique et dans le cadre de référence nous incitent à opter pour une recherche qualitative inductive exploratoire (Karsenti et Savoie-Zajc, 2018). En effet, dans la mesure où il n'existe aucune recherche antérieure sur la transposition didactique externe de conversions d'unités de temps par des enseignant.e.s du primaire au Québec, une étude exploratoire apparaît comme le devis le plus approprié pour répondre à la question de recherche (Fortin et Gagnon, 2016). De plus, la démarche suivie part des données de l'expérience, soit de l'observation des transpositions didactiques externes des participant.e.s à travers leur discours, leurs traces manuscrites et par le biais des manuels qu'ils ou elles utilisent éventuellement dans leur pratique professionnelle. Cette façon de procéder renvoie à une démarche inductive (Savoie-Zajc, 2018). Dans cette recherche, les données proviendront des entretiens menés avec des enseignant.e.s au troisième cycle du primaire et avec des conseillers.ères pédagogiques, de réponses à des questionnaires individuels, mais également des manuels utilisés par les participant.e.s. L'analyse de manuels s'avère nécessaire, dans la mesure où les manuels scolaires constituent la principale ressource didactique sur laquelle les enseignant.e.s du Québec s'appuient (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2014). Dans l'étude réalisée par le ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport à partir des données du TEIMS (2014, p. 47), 55 % des enseignant.e.s de 4<sup>e</sup> année interrogé.e.s utilisent les manuels scolaires comme base dans leur enseignement; 48 % des enseignant.e.s interrogé.e.s, des cahiers et des feuilles d'exercices.

## **3.2. Participant.e.s**

**3.2.1. La population cible.** Cette recherche porte sur des transpositions didactiques externes d'enseignant.e.s au 3<sup>e</sup> cycle du primaire au Québec. Dans ces conditions, la population cible est constituée d'enseignant.e.s du 3<sup>e</sup> cycle du primaire au Québec en classe régulière. De plus, Chevallard (2002) indique que des enseignant.e.s français tendent à s'appuyer sur les mêmes niveaux d'organisation de leurs élèves au lieu de s'inscrire dans un niveau d'organisation supérieure, celui des personnes responsables des ressources éducatives dans un centre de services scolaires par exemple. Aussi, afin de comparer les niveaux d'organisation mobilisés par les enseignant.e.s participant à l'étude avec des personnes dont la fonction relève d'un niveau d'organisation plus large, nous avons également sollicité la participation de conseillers.ères pédagogiques. Dans la mesure où les contenus de connaissances ainsi que les contenus de connaissances pédagogiques sont spécifiques à une profession (Shulman, 2005), travailler avec des conseillers.ères pédagogiques vise également à décrire leurs contenus de connaissances pédagogiques et à les comparer à ceux des enseignant.e.s interrogé.e.s.

**3.2.2. Échantillonnage.** Dans la mesure où les participant.e.s devaient occuper des fonctions éducatives précises, soit conseiller.ère pédagogique ou enseignant.e au 3<sup>e</sup> cycle du primaire, l'échantillonnage est de type non-probabiliste intentionnel. Les participant.e.s ont été recruté.e.s par le biais de connaissances au sein des centres de service scolaires. Dans la mesure où cette recherche ne vise pas la généralisation des résultats, mais cherche plutôt à accéder à la façon dont des conseillers.ères pédagogiques et des enseignant.e.s appartenant à un même contexte culturel – le contexte de l'école québécoise – manipulent les unités de temps, un petit nombre de participant.e.s s'avérait adéquat.

**3.2.3. Description de l'échantillon.** À l'issue de la recherche de participant.e.s, l'échantillon est le suivant :

Tableau 3

*Description de l'échantillon*

Participant.e.s	Genre	Nombre d'années d'expérience dans sa profession
Conseiller pédagogique 1 (CP1)	Féminin	12 ans
Conseiller pédagogique 2 (CP2)	Masculin	14 ans
Conseiller pédagogique 3 (CP3)	Féminin	20 ans
Enseignant.e 1 (E1)	Féminin	4 ans
Enseignant.e 2 (E2)	Féminin	25 ans
Enseignant.e 3 (E3)	Féminin	19 ans

Comme il a été expliqué dans la section précédente, l'analyse de contenu des manuels utilisés par les enseignant.e.s est nécessaire, étant donné que cette ressource didactique forme la base des contenus d'enseignement, comme le rapporte une étude du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2014).

**3.2.4. Les manuels retenus.** Parmi les participant.e.s enseignant.e.s, deux personnes utilisent un manuel, soit *Les irréductibles — 5<sup>e</sup> année* (Lord et Bergeron, 2020) et *Décimale – 5<sup>e</sup> année* (Fortier et Leblanc, 2013). Aussi, ces deux manuels ont été analysés en fonctions des objectifs de recherche.

**3.2.5. Certificat éthique.** Cette recherche nécessite un certificat éthique afin d'encadrer le déroulement de cette recherche et de s'assurer qu'aucun préjudice ne pourra être causé aux participant.e.s. Le certificat éthique figure dans les annexes (annexe 1), et tous les participant.e.s dont les données figurent dans ce travail ont donné leur consentement à la participation et à la communication des résultats de l'étude en signant un document

préalablement approuvé par le Comité éthique de l'UQTR. Le seul inconvénient identifié dans cette recherche pour les participant.e.s est la durée des entretiens.

### **3.3. Les instruments**

Cette étude exploratoire cherche à décrire les contenus de connaissances pédagogiques, les outils mathématiques mobilisés et les caractéristiques de l'objet mathématique « unité de temps » retenues par des enseignant.e.s dans une tâche de conversion. Pour ce faire, nous avons besoin d'accéder aux contenus de connaissances pédagogiques des participant.e.s, aux outils mathématiques qu'ils mobilisent dans une tâche de conversion d'unités de temps ainsi qu'aux représentations liées au concept de conversion d'unités de temps. Ces besoins nous amènent à utiliser un questionnaire servant de guide dans le cadre d'un entretien semi-dirigé et un questionnaire individuel.

Le questionnaire servant de guide à l'entretien semi-dirigé ainsi que le questionnaire individuel sont des adaptations du questionnaire construit par Mounsamy (2019). Cela s'explique en raison du fait que les objets de recherches sont proches : les calculs de durée forment l'objet mathématique de la recherche de Mounsamy (2019) ; les conversions d'unités de temps, l'objet mathématique en jeu dans cette recherche. Deux versions du questionnaire ont été construites afin de les adapter aux caractéristiques des professions des participant.e.s, soit un premier questionnaire en vue de l'entretien avec les conseillers.ères pédagogiques (annexe 2) ; un second, en vue de l'entretien avec les enseignant.e.s (annexe 3). Le questionnaire individuel (annexe 4) est le même pour tous les participant.e.s, car il s'agit d'accéder aux procédures mises en œuvre par les participant.e.s en dehors de considérations didactiques. Afin d'éviter toute contamination des données, les questionnaires individuels ont été remplis par chaque participant.e directement après l'entretien semi-dirigé. Ces derniers constituent un moyen d'accéder aux représentations préalables et paradigmatiques ainsi qu'aux techniques et aux technologies mathématiques utilisées par les enseignant.e.s et par les conseillers.ères pédagogiques relativement aux conversions d'unités de temps considérées en tant que savoirs savants.

**3.3.1. Validation des outils de collecte de données.** Les outils de collecte de données ont été préalablement essayés à l'occasion d'un entretien préalable avec un.e conseiller.ère pédagogique. Certaines questions ont été modifiées à l'issue de cette entrevue, et la décision de placer la partie individuelle à la fin de l'entretien semi-dirigée a été décidée à la suite de la rétroaction donnée par cette personne.

**3.3.2. La procédure de collecte des données.** Une fois leur consentement donné, les conseiller.ères pédagogiques et les enseignant.e.s ont participé à un entretien individuel semi-dirigé à distance sur Zoom. Les entretiens ont duré entre 40 minutes et une heure et demie. Les participant.e.s ont rempli le questionnaire individuel à la suite de l'entretien semi-dirigé, à un moment à leur convenance. Ils ont transmis le questionnaire individuel rempli par courriel.

### **3.4. Les instruments d'analyse**

Deux instruments d'analyse des résultats ont été retenus, et ils suivent la méthodologie mise en œuvre par Mounsamy (2019). Suivre cette méthodologie et utiliser ces instruments s'explique par la proximité qu'entretient l'objet de recherche de Mounsamy (2019) — soit les calculs de durées — avec l'objet de recherche de ce mémoire, soit les conversions d'unités de temps. Les deux instruments utilisés dans cette étude sont la grille du *Pedagogical Content Knowledge* construite par Mounsamy (2019) et le site mathématique local développé par Duchet et Erdogan (2005). Ces instruments d'analyses permettent d'atteindre les objectifs de recherche qui sont :

- De décrire les connaissances pédagogiques qu'ont des conseiller.ères pédagogiques et des enseignant.e.s du 3<sup>e</sup> cycle du primaire des conversions d'unités de temps.
- De comparer le site local du cadre de référence avec les sites locaux des conseiller.ères pédagogiques, des enseignant.e.s, et des manuels utilisés par les enseignant.e.s participant à cette recherche.



L'outil d'analyse qu'est le PCK concerne le premier objectif de recherche, tandis que le second outil d'analyse, soit le site mathématique local, est l'outil retenu pour atteindre le second objectif de recherche. Chacun de ces outils est présenté dans les paragraphes suivants.

**3.4.1. Le Pedagogical Content Knowledge (PCK) adapté à l'objet mathématique « conversions d'unités de temps » au 3e cycle du primaire au Québec.** Le tableau ci-dessous indique les catégories présentes au sein du PCK ainsi que les codes attribués à chacune. Ce tableau est adapté du tableau de Mounsamy (2019, p. 270). Les précisions et les exemples relativement à chacune des composantes figurent en annexe (annexe 5).

Tableau 4

*Les catégories du Pedagogical Content Knowledge (PCK) concernant les conversions d'unité de temps*

Composants	Sous-composants
PCK/programme	(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.
	(Sc2) Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.
PCK/évaluation	(Sc3) Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer.
	(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.
PCK/stratégies	(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS
	(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS
	(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques d'enseignement des conversions d'unités de temps
PCK/compréhension	(Sc8) Connaissance des prérequis à l'apprentissage des conversions d'unités de temps
	(Sc9) Connaissance des difficultés rencontrées par les enseignants quant aux conversions d'unités de temps. Connaissance des difficultés d'apprentissage des élèves pour le calcul de durée HM.
	(Sc10) Croyances sur la compréhension des enseignants sur les conversions d'unités de temps. Croyances sur la compréhension des élèves sur le calcul de durée HM.

**3.4.2. Le site mathématique local.** Cette section présente le site mathématique local (Duchet et Erdogan, 2005), outil d'analyse des données permettant de répondre à l'objectif 2. Pour ce faire, l'outil est tout d'abord présenté. Puis, afin de répondre à l'objectif 2, c'est-à-dire de comparer le site local des enseignant.e.s avec un site local de référence, un

site mathématique local de référence concernant la manipulation des unités de temps dans une tâche de conversion est proposé.

**3.4.2.1. Le site mathématique local de Duchet et Erdogan (2005).** Le site mathématique local comprend trois parties : la partie anthropologique, l'objet de la question, la partie mathématique. Ces catégories principales renvoient aux différents aspects de tout objet mathématique. En d'autres termes, la partie anthropologique correspond à la partie culturelle de l'objet mathématique tandis que la partie mathématique correspond à la partie technologique de l'objet mathématique. Le tableau ci-après indique les différentes catégories du site mathématique local, tel qu'élaboré par Duchet et Erdogan (2005).

Tableau 5

*Site mathématique local*

Partie anthropologique — partie culturelle			Objet de la question	Site mathématique		
Substrat 1	Substrat 2	Substrat 3		Techniques	Technologies	Théories
Heuristiques	Instruments	Choses				
	Instruments de mesure	Représentations				

Chaque catégorie est définie comme suit (Duchet et Erdogan, 2005) :

- Les heuristiques désignent l'ensemble des procédures de recherche et de découverte relativement à l'objet de la question.
- Les instruments sont séparés en deux groupes, soit les instruments de mesure d'une part, et les représentations du résolveur d'autre part.
- Les choses sont formées de l'ensemble des connaissances mathématiques antérieures du résolveur. Celles-ci peuvent être des objets mathématiques, mais également des objets non mathématisés ou non-mathématisables.

- Les techniques sont les différentes manières de réaliser une tâche mathématique (Chevallard, 1998b)
- Les technologies consistent en un « discours rationnel (logos) sur la technique — la tekhnê —  $\tau$ , discours ayant pour objet premier de justifier la technique  $\tau$  » (Chevallard, 1998b, p. 3)
- Les théories justifient rationnellement les technologies (Chevallard, 1998b).

À partir de cet outil ainsi qu'en prenant pour base différents ouvrages et recherches antérieures sur les conversions d'unités de temps (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019; Poirier, 2001), il est possible de construire un site local de référence de l'objet de cette recherche. Ce site local de référence vise l'exhaustivité des conversions d'unités de temps, et il contribuera à l'atteinte de l'objectif 2. En effet, ce dernier vise à comparer les sites mathématiques locaux de la conversion d'unités de temps d'enseignant.e.s au 3<sup>e</sup> cycle du primaire au Québec avec le site mathématique local de référence pour cet objet mathématique. L'analyse de contenu en fonction des catégories du site mathématique local du verbatim résultant de l'entretien semi-dirigé ainsi que du questionnaire individuel (annexe 6) et des manuels permet d'explorer la relation qu'entretiennent les différentes parties de l'objet mathématique que sont les unités de temps dans une tâche de conversion pour chaque participant.e. Cette analyse forme les résultats de l'objectif 2.

**3.4.2.2. Site mathématique local de référence.** Le site mathématique local de référence a été élaboré dans le but de caractériser le plus précisément possible et de la façon la plus exhaustive possible l'objet mathématique que sont les unités de temps dans le cadre d'une tâche de conversion d'unités. Celui-ci a été construit à partir du site mathématique local de Mounsamy (2019, p. 314). Au regard de l'analyse de contenu, de nouveaux mots-clés ont émergé et ont été ajoutés au tableau initialement créé. Ces mots-clés ont été mis en gras afin de permettre de les identifier clairement.

Certains termes sont présents dans plusieurs colonnes. C'est le cas notamment de la base 60 ou encore des équivalences. Toutefois, selon la colonne dans laquelle ces termes

se trouvent, ces derniers ne renvoient pas au même emploi, à la même réalité. Par exemple, les équivalences dans la colonne heuristique indiquent que le.la participant.e s'appuie sur des relations d'équivalences pour construire la compréhension de l'objet de la question. Lorsque le terme « équivalences » est inscrit dans les technologies, il consiste en une relation mathématique. De cette façon, ces concepts ou ces notions ne sont pas redondants dans les catégories.

Enfin, certains termes peuvent renvoyer à différentes catégories. Par exemple, l'approche socioconstructiviste peut relever de l'heuristique comme constituer une posture paradigmatique antérieure du résolveur. Dans ce site mathématique local, ces termes ont été affectés dans une catégorie plutôt que dans une autre en fonction du contexte auquel renvoie respectivement ces termes dans le discours des participant.e.s. De plus, dans la mesure où un terme est utilisé dans les heuristiques, il va de soi qu'il fait nécessairement partie des représentations initiales et des connaissances antérieures du résolveur. Aussi, afin d'éviter tout truisme dans le tableau, les termes relevant d'une catégorie en contexte ne figurent pas une seconde fois dans les représentations initiales.

Tableau 6

*Site mathématique local de la manipulation des unités de temps dans une tâche de conversion*

Partie anthropologique — partie culturelle				Site mathématique			
Heuristiques	Instruments — Instruments de mesure	Instruments — Représentations	Substrat 3 — choses	Objet de la question	Techniques	Technologies	Théories
<b>Apprentissage par le jeu</b>	Toupies (Jaelani et al., 2013)	Axe temporel	Différentes échelles de temps	Heure Minute Seconde	Algorithme	Intradisciplinarité : – L’arithmétique	<b>Créativité (Walia, 2019)</b>
<b>Causerie — discussion pour co-construire les concepts</b>	Calendrier (Poyet, 2010)	Image mentale des unités de temps (intervalles de temps)	Écriture HMS	Conversions entre registres (Duval, 2006)	Calcul réfléchi — Axe temporel : – Bonds sans prédécoupages : compte à rebours, rechercher le complément	(opérations sur les nombres, sens du nombre : les différentes écritures des rationnels, les interprétations de la fraction comme partie-tout, mesure et opérateur) – La géométrie	Les interprétations de la fraction (Houle et Giroux, 2019; Kieren, 1993)
Construction par comparaison (Brousseau, 2001; Poirier, 2001) : – Comparaison avec les autres systèmes de mesure (autres grandeurs) – Comparaisons de différents temps dans un système – Unités non-conventionnelles vers unités conventionnelles	Chronomètre Horloge analogique Horloge numérique Instruments de mesure non conventionnelle (battements de mains, épisodes de séries télévisées...)	Représentation circulaire <b>Représentation cyclique circulaire</b> <b>Représentations statistiques : – Diagramme à lignes brisées – Diagramme circulaire</b>	Équivalences dans un système Équivalences entre systèmes <b>Flexibilité cognitive</b>	Conversions dans un système : – Système heure/jour/mois – Système HMS Conversions entre systèmes (Mounsamy, 2019) : – Temps perçu/temps conçu – Temps vécu/temps conçu – HMS —fractions – HMS – nombres décimaux	– Prédécoupage : entier de référence apparent et précédant le bond. Calcul réfléchi Conversion partielle	(les représentations des différentes interprétations de la fraction) – <b>La statistique</b> Méthodes d’approximation Propriétés des opérations	Les nombres entiers Les nombres rationnels La théorie des registres sémiotiques (Duval, 2006) Les univers de la mesure (Brousseau, 2000a, 2001)
<b>Dialectique</b>	<b>La corde à linge</b>	Calcul mental : visualisation du calcul comme image mentale	Rythmes de vie Souvenirs Vocabulaire temporel		Calcul réfléchi Divisions successives pour changer de rang sans changement de base		

<p><b>Enseignement stratégique</b></p> <p>Épistémologie du temps (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019; Neyret, 1995) :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Évolution des outils</li> <li>– Évolution des techniques en lien avec la praxéologie</li> </ul> <p>Équivalences (Chambris, 2008)</p> <p><b>Métacognition</b></p> <p>Numération de position en base 60 (Poirier, 2001)</p> <p><b>Problèmes fondés sur l'expérience : à partir d'un besoin, en raison d'une visée praxéologique</b></p> <p>Relation grandeur – unité (González et al., 2019; Hamamouche et Cordes, 2020)</p> <p><b>Situation-problème</b></p> <p><b>Approche socio-constructiviste</b></p> <p><b>Approche empiriste</b></p>	<p>Les instruments anciens (Mounsamy, 2019) : clepsydre, cadran solaire, sablier</p>	<p>Associations de représentations (Ex. : représentation circulaire →Axe temporel)</p>	<p>– HMS rationnels dans des calculs de durées</p> <p><b>– Le système HMS et le système jour/mois/année</b></p>	<p>Calcul réfléchi impliquant les fractions pour changer d'unité</p> <p>Calcul réfléchi impliquant les nombres décimaux, <b>impliquant les pourcentages</b></p> <p>Procédure réfléchie Horloge : partie-tout de la fraction (Houle et Giroux, 2019; Kieren, 1993)</p> <p>Procédure réfléchie : horloge dans une interprétation mesure de la fraction (Houle et Giroux, 2019; Kieren, 1993)</p> <p>Calcul réfléchi Traitement séparé des différentes unités, puis utilisation des relations dans le système HMS</p> <p>Changement de registre (appui sur le langage</p>	<p>Relations entre registres (Duval, 2006)</p> <p>Les équivalences entre les systèmes d'unités (Chambris, 2008)</p> <p>Les équivalences dans un système d'unités (Chambris, 2008)</p>	<p>La théorie écologique (Chevallard, 2002)</p>
--	--	--	---	--	---	---

---

**Approche  
ethnomathématique**

courant par  
exemple)

Changement de  
base :  
– Par divisions  
successives  
– Par  
équivalences  
entre systèmes  
– Par le biais de  
fractions  
équivalentes  
Conversion totale  
unité inférieure

Décomposition  
Ordre de  
grandeur  
Produit croisé  
Tableau de  
numération en  
base 60

Procédure  
réfléchie  
s'appuyant sur  
l'axe temporel

---



### 3.5. La relation entre les instruments de collecte de données et les instruments d'analyse des données

Chaque question du guide d'entretien semi-dirigé renvoie à différentes catégories du Pedagogical Content Knowledge telles que définies pour l'enseignement des mathématiques (Mounsamy, 2019) ou à des catégories du site mathématique local (Duchet et Erdogan, 2005; Mounsamy, 2019; Mounsamy et al., 2015). La relation entre les questions du questionnaire servant de guide à l'entretien semi-dirigé ainsi que le questionnaire individuel et les catégories du PCK et du site mathématique local apparaît dans le tableau ci-dessous. Chaque question renvoie à une ou à plusieurs catégories des instruments d'analyse. Habituellement, il est préférable que chaque question renvoie à une seule catégorie (Dionne, 2018). Cependant, la nature des objectifs de recherche implique la possibilité que plusieurs catégories émergent dans le discours pour une même question. En effet, un.e participant.e pourra ou non faire référence à différents niveaux d'organisation en répondant à une question. Cela renverra à plusieurs catégories du site local ainsi qu'à certaines catégories du PCK comme la compréhension des concepts ou la connaissance des instructions officielles — le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) ou la PDA (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009).

Tableau 7

*Correspondance entre les questions, et le PCK et le site mathématique local*

Numéro de la question	Catégories dans le PCK ou dans le site mathématique local
Présentation	Non applicable
1	Non applicable
2	Non applicable
3	Non applicable
4	Site local : choses

	PCK (Sc5)
5	Site local : objet de la question, représentations initiales et paradigmatiques du résolveur, théories
6	Site local : heuristique + représentations initiales et paradigmatiques du résolveur + objet de la question (conversions implicites, explicites) PCK (Sc 1, 8, 9, 10)
7	Site local : heuristique + représentations initiales et paradigmatiques du résolveur + objet de la question (conversions implicites, explicites) PCK (Sc 1, 8, 9, 10)
8	Site local : heuristique + technologies + théories PCK (Sc 2, 3)
9	Site local : substrat 3 (choses)
10	Site local : objet de la question, substrat 2, substrat 3 PCK (Sc 9, 10)
11	Site local : substrat 2 PCK (Sc 7)
12	PCK (Sc10)
13	PCK (Sc1)
14	Site local: substrat 3 PCK (Sc1)
15	Site local: techniques, technologies, théories PCK (Sc 1, 2)
16	Site local: substrat 2, technologies, théories PCK (Sc8)
17	Site local: substrat 3
18	Site local: techniques, technologies et théories PCK (Sc 6, 7)
19	Site local: objet de la question

20	Site local : techniques, substrat 2 (instruments et représentations) PCK (Sc 5)
21	Site local : substrat 2, technologies
22	Site local : heuristique
23	Site local : techniques, technologies, théories, instruments (modèles de représentation) PCK (Sc 5)
24	PCK (Sc 9)
25	PCK (Sc 9)
26	PCK (Sc 6)
27	Site local : technologies, théories PCK (Sc 6)
28	PCK (Sc 4)
Questionnaire individuel	
29	Site local : techniques, technologies, théories, instruments (modèles de représentation) PCK (Sc 2, 3, 5)

### 3.6. Présentation et analyse des données

Une fois l'accord des participant.e.s obtenu, la collecte de données a été menée sous la forme d'entretiens semi-dirigés individuels et d'une courte tâche écrite, également individuelle. Les entretiens ont été retranscrits sous la forme de verbatims. La démarche suivie est celle de la recherche qualitative interprétative décrite et explicitée par Savoie-Zajc (2018) en ce qui a trait à l'analyse de contenu. Les verbatims, les tâches individuelles, et les sections de manuels utilisés par les participant.e.s et consacrées aux conversions d'unités de temps au troisième cycle du primaire ont donc fait l'objet de plusieurs analyses menées de manière itérative, notamment à l'aide du logiciel NVIVO. Ces analyses de contenu ont permis de construire le tableau du PCK de chaque participant.e (annexe 7)

ainsi que le site mathématique local de chaque participant.e et celui des deux manuels utilisés par des participantes relativement à la question des conversions d'unités de temps (annexe 8). L'analyse des tableaux de données — les tableaux des PCK et les sites mathématiques locaux — a conduit à l'élaboration des tableaux de résultats présentés, puis analysés et interprétés dans le chapitre suivant.

## CHAPITRE IV

### PRÉSENTATION, ANALYSE ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

À présent que la méthodologie a été présentée et explicitée, ce chapitre est consacré aux résultats. Dans un souci de clarté, la méthode retenue pour présenter les résultats est expliquée dans un premier temps. Les résultats constitueront les autres parties de cette section.

#### 4.1. Structure de la présentation et de l'analyse des résultats

La présentation des résultats est organisée par objectif. Rappelons la question de recherche principale, soit « Quelles sont les caractéristiques des conversions d'unités de temps lors de transpositions didactiques externes par des conseillers.ères pédagogiques et par des enseignant.e.s du primaire au Québec ? »

Pour rappel, les objectifs sont les suivants :

1. Décrire le PCK de conseillers.ères pédagogiques et d'enseignant.e.s du 3<sup>e</sup> cycle du primaire en ce qui concerne des conversions d'unités de temps.
2. Comparer le site local de référence avec les sites locaux des enseignant.e.s, des conseillers.ères pédagogiques et ceux des manuels utilisés par les enseignant.e.s participant à cette recherche.

#### 4.2. Résultats en lien avec l'objectif 1

L'objectif 1 vise à dresser un tableau du PCK des participant.e.s et à le comparer avec le PCK de référence.

**4.2.1. Profil professionnel des participant.e.s.** Afin d'assurer l'anonymat des participant.e.s, le centre de services scolaire ou la région du Québec dans laquelle les participant.e.s travaillent n'a pas été indiquée<sup>4</sup>. Dans la mesure où, comme l'explique

---

<sup>4</sup> Les centres de services scolaires n'ont pas été nommés par souci de confidentialité.

Shulman (2005), chaque profession a une « signature pédagogique » qui lui est propre, toute profession exercée antérieurement à la fonction occupée actuellement par les participant.e.s, le domaine de formation initiale ou d'autres professions exercées par les participant.e.s — si cela était pertinent — a été indiqué dans le tableau ci-dessous.

Tableau 8

*Domaine de formation initiale ou expériences professionnelles antérieures pertinentes dans le cadre de cette recherche sur les conversions d'unités de temps*

Participant.e.s	Domaine de formation initiale
Conseiller pédagogique 1 (CP1)	Enseignement au primaire
Conseiller pédagogique 2 (CP2)	Enseignement de l'informatique
Conseiller pédagogique 3 (CP3)	Enseignement en sciences physiques au secondaire
Enseignante 1 (E1)	Enseignement au primaire
Enseignante 2 (E2)	Enseignement au primaire
Enseignante 3 (E3)	Enseignement au primaire

**4.2.2. Tableau synthétique des PCK des participant.e.s.** À l'aide du logiciel NVIVO, une analyse de contenu des verbatims et des questionnaires individuels a permis de construire le PCK de chaque participant.e. Ces tableaux figurent en annexe (annexe 7). La comparaison du PCK de chaque participant.e avec le PCK de référence a conduit au tableau ci-dessous. Ce dernier indique le degré de correspondance entre le PCK de chaque participant.e et le PCK de référence.

Tableau 9

*Relation entre le PCK de référence et le PCK de chacun.e.s des participant.e.s*

\*\*\*\* : excède le contenu de la catégorie du PCK de référence

\*\*\* : correspond à la majorité du contenu proposé dans la catégorie du PCK de référence

\*\* : aborde la moitié du contenu de la catégorie du PCK de référence

\* : Aborde moins de la moitié des items du PCK de référence

NR : non relevé dans le contenu de l'entretien semi-dirigé

	CP1	CP2	CP3	Enseignante 1	Enseignante 2	Enseignante 3
PCK/programme						
Sc1						
Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps	***	****	****	***	***	***
Sc2						
Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps	****	****	****	****	****	****
PCK/Évaluation						

Sc3						
Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer	****	****	****	****	****	****
Sc4						
Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves	****	***	****	***	***	***
PCK/stratégies						
Sc5						
Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS	***	***	***	***	****	****
Sc6						
Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions	****	****	****	****	****	***





---

Connaissance des  
difficultés  
rencontrées par les  
enseignants / les  
élèves quant aux  
conversions d'unités  
de temps / au calcul  
de durées dans le  
système HMS

---

Sc10

Croyances sur la  
compréhension des  
enseignants / des  
élèves sur les  
conversions d'unités  
de temps / sur les  
calculs de durée  
dans le système  
HMS

NR

NR

NR

NR

NR

NR

---

Dans certaines catégories du PCK des participant.e.s, des informations en sus du PCK de référence ont été relevées. Aussi sont-elles indiquées dans le tableau suivant pour chaque case où 4 astérisques figuraient dans le tableau précédent.

Tableau 10

*Les contenus de connaissances pédagogiques mentionnés par les participant.e.s en sus des contenus figurant dans le PCK de référence*

<b>PCK/programme</b>	
<b>(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps</b>	
CP2	Mise en perspective des attentes du PFEQ avec le programme du secondaire et avec la vie professionnelle
CP3	Mise en perspective des attentes du PFEQ avec le programme du secondaire et avec la littérature scientifique
<b>(Sc2) Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps</b>	
CP1	Les jeux — Contexte signifiant
CP2	Contexte signifiant
CP3	Les jeux — Contexte signifiant — Le matériel tangible (corde à linge) — Les applications et ressources numériques
E1	Les jeux — Le contexte réel — Le matériel tangible (mais, l'exemple donné concerne une autre grandeur)
E2	Les jeux — Le contexte réel — Les applications informatiques (Netmath et You tube) — Les documents du Centre de services scolaires
E3	Les jeux — Le contexte réel — Les applications informatiques — Les documents du Centre de services scolaires — Le matériel tangible (aucun exemple de matériel tangible pour cette grandeur cependant)

---

**PCK/Évaluation**

---

**(Sc3) Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer**

---

CP1	La droite temporelle non prédécoupée
CP2	La droite temporelle prédécoupée et mise en relation de deux droites temporelles pour changer de base
CP3	La droite temporelle non prédécoupée
E1	La droite temporelle non prédécoupée Les fractions équivalentes
E2	Les fractions équivalentes
E3	La droite temporelle prédécoupée avec identification préalable de l'entier de référence

---

**(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves**

---

CP1	Les jeux mathématiques comme « Qui est l'intrus ? » et les jeux d'organisation selon le critère temporel.
CP3	Erreurs mathématiques comme des énoncés contenant des erreurs que les élèves devront identifier. La substitution d'une durée en minutes par une durée en heures ou en secondes en est un exemple.

---

**PCK/stratégies**

---

**(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS**

---

E2	Le calcul de durées en lien avec les pourcentages que représente cette activité dans un laps de temps plus grand
E3	Utilisation implicite des différentes interprétations de la fraction en lien avec les représentations : horloge analogique (partie-tout) → déroulement de l'horloge → droite temporelle (interprétation mesure)

---

---

**(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS**

---

CP1	Changement explicite d'outil ou de représentation en fonction de l'échelle temporelle
CP2	Approche socioconstructiviste
CP3	Approche socioconstructiviste — Dialectique
E1	Approche mixte : cognitiviste (enseignement efficace) et socioconstructiviste
E2	Approche socioconstructiviste

---

**(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques d'enseignement des conversions d'unités de temps**

---

CP1	Les enseignant.e.s pensent qu'ils sont obligés de travailler l'horloge analogique avec leurs élèves.
CP2	Les conversions sont plus abordées du point de vue de la technique, mais les enseignants sont sensibilisés à l'enseignement de stratégies plutôt que de techniques. La frontière est mince entre ces deux notions.
CP3	Les enseignant.e.s pensent qu'ils sont obligés de travailler l'horloge analogique avec leurs élèves.
E1	Théorie des intelligences multiples Les conversions d'unités de temps s'appliquent uniquement dans le système HMS
E2	La droite temporelle n'est pas une représentation signifiante du temps pour les élèves.

---

**PCK/compréhension**

---

**(Sc9)**

---

**Connaissance des difficultés rencontrées par les enseignants quant aux conversions d'unités de temps.**

**Connaissance des difficultés d'apprentissage des élèves pour les conversions d'unités de temps**

---

CP1	Le caractère implicite des changements de registres ou de systèmes
-----	--

---

	Notion abordée de façon trop ponctuelle
	Quelle progression suivre ?
CP2	Notion abordée de façon trop ponctuelle
CP3	Aspect contre-intuitif des unités composées qui contiennent des unités de temps
	Notion abordée de façon trop ponctuelle
	Quelle progression suivre ?
E1	Intangibilité du temps
	Notion abordée de façon trop ponctuelle
E2	Vocabulaire temporel
	Inadéquation entre la ligne temporelle et la représentation du temps
E3	Notion abordée de façon trop ponctuelle

---

### 4.3. Résultats en lien avec l'objectif 2

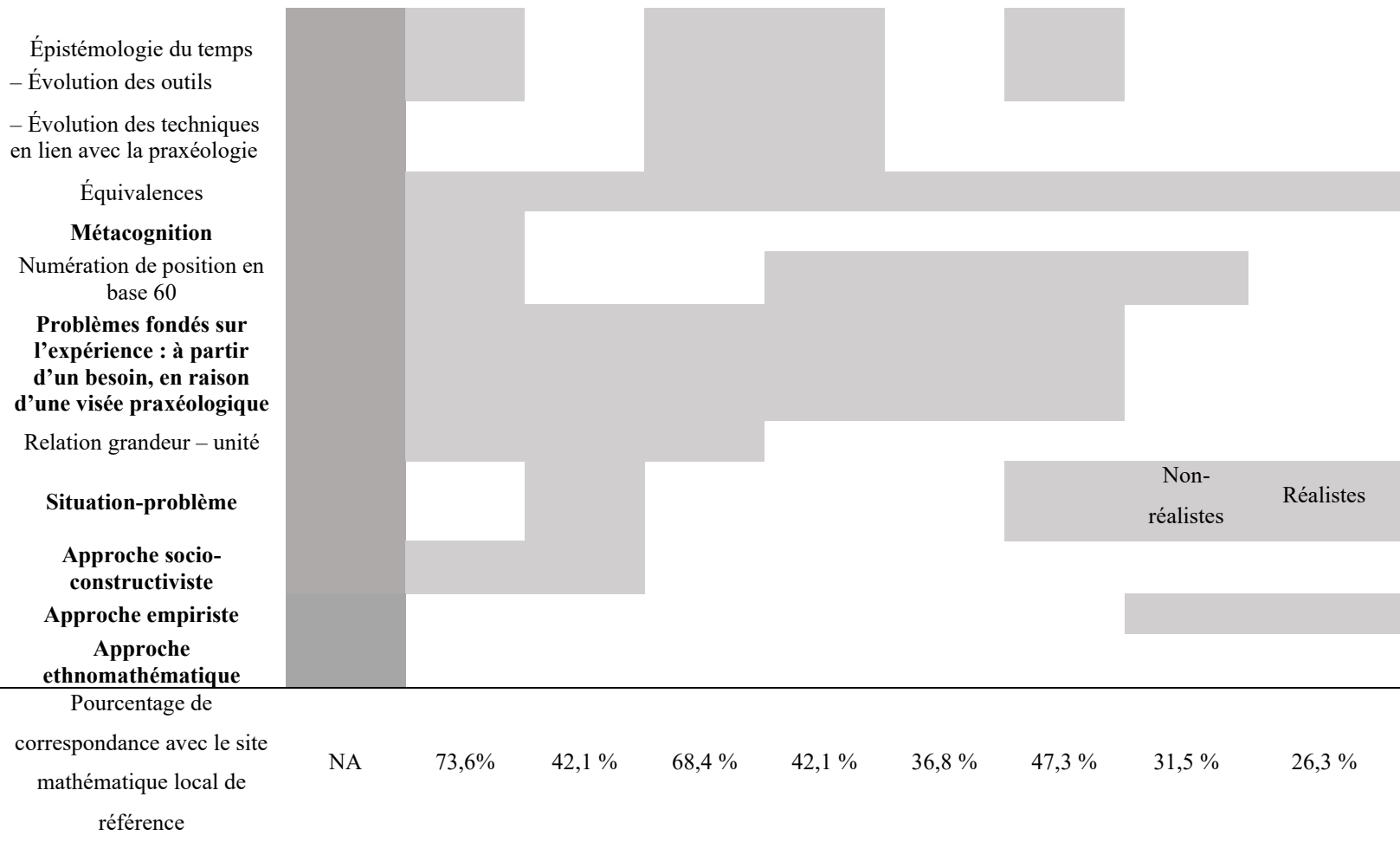
Ce second objectif consiste à comparer le site local de référence avec les sites locaux des enseignant.e.s, des conseillers.ères pédagogiques et avec ceux des manuels utilisés par les enseignant.e.s participant à cette recherche (annexe 8). Les tableaux comparatifs sont présentés par catégorie du site mathématique local.

Les pourcentages des tableaux de résultats visent à mettre en lumière la couverture de chaque catégorie du site mathématique local par participant.e et par manuel en le comparant à l'ensemble des contenus identifiés pour une catégorie. Aussi, le calcul retenu est le suivant :

$$\frac{\text{Nombre de mots – clés mentionnés par un.e participant.e pour une catégorie donnée} \times 100}{\text{Nombre de mots – clés de la catégorie du site mathématique local de référence}}$$







**4.3.2. Résultats inhérents à la catégorie Instruments dans la catégorie anthropologique du site mathématique local.**

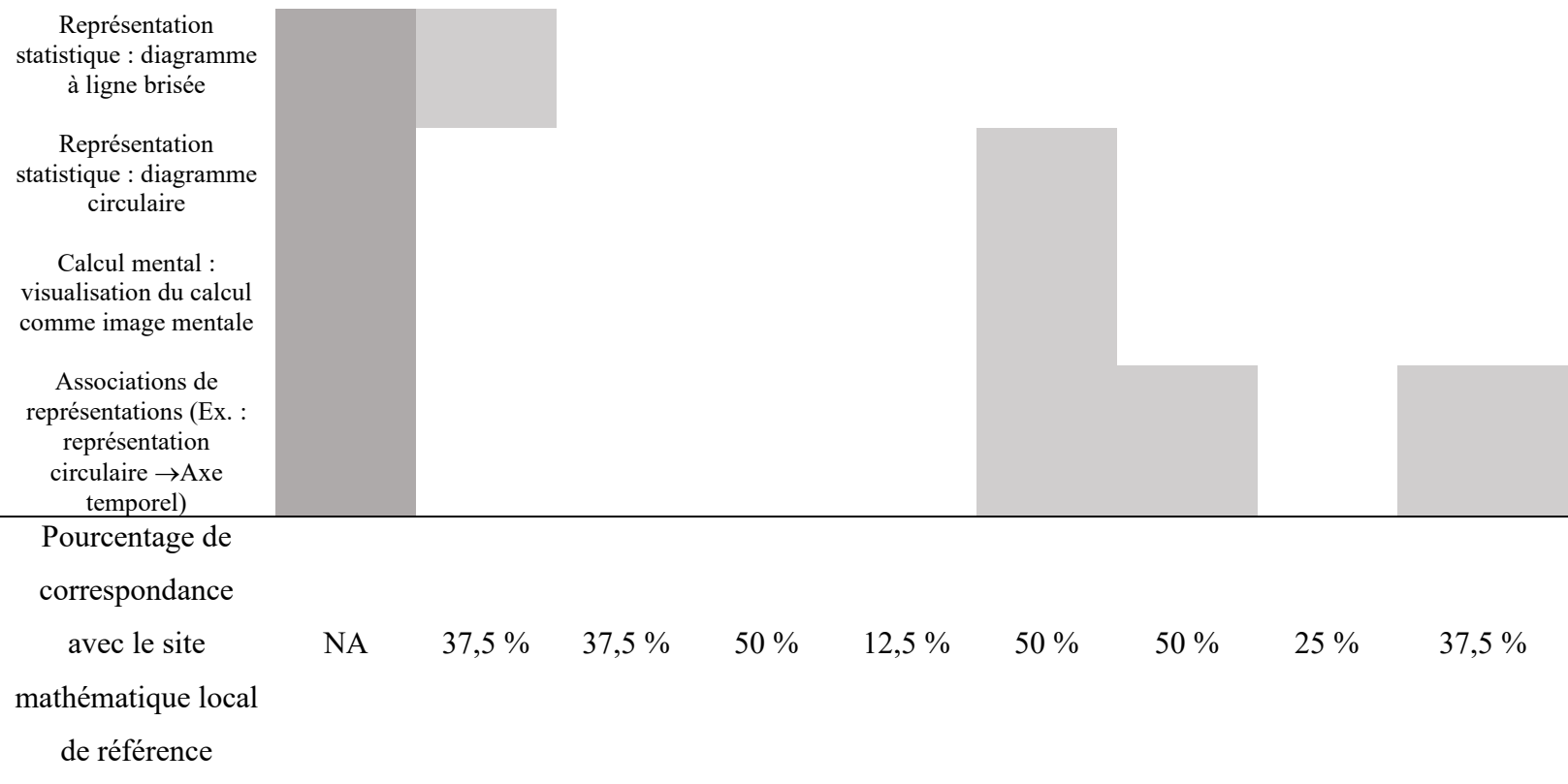
**4.3.2.1. Résultats inhérents à la catégorie Instruments — instruments de mesure dans la catégorie anthropologique du site mathématique local.**

Tableau 12

*Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Instruments — Instruments de mesure de la partie anthropologique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps »*

	Site de référence	CP1	CP2	CP3	E1	E2	E3	Décimale	Les irréductibles
Toupies	■								
Calendrier	■	■							
Chronomètre	■		■						
Horloge analogique	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Horloge numérique	■			■	■				
Instruments de mesure non conventionnelle (battements de mains, épisodes de séries télévisées...)	■	■		■	■				
<b>La corde à linge</b>	■			■	■				





**4.3.3. Résultats inhérents à la catégorie Choses dans la partie anthropologique du site mathématique local.**

Tableau 14

*Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Choses de la partie anthropologique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps »*

	Site de référence	CP1	CP2	CP3	E1	E2	E3	Décimale	Les irréductibles
Différentes échelles de temps									
Écriture HMS									
Équivalences dans un système									
Équivalences entre systèmes									
Flexibilité cognitive									
Rythmes de vie									
Souvenirs									
Vocabulaire temporel								Présent, mais limité aux unités conventionnelles	
Pourcentage de correspondance avec le site	NA	87,5 %	37,5 %	62,5 %	37,5 %	62,5 %	87,5 %	62,5 %	62,5 %

---

mathématique  
local de référence

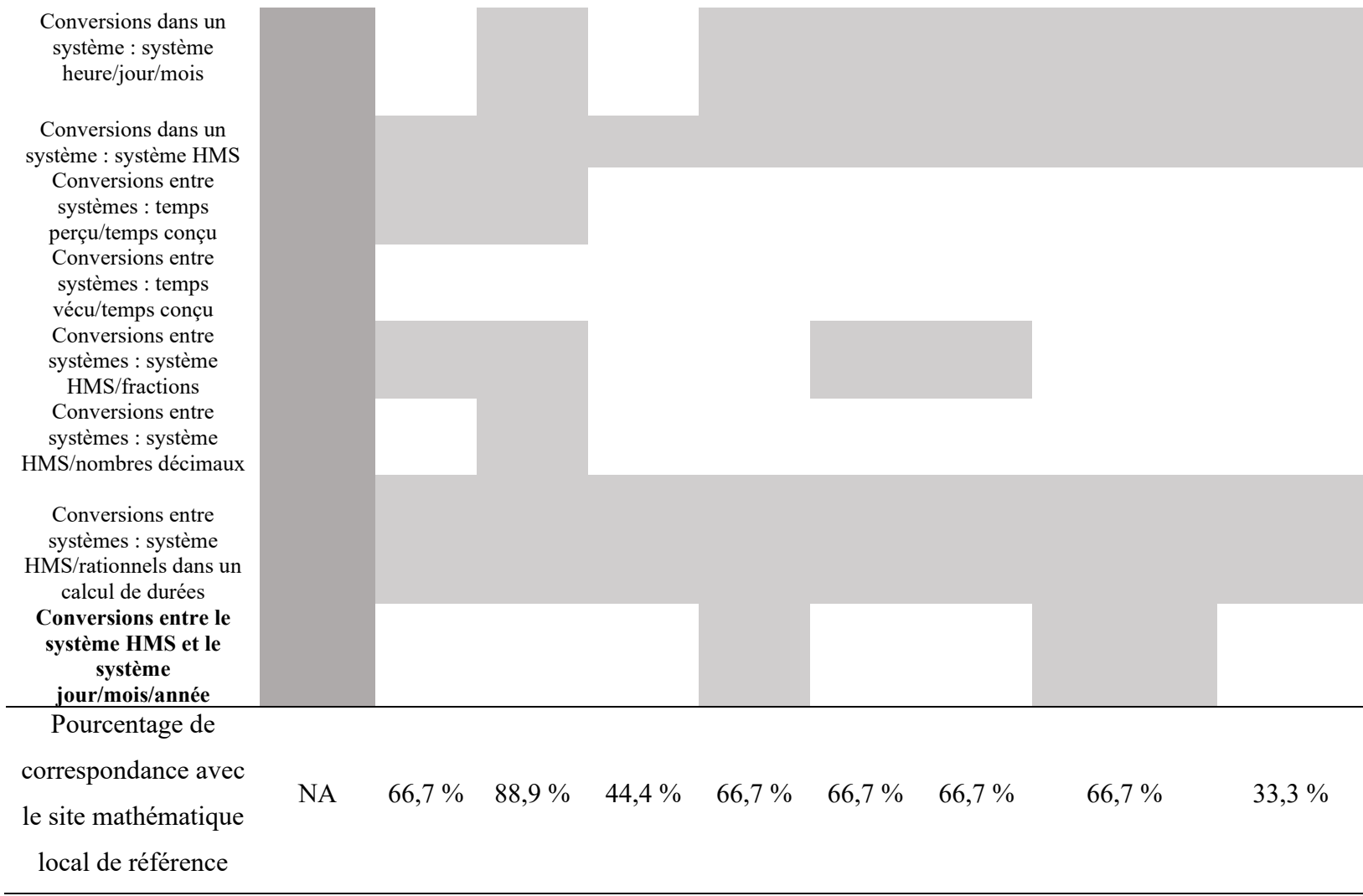
---

#### 4.3.4. Résultats inhérents à l'Objet de la question.

Tableau 15

*Comparaison des résultats concernant l'objet de la question du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps »*

	Site de référence	CP1	CP2	CP3	E1	E2	E3	Décimale	Les irréductibles
Système HMS (Heure/Minute/Seconde)									
Conversions entre registres								Très peu (uniquement du terme en toutes lettres vers son abréviation ou symbole mathématique)	







Calcul réfléchi  
impliquant les nombres  
décimaux

Calcul réfléchi  
impliquant les  
pourcentages

Procédure réfléchie  
impliquant l'horloge  
analogique selon une  
interprétation partie-  
tout de la fraction

Procédure réfléchie  
impliquant l'horloge  
analogique selon une  
interprétation mesure  
de la fraction

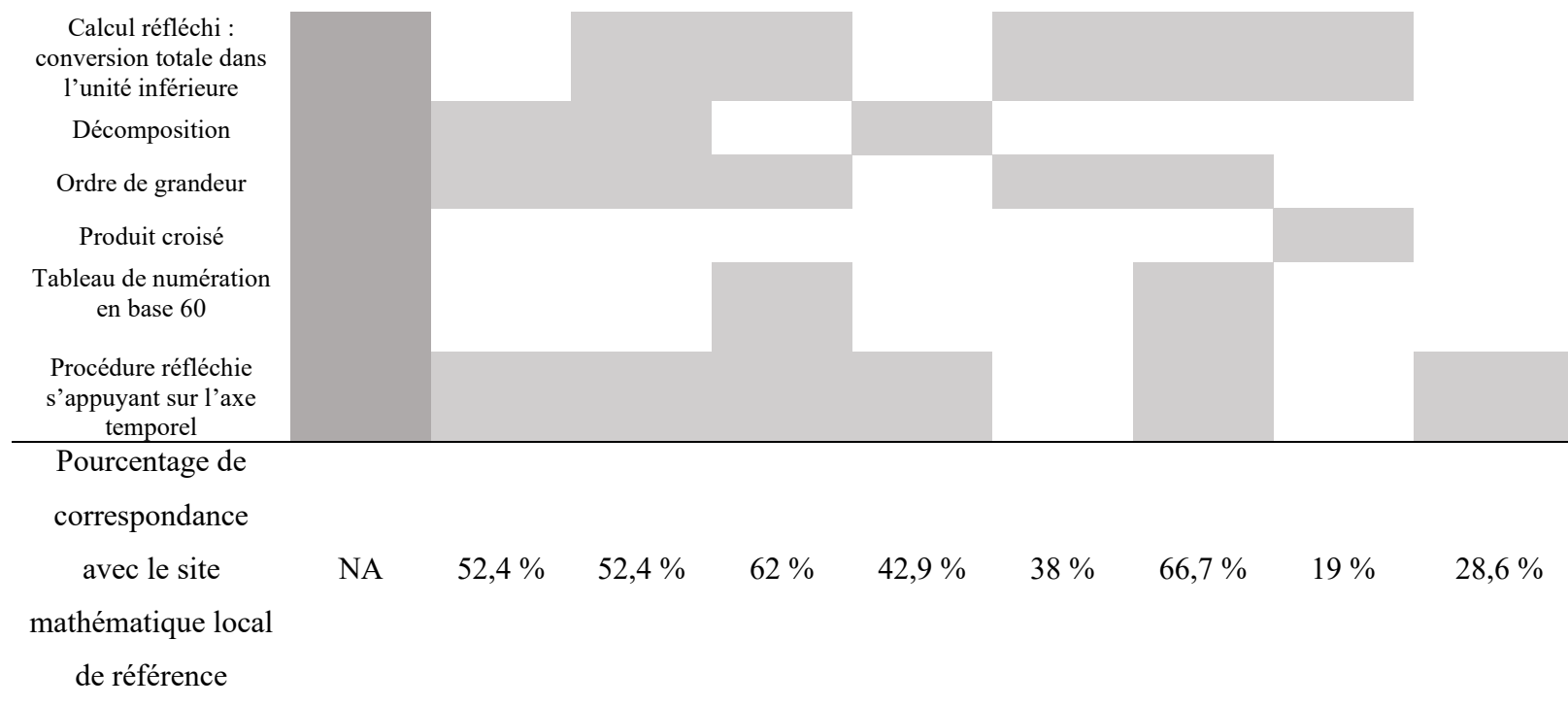
Calcul réfléchi :  
traitement séparé des  
différentes unités, puis  
utilisation des relations  
dans le système HMS  
Changement de registre  
(appui sur le langage  
courant, par exemple)

Changement de base  
par divisions  
successives

Changement de base  
par équivalences entre  
systèmes

Changement de base  
par le biais de fractions  
équivalentes





**4.3.6. Résultats inhérents à la catégorie Technologies dans la partie mathématique du site mathématique local.**

Tableau 17

*Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Technologies de la partie mathématique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps »*

	Site de référence	CP1	CP2	CP3	E1	E2	E3	Décimale	Les irréductibles
Intradisciplinarité avec l'arithmétique									
Intradisciplinarité avec la géométrie									
Intradisciplinarité avec la statistique									
Méthodes d'approximation									
Propriétés des opérations									
Relations entre registres									
Équivalences entre les systèmes d'unités									
Équivalences dans un système d'unités									
Pourcentage de correspondance avec le site mathématique local de référence	NA	85,7 %	71,4 %	100 %	71,4 %	85,7 %	85,7 %	57,1 %	71,4 %

Le registre langagier excepté

**4.3.7. Résultats inhérents à la catégorie Théories dans la partie mathématique du site mathématique local.**

Tableau 18

*Comparaison des résultats obtenus dans la catégorie Théories de la partie mathématique du site mathématique local pour l'objet « conversions d'unités de temps »*

	Site de référence	CP1	CP2	CP3	E1	E2	E3	Décimale	Les irréductibles
Créativité									
Interprétations de la fraction									
Nombres entiers									
Nombres rationnels									
Théorie des registres sémiotiques									
Les univers de la mesure									
La théorie écologique									
Pourcentage de correspondance avec le site	NA	75 %	87,5 %	100 %	100 %	71,4 %	100 %	37,5 %	62,5 %

---

mathématique local  
de référence

---

#### **4.3.8. Tableau synthétique des résultats de l'objectif 2 sous la forme de pourcentages.**

Ce tableau de pourcentages reprend tous les résultats obtenus pour chaque participant.e, pour chaque catégorie. Afin de réaliser les pourcentages pour chaque participant.e par catégorie, le calcul effectué est présenté ci-après.

$$\frac{\text{Nombre de mots – clés mentionnés par un.e participant.e pour une catégorie donnée} \times 100}{\text{Nombre de mots – clés de la catégorie du site mathématique local de référence}}$$

Tableau 19

*Regroupement des moyennes inhérentes à la comparaison entre les sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels, et le site mathématique local de référence*

	CP1	CP2	CP3	E1	E2	E3	Décimale	Les irréductibles
Heuristique	73,60 %	42,10 %	68,40 %	42,10 %	36,80 %	47,30 %	31,50 %	26,30 %
Instruments de mesure	50 %	25 %	62,50 %	50 %	12,50 %	12,50 %	12,50 %	12,50 %
Représentations	37,50 %	37,50 %	50 %	12,50 %	50 %	50 %	25 %	37,50 %
Choses	87,50 %	37,50 %	62,50 %	37,50 %	62,50 %	87,50 %	62,50 %	62,50 %
Objet de la question	66,70 %	88,90 %	44,40 %	66,70 %	66,70 %	66,70 %	66,70 %	33,30 %
Techniques	52,40 %	52,40 %	62 %	42,90 %	38 %	66,70 %	19 %	28,60 %
Technologies	85,70 %	71,40 %	100 %	71,40 %	85,70 %	85,70 %	57,10 %	71,40 %
Théories	75 %	87,50 %	100 %	100 %	71 %	100 %	37,50 %	62,50 %

#### 4.4. Analyse des résultats

**4.4.1. La méthode d'analyse des résultats.** Dans la mesure où il s'agit d'explorer les caractéristiques de transpositions didactiques externes d'unités de temps dans une tâche de conversion, nous cherchons à accéder aux représentations, au contenu pédagogique de connaissance des participant.e.s. Dans le but de répondre à la question de recherche principale en nous appuyant sur les réponses aux questions secondaires, nous avons effectué une analyse de contenu pour « analyser de manière réflexive des documents pour documenter et comprendre “la communication de sens” qui s’y trouve, de même que pour valider des liens théoriques » (Dionne, 2018, p. 326). Nonobstant, aucune pondération catégorielle n'a été recherchée, car l'objectif était de savoir si un.e participant.e a une représentation, s'il a telle ou telle connaissance ainsi que la justification qu'il donne concernant l'utilisation, ou non, d'une technique ou d'un instrument. Dans ces conditions, tout concept mentionné une fois par un.e participant.e est respectivement ajouté au PCK ou au site local du ou de la participant.e. Pour effectuer une étude approfondie du contenu des documents, plusieurs étapes menées dans une dynamique itérative ont été suivies. Plusieurs lectures superficielles, c'est-à-dire sans prise de notes ou annotation des documents, ont tout d'abord permis de laisser émerger le contenu sous-jacent. Puis, une première analyse de contenu a été effectuée à l'aide du logiciel NVIVO. Ensuite, les contenus catégorisés ont permis la construction du PCK et du site local pour chaque participant.e. Enfin, ce cycle a été reconduit à plusieurs reprises afin de s'assurer de l'adéquation entre les contenus catégorisés et leur sens dans le discours et dans les traces manuscrites des participant.e.s. Ce processus permettant une décontextualisation et une recontextualisation des contenus a contribué à faire émerger de nouvelles catégories ainsi qu'à poser un regard nouveau sur certaines catégories. Par exemple, la catégorie « heuristique » du site local avait surtout été envisagée du point de vue épistémologique lors de la construction du site mathématique local de référence pour l'objet mathématique « Unités de temps » dans une tâche de conversion. Toutefois, ce processus itératif a mis en lumière l'importance, d'après les participant.e.s, de la dimension praxéologique, de la posture épistémologique dans les processus de découverte. Enfin, les tableaux obtenus ont

été comparés afin de caractériser les manipulations des unités dans le cadre de conversions par les participant.e.s.

**4.4.2. Analyse et interprétation des résultats de l'objectif 1.** Pour rappel, le premier objectif consiste à décrire le PCK des participant.e.s à la lumière du PCK de référence construit à partir du PCK de référence de Mounsamy (2019) et des documents ministériels (Ministère de l'Éducation, 2001, 2019; Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009). D'une manière générale, les résultats indiquent que le PCK de chaque participant.e.s correspond au PCK de référence ou l'excède. À présent, analysons les résultats par catégorie.

**SC1 — Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.** Un tiers des résultats de cette catégorie excèdent le PCK de référence. Les deux CP qui ont ajouté des éléments au PCK de référence mettent en perspective l'apprentissage des conversions d'unités de temps relativement à son utilisation ultérieure dans différentes disciplines au secondaire et à terme dans le cadre professionnel. Un de ces CP explique s'appuyer également sur la littérature scientifique. Une confusion a été relevée chez tous les participant.e.s, soit le fait que le nouveau référentiel de mathématique recommande l'utilisation de la droite temporelle pour travailler la manipulation des unités de temps. Le bien-fondé de l'utilisation de la droite temporelle pour manipuler les unités de temps n'est pas remis en question dans cette recherche. Toutefois, il est à noter que le document auquel il est fait référence par les participant.e.s ne présente pas cet outil. Le document mentionné par les participant.e.s semble davantage correspondre au Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 3<sup>e</sup> année du primaire, document rédigé par le ministère de l'Éducation de l'Ontario (2010). Ce document ne suit pas la même posture paradigmatique que le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001), dans la mesure où ce document renvoie au cognitivisme tandis que le PFEQ pour l'enseignement au primaire s'inscrit dans une approche socioconstructiviste.

**SC2 — Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.** Tous.tes les participant.e.s ont ajouté des éléments au PCK de



référence. Chacun.e insiste sur l'importance d'effectuer cet apprentissage dans un contexte soit signifiant (la moitié des participant.e.s), soit réel (la moitié des participant.e.s). Cinq participant.e.s ont ajouté le jeu aux items du PCK de référence. Enfin, la moitié des participant.e.s s'appuie sur du matériel tangible et/ou sur des ressources numériques pour construire cette notion avec leurs élèves. Le fait de s'appuyer sur un contexte signifiant ou réel, c'est-à-dire de partir de l'expérience des élèves, s'inscrit non seulement en adéquation avec le paradigme socioconstructiviste du PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001), mais indique également que les participant.e.s inscrivent l'apprentissage des conversions d'unités de temps dans un contexte transdisciplinaire. En procédant de cette façon, ils.elles s'appuient sur des niveaux d'organisations supérieurs, comme des organisations régionales telles que définies par Chevallard dans la Théorie anthropologique du didactique (2002).

**SC3 — Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer.** Tous.tes les participant.e.s ont ajouté des éléments au PCK de référence. Cinq participant.e.s sur six évaluent la technique qui consiste à utiliser une droite temporelle — prédécoupée ou non — lors de calculs de durées qui impliquent des conversions d'unités de temps. Parmi eux, 3/5 évaluent la technique de la droite temporelle non prédécoupée tandis que les autres participant.e.s évaluant la manipulation de la droite temporelle évaluent le prédécoupage de celle-ci, c'est-à-dire l'identification préalable de l'entier de référence qui servira au découpage de la droite. Deux enseignantes évaluent explicitement l'habileté des élèves à trouver des fractions équivalentes dans le cadre de conversions d'unités de temps. Ainsi, en ayant cette habileté, les élèves parviennent par exemple à découper la droite temporelle en quarts et à inscrire l'entier de référence comme  $1 \text{ h} = 4/4$ .

**SC4 — Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.** Le PCK des participant.e.s pour cette catégorie correspond au PCK de référence. Deux CP proposent des façons d'évaluer qui ne figuraient pas de le PCK de référence : les jeux mathématiques, les erreurs

mathématiques et les jeux d'organisation selon le critère temporel. Ces propositions s'inscrivent dans les préconisations du Cadre d'évaluation des apprentissages — Mathématique (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2011), car elles sont en adéquation avec les critères d'évaluation respectifs des trois compétences mathématiques.

**SC5 — Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS.**

Les stratégies générales de conversions d'unités de temps proposées par les participant.e.s correspondent à celles figurant dans le PCK de références. Deux enseignantes proposent des stratégies originales qui ne figurent pas dans le PCK de référence. La première consiste à aborder les conversions d'unités de temps par le biais des pourcentages. La seconde est l'utilisation implicite des différentes interprétations de la fraction (Kieren, 1993), mais, plus encore, le passage implicite de l'interprétation partie-tout de la fraction à l'interprétation mesure de celle-ci par une évolution de la représentation. En effet, E3 mentionne sur ce sujet « Juste de séparer l'horloge en quatre, puis après ça d'aller travailler sur ta droite numérique. Parce que ta droite numérique, c'est comme si ton horloge se déroule ». Les stratégies relevées dans les discours des participant.e.s montrent des relations intradisciplinaires explicites. Cela tend à indiquer que, bien que les grandeurs et mesures aient été séparées des autres champs mathématiques à l'instar des instructions officielles françaises, l'écologie entre les objets mathématiques n'a pas été altérée pour autant, à la différence de ce qui s'est produit en France (Chambris, 2008).

**SC6 — Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS.**

Les stratégies spécifiques concernant l'apprentissage des conversions d'unités de temps ont été associées chez les participant.e.s à des postures paradigmatiques ou à des approches pédagogiques. La moitié des participant.e.s dit explicitement s'appuyer sur une approche socioconstructiviste pour aborder cette notion. Une enseignante explique qu'elle s'appuie sur une approche mixte (cognitivisme et socioconstructivisme) pour aborder les conversions d'unités de temps. Le CP1 mentionne l'intérêt de dire explicitement aux élèves tout changement d'outils ou de représentations lors de changements d'échelles

temporelles. Par exemple, la tâche mathématique qui consiste à compter le nombre de jours travaillés s'effectue avec un calendrier ; celle qui consiste à calculer le nombre d'heures et de minutes travaillées en une journée, une droite temporelle. Lier explicitement l'outil ou la représentation à la situation mathématique proposée aux élèves met en évidence le fait que l'outil ou la représentation utilisée varie en fonction de l'échelle de temps. Cette façon de procéder permet de montrer aux élèves une pluralité d'outils et de les amener à utiliser une stratégie adéquate, voire à combiner des stratégies, pour résoudre des situations-problèmes ou dans des tâches impliquant la compétence « Raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques » (Ministère de l'Éducation, 2001).

**SC7 — Croyances sur les stratégies pédagogiques d'enseignement des conversions d'unités de temps.** Des croyances concernant les stratégies pédagogiques à employer ont été relevées pour cinq participant.e.s sur six. La croyance selon laquelle le PFEQ préconise d'apprendre à lire l'heure à l'aide d'horloges analogiques a été identifiée chez deux participant.e.s. Une des croyances, soit la théorie des intelligences multiples, n'a pas entraîné de différences notables entre le PCK de cette participante, et le PCK de référence ou le PCK des autres participant.e.s. Deux croyances renvoient spécifiquement aux représentations temporelles et à la construction de ces dernières telles qu'explicitées dans la problématique. Ces deux croyances ont été relevées chez des enseignantes. La première consiste dans l'idée selon laquelle, en ce qui concerne les unités de temps, le concept de conversion et les techniques qui lui sont associées concernent uniquement le système HMS. La seconde croyance renvoie au caractère construit et culturel des représentations temporelles, dans la mesure où celle-ci rejoint l'idée selon laquelle la représentation de la droite temporelle n'est pas une représentation signifiante. Cette croyance va dans le même sens que l'étude de Tillman et al. (2018), à savoir que la représentation de la droite temporelle n'est pas innée et qu'elle se construit progressivement au cours de l'enfance en fonction des interactions culturelles.

**SC8 — Connaissance des prérequis à l'apprentissage des conversions d'unités de temps.** Les items relevés dans cette catégorie correspondent pour chaque participant.e au PCK de référence. Cela signifie que les participant.e.s ont une connaissance des notions mathématiques mobilisées dans les conversions d'unités de temps. Cela a des conséquences sur la planification de cet apprentissage en rapport avec l'apprentissage d'autres notions mathématiques en amont. L'apprentissage des nombres rationnels, et, plus précisément, la manipulation des fractions selon l'interprétation mesure en sont un des exemples les plus prégnants.

**SC9 — Connaissance des difficultés rencontrées par les enseignants quant aux conversions d'unités de temps ou connaissance des difficultés d'apprentissage des élèves pour les conversions d'unités de temps.** Le PCK de chaque participant.e excède le PCK de référence. Cela tend à mettre l'accent sur l'identification précise par les participant.e.s des difficultés que peuvent rencontrer les élèves dans la manipulation des unités de temps. Parmi celles nommées en sus de la liste du PCK de référence, le fait que cette notion soit abordée de façon trop ponctuelle dans l'année et dans la scolarité a été mentionné par cinq participant.e.s sur six. La difficulté concernant les incertitudes quant à la progression à suivre pour enseigner cette notion a été identifiée chez les enseignant.e.s par deux des CP interrogés. Les autres difficultés qui ont été mentionnées font écho aux difficultés identifiées dans la problématique. Celles-ci sont inhérentes à la nature du temps et à la façon dont cette grandeur est appréhendée par l'être humain. Citons le caractère contre-intuitif, abstrait des unités composées qui contiennent des unités de temps (Mikula et Heckler, 2013), l'intangibilité du temps (Saint Augustin, 1823), le vocabulaire temporel (Poyet, 2010).

**SC10 — Croyances sur la compréhension des enseignants sur les conversions d'unités de temps ou croyances sur la compréhension des élèves sur le calcul de durée HM.** Aucune croyance concernant la compréhension des élèves ou des enseignant.e.s relativement aux conversions d'unités de temps n'a été relevée dans le discours des

participant.e.s. Cela pourrait laisser supposer que les connaissances des participant.e.s ont été construites en prenant appui sur des connaissances scientifiques.

**Synthèse de l'analyse et de l'interprétation des résultats de l'objectif 1.** Ainsi, l'analyse des résultats indique que les participant.e.s ont un PCK étendu et approfondi. Cela signifie qu'ils.elles ont une connaissance du PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) et de la PDA (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009), mais également qu'ils.elles ont des connaissances qui dépassent la simple mise en application de ces programmes et que celles-ci les amènent à mettre en relation cet objet de savoir avec d'autres objets mathématiques relevant d'autres champs mathématiques. C'est le cas notamment des fractions et des pourcentages. Les stratégies d'apprentissage et d'évaluation mentionnées par les participant.e.s sont variées, et cela met en exergue leur adaptation possible aux difficultés que pourraient rencontrer les élèves. De plus, en mettant en relation la Théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 2002) et l'analyse des PCK des participant.e.s, il est notable que ces derniers.ières s'appuient sur des niveaux d'organisations supérieurs à ceux mobilisés par leurs élèves. Cela s'observe notamment à travers l'écologie présente dans le discours entre les autres champs mathématiques, d'autres disciplines et le champ des grandeurs et mesures. À cela s'ajoute le fait que l'ensemble des participant.e.s a insisté sur l'importance d'aborder les conversions d'unités de temps dans un contexte signifiant ou réel. Aussi, la transposition didactique externe effectuée par les participant.e.s en ce qui concerne les conversions d'unités de temps rencontre les caractéristiques essentielles de la transposition didactique externe telle que décrite par Chevallard (1991b, 2002). En effet, celle-ci s'effectue dans un environnement ouvert — en relation avec d'autres champs mathématiques et d'autres disciplines — et elle s'appuie sur des niveaux d'organisation supérieurs.

#### **4.4.3. Analyse et interprétation des résultats de l'objectif 2.**

##### ***4.4.3.1. Analyse et interprétation concernant la partie anthropologique du site mathématique local.***

**Heuristique.** En ce qui a trait à la catégorie heuristique, la méthode de découverte et de construction des unités de temps est fondée sur les équivalences entre lesdites unités ainsi que sur des problèmes issus de l'expérience pour tous et toutes les participant.e.s. Les enseignantes ont nommé la base 60 comme point de départ des conversions d'unités de temps, et elles s'appuient toutes au moins sur l'enseignement stratégique pour aborder cette notion. À l'inverse, les 2/3 des CP favorisent explicitement l'approche socio-constructiviste. Par exemple, une situation réelle, sujette à controverse, est proposée aux élèves. Il peut s'agir d'une alternative entre deux durées de récréations comme « Préférez-vous une récréation de 960 s ou une récréation de 32 min ? ». Par la discussion entre pairs, ces derniers sont amenés à trouver la solution au problème proposé.

En ce qui concerne la comparaison entre les sites locaux des enseignantes et celui de leurs manuels respectifs, les résultats sont les suivants :

- E1 utilise le manuel *Décimale* dans sa classe. Sur les 11 catégories identifiées dans l'heuristique, trois sont communes, soit une correspondance de 27 % entre la partie heuristique du site mathématique locale de E1 et du manuel utilisé en classe. La catégorie heuristique de E1 s'avère plus conséquente que la catégorie heuristique du manuel utilisé en classe, c'est-à-dire que les méthodes de découvertes envisagées pour aborder les conversions d'unités de temps sont plus nombreuses chez E1 que dans le manuel que cette enseignante utilise dans sa classe. Cela pourrait amener l'enseignante à varier les façons d'aborder cette notion en classe ou encore à expliquer différemment cette notion lorsque des élèves rencontrent des difficultés.
- E2 n'utilise aucun manuel.
- E3 utilise le manuel *Les irréductibles*. Sur les 12 catégories identifiées, trois sont communes, ce qui indique une correspondance de 25 % entre la partie heuristique du site mathématique locale de E3 et du manuel utilisé en classe. Comme pour E1, davantage de contenus ont été relevés dans cette catégorie pour E3 que pour le manuel.

Le taux moyen de correspondance des sites locaux des conseillers pédagogiques avec le site local de référence est 1,5 fois supérieur à celui des enseignantes ; ce dernier, 1,4 fois supérieur à celui des manuels. De cette façon les méthodes de découvertes proposées par les CP sont en moyenne plus nombreuses que celles des enseignant.e.s, qui sont elles-mêmes en moyenne plus nombreuses que celles apparentes dans les manuels utilisés. Ce résultat était attendu, car les CP construisent des contenus destinés aux professionnels de l'enseignement afin d'aider les enseignant.e.s à aborder les conversions d'unités de temps. D'autre part, les éléments des manuels correspondent aux résultats de l'étude de Bossé (2012).

**Instruments — instruments de mesure.** L'horloge analogique est l'instrument de mesure cité par 100 % des participant.e.s et dans les deux manuels étudiés. Cependant, certain.e.s participant.e.s remettent en question la pertinence de l'utilisation de cet instrument en classe, dans la mesure où ce dernier tend à ne plus figurer dans le quotidien des élèves. C'est le cas de CP2 et de E1 notamment. Parmi les enseignant.e.s, une enseignante — E3 — nomme et présente (pratique déclarée) différents instruments de mesure, des étalons d'unités temporelles non conventionnelles notamment. Le taux de correspondance des sites locaux des CP avec le site local de référence est 1,8 fois supérieur à celui des sites locaux des enseignantes avec le site local de référence. Le taux moyen de correspondance des sites locaux des enseignantes avec le site local de référence est, quant à lui, deux fois supérieur à celui de correspondance des sites locaux des manuels avec le site local de référence. Ce taux met en lumière la diversité de situations de conversions d'unités de temps dans le quotidien des élèves qui conduit à l'utilisation de différents instruments de mesure en fonction de la situation, et la volonté des enseignantes de mettre en adéquation cette expérience vécue par les élèves et les instruments de mesure proposés en classe.

**Instruments — représentations.** L'axe temporel de même que la représentation circulaire ont été identifiés chez 75 % des participant.e.s, manuels compris. La représentation cyclique circulaire est présente dans les deux manuels étudiés, mais

uniquement chez une enseignante et un.e CP. Les associations de représentations sont utilisées par deux enseignantes et ont été relevées dans un manuel. À cet égard, il apparaît utile de mentionner que les  $\frac{3}{4}$  des représentations temporelles de E3 correspondent à celles véhiculées dans le manuel utilisé en classe.

**Choses.** L'écriture HMS a tout d'abord été nommée comme connaissance antérieure nécessaire aux conversions d'unités de temps par tous les participant.e.s et dans les manuels. En revanche, plusieurs connaissances antérieures ont été nommées en association avec le système d'écriture HMS. Cela met en lumière les liens faits par les participant.e.s et dans les manuels entre l'objet de la question et des connaissances mathématiques relevant d'autres champs comme le fonctionnement du tableau de numération. Par exemple, les équivalences dans un système, soit la compréhension des relations mathématiques entre les rangs dans une numération de position, sont explicitement considérées comme des préalables aux tâches de conversion d'unités de temps pour 87,5 % des participant.e.s et dans les manuels. Puis, les représentations initiales associant les grandeurs physiques aux unités conventionnelles telles qu'elles sont abordées en mathématiques sont aussi des connaissances antérieures nécessaires aux conversions d'unités de temps au 3<sup>e</sup> cycle. Citons ensuite le fait selon lequel, pour toutes les enseignantes comme dans les manuels, les échelles de temps forment une condition préalable aux conversions d'unités de temps. Cela pourrait revenir à la question de l'identification première du cadre dans lequel les conversions sont demandées. La flexibilité cognitive est également identifiée comme une habileté préalable nécessaire dans la manipulation des unités de temps par 66,7 % participant.e.s. Le même pourcentage est enregistré pour les rythmes de vie ainsi que pour le vocabulaire temporel. Ce dernier est également considéré comme une connaissance antérieure inhérente à la manipulation des unités de temps dans les deux manuels analysés. Enfin, les connaissances antérieures, les objets non mathématisés, non mathématisables présents dans le discours des enseignantes et dans les manuels renvoient au caractère transdisciplinaire de l'apprentissage des conversions d'unités de temps. Les connaissances des relations entre les unités de temps sont fondées sur l'appropriation par les élèves des rythmes de vie pour  $\frac{2}{3}$  des



enseignantes, pour la moitié des participant.e.s. En cela, la vision des participant.e.s s'éloigne légèrement de celle véhiculée par les manuels qui fondent essentiellement l'enseignement des conversions d'unités de temps sur les équivalences entre systèmes.

#### ***4.4.3.2. Analyse et interprétation concernant l'objet de la question du site mathématique local.***

Le système HMS est présent dans tous les sites locaux comme attendu. En revanche, les taux de correspondance entre le site mathématique local de référence et les sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels pour cette catégorie soulignent les relations qu'entretiennent les unités de temps avec les autres champs mathématiques — les nombres rationnels en numération et en arithmétique notamment. 100 % des participant.e.s et des manuels font état de conversions entre le système HMS et les nombres rationnels dans les calculs de durée. De la même façon, 100 % des participant.e.s et des manuels assimilent les conversions d'unités de temps aux conversions entre registres. Par exemple, le passage du vocabulaire temporel au langage mathématique est présent dans les verbatims, dans la partie individuelle de chaque questionnaire et dans les manuels. Enfin, la nécessité d'inscrire les conversions inhérentes au système HMS dans un ou dans des systèmes plus larges est présente chez les enseignantes et dans les manuels. Cela est en adéquation avec le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) et la PDA (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009). Ainsi, le discours des participant.e.s, les traces laissées dans les conversions effectuées dans la partie individuelle du questionnaire ainsi que l'analyse des manuels mettent en exergue la complexité intrinsèque de cet objet, et l'identification de cette complexité par les participant.e.s et les auteurs de manuels lors de la transposition didactique externe.

#### ***4.4.3.3. Analyse et interprétation concernant la partie mathématique du site mathématique local.***

**Les techniques.** Une pluralité de techniques sont connues des participant.e.s et sont utilisées en fonction de la tâche de conversion. Un.e même participant.e va changer de technique d'une question à une autre et utiliser la technique qui sera la plus économique

— en termes de temps et de calculs. L'algorithme, présent dans les manuels analysés et utilisé par cinq participant.e.s sur six dans la partie individuelle du questionnaire, est défini comme une technique experte par tous les participant.e.s. Toutes et tous pensent que l'algorithme est une technique qui risque d'entraîner des erreurs procédurales lors de résolutions de problèmes par les élèves. En effet, l'apprentissage de l'algorithme sans une compréhension profonde des concepts sous-jacents à celui-ci s'appuie davantage sur la mémorisation d'une procédure que sur la compréhension. En cela, le discours des participant.e.s rejoint le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) qui ne fait pas figurer l'enseignement de l'algorithme de la soustraction d'unités de temps dans le programme de formation. L'axe temporel ainsi que l'ordre de grandeur sont centraux dans le discours de tous.tes les CP et de 2/3 des enseignantes. L'ordre de grandeur est toutefois absent des manuels. Les techniques de calcul réfléchi auxquelles ont eu recours les participant.e.s s'appuient sur la connaissance des nombres rationnels. Il s'agit des fractions, des pourcentages ou des nombres décimaux. Les CP comme les enseignantes effectuent des liens entre les représentations (catégorie instruments — représentations dans la partie anthropologique du site mathématique local) et les nombres rationnels dans les conversions d'unités de temps. Bien que les différentes interprétations de la fraction (Houle et Giroux, 2019; Kieren, 1993) n'aient pas été mentionnées comme telles par les participant.e.s, elle sont néanmoins présentes et transparaissent dans l'usage des représentations et dans le discours des participant.e.s à propos de ces représentations. À l'inverse des participant.e.s, les manuels offrent une moins grande variété de techniques (moins de 30 % de correspondance entre le site mathématique local de référence et les sites locaux des manuels). Le manuel *Décimale* de 5<sup>e</sup> année s'inscrit davantage dans la présentation de techniques relevant de l'algorithmie ou de techniques expertes. Par exemple, c'est le seul contenu parmi tous ceux analysés à proposer la technique du produit croisé. Le manuel *Les irréductibles*, quant à lui, propose une plus grande variété de techniques que *Décimale* : deux représentations fondées sur deux interprétations distinctes de la fraction sont présentées aux élèves. Il est à noter que cette relation n'est pas nommée explicitement, et donc pas explicitée, dans le manuel de l'élève ni dans le guide

pédagogique. Nonobstant, ce caractère implicite ne semble pas constituer un obstacle cognitif, puisque l'enseignante qui utilise ce manuel dans sa classe a effectué la mise en relation exacte entre les interprétations de la fraction et leur représentation respective ainsi que le passage de l'une à l'autre dans sa pratique professionnelle.

**Les technologies.** Pour cette catégorie, un important pourcentage de correspondance a pu être relevé entre le site mathématique local de référence et les sites locaux des participant.e.s et des manuels. En effet, le taux de correspondance est toujours supérieur à 50 %. Tous.les les participant.e.s ainsi que les manuels étudiés s'appuient sur l'intradisciplinarité avec l'arithmétique pour justifier les techniques employées. Cela va de pair avec les résultats obtenus relativement aux propriétés des opérations et aux relations d'équivalence dans cette recherche. Le fondement de ces deux mots clés étant la logique mathématique inhérente à la numération de position, ces résultats corroborent l'idée selon laquelle les participant.e.s se réfèrent à des niveaux d'organisation supérieurs (Chevallard, 2002) lors de conversions d'unités de temps. Les relations entre les différents champs mathématiques ainsi que les changements de registres sémiotiques apparaissent comme des relations « naturelles » dans le discours des participant.e.s. En d'autres termes, ces dernières semblent aller de soi pour les participant.e.s. Cela peut conduire à avancer l'hypothèse selon laquelle les différentes formes des unités de temps à travers les trois registres sémiotiques sont considérées comme un tout dans l'usage qui est fait des unités de temps, et qu'il n'existe pas de cloisonnement strict entre les champs mathématiques selon les participant.e.s. Cela renvoie au traitement cognitif des grandeurs physiques en général, et de la grandeur temps en particulier (González et al., 2019). Il est vrai que, d'un point de vue cognitif, les différentes caractéristiques des grandeurs physiques sont traitées en interrelation pour parvenir à une représentation complète de celle-ci (González et al., 2019). En d'autres termes, en reprenant les explications concernant les grandeurs données par Brousseau (2000a), il apparaît que les participant.e.s ont conscience de la spécificité de chaque grandeur, et du fait qu'une valeur numérique d'une mesure n'a de sens qu'en comparaison avec d'autres dans un ensemble. La posture praxéologique relevée dans le discours des participant.e.s, notamment dans l'Heuristique, semble en relation avec les

justifications apportées dans le choix d'une technique plutôt qu'une autre. Cela signifie que ce sont la situation ou le problème qui déterminent les champs mathématiques mobilisés, et la façon dont ils interviennent. Nonobstant, l'intradisciplinarité avec la géométrie, bien que très présente dans la catégorie Instruments – représentation de la partie anthropologique et à travers les représentations véhiculées dans les illustrations des manuels ainsi que dans les démarches mobilisées dans la partie individuelle du questionnaire, n'est pas apparue dans le discours de justification des techniques. De la même façon, bien que l'ordre de grandeur ait été mentionné par deux CP et par deux enseignantes, aucune justification concernant les méthodes d'approximation n'a été identifiée dans le discours des enseignantes. Pourtant, l'ensemble des participant.e.s soulève le problème selon lequel plusieurs élèves ne se représentent pas véritablement les intervalles de temps inhérents à des contraintes de temps ou à des durées données. Par exemple, E3 explique que les élèves qui rencontrent des difficultés dans la manipulation des unités de temps peinent également à planifier et à organiser leur travail et la tâche qui leur reste à faire. Dès lors, il semble que l'habileté à attribuer un ordre de grandeur à une mesure donnée ait une incidence sur la planification et l'organisation de tâches comportant une contrainte horaire.

**Les théories.** D'une manière générale, aucune des théories apparaissant dans le tableau n'a été explicitement nommée. Ce sont les indicateurs, les marqueurs de ces théories dans le discours des participant.e.s qui nous ont amenée à avancer l'idée selon laquelle un.e participant.e fondait une technologie sur une théorie en particulier. En effet, la créativité n'a pas été mentionnée telle quelle par les participant.e.s. Rappelons que la créativité selon Walia (2019) doit remplir quatre critères, à savoir qu'il s'agit d'un acte, que c'est une production originale, qu'elle naît d'un déséquilibre, qu'elle prend forme dans la façon de ressentir ou de percevoir un problème. Or, les différentes caractéristiques de ce concept tel qu'il est défini par Walia (2019) a permis d'identifier ce concept dans le discours des participant.e.s et de comprendre qu'il justifiait l'usage d'une technologie plutôt qu'une autre. Par exemple, les relations intradisciplinaires sont justifiées par la nécessité de s'ajuster à la situation proposée et de sortir de l'aspect purement procédural d'une

technique pour réfléchir à la façon la plus efficace de résoudre un problème donné. 2/3 des enseignantes interrogées et un des manuels justifient l'intradisciplinarité avec l'arithmétique en s'appuyant sur les interprétations de la fraction (Kieren, 1993). Tous.tes les participant.es et les deux manuels s'appuient sur la théorie des registres sémiotiques (Duval, 1995). Le fondement des conversions d'unités de temps sur les nombres rationnels a également été identifié dans les résultats pour tous.tes les participant.e.s et dans les deux manuels analysés. Les univers de la mesure (Brousseau, 2000a) figurent dans le discours de chaque participant.e et dans les manuels. En effet, chaque fois, des objets mathématiques mesurables forment le point de départ de la mesure. Puis, des procédés de définition de l'application-mesure sont mis en œuvre. Enfin, la structure numérique d'arrivée est clairement identifiée. Cette affirmation pourrait être amenée à être atténuée pour les participant.e.s n'ayant pas mentionné d'unités non-conventionnelles (CP2, E2, E3), et pour les deux manuels, qui ne proposent pas de situation de découverte ou de situation-problème faisant appel à des unités non-conventionnelles. La théorie écologique (Chevallard, 2002) a pu, quant à elle, être identifiée dans les discours de tou.te.s les participant.e.s. Les discours des participant.e.s renvoient en effet à l'idée selon laquelle il existe une relation d'interdépendance entre une notion mathématique et les autres notions et champs mathématiques de sorte que celle-ci s'inscrit dans une niche écologique et figure dans différents réseaux trophiques (Artaud, 1997; Chambris, 2008). Par exemple, calculer des durées à l'aide de la droite temporelle mobilise l'interprétation mesure de la fraction, les nombres rationnels et peut également être assimilée à une droite numérique particulière. Dès lors, à travers cet exemple, il apparaît que calculer des durées implique de faire appel à des notions mathématiques relevant de différents champs mathématiques.

**Synthèse de l'analyse et de l'interprétation des résultats de l'objectif 2.** Les résultats de la comparaison des sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels avec le site mathématique local de référence peuvent être présentés sous la forme d'un tableau comme suit.

Tableau 20

Taux moyens de correspondance entre les sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels scolaires, et le site mathématique local de référence

	CP1	CP2	CP3	E1	E2	E3	Décimale	Les irréductibles
Correspondance pour la partie anthropologique du site	62 %	36 %	61 %	36 %	40 %	49 %	33 %	35 %
Correspondance pour la partie mathématique du site	71 %	70 %	87 %	71 %	65 %	84 %	38 %	54 %
Correspondance globale entre chaque site mathématique local et celui de référence	66 %	50 %	72 %	51 %	51 %	64 %	35 %	43 %

Ce tableau met en exergue l'adéquation entre les sites mathématiques locaux des participant.e.s et le site mathématique local de référence. En effet, ce taux dépasse 50 %

pour l'ensemble des participant.e.s. Cette proximité souligne tout d'abord que les participant.e.s ont une connaissance approfondie de l'objet « unité de temps » dans le cadre de conversions d'unités. Aussi, en nous appuyant sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 2002, 2007), ces résultats tendent d'une part à indiquer que les CP et les enseignant.e.s se réfèrent à des niveaux d'organisations supérieurs. D'autre part, ils précisent que les participant.e.s mettent en relation les conversions d'unités de temps avec d'autres objets mathématiques appartenant à d'autres champs mathématiques. Ces liens dépassent d'ailleurs l'intradisciplinarité et sont également tissés au niveau interdisciplinaire comme le montrent les mentions de changements de registres (Chambris, 2008; Duval, 1995, 2006) dans le discours des participant.e.s et dans les traces observables dans la partie individuelle du questionnaire. Puis, cette analyse met en lumière le fait selon lequel la visée praxéologique s'inscrit au cœur de l'enseignement des conversions d'unités de temps chez les participant.e.s et que c'est celle-ci qui détermine le choix d'une technologie puis celui d'une technique. Ensuite, ces deux premiers points sont complémentaires lors des transpositions didactiques externes mentionnées par les participant.e.s : la variété de connaissances quant à cet objet mathématique amène les participant.e.s à sélectionner les heuristiques, les instruments et les techniques en fonction de leur posture paradigmatique et en fonction de la situation de conversion. La manipulation des unités de temps observée dans cette étude répond par conséquent à des aspects pragmatiques (quel est le moyen le plus efficace d'effectuer une conversion d'unité de temps pour une situation donnée ?) ainsi qu'à une posture épistémologique (Dans quel courant théorique en Éducation, le ou la participant.e s'inscrit-il ?). Enfin, le fait que la moyenne de correspondance concernant la partie culturelle soit inférieure à la moyenne de correspondance concernant la partie mathématique tant pour les participant.e.s que pour les manuels analysés met en exergue deux caractéristiques de la transposition didactique externe des conversions d'unités de temps. D'une part, cela souligne la difficulté que rencontrent les participant.e.s à aborder cet objet de savoir relativement à son intangibilité et à son caractère intrinsèquement dual. Citons la difficulté des participant.e.s à proposer des instruments de mesure du temps ou des activités de

découverte impliquant des unités de temps non conventionnelles et qui permettraient de délaissier l'horloge analogique, nommée mais considérée comme désuète par plusieurs participant.e.s. Cela témoigne également du caractère construit de cet objet mathématique et, par conséquent, de son évolution dans la façon de l'appréhender et de l'enseigner. Par exemple, des enseignantes comme des CP s'interrogent quant à la pertinence de l'horloge analogique pour travailler les conversions d'unités de temps. D'autre part, cela indique la flexibilité de la connaissance mathématique des conversions d'unités de temps chez les participant.e.s. Citons les nombreuses techniques mentionnées par les participant.e.s, et les relations que ces derniers effectuent avec d'autres objets mathématiques.



## CHAPITRE V

### DISCUSSION

La présente recherche, de type qualitatif exploratoire, vise à explorer les caractéristiques de transpositions didactiques externes de conversions d'unités de temps par des enseignant.e.s et des conseiller.s.ères pédagogiques au Québec. La discussion des résultats, dans un premier temps, précise, par le biais de l'analyse et de l'interprétation des résultats, les caractéristiques culturelles de cet objet de savoir pour les participant.e.s. Dans un second temps, elle brosse un portrait des caractéristiques mathématiques de cet objet dans le cadre de transpositions didactiques externes. Dans un dernier temps, elle met en lumière les difficultés qui perdurent tant en ce qui concerne l'enseignement que l'apprentissage des conversions d'unités de temps.

#### **5.1. Les caractéristiques culturelles des conversions d'unités de temps dans les transpositions didactiques externes analysées**

Les unités de temps dans une tâche de conversion sont un objet technomathématique (Chevallard, 1991b) dans la mesure où il est formé de deux parties, soit la partie technologique et la partie mathématique. La partie technologique consiste en un discours expliquant la nature de cet objet mathématique et permettant de justifier celle-ci. Par là même, ce discours explicite les aspects culturels entourant la construction de cet objet, son usage et l'évolution de celui-ci. Qu'en est-il de ces caractéristiques culturelles, ou reconnues comme telles par des enseignant.e.s du primaire et des CP au Québec ? Dans le but de préciser ces dernières, cette section portera tout d'abord sur les contenus de connaissances pédagogiques des CP et des enseignant.e.s. Puis, nous nous attarderons sur les changements écologiques de la grandeur temps au Québec en lien avec des modifications épistémologiques et paradigmatiques. Enfin, il sera question du caractère acquis des représentations temporelles et de l'évolution de ces représentations.

**5.1.1. Les contenus de connaissances pédagogiques des CP et des enseignant.e.s.** À l'instar de la recherche de Mounsamy (2019), les CP interrogé.e.s ont un PCK plus étendu

que les enseignantes. Cependant, à la différence de cette étude (Mounsamy, 2019), les résultats obtenus dans cette recherche tendent à montrer que les enseignant.e.s du primaire au Québec, tout du moins les enseignantes qui ont participé à ce projet de recherche, présentent un PCK riche, grâce auquel elles peuvent anticiper les besoins des élèves quant aux conversions d'unités de temps et y répondre adéquatement. Ce PCK conséquent met en exergue une compréhension des conversions d'unités de temps en tant qu'objet mathématique construit culturellement et répondant à des besoins d'une société à un moment donné. Aussi, les enseignantes comme les CP adoptent un regard critique et réflexif sur la façon d'enseigner la manipulation de cet objet mathématique. Par exemple, une enseignante explique qu'auparavant, il était pertinent d'enseigner les calculs de durée à l'aide de l'horloge analogique, car tout le monde utilisait ce type d'horloge. Mais, dans la mesure où cet instrument est de moins en moins utilisé avec l'avènement du numérique, elle favorise la représentation de la droite temporelle, représentation qui répond mieux aux besoins des élèves actuellement. En effet, l'affichage numérique de l'heure n'offre pas un accès aisé au calcul, alors que la droite temporelle permet de mettre en œuvre facilement différentes techniques de calcul réfléchi et de vérifier la justesse de la réponse. Cette étude rejoint également les recherches d'Hamamouche et Cordes (2020) ainsi que celles de Tillman et al. (2015; 2018). Il est vrai que l'étude du PCK des participant.e.s met en lumière la conscience qu'ont les participant.e.s non seulement du caractère construit de ce savoir mathématique, mais aussi de la mise en relation constante entre le champ lexical temporel, soit tous les mots qui expriment le temps, les repères non conventionnels de durées, les représentations temporelles et les unités conventionnelles de temps. Enfin, cette étude a contribué à souligner le fait que les transpositions didactiques externes observées sont en adéquation avec les recommandations inhérentes à ce savoir essentiel données dans le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) ainsi que dans la PDA (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009) — soit en adéquation avec une approche socioconstructiviste qui met en avant la construction historique relativement à une culture des objets mathématiques. L'importance pour les participant.e.s de travailler ce savoir en relation avec l'expérience vécue des élèves et en fonction des besoins de ces derniers

actuellement et à l'avenir témoigne également de cette adéquation entre la nature de l'objet mathématique, les connaissances de participant.e.s et l'approche préconisée dans le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001). De plus, la majorité des PCK s'est avérée plus riche que ce qui avait été envisagé de prime abord. Plusieurs aspects n'avaient pas été anticipés. Citons la conscience des relations mathématiques des conversions d'unités de temps avec les nombres rationnels, les approches par le jeu.

Ainsi, cette étude a participé à préciser le fait que les connaissances initiales de CP et d'enseignant.e.s au primaire au Québec relativement aux conversions d'unités de temps sont variées et approfondies. Elles témoignent d'une compréhension de cet objet en tant qu'objet culturellement construit, et donc amené à évoluer. Cette évolution va de pair avec des changements écologiques.

**5.1.2. Les changements écologiques de la grandeur temps au Québec en lien avec des modifications épistémologiques et paradigmatiques.** La recherche de Chambris (2008) met en évidence le fait que des difficultés de compréhension et de manipulation des unités de mesure sont survenues à la suite de la perte de la niche écologique et du réseau trophique initiaux des grandeurs et mesures. Ces changements sont imputables à différents facteurs, dont des facteurs épistémologiques (Chambris, 2008). La rupture entre le champ des grandeurs et mesures, et la numération ont eu pour effet une perte de sens des nombres inhérents aux grandeurs physiques. Ces changements ont également occasionné une absence de fondement des unités de mesure, et donc des techniques employées (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019). La présente recherche met aussi en exergue des changements écologiques de l'objet mathématique, que sont les conversions d'unités de temps, en relation avec des modifications épistémologiques. Toutefois, ces changements ne paraissent pas imputables aux mêmes causes, et les effets relevés ici semblent distincts de ceux observés dans des études menées en France (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019). Tout d'abord, le Programme de formation rédigé dans les années quatre-vingt (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 1982) exclut les calculs de durée du champ de la mesure (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 1980) pour les inclure dans le

fascicule concernant les nombres naturels (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 1982). Dans ce dernier, une section est consacrée aux calculs de durées, et la technique de soustraction avec emprunt est l'unique technique proposée. La base 60 n'est pas mentionnée. Certes, la base 60 n'est pas non plus spécifiée dans le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001), et la mesure forme un champ spécifique — au même titre que l'arithmétique, la géométrie, la statistique... — dans le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) et dans la PDA (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009). Toutefois, il semble que l'absence d'éléments de la mesure dans l'arithmétique ne soit pas liée à un isolement de ce champ, mais plutôt à un changement paradigmatique qui s'accompagne d'une nouvelle façon de manipuler les unités de mesure. En effet, l'approche socioconstructiviste du PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) et de la PDA (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009) privilégie l'enseignement des concepts à celui de procédures. Aussi, en n'imposant aucune procédure aux enseignant.e.s, ces derniers.ères sont amenés à tisser des liens originaux entre les conversions d'unités de temps et les nombres rationnels en arithmétique ou la statistique. Puis, le développement des trois compétences mathématiques du PFEQ induit la mise en relation des différents champs mathématiques dans les différents types de tâches mathématiques proposées aux élèves. À cela s'ajoute le fait que le développement de la compétence 3, soit « communiquer à l'aide du langage mathématique », mette en relation dans sa description la relation entre le langage courant et le langage mathématique, soit la relation entre les registres sémiotiques (Duval, 2006). Enfin, le fait que les savoirs essentiels du PFEQ pour cette notion s'inscrivent dans un cadre qui dépasse le système HMS apparaît notable dans la façon dont les enseignant.e.s circonscrivent les conversions d'unités de temps lors d'une transposition didactique externe. À cet égard, le système HMS est pensé au sein d'un système plus vaste (jour, mois, année) et les conversions sont envisagées dans leur complexité à l'intérieur du système HMS et dans ce système plus large.

De cette façon, le champ de la mesure a également changé de statut au Québec. Nonobstant, l'approche socioconstructiviste du PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) semble avoir incité les enseignant.e.s à construire de nouveaux réseaux trophiques pour

les conversions d'unités de temps en mettant en relation cet objet avec les nombres rationnels, en proposant des activités statistiques en lien avec les calculs de durées — ces derniers impliquant des conversions d'unités de temps. Ces relations débordent du domaine de la mathématique à travers l'ancrage de cette notion dans le quotidien des élèves par le biais des domaines généraux de formation.

**5.1.3. Le caractère acquis des représentations temporelles et l'évolution de ces représentations.** Dans un premier temps, à la mention des connaissances antérieures des élèves nécessaires aux conversions d'unités de temps, 2/3 des participant.e.s évoquent les rythmes de vie et la connaissance et la maîtrise du vocabulaire temporel. Cela signifie qu'ils effectuent des liens entre le temps dans la vie quotidienne — temps vécu — et le temps conçu, soit les unités conventionnelles. Dans un second temps, trois participant.e.s ont rappelé la progression de l'apprentissage des unités de temps dans la scolarité, et deux participantes (une CP et une enseignante) ont souligné le fait que les jeunes enfants rencontrent des difficultés à attribuer une valeur temporelle aux mots exprimant la durée. Ces mots n'ayant pas de signifiante pour eux, elles suggèrent toutes deux de s'appuyer sur des unités non conventionnelles signifiantes pour les enfants. Ici, c'est la durée d'épisodes de séries télévisées qui ont chaque fois été donnés en guise d'étalon. Cette référence à des unités non conventionnelle pour des élèves d'âge préscolaire en raison du manque de sens donné par les jeunes enfants au vocabulaire temporel rejoint l'étude de Tillman et Barner (2015). Dans cette recherche, les auteurs mettent notamment en évidence le fait que les enfants associent d'abord une fonction d'organisation chronologique ou ordinale aux mots représentant une durée avant de les associer à un intervalle de temps. Dans un troisième temps, le discours d'une participante va dans le même sens que la recherche d'Hamamouche et al. (2020). Cette étude conclut, il est vrai, en spécifiant que l'apprentissage des unités conventionnelles affine l'estimation de durées. Au cours des entretiens semi-dirigés, une des enseignantes (E3) a expliqué que la manipulation des unités de temps dans des situations signifiantes permet aux élèves de mieux s'organiser, de mieux planifier ses tâches et son reste à faire en fonction du temps imparti. Dans un dernier temps, la diversité des représentations temporelles des

participant.e.s corrobore la recherche de Tillman et al. (2018), qui indique que la représentation du temps selon une droite temporelle n'est pas innée.

Ainsi, l'analyse et l'interprétation des résultats vont dans le même sens que plusieurs recherches antérieures (Hamamouche et Cordes, 2020; Tillman et Barner, 2015; Tillman et al., 2018), à savoir le caractère acquis des représentations temporelles, et le développement de l'habileté à manipuler les unités de temps dans une relation de réciprocité entre les unités conventionnelles et l'expérience temporelle qui comprend l'expérience temporelle individuelle et collective. À travers des éléments de discours quant à la façon d'enseigner ou d'aborder les conversions d'unités de temps, les CP et les enseignant.e.s de notre échantillon ont démontré une conscience de cette évolution et de cette construction chez l'enfant puis chez les élèves.

## **5.2. Les caractéristiques mathématiques des conversions d'unités de temps dans les transpositions didactiques externes analysées**

Les unités de temps ne sont pas une propriété mathématique (Mounsamy, 2019). En revanche, les unités de temps et les conversions desdites unités, c'est-à-dire la relation entre ces unités, reposent sur des propriétés mathématiques. Aussi, cette section sera consacrée au traitement mathématique des conversions d'unités de temps par des CP et par des enseignant.e.s du primaire au Québec à la lumière d'études antérieures réalisées dans d'autres pays. La grande variété de techniques utilisées par les participant.e.s formera le premier point ; le fait que les technologies employées soient explicites, le second point. Un dernier point portera sur le caractère transdisciplinaire des théories sur lesquelles s'appuient les participant.e.s pour justifier les technologies énoncées.

**5.2.1. Une grande variété de techniques.** Dans la recherche de Mounsamy et al. (2015), de nombreuses techniques sont mentionnées dans le cadre de calculs de durées. Ces calculs impliquant des conversions, soit d'unités soit de changements de base, la majorité des techniques mentionnées dans ce document ainsi que celles présentes dans la thèse de Mounsamy (2019) ont été inscrites dans le site mathématique local de référence. Les conclusions de ces études stipulent que les enseignant.e.s ont une connaissance parcellaire

des techniques et que celles-ci se limitent souvent à l'algorithme. À cela s'ajoute le fait que les enseignant.e.s ou futur.e.s enseignant.e.s ne connaissent pas les technologies qui sous-tendent les techniques qu'ils utilisent. Citons les principes de fonctionnement de la numération de position qui fonde la base dix, mais qui s'applique aussi à la base 60. Les auteurs de ces recherches expliquent ces difficultés par les changements de statut des grandeurs et mesures, et plus généralement par la culture mathématique dans laquelle s'effectue cet apprentissage (Mounsamy, 2019; Mounsamy et al., 2015). Par exemple, ces recherches décrivent l'usage et la présentation de techniques différentes dans les manuels en Angleterre. Les résultats de la présente recherche s'avèrent, quant à eux, inattendus par la richesse des techniques proposées par les participant.e.s tant au cours des entretiens semi-dirigés que dans les traces écrites de la partie individuelle du questionnaire. L'analyse et l'interprétation des résultats ont également mis en exergue, à la différence des recherches précédemment mentionnées, que les enseignantes et les CP de notre échantillon connaissent certes les algorithmes de calcul, mais qu'ils s'appuient davantage sur le calcul réfléchi ou sur des procédures réfléchies pour arriver le plus rapidement possible à la réponse. La présente recherche ne permet malheureusement pas de savoir si cette variété de techniques est le résultat de la posture socioconstructiviste des participant.e.s ou attribuable au fait que le Québec s'inscrit au carrefour de différentes influences en didactique des mathématiques (Proulx, 2020), aux deux variables en même temps ou à aucune d'entre elles. Nonobstant, le discours des participant.e.s justifiant l'emploi d'une technique plutôt qu'une autre apporte des éléments de réponses relativement aux principes qui guident le choix d'une technique pour une tâche mathématique donnée. Ces discours seront exposés dans le point suivant.

**5.2.2. Des technologies explicites.** Selon Brousseau (2000, cit. Mounsamy, 2019), des personnes dans le milieu enseignant pensent que le traitement des unités de mesure relève davantage du domaine des sciences physiques et devrait donc être enseigné dans cette discipline. Dans la présente étude, les grandeurs et mesures ne sont associées aux sciences physiques que par deux CP, et ce, uniquement dans le cadre d'explications concernant l'importance de développer l'habileté à manipuler des grandeurs et mesures au primaire

afin d'être à même d'effectuer des calculs plus ardues au secondaire, notamment en sciences physiques, discipline dans laquelle plusieurs unités entrent souvent en jeu dans un même calcul. En ce sens, aucun.e participant.e n'a remis en question la place des mesures en mathématiques. De la même façon, aucun.e ne nie l'intérêt de travailler cette notion en mathématiques au primaire. En cela, les participant.e.s se distinguent des discours contradictoires présents dans des études antérieures quant à l'intérêt d'enseigner les unités de mesure, et donc de temps, à l'école (Mikula et Heckler, 2013; Mounsamy et al., 2015). En revanche, les participant.e.s justifient explicitement les techniques employées en s'appuyant sur l'intradisciplinarité. Par exemple, certains expliquent le changement de registre sémiotique entre le langage courant et les symboles mathématiques en se référant aux nombres rationnels, soit les fractions dans le cas présent. En cela, les discours des participant.e.s rejoignent le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001), indiquent que les transpositions didactiques externes observées s'effectuent en lien avec des niveaux d'organisation supérieurs (Chevallard, 2002). Ces caractéristiques mentionnées ici n'ont pas pu être retrouvées dans d'autres études, telles que celles de Mounsamy (2019) ou de Chambris (2008). Toutefois, cette différence pourrait davantage relever de la façon dont les conversions d'unités de temps sont amenées dans l'entretien semi-dirigé. En effet, durant les entretiens, la question de la relation avec d'autres champs mathématiques était explicitement posée. Enfin, les discours des participant.e.s permettant de justifier les techniques employées se distinguent des résultats de l'étude de Mounsamy (2019) en ce que les participant.e.s insistent tous sur l'importance de la dimension praxéologique dans l'enseignement des unités de temps. Les participant.e.s justifient chaque technique par son intérêt dans une situation donnée. Aussi, les techniques mobilisées le sont en fonction d'un contexte. Cet ancrage dans le réel et l'importance de choisir la technique la plus efficace relativement à une situation est particulièrement présent dans la partie technologique du site mathématique local de tous et de toutes les participant.e.s. Cela rejoint à nouveau la posture socioconstructiviste du PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001) qui met l'accent sur l'ancrage des savoirs essentiels dans des contextes signifiants pour les élèves.



**5.2.3. Des théories implicites qui excèdent le domaine des mathématiques.** Certes, aucune théorie n'a été mentionnée en tant que telle dans le discours des participant.e.s. Nonobstant, les éléments de discours concernant les technologies ainsi que les aspects importants dans l'enseignement des unités de temps nommés par les participant.e.s indiquent les principes sous-jacents sur lesquels se fonde le discours des participant.e.s. La flexibilité cognitive, l'apprentissage par problème, l'ajustement d'une connaissance antérieure face à la confrontation avec le réel sont autant de caractéristiques qui rejoignent le concept de créativité tel qu'il est défini par Walia (2019). De cette façon, ce concept renvoie à la vision des mathématiques véhiculée dans le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001), dans la mesure où aucune technique n'est imposée, et où « l'élève doit imaginer des combinaisons d'opérations pour trouver diverses réponses à une situation-problème » (Ministère de l'Éducation, 2001, p. 124). Toutefois, cette importance de la créativité dans les théories sous-jacentes dans le discours des participant.e.s est amenée à être modérée par la référence à l'enseignement explicite ou stratégique notamment à travers la référence de l'ensemble des participant.e.s au document concernant l'enseignement des mesures du ministère de l'Éducation de l'Ontario (2010). Les différents univers de la mesure (Brousseau, 2000a) ainsi que la théorie des registres sémiotiques sont présents à travers les relations qui sont tissées par les participant.e.s lors de transpositions didactiques externes entre les situations réelles et le traitement mathématique de ces dernières. Ensuite, comme cela a pu être observé en France (Chambris, 2008), les mesures ont connu une modification de leur statut. Toutefois, à la différence des observations réalisées en France, il apparaît que ces changements de statut n'ont pas amené à l'isolement du champ mathématique de la mesure au Québec. Il semble que les enseignant.e.s aient plutôt construits de nouveaux liens en s'appuyant sur les besoins actuels des élèves dans leur quotidien et dans la poursuite de leur scolarité. Pour cet objet de savoir, les résultats de cette étude diffèrent des résultats de Chevallard (2002) relativement à l'absence de mobilisation de niveaux d'organisation supérieurs par des enseignant.e.s français. Enfin, les résultats de cette étude semblent diverger des résultats de Mounsamy (2019) quant aux références théoriques des enseignant.e.s relativement à la manipulation des unités des

temps. En effet, les enseignant.e.s semblent conscients des autres champs mathématiques ou des ensembles de nombres mobilisés lors de conversions d'unités de temps. Les nombres rationnels en sont un exemple. Cependant, cette divergence peut être modérée, dans la mesure où l'objet de la question n'était pas le même. Dans la recherche de Mounsamy (2019), il s'agissait de soustractions dans le cadre de calculs de durées, tandis que dans la présente étude, il s'agit de conversions d'unités de temps.

### **5.3. Les difficultés qui perdurent lors de transpositions didactiques externes relativement aux conversions d'unités de temps**

Cette recherche qualitative exploratoire décrit les caractéristiques de transpositions didactiques externes de conversions d'unités de temps par des CP et par des enseignant.e.s au 3<sup>e</sup> cycle du primaire au Québec. À travers le discours des participant.e.s, des difficultés inhérentes à cet objet et à son enseignement ont pu être relevées. Ces difficultés sont en premier lieu imputées à la complexité intrinsèque des conversions d'unités de temps. En second lieu, la difficulté à aborder le concept de temps d'un point de vue didactique a pu être relevée. En dernier lieu, l'absence de représentations et d'ordre de grandeur relativement au temps et à ses différentes expressions apparaît comme une difficulté qui demeure chez certains élèves.

**5.3.1. Des difficultés inhérentes à la complexité intrinsèque des conversions d'unités de temps.** La présente étude rejoint dans une certaine mesure la recherche de Tillman et Barner (2015). En effet, ces chercheurs et chercheuses ont mis en évidence le fait que les enfants attribuent une acception première d'ordre chronologique aux mots concernant la durée, et la véritable mesure renvoyant à un intervalle de temps donné arrive dans un second temps. Les conclusions de cette étude renvoient au caractère construit des unités de temps ainsi qu'à la progression des enfants, puis des élèves, dans le passage d'un registre à un autre. Les résultats de la présente recherche vont dans le même sens que cette dernière conclusion. De plus, les résultats obtenus s'inscrivent dans la même direction que ceux d'Earnest (2015), à savoir que certaines durées, bien qu'équivalentes numériquement (une demi-heure et 30 min) ne sont pas mathématiquement traitées de la même façon par

les élèves. Les discours des enseignantes et des CP ainsi que les traces observables dans la partie individuelle du questionnaire mettent en exergue des différences de traitement selon la formulation de l'intervalle de temps également. Ensuite, les enseignantes, bien qu'elles ne rencontrent pas elles-mêmes cette difficulté à la différence d'études menées dans d'autres pays (Mounsamy et al., 2015; Saraçoglu et al., 2017), précisent que la base 60 ajoute une difficulté aux conversions d'unités de temps. Le recours à la base sexagésimale par rapport à l'usage de la base décimale en arithmétique est nommé comme une des difficultés à l'algorithme de la soustraction dans les calculs de durée. Ce problème trouve sa résolution dans l'usage de représentations telles que la droite temporelle ou, pour un participant, dans l'usage de l'horloge analogique. D'après l'observation qui a pu être effectuée des traces écrites dans la partie individuelle du questionnaire, le changement de base — le passage de la base 10 à la base 60 — n'a posé aucune difficulté aux participant.e.s, mais, l'ensemble des participant.e.s s'accordent à dire que cela représente une difficulté importante pour les élèves. Enfin, les résultats de cette étude renvoient aux caractéristiques du temps détaillées dans la recherche de Mounsamy (2019) : le temps perçu, le temps vécu et le temps conçu. Ces trois aspects du temps ont pu être identifiés dans le discours des participant.e.s relativement aux difficultés rencontrées par les élèves. Par exemple, il n'est pas possible de montrer aux élèves ce qu'est le temps. De la même façon, ce qui semblera bref pour certains paraîtra long pour d'autres. Ainsi, ces points communs soulignent la complexité des conversions d'unités de temps : conversions de registres, conversions dans un système, conversions entre systèmes.

**5.3.2. Le temps, un concept qui demeure ardu à aborder.** Les enseignantes interrogées, de même que les CP, s'appuient sur des situations du quotidien ou des problèmes réels pour aborder les conversions d'unités de temps dans le cadre de calculs de durée. Ces situations, bien qu'ancrées dans le quotidien, demeurent plutôt théoriques : alors que les enseignantes proposent des exemples d'activités avec du matériel tangible et des unités non conventionnelles pour d'autres grandeurs — c'est le cas en particulier de la longueur, les participant.e.s ont rencontré des difficultés à proposer des situations d'enseignement et d'apprentissage à partir d'unités de temps non conventionnelles. Pourtant, comme

l'explique Poirier (2001), la construction des unités de mesure s'effectue par comparaison en fondant les unités conventionnelles sur la prise de consciences des limites inhérentes aux unités non conventionnelles. Jaelani et al. (2013) constatait la même difficulté auprès d'enseignant.e.s du primaire relativement à la construction des unités de temps par rapport aux autres unités de mesure. L'usage d'un jeu traditionnel — les courses de toupies — a eu des effets mesurables sur les progrès des élèves.

**5.3.3. L'obstacle constitué par l'absence de représentations et d'ordres de grandeur chez certains élèves.** Les CP mentionnent tous l'importance d'être en mesure d'estimer un résultat ainsi que d'avoir des ordres de grandeur lorsqu'il est question de manipuler des unités de temps. Ils expliquent que c'est une notion ardue à construire, et deux CP qui travaillent également auprès d'enseignant.e.s au secondaire ou qui ont eux-mêmes travaillés au secondaire précisent que les élèves éprouvent des difficultés à se représenter des ordres de grandeurs, dans les unités composées notamment. Ce discours va dans le même sens que les résultats de Mikula et al. (2013). Les enseignantes ayant participé à la présente recherche distinguent toutes deux groupes dans leur classe, à savoir les élèves qui manipulent et se représentent bien les unités de temps et les élèves qui éprouvent des difficultés à se représenter et à manipuler les unités de temps. Ces difficultés s'observent en dehors des problèmes proposés pour travailler spécifiquement cette notion à travers les difficultés de planification et d'organisation de ce second groupe d'élèves. Bien qu'elles observent des progrès également dans ce second groupe d'élèves, il semble que des difficultés de représentation des unités de temps ne soient pas totalement résolues. Dans le discours des participant.e.s, les deux difficultés mentionnées dans ce paragraphe ne sont pas attribuées à des difficultés d'ordre mathématique (la manipulation des nombres rationnels), excepté en ce qui concerne les participant.e.s proposant la technique de la droite temporelle prédécoupée. L'ordre de grandeur ainsi que la capacité à distinguer la grandeur en jeu dans une situation donnée sont traités cognitivement de façon distincte des données purement numériques, selon González et al. (2019).

Ainsi, bien que les deux premières sections de ce chapitre fassent état d'une connaissance approfondie et diversifiée des conversions d'unités de temps chez les participant.e.s, trois difficultés principales demeurent lors de transpositions didactiques externes de conversions d'unités de temps. Celles-ci relèvent en premier lieu de la complexité intrinsèque du concept de temps. Cette complexité s'exprime notamment à travers les changements de registres sémiotiques. En second lieu, une seconde difficulté réside dans la façon d'aborder cette grandeur avec les élèves. En raison de son intangibilité et de l'absence d'exemples d'amorces proposant des activités fondées sur des unités de temps non-conventionnelles, les participant.e.s approchent les conversions d'unités de temps au 3<sup>e</sup> cycle en se fondant sur les unités conventionnelles. En dernier lieu, l'absence de représentations temporelles et la difficulté qui en découle concernant les ordres de grandeur constituent un obstacle à la manipulation des unités de temps. Cette difficulté est relevée par les enseignant.e.s pour une partie de leurs élèves ; par les CP, pour certain.e.s étudiant.e.s débutant des filières scientifiques au secondaire.

## CONCLUSION

La conclusion de ce mémoire de recherche s'articule en six points. Le premier rappelle la problématique qui a mené à la formulation de la question de recherche. Le second point est consacré au cadre de référence. Un troisième renvoie à la méthodologie, tandis que le quatrième point aborde les points saillants des résultats qui permettent d'apporter une réponse à la question de recherche. Le cinquième point souligne les apports de cette recherche au domaine de la didactique des mathématiques. Quant au sixième point, il décrit et explique les limites de cette recherche. Le dernier point ouvre sur des perspectives de recherches ultérieures en se fondant sur les limites identifiées, mais également sur les résultats.

**La problématique.** Cette recherche qualitative exploratoire se fonde sur plusieurs constats émis par la recherche scientifique relativement aux unités de mesure, unités dont font partie les unités de temps. Des difficultés inhérentes à la manipulation des grandeurs et mesures en général, et des unités de temps en particulier, ont été relevées dans des travaux de recherche antérieurs dans différents pays et à plusieurs occasions au cours des vingtième et vingt-et-unième siècles (Jaelani et al., 2013; Mikula et Heckler, 2013; Mounsamy, 2019; Mounsamy et al., 2015; Saraçoglu et al., 2017; Watson, 1937). En ce qui concerne des études menées en France, les difficultés observées résultent en premier lieu de la modification du statut et de la place occupée par les grandeurs dans la société et dans les programmes scolaires. Ces changements ont conduit d'une part à une perte des relations qu'entretenaient auparavant — durant la période classique — les unités de mesure, dont les unités de temps, avec les autres objets mathématiques, avec les autres champs mathématiques (Chambris, 2008; Mounsamy, 2019). D'autre part, il semble que les changements profonds apportés aux programmes scolaires en raison de changements paradigmatiques aient entraîné la perte de la connaissance des technologies et des théories sous-tendant l'usage des techniques relativement à la manipulation des unités de temps (Chambris, 2008; Chevallard, 2002; Mounsamy et al., 2015). Des études menées dans d'autres pays, notamment aux États-Unis (Earnest, 2015; Mikula et Heckler, 2013;

Tillman et al., 2018), mettent en exergue la complexité inhérente à la manipulation des unités de temps ainsi que l'importance du caractère culturel de cet objet mathématique. Cette complexité a trait à l'écart entre le langage courant et la valeur des grandeurs en unités conventionnelles, aux manipulations mathématiques inhérentes aux changements de registres, aux changements entre systèmes ou encore dans un système. Dans une autre discipline, soit en univers social, une étude menée au Québec (Poyet, 2010) insiste aussi sur l'importance culturelle dans la construction de représentations temporelles. L'auteure mentionne en particulier les écarts fréquents entre le langage courant et la réalité temporelle, écarts qui peuvent expliquer les difficultés d'estimation de durée. Qu'en est-il de l'enseignement de la manipulation des unités de temps en mathématiques actuellement au Québec ? Dans la mesure où aucune étude antérieure n'a pu être trouvée pour répondre à cette question, il paraît pertinent d'explorer les caractéristiques des transpositions didactiques externes par des CP et des enseignant.e.s au 3<sup>e</sup> cycle du primaire au Québec. Plus précisément, quelles sont les caractéristiques de transpositions didactiques externes des unités de temps dans le cadre d'une tâche de conversion d'unités par des conseillers.ères pédagogiques et par le personnel enseignant du 3<sup>e</sup> cycle du primaire au Québec ? Cette étude vise par conséquent à décrire les contenus de connaissances pédagogiques initiaux des participant.e.s ainsi que la sélection — et les raisons motivant ces choix — de ces contenus lors de conversions d'unités de temps.

**Le cadre de référence.** Le cadre de référence construit pour tenter de répondre à la question de recherche s'appuie sur les travaux de Shulman (2005, 2015) en ce qui concerne la question des contenus de connaissances pédagogiques. La théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1991b) ainsi que la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991a, 2002, 2007) permettent de traiter les aspects faisant référence à la nature des savoirs concernant les conversions d'unités de temps et leur sélection. La théorie écologique (Artaud, 1997, cit. Chambris, 2008) apporte quant à elle un éclairage sur les relations entre la grandeur temps et les autres champs mathématiques, les autres disciplines lors de conversions d'unités de temps. Ces théories, excepté les aspects inhérents aux concepts développés par Shulman (2005, 2015), sont regroupées

dans le site mathématique local développé par Duchet et Erdogan (2005). De ce cadre de référence découle la formulation de deux objectifs, soit de décrire le PCK des participant.e.s dans un premier temps et, dans un second temps, de comparer les sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels que ces derniers utilisent avec le site mathématique local de référence construit relativement à la question des conversions d'unités de temps.

**La méthodologie.** Six participant.e.s, soit trois enseignantes au 3<sup>e</sup> cycle du primaire et trois conseillers.ères pédagogiques au Québec, ont été recrutés sur la base du volontariat dans le respect des conditions fixées par le certificat éthique. Des entretiens semi-dirigés et une courte tâche écrite de conversions d'unités de temps ont été construits à partir des questionnaires élaborés par Mounsamy (2019). Deux instruments résultant directement du cadre de référence ont été utilisés pour adapter ce questionnaire et déterminer les catégories qui ont servi ensuite à l'analyse et à l'interprétation des résultats. Le PCK adapté à l'enseignement tiré de la thèse de Mounsamy (2019) ainsi que le site mathématique local (Duchet et Erdogan, 2005; Mounsamy, 2019). La collecte de données et l'analyse de ces données ont été effectuées de façon itérative en suivant la méthodologie en recherche qualitative-interprétative explicitée par Savoie-Zajc (2018). Ce processus et cette dynamique ont abouti à plusieurs résultats relativement au traitement des conversions d'unités de temps par des enseignant.e.s au 3<sup>e</sup> cycle du primaire et par des conseillers.ères pédagogiques au Québec lors de transpositions didactiques externes.

**Les résultats de la recherche.** Tout d'abord, cette recherche indique que les CP et les enseignant.e.s de notre échantillon ont une connaissance approfondie tant de la partie culturelle que de la partie technologique de l'objet mathématique que sont les conversions d'unités de temps. De plus, si, à l'instar des résultats obtenus en France (Chambris, 2008), une modification de statut des grandeurs et mesures s'est opérée en mathématiques, ce changement au Québec semble ne pas avoir eu les mêmes effets qu'en France. En effet, il apparaît dans les résultats que cette modification de statut du champ de la mesure au Québec a amené les CP et les enseignant.e.s interrogé.e.s à créer de nouveaux liens entre



les mesures et l'arithmétique ou la statistique. Par exemple, les résultats indiquent que les participant.e.s s'appuient sur les nombres rationnels — les fractions en particulier — pour travailler les conversions d'unités de temps. Puis, la posture paradigmatique semble jouer un rôle important dans les transpositions didactiques externes observées. Les participant.e.s affirmant s'inscrire dans une posture socioconstructiviste se fondent sur des situations réelles ou signifiantes pour amener un conflit cognitif qui entraîne un véritable problème à résoudre pour les élèves. Selon cette approche, ils privilégient la discussion et les travaux de groupe. À cet égard, plusieurs solutions peuvent être apportées par les élèves. Dans ces conditions, la variété de techniques et de représentations relevées chez les participant.e.s permet non seulement d'accueillir plusieurs techniques pour résoudre un même problème, mais aussi de répondre adéquatement aux difficultés rencontrées par les élèves relativement à une technique donnée — l'algorithme de la soustraction d'unités de temps, par exemple. L'approche socioconstructiviste permet également de souligner l'aspect culturel des objets mathématiques. En ce sens, le discours des participant.e.s rejoint le PFEQ (Ministère de l'Éducation, 2001), qui considère les notions mathématiques comme des constructions culturelles amenées à évoluer en fonction des besoins de la société. Cette dernière caractéristique s'observe particulièrement dans le discours des participant.e.s quant aux instruments de mesure du temps et aux représentations. Ensuite, cette recherche va dans le même sens que des études antérieures (Earnest, 2015; González et al., 2019; Tillman et al., 2018) en ce qui a trait à la complexité du traitement temporel lors d'opérations de conversions. Par exemple, les participant.e.s évoquent les conversions entre registres sémiotiques — trois quarts d'heure sont égaux à 45 min — et s'appuient sur celles-ci dans les tâches mathématiques. Enfin, les résultats de la présente recherche ont permis de mettre en lumière des difficultés qui perdurent lors de transpositions didactiques externes d'unités de temps dans une tâche de conversion. Une première difficulté relève de la complexité intrinsèque du concept de temps et de la multiplicité que recouvre le concept de conversion d'unités de temps, et ce, même au sein d'une seule tâche mathématique (Earnest, 2015; Tillman et Barner, 2015; Tillman et al., 2018). Un second obstacle identifié a trait au caractère intangible du temps et à la difficulté

rencontrée par les enseignant.e.s pour fonder les unités conventionnelles de temps à partir d'unités non-conventionnelles. Poirier (2001) estime cependant que cette façon d'aborder les unités de mesure est fondamentale pour légitimer le recours aux unités conventionnelles et les rendre significatives relativement à la grandeur physique mesurée. Cette importance est réitérée dans les travaux de recherche de Jaelani et al. (2013). Une dernière difficulté ne concerne pas directement les transpositions didactiques externes observées, mais renvoie plutôt à un constat émis par l'ensemble des participant.e.s, à savoir que, parmi les élèves, plusieurs élèves rencontrent des difficultés à se construire une représentation temporelle et à développer des ordres de grandeur relativement au temps. Cette difficulté s'avère particulièrement préoccupante, dans la mesure où, comme il a été expliqué dans la pertinence sociale de cette recherche, avoir des repères temporels, estimer un reste à faire, anticiper et organiser une tâche en fonction de la variable temporelle figurent actuellement au cœur de nombreuses professions.

**Les apports de cette recherche au domaine de la didactique des mathématiques.** Cette étude explore un champ peu abordé dans les recherches en didactique des mathématiques. Elle contribue à enrichir les connaissances dans ce domaine en ce qu'elle décrit les caractéristiques culturelles et technologiques de cet objet mathématique que sont les conversions d'unités de temps retenues par des enseignant.e.s du primaire et des conseillers.ères pédagogiques au Québec. De plus, cette étude établit des liens entre cet objet de savoir et les autres champs mathématiques, comme la statistique, la probabilité, et en particulier, l'arithmétique. Ensuite, elle met en exergue l'importance accordée à la posture épistémologique par les participant.e.s dans l'appréhension de ce savoir au moment de la transposition didactique externe. Enfin, l'identification de difficultés persistantes inhérentes à la transposition didactique externe des conversions d'unités de temps peut conduire à porter une attention particulière à celles-ci dans la formation des futur.e.s enseignant.e.s.

**Les limites de l'étude.** Cette étude comporte des limites qui incitent à faire preuve de mesure dans l'utilisation des résultats obtenus et des conclusions auxquelles ceux-ci

conduisent. Le faible nombre de participant.e.s est la première limite. De plus, la méthode d'échantillonnage basée sur le volontariat et le fait que nous connaissions certain.e.s des participant.e.s en amont de ce projet peuvent avoir renvoyé des résultats qui ne sont pas représentatifs du PCK et des transpositions didactiques externes de conversions d'unités de temps des CP et des enseignant.e.s au Québec. En effet, les participant.e.s sont des personnes qui étaient intéressées par cette question de recherche. Enfin, l'analyse des manuels *Décimale* et *Les irréductibles* n'est pas complète, car il ne nous a pas été possible de consulter les ressources en ligne desdits manuels. Il est possible que ces ressources aient apporté un éclairage différent du contenu de ces manuels en ce qui concerne les conversions d'unités de temps. Par exemple, l'accès aux ressources en ligne pourrait changer le paradigme quant à l'approche privilégiée dans le manuel.

**Perspectives de recherche.** En raison des difficultés relativement aux fondements des unités non-conventionnelles, une recherche ultérieure pourrait proposer des amorces ou des éléments déclencheurs fondés sur des unités de temps non conventionnelles et observer les effets de ces situations sur l'habileté des élèves à manipuler les unités de temps conventionnelles à l'issue de ces situations. Il pourrait aussi être intéressant dans des recherches ultérieures d'essayer de comprendre comment se développe l'appréhension des ordres de grandeur, et, à partir de ces données, de proposer des activités favorisant le développement des ordres de grandeur à l'éducation préscolaire et en enseignement au primaire.

## RÉFÉRENCES

- Artaud, M. (1997). Introduction à l'approche écologique du didactique - l'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *Actes de la IX<sup>e</sup> École d'été de didactique des mathématiques*, 100-139.
- Bersweiler, D. (2005). *L'enfant et le temps, au carrefour d'enjeux multiples*. [Thèse de doctorat inédite]. Université Nancy 2, Nancy.
- Bossé, E. (2012). *Analyse de contenu épistémologique de manuels de mathématiques destinés aux élèves du deuxième cycle du primaire*. [Mémoire de maîtrise inédit, UQAM]. Montréal. <http://archipel.uqam.ca/id/eprint/5070>
- Brousseau, G. (2000a). Les différents univers de la mesure et leurs situations fondamentales. Un exemple d'utilisation de la théorie des situations pour l'ingénierie. *Quaderni di Riberca in Didattica*, 9.
- Brousseau, G. (2000b). Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi ? *Repère IREM*, 38, 7-10.
- Brousseau, G. (2001). Les grandeurs dans la scolarité obligatoire. *Les grandeurs dans la scolarité obligatoire* (pp. 331-348). La pensée sauvage éditions
- Brousseau, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques. *Éducation & didactique*, 5(1), 101-104.  
<https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1005>
- Brown, S. W., et Smith-Petersen, G. A. (2014). Time perception and temporal order memory. *Acta Psychologica*, 148, 173-180.  
<https://doiorg.biblioproxy.uqtr.ca/10.1016/j.actpsy.2014.02.003>
- Bruillard, E. (2010). Le passage du papier au numérique : le cas du manuel scolaire. Dans G. Gueudet et L. Trouche (Dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (pp. 217-232). PUR et INRP.  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00496597/>
- Bruni, J. V., et Silverman, H. (1974). Let's Do It! Developing the Concept of Linear Measurement. *Arithmetic Teacher*, 21(7), 570.

- Chambris, C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20<sup>e</sup> siècle. Connaissances des élèves actuels*. [Thèse de doctorat inédite]. Université Paris 7, Paris.
- Chevallard, Y. (1991a). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Publications mathématiques et informatique de Rennes, S6*, 160-163.
- Chevallard, Y. (1991b). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. La pensée sauvage
- Chevallard, Y. (1998a). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Actes de l'UE de la Rochelle*, 91-118.
- Chevallard, Y. (1998b). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. *Actes de l'UE de la Rochelle*, 91-118.  
[http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse\\_des\\_pratiques\\_enseignantes.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf)
- Chevallard, Y. (2002). Écologie et régulation. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris (Dir.), *Actes de la XI<sup>e</sup> École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 41-56). La pensée sauvage
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa et F. J. García (Dir.), *Sociedad, Escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 705-746). Publicaciones de la Universidad de Jaén.  
[http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Passe\\_et\\_present\\_de\\_la\\_TAD.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Passe_et_present_de_la_TAD.pdf)
- Colomb, J. (1986). Chevallard (Yves). — La Transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné. *Revue française de pédagogie*, 76, 89-91.  
[www.persee.fr/doc/rfp\\_0556-7807\\_1986\\_num\\_76\\_1\\_2401\\_t1\\_0089\\_0000\\_1](http://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_1986_num_76_1_2401_t1_0089_0000_1)

- Dequidt, M.-A. (2010). *Temps et société : les horlogers parisiens (1750-1850)*. [Thèse de doctorat inédite]. Université Paris Est, Paris Est.
- Dionne, L. (2018). L'analyse qualitative des données. Dans T. Karsenti et L. Savoie-Zajc (Dir.), *La recherche en éducation : Étapes et approches* (4<sup>e</sup> éd.). Les Presses de l'Université de Montréal
- Duchet, P., et Erdogan, K. (2005). *La construction du diagnostic d'un enseignement à partir d'une analyse épistémologique en termes de " site mathématique "* [communication orale]. Proceedings of the 4th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4), Sant Feliu de Guixols.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang
- Duval, R. (2006). *Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques* [communication orale]. Actes du XXXII<sup>e</sup> colloque COPIRELEM, Université du Littoral Côte d'Opale. <https://numerisation.univ-irem.fr/WO/IWO06001/IWO06001.pdf#page=68>
- Earnest, D. (2015). When “Half an Hour” Is Not “Thirty Minutes”: Elementary Students Solving Elapsed Time Problems. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Fortier, N., et Leblanc, A. (2013). *Décimale mathématique : 5e [-6e] année du primaire*. Pearson
- Fortin, M.-F., et Gagnon, J. (2016). *Fondements et étapes du processus de recherche : méthodes quantitatives et qualitatives* (3<sup>e</sup> éd.). Chenelière Éducation
- Gaffiot, F. (1934). *Dictionnaire latin-français*. Repéré à <https://www.lexilogos.com/latin/gaffiot.php?q=conversion>
- Gannaz, F. (2022). Manipuler. dans *Littre en ligne*. <https://www.littre.org/definition/manipuler>
- Giflin, W. M. (1897). Arithmetic. — What to Teach and What to Omit. *Journal of Education*, 46(6), 87.

- Gilman, J. (2013). *Have You Met Ric? Student Misconceptions of Metric Conversions and the Difficulties Behind Metric Unit Estimation*. [Thèse de doctorat inédite]. State University of New York at Fredonia, Fredonia.
- González, A. S., Hoffman, P., et Crutch, S. (2019). Where words meet numbers: Comprehension of measurement unit terms in posterior cortical atrophy. *Neuropsychologia*, 131, 216-222. doi : 10.1016/j.neuropsychologia.2019.05.004
- Hamamouche, K., et Cordes, S. (2020). Learning about time: Knowledge of formal timing symbols is related to individual differences in temporal precision. *Journal of Experimental Psychology. Learning, Memory & Cognition*, 46(1), 117-126. <https://doi-org.biblioproxy.uqtr.ca/10.1037/xlm0000714>
- Houle, V., et Giroux, J. (2019). Interprétations de la fraction et enseignement/apprentissage des fractions équivalentes au primaire. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 19(3), 321-333. <https://doi.org/10.1007/s42330-018-0033-0>
- Jaelani, A., Putri, R. I. I., et Hartono, Y. (2013). Students' Strategies of Measuring Time Using Traditional "Gasing" Game in Third Grade of Primary School. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, 4(1), 29-40.
- KAMII, C. (1980). La connaissance physique et le nombre à l'école enfantine : approche piagétienne. *Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation*. <http://archive-ouverte.unige.ch/unige:33392>
- Kant, E. (1781). *Critique de la raison pure*. (traduit par J. Auxenfants). Repéré à [http://classiques.uqac.ca/classiques/kant\\_emmanuel/Critique\\_de\\_la\\_raison\\_pure/Critique\\_de\\_la\\_raison\\_pure.html](http://classiques.uqac.ca/classiques/kant_emmanuel/Critique_de_la_raison_pure/Critique_de_la_raison_pure.html)
- Karsenti, T., et Savoie-Zajc, L. (2018). *La recherche en éducation : étapes et approches* (4e éd.). Les Presses de l'Université de Montréal
- Kieren, T. E. (1980). The rational number construct - Its elements and mechanism. Dans T. E. Kieren (Dir.), *Recent research on number learning*. ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education

- Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers : From quotient fields to recursive understanding. Dans T. P. Carpenter, E. Fennema et T. A. Romberg (Dir.), *Rational Numbers : An Integration of Research* (pp. 49-84). Lawrence Erlbaum Eds.
- Köhler, W. (1929). *Gestalt Psychology*. Liveright Publishing Corporation
- Lallement, G. (1822). *Choix de rapports, opinions et discours prononcés à la Tribune Nationale depuis 1789 jusqu'à ce jour ; recueillis dans un ordre chronologique et historique...* (Vol. 14). A. Emery
- Legendre, R. (2005). *Dictionnaire actuel de l'éducation* (3e éd.). Guérin
- Lenoir, Y. (1993). Entre Hegel et Descartes: de quels sens peut-il être question en didactique. *Sens des didactiques et didactique du sens*, 29-99.
- Lord, S., et Bergeron, M.-M. (2020). *Les irréductibles : mathématique, 5e[-6e] année*. Chenelière éducation
- Mace, J. H., et Unlu, M. (2019). The role of lifetime periods in the organisation of episodic memories. *Memory*, 27(8), 1167-1174. <https://doi-org.biblioproxy.uqtr.ca/10.1080/09658211.2019.1635621>
- Magnusson, S., Krajcik, J., et Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of the pedagogical content knowledge for science teaching. Dans J. Gess-Newsome et N. G. Lederman (Dir.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 95-132).
- Margolinas, C., et Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2), 59-82. <https://doi.org/10.7202/038729ar>
- Mikula, B. D., et Heckler, A. F. (2013). *The effectiveness of brief, spaced practice on student difficulties with basic and essential engineering skills*. IEEE Frontiers in Education Conference (FIE). [https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6684989?casa\\_token=Y4NRYhr-0ekAAAAA:SOPMo3XeeKkUBtiG7U\\_AOHP\\_Y0cfTEjWuYxm3shHG7hma7NT2lea1kiZpbSQ04HxD7a44dT1Wv0k](https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6684989?casa_token=Y4NRYhr-0ekAAAAA:SOPMo3XeeKkUBtiG7U_AOHP_Y0cfTEjWuYxm3shHG7hma7NT2lea1kiZpbSQ04HxD7a44dT1Wv0k)



- Ministère de l'Éducation. (2001). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire et enseignement primaire*. Québec: Gouvernement du Québec.
- Ministère de l'Éducation. (2019). *Référentiel d'intervention en mathématique*. : Gouvernement du Québec.  
[http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site\\_web/documents/dpse/adaptation\\_serv\\_compl/Referentiel-mathematique.PDF](http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/adaptation_serv_compl/Referentiel-mathematique.PDF).
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2010). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 3e année - Mesure*. : .  
<https://assets.ctfassets.net/cfektv4t16rw/7gC8iDBVruF19gcElwF5af/403f39c896eb13ca1c279ba2e2619485/Mesure-AODA.pdf>.
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (1980). *Guide pédagogique, Primaire, Mathématique, Fascicule G, Mesures*. Québec: Gouvernement du Québec.
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (1982). *Guide pédagogique, primaire, mathématique, fascicule C, les nombres naturels*. Québec: Gouvernement du Québec.
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (2009). *Progression des apprentissages - Mathématique*. Québec (Canada): Gouvernement du Québec.  
[http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site\\_web/documents/education/jeunes/pfeq/PDA\\_PFEQ\\_mathematique-primaire\\_2009.pdf](http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/PDA_PFEQ_mathematique-primaire_2009.pdf).
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (2011). *Cadre d'évaluation des apprentissages - Mathématique*.  
[http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site\\_web/documents/education/jeunes/pfeq/CE\\_PFEQ\\_mathematique-primaire\\_2011.pdf](http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/CE_PFEQ_mathematique-primaire_2011.pdf)
- Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (2014). *Tendances de l'enquête internationale sur la mathématique et les sciences : résultats obtenus par les élèves québécois aux épreuves de mathématique et de sciences de 2011*.  
[http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site\\_web/documents/dpse/sanction/T EIMS\\_2011\\_FR.pdf](http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/sanction/T EIMS_2011_FR.pdf)

- Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2010). Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 3e année : Mesure.  
[http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE\\_math\\_M\\_3\\_Mesure.pdf](http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_3_Mesure.pdf)
- Mioni, G., Grondin, S., Meligrana, L., Perini, F., Bartolomei, L., et Stablum, F. (2018). Effects of happy and sad facial expressions on the perception of time in Parkinson's disease patients with mild cognitive impairment *Journal of Clinical & Experimental Neuropsychology*, 40(2), 123-138. <https://doi-org.biblioproxy.uqtr.ca/10.1080/13803395.2017.1324021>
- Mounier, E., et Priolet, M. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire—De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire*. Conférence de consensus. Nombres et opérations: premiers apprentissages à l'école primaire, Cnesco et Ifé-ENS de Lyon.  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01644090/document>
- Mounsamy, A. (2019). *Les opérations sur la grandeur temps à l'école et au collège: l'exemple du calcul de durée dans le contexte Guadeloupéen*. [Thèse de doctorat inédite]. Université des Antilles, Pointe-à-Pitre.  
<https://www.theses.fr/2019ANTI0387>
- Mounsamy, A., Silvy, C., et Delcroix, A. (2015). Le calcul de durée et d'horaire : des propositions d'enseignement aux pratiques enseignantes. *Grand N*, 96, 45-69.  
<https://numerisation.univ-irem.fr/GN/IGR15022/IGR15022.pdf>
- Neyret, R. (1995). *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les Instituts universitaires de formation des maitres*. [Thèse de doctorat inédite]. Université Grenoble 1, Grenoble.
- Padilla, K., et Van Driel, J. (2011). The relationships between PCK components: the case of quantum chemistry professors. *Chemistry Education Research and Practice*, 12(3), 367-378.
- Pantlin, L. (2019). *Mechanisms of timing : an integrative theoretical approach*. [Thèse de doctorat inédite]. Colorado State University, Fort Collins.
- Peyras, J. (2007). Écrits d'arpentage et hauts fonctionnaires géomètres de l'antiquité tardive. *Dialogues d'histoire ancienne*, 33(1), 151-164.

[www.persee.fr/doc/dha\\_0755-7256\\_2007\\_num\\_33\\_1\\_3067](http://www.persee.fr/doc/dha_0755-7256_2007_num_33_1_3067)  
<https://doi.org/10.3406/dha.2007.3067>

- Piaget, J. (1923). *Le langage et la pensée chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé
- Piaget, J. (1966). L'initiation aux mathématiques, les mathématiques modernes et la psychologie de l'enfant. *L'Enseignement mathématique*, 11(2).  
<https://www.amq.math.ca/blog/bulletin/articles/vol-11-no-2-part-3/>
- Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire : notes didactiques*. Éditions du Renouveau pédagogique
- Poyet, J. (2010). *Dimensions des représentations du concept de Temps dans treize classes du préscolaire et du premier cycle du primaire au Québec*. [Thèse de doctorat inédite]. Université de Montréal, Montréal.
- Priole, M., et Mounier, É. (2018). Le manuel scolaire: une ressource au «statut paradoxal». Rapport de l'enseignant au manuel scolaire de mathématiques à l'école élémentaire. *Éducation et didactique*, 12(1), 79-100.  
<https://doi.org/10.4000/educationdidactique.3041>
- Proulx, J. (2020). Point de vue sur une perspective canadienne en didactique des mathématiques : réaffirmer le commun et tracer des distinctions. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 20(4), 750-763.  
<https://doi.org/10.1007/s42330-020-00129-z>
- Quale, A. (2008). The Game of Prediction and Retrodiction: A Radical-Constructivist Perspective on the Notion of Time in Physics. *Journal of Educational Thought*, 42(2), 105-125.
- Raje, S. (2019). Utility of Metric Conversion for Success in Introductory College Science Courses. *Journal of Curriculum and Teaching*, 8(2), 32-42.
- Resnick, I., Newcombe, N. S., et Shipley, T. F. (2017). Dealing with big numbers: Representation and understanding of magnitudes outside of human experience. *Cognitive science*, 41(4), 1020-1041. <https://doi.org/10.1111/cogs.12388>

- Rice, P. M. (2013). *Maya political science: time, astronomy, and the cosmos*. University of Texas Press. Repéré à [https://books.google.ca/books?hl=fr&lr=&id=jQ3UAAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT12&dq=time+skills+mayas&ots=M3IHdz62qx&sig=UXcmxeFpHa8-CpNGpmXBFbiX7ZE&redir\\_esc=y#v=onepage&q=time%20skills%20mayas&f=false](https://books.google.ca/books?hl=fr&lr=&id=jQ3UAAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT12&dq=time+skills+mayas&ots=M3IHdz62qx&sig=UXcmxeFpHa8-CpNGpmXBFbiX7ZE&redir_esc=y#v=onepage&q=time%20skills%20mayas&f=false)
- Robichaud, P. (2010). *Lecture de l'heure et incapacités intellectuelles : cahier de charges d'un cadran évolutif*. [Thèse de doctorat inédite]. Université de Montréal, Montréal.
- Saint Augustin, A. (1823). *Les confessions - Livre XI* (traduit par M. DuBois). Belin-Mandar. <https://books.google.ca/books?id=BuNQAAAACAAJ&pg=PA189&dq=les+confessions+de+saint+augustin+temps&hl=fr&sa=X&ved=2ahUKEwjT-N6b5NLtAhWRmuAKHTFVAxAQ6AEwAHoECAIQAg#v=onepage&q=les%20confessions%20de%20saint%20augustin%20temps&f=false>
- Saraçoglu, H., Dogan, M., et Kol, Ö. (2017). Investigation of Teacher-Candidates' Level of Knowledge and Their Misconceptions with Content Analysis. *Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching*, 18(2).
- Savoie-Zajc, L. (2018). Chapitre 7 : la recherche qualitative/interprétative. Dans T. Karsenti et L. Savoie-Zajc (Dir.), *La recherche en Éducation : étapes et approches*. Les Presses de l'Université de Montréal
- Schaeffer, G. C. (1937). An Informal Unit on Time. *Elementary School Journal*, 38(2), 114-117. <https://doi.org/10.1086/462140>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand : Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (2005). Signature pedagogies in the profession. *Daedalus*, 134(3), 52-59.
- Shulman, L. S. (2015). *PCK : Its genesis and exodus. Re-examining pedagogical content knowledge in science education*. Berry, Freidrichsen & Loughran. <https://books.google.ca/books?hl=fr&lr=&id=yPeTBwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=PCK+:+Its+genesis+and+exodus.+Re-examining+pedagogical+content+knowledge+in+science+education&ots=6HIs->

[NOEz9&sig=KCAbv38ciQQtE7qYgedTjXaxbK0&redir\\_esc=y#v=onepage&q=PCK%20%3A%20Its%20genesis%20and%20exodus.%20Re-examining%20pedagogical%20content%20knowledge%20in%20science%20education&f=false](https://doi.org/10.4000/questionsvives.237)

Silvy, C., et Delcroix, A. (2008). Site mathématique d'une ROC : une nouvelle façon d'interroger un exercice ? *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, 103-122. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00319519>

Silvy, C., Delcroix, A., et Mercier, A. (2013). Enquête sur la notion de « pedagogical content knowledge », interrogée à partir du « site local d'une question ». *Éducation & didactique*, 7(1), 33-58. <https://doi-org.biblioproxy.uqtr.ca/10.4000/educationdidactique.1442>

Tillman, K. A., et Barner, D. (2015). Learning the language of time: Children's acquisition of duration words. *Cognitive Psychology*, 78, 57-77. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cogpsych.2015.03.001>

Tillman, K. A., Tulagan, N., Fukuda, E., et Barner, D. (2018). The mental timeline is gradually constructed in childhood. *Developmental Science*, 21(6), 1-12. <https://doi-org.biblioproxy.uqtr.ca/10.1111/desc.12679>

Walia, C. (2019). A Dynamic Definition of Creativity. *Creativity Research Journal*, 31(3), 237-247. <https://doi-org.biblioproxy.uqtr.ca/10.1080/10400419.2019.1641787>

Watson, D. R. (1937). Unity in the metric system. *Science Education*, 21(3), 156.




Wittgenstein, L. (1922). *Tractatus logico-philosophicus* (traduit par G.-G. Granger). Gallimard

Zouari, Y. (2010). Pédagogie et didactique à l'épreuve de la modernité. *Questions Vives [En ligne]*, 4(13). <https://doi.org/10.4000/questionsvives.237>

**ANNEXES**

Annexe 1. Certificat éthique .....	135
Annexe 2. Questionnaire destiné aux conseillers.ères pédagogiques .....	136
Annexe 3. Questionnaire destiné aux enseignant.e.s .....	140
Annexe 4. Questionnaire individuel.....	144
Annexe 5. Pedagogical Content Knowledge de référence .....	145
Annexe 6. Partie écrite individuelle du questionnaire .....	152
Annexe 7. PCK des participant.e.s.....	160
Annexe 8. Sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels relativement à la question de la conversion des unités de temps.....	189
Annexe 9. Site mathématique local construit grâce à la première recension des écrits.....	231

## Annexe 1. Certificat éthique

3785	
	
<b>CERTIFICAT D'ÉTHIQUE DE LA RECHERCHE AVEC DES ÊTRES HUMAINS</b>	
<p>En vertu du mandat qui lui a été confié par l'Université, le Comité d'éthique de la recherche avec des êtres humains a analysé et approuvé pour certification éthique le protocole de recherche suivant :</p>	
<p><b>Titre :</b> Transpositions didactiques externes des unités de temps par le personnel enseignant du primaire dans le cadre d'une tâche de conversions d'unités</p>	
<p><b>Chercheur(s) :</b> Juliette Gonny Département des sciences de l'éducation</p>	
<p><b>Organisme(s) :</b> Aucun financement</p>	
<p><b>N° DU CERTIFICAT :</b> CER-21-279-07.39</p>	
<p><b>PÉRIODE DE VALIDITÉ :</b> Du 12 novembre 2021 au 12 novembre 2022</p>	
<p><b>En acceptant le certificat éthique, le chercheur s'engage à :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aviser le CER par écrit des changements apportés à son protocole de recherche avant leur entrée en vigueur;</li> <li>- Procéder au renouvellement annuel du certificat tant et aussi longtemps que la recherche ne sera pas terminée;</li> <li>- Aviser par écrit le CER de l'abandon ou de l'interruption prématurée de la recherche;</li> <li>- Faire parvenir par écrit au CER un rapport final dans le mois suivant la fin de la recherche.</li> </ul>	
 Me Richard LeBlanc Président du comité	 Fanny Longpré Secrétaire du comité
<i>Décanat de la recherche et de la création</i>	Date d'émission : 12 novembre 2021

## Annexe 2. Questionnaire destiné aux conseillers.ères pédagogiques

Questionnaire — entretien semi-dirigé	
Conseillers.ères pédagogiques	
Numéro de la question	Question
1	Identité (nom, lieu d'enseignement, adresse courriel)
2	Depuis combien de temps êtes-vous conseiller.ère pédagogique ?
4	Avez-vous travaillé dans d'autres domaines disciplinaires, comme dans la comptabilité, en architecture... ?
5	Que sont, selon vous, les unités de temps ?
6	Que pensez-vous de l'enseignement des unités de mesure ?
7	Que pensez-vous de l'enseignement des unités de temps ?
8	Quels outils conseillerez-vous à un.e enseignant.e qui débute pour enseigner les conversions d'unités de temps ? Pourquoi ?
9	Quelle(s) façon(s) d'enseigner la conversion des unités de temps conseillerez-vous à des enseignant.e.s de votre CSS ? Dites-moi pourquoi.
10	Existe-t-il actuellement dans votre CSS des documents ou des formations qui soutiennent les enseignant.e.s dans l'enseignement des unités de temps ? Pourquoi ?



11	Quelles sont les différentes situations de conversion dans la vie courante que les enseignant.e.s devraient utiliser en classe ?
12	Selon vous, combien de temps les enseignant.e.s consacrent-ils à cette notion durant une année scolaire ?
13	Que devraient savoir faire les élèves à la fin de la 6 <sup>e</sup> année en ce qui concerne la section « Grandeur temps » ?
14	Selon vous, sur quoi les enseignant.e.s s'appuient-ils pour construire leur SAÉ sur les unités de temps ? Quelles sont, selon vous, les raisons qui guident leur choix d'outils ?
15	Selon vous, quels sont les prérequis des élèves pour effectuer des conversions d'unités de temps ?
16	D'après vous, quelles notions mathématiques sont touchées dans la conversion d'unités de temps ? Quelle notion ou quel thème, le chapitre sur les conversions d'unités de temps suit-il ? Quelle notion ou quel thème, ce chapitre précède-t-il ?
17	Selon vous, quelle(s) notion(s) doit ou doivent précéder et succéder à l'apprentissage/enseignement de la conversion d'unités de temps ? Qu'est-ce qui vous amène à nommer cette ou ces notion(s) ?
18	Selon vous, les conversions d'unités de temps font-elles l'objet d'une SAÉ spécifique ou cette notion est-elle abordée à l'occasion d'autres apprentissages ? Les conversions d'unités de temps sont-elles utilisées dans des situations dont cette notion ne constitue pas un objectif ? Si oui, pourriez-vous me donner un exemple ?
19	Comment fait-on apprendre les conversions d'unités de temps aux élèves ? Est-il pertinent de leur enseigner des stratégies ? Si oui, laquelle ou lesquelles ?

20	Quel matériel de manipulation pourrait être utilisé dans le cadre de la SAÉ sur les unités de temps ? Pourquoi ?
21	Quelle situation de découverte, de type amorce, pourrait être proposée pour la conversion d'unités de temps ? Pouvez-vous l'expliquer ?
22	En tant que conseiller.ère pédagogique, quelles procédures utiliseriez-vous pour « convertir 1,75 h en heure(s)/minute(s) », ? Quelles procédures conseilleriez-vous aux enseignant.e.s ?
23	Dans l'énoncé « convertir 1,75 h en heure(s)/minute(s) », quelles seront, selon vous, les procédures utilisées par les élèves ?
24	<p>2 h 41 + 5 h 37 =</p> <p>1 = le plus facile      14 h 12 – 3 h 25 =</p> <p>6 = le plus difficile    1,75 h = ... h... min</p> <p>1 h 12 min = ... min</p> <p>72 min = ... h... min</p> <p>4272 s = ... h... min... s</p> <p>Parmi ces items, pensez-vous que certains seront plus difficiles pour les élèves ? Plus difficiles à enseigner ? Lesquels ? Pourquoi ?</p>
25	Quelles difficultés les élèves rencontrent-ils habituellement dans les tâches de conversion d'unités de temps ? À quoi attribueriez-vous ces difficultés ?
26	Comment aidez-vous les enseignant.e.s qui rencontrent des difficultés à enseigner les conversions d'unités de temps ?

---

27

Dans la situation des conversions d'unités de temps, quelles procédures de vérification du résultat sont, selon vous, pertinentes et/ou efficaces ?

Expliquez-moi votre procédure.

---

28

De quelle manière préconisez-vous l'évaluation des savoirs essentiels relatifs à la « grandeur temps » ?

Est-ce que les enseignant.e.s procèdent de la même manière que vous pour évaluer les savoirs essentiels relatifs à la « grandeur temps » ? Sinon, comment se fait cette évaluation ?

---

### Annexe 3. Questionnaire destiné aux enseignant.e.s

Questionnaire — entretien semi-dirigé	
Enseignant.e.s	
Numéro de la question	Question
1	Identité (nom, lieu d'enseignement, adresse courriel)
2	Depuis combien de temps enseignez-vous ?
3	<input type="checkbox"/> À quel niveau de classe enseignez-vous ? <input type="checkbox"/> Depuis combien de temps ? <input type="checkbox"/> Avez-vous enseigné à d'autres niveaux de classes ? Si oui, lequel ou lesquels ? Combien de temps pour chacun d'eux ?
4	Avez-vous travaillé dans d'autres domaines disciplinaires, comme dans la comptabilité, en architecture... ?
5	Que sont, selon vous, les unités de temps ?
6	Que pensez-vous de l'enseignement des unités de mesure ?
7	Que pensez-vous de l'enseignement des unités de temps ?
8	Comment faites-vous pour enseigner la conversion des unités de temps ? Dites-moi pourquoi vous enseignez de cette manière.
9	Quelles sont les différentes situations de conversion dans la vie courante que vous utilisez en classe ?
10	Selon vous, comment les élèves procèdent-ils pour estimer des durées ? Quelles stratégies utilisent-ils ?

---

11	Pensez-vous que les élèves ont besoin d'un ou de plusieurs cours consacré(s) à l'apprentissage des conversions d'unités de temps ? Pourquoi ?
12	Combien de temps consacrez-vous à cette notion durant une année scolaire ?
13	Que devraient savoir faire les élèves à la fin de la 6 <sup>e</sup> année en ce qui concerne la section « Grandeur temps » ?
14	Selon vous, quelles sont les notions que les élèves devraient connaître en lien avec les unités de temps ?
15	Sur quoi vous êtes-vous appuyé.e pour construire votre SAÉ sur les unités de temps ?  Si vous vous appuyez sur un manuel, quels ont été les critères qui vous ont amené à retenir celui-ci en particulier ? Si vous vous appuyez sur différents outils, pourquoi procédez-vous comme cela ?  Si vous vous appuyez sur la PDA et le PFEQ, qu'allez-vous chercher dans ces documents ?
16	Quels doivent être, selon vous, les prérequis des élèves pour effectuer des conversions d'unités de temps ?
17	Quelles connaissances vos élèves ont-ils habituellement des unités de temps lorsqu'ils arrivent dans votre classe ? Est-ce qu'il y a eu discussion au sein de l'équipe école pour se partager le travail en ce qui concerne les conversions d'unités de temps ?
18	Comment faites-vous pour construire vos SAÉ ? Expliquez-moi votre procédure.

---

	Quelles notions mathématiques sont touchées ? Quelle notion ou quel thème suit-elle ? Quelle notion ou quel thème précède-t-elle ?
19	<p>Les conversions d'unités de temps font-elles l'objet d'une SAÉ spécifique ou cette notion est-elle abordée à l'occasion d'autres apprentissages ?</p> <p>Les conversions d'unités de temps sont-elles utilisées dans des situations dont cette notion ne constitue pas un objectif ? Si oui, pourriez-vous me donner un exemple ?</p>
20	Comment faites-vous apprendre les conversions d'unités de temps à vos élèves ? Leur enseignez-vous des stratégies ? Si oui, laquelle ou lesquelles ?
21	Avez-vous recours à du matériel de manipulation au cours de la SAÉ sur les unités de temps ? Pourquoi ?
22	Faites-vous une situation de découverte, de type amorce, pour cette notion ? Si oui, pouvez-vous l'expliquer ?
23	Dans l'énoncé « convertir 1,75 h en heure(s)/minute(s) », quelles seront, selon vous, les procédures utilisées par les élèves ? En tant qu'enseignant.e, quelles procédures utiliseriez-vous ? Quelles procédures enseigneriez-vous ?
24	<p><math>2 \text{ h } 41 + 5 \text{ h } 37 =</math></p> <p>1 = le plus facile <math>14 \text{ h } 12 - 3 \text{ h } 25 =</math></p> <p><math>1,75 \text{ h} = \dots \text{ h} \dots \text{ min}</math></p> <p>6 = le plus difficile <math>1 \text{ h } 12 \text{ min} = \dots \text{ min}</math></p> <p><math>72 \text{ min} = \dots \text{ h} \dots \text{ min}</math></p> <p><math>4272 \text{ s} = \dots \text{ h} \dots \text{ min} \dots \text{ s}</math></p>

---

	Parmi ces items, pensez-vous que certains seront plus difficiles pour les élèves ? Lesquels ? Pourquoi ?
25	Quelles difficultés les élèves rencontrent-ils habituellement dans les tâches de conversion d'unités de temps ? À quoi attribueriez-vous ces difficultés ?
26	Comment aidez-vous les élèves qui rencontrent des difficultés dans les conversions d'unités de temps ?
27	Dans la situation des conversions d'unités de temps, faites-vous procéder à la vérification du résultat par vos élèves ? Si oui, comment ?  Expliquez-moi votre procédure.  Lors des évaluations ou lors de résolutions de problèmes, observez-vous que vos élèves s'appuient sur ces façons de faire pour vérifier leur(s) résultat(s) ? Donnez-moi un exemple de cet appui.
28	Comment évaluez-vous les savoirs essentiels « grandeur temps » ?

---

**Annexe 4. Questionnaire individuel**

---

**Questionnaire individuel**

---

Comment procéderiez-vous pour effectuer les calculs et conversions suivantes ?

$$2 \text{ h } 41 + 5 \text{ h } 37 =$$

$$14 \text{ h } 12 - 3 \text{ h } 25 =$$

$$1,75 \text{ h} = \dots \text{ h} \dots \text{ min}$$

$$1 \text{ h } 12 \text{ min} = \dots \text{ min}$$

$$72 \text{ min} = \dots \text{ h} \dots \text{ min}$$

$$4272 \text{ s} = \dots \text{ h} \dots \text{ min} \dots \text{ s}$$

---



## Annexe 5. *Pedagogical Content Knowledge* de référence

*Annexe 5. Pedagogical Content Knowledge de référence*

Pedagogical Content Knowledge (PCK) de référence		
Composants	Sous-composants	Précisions/exemples
PCK/programme	(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.	<p><b>Programme de formation de l'école québécoise</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>□ Attentes de fin de troisième cycle quant à la compétence « Raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques » : estimer, mesurer ou calculer [...] le temps » (Ministère de l'Éducation, 2001, p. 131)</li> <li>□ Savoirs essentiels concernant la grandeur temps (Ministère de l'Éducation, 2001, p. 138) : <ul style="list-style-type: none"> <li>– Unités conventionnelles ;</li> <li>– Durée (jour, heure, minute, seconde, cycle quotidien, cycle hebdomadaire, cycle annuel) – 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> cycle ;</li> <li>– Relations entre les unités de mesure (3<sup>e</sup> cycle).</li> </ul> </li> </ul> <p>Repères culturels (Ministère de l'Éducation, 2001, p. 139) :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Systèmes de mesure (aspect historique) ;</li> <li>– Unités de mesure (évolution selon les besoins), approche rudimentaire pour mesurer le temps ;</li> <li>– Symboles (origine, évolution, besoin) : h, min, s (1<sup>er</sup>, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> cycle).</li> </ul>
		<p><b>Progression des apprentissages (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009)</b></p>

Mesurer va donc bien au delà de la simple lecture d'une mesure sur un instrument. Le développement du sens de la mesure se fait par des comparaisons et des estimations, en utilisant diverses unités de mesure non conventionnelles et conventionnelles. Pour aider l'élève à développer le sens de la mesure (temps, masse, capacité, température, angle, longueur, aire et volume), les activités qui lui sont proposées doivent l'amener à concevoir et à construire des instruments de mesure et à utiliser des instruments de mesure inventés ou conventionnels ainsi qu'à manipuler des unités de mesure conventionnelles. Celui-ci devra réaliser des mesures directes (ex. : le calcul d'un périmètre ou d'une aire, la graduation d'une règle) ou des mesures indirectes (ex. : lire un dessin à l'échelle, tracer un dessin à l'échelle, mesurer l'aire en décomposant une figure, calculer l'épaisseur d'une feuille en connaissant l'épaisseur de plusieurs). (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2009, p. 17)

La section consacrée à la grandeur temps dans la PDA :

G. Temps	1 <sup>re</sup>	2 <sup>e</sup>	3 <sup>e</sup>	4 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>	6 <sup>e</sup>
1. Estimer et mesurer le temps à l'aide d'unités conventionnelles	→	→	→	★		
2. Établir des relations entre les unités de mesure	→	→	→	→	→	★
<b>Vocabulaire</b> Jour, heure, minute, seconde <b>Symboles</b> h, min, s, codage de l'heure : 3 h, 3 h 25 min, 03 : 25	→	★				
<b>Vocabulaire</b> Cycle quotidien, cycle hebdomadaire, cycle annuel	→	→	→	★		

Figure 4. La grandeur temps dans la Progression des apprentissages (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2009, p. 17)

---

**Le référentiel d'intervention en mathématiques (Ministère de l'Éducation, 2019)**

Dans ce référentiel, il n'est fait aucune mention de la grandeur temps ni de la façon de l'aborder. En revanche, ce document indique les approches préconisées en didactique des mathématiques au Québec, et, à ce titre, il concerne la transposition didactique des conversions d'unités de temps.

---

(Sc2)  
Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.

- Les unités non conventionnelles de la mesure du temps (battements de mains, jeux impliquant des durées – toupies, mouvement apparent du Soleil)
  - Horloge analogique, numérique
  - Système HMS
  - Ligne du temps
  - Les équivalences
  - Changement de base (par exemple, le tableau de numération en base 60)
  - Anticipation du résultat
  - Les situations du quotidien
- 

**PCK/évaluation**

(Sc3)  
Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importantes à évaluer.

- Comptage, sur-comptage HM
  - Addition/soustraction HM
  - Conversion HM en M
  - Équivalences
  - Changements de registres
-

---

	(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.	<ul style="list-style-type: none"> <li>→ Calcul de durée HM dont les minutes du diminueur sont supérieures à celles du diminuee</li> <li>→ Calcul de durée supérieure à 24 h</li> <li>→ Causerie</li> <li>→ Situation-problème</li> <li>→ Résolution de problèmes</li> <li>→ Observation</li> <li>→ Situations qui impliquent un changement de l'entier de référence (conversion dans un système, conversion entre systèmes)</li> </ul>
<b>PCK/stratégies</b>	(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS	<ul style="list-style-type: none"> <li>→ Algorithme en colonnes</li> <li>→ Calcul réfléchi : ligne du temps (bonds), conversion partielle, divisions successives</li> <li>→ Procédure réfléchie : utilisation de la représentation de l'horloge analogique</li> <li>→ Ordre de grandeur</li> <li>→ Produit croisé total ou partiel</li> <li>→ Recherche du complément à 60</li> </ul>
	(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les	<ul style="list-style-type: none"> <li>→ Approche socioconstructiviste</li> <li>→ Travail transdisciplinaire</li> <li>→ Ordre de grandeur pour vérifier le résultat (principe de cohérence)</li> <li>→ Ligne du temps</li> <li>→ Plus grande fréquence dans l'enseignement de la grandeur temps</li> <li>→ Comparaison</li> </ul>

---

	difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS	→ Appui sur un contexte signifiant
	(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques d'enseignement des conversions d'unités de temps	Adéquation entre la connaissance des programmes avec l'enseignement pratiqué
<b>PCK/compréhension</b>	(Sc8) Connaissance des prérequis nécessaires à l'apprentissage des conversions d'unités de temps	<ul style="list-style-type: none"> <li>→ Système HMS</li> <li>→ Sens du nombre</li> <li>→ Représentation du temps : ordre chronologique, vocabulaire temporel</li> <li>→ Les quatre opérations</li> <li>→ Les nombres rationnels : les fractions, les nombres décimaux, les pourcentages.</li> <li>→ La base 60</li> <li>→ Identification de contextes impliquant le temps (durée, l'heure)</li> </ul>
	(Sc9)	<ul style="list-style-type: none"> <li>→ Nombres rationnels</li> <li>→ Obstacles liés à l'horloge analogique</li> </ul>

---

<p>Connaissance des difficultés rencontrées par les enseignants quant aux conversions d'unités de temps.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>→ Absence de repères et d'images temporelles</li> <li>→ Écart temps perçu/temps conçu</li> <li>→ Isolement du champ temps dans l'apprentissage</li> <li>→ Estimation/temps conçu</li> <li>→ Écart outils école/quotidien des élèves</li> <li>→ Écart école/quotidien des élèves ou l'expérience en général</li> <li>→ Les différentes échelles de temps et les correspondances entre ces échelles</li> <li>→ Algorithme ardu</li> </ul>
<p>Connaissance des difficultés d'apprentissage des élèves pour le calcul de durée HM.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>→ Tableau HMS amené trop rapidement</li> <li>→ Changement de base</li> </ul>

---

(Sc10)

Croyances sur la compréhension des enseignants sur les conversions d'unités de temps.

Adéquation entre les idées fausses des élèves et la remédiation de l'enseignant

Croyances sur la compréhension des élèves sur le calcul de durée HM.

---



## Annexe 6. Partie individuelle écrite du questionnaire

## Questionnaire CP1. Partie individuelle.

Phase individuelle

Comment procéderiez-vous pour effectuer les calculs et conversions suivantes ?

2 h 41 + 5 h 37 =

$$\begin{array}{l} 2\text{ h} + 5\text{ h} = 7\text{ h} \\ 41 + 37 = 78 \\ 78 - 60 = 18 \end{array}$$

7 + 1 = 8  
Donc, 8 h 18

14 h 12 - 3 h 25 =

$$\begin{array}{l} 14 - 1 = 13 \\ 60 + 12 = 72 \\ 72 - 25 = 47 \end{array}$$

13 - 3 = 10  
Donc, 10 h 47

1,75 h = ... h... min

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Donc, 1 h 45 min

$\frac{3}{4}$  d'heure = 45 min

1 h 12 min = ... min

$$1\text{ h} = 60\text{ min}$$

$$60 + 12 = 72$$

Donc, 72 min

72 min = ... h... min

$$72 - 60 = 12$$

Donc, 1 h 12 min.

4272 s = 1. h. 11 min. 12 s

$$4272 \div 60 = 71,2 \text{ (min.)}$$

$$71,2 \div 60 = 1,19 \text{ (h.)}$$

$71,2 - 60 = 11,2$

1 h ← 11 min ←  $\frac{2}{10}$  d'heure = 12 s

$\frac{2}{10}$  de 60 = 12 sec.



## Questionnaire CP2. Partie individuelle.

Phase individuelle	
29	<p>Comment procéderiez-vous pour effectuer les calculs et conversions suivantes ?</p> <p><math>2\text{ h } 41 + 5\text{ h } 37 =</math></p> $\begin{array}{r} 2\text{ h} + 5\text{ h} = 7\text{ h} \\ 41 + 37 = 78\text{ m} \\ \hline 78\text{ m} = 60\text{ m} + 18\text{ m} \end{array}$ $\begin{array}{r} 60\text{ m} + 18\text{ m} = 1\text{ h } 18\text{ m} \\ 7\text{ h} + 1\text{ h} = 8\text{ h} \\ 8\text{ h} + 18\text{ m} = \boxed{8\text{ h } 18\text{ m}} \end{array}$ <p><math>14\text{ h } 12 - 3\text{ h } 25 =</math></p> $\begin{array}{r} 14\text{ h } 12 \xrightarrow{-1\text{ h}} 13\text{ h } 12 \xrightarrow{-1\text{ h}} 12\text{ h } 12 \xrightarrow{-1\text{ h}} 11\text{ h } 12 \xrightarrow{-12\text{ m}} 11\text{ h} \xrightarrow{-13} \boxed{12\text{ h } 47} \end{array}$ <hr/> <p><math>1,75\text{ h} = \dots\text{ h} \dots\text{ min}</math></p> <p><math>75\% \text{ de } 1\text{ h} = \frac{3}{4} \text{ de } 1\text{ h} = 45\text{ min}</math></p> <p><math>1,75\text{ h} = 1\text{ h } 45\text{ min}</math></p> <p><math>1\text{ h } 12\text{ min} = \dots\text{ min}</math></p> <p><math>1\text{ h} = 60\text{ min}</math></p> <p><math>60 + 12 = 72\text{ min}</math></p>

72 min = ... h ... min

$$72 \text{ min} = 60 \text{ min} + 12 \text{ min}$$

$$= 1 \text{ h } 12 \text{ min.}$$
  

4272 s = ... h ... min ... s

$$\begin{array}{r} 4272 \text{ s} \\ - 3600 \text{ s} \rightarrow 1 \text{ h} \\ \hline 672 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 672 \text{ s} \\ - 600 \text{ s} \rightarrow 10 \text{ min} \\ \hline 72 \text{ s} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \text{ s} \\ - 60 \text{ s} \rightarrow 1 \text{ min} \\ \hline 12 \text{ s} \end{array}$$

$$4272 \text{ s} = 1 \text{ h } 11 \text{ min } 12 \text{ s.}$$

**Questionnaire CP3. Partie individuelle.**

Travail individuel

Comment procéderiez-vous pour effectuer les calculs et conversions suivantes ?

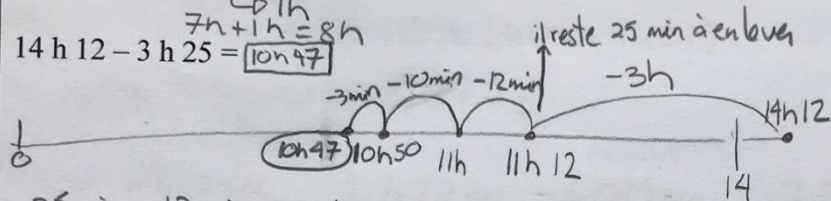
$$2 \text{ h } 41 + 5 \text{ h } 37 = 8 \text{ h } 18$$

$$2 \text{ h} + 5 \text{ h} = 7 \text{ h}$$

$$41 \text{ min} + 37 \text{ min} = 78 \text{ min}$$

$$78 \text{ min} - 60 \text{ min} = 18 \text{ min}$$

$$14 \text{ h } 12 - 3 \text{ h } 25 = 10 \text{ h } 47$$



$$25 \text{ min} - 12 \text{ min} = 13 \text{ min}$$

$$1,75 \text{ h} = \dots \text{ h} \dots \text{ min}$$

$$1 \text{ h et } \frac{3}{4} \text{ d'heure} \left( \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \right) \quad 100 \div 4 = 25$$

$$25 \times 3 = 75$$

$$\frac{3}{4} \text{ d'heure} = 45 \text{ min}$$

$$1,75 \text{ h} = 1 \text{ h } 45 \text{ min}$$

$$1 \text{ h } 12 \text{ min} = \dots \text{ min}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$60 \text{ min} + 12 \text{ min} = 72 \text{ min}$$

h	min
2	41
5	37
7	78
1	-60
8	18

72 min = ... h ... min

$$72 \text{ min} - \underset{(1\text{h})}{60 \text{ min}} = 12 \text{ min}$$

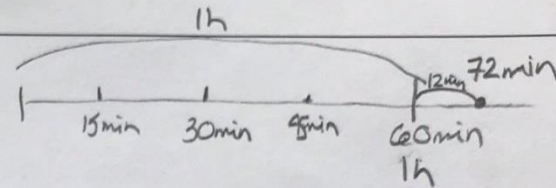
$$72 \text{ min} = 1\text{h } 12 \text{ min}$$

$$4272 \text{ s} = \dots \text{ h} \dots \text{ min} \dots \text{ s}$$

$$1\text{h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s} \quad (60 \text{ min} \times 60 \text{ s})$$

$$4272 \text{ s} - \underset{1\text{h}}{3600 \text{ s}} = 672 \text{ s}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ min} = 60 \text{ sec} \\ 10 \text{ min} = 600 \text{ sec} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 672 \text{ sec} - 600 \text{ sec} = 72 \text{ sec} \\ 72 \text{ sec} - \underset{(1 \text{ min})}{60 \text{ sec}} = 12 \text{ sec} \end{array}$$



**Questionnaire E1. Partie individuelle.**

$2h41 + 5h35 = 8h16min$ ① $2+5 = 7$ ② $41 + 35 = 76$ ③ $76min : 1h16min$ ④ $7+1 = 8$	$4272sec = 1h23min$ ① $4272 \div 60 = 71,2$ ② $71min = 1h11min$ ③ $0,2 \rightarrow \frac{2}{10} \frac{12}{60} \rightarrow 12min$ ④ $11+12 = 23$
$14h12 - 3h25 = 10h35$ ① $14-3 = 11$ ② $11h12 - 12 = 11$ ③ $60-25 = 35$	
$1,75h = 1h45min$ $0,75 = 45min$	
$1h12 = 72min$ $60+12$	
$72min = 1h12$ $72-60 = 12$	

**Questionnaire E2. Partie individuelle.**

**Questionnaire enseignant.e**  
**Partie individuelle**

Comment procéderiez-vous pour effectuer les calculs et conversions suivantes ?

2 h 41 + 5 h 37 =

② h 41	78	<u>RÉP:</u> 8 h 18
+ ⑤ h 37	<del>60</del>	
7 h 78	18	

14 h 12 - 3 h 25 =

<del>14</del> h 12	10 h 47	<u>RÉP:</u> 10 h 47
- 3 h 25	+ 3 h 25	
10 h 47	13 h 72 → 14 h 12	

1,75 h = ... h ... min

RÉP: 1 h 45

$\frac{75}{100} = \frac{7}{60}$	$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$	de 60 = 45 min
---------------------------------	--------------------------------	----------------

1 h 12 min = ... min

60	<u>RÉP:</u> 72 min
+ 12	
72	

72 min = ... h ... min

72	<u>RÉP:</u> 1 h 12 min.
<del>60</del>	
12	

4272 s = ... h ... min ... s

4272	60	71 min et 12 sec.
- 420	71	
72	71	
60	<del>60</del> h	<u>RÉP:</u> 1 h 11 min 12 sec.
12	11 min	

60	120	180
240	300	360
420	480	540

Questionnaire E3. Partie individuelle.

Comment procéderiez-vous pour effectuer les calculs et conversions suivantes ?

$$2\text{h}41 + 5\text{h}37 = \text{a) } 2+5=7 \quad \text{b) } \begin{array}{r} 41 \\ +37 \\ \hline 78 \end{array} \quad \text{c) } \begin{array}{r} 78 \\ -60 \\ \hline 18 \end{array} \quad \text{d) } 7+1+18 = 8\text{h}18\text{min}$$

$$14\text{h}12 - 3\text{h}25 = \begin{array}{r} 3\text{h}60 \\ 14\text{h}12 \\ -3\text{h}25 \\ \hline 10\text{h}47\text{min} \end{array}$$

$$1,75\text{h} = \dots\text{h}\dots\text{min} \quad 1\text{h}45\text{min}$$

$$1\text{h}12\text{min} = \dots\text{min} \quad \begin{array}{r} 60 \\ +12 \\ \hline 72\text{min} \end{array}$$

$$72\text{min} = \dots\text{h}\dots\text{min} \quad \begin{array}{r} 72 \\ -60 \\ \hline 12 \end{array} \quad 1\text{h}12\text{min}$$

$$4272\text{s} = \dots\text{h}\dots\text{min}\dots\text{s} \quad \begin{array}{r} 4272\text{ } \\ \hline 60 \\ \hline 71,2 \end{array} = 71,2\text{min} \quad \text{ou } 83\text{min} \quad \begin{array}{r} 83\text{ } \\ \hline 60 \\ \hline 1,38 \end{array}$$

$$\frac{2}{10} \times 60 = \frac{12}{10}$$

## Annexe 7. PCK des participant.e.s

### PCK CP1.

Composants	Sous-composants	Précisions/exemples
PCK/programme	(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.	<p>Connaissance de la place occupée par les unités de temps dans le PFEQ -&gt; mesures</p> <p>Connaissance comparative de l'enseignement des unités de temps par rapport aux autres unités de mesure : le PFEQ propose des items plus structurés en termes de progression dans l'apprentissage des autres unités de mesure (passage des unités non conventionnelles aux unités conventionnelles). Pour les unités de temps, progression floue.</p> <p>Pour les unités de temps, PDA et PFEQ moins détaillé moins précis.</p> <p>Hypothèse du participant 1 : c'est comme si on partait du présupposé que la progression concernant l'apprentissage des unités de temps allait de soi.</p> <p>Connaissance de la PDA</p> <p>Connaissance de l'existence du nouveau référentiel en mathématiques.</p> <p>Le nouveau référentiel vient préciser la progression à suivre quant à la grandeur temps.</p> <p>Contenus à enseigner : l'heure, la lecture de l'heure sur des horloges.</p>



		<p>Selon participant 1 : il manque le côté culturel qui permettrait d'expliquer pour on lit l'heure de cette façon. C'est absent des programmes et donc des manuels qui suivent les programmes.</p> <p>Nouveau référentiel : au 1<sup>er</sup> cycle, calculer des durées contenues dans une heure. Ne pas dépasser l'heure au premier cycle.</p> <p>Le temps : toute petite partie des programmes, peu présent dans les situations où cette grandeur intervient. C'est surtout réinvesti dans l'épreuve de 6<sup>e</sup> année.</p>
	<p>(Sc2) Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.</p>	<p>Évolution dans le discours au fur et à mesure de l'entretien :</p> <p>1— Ne conseille pas vraiment d'outils, car pas vraiment d'enjeux. Selon le participant 1, la difficulté se situe surtout sur le plan de la connaissance des relations d'équivalence dans les situations de conversion (ex. : 1 h = 60 min...);</p> <p>2— En fait, pas d'outil car pas d'enjeu de conversion dans les situations de conversion sur des échelles plus grandes : saisons, années, semaine ; et dans l'apprentissage de ces rythmes temporels.</p> <p>3— Pour les calculs de durées dans un système (ex. : hms), outil proposé = axe temporel.</p>

		<p>3— Pour les conversions et calculs dans le système hms, autre outil possible mais déconseillé car ardu : l’algorithme. Cependant, conseillé par le participant 1 lorsque relation d’équivalence arithmétiques.</p> <p>4 — L’horloge pour l’apprentissage de la lecture de l’heure. -&gt; permet de construire la relation entre temps perçu et temps conçu : on voit les minutes qui passent.</p> <p>5— Les manuels sont un outil utilisé par les enseignants.</p> <p>6— Selon participant 1, il serait intéressant de faire un travail sur les situations d’ancrage, les amorces : se fonder sur des situations de la vie quotidienne.</p> <p>7— Les représentations statistiques avec le diagramme circulaire et le diagramme à ligne brisée.</p>
PCK/évaluation	(Sc3) Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d’une conversion d’unité de temps qui sont importants à évaluer.	<p>Connaissance des techniques utilisées dans les différents types de conversions :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Développer l’approximation à partir de situations réelles.</li> <li>– L’axe du temps, car il permet d’effectuer des retours en arrière, de vérifier le résultat et sa cohérence.</li> <li>– Conversions entre registres : causerie mathématique, horloge et lien avec les autres champs mathématiques comme les fractions ;</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– Conversions dans un système : axe temporel, base 60, relation entre les rangs dans le système hms, représentations fractionnaires,</li> </ul>
	<p>(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Partir de situations réelles, concrètes, d'un contexte signifiant -&gt; comparaison avec la réalité : signifiante et pertinence du résultat.</li> <li>– La causerie mathématique.</li> <li>– Évaluation des concepts (ex. : connaissance des relations d'équivalence dans le système hms)</li> <li>– Résolutions de problèmes</li> <li>– Les jeux du type « Qui est l'intrus ? », les jeux d'organisation chronologique d'évènements ou de tri selon l'ordre croissant ou décroissant.</li> </ul>
PCK/stratégies	<p>(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Axe du temps pour les calculs de durée ;</li> <li>– Addition/soustraction : par comptage</li> <li>– Utilisation d'une unité plus petite : changement de rang, cassage partiel et transfert d'une unité au rang inférieur. Ex. : Sur 2 h, j'en casse une en minutes. Cela donne 1 h et 60 min.</li> <li>– Bonds sur l'axe temporel.</li> <li>– Les fractions avec l'horloge (&lt;1 h).</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– Changement de base : passage de l'écriture décimale à la fraction pour trouver le nombre en base soixante.</li> <li>– Relations d'équivalences dans le tableau de numération sexagésimale.</li> </ul>
	<p>(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Difficultés liées au changement d'unités dans le calcul de durées :</li> <li>– Au-dessus d'une heure : l'axe temporel ;</li> <li>– En deçà d'une heure : l'horloge jusqu'au 2<sup>e</sup> cycle, après l'axe temporel.</li> </ul> <p>Les élèves oublient les stratégies pour calculer des durées : proposer des résolutions de problèmes fréquemment sur les conversions et les calculs concernant le temps : situations du quotidien, ancrage concret et réel.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Addition et soustraction de moments ou/et de durées dans le système hms : axe temporel</li> <li>– Difficultés changements de registre : rendre le changement de registre explicite en l'expliquant clairement. -&gt; Supprimer cette part d'implicite.</li> <li>– Changement de registre langage quotidien et le registre symbolique : utiliser le registre des représentations visuelles = ici, l'horloge pour faire le lien entre les registres. Ici, le lien, ce sont les fractions.</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– Difficulté liée à l’habitude de la base dix : préciser qu’il y a un changement de base, montrer et expliquer la différence entre les changements de base.</li>   <li>– Difficultés liées aux approximations à l’anticipation des résultats : les situations du quotidien pour surmonter cette difficulté.</li>   <li>– Difficultés de conversion : utilisation des connaissances de l’algorithme de calcul et du tableau de numération en base 60.</li> </ul>
	<p>(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques d’enseignement des conversions d’unités de temps</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Les stratégies pédagogiques des enseignants varient en fonction du type de conversion (le type de conversion détermine en partie le niveau de complexité et donc de difficulté).</li>   <li>– Les enseignants enseignent les conversions d’unités de temps en fonction de discussions qu’ils ont eu et par rapport au nouveau référentiel. Ils se partagent le travail, la progression au sein de l’école et des différents niveaux.</li>   <li>– Les enseignants pensent surtout qu’ils doivent apprendre à lire l’heure à leurs élèves sur les horloges.</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– Les enseignants vont se poser la question de la pertinence des calculs ou des conversions liées au temps à leurs élèves : est-ce que mes élèves seront confrontés à 0.75 h ? Si ce n'est pas le cas, et/ou si c'est trop difficile selon eux, pas d'enseignement de ces items.</li> </ul>
PCK/compréhension	(Sc8) Connaissance des prérequis nécessaires à l'apprentissage des conversions d'unités de temps	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Les fractions (très important)</li> <li>– Le lien avec la culture, la partie culturelle du concept de temps : la correspondance entre les registres.</li> <li>– Les conversions d'autres unités de mesure.</li> <li>– Notion de base numérique : base 10, base 60. Le participant 1 se demande si c'est intéressant de lier les deux.</li> <li>– Le système d'unités, la structure numérique : effectuer des bonds de 60.</li> <li>– Connaissance des équivalences dans le système hms.</li> <li>– La suite numérique en base 60.</li> <li>– Avoir développé des références, des repères -&gt; pour pouvoir juger du résultat.</li> </ul>
	(Sc9) Connaissance des difficultés rencontrées par les enseignants	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Trouver une progression adéquate (ça s'est atténué avec le nouveau référentiel) ;</li> <li>– Peu de connaissance des difficultés que les élèves vont rencontrer sur cette notion. Ce flou empêche d'anticiper les difficultés des élèves.</li> </ul>

	quant aux conversions d'unités de temps	<ul style="list-style-type: none"> <li>– L'enseignement de l'algorithme : pb de pertinence, et les élèves rencontrent des difficultés avec l'algorithme.</li> <li>– Peu de temps consacré à cette notion dans les manuels, mais résolutions de pb impliquant les unités de temps souvent présentes aux épreuves ministérielles.</li> <li>– Implicite lié aux unités de temps : changement de registre.</li> </ul>
	(Sc10) Croyances sur la compréhension des enseignants sur les conversions d'unités de temps.	– Les enseignants sont heureux de constater l'ajout de la droite temporelle dans les manuels scolaires, car cela permet de faciliter l'apprentissage des unités de temps.

**PCK CP2.**

Composants	Sous-composants	Précisions/exemples
PCK/programme	(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.	PFEQ, PDA, Le nouveau référentiel Connaissance des étapes pour l'apprentissage des unités de temps et des conditions d'une construction signifiante d'une représentation temporelle

	(Sc2) Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.	Horloge Système HMS Ligne du temps Changement de base Anticipation du résultat
PCK/évaluation	(Sc3) Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer.	Conversions dans le système HMS Produit croisé Les équivalences Le changement de base par la mise en relation de deux droites temporelles Ordre de grandeur
	(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.	Les résolutions de problèmes fondées sur des situations réelles



PCK/stratégies	(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS	Cf. Site local
	(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS	<p>Travailler en groupes</p> <p>Approche socioconstructiviste</p> <p>Travail transdisciplinaire</p> <p>Ordre de grandeur pour vérifier le résultat (principe de cohérence)</p> <p>Axe du temps : avantages-&gt; permet de changer l'entier de référence pour changer de base, permet de dépasser l'entier de référence (l'heure)</p> <p>Plus grande fréquence dans l'enseignement de la grandeur temps</p> <p>Procéder par comparaison</p> <p>Se fonder sur un contexte signifiant</p>
	(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques d'enseignement des conversions d'unités de temps	Les conversions sont plus abordées du point de vue de la technique, mais les enseignants sont sensibilisés à l'enseignement de stratégies plutôt que de techniques. La frontière est mince entre ces deux notions.

PCK/compréhension	(Sc8) Connaissance des prérequis nécessaires à l'apprentissage des conversions d'unités de temps	Système HMS Sens du nombre Représentation du temps Les quatre opérations Les fractions La base 60
	(Sc9) Connaissance des difficultés rencontrées par les enseignants quant aux conversions d'unités de temps	Nombres rationnels Limites de l'horloge Isolement du champ temps dans l'apprentissage Estimation/temps conçu Écart outils école/quotidien des élèves Changement de base Abordé à seulement une ou deux occasions dans l'année
	(Sc10) Croyances sur la compréhension des enseignants sur les conversions d'unités de temps.	

**PCK CP3.**

Composants	Sous-composants	Précisions/exemples
PCK/programme	(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.	<p>PFEQ</p> <p>PDA</p> <p>Référentiel en mathématiques</p> <p>Étapes de la construction des unités de temps : unités non conventionnelles -&gt; unités conventionnelles, construction de points de repères</p> <p>Littérature scientifique, les programmes du secondaire et les programmes d'autres provinces</p>
	(Sc2) Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.	<p>Manuels</p> <p>Horloges</p> <p>Droite temporelle</p> <p>Manipulations : matériel tangible, droite (fil à linge), horloges (—)</p> <p>Jeux mathématiques : bévues mathématiques</p> <p>Construction de points de repères</p> <p>Applications ou documents trouvés sur Internet</p>
PCK/évaluation	(Sc3) Connaissance des techniques mathématiques	

	<p>mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer.</p>	
	<p>(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.</p>	<p>Causeries mathématiques Bévues mathématiques Résolutions de problèmes (pas nécessairement des situations-problèmes)</p>
PCK/stratégies	<p>(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS</p>	<p>Algorithme en colonnes Calcul réfléchi : axe temporel, conversions partielles ou totales selon la situation Procédures réfléchies : signification de la relation entre les unités d'un système. Ordre de grandeur Équivalences dans un système et entre systèmes ou registres</p>

	<p>(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS</p>	<p>Approche socioconstructiviste, travail en groupe à partir des intérêts des élèves, discussions, discussions collégiales entre enseignants, discussions entre pairs</p> <p>Contexte signifiant fondé sur l'intérêt des élèves</p> <p>Intradisciplinarité : arithmétique</p> <p>Représentations mentales</p> <p>Ordre de grandeur</p> <p>Fréquence des situations impliquant les conversions d'unités de temps</p> <p>Comparaison</p> <p>Cohérence du résultat avec le contexte</p> <p>Axe du temps</p>
	<p>(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques d'enseignement des conversions d'unités de temps</p>	
<p>PCK/compréhension</p>	<p>(Sc8) Connaissance des prérequis nécessaires à</p>	<p>Système HMS</p> <p>Sens du nombre</p>

	l'apprentissage des conversions d'unités de temps	<p>Vocabulaire lié au temps</p> <p>Ordre chronologique</p> <p>Représentations du temps</p> <p>Les nombres rationnels et les trois formes d'écriture des rationnels</p> <p>La base 60</p>
	<p>(Sc9)</p> <p>Connaissance des difficultés rencontrées par les enseignants quant aux conversions d'unités de temps</p>	<p>Techniques vides de sens</p> <p>Tableau HMS amené précocement : confusion avec le tableau de numération en base 10, absence de représentation</p> <p>Quelle progression suivre ?</p> <p>Limites de l'horloge analogique</p> <p>Échelle de temps : difficulté du choix de l'unité, difficulté changement de l'entier de référence</p> <p>Écart temps perçu/temps conçu : écart école/expérience ; aspect contre-intuitif des unités composées</p> <p>Écart outils école/quotidien</p> <p>Changement de base, dont changement d'unités dans des bases mixtes</p> <p>Algorithme complexe</p>

		Absence de repères, de représentations temporelles notamment par rapport au temps conçu Abordé une ou deux fois dans l'année
	(Sc10) Croyances sur la compréhension des enseignants sur les conversions d'unités de temps.	
Réflexions critiques, réflexivité		Prise de recul par rapport à l'intérêt de l'algorithme, et des horloge analogiques.

**PCK E1.**

Composants	Sous-composants	Précisions/exemples
PCK/programme	(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.	PFEQ et PDA Nouveau référentiel Étapes de la construction de cette grandeur dans l'apprentissage

	(Sc2) Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.	Manuels Jeux mathématiques Contexte réel Matériel tangible Ligne du temps Horloge
PCK/évaluation	(Sc3) Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer.	Calcul réfléchi : axe temporel, conversion partielle, traitement séparé des unités puis mise en relation de celles-ci Équivalences Fractions équivalentes Décomposition
	(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.	Résolution de problèmes Observations



PCK/stratégies	(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS	Calcul réfléchi : ligne du temps, conversions partielles, divisions successives Fractions équivalentes Décompositions
	(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS	Approche transdisciplinaire Fréquence de situations impliquant le temps Enseignement efficace Contexte signifiant : suivre l'intérêt des élèves et rejoindre l'expérience des élèves Cohérence du résultat avec le contexte Contexte signifiant Calcul de durées Axe du temps Approche socioconstructiviste et travail en sous-groupes
	(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques d'enseignement des conversions d'unités de temps	Théorie des intelligences multiples Les conversions s'effectuent uniquement dans HMS

PCK/compréhension	(Sc8) Connaissance des prérequis nécessaires à l'apprentissage des conversions d'unités de temps	<p>Système HMS</p> <p>Sens du nombre</p> <p>Les rationnels : nombres décimaux et fractions</p> <p>Base 60</p>
	(Sc9) Connaissance des difficultés rencontrées par les élèves quant aux conversions d'unités de temps	<p>Techniques vides de sens</p> <p>Limites de l'horloge comme représentation</p> <p>Lecture horloge analogique</p> <p>Isolement du champ temps</p> <p>Intangibilité du temps</p> <p>Écart temps perçu/temps conçu</p> <p>Écart école/expérience</p> <p>Écart outils école et quotidien</p> <p>Changement de base difficile</p> <p>Absence de repères</p>
	(Sc10) Croyances sur la compréhension des élèves	

	sur les conversions d'unités de temps.	
--	--	--

**PCK E2.**

Composants	Sous-composants	Précisions/exemples
PCK/programme	(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.	PFEQ PDA Nouveau référentiel Inadéquation/programme : croyance pas de calcul de secondes, croyance obligation enseignement horloge analogique Adéquation programmes : calculs de durées
	(Sc2) Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.	Système HMS Jeux mathématiques Documents construits Documents CSS Construction de points de repères et de représentations pour la manipulation : ligne du temps —, horloge ++ Applications informatiques : Netmath et you tube.

PCK/évaluation	(Sc3) Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer.	<p>Algorithme</p> <p>Calcul réfléchi</p> <p>Équivalences</p> <p>Fractions équivalentes</p>
	(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.	<p>Résolutions de problèmes</p> <p>Observation</p>
PCK/stratégies	(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS	<p>Additions répétées</p> <p>Algorithme</p> <p>Calcul réfléchi (divisions successives)</p> <p>Calcul réfléchi impliquant des fractions</p> <p>Calcul réfléchi impliquant des pourcentages</p>

		<p>Procédure réfléchie : interprétation partie-tout de la fraction dans la représentation de l'horloge analogique</p> <p>Ordre de grandeur</p>
	<p>(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS</p>	<p>Vocabulaire temporel</p> <p>Représentation mentale le cercle de l'horloge</p> <p>Ordre de grandeur pour vérifier</p> <p>Chgt de l'entier de référence avec l'axe du temps</p> <p>Intradisciplinaire/arithmétique/pourcentages et fractions dans les rationnels</p> <p>Intradisciplinaire/arithmétique : algorithme pour l'addition, calcul de durées</p> <p>Fréquence de situations</p> <p>Enseignement efficace : mémorisation d'équivalences</p> <p>Rejoindre l'expérience des élèves</p> <p>Contexte signifiant : partir des stratégies des élèves, cohérence du résultat avec le contexte</p> <p>Comparaison</p> <p>Approche socioconstructiviste : travail en groupes</p>
	<p>(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques</p>	<p>La droite temporelle n'est pas une représentation signifiante du temps pour les élèves.</p>

	d'enseignement des conversions d'unités de temps	
PCK/compréhension	(Sc8) Connaissance des prérequis nécessaires à l'apprentissage des conversions d'unités de temps	Système HMS Sens du nombre Vocabulaire du temps Ordre chronologique Les rationnels : les fractions Contexte Base 60
	(Sc9) Connaissance des difficultés rencontrées par les élèves quant aux conversions d'unités de temps	Vocabulaire Nombres rationnels – lien fraction implicite Limite horloge comme représentation Lecture horloge analogique Inadéquation ligne du temps pour la représentation du temps Chgt de base difficile : confusion avec les décimaux, base mixte Algorithme difficile Absence de repères

	(Sc10) Croyances sur la compréhension des enseignants sur les conversions d'unités de temps.	
--	--	--

**PCK E3.**

Composants	Sous-composants	Précisions/exemples
PCK/programme	(Sc1) Connaissance des buts et objectifs du programme pour les conversions d'unités de temps.	Calculs de durées Calculs en lien avec un contexte pertinent et plausible Différentes échelles de temps
	(Sc2) Connaissance du matériel nécessaire à l'enseignement des conversions d'unités de temps.	Système HMS et système HMS équivalences Document CSS Manuels Les irréductibles 5 <sup>e</sup> année Contexte réel

		<p>Construction de points de repères et de représentations pour la manipulation : matériel tangible, ligne du temps, horloge analogique, anticiper le résultat (estimation)</p> <p>Applications informatiques</p>
PCK/évaluation	(Sc3) Connaissance des techniques mathématiques mobilisées lors d'une conversion d'unité de temps qui sont importants à évaluer.	<p>Droite temporelle prédécoupée (identification préalable de l'entier de référence)</p> <p>Conversions s'appuyant sur le tableau de numération en base soixante, sur la connaissance des équivalences</p> <p>Calcul réfléchi : divisions successives, conversion totale dans l'unité inférieure</p>
	(Sc4) Stratégies à utiliser et utilisées par les enseignants pour évaluer la compréhension ou les idées fausses des élèves.	<p>Résolution de problèmes</p> <p>Calculs de durées de différentes échelles</p> <p>Situations qui impliquent un changement de l'entier de référence</p> <p>Situations-problèmes</p>



PCK/stratégies	(Sc5) Connaissance des stratégies générales utilisables pour les conversions HMS	<p>Algorithme</p> <p>Calcul réfléchi : ligne du temps, passage de l'interprétation partie-tout de la fraction avec l'horloge analogique à l'interprétation mesure de la fraction avec la droite temporelle</p> <p>Calcul réfléchi : divisions successives</p> <p>Calcul réfléchi : traitement séparé des différentes unités de temps puis mise en relation dans le système HMS</p> <p>Ordre de grandeur</p> <p>Procédure réfléchie : changement de registre</p>
	(Sc6) Connaissance des stratégies spécifiques permettant de surmonter les difficultés d'enseignement pour les conversions dans le système HMS	<p>Vocabulaire temporel</p> <p>Représentation mentale/le cercle de l'horloge</p> <p>Ordre de grandeur</p> <p>Intradisciplinaire/changement de l'entier de référence avec les fractions</p> <p>Arithmétique : éviter les nombres décimaux</p> <p>Intradisciplinaire/les fractions – interprétation partie-tout à mesure qui correspond au passage de l'horloge à l'axe temporel</p> <p>Intradisciplinaire : arithmétique – interprétation partie-tout de la fraction que renvoie à l'horloge analogique</p>

		<p>Intradisciplinaire — arithmétique – fractions — les rationnels</p> <p>Fréquence de situations impliquant le temps</p> <p>Enseignement efficace : mémorisation d'équivalences</p> <p>Contexte signifiant : rejoindre le quotidien des élèves, gestion du temps, partir des stratégies des élèves, cohérence des résultats avec le contexte</p> <p>Comparaison : comparaison des résultats avec les autres grandeurs</p> <p>Axe du temps pour dépasser l'heure</p> <p>Approche socio-constructiviste</p>
	<p>(Sc7) Croyances sur les stratégies pédagogiques d'enseignement des conversions d'unités de temps</p>	
<p>PCK/compréhension</p>	<p>(Sc8) Connaissance des prérequis nécessaires à l'apprentissage des</p>	<p>Système HMS</p> <p>Représentations temporelles</p> <p>Vocabulaire temporel</p>

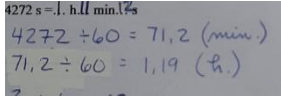
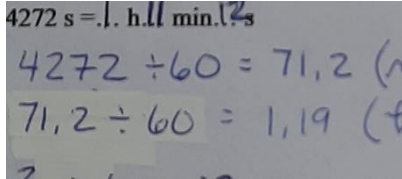
	conversions d'unités de temps	Représentation du temps/ordre chronologique Représentation du temps/différentes échelles de temps/équivalences Les rationnels : nombres décimaux et fractions (notamment le choix de l'entier de référence) Les quatre opérations (la division ++) La base 60
	(Sc9) Connaissance des difficultés rencontrées par les enseignants quant aux conversions d'unités de temps	Vocabulaire Échelle de temps/choix de l'unité Échelle de temps/changement de l'entier de référence Écart outils école et quotidien Difficultés de calculs dans HMS Changement de base difficile/confusion avec les décimaux Changement de base difficile Algorithme difficile Absence de repères
	(Sc10) Croyances sur la compréhension des enseignants sur les	

	conversions d'unités de temps.	
--	-----------------------------------	--

### Annexe 8. Sites mathématiques locaux des participant.e.s et des manuels

#### Site local Participant 1 – CP 1.

Partie anthropologique — partie culturelle				Objet de la question	Site mathématique		
Heuristiques	Instruments — Instruments de mesure	Instruments — représentations	Substrats — choses		Techniques	Technologies	Théories
Apprentissage par le jeu	Calendrier	Axe temporel	Flexibilité cognitive	Heure Minute Seconde	Algorithme	Intradisciplinarité :	Les interprétations de la fraction
Approche socio-constructiviste	Horloge analogique	Représentation circulaire	Vocabulaire temporel	Conversions entre registres	Calcul réfléchi — Axe temporel : bonds sans prédécoupage	– Arithmétique (opérations sur les nombres, sens du nombre : les	Les nombres entiers
↓ Causerie — discussion	Horloge numérique	Représentations statistiques			Calcul réfléchi	interprétation	
	Instruments de mesure				Calcul réfléchi	interprétation	

pour co- construire les concepts Construction par comparaison : – avec les autres systèmes de mesure (autres grandeurs) – entre différents temps dans un système – Unités non- convention	mesure non convention nelle (battement de mains, épisodes de séries télévisées ...)	: diagramme à lignes brisées	Différent es échelles de temps  Écriture HMS  Équivalen- ces dans un système  Équivalen- ces entre systèmes	Conversi- ons dans un système : – Temps perçu/te- mps conçu – Systè- me HMS Conversi- ons entre systèmes : – HMS — fractions	Divisions successives pour changer de rang sans changement de base   Calcul réfléchi impliquant les nombres décimaux   Procédure réfléchie Horloge : partie-tout de la fraction  Calcul réfléchi Traitement séparé des différentes unités, puis utilisation des relations dans le système HMS	s de la fraction comme partie-tout, mesure et opérateur) – Statistique  Méthodes d'approximat- ion  Propriétés des opérations  Les équivalences entre les	Les nombres rationnels  La théorie des registres sémiotiqu- es  Les univers de la mesure  La théorie écologiqu- e
---	--	---------------------------------------	---	---	---	---	---

<p>nelles vers unités convention nelles</p> <p>Problèmes fondés sur l'expérienc e : à partir d'un besoin, en raison d'une visée praxéologi que</p> <p>Épistémolo gie du temps :</p>			<p>Rythmes de vie</p>	<p>– HMS rationnel s dans des calculs de durées</p>	<p>suivantes ?  <math>2\text{ h }41 + 5\text{ h }37 =</math>  <math>2\text{ h} + 5\text{ h} = 7\text{ h}</math>      <math>7 + 1 = 8</math>  <math>41 + 37 = 78</math>          <i>Donc, 8h</i>  <math>78 - 60 = 18</math></p> <p><math>1\text{ h }12\text{ min} = \dots\text{ min}</math>  <math>1\text{ h} = 60\text{ min}</math>  <math>60 + 12 = 72</math>  <i>Donc, 72 min</i>  <math>72\text{ min} = \dots\text{ h} \dots\text{ min}</math>  <math>72 - 60 = 12</math>  <i>Donc, 1h 12 min</i></p> <p>Changement de base par équivalences entre systèmes</p> <p><math>1,75\text{ h} = \dots\text{ h} \dots\text{ min}</math>  <math>0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}</math>      <i>Donc, 1h4</i>  <math>\frac{3}{4}</math> d'heure = 45 min</p> <p>Conversion totale unité inférieure</p>	<p>systèmes d'unités</p> <p>Les équivalences dans un système</p>	
---	--	--	---------------------------	---	---	--	--

évolution des outils					Décomposition		
Équivalence					Ordre de grandeur		
Métacognition					Procédure réfléchie s'appuyant sur l'axe temporel		
Numération de position en base 60							
Relation grandeur – unité							
Problèmes fondés sur l'expérience							



e : à partir d'un besoin, en raison d'une visée praxéologi- que  Épistémolo- gie du temps : évolution des outils  Équivalenc- e  Métacogniti- on							
--	--	--	--	--	--	--	--

Numération de position en base 60							
Relation grandeur – unités							

Les heuristiques (méthodes de découvertes) semblent jouer un rôle dans le choix des représentations qui semblent elles-mêmes déterminer certaines techniques employées.

En effet, certaines techniques sont intrinsèquement liées à la représentation choisie et elles renvoient à une interprétation distincte de la fraction :

- Axe temporel -> interprétation mesure de la fraction ;
- Horloge -> interprétation partie-tout de la fraction.

Le site mathématique local met en évidence les autres concepts qui sont touchés dans les autres champs mathématiques : arithmétique et statistique. Les conversions d'unités de temps sont envisagées selon une approche intradisciplinaire.

Plusieurs heuristiques sont envisagées, notamment toutes les procédures de découvertes qui permettent une co-construction étendue du concept de temps (temps perçu, temps conçu, temps vécu), et, par là même, qui amènent à envisager différents types de conversions (entre registres, entre systèmes, dans un système).

Ces liens semblent renvoyer à des théories en mathématiques et en didactique des mathématiques.

La créativité renvoie au concept de créativité en sciences, à savoir la possibilité de porter un regard original sur l'objet afin de trouver une solution à un problème donné. Cette solution n'est pas accessible d'emblée, et le sujet devra procéder par tâtonnements, par essais erreurs.

La relation entre le vocabulaire temporel et les causeries et discussions sont liés dans le discours du participant.

La réflexion épistémologique sur l'évolution des outils en lien avec les problèmes issus de l'expérience proposés aux élèves a été mise en relation avec la technique utilisée par le participant : l'horloge analogique est de moins en moins utilisée. Aussi, la représentation privilégiée est l'axe temporel, et la technique privilégiée dans le discours du participant est la technique des bonds sur l'axe temporel.

Un écart a pu être relevé entre les techniques proposées dans le discours et les techniques utilisées dans la partie individuelle du questionnaire. Cela peut venir du fait que les techniques abordées dans l'entretien concernaient les élèves et l'enseignement au primaire alors que les techniques utilisées par le participant sont des techniques expertes.

**Site local Participant 2 — CP2.**

Partie anthropologique — partie culturelle				Objet de la question	Site mathématique		
Heuristiques	Instrument s — Instrument s de mesure	Instruments — représentati ons	Substrat 3 — choses		Techniques	Technologies	Théories

<p>Approche socio-constructiviste ↓ Situation-problème</p> <p>Construction par comparaison : – Comparaison avec les autres systèmes de mesure (autres grandeurs)</p> <p>– Comparaisons de différents temps dans un système</p>	<p>Chronomètre</p> <p>Horloge analogique</p>	<p>Axe temporel</p> <p>Image mentale des unités de temps (intervalles de temps)</p> <p>Représentation circulaire</p>	<p>Différentes échelles de temps</p> <p>Écriture HMS</p> <p>Équivalences dans un système</p>	<p>Heure Minute Seconde</p> <p>Conversions entre registres</p> <p>Conversions dans un système : – Temps perçu/temps conçu – Système heure/jour/mois – Système HMS</p>	<p>Calcul réfléchi — Axe temporel : – Bonds sans prédécoupages : compte à rebours, rechercher le complément (cf. figure sous le tableau)</p> <p>Calcul réfléchi impliquant les nombres décimaux,</p>	<p>Intradisciplinarité : – Arithmétique (opérations sur les nombres, sens du nombre : les différentes écritures rationnelles)</p> <p>Propriétés des opérations</p> <p>Relations entre registres</p> <p>Les équivalences entre les</p>	<p>Interdisciplinarité</p> <p>Créativité</p> <p>Les nombres entiers</p> <p>Les nombres rationnels</p> <p>La théorie des registres sémiotiques</p> <p>Les différents univers de la mesure</p>
--	--	--	--	---	--	---	--

<p>Équivalence</p> <p>Problèmes fondés sur l'expérience (visée praxéologique)</p> <p>Relation grandeur – unité</p>				<p>Conversions entre systèmes :</p> <p>– HMS — fractions</p> <p>– HMS – nombres décimaux</p> <p>– HMS rationnels dans des calculs de durées</p>	<p>Impliquant les pourcentages , les fractions</p> <p>Calcul réfléchi</p> <p>Traitement séparé des différentes unités, puis utilisation des relations dans le système HMS</p> <p>Changement de registre (appui sur le</p>	<p>systemes d'unités</p> <p>Les équivalences dans un système</p>	<p>La théorie écologique</p>
--	--	--	--	---	---	--	------------------------------

					langage courant par exemple)  Changement de base par équivalence entre systèmes  Conversion totale unité inférieure  Décompositi on  Ordre de grandeur— Par		
--	--	--	--	--	--	--	--

					<p>équivalences entre systèmes et entre registres</p> <p>Procédure réfléchie s'appuyant sur l'axe temporel</p>		
--	--	--	--	--	--	--	--

$$14 \text{ h } 12 - 3 \text{ h } 25 =$$

$14 \text{ h } 12 \xrightarrow{-1 \text{ h}} 13 \text{ h } 12 \xrightarrow{-1 \text{ h}} 12 \text{ h } 12 \xrightarrow{-1 \text{ h}} 11 \text{ h } 12 \xrightarrow{-12 \text{ m}} 11 \text{ h} \xrightarrow{-13} 12 \text{ h } 47$

---



Techniques — ordre de grandeur par équivalence entre registres :

1,75 h = ... h ... min

$$75\% \text{ de } 1h = \frac{3}{4} \text{ de } 1h = 45 \text{ min}$$

$$1,75h = 1h 45 \text{ min.}$$

Plusieurs aspects se dégagent de ce site local :

- Le participant, qui est CP pour le secondaire, envisage l'enseignement des unités de temps et des conversions du point de vue praxéologique. Le taux horaire en est un exemple.
- L'axe temporel est une représentation qui sert cette heuristique et qui s'avère un outil puissant pour le changement de base. Cela s'observe dans l'utilisation de l'axe temporel dans la partie individuelle ainsi que dans le discours.
- Les conversions d'unités de temps — en lien avec ces deux raisons — sont particulièrement envisagées en intradisciplinarité avec l'arithmétique, le sens du nombre notamment. Sa relation importante dans le discours avec les nombres rationnels peut être envisagé comme une préparation à l'algèbre. De la même façon, l'importance accordée dans le discours aux repères, aux ordres de grandeurs et les liens mentionnés avec la physique indiquent cette préparation aux apprentissages du secondaire.

En cela, les unités de temps, et les conversions d'unités de temps, sont envisagées d'un point de vue interdisciplinaire et transdisciplinaire : dans la mesure où elles ne sont pas isolées dans le champ mesure, cela renvoie à la théorie écologique du didactique.

– La compréhension des unités de temps et des conversions entre les unités de temps qui se construit par comparaison renvoie à différentes « valeurs » temporelles, à différentes acceptions du temps : le temps conçu, le temps perçu, le temps vécu.

**Site local Participant 3 — CP3.**

Partie anthropologique — partie culturelle				Objet de la question	Site mathématique		
Heuristiques	Instruments — Instruments de mesure	Instruments — représentations	Substrat 3 — choses		Techniques	Technologies	Théories
<p>Causerie — discussion pour co-construire les concepts</p> <p>Construction par comparaison : – Comparaison avec les autres systèmes de mesure</p>	<p>Horloge analogique</p> <p>Horloge numérique</p> <p>La corde à linge</p> <p>Les instruments anciens : clepsydre, cadran</p>	<p>Axe temporel</p> <p>Image mentale des unités de temps (intervalles de temps)</p> <p>Représentation circulaire</p>	<p>Écriture HMS</p> <p>Équivalences dans un système</p> <p>Flexibilité cognitive</p> <p>Rythmes de vie</p>	<p>Heure</p> <p>Minute</p> <p>Seconde</p> <p>Conversions entre registres</p> <p>Conversions dans système HMS</p>	<p>Algorithme Calcul réfléchi — Axe temporel : – Bonds sans prédécoupage s : compte à rebours, rechercher le complément (cf. figure A) – Prédécoupage : entier de</p>	<p>Intradisciplinarité : – Arithmétique (opérations sur les nombres, sens du nombre : les différentes écritures des rationnels, les interprétations de la fraction comme partie-</p>	<p>Interdisciplinarité</p> <p>La créativité</p> <p>Les interprétations de la fraction</p> <p>Les nombres entiers</p> <p>Les nombres rationnels</p> <p>La théorie des registres sémiotiques</p>

<p>(autres grandeurs)  – Comparaisons de différents temps dans un système  – Unités non-conventionnelles vers unités conventionnelles  Dialectique  Enseignement stratégique  Épistémologie du temps :</p>	<p>solaire, sablier  Instruments de mesure non conventionnelle (battements de mains, épisodes de séries télévisées...)</p>	<p>Représentation cyclique circulaire</p>	<p>Vocabulaire temporel</p>	<p>Conversions entre systèmes :  – HMS rationnels dans des calculs de durées</p>	<p>référence apparente et précédant le bond.(Cf. figure B)  Calcul réfléchi  Conversion partielle (Figure C)  Calcul réfléchi impliquant les pourcentages  Procédure réfléchie  Horloge : partie-tout de</p>	<p>tout, mesure et opérateur)  – La statistique Méthodes d'approximation  Propriétés des opérations  Relations entre registres  Les équivalences entre les systèmes d'unités  Les équivalences dans un système</p>	<p>Les univers de la mesure  La théorie écologique</p>
--	--	---	-----------------------------	--	--	--	--

<p>– Évolution des outils</p> <p>– Évolution des techniques en lien avec la praxéologie</p> <p>Équivalence</p> <p>Problèmes fondés sur l'expérience : à partir d'un besoin</p> <p>Relation grandeur – unité</p>					<p>la fraction (figure D)</p> <p>Calcul réfléchi</p> <p>Traitement séparé des différentes unités, puis utilisation des relations dans le système HMS (figure E)</p> <p>Changement de registre (appui sur le langage</p>		
---	--	--	--	--	---	--	--

Situation- problème					courant par exemple)  Changement de base par équivalences entre systèmes et changement de registre  Conversion totale unité inférieure (Figure F)  Ordre de grandeur		
------------------------	--	--	--	--	---	--	--

					Tableau de numération en base 60 (Figure G)		
					Procédure réfléchie s'appuyant sur l'axe temporel		

Figure A. Techniques — calcul réfléchi — axe temporel :

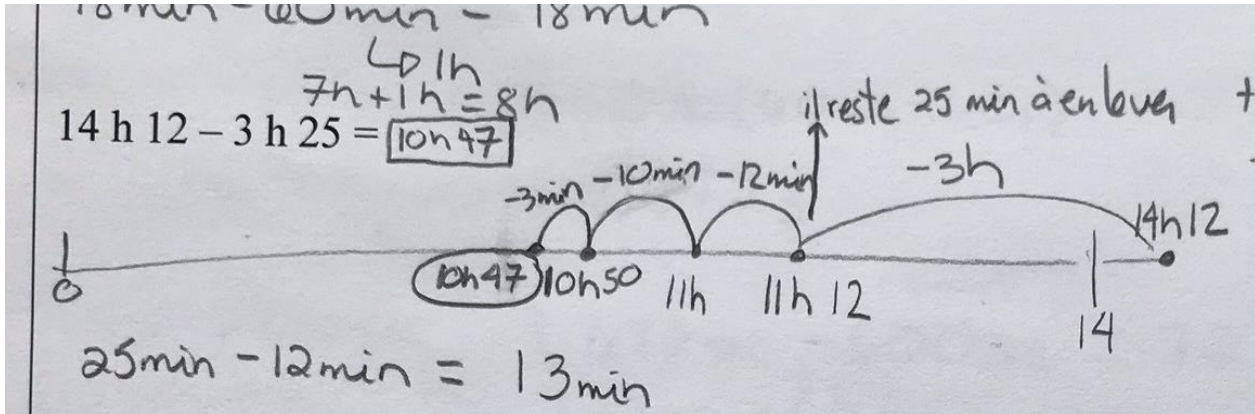


Figure B : Bonds avec prédécoupage

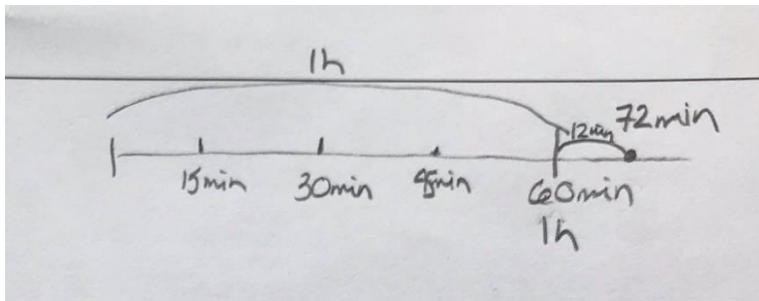


Figure C. Conversion partielle

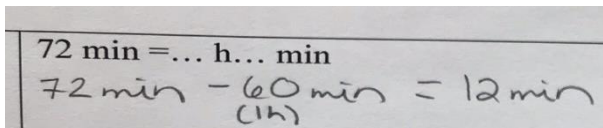




Figure D. Horloge analogique — interprétation partie-tout de la fraction

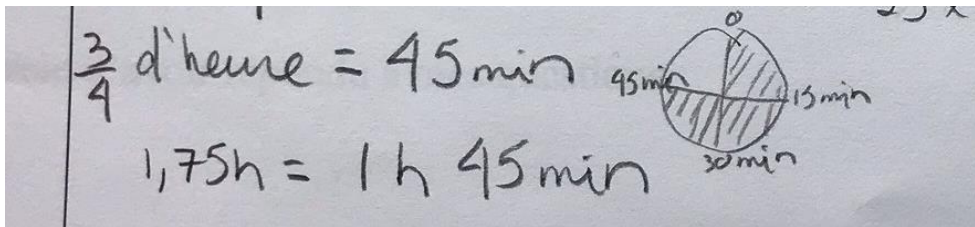


Figure E. Traitement séparé des unités

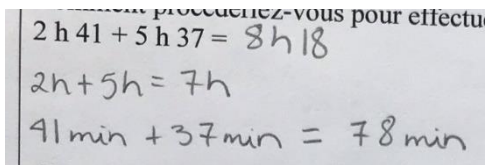


Figure F. Conversion totale unité inférieure

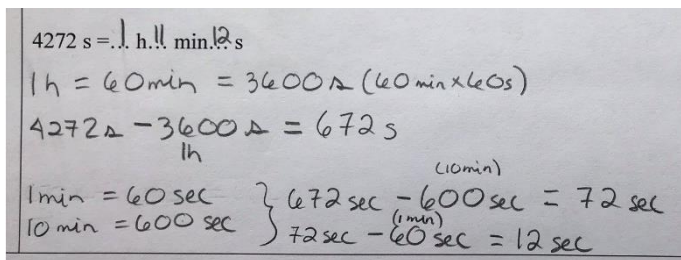
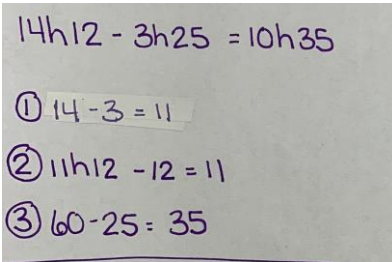


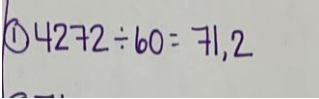
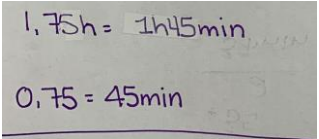
Figure G. Tableau de numération dans les techniques employées pour les conversions

is suivantes ?

h	min
2	41
5	37
7	78
+ 1	- 60 h
8	18

**Site local Participant 4 — Enseignant 1.**

Partie anthropologique — partie culturelle				Objet de la question	Site mathématique		
Heuristiques	Instrument s — Instrument s de mesure	Instrument s — représenta tions	Substra t 3 — choses		Techniques	Technologies	Théories
Apprentis sage par le jeu	Horloge analogique	Axe temporel	Différen tes échelles de temps	Heure Minute Seconde	Calcul réfléchi — Axe temporel : – Bonds sans prédécoupage	Intradisciplin arité : – Arithmétique ue (opérations sur les nombres, sens du nombre : les différentes écritures des rationnels, les	Interdiscipli narité La créativité Les interprétatio ns de la fraction  Les nombres entiers
Enseigne ment stratégiqu e	Horloge numérique		Écriture HMS	Conversion s entre registres	Calcul réfléchi Conversion partielle 		
Épistémol ogie du temps :	Instrument s de mesure non		Rythme s de vie	Conversion s dans un système :	Calcul réfléchi		

<p>– Évolutions des outils</p> <p>– Évolutions des techniques en lien avec la praxéologie</p> <p>Équivalence</p> <p>Numérotation de position en base 60</p>	<p>conventionnelle (battements de mains, épisodes de séries télévisées ...)</p>			<p>– Système heure/jour/mois</p> <p>– Système HMS</p> <p>Conversions entre le système HMS et le système jour/mois/année</p> <p>Conversions entre systèmes : HMS rationnels dans des</p>	<p>Divisions successives pour changer de rang sans changement de base</p> <p></p> <p>Calcul réfléchi impliquant les nombres décimaux</p> <p></p> <p>Calcul réfléchi</p> <p>Traitement séparé des différentes unités, puis utilisation des relations dans le système HMS</p>	<p>interprétations de la fraction comme partie-tout, mesure et opérateur)</p> <p>Propriétés des opérations</p> <p>Relations entre registres (sauf le registre langagier)</p>	<p>Les nombres rationnels</p> <p>La théorie des registres sémiotiques</p> <p>Les univers de la mesure</p> <p>La théorie écologique</p>
---	---	--	--	---	---	--	--

<p>Problèmes fondés sur l'expérience à partir d'un besoin,</p>				<p>calculs de durées</p>	<p><math>2h41 + 5h35 = 8h16min</math></p> <p>① <math>2 + 5 = 7</math></p> <p>② <math>41 + 35 = 76</math></p> <p>③ <math>76min : 1h16min</math></p> <p>④ <math>7 + 1 = 8</math></p> <p>Changement de base :</p> <p>– Par équivalences entre systèmes</p> <p><math>1,75h = 1h45min</math></p> <p><math>0,75 = 45min</math></p> <p>– Par le biais de fractions équivalentes</p> <p>③ <math>0,2 \rightarrow \frac{2}{10} \xrightarrow{\times 6} \frac{12}{60} \rightarrow 12min</math></p> <p>Décomposition</p>	<p>Les équivalences entre les systèmes d'unités</p> <p>Les équivalences dans un système d'unités</p>	
--	--	--	--	--------------------------	---	--	--

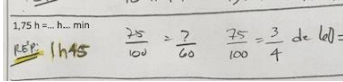
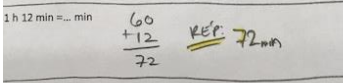
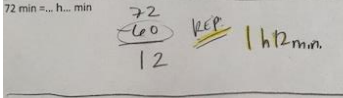
					<p>② 71 min = 1h 11</p>		
					<p>Procédure réfléchie s'appuyant sur l'axe temporel</p>		

**Site local Participant 5 — Enseignant 2.**

Partie anthropologique — partie culturelle				Objet de la question	Site mathématique		
Heuristiques	Instruments — Instruments de mesure	Instruments — représentations	Substrat 3 — choses		Techniques	Technologies	Théories

Construction par comparaison avec les autres systèmes de mesure	Horloge analogique	Représentation circulaire	Différentes échelles de temps	Heure Minute Seconde Conversions entre registres	Algorithme Calcul réfléchi Divisions successives pour changer de rang sans changement de base	Intradisciplinarité : – Arithmétique (opérations sur les nombres, sens du nombre : les différentes écritures des rationnels, les interprétations de la fraction comme opérateur)	La créativité  Les nombres rationnels	
Dialectique		Représentations statistiques : diagramme circulaire	Écriture HMS	Conversions dans un système :	Calcul réfléchi impliquant les fractions pour changer d'unité	écritures des rationnels, les interprétations de la fraction	La théorie des registres	
Enseignement stratégique		Calcul mental : visualisation du calcul	Équivalences dans un système	– Système heure/jour/mois	– Système HMS	Calcul réfléchi impliquant les pourcentages	comme opérateur)	sémiotiques
Équivalence		comme image mentale	Flexibilité cognitive	– Système HMS	HMS	Procédure réfléchie	– La statistique (diagramme circulaire)	Les univers de la mesure
Numération de				Vocabulaire temporel	Conversions entre systèmes :	Horloge : partie-tout de la fraction	Propriétés des opérations	



<p>position en base 60</p> <p>Problèmes fondés sur l'expérience : à partir d'un besoin</p>				<p>– HMS — fractions – HMS rationnels dans des calculs de durées</p>	<p>Changement de base par le biais de fractions équivalentes</p>  <p>Conversion totale unité inférieure</p>   <p>Ordre de grandeur</p>	<p>Relations entre registres</p> <p>Les équivalences entre les systèmes d'unités</p> <p>Les équivalences dans un système d'unités</p>	<p>La théorie écologique</p>
--	--	--	--	--	---	---	------------------------------

Divisions successives :

**Partie individuelle**

Comment procéderiez-vous pour effectuer les calculs et conversions suivantes ?

$2\text{ h }41 + 5\text{ h }37 =$ 

$$\begin{array}{r} 2\text{ h }41 \\ + 5\text{ h }37 \\ \hline 7\text{ h }78 \end{array}$$

$14\text{ h }12 - 3\text{ h }25 =$ 

$$\begin{array}{r} 14\text{ h }12 \\ - 3\text{ h }25 \\ \hline 10\text{ h }47 \end{array}$$

$14\text{ h }10 - 3\text{ h }25 =$ 

$$\begin{array}{r} 14\text{ h }10 \\ - 3\text{ h }25 \\ \hline 10\text{ h }47 \end{array}$$

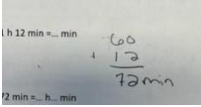
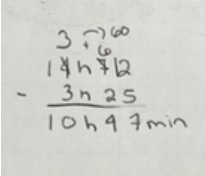
$78 - 60 = 18$

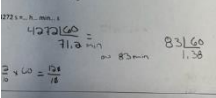
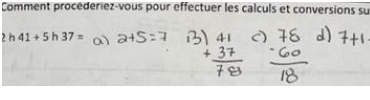
$10\text{ h }47 + 3\text{ h }25 = 13\text{ h }72 = 14\text{ h }12$

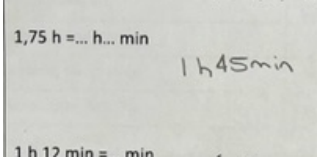
resp:  $8\text{ h }18$   
 resp:  $10\text{ h }47$

### Site local Participant 6 — Enseignant 3.

Partie anthropologique — partie culturelle				Objet de la question	Site mathématique		
Heuristiques	Instruments — Instruments de mesure	Instruments — représentations	Substrats — choses		Techniques	Technologies	Théories

<p>Construction par comparaison avec les autres systèmes de mesure (autres grandeurs)</p> <p>Enseignement stratégique</p> <p>Épistémologie du temps : – Évolution des outils</p>	<p>Horloge analogique</p>	<p>Axe temporel</p> <p>Représentation circulaire</p> <p>Représentations statistiques : diagramme circulaire</p> <p>Associations de représentations (Ex. : représentations)</p>	<p>Différentes échelles de temps</p> <p>Écriture HMS</p> <p>Équivalences dans un système</p> <p>Équivalences entre systèmes</p> <p>Flexibilité cognitive</p> <p>Rythmes de vie</p>	<p>Heure</p> <p>Minute</p> <p>Seconde</p> <p>Conversion</p> <p>Conversion entre registres</p> <p>Conversion dans un système : – Système heure/jour/mois – Système HMS</p> <p>Conversion</p> <p>Conversion entre systèmes :</p>	<p>Algorithme</p>   <p>Calcul réfléchi — Axe temporel prédécoupé : entier de référence apparent et précédant le bond.</p> <p>Calcul réfléchi</p> <p>Conversion partielle</p> <p>Calcul réfléchi</p> <p>Divisions successives pour changer de rang sans changement de base</p>	<p>Intradisciplinarité :</p> <p>– Arithmétique (opérations sur les nombres, sens du nombre : les différentes écritures des rationnels, les interprétations de la fraction comme partie-tout, mesure et opérateur)</p> <p>– La statistique (le diagramme circulaire)</p>	<p>La créativité</p> <p>Les interprétations de la fraction</p> <p>Les nombres entiers</p> <p>Les nombres rationnels</p> <p>La théorie des registres</p>
--	---------------------------	--	--	--	---	---	---




<p>Équivalence</p> <p>Numération de position en base 60</p> <p>Problèmes fondés sur l'expérience</p> <p>Situation-problème</p>		<p>circulaire → Axe temporel)</p>	<p>Vocabulaire temporel</p>	<p>– HMS — fractions rationnels dans des calculs de durées</p>	 <p>Calcul réfléchi impliquant les fractions pour changer d'unité</p> <p>Calcul réfléchi impliquant les pourcentages</p> <p>Procédure réfléchie</p> <p>Horloge : partie-tout de la fraction</p> <p>Calcul réfléchi</p> <p>Traitement séparé des différentes unités, puis utilisation des relations dans le système HMS</p> 	<p>Propriétés des opérations</p> <p>Relations entre registres</p> <p>Les équivalences entre les systèmes d'unités</p> <p>Les équivalences dans un système d'unités</p>	<p>sémiotiques</p> <p>Les univers de la mesure</p> <p>La théorie écologique</p>
--	--	---------------------------------------	-----------------------------	--	---	--	---


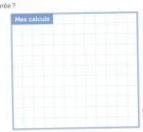
					<p>Changement de registre (appui sur le langage courant par exemple)</p>  <p>Changement de base : – Par équivalences entre systèmes</p> <p>Conversion totale unité inférieure</p> <p>Ordre de grandeur</p> <p>Tableau de numération en base 60</p>		
--	--	--	--	--	---	--	--

					Procédure réfléchie s'appuyant sur l'axe temporel		
--	--	--	--	--	---	--	--

**Site Local du manuel *Décimale*.**

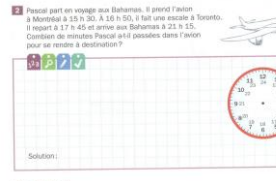
Partie anthropologique — partie culturelle				Objet de la question	Site mathématique		
Heuristiques	Instrument s — Instrument s de mesure	Instrument s — représentat ions	Substrat 3 — choses		Techniques	Technologies	Théories

<p>Paradigme empiriste</p> <p>Absence d'explications concernant l'épistémologie des unités de temps</p> <p>Une année = 365 jours. Une année bissextile = 366 jours</p> <p>Enseignement efficace ou enseignement stratégique (Modélage, pratique guidée, pratique autonome)</p> <p>Unités conventionnelles : années, jours, mois,</p>	<p>Horloge analogique</p> 	<p>Représentation circulaire</p> <p>Représentation cyclique circulaire</p> <p>Résois les problèmes. a) Eva prend le train à 15 h 45 et arrive à destination à 20 h 30. Combien de minutes le trajet a-t-il duré ?</p> 	<p>Différentes échelles de temps (2 échelles de temps)</p> <p>Écriture HMS</p> <p>Conversions dans un système</p> <p>Vocabulaire temporel (limité aux unités de temps)</p>	<p>Heure</p> <p>Minute</p> <p>Seconde</p> <p>Conversion entre registres (très peu) = texte vers le symbole mathématique</p> <p>1 minutes (min)</p> <p>Conversion dans le système HMS</p>	<p>Algorithme</p> <p>Conversion dans l'unité inférieure</p> <p>2. 180 min + 35 min = 215 3. Donc, 3 h 35 min = 215</p> <p>Utilisation de l'horloge : représentation cyclique circulaire pour calculer des durées -&gt;</p> <p>Interprétation mesure de la fraction</p> <p>Résois les problèmes. a) Eva prend le train à 15 h 45 et arrive à destination à 20 h 30. Combien de minutes le trajet a-t-il duré ?</p> 	<p>Intradisciplinarité :</p> <p>– Arithmétique (opérations sur les nombres, sens du nombre : une interprétation de la fraction comme mesure)</p> <p>Propriétés des opérations</p> <p>Les équivalences entre les</p>	<p>Les nombres entiers</p> <p>Les nombres rationnels (les fractions)</p> <p>La théorie des registres sémiotiques</p>
--	---	---	--	--	---	---	--

<p>heures, minutes, secondes</p> <p>Présentation des équivalences</p> <p>On mesure le temps en secondes, en mois, en jours (j), en heures (h), en minutes (min) et en secondes (s).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Une année = 12 mois.</li> <li>• Une année = 52 semaines.</li> <li>• Une année = 365 jours.</li> <li>• Une année bissextile = 366 jours.</li> <li>• Une journée = 24 h.</li> <li>• Une heure = 60 min.</li> <li>• Une minute = 60 s.</li> </ul> <p>Propositions de conversions sans contexte et qui ne correspondent pas à des situations de la réalité</p>			<p>conventionnelles)</p>	<p>Conversion dans le système jour/mois/année</p> <p>Conversion entre le système HMS et le système jour/mois/année</p> <p>Relie les durées équivalentes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) 156 semaines</li> <li>b) 2160 minutes</li> <li>c) 14 ans</li> <li>d) 2 jours</li> <li>e) 27 heures</li> <li>• 168 h</li> <li>• 2880</li> <li>• 3 ans</li> <li>• 1620</li> <li>• 36 he</li> </ul>	 <p>Produit croisé partiel</p> <p>Convertir 3 h 35 min en minutes</p> <p>1. 1 heure = 60 minutes, donc 3 heures = 3 × 60 min = 180 min</p> <p>Produit croisé total</p> <p>1. 60 minutes = 1 heure, donc 60 min × ? ≈ 123 h</p> <p>Technique attendue : l'algorithme de calcul (produit croisé ?)</p> 	<p>systèmes d'unités</p> <p>Les équivalences dans un système</p>	<p>Les univers de la mesure</p>
---	--	--	--------------------------	---	---	--	---------------------------------

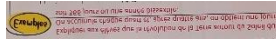

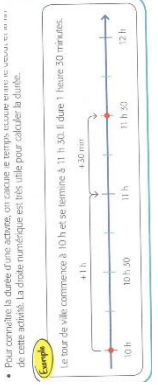

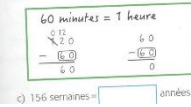



<p>1 Combien de minutes y a-t-il dans chaque du</p> <p>a) 1 h 54 = _____</p> <p>b) 5 h 16 = _____</p> <p>c) 10 h 48 = _____</p> <p>d) 17 h 25 = _____</p> <p>e) 20 h 32 = _____</p>							
<p><b>Base 60</b></p> <p>Pour convertir des unités de mesure, on utilise la base 6</p>							
<p><b>Problème :</b> Il est inscrit « unités de mesure » et non « unités de temps dans le système HMS ».</p>							
<p>Résolutions de problèmes éloignées de l'expérience des</p>							


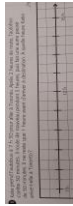
<p>élèves par le choix des valeurs utilisées</p> <p>b) Benjamin voyage en autobus 58 le matin et 1 h 9 min le soir. Combien de minutes voyage-t-il en tout ?</p> <p>Résolution de problème : contexte réaliste, mais question non réaliste</p> 							
---	--	--	--	--	--	--	--

Site local du manuel *Les irréductibles - 5<sup>e</sup> année.*

Partie anthropologique — partie culturelle				Objet de la question	Site mathématique		
Heuristiques	Instrum ents —	Instruments —	Substrat 3 — choses		Techniques	Technologies	Théories

	Instrum ents de mesure	représentatio ns					
<p>Paradigme empiriste</p>  <p>Unités conventionnelles seconde/minute/heure et jour/mois/année</p> <p>Les équivalences</p>	<p>L'horloge analogique</p> 	<p>Axe temporel</p>  <p>Représentation cyclique circulaire</p>  <p>Association des</p>	<p>Différentes échelles de temps (2 échelles de temps)</p> <p>Écriture HMS</p> <p>Équivalences dans un système</p> <p>Équivalences entre systèmes</p>	<p>Heure Minute Seconde</p> <p>Conversions entre registres</p> <p>Conversions dans un système :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Système heure/jour/mois</li> <li>- Système HMS</li> </ul>	<p>Algorithme</p>  <p>Calcul réfléchi —</p> <p>Axe temporel : Prédécoupage : entier de référence apparent et précédent le bond (bonds de 30 min dans le cours).</p>	<p>Intradisciplinarité :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Arithmétique (opérations sur les nombres, interprétation)</li> <li>mesure de la fraction)</li> <li>→ <b>Implicite dans le manuel</b></li> <li>Propriétés des opérations</li> </ul>	<p>Interdisciplinarité (tentative avec les explications scientifiques)</p> <p>Les interprétations de la fraction</p> <p>Les nombres entiers</p>

<p>1 minute dure 60 secondes.</p> <p>1 heure dure 60 minutes.</p> <p>1 jour dure 24 heures.</p> <p>1 semaine dure 7 jours.</p> <p>1 mois dure 28, 29, 30 ou 31 jours.</p> <p>1 année dure 12 mois, 52 semaines ou 365 jours.</p> <p>Enseignement efficace ou enseignement stratégique (Modelage, pratique guidée, pratique autonome)</p> <p>Situations-problèmes</p> <p>Les situations-problèmes sont réalistes et les données plausibles</p>	<p>représentations (complémentarité)</p>	<p>Vocabulaire temporel</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Certains événements et certaines activités se répètent de façon cyclique.</li> <li>Un journal est <b>quotidien</b> s'il est publié chaque jour.</li> <li>Une activité est <b>hebdomadaire</b> si elle a lieu chaque semaine.</li> <li>Un magazine est <b>mensuel</b> s'il est publié chaque mois.</li> <li>Un examen est <b>annuel</b> s'il est fait chaque année.</li> </ul> <p>Une activité est <b>trimestrielle</b> si elle a lieu, d'une part, tous les trois mois et, d'autre part, à la fin de chaque trimestre.</p>	<p>Calculs de durées</p>	<p>Les pas de graduations sont prédéfinis et sont donnés aux élèves dans les résolutions de problèmes (bonds de 15 minutes)</p> <p>Association des représentations</p>	 <p>Le jour de ville commence à 10 h et se termine à 11 h 30. Il dure 1 heure et 30 minutes.</p> <p>Les pas de graduations sont prédéfinis et sont donnés aux élèves dans les résolutions de problèmes (bonds de 15 minutes)</p>	<p>Relations entre registres</p> <p>Les équivalences entre les systèmes d'unités</p> <p>Les équivalences dans un système</p>	<p>Les nombres rationnels</p> <p>La théorie des registres sémiotiques</p> <p>Les univers de la mesure</p>
---	--	---	--------------------------	--	---	--	---

<p><b>L'horaire</b></p> <p>• Lire l'heure sur des montres analogiques et numériques.          • Lire l'heure sur des montres numériques.          • Lire l'heure sur des montres analogiques et numériques.          • Lire l'heure sur des montres numériques.</p> <p><b>L'horaire des visites</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• L'expression de l'heure à l'ère numérique.</li> <li>• Lire l'heure sur des montres analogiques et numériques.</li> <li>• Lire l'heure sur des montres numériques.</li> <li>• Lire l'heure sur des montres analogiques et numériques.</li> </ul>				 <p>(déroulement de l'horloge pour arriver à l'axe temporel pour le calcul de durées)</p> <p>L'axe temporel est demandé dans les évaluations</p>  <p>Changement de registre</p>		
--	--	--	--	---	--	--

					(appui sur le langage courant par exemple)		
--	--	--	--	--	--	--	--

## Annexe 9. Site mathématique local construit grâce à la première recension des écrits

Tableau 21

*Modèle du site mathématique local appliqué à la question de la conversion d'unités de temps*

Site mathématique d'une conversion d'unité de temps							
Partie anthropologique			Objet de la question	Site mathématique			
Substrat 1	Substrat 2	Substrat 3	T	Techniques	Technologies	Théories	
Heuristique	Instruments	Choses		$\tau$	$\theta$	$\Theta$	
Le système HMS a été développé par les Sumériens (Poirier, 2001). La diffusion du système sexagésimal par Alexandre Le Grand lors de ses conquêtes (Mounsamy, 2019). L'épistémologie des unités de temps (Chambris, 2008; Neyret, 1995), les fonctions des unités de temps (Bersweiler,	Instruments de mesure : l'horloge analogique et l'horloge numérique (Robichaud, 2010), les instruments de mesure non conventionnels (toupie, le battement de mains, compter oralement) (Bruni et Silverman, 1974; Jaelani et al., 2013), le cadran solaire, le gnomon, la	La représentation du temps selon une ligne continue orientée (Ministère de l'Éducation, 2001; Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010; Mioni et al., 2018), organisation ou tri selon l'ordre chronologique (Brown et Smith-Petersen, 2014), la représentation temporelle symbolique et	Estimations : jugements temporels (Brown et Smith-Petersen, 2014; Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010; Mioni et al., 2018), organisation ou tri selon l'ordre chronologique (Brown et Smith-Petersen, 2014), la connaissance des nombres	Conversion implicite : lecture de l'heure, transposition d'une représentation non symbolique en une représentation symbolique (un sablier qui correspond à 15 minutes).  Conversion explicite : demandée dans	Les techniques nommées ci-dessous s'appuient sur l'analyse effectuée par Mounsamy, Silvy et Delcroix (2015) et sur l'étude de Silvy, Delcroix et Mercier (2013)  - Situer sur une ligne du temps divisée en heures, minutes, secondes (visualisation) - Procédure réfléchie - Ordre de grandeur - Calcul réfléchi - Recherche du complément - Conversion partielle	- La numération de position  - Relation algébrique entre la base décimale et la base sexagésimale  - Rapports et proportions (Silvy et al., 2013)  - Sens de la mesure et la création de repères (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010)	- raisonnement arithmétique (Silvy et al., 2013)  - Algèbre linéaire (Silvy et al., 2013)  - Renforcement des représentations temporelles non symboliques par l'apprentissage de représentations temporelles symboliques (Hamamouche et Cordes, 2020)

<p>2005), les processus cognitifs en jeu dans le développement d'une représentation temporelle complète (Brown et Smith-Petersen, 2014; González et al., 2019; Hamamouche et Cordes, 2020; Mioni et al., 2018; Pantlin, 2019)</p>	<p>clepsydre, le sablier, le minuteur, les saisons, le rythme circadien, l'alternance jour/nuit, le calendrier (conventionnel et non-conventionnel) (Poyet, 2010), le rythme cardiaque (Pantlin, 2019).</p>	<p>non symbolique (Hamamouche et Cordes, 2020), estimations par comparaison avec l'horloge interne (Mioni et al., 2018; Pantlin, 2019), le caractère dual et ambivalent du temps.</p>	<p>naturels, les notions au programme en arithmétique (Ministère de l'Éducation, 2001), lecture et utilisation de certains instruments de mesure du temps. Dans le concept de mesure, les équivalences au sein du système HMS.</p> <p>Signification d'une égalité (la notion de conservation) (Piaget, 1923).</p>	<p>la question ou nécessaire dans la façon de poser le calcul.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Technique opératoire (algébrique ou arithmétique) (Silvy et al., 2013)</li> <li>- Le « patron analyse/synthèse » (Silvy et al., 2013, p. 43)</li> </ul>	<p>– Méthodes d'estimation (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010)</p>	<p>– Construction des unités conventionnelles par comparaison (Hamamouche et Cordes, 2020; Poirier, 2001)</p> <p>– Théorie écologique (Artaud, 1997)</p> <p>– Les trois univers de la mesure (Brousseau, 2000a)</p>
---	---	---	---	--	--	--	---

---