

UNIVERSITE DU QUEBEC

THESE

PRESENTEE A

L'UNIVERSITE DU QUEBEC A TROIS-RIVIERES

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAITRISE ES SCIENCES (PHYSIQUE)

PAR

RICHARD CHAHINE

Ing. & B. Sa. (PHYSIQUE)

ÉVALUATION DU COMPORTEMENT DIÉLECTRIQUE
PAR MESURE DIRECTE DANS LE DOMAINE DU TEMPS.

Juillet 1977

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.


Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

SOMMAIRE

Cet ouvrage se divise en deux parties principales. Dans la première partie, nous considérons la "réflectométrie dans le domaine du temps" comme méthode d'évaluation directe de la fonction de réponse diélectrique. Cette méthode consiste essentiellement à étudier les réflexions multiples produites par une impulsion de tension incidente sur un échantillon diélectrique inséré dans une ligne coaxiale de transmission. Utilisant des simples formules déduites d'une analyse réelle dans le domaine du temps, la fonction de réponse diélectrique, sans assumer au préalable sa forme, est calculée à partir de l'intégrale et de l'auto-convolution jusqu'au deuxième ordre du signal réfléchi. Les calculs tiennent compte de l'amplitude finie de la réflexion dans une approximation de troisième ordre et du temps de montée fini de l'impulsion incidente.

Dans la deuxième partie, nous décrivons en détail le montage expérimental et nous développons notre propre méthode de mesure. Ensuite, nous calculons la fonction de réponse diélectrique de plusieurs alcools en fonction de la température (0 à 50°C) et nous discutons la précision et les limitations de la méthode.


RICHARD CHAHINE


TAPAN K. BOSE
Directeur de thèse

REMERCIEMENTS

Je désire témoigner ma profonde gratitude à mon directeur de thèse, Docteur Tapan K. Bose, professeur titulaire au département de physique de l'Université du Québec à Trois-Rivières, pour le dévouement qu'il a manifesté dans la direction de ce travail. Son choix du sujet, son étroite collaboration lors des essais expérimentaux, ainsi que ses précieux conseils et ses nombreuses suggestions m'ont guidé tout au cours de la recherche et de la rédaction.

Mes remerciements s'adressent également au Docteur Félix G. de Forest pour l'aide considérable qu'il m'a accordée lors de la rédaction de ce travail et au Docteur Jerzy Sochanski du service de l'informatique pour les judicieux conseils qu'il m'a fournis lors du traitement informatique des données.

Je veux exprimer ma reconnaissance pour l'intérêt spécial porté par le Docteur Adel F. Antippa et l'en remercier ainsi que tous les professeurs du département de physique de l'Université du Québec à Trois-Rivières pour les connaissances théoriques reçues lors des séances de cours et l'aide précieuse qu'ils m'ont toujours accordée.

Ma reconnaissance s'adresse également à Madame Angèle Saint-Pierre pour la patience et la rapidité dont elle a fait preuve en dactylographiant ce travail.

SOMMAIRE

Cet ouvrage se divise en deux parties principales. Dans la première partie, nous considérons la "réflectométrie dans le domaine du temps" comme méthode d'évaluation directe de la fonction de réponse diélectrique. Cette méthode consiste essentiellement à étudier les réflexions multiples produites par une impulsion de tension incidente sur un échantillon diélectrique inséré dans une ligne coaxiale de transmission. Utilisant des simples formules déduites d'une analyse réelle dans le domaine du temps, la fonction de réponse diélectrique, sans assumer au préalable sa forme, est calculée à partir de l'intégrale et de l'auto-convolution jusqu'au deuxième ordre du signal réfléchi. Les calculs tiennent compte de l'amplitude finie de la réflexion dans une approximation de troisième ordre et du temps de montée fini de l'impulsion incidente.

Dans la deuxième partie, nous décrivons en détail le montage expérimental et nous développons notre propre méthode de mesure. Ensuite, nous calculons la fonction de réponse diélectrique de plusieurs alcools en fonction de la température (0 à 50°C) et nous discutons la précision et les limitations de la méthode.

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS	ii
SOMMAIRE.	iii
TABLE DES MATIERES.	iv
LISTE DES FIGURES	vii
LISTE DES TABLEAUX.	x
INTRODUCTION.	1
 CHAPITRE I - DERIVATION DE LA RELATION ENTRE L'IMPULSION REFLE- CHIE DANS LE DOMAINE DU TEMPS ET LA FONCTION DE REPOSE DIELECTRIQUE	 8
1.1 Introduction à la réflectométrie dans le domai- ne du temps	8
1.2 Fonction de réponse diélectrique $\Phi(t)$	11
1.2.1 Introduction	11
1.2.2 La fonction de réponse diélectrique et principe de superposition.	12
1.3 Théorie des lignes coaxiales de transmission.	13
1.3.1 Introduction	13
1.3.2 Description de la ligne coaxiale en termes des éléments de circuit ordi- naire.	15
1.3.3 Equations différentielles des lignes coaxiales.	15
1.3.4 La ligne idéale (sans pertes).	22
1.3.5 Réflexion à la surface d'une disconti- nuité.	27
1.4 Réponse d'un échantillon diélectrique dans une ligne terminée par son impédance caractéristi- que	28
1.5 Comportement instantané	38
1.6 Sommaire.	42
 CHAPITRE II - EQUIPEMENT EXPERIMENTAL.	 44
2.1 Principe d'opération.	44
2.2 Montage expérimental.	47

2.3	Spectromètre dans le domaine du temps.	49
2.3.1	Générateur d'impulsions	49
2.3.2	Prééchantillonneur.	51
2.3.3	Amplificateur et échantillonnage à base de temps.	52
2.3.4	Oscilloscope.	54
2.3.5	Charges adaptées, atténuateurs et lignes coaxiales	54
2.4	Groupe d'acquisition des données	55
2.5	Cellule de mesure et contrôle de la tempéra- ture	58
2.6	Sommaire	60
CHAPITRE III - PROCEDURE EXPERIMENTALE.		61
3.1	Etapes expérimentales.	63
3.2	Mise en marche du système de mesure.	63
3.3	Remplissage et confinement de la cellule de mesure	69
3.4	Prise des signaux et calcul des différents pa- ramètres	71
3.5	Exploitation des résultats	79
3.6	Analyse des erreurs.	80
3.6.1	Introduction.	80
3.6.2	Discussion des erreurs systématiques.	82
3.6.3	Discussion des erreurs digitales.	85
3.6.4	Discussion des erreurs causées par le système d'acquisition des signaux	87
3.7	Discussion des résultats	95
CHAPITRE IV - ETUDE DU COMPORTEMENT DIELECTRIQUE DE QUELQUES ALCOOLS NORMAUX PAR LA METHODE RDT		100
4.1	Introduction	100
4.2	Fonction de réponse diélectrique	103
4.3	Test de fiabilité de la méthode expérimentale.	105
4.4	Résultats des mesures de quelques alcools nor- maux	108

CHAPITRE V - DISCUSSION GENERALE.	112
APPENDICE A	116
APPENDICE B	137
BIBLIOGRAPHIE	166

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Equipement de base pour la mesure dans le domaine du temps	8
Figure 1.2	a) Diagramme représentant une ligne coaxiale contenant un échantillon diélectrique. b) Contributions relatives des différentes réflexions. c) Forme d'onde résultante (idéalisée)	10 10 10
Figure 1.3	Un système S et sa réponse $g(t)$ à une entrée $f(t)$. . .	11
Figure 1.4	Géométrie et convention de signe pour la tension et le courant dans une ligne coaxiale de transmission . .	14
Figure 1.5	Schématisation d'une ligne coaxiale par deux fils parallèles: les conventions d'orientations sont fixées par l'axe $z'z$ et la numération des conducteurs	16
Figure 1.6	Définition de $V(z,t)$ et de $I(z,t)$	17
Figure 1.7	Equation de l'élément de ligne dans le domaine du temps: a) définition de l'élément de ligne de longueur dz . . b) schéma équivalent représentant l'élément de ligne dz	18 18
Figure 1.8	Conventions de signe et superposition des ondes: a) onde progressant vers l'avant b) onde progressant vers l'arrière c) superposition	25 25 26
Figure 1.9	Arrangement expérimental pour une section diélectrique dans une ligne terminée par son impédance caractéristique	28
Figure 1.10	Le tronçon de ligne de longueur ℓ terminé par Z_0	29
Figure 1.11	Forme d'impulsion incidente $V_0(t)$	33
Figure 1.12	Signal $R(t)$ calculé pour un échantillon avec un temps de relaxation $\tau = 10T_m$ pour des longueurs correspondantes à $T_\infty = \frac{1}{2}T_m$, T_m et $2T_m$	41
Figure 2.1	Diagramme schématique d'un spectromètre dans le domaine du temps	44
Figure 2.2	Forme typique de $V(t)$ pour un échantillon diélectrique de longueur finie contenu dans une ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique	46

Figure 2.3	Forme typique de $V(t)$ pour un échantillon mince contenu dans une ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique.	46
Figure 2.4	Photo du montage expérimental.	47
Figure 2.5	Identification des différents appareils.	48
Figure 2.6	Echelon produit par la combinaison HP-1105A/1106B a) chute caractéristique de l'impulsion. b) temps de montée et dépassement.	50 50
Figure 2.7	Opération d'échantillonnage.	52
Figure 2.8	Ligne coaxiale 1) connecteur AMPHENOL 2) vis de contact. 3) disque en plastique 4) conducteur central. 5) conducteur externe.	55 55 55 55 55
Figure 2.9	Groupe d'acquisition des données	57
Figure 2.10	Schéma de la cellule à échantillons liquides	59
Figure 3.1	Connexions entre les panneaux avant des différents appareils.	65
Figure 3.2	Connexions entre les panneaux arrière des différents appareils.	66
Figure 3.3	Remplissage de la cellule.	70
Figure 3.4	Forme d'onde typique de $V(t)$ et sa reconstruction en termes de $V(t)$ et $R(t)$	72
Figure 3.5	Réponse $R(t)$ à l'entrée $V(t)$ quand la théorie des systèmes linéaires est utilisée.	72
Figure 3.6	Codage d'un signal par le DIDAC.	74
Figure 3.7	Détermination graphique du temps de montée de l'échelon incident	75
Figure 3.8	Définition du point "temps de référence" $t = 0$	76
Figure 3.9	Forme typique du comportement instantané d'un échantillon diélectrique contenu dans une ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique	77
Figure 3.10	Forme typique de la réflexion $R(t)$ d'un échantillon diélectrique contenu dans une ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique.	79

Figure 3.11	Erreur de troncature en fonction de la durée d'échantillonnage	83
Figure 3.12	Méthode du point de référence A.	84
Figure 3.13	Représentation schématique d'un échantillon diélectrique inséré dans une ligne coaxiale.	84
Figure 3.14	Schéma du circuit d'intégration connecté à la sortie des circuits de balayage horizontal de l'oscilloscope d'échantillonnage	91
Figure 3.15	Signaux d'entrée, x , et de sortie, x' , du circuit d'intégration.	91
Figure 3.16	a) graphique distance-temps des réflexions multiples b) système de mesure c) Impulsion montrant des réflexions parasites . . . d) amplitude des importantes contributions du signal	93 93 93 93
Figure 3.17	Erreur totale dans τ en fonction de τ	97
Figure 3.18	Comparaison entre les courbes résiduelles de trois $\Phi(t)$ différents.	98
Figure 3.19	La fonction de réponse observée (ligne continue) tordue et décalée par rapport à celle calculée par l'ordinateur (ligne pointillée).	99
Figure 4.1	Variation de l'écart-type de (a) τ et de (b) ϵ_0 en fonction de la température	107
Figure 4.2	Valeurs de ϵ_0 , ϵ_∞ et τ en fonction de la température pour 1-propanol. — Référence 44, ... Référence 45, ... notre travail.	110
Figure 4.3	Valeurs de ϵ_0 , ϵ_∞ et τ en fonction de la température pour 1-butanol. — Référence 46, ... notre travail	110

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Liste des appareils utilisés au cours de l'expérience	64
Tableau 3.2	Précautions à prendre avant la mise en marche du système RDT.	67
Tableau 4.1	Temps de relaxation (en picosec.) pour 1-propanol en fonction de la température et pour des échantillons de longueurs différentes	106
Tableau 4.2	Valeurs de ϵ_0 pour 1-propanol en fonction de la température et pour des échantillons de longueurs différentes.	106
Tableau 4.3	Valeurs de ϵ_0 , ϵ_∞ et τ en fonction de la température	109

INTRODUCTION

L'application de la "spectroscopie dans le domaine du temps" à la mesure des propriétés diélectriques des matériaux est un champ relativement nouveau et possède de grandes possibilités.

Les méthodes utilisées pour mesurer les propriétés diélectriques des matériaux peuvent être classées en deux catégories distinctes (1) fréquence, (2) temps. Dans les paragraphes qui suivent, nous allons examiner les points saillants de ces méthodes.

Normalement, la permittivité diélectrique d'une substance est déterminée en mesurant l'impédance complexe d'un échantillon placé entre les plaques d'un condensateur (à basse fréquence), ou confiné dans une ligne coaxiale¹⁻⁴ (à haute fréquence). Pour faire l'analyse complète du comportement diélectrique d'une substance donnée, il faut avoir une série de mesures couvrant une large bande de fréquences. Ceci prend beaucoup de temps et nécessite plusieurs montages différents adaptés aux différents domaines de fréquence, particulièrement dans la région des micro-ondes.

On peut, cependant, obtenir la même information, et ce dans un temps relativement court, en prenant les mesures non pas dans le domaine de la fréquence, mais plutôt dans celui du temps. L'impulsion utilisée pour la mesure dans le domaine du temps contient simultanément toutes les

fréquences d'intérêt. Dans le passé, les méthodes dans le domaine du temps furent limitées aux basses fréquences. Après la récente découverte des diodes-tunnel qui produisent des impulsions ayant un temps de montée aussi court que 20 picosecondes, il est maintenant possible d'étendre les méthodes de la spectroscopie dans le domaine du temps jusqu'à la région des micro-ondes.

L'utilisation d'une telle méthode capable de couvrir une large bande de fréquences fut rapportée la première fois par Fellner-Feldegg^{5,6} en 1969. Dans cette technique, on observe la réflexion d'une impulsion de tension incidente sur un échantillon diélectrique contenu dans un guide d'onde coaxial, et la méthode est connue sous le nom de "Rélectométrie dans le domaine du temps" (RDT). Cette technique a été développée au début pour détecter les irrégularités d'impédance dans les câbles coaxiaux défectueux et pour étudier la vitesse de propagation dans le milieu diélectriques⁷.

Pour montrer davantage l'importance de la technique RDT dans l'évaluation des processus de relaxation diélectrique, Fellner-Feldegg a travaillé sur quelques alcools aliphatiques, et par une conversion directe des données expérimentales obtenues dans le domaine du temps, il a calculé les paramètres de relaxation de chacun des alcools mesurés. La mauvaise concordance de ses résultats avec des mesures antérieures obtenues dans le domaine de la fréquence n'est cependant pas attribuée à "l'incapacité de la technique RDT à l'évaluation directe des paramètres de la relaxation diélectrique^{8,9}", mais plutôt à une méthode incorrecte d'analyse des données¹⁰.

La première procédure RDT capable de donner des résultats de mesures

en concordance avec ceux du domaine de la fréquence fut rapportée en 1970 par Sugget et ses coéquipiers^{11,12}. Au lieu de tenter une évaluation directe des paramètres de la relaxation diélectrique dans le domaine du temps, ils ont utilisé une méthode d'analyse indirecte qui se base sur la transformée de Fourier, des données expérimentales obtenues dans le domaine du temps. Depuis lors, la procédure d'évaluation indirecte de la relaxation diélectrique par la technique RDT a généré, grâce à son énorme potentiel, un grand intérêt. Ainsi, les améliorations apportées durant les cinq dernières années, sur l'instrumentation aussi bien que sur les méthodes d'analyse des données¹³⁻²⁷, ont permis à la technique RDT non seulement d'atteindre un degré de précision comparable à celui des méthodes dans le domaine de la fréquence, mais aussi de couvrir une large bande de fréquences qui s'étend de 50 KHz à 15 GHz. La largeur de la bande de fréquences est peut-être plus importante, car dans cette bande, les méthodes traditionnelles nécessitent une grande variété d'appareillage de mesure et demandent plusieurs heures d'effort concerté pour obtenir des données qui peuvent être obtenues dans l'espace de quelques minutes en utilisant la technique RDT²⁸. A cause de l'émergence des méthodes d'analyses liées à la transmission de l'impulsion à travers l'échantillon aussi bien qu'à sa réflexion, toutes ces techniques impulsionnelles de hautes fréquences ont été groupées sous le nom de Spectroscopie dans le domaine du temps (SDT).

Malgré le grand succès remporté par ces méthodes d'évaluation indirecte des processus de relaxation diélectrique, il n'en reste pas moins que des résultats précis des mesures par la technique SDT ne s'obtiennent pas sans difficultés majeures, et que les mesures aux fréquences excédant quelques GHz posent un sérieux défi à l'expérimentateur²³. La source de ces difficultés provient de la transformée de Fourier de l'impulsion de tension

incident et du signal réfléchi (ou transmis) de l'échantillon diélectrique.

Devant le succès remporté par ces méthodes d'évaluation indirecte des processus de relaxation diélectrique par la technique SDT, les méthodes d'évaluation directe n'ont connu qu'un échec après l'autre. En 1972, Fellner-Feldegg²⁹ proposa une autre méthode d'évaluation directe, dans le domaine du temps, du processus de relaxation diélectrique. La simplicité de sa méthode d'analyse des données expérimentales nécessite l'utilisation d'échantillons diélectriques tellement minces qu'en pratique la méthode est rendue inapplicable. Tout en indiquant l'impossibilité d'une évaluation directe du comportement diélectrique par la technique SDT, Van Gemert et Bordewijk^{9,30} ont comparé le comportement asymptotique de la réponse transitoire dans le domaine du temps avec le comportement asymptotique du diélectrique dans le domaine de la fréquence, et ont pu dégager quelques comportements concluants.

Les avantages des méthodes d'évaluation directe du comportement diélectrique ne sont devenus apparents qu'en 1974. Partant des relations de dispersion connues dans le domaine de la fréquence, Van Gemert³¹ a analysé mathématiquement la méthode d'échantillon mince de Fellner-Feldegg et il a calculé des facteurs de correction pour le cas d'échantillons épais. Clark et al.³² mesurèrent les paramètres de relaxation diélectrique d'échantillons épais en utilisant la méthode d'analyse de Fellner-Feldegg avec ces facteurs de correction. Après correction, leurs résultats étaient en concordance remarquable avec ceux provenant des méthodes à évaluation indirecte. Cependant le grand handicap de cette méthode est que les analyses des données expérimentales ne pouvaient être effectuées facilement que si la forme de la relaxation diélectrique était prédéterminée. Une autre

méthode d'évaluation directe fut introduite par Springett et Bose²² en 1974. Ils ont développé des équations générales qui tiennent compte du temps de montée fini de l'impulsion incidente et qui permettent l'interprétation des mesures sans la nécessité de supposer au préalable la forme de la relation de dispersion diélectrique. Récemment, Cole^{33,34} proposa une troisième méthode d'évaluation directe (dans le domaine du temps) de la relaxation diélectrique par la technique SDT. Basée sur une approche entièrement nouvelle, cette méthode d'analyse nécessite seulement de simples intégrations numériques de l'impulsion réfléchie et de son auto convolution. Cette méthode élimine presque tous les désavantages et les grandes difficultés inhérentes dans les autres méthodes d'analyse telles que: la nécessité des analyses numériques de Fourier, nécessité de petits intervalles de temps et de très minces échantillons de diélectrique, la difficulté de la mesure des petits signaux et les grandes erreurs résiduelles qui en découlent, la nécessité d'avoir un temps de référence extrêmement précis et celle de supposer à priori la forme de la relaxation diélectrique.

Afin de choisir une bonne méthode d'analyse pour étudier le comportement diélectrique des liquides, nous avons vérifié au laboratoire plusieurs méthodes d'évaluation directe^{29,34} et indirecte^{12,21}, des processus de relaxation diélectrique par la technique SDT. Parmi ces méthodes, celle de Cole se révéla la plus avantageuse, car en plus de permettre une évaluation directe de la fonction de réponse (ou relaxation) diélectrique, l'analyse des données expérimentales est simple.

Cependant, à mesure que nous progressions dans nos essais, essais effectués en fonction de la température et pour des échantillons

diélectriques d'épaisseur différentes, nous nous rendions compte que les résultats obtenus par la méthode d'analyse décrite par Cole^{33,34} n'étaient pas conséquents pour les différentes épaisseurs utilisées. Nous nous sommes aperçus également que l'erreur impliquée dans ces résultats était proportionnelle à l'amplitude de la réponse diélectrique, et cette amplitude dépend aussi bien de la température que de la longueur de l'échantillon utilisé.

Nous montrerons qu'avec des améliorations apportées à la méthode d'analyse des données expérimentales, il est possible d'évaluer directement la fonction de réponse diélectrique avec une précision comparable à toute autre méthode traditionnelle de mesures diélectriques. Dans ce travail, nous nous limiterons d'ailleurs à la discussion théorique et expérimentale de la méthode de Cole. Les autres méthodes auxquelles nous avons consacré trois fois plus de temps ne sont pas discutées dans cette thèse et ce, à cause de leur longueur.

Dans le premier chapitre, nous décrivons la relation qui existe entre la fonction de réponse d'une substance diélectrique et la forme de l'impulsion réfléchie quand un échelon de tension est incident sur un échantillon de cette substance contenu dans une ligne coaxiale. L'existence de cette relation nous permet de déterminer le comportement diélectrique de cette substance à partir des données expérimentales obtenues dans le domaine du temps.

Dans le chapitre II, nous présentons le montage de l'expérience et l'équipement que nous avons utilisé pour effectuer les mesures.

Dans le chapitre III, nous décrivons la procédure expérimentale et

nous présentons une analyse des incertitudes impliquées dans la détermination de la fonction de réponse diélectrique.

Dans le chapitre IV, nous donnons des résultats expérimentaux sur 1-propanol et 1-butanol qui confirment la fiabilité et l'applicabilité de la méthode. Et finalement, nous présentons les résultats des mesures effectuées en fonction de la température sur ces alcools.

CHAPITRE I

DERIVATION DE LA RELATION ENTRE L'IMPULSION REFLECHIE DANS LE DOMAINE DU TEMPS ET LA FONCTION DE REPOSE DIELECTRIQUE

1.1 INTRODUCTION A LA REFLECTOMETRIE DANS LE DOMAINE DU TEMPS

Le système de réflectométrie dans le domaine du temps utilisé dans la détermination des propriétés diélectriques est montré schématiquement dans la figure 1.1. Il est composé d'un générateur d'échelons de tension

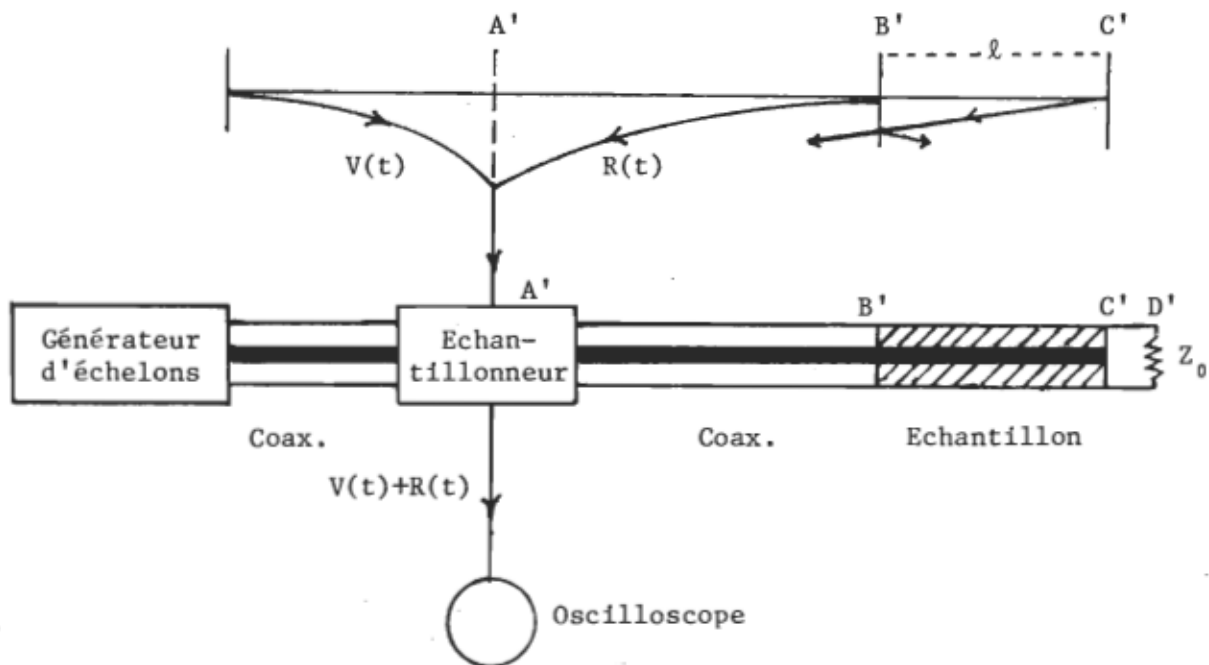


Figure 1.1 Equipement de base pour la mesure dans le domaine du temps.

qui produit des échelons ayant un temps de montée très rapide (environ 30×10^{-12} secondes), d'une cellule qui contient le diélectrique (ici une section d'une ligne coaxiale de 6 cm de longueur), et entre ces deux, d'un système électronique d'échantillonnage et d'affichage pour détecter le signal instantané de tension qui existe entre les deux conducteurs de la ligne coaxiale. Le générateur et la cellule sont reliés par une ligne coaxiale ordinaire (c'est-à-dire remplie d'air) qui traverse en mode "feedthrough" l'échantillonneur. Le système d'échantillonnage électronique est nécessaire vu le temps de montée très rapide des impulsions.

Le signal complet vu par l'échantillonneur au point A' est la somme de plusieurs signaux: l'échelon incident du générateur (venant de la gauche), celui produit par la réflexion sur la face avant B', et ceux des réflexions multiples sur la face arrière C' du diélectrique (toutes ces réflexions venant de la droite). Vu que l'indice de réfraction du diélectrique est plus grand que celui de l'air, le signal réfléchi venant de B' sera de signe opposé à celui de l'échelon incident, tandis que ceux venant de C' seront de même signe. Vu les décalages en temps entre l'échelon incident et les réflexions différentes, le signal composé mesuré par l'échantillonneur à A' est comme indiqué à la figure 1.2.

Au delà du point C', il faut terminer la ligne par une terminaison adaptée d'impédance Z_0 (figure 1.2) de façon à ce que les ondes transmises vers la droite de C' ne produisent pas d'autres réflexions à D' qui viendraient interférer avec les autres au point A'. Dans ce cas, les réflexions multiples entre les deux points B' et C' produisent un spectre de réflexions dont la somme converge vers l'amplitude V_0 de l'échelon incident.

Dans les sections suivantes, la relation entre la tension réfléchie

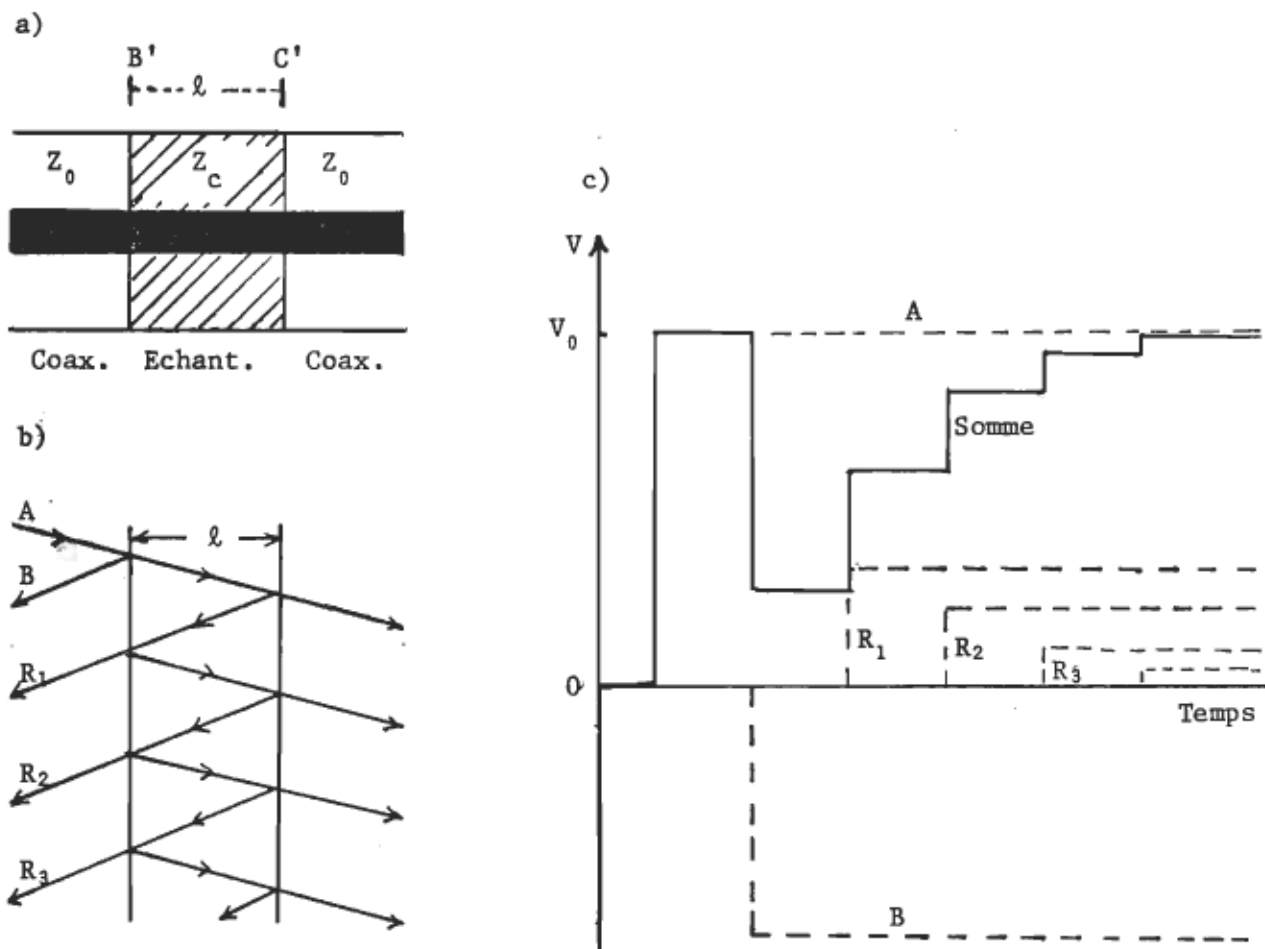


Figure 1.2 a) Diagramme représentant une ligne coaxiale contenant un échantillon diélectrique.
 b) Contributions relatives des différentes réflexions.
 c) Forme d'onde résultante (idéalisée).

$R(t)$ et la fonction de réponse diélectrique $\phi(t)$ sera dérivée. Ceci est fait en discutant en premier, dans la section 1.2, la dépendance de la polarisation d'un milieu diélectrique subissant l'application soudaine d'une tension variable $V_0(t)$. Dans la section 1.3, nous discutons de la distribution de tension et du courant dans une ligne coaxiale exprimée en fonction des éléments des circuits ordinaires. Dans la section 1.4, nous dérivons la relation entre la tension réfléchie $R(t)$ et la tension incidente $V_0(t)$ pour une section diélectrique contenue dans une ligne de transmission.

1.2 FONCTION DE REPONSE DIELECTRIQUE $\Phi(t)$

1.2.1 INTRODUCTION

La connaissance du comportement dynamique d'un système physique peut être obtenue en étudiant la réponse du système à une perturbation de sa situation d'équilibre. Ceci peut être fait, par exemple, en déclenchant un signal périodique, une impulsion, un échelon, un bruit ou n'importe quelle autre fonction d'entrée. Ceci est indiqué de façon schématique dans la figure 1.3 qui utilise les symboles $f(t)$ et $g(t)$ pour respectivement les signaux d'entrée et de sortie. Le facteur S est utilisé pour noter le comportement du système transformant $f(t)$ en $g(t)$.

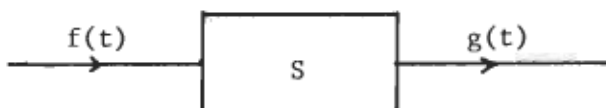


Figure 1.3 Un système S et sa réponse $g(t)$ à une entrée $f(t)$.

Le système S est supposé linéaire et causal, ce qui signifie le suivant:

linéaire: l'entrée $f(t)$, si elle est constituée d'une somme de n'importe quelles deux fonctions $f_1(t)$ et $f_2(t)$, produit une sortie $g(t)$ qui est la somme de deux réponses indépendantes $g_1(t)$ (réponse à $f_1(t)$) et $g_2(t)$ (réponse à $f_2(t)$).

causal: l'entrée $f(t)$ déclenchée au temps $t = 0$ ne peut pas causer une sortie $g(t)$ à $t < 0$. Cette condition de causalité, qui apparaît

plutôt triviale, conduit aux relations de Kramers-Kronig³⁵.

Dans la section suivante, nous dérivons la réponse d'un système diélectrique en se basant sur le principe de superposition qui est valable seulement dans le cas d'un système linéaire et causal. Ces deux conditions, linéarité et causalité, sont satisfaites pour la plupart des systèmes diélectriques sauf avec peut-être quelques restrictions sur la première, mais cette restriction est surmontée facilement en se limitant à des entrées $f(t)$ de faible amplitude.

1.2.2 LA FONCTION DE REPONSE DIELECTRIQUE ET PRINCIPE DE SUPERPOSITION

Supposons que durant un intervalle de temps entre t' et $t' + dt'$ une tension $V(t')$ ait été appliquée sur un échantillon diélectrique compris entre les deux électrodes d'un condensateur C , et que la tension est nulle à l'extérieur de cet intervalle de temps. Il en résulte que des charges $\pm Q(t)$ apparaissent sur les électrodes du condensateur. Après l'enlèvement de la tension, ces charges s'annulent graduellement. On suppose en plus que le changement de la réponse $dQ(t)$ durant un intervalle de temps dt , à n'importe quel $t > t'$, est linéairement proportionnel à $dV(t')$; la proportionnalité étant, cependant, dépendante du temps en général. On peut alors écrire la réponse à $dV(t')$ comme:

$$dQ(t) = C\phi(t-t')dV(t') \quad (1.1)$$

où $\phi(t-t')$ est la fonction de réponse du diélectrique à un échelon linéaire.

Pour une tension dépendante du temps, $V(t')$, qui, comme dans notre cas (voir figure 1.2), peut être vue comme étant la superposition de plusieurs fonctions échelons commençant à différents temps $t' < t$, le

principe de superposition dit que la réponse résultante est égale à la somme des réponses $dQ(t)$ à chaque échelon, ou à la limite d'une fonction continue $V(t')$ à l'intégrale sur toutes ces réponses:

$$Q(t) = C \int_0^t dt' \frac{dV(t')}{dt'} \phi(t-t') \quad (1.2)$$

où on a supposé que $V(t')$ est appliqué à $t' = 0$. Pour développer l'équation (1.2) une intégration par parties donne:

$$Q(t) = C[V(t')\phi(t-t')]\Big|_{t'=0}^{t'=t} + \int_0^t dt' V(t') \frac{d}{dt'} \phi(t-t')$$

Au temps $t' = t$, il y a une réponse instantanée ($\phi(0)$) qui correspond à la partie de la charge Q qui suit la tension pratiquement immédiatement, et qui, en vue de la signification physique donnée à la permittivité limite ϵ_∞ aux hautes fréquences, est supposée égale à $C\epsilon_\infty V(t)$. L'expression (1.2) devient alors (puisque $V(0) = 0$):

$$Q(t) = C[\epsilon_\infty V(t) + \int_0^t dt' \dot{\phi}(t-t')V(t')] \quad (1.3)$$

1.3 THEORIE DES LIGNES COAXIALES DE TRANSMISSION

1.3.1 INTRODUCTION

En général, une ligne de transmission est formée de deux conducteurs séparés par un espace rempli de matériel diélectrique. La transmission d'un champ électromagnétique est couplée à une différence de potentiel entre les conducteurs et un courant circulant à travers ces conducteurs. Mesurés dans un plan transversal, les courants dans les deux conducteurs ont la même amplitude mais sont en directions opposées.

Bien que les conducteurs peuvent être de n'importe quelle géométrie

et matériel conducteur, la seule ligne considérée dans ce travail est la ligne coaxiale qui est formée de deux cylindres de révolution coaxiaux, les rayons de base étant respectivement a et b . Ces cylindres conducteurs sont séparés par un milieu diélectrique quelconque, par exemple l'air ou tout autre matériel isolant. La figure 1.4 montre la géométrie et les conventions de signe pour la tension et le courant. La symétrie de révolution entraîne que tout plan méridien soit plan de symétrie: il en résulte que le vecteur champ \vec{E} ne peut avoir qu'une composante radiale.

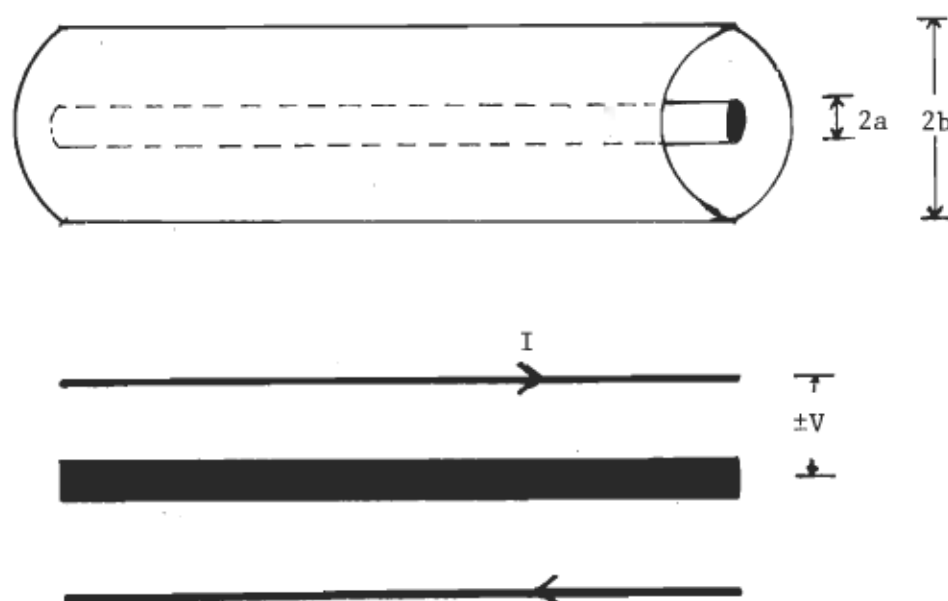


Figure 1.4 Géométrie et convention de signe pour la tension et le courant dans une ligne coaxiale de transmission.

Dans la section suivante, nous décrivons la ligne coaxiale en termes des éléments de circuit ordinaire afin d'utiliser ce concept pour déduire les équations différentielles de la ligne coaxiale.

1.3.2 DESCRIPTION DE LA LIGNE COAXIALE EN TERMES DES ELEMENTS DE CIRCUIT ORDINAIRE

La propagation d'un champ électromagnétique le long d'une ligne coaxiale, remplie d'un matériel diélectrique, sera décrite par la distribution de la tension et du courant le long de la ligne. Le comportement du milieu diélectrique sera décrit en termes de la fonction de réponse diélectrique, $\Phi(t)$, dérivée dans la section précédente. La ligne coaxiale est divisée en parties infinitésimales de longueur dz . Le changement de tension et de courant à travers la longueur dz est décrit par les paramètres usuels R_ℓ (ohm.m^{-1}), L_ℓ (henry.m^{-1}), C_ℓ (farad.m^{-1}) et G_ℓ (mho.m^{-1}) représentant la résistance et l'inductance d'un mètre de la ligne coaxiale, la capacitance et la conductance entre les deux conducteurs sur une longueur d'un mètre de la ligne. Il faut noter ici que ces grandeurs linéiques sont chacune d'un ordre de grandeur très petit vis-à-vis des résistances, inductances, capacitances et conductances des éléments de circuit ordinaire.

Les valeurs des paramètres R_ℓ , L_ℓ , C_ℓ et G_ℓ , qui sont constants sur la ligne, sont déterminées par la géométrie, les dimensions et le matériel des conducteurs ainsi que le milieu diélectrique présent dans la ligne.

1.3.3 EQUATIONS DIFFERENTIELLES DES LIGNES COAXIALES*

Dans cette section on envisage le cas d'une ligne coaxiale infinie que l'on schématisera éventuellement, pour simplifier les dessins, par deux

(*) La démonstration suivante des équations des lignes de transmission est différente de celle qu'on rencontre habituellement dans les livres classiques, cependant, cette démonstration a l'avantage de mieux s'adapter à l'étude de notre problème.

fils parallèles (figure 1.5) en prenant les précautions suivantes:

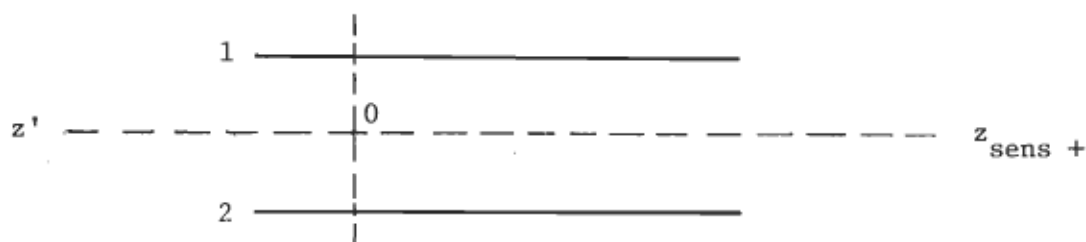


Figure 1.5 Schématisation d'une ligne coaxiale par deux fils parallèles: les conventions d'orientations sont fixées par l'axe $z'z$ et la numération des conducteurs.

- on note par un axe orienté $z'z$ la direction positive le long de la ligne; cette orientation servira à repérer la valeur algébrique des courants.

- on ne marque pas la direction positive transversale, à cause de la symétrie coaxiale. On attribue un indice à chaque conducteur: on fixe ainsi la convention de signe pour la grandeur pseudo-potentiel dans une section (voir figure 1.6 comme exemple).

L'état électrique de la ligne sera défini par la valeur $V(z,t)$ de la tension électrique entre deux points MM' situés sur le même plan transverse sur les deux conducteurs coaxiaux, M sur le conducteur extérieur n° 1, M' sur le conducteur intérieur n° 2, à la même abscisse z et à l'instant t . On définira $V(z,t) = V_M - V_{M'}$, V_M et $V_{M'}$ étant les potentiels en M et M' , à l'instant t , repérés par rapport à une origine arbitraire.

Les valeurs des courants sont $I(z,t)$ à M et $-I(z,t)$ à M' à l'instant t . La symétrie impose cette condition pour deux fils coaxiaux,

car la deuxième solution qui permettrait la symétrie, $+I(z,t)$ en M' , est rendue ici impossible par la nature de l'excitation. On suppose en effet implicitement que la ligne est alimentée à l'une de ses extrémités éloignées par une source qui impose à l'entrée la condition:

$$I(M) = -I(M') \quad (1.4)$$

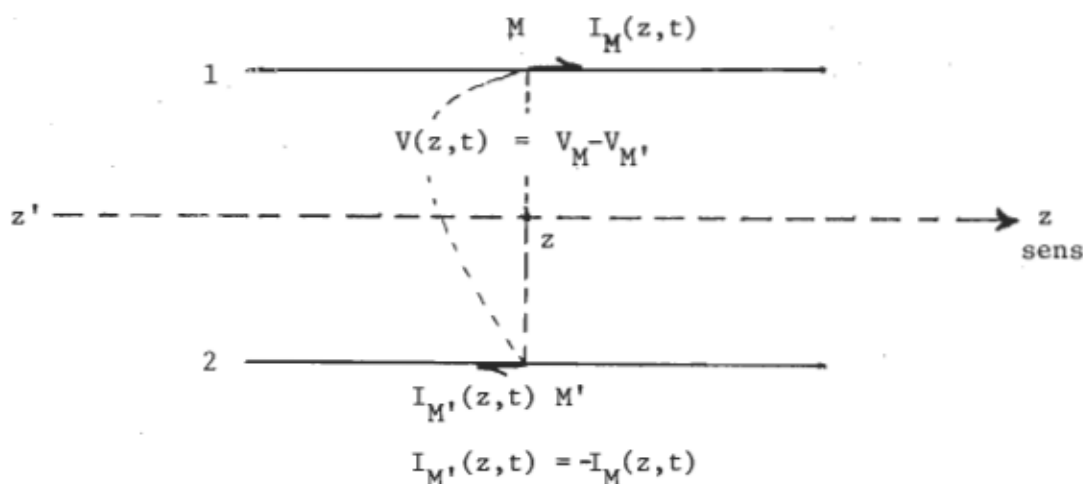


Figure 1.6 Définition de $V(z,t)$ et de $I(z,t)$.

Les deux lois qui vont suffire à déterminer le régime permanent sont la loi d'Ohm et la conservation du courant, que l'on va écrire pour un élément de ligne MN et $M'N'$ de longueur infiniment petite dz , MM' étant dans le plan z et NN' dans le plan $z + dz$ (voir figure 1.7).

Les constantes correspondant à un élément de ligne dz sont: $R_\ell dz$, $L_\ell dz$, $G_\ell dz$ et $C_\ell dz$. Aux ondes de tension et courant dans une ligne on trouve associés respectivement un flux électrostatique Ψ et un flux électromagnétique χ , tel que pour chaque élément dz de la ligne³⁶:

$$d\chi = IL_{\ell} dz \quad (1.5)$$

$$d\Psi = VC_{\ell} dz \quad (1.6)$$

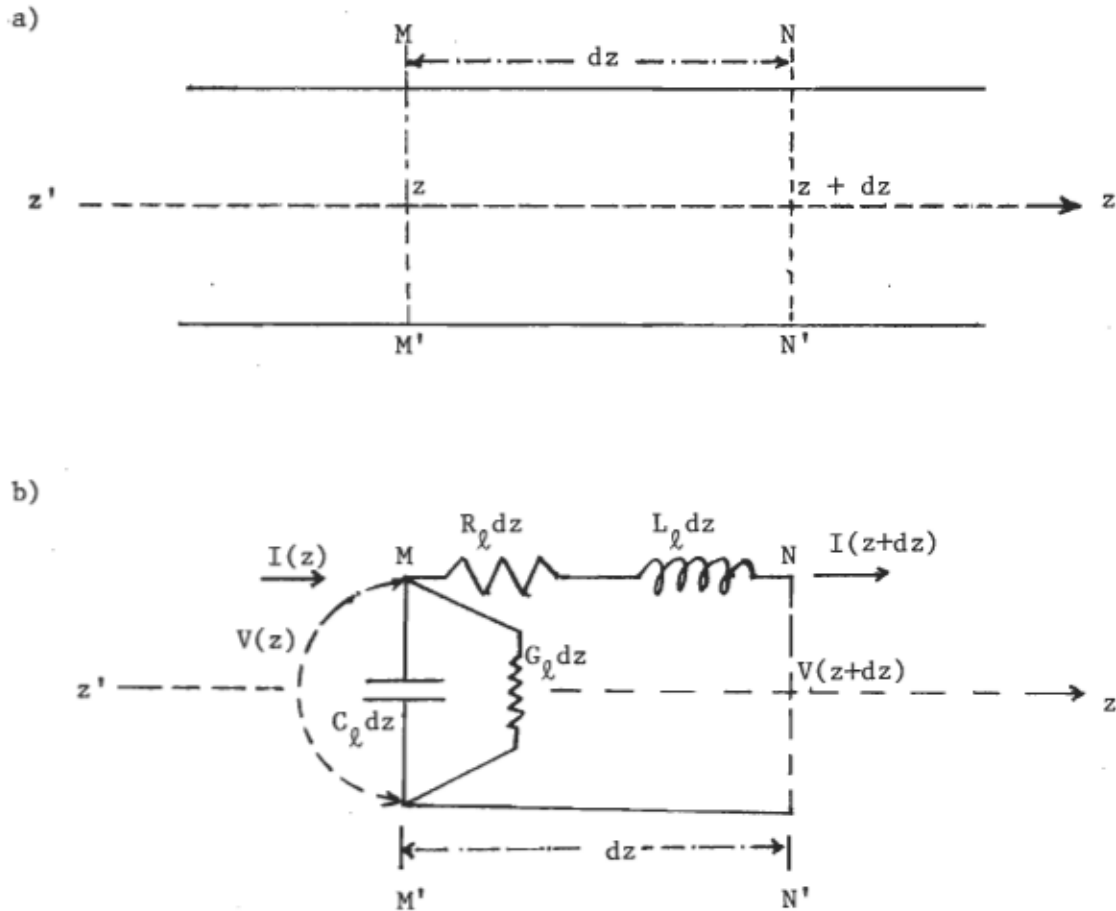


Figure 1.7 Equation de l'élément de ligne dans le domaine du temps:
 a) définition de l'élément de ligne de longueur dz ,
 b) schéma équivalent représentant l'élément de ligne dz .

La chute de tension entre M et N, $V(M) - V(N) = -\frac{\partial V}{\partial z} dz$ qui se produit dans l'élément de ligne dz , est causée par la chute ohmique $R_{\ell} dz I$, et la force électromagnétique d'auto-induction qui y contribue par $\frac{\partial}{\partial t} (d\chi)$, si bien que l'on a :

$$-\frac{\partial V}{\partial z} dz = R_\ell dz I + \frac{\partial}{\partial t} (d\chi) = (R_\ell + L_\ell \frac{\partial}{\partial t}) Idz \quad (1.7)$$

Le changement total dans le courant $I(M)$ est dû en partie au courant d'écoulement causé par la conductance $G_\ell dz$, et en partie au courant de charge causé par la capacitance $C_\ell dz$, si bien que $I(N)$ est affaibli de la quantité:

$$G_\ell dz V + \frac{\partial}{\partial t} (d\Psi)$$

comme

$$\begin{aligned} I(M) - I(N) &= -\frac{\partial I}{\partial z} dz \\ -\frac{\partial I}{\partial z} dz &= (G_\ell + C_\ell \frac{\partial}{\partial t}) V dz \end{aligned} \quad (1.8)$$

cancellant dz de deux côtés des équations (1.7) et (1.8), et substituant l'opérateur Heaviside p ($= \partial/\partial t$) pour la dérivée par rapport au temps, (1.7) et (1.8) deviennent:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V}{\partial z} &= (R_\ell + L_\ell p) I = Z_\ell I \\ -\frac{\partial I}{\partial z} &= (G_\ell + C_\ell p) V = Y_\ell V \end{aligned} \quad (1.9)$$

où $Z_\ell = R_\ell + L_\ell p$ est l'opérateur d'impédance unitaire ou linéique longitudinale et $Y_\ell = G_\ell + C_\ell p$ est l'opérateur d'admittance unitaire ou linéique transversale. Les lois fondamentales imposent donc des conditions qui se traduisent par un ensemble de deux équations aux dérivées partielles linéaires. La forme générale (1.9), (1.10) se prête bien à l'élimination d'une des fonctions descriptives, V ou I , au profit de l'expression de la solution par l'autre. Le choix entre V et I dans cette élimination est aussi arbitraire, et on obtient le même genre d'équation pour l'une ou l'autre grandeur. Pour l'équation (1.9) l'élimination est peu compliquée

et pour V on dérivera en z et l'on substituera dans le résultat la valeur de $(\partial I / \partial z)$ tirée de (1.9):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} &= -Z_{\ell} \frac{\partial I}{\partial z} \\ &= Y_{\ell} Z_{\ell} V \end{aligned} \quad (1.10)$$

Ainsi on est amené à l'équation d'onde dite "des télégraphistes" qui revêt les formes suivantes:

pour la tension $V(z,t)$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - [R_{\ell} G_{\ell} + (R_{\ell} C_{\ell} + G_{\ell} L_{\ell})p + L_{\ell} C_{\ell} p^2] V = 0 \quad (1.11)$$

pour le courant $I(z,t)$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - [R_{\ell} G_{\ell} + (R_{\ell} C_{\ell} + G_{\ell} L_{\ell})p + L_{\ell} C_{\ell} p^2] I = 0 \quad (1.12)$$

On simplifiera l'écriture en posant

$$\gamma^2 = Y_{\ell} Z_{\ell} = [R_{\ell} G_{\ell} + (R_{\ell} C_{\ell} + G_{\ell} L_{\ell})p + L_{\ell} C_{\ell} p^2] \quad (1.13)$$

γ est la "constante de propagation" et l'on a

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \gamma^2 V = 0 \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - \gamma^2 I = 0 \quad (1.15)$$

L'équation d'onde revêt la forme élémentaire d'une équation différentielle du 2ième ordre à coefficients constants; cette forme est identique pour le voltage et le courant, cependant les solutions pour V et I différeront seulement dans les conditions initiales et terminales. Des solutions simples à ces équations ont été obtenues depuis plusieurs années par Heaviside en

Angleterre et par Poincaré en France.

Résolvant (1.11) comme une équation différentielle ordinaire en z et ensuite trouvant I de (1.10), il en résulte les équations:

$$V = f_1(t)e^{\gamma z} + f_2(t)e^{-\gamma z} \quad (1.16)$$

$$I = -Y_\ell \int V dz = -(Y_\ell/Z_\ell)^{1/2} [f_1(t)e^{\gamma z} - f_2(t)e^{-\gamma z}] \quad (1.17)$$

dans lesquelles $f_1(t)$ et $f_2(t)$ sont des constantes d'intégration par rapport à z seulement et sont donc des fonctions arbitraires en t . Les équations (1.16) (1.17) sont des solutions opérationnelles générales en terme de l'opérateur p . L'opérateur:

$$\begin{aligned} \gamma &= (Z_\ell Y_\ell)^{1/2} = [(R_\ell + L_\ell p)(G_\ell + C_\ell p)]^{1/2} \\ &= (L_\ell C_\ell)^{1/2} [(p + R_\ell/L_\ell)(p + G_\ell/C_\ell)]^{1/2} \end{aligned} \quad (1.18)$$

prend la forme

$$\begin{aligned} \gamma &= (Z_\ell Y_\ell)^{1/2} = (1/c) [(p+\alpha+\beta)(p+\alpha-\beta)]^{1/2} \\ &= (1/c) [(p+\alpha)^2 - \beta^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (1.19)$$

dans laquelle

$$c = (L_\ell C_\ell)^{-1/2} \quad \text{identifiée plus tard comme vitesse de propagation} \quad (1.20)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{R_\ell}{L_\ell} + \frac{G_\ell}{C_\ell} \right) \quad \text{est la constante d'atténuation, et} \quad (1.21)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{R_\ell}{L_\ell} - \frac{G_\ell}{C_\ell} \right) \quad \text{est la constante de longueur d'onde}$$

De plus,

$$\begin{aligned}
 (Z_\ell/Y_\ell)^{1/2} &= [(R_\ell + L_\ell p)/(G_\ell + C_\ell p)]^{1/2} \\
 &= (L_\ell/C_\ell)^{1/2} [(p + R_\ell/L_\ell)/(p + G_\ell/C_\ell)]^{1/2} \\
 &= (L_\ell/C_\ell)^{1/2} [(p+\alpha+\beta)/(p+\alpha-\beta)]^{1/2} \\
 &= Z(p)
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

dans laquelle $Z(p)$ est appelé opérateur "d'impédance caractéristique" et son inverse $Y(p)$ opérateur "d'admittance caractéristique" de la ligne. Evidemment, les solutions de (1.16) et (1.17) dépendent grandement des caractères des opérateurs (1.18) et (1.22) qui à leur tour dépendent des constantes de la ligne; elles dépendent aussi bien des conditions initiales et terminales qui fixent $f_1(t)$ et $f_2(t)$. Il y a, bien sûr, un nombre infini de solutions de (1.16) et (1.17) correspondantes aux différentes constantes des lignes et aux conditions de frontières. Cependant, dans ce travail, on s'intéresse seulement à un cas très particulier: celui d'une ligne idéale sans pertes.

1.3.4 LA LIGNE IDEALE (SANS PERTES)

Si les pertes dans la ligne sont négligeables, $R_\ell = 0$ et $G_\ell = 0$; ce qui reste des équations (1.18) à (1.22) donne:

$$\gamma = (Z_\ell Y_\ell)^{1/2} = p(L_\ell C_\ell)^{1/2} = p/c \tag{1.23}$$

$$Z(p) = Z_c = (Z_\ell/Y_\ell)^{1/2} = (L_\ell/C_\ell)^{1/2} \tag{1.24}$$

alors (1.16) et (1.17) donnent:

$$V = f_1(t)e^{zp/c} + f_2(t)e^{-zp/c} \quad (1.25)$$

$$I = -Y_c[f_1(t)e^{zp/c} - f_2(t)e^{-zp/c}] \quad (1.26)$$

D'après le théorème de Taylor

$$\begin{aligned} f(t+a) &= f(t) + af'(t) + \frac{a^2}{2!} f''(t) + \dots \\ &= (1 + ap + \frac{a^2}{2!} p^2 + \dots) f(t) \\ &= e^{ap} f(t) \end{aligned} \quad (1.27)$$

Si (1.27) est comparée avec (1.25) et (1.26), leurs solutions apparaissent immédiatement comme

$$V = f_1(t+z/c) + f_2(t-z/c) \quad (1.28)$$

$$I = -Y_c f_1(t+z/c) + Y_c f_2(t-z/c) \quad (1.29)$$

On peut arriver aux mêmes résultats plus facilement en supposant tout simplement $f(t+az)$ comme solution de l'équation différentielle et en la substituant dans (1.11) - avec $R_\ell = 0$ et $G_\ell = 0$, bien sûr - qui est

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = (p/c)^2 V$$

et la substitution par $f(t+az)$ résulte en

$$a^2 f''(t+az) = (1/c)^2 f''(t+az)$$

à partir de laquelle

$$a = \pm 1/c$$

et alors (1.28) est la solution complète.

Si on se demande la signification physique des solutions données par (1.28) et (1.29), on peut dire que n'importe quelle fonction de la forme $f(t \pm z/c)$ ou $f(z \pm ct)$ représente une distribution rigide, ou onde progressive; car pour chaque valeur de t on trouve une valeur correspondante de z telle que $(z \pm ct)$ a une valeur constante et par conséquent définit un plan fixe sur $f(z \pm ct)$. Les valeurs correspondantes de z et t , qui définissent le même plan sur une onde, sont données par:

$$t - z/c = \lambda_2 \quad (1.30)$$

pour les ondes qui se propagent vers l'avant, dans le sens des z positifs, et

$$t + z/c = \lambda_1 \quad (1.31)$$

pour les ondes qui se propagent vers l'arrière, dans le sens des z négatifs.

Leur vitesse de propagation sont trouvées en différenciant (1.30) et (1.31), tout en se souvenant que les dérivées des constantes λ_1 et λ_2 sont nulles, ainsi

$$\frac{dz}{dt} = c = (L_\ell C_\ell)^{-1/2} \quad (1.32)$$

pour l'onde qui se propage vers l'avant, et

$$\frac{dz}{dt} = -c = -(L_\ell C_\ell)^{-1/2} \quad (1.33)$$

pour l'onde qui se propage vers l'arrière.

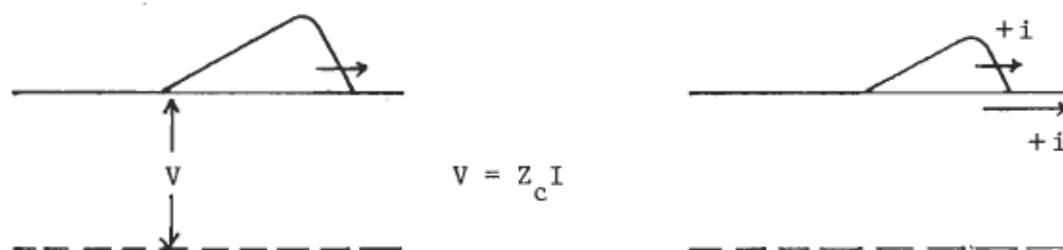
Ainsi on voit que les distributions de tension et de courant des (1.25) et (1.26) se propagent comme des ondes progressives et chacune peut constituer une onde f_2 progressant dans le sens des z positifs et une onde

f_1 progressant dans le sens des z négatifs; toutes les deux ayant la même vitesse $c = (L_\ell C_\ell)^{-1/2}$. On note aussi en comparant (1.25) et (1.26) que:

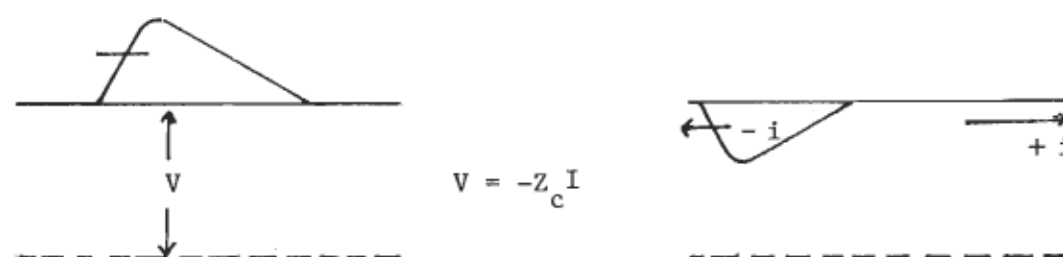
$$\begin{aligned} V/I &= (L_\ell/C_\ell)^{1/2} = Z_c = 1/Y \quad \text{pour l'onde } f_2 \\ V/I &= -(L_\ell/C_\ell)^{1/2} = -Z_c = -1/Y \quad \text{pour l'onde } f_1 \end{aligned} \quad (1.34)$$

ce qui veut dire que le rapport tension/courant est constant. Il a les dimensions d'ohms puisqu'il représente un rapport instantané d'une tension à un courant. Les ondes de tension et de courant sont une réplique exacte l'une de l'autre, mais tandis que les ondes de tension et de courant progressant dans le sens des z positifs sont de même signe, celles progressant dans le sens des z négatifs sont de signes opposés (voir figure 1.8). Tout ceci signifie que le courant circule dans la direction de propagation d'une onde de tension positive.

a)



b)



c)



Figure 1.8 Conventions de signe et superposition des ondes:
 a) onde progressant vers l'avant
 b) onde progressant vers l'arrière
 c) superposition.

Le fait que les solutions (1.25) et (1.26) contiennent simultanément une onde progressant vers l'avant et une autre progressant vers l'arrière ne veut pas dire que les deux ondes doivent être actuellement présentes. Chaque onde en elle-même est une solution de l'équation différentielle et si une seule onde satisfait les conditions aux frontières, l'autre onde n'est pas nécessaire dans la solution, comme c'est le cas pour une ligne de longueur infinie et ne contenant aucune discontinuité ou changement d'impédance. De l'autre côté, il ne faut pas supposer qu'une seule onde progressant dans le sens positif et une autre progressant dans le sens négatif satisferont les conditions de toute ligne comme c'est le cas d'une ligne ne présentant qu'une seule discontinuité. Plus généralement, (1.25) et (1.26) satisfont l'équation différentielle pour n'importe quelles fonctions f_1 et f_2 et par conséquent n'importe quelles fonctions f_1 et f_2 satisfont l'équation différentielle, telle qu'une solution complète prend la forme:

$$V = \Sigma [f_1(t+z/c) + f_2(t-z/c)] \quad (1.35)$$

$$I = \Sigma Y_c [f_1(t+z/c) - f_2(t-z/c)] \quad (1.36)$$

Pour une ligne coaxiale ayant un conducteur interne de rayon a , un conducteur externe de rayon b et contenant un diélectrique de permittivité ϵ , les calculs de L_ℓ et C_ℓ donnent³⁷ :

$$L_\ell = (\mu\mu_0/2\pi)\ell\ln(b/a) \quad (1.37)$$

$$C_\ell = (2\pi\epsilon\epsilon^*)/\ell\ln(b/a) \quad (1.38)$$

où μ est la perméabilité magnétique du vide, μ la perméabilité magnétique relative des conducteurs qui sont présumés non-ferromagnétiques, ϵ est la permittivité diélectrique du vide et ϵ^* la permittivité relative du matériel diélectrique remplissant la ligne.

Alors, la vitesse de propagation devient:

$$c = 3 \times 10^{10} \epsilon^{*-1/2} \text{ cm.sec.}^{-1} \quad (1.39)$$

et l'impédance de la ligne devient:

$$Z_c = 60 \epsilon^{*-1/2} \ell\ln(b/a) \text{ ohms} \quad (1.40)$$

On note d'après les équations (1.39) et (1.40) que dans une ligne coaxiale vide ($\epsilon^* = 1$) les ondes de tension et de courant se propagent à la vitesse de la lumière ($c_0 = 3 \times 10^{10} \text{ cm.sec.}^{-1}$) et que l'impédance deviendra une constante ($Z_0 = 60\ell\ln(b/a)$) qui dépend uniquement du rapport des rayons. La présence d'un diélectrique dans la ligne diminuera et la vitesse de propagation et l'impédance par un facteur ($\epsilon^{*-1/2}$) qui dépend uniquement de la nature du matériel diélectrique remplissant la ligne.

1.3.5 REFLECTION A LA SURFACE D'UNE DISCONTINUITÉ

Quand une ligne de transmission contient un changement d'impédance,

une partie de l'onde incidente est réfléchiée et l'autre partie est transmise. La première se propage dans le sens des z négatifs affectée d'une impédance négative ($-Z_c$), tandis que la deuxième partie, l'onde transmise, se propage (comme l'onde incidente) dans le sens des z positifs affectée d'une impédance positive ($+Z_c$), (voir figure 1.8). La forme et l'amplitude de la partie réfléchiée (ou transmise) ne dépend que de deux facteurs, soit la nature de l'onde incidente et la discontinuité, qui est dans notre cas un changement abrupt du milieu diélectrique. Dans la section suivante, on va dériver la relation qui existe entre la fonction de réponse diélectrique, $\Phi(t)$, d'une part et les tensions incidentes et réfléchiées, $V_0(t)$ et $R(t)$, d'autre part. Cela dans le cas d'un échantillon diélectrique contenu dans une ligne de transmission terminée par son impédance caractéristique, Z_0 .

1.4 REPONSE D'UN ECHANTILLON DIELECTRIQUE DANS UNE LIGNE TERMINEE PAR SON IMPEDANCE CARACTERISTIQUE

Dans l'arrangement expérimental montré dans la figure 1.9, un échantillon de longueur finie, ℓ , est inséré dans la ligne coaxiale supposée

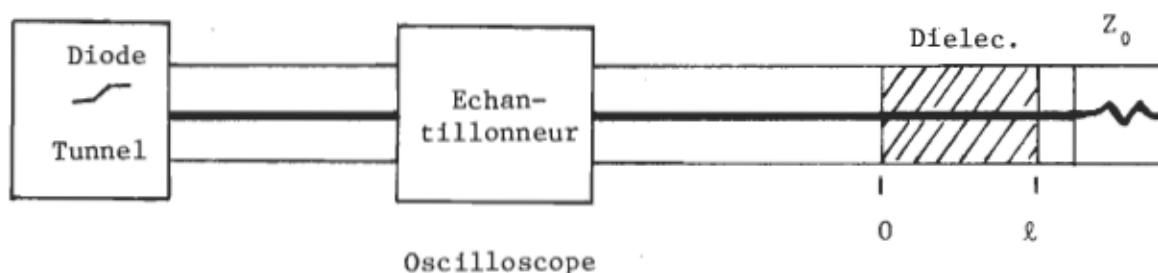


Figure 1.9 Arrangement expérimental pour une section diélectrique dans une ligne terminée par son impédance caractéristique.

sans pertes et qui est terminée par son impédance caractéristique $Z_0 = Z_c$. Cette situation peut être illustrée par une demi-ligne de longueur ℓ et d'impédance Z_c , impédance du milieu diélectrique, suivie d'une "impédance terminale" Z_0 placée au bout de la ligne ($z=\ell$) (voir figure 1.10). Z_u est l'impédance équivalente de la section diélectrique plus la terminaison Z_0 en parallèle. On représente l'impulsion de tension incidente par $V_0(t)$ et l'impulsion de tension réfléchie par $R(t)$.

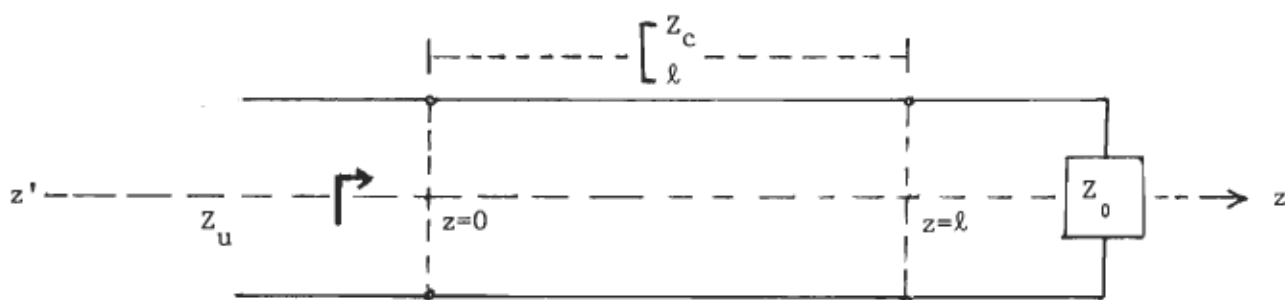


Figure 1.10 Le tronçon de ligne de longueur ℓ terminé par Z_0 .

A l'aide des relations dérivées dans une section précédente et qui sont résumées dans le tableau suivant, on déterminera alors facilement les fonctions f_2 et f_1 , et on leur trouve une interprétation physique.

$$V(t, z) = f_2(t - z/c) + f_1(t + z/c) \quad (1.28')$$

$$I(t, z) = Y_c [f_2(t - z/c) - f_1(t + z/c)] \quad (1.29') \quad (1.41)$$

$$Z_c = Y_c^{-1} = (L_\ell / C_\ell)^{1/2} \quad (1.34')$$

En effet, à $z = 0$ on a $V(t,0)/I(t,0) = Z_u$, ce qui fournit la condition:

$$\frac{f_2(t) + f_1(t)}{f_2(t) - f_1(t)} = \frac{Z_u}{Z_c} \quad (1.42)$$

et les rapports:

$$\frac{f_1(t,z)}{f_2(t,z)} = \rho_z, \quad \frac{f_1(t,0)}{f_2(t,0)} = \rho_0 \quad (1.43)$$

La solution apparaît sous la forme:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad V(t,z) &= [f_2(t-z/c)](1+\rho_z) \\ \text{b)} \quad I(t,z) &= \frac{f_2(t-z/c)}{Z_0} (1-\rho_z) \end{aligned} \quad (1.44)$$

Le nombre complexe ρ est appelé "coefficient de réflexion". En faisant $z = 0$, on obtient:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad V(t,0) &= [f_2(t)](1+\rho_0) \\ \text{b)} \quad I(t,0) &= \frac{f_2(t)}{Z_0} (1-\rho_0) \end{aligned} \quad (1.45)$$

Dans la configuration qui nous intéresse, $f_2(t)$ n'est que l'impulsion de tension incidente, $V_0(t)$, et $f_1(t)$, ($=\rho_0 f_2(t)$), n'est que la tension réfléchie $R(t)$.

Au temps $t = 0$ et à la surface de séparation air-diélectrique ($z=0$), la tension totale $V(t)$ est donnée d'après l'équation (1.45-a) par:

$$V(t) = V_0(t) + R(t), \quad z = 0 \quad (1.46)$$

Pour des échantillons non-magnétiques, ayant une perméabilité magnétique $\mu = 1$, l'équation (1.6) relie la tension $V = V(t, z)$ au courant $I = I(t, z)$ sur tous les points de la ligne par :

$$\frac{\partial V}{\partial z} = - L_{\ell} \frac{\partial I}{\partial t} \quad (1.47)$$

Pour la ligne vide ($G_{\ell}=0$) précédant la section diélectrique, I et V sont reliés par l'équation (1.8) :

$$\frac{\partial I}{\partial z} = - C_{\ell} \frac{\partial V}{\partial t} \quad , \quad z < 0 \quad (1.48)$$

Le courant $I(t)$ à $z = 0$ est donné par l'équation (1.45-b) qui s'écrit comme :

$$I(t) = \frac{1}{Z_0} [V_0(t) - R(t)] \quad , \quad z = 0 \quad (1.49)$$

Pour un matériel diélectrique non-conducteur ($\sigma=0$), $Z_0 = (L_{\ell}/C_{\ell})^{1/2}$ et $c = c_0 = (C_{\ell}L_{\ell})^{1/2}$ est la vitesse de propagation dans une ligne vide.

Dans la section diélectrique, $0 < z < \ell$, la deuxième équation de propagation (1.48) est remplacée par :

$$\frac{\partial I}{\partial z} = - \frac{\partial Q}{\partial t} \quad , \quad z > 0 \quad (1.50)$$

et cela pour tenir compte de l'effet du diélectrique sur la propagation de l'onde dans cette section. La charge électrique Q étant donnée par l'équation (1.3) avec $C = C_{\ell}$ pour une unité de longueur de la ligne. Puisque la ligne est terminée par son impédance caractéristique, la condition de frontière à $z = \ell$ devient :

$$I(t, \ell) = \frac{1}{Z_0} V(t, \ell) \quad (1.51)$$

Si ℓ est petit on peut rapprocher $I(t, \ell)$ et $V(t, \ell)$ en termes de $I(t, 0)$ et $V(t, 0)$ au moyen d'un développement en séries de Taylor jusqu'au 3ième ordre en puissances de ℓ :

$$I(t, \ell) = I(t, 0) + \ell \left(\frac{\partial I}{\partial z} \right)_{z=0} + \frac{1}{2} \ell^2 \left(\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} \right)_{z=0} + \frac{1}{3!} \ell^3 \left(\frac{\partial^3 I}{\partial z^3} \right)_{z=0} \quad (1.52)$$

$$V(t, \ell) = V(t, 0) + \ell \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)_{z=0} + \frac{1}{2} \ell^2 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)_{z=0} + \frac{1}{3!} \ell^3 \left(\frac{\partial^3 V}{\partial z^3} \right)_{z=0} \quad (1.53)$$

Insérant les valeurs de $V(t, 0)$ et $I(t, 0)$ des équations (1.46) et (1.49), les dérivées de (1.47), (1.48) et (1.50), en en appliquant la condition de frontière à $z = \ell$, on obtient après arrangement le résultat au 3ième ordre (pour un calcul détaillé se référer à l'appendice A, équation A.18):

$$\begin{aligned} & (\ell/2c) \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1) \delta(t') + \dot{\Phi}(t')] [V_0(t-t') - R(t-t')] \\ & = R(t) + (\ell/c) \dot{R}(t) + \frac{1}{2} (\ell/c)^2 \ddot{R}(t) + \frac{1}{3!} (\ell/c)^3 \dddot{R}(t) \end{aligned} \quad (1.54)$$

où $R(t)$ est affecté de signe $(-)$ par convenance. Il faut noter ici que les termes d'ordre ℓ^2 et ℓ^3 impliquant V_0 s'annulent. Bien que les termes $V_0(t)$ et $R(t)$ dans l'équation (1.54) sont évalués à zéro, on peut en pratique les remplacer par les signaux vus par l'échantillonneur à A' (qui est placé à $z < 0$) pourvu qu'on tienne compte des nouveaux temps de propagation. La ligne entre l'échantillonneur et le diélectrique est supposée sans effet sur les signaux.

L'équation (1.54) reliant la fonction de réponse diélectrique, $\Phi(t)$,

à la tension réfléchie, $R(t)$, est générale et applicable à n'importe quelle fonction de tension incidente $V_0(t)$. Cependant, dans ce travail, on s'intéressera tout particulièrement à une seule fonction de tension $V_0(t)$: sa forme est montrée dans la figure 1.11. Cette impulsion peut être décrite de façon approximative par une rampe finie avec une montée linéaire jusqu'à une valeur constante V_0 en un temps T_m qui s'appelle temps de montée de l'impulsion. La forme analytique de $V_0(t)$ est donnée par l'équation suivante:

$$V_0(t) = \begin{cases} V_0 t/T_m & \text{pour } 0 \leq t \leq T_m \\ V_0 & \text{pour } t > T_m \end{cases} \quad (1.55)$$

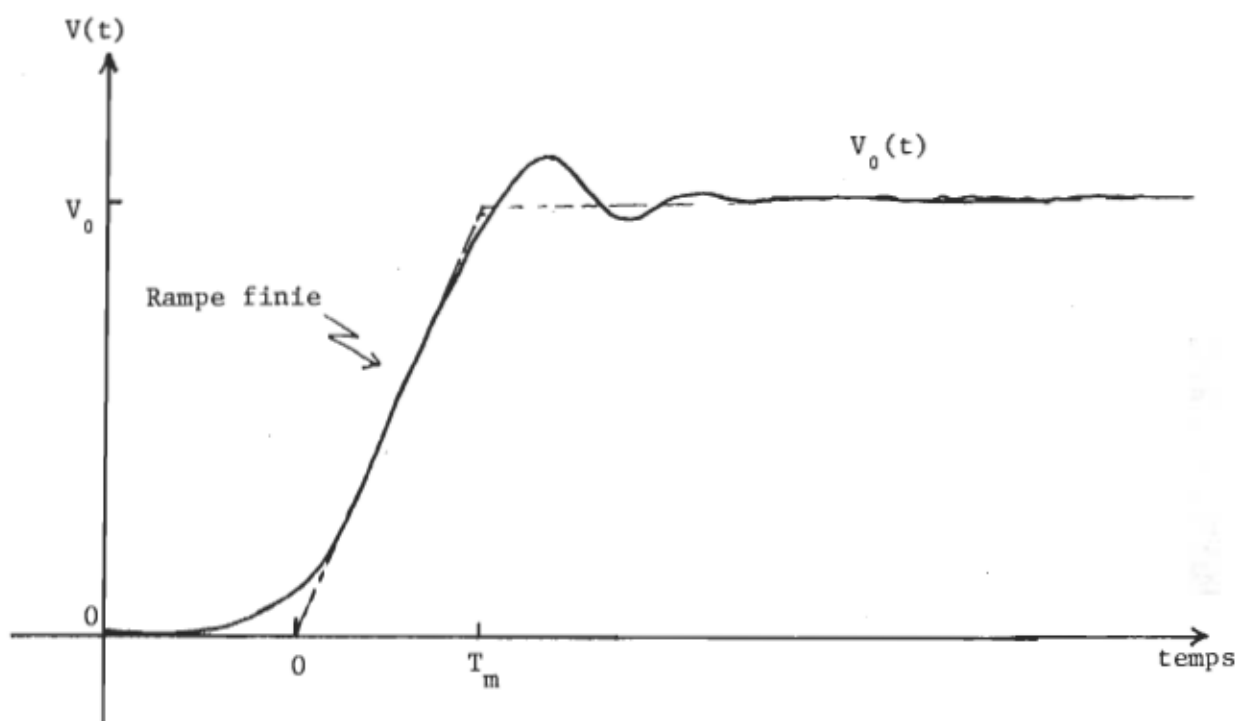


Figure 1.11 Forme d'impulsion incidente $V_0(t)$.

Vu la nature de cette impulsion, la réponse diélectrique $R(t)$ à cette impulsion est en général une fonction exponentielle, ou linéaire de t ; il en découle que les termes d'ordre ℓ^2 et ℓ^3 impliquant respectivement la 2ième et la 3ième dérivée de $R(t)$ sont en comparaison négligeables, ou nulles. Alors le développement en séries de Taylor de $V(t, \ell)$ et $I(t, \ell)$ peut être arrêté avec le terme d'ordre ℓ et par conséquent l'équation (1.54) se réduit à:

$$\begin{aligned} (\ell/2c) \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] [V_0(t-t') - R(t-t')] \\ = R(t) + (\ell/c) \dot{R}(t) \end{aligned} \quad (1.56)$$

pour l'impulsion de tension $V_0(t)$ de la figure 1.11.

Bien que notre intérêt principal reste dans la relation qui lie $\Phi(t)$ avec la réponse $R(t)$ pour des temps $t > T_m$, il n'en reste pas moins que des analyses pour $t < T_m$ sont nécessaires pour tenir compte de l'effet d'un temps de montée fini sur cette relation. Ainsi, après avoir mis $V_0(t-t')$ sous sa forme $V_0(t-t')/T_m$ dans l'équation (1.56), une simple intégration et un réarrangement des termes nous donnent (A.25') pour $t < T_m$:

$$\begin{aligned} (\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t) = (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0} \\ + T_m \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \frac{R(t-t')}{V_0} \end{aligned} \quad (1.57)$$

Dans cette équation, la relation entre $\Phi(t)$ et $R(t)$ n'est pas directe et elle est compliquée par la présence de l'intégrale de superposition de $\dot{\Phi}(t)$ et $R(t)$ du côté droit de l'équation. Cependant, on peut évaluer cette intégrale en utilisant une méthode itérative qui consiste à faire plusieurs

itérations à partir d'une relation de départ qui est elle-même une approximation d'ordre inférieur. Dans une approximation au premier ordre faite par Fellner-Feldegg²⁹ pour des échantillons minces, la relation entre $\Phi(t)$ et $R(t)$ est donnée par l'équation:

$$(\epsilon_{\infty}-1) + \Phi(t) \cong (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0}, \quad t < T_m \quad (1.58)$$

qui peut encore s'écrire comme:

$$\int_0^t dt' [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \cong \int_0^t dt' (2cT_m/\ell) \frac{\dot{R}(t')}{V_0}, \quad t < T_m \quad (1.59)$$

Remplaçant dans l'équation (1.57), $[(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')]$ par son équivalent sous l'intégrale on obtient (A.28):

$$\begin{aligned} (\epsilon_{\infty}-1) + \Phi(t) &= (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0} \\ &+ (2cT_m^2/\ell) \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0}, \quad t < T_m \end{aligned} \quad (1.60)$$

Les calculs de Cole sont basés sur les équations (1.57) et (1.60).

Pour avoir une meilleure évaluation de l'intégrale de superposition de (1.57), on effectue une deuxième itération en se servant cette fois-ci du résultat de 2ième ordre fourni par (1.60). Ce qui nous amène, après intégration partielle et réarrangement des termes, à la relation finale suivante (A.33') pour $t < T_m$:

$$\begin{aligned} (\epsilon_{\infty}-1) + \Phi(t) &= (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0} \\ &+ (2cT_m^2/\ell) \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0}, \quad t < T_m \end{aligned}$$

(1.61)

Pour $t > T_m$, la solution de l'équation (1.56) (pour $V_0(t) = V_0$ équation (1.53)) est donnée après intégration par (A.36') :

$$(\epsilon_\infty - 1) + \frac{1}{T_m} \int_{t-T_m}^t dt' \Phi(t') = (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \frac{R(t-t')}{V_0}, \quad t > T_m \quad (1.62)$$

L'intégrale du côté gauche de l'équation (1.62) n'est que la moyenne de $\Phi(t)$ sur l'intervalle $[t-T_m, t]$ qu'on peut rendre approximativement par $\Phi(t - \frac{1}{2}T_m)$. Quant à l'intégrale de superposition du côté droit de (1.62), elle peut être évaluée comme pour $t > T_m$ à partir du résultat de premier ordre obtenu pour des échantillons minces. Sous forme intégrée, ce résultat est le suivant :

$$(\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t - \frac{1}{2}T_m) \cong (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0}, \quad t > T_m \quad (1.63)$$

L'équation (1.63) est une bonne approximation de $\Phi(t)$ mais seulement pour des échantillons de très faibles épaisseurs, exemple: $R(t) \ll V_0$. Après une première itération, la solution de deuxième ordre est donnée par (A.39') :

$$(\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t - \frac{1}{2}T_m) = (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + \frac{R(t)}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')R(t-t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^{T_m} dt' \left[T_m \frac{\dot{R}(t')}{V_0} - \frac{R(t')}{V_0} \right] \frac{R(t-t')}{V_0}, \quad t > T_m \quad (1.64)$$

Dans l'appendice A, on considère l'évaluation de la dernière intégrale du côté droit de l'équation (1.64) et on montre qu'elle peut être exprimée de

façon approximative par $(cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \frac{R(t)}{V_0}$, ce qui nous amène à la forme finale de l'équation au second ordre (A.40') qui est la suivante:

$$(\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t - \frac{1}{2}T_m) = (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} + \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{R(t)}{V_0}, \quad t > T_m \quad (1.65)$$

Après une deuxième itération, on obtient l'équation au troisième ordre de $(\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t - \frac{1}{2}T_m)$ pour $t > T_m$ et qui a la forme suivante (A.49'):

$$\begin{aligned} (\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t - \frac{1}{2}T_m) = & (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\ & + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \int_0^t du \frac{R(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \\ & + \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\ & + \left[2 - (2 - (cT_m/\ell)) \frac{R(T_m)}{V_0} + \frac{2}{3} (cT_m/\ell) \frac{R^2(T_m)}{V_0^2} \right] \frac{R(t)}{V_0} \end{aligned}$$

$t > T_m \quad (1.66)$

Les équations (1.61) et (1.66) sont celles qui vont nous permettre une évaluation directe de la fonction de réponse diélectrique $\Phi(t)$ à partir de la mesure de l'impulsion réfléchie $R(t)$.

1.5 COMPOTEMENT INSTANTANE

Les équations développées dans ce chapitre ne peuvent pas prédire le comportement instantané du diélectrique, car elles ne tiennent pas compte du temps de propagation dans l'échantillon. Le temps fini qui sépare les multiples réflexions internes dans le diélectrique mène à des relations plus compliquées entre l'onde réfléchie et la fonction de réponse diélectrique. L'étude d'un tel comportement demande des analyses plus détaillées qui sont basées en général sur les transformées de Laplace de $R(t)$. Mais ces analyses nécessitent l'utilisation de longs échantillons diélectriques, ceci pour pouvoir isoler la première réflexion qui se produit à la première surface^{12,21} (air-diélectrique) car autrement ces analyses n'ont pas de solutions analytiques connues et par conséquent nécessitent des techniques numériques sophistiquées. Si cependant ϵ^* n'est pas trop grand et ne dépend pas de la fréquence dans la région d'intérêt, on peut avoir des résultats analytiques³⁴ pour $R(t)$. A part de fournir des renseignements utiles sur le comportement instantané de $R(t)$, ces résultats supplémentent les analyses pour des temps plus longs.

La permittivité complexe, $\epsilon^*(s)$, est reliées à $\phi(t)$ par:

$$\epsilon^*(s) = \epsilon_{\infty} + s\Psi(s) \quad (1.67)$$

où $\Psi(s)$ est la transformée de Laplace de $\phi(t)$, $\Psi(s)$ est donnée par:

$$\Psi(s) = \mathcal{L}\{\phi(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \phi(t) dt$$

s étant la variable de transformation et elle est remplacée par $i\omega$, où $\omega = 2\pi \times$ fréquence, pour obtenir $\epsilon^*(\omega)$. D'autre part, la réponse dans le

domaine de la fréquence d'un échantillon diélectrique, de longueur ℓ inséré dans une ligne de transmission terminée par son impédance caractéristique, est reliée à l'impulsion incidente par la relation suivante⁵:

$$r(s) = \rho^* \frac{1 - \exp(-2\ell \epsilon^{*1/2} s/c)}{1 - \rho^* \exp(-2\ell \epsilon^{*1/2} s/c)} v_0(s) \quad (1.68)$$

et le coefficient de réflexion ρ^* est donné par:

$$\rho^* = (1 - \epsilon^{*1/2}) / (1 + \epsilon^{*1/2}) \quad (1.69)$$

Dans l'équation (1.68) la quantité c représente la vitesse de propagation de l'onde de tension dans une ligne vide (0.3 mm/psec.). Les grandeurs $R(t)$, $r(s)$ et ρ^* sont affectées de signe (-) pour rendre positif leur partie réelle. $v_0(s)$ et $r(s)$ sont les transformées de Laplace de $V_0(t)$ et $R(t)$.

Si on considère le cas où $s\Psi(s)$ de l'équation (1.67) est assez petite pour justifier un développement de $\epsilon^{*1/2}$ en puissances de $s\Psi(s)$, ne retenant que les termes d'ordre premier, on obtient:

$$\begin{aligned} \epsilon^{*1/2} &\cong \epsilon_\infty^{1/2} + s\Psi(s)/2\epsilon_\infty^{1/2} \\ \rho^* &\cong \rho_\infty + s\Psi(s)/\epsilon_\infty^{1/2}(\epsilon_\infty^{1/2} + 1)^2 \end{aligned} \quad (1.70)$$

$$\exp(-2\ell \epsilon^{*1/2} s/c) \cong \exp(-2\ell \epsilon_\infty^{1/2} s/c) [1 - s^2 \Psi(s) \ell / \epsilon_\infty^{1/2} c]$$

Comme la permittivité limite à hautes fréquences, ϵ_∞ , est supposée constante, le facteur $\exp(-2\ell \epsilon_\infty^{1/2} s/c)$ a alors la propriété de décaler la transformée inverse de Laplace dans le domaine du temps:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{-1}\{f(s)\exp(-T_\infty s)\} &= F(t-T_\infty) \quad , \quad t > T_\infty \\ &= 0 \quad , \quad t < T_\infty\end{aligned}$$

où $F(t)$ est la transformée inverse de $f(s)$ et $T_\infty = (2\ell \epsilon_\infty^{1/2}/c)$.

L'utilisation des approximations de l'équation (1.70) dans le développement du dénominateur $[1-\rho_\infty^2 \exp(-2\ell \epsilon_\infty^{1/2} s/c)]$ de l'équation (1.68) pour $r(s)$ donne une série de réflexions à des instantanés de temps qui sont de multiples de T_∞ dans le domaine du temps, cependant si la valeur de ϵ_∞ est entre 2 et 4 (comme c'est le cas pour plusieurs diélectriques polaires), alors $\rho_\infty^2 = [(\epsilon_\infty^{1/2}-1)/(\epsilon_\infty^{1/2}+1)]^2$ est entre 0.03 et 0.09, et pour une approximation utile ces réflexions peuvent être négligées. La transformée de Laplace d'une rampe finie $V_0(t)$, avec un temps de montée T_m , est donnée par $v_0(s)$ qui a la forme suivante:

$$v_0(s) = \mathcal{L}\{V_0(t)\} = (V_0/T_m)[1-\exp(-T_m s)]/s^2 \quad (1.71)$$

et l'équation (1.68) pour $r(s)$ devient en négligeant les termes de second ordre en ρ_∞ et $s\Psi(s)$:

$$\begin{aligned}\frac{r(s)}{V_0} &= \frac{1}{T_m s^2} \left[\left(\rho_\infty + \frac{1}{\epsilon_\infty^{1/2}(\epsilon_\infty^{1/2}+1)} s\Psi(s) \right) \times \right. \\ &\quad \left. (1-\exp(-T_\infty s)) + (\ell/\epsilon_\infty^{1/2} c) s^2 \Psi(s) \exp(-T_\infty s) \right] \times \\ &\quad [1-\exp(-T_m s)]\end{aligned} \quad (1.72)$$

Le signal réfléchi $R(t)$ prédit par cette équation a quatre régions distinctes séparées par des discontinuités aux temps T_m , T_∞ et T_m+T_∞ . La réponse à la polarisation instantanée caractérisée par ϵ_∞ est une onde de forme

trapézoïdale, à laquelle s'ajoute une somme algébrique des intégrales de $\phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\{s\Psi(s)\}$ qui sont décalées dans le temps. Cette somme approche $\dot{\phi}(t)$ pour des temps plus longs. Pour une substance diélectrique de type Debye, la forme analytique de $\Psi(s)$ est rapprochée par:

$$\Psi(s) \cong (\epsilon_0 - \epsilon_\infty)/s(1 + \tau s) \cong (\epsilon_0 - \epsilon_\infty)/\tau s^2 \quad (1.73)$$

où ϵ_0 est la permittivité limite à basse fréquence et τ est le temps de relaxation. Le comportement d'un tel diélectrique a été calculé³⁴ (voir figure (1.12)) pour le cas où $(\epsilon_0 - \epsilon_\infty) = 9.0$, $\epsilon_\infty = 2.25$ et $\tau = 10T_m$, pour trois valeurs différentes de ℓ tels que $T_\infty = \frac{1}{2}T_m$, T_m et $2T_m$.

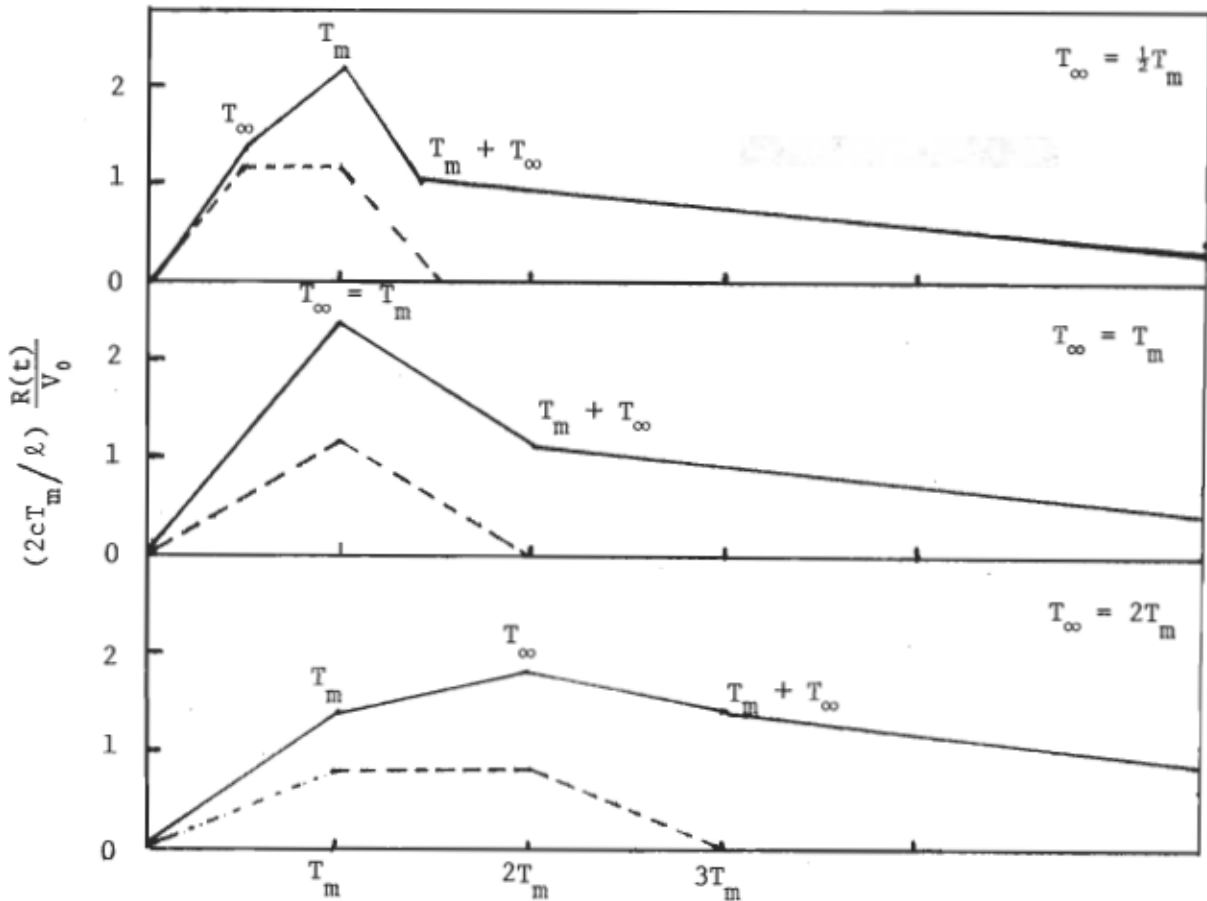


Figure 1.12 Signal $R(t)$ calculé pour un échantillon avec un temps de relaxation $\tau = 10T_m$ pour des longueurs correspondantes à $T_\infty = \frac{1}{2}T_m$, T_m et $2T_m$.

Les valeurs calculées de $(2cT_m/\ell)R(t)/V_0$ sont tracées en fonction du temps exprimé en unités de T_m , avec le signal réfléchi $R_\infty(t)$ dû à ϵ_∞ montré en ligne pointillée. De l'équation (1.73), la surface engendrée par $R_\infty(t)$ jusqu'au temps $T_\infty + T_m$ sera donnée par:

$$(2c/\ell) \int_0^{T_m + T_\infty} \frac{R_\infty(t')}{V_0} dt' = 2c\rho_\infty T_\infty/\ell$$

$$= (\epsilon_\infty - 1)(1 - \rho_\infty^2) \quad (1.74)$$

qui pour $\rho_\infty^2 \ll 1$ approche de très près la valeur $(\epsilon_\infty - 1)$. Il faut noter ici que la différence $R(t) - R_\infty(t)$ est ainsi attribuée au comportement initial de $\Phi(t)$ et peut donner des informations utiles.

1.6 SOMMAIRE

Dans ce chapitre nous dérivons une formule mathématique qui relie l'onde progressive dans une ligne de transmission à la nature du milieu de propagation. Nous montrons dans le cas d'une discontinuité présente dans une ligne sans pertes, qu'il existe une relation générale entre la tension incidente et les réflexions provenant de cette discontinuité, et que cette relation ne dépend que de deux facteurs, soit la géométrie de la ligne et la nature de la discontinuité.

Nous étudions en particulier la propagation d'un échelon de tension ayant un temps de montée fini dans une ligne de transmission sans pertes, contenant une discontinuité diélectrique et terminée par son impédance caractéristique et nous avons dérivé des relations mathématiques qui, à partir des réflexions provenant de la discontinuité, nous permettent de

calculer la fonction de réponse diélectrique et en conséquence les propriétés diélectriques du matériel diélectrique qui forme la discontinuité.

CHAPITRE II

EQUIPEMENT EXPERIMENTAL

2.1 PRINCIPE D'OPERATION

Le spectromètre dans le domaine du temps est constitué d'un générateur d'impulsions qui produit des échelons de tension ayant un temps de montée très rapide, un échantillonneur qui transforme un signal de haute fréquence en un signal de basse fréquence, et un oscilloscope ou n'importe quel autre appareil d'affichage des données. La figure 2.1 montre un

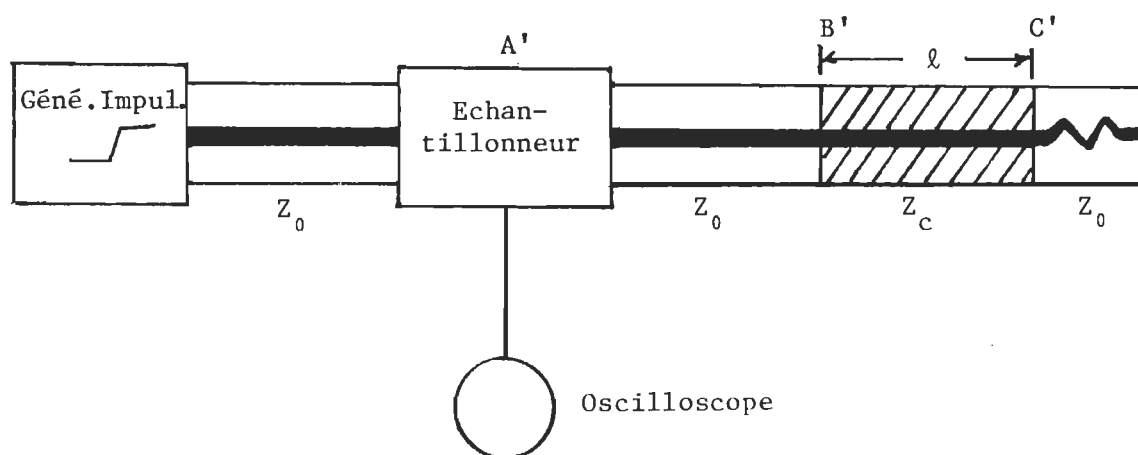


Figure 2.1 Diagramme schématique d'un spectromètre dans le domaine du temps.

diagramme schématique pour le cas de réflexion où un échantillon diélectrique de faible épaisseur, ℓ , est contenu dans la ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique Z_0 . Puisque l'on est uniquement concerné par les réflexions qui nous proviennent de la section diélectrique, l'échantillon est placé entre le générateur d'impulsions et l'échantillon diélectrique.

Les réflexions multiples entre B' et C' continuent jusqu'à ce que toute l'énergie de l'onde incidente soit réfléchie vers l'arrière et ainsi absorbée par le générateur. Dans le cas où il n'y a pas de pertes dans le milieu diélectrique, le spectre des réflexions converge vers l'amplitude V_0 de l'impulsion incidente. La tension totale $V(t)$ est alors donnée par:

$$V(t) = V_0(t) + R(t)$$

où $V(t)$ est la tension de l'impulsion incidente et $R(t)$ est la tension correspondante au spectre de réflexions multiples provenant du milieu diélectrique. Une forme typique de $V(t)$ est montrée dans la figure 2.2 pour un échantillon d'eau ayant une épaisseur, ℓ , relativement grande ($\ell = 5\text{cm}$). Dans cette figure, on distingue bien les plateaux multiples qui séparent les réflexions sur les surfaces de l'échantillon diélectrique. La longueur de ces plateaux dépend de l'épaisseur et de la nature du milieu diélectrique présent dans la ligne. Cependant, dans nos calculs théoriques, nous ne considérons que des échantillons minces pour justifier le développement en séries de Taylor de la tension et du courant en puissances de ℓ (voir équations (1.52) et (1.53)). Dans ce cas, ℓ est petit et le délai entre les réflexions est presque nul. Alors les discontinuités dans la tension réfléchie tendent vers une limite menant ainsi à un signal continu $R(t)$ illustré dans la figure 2.3.

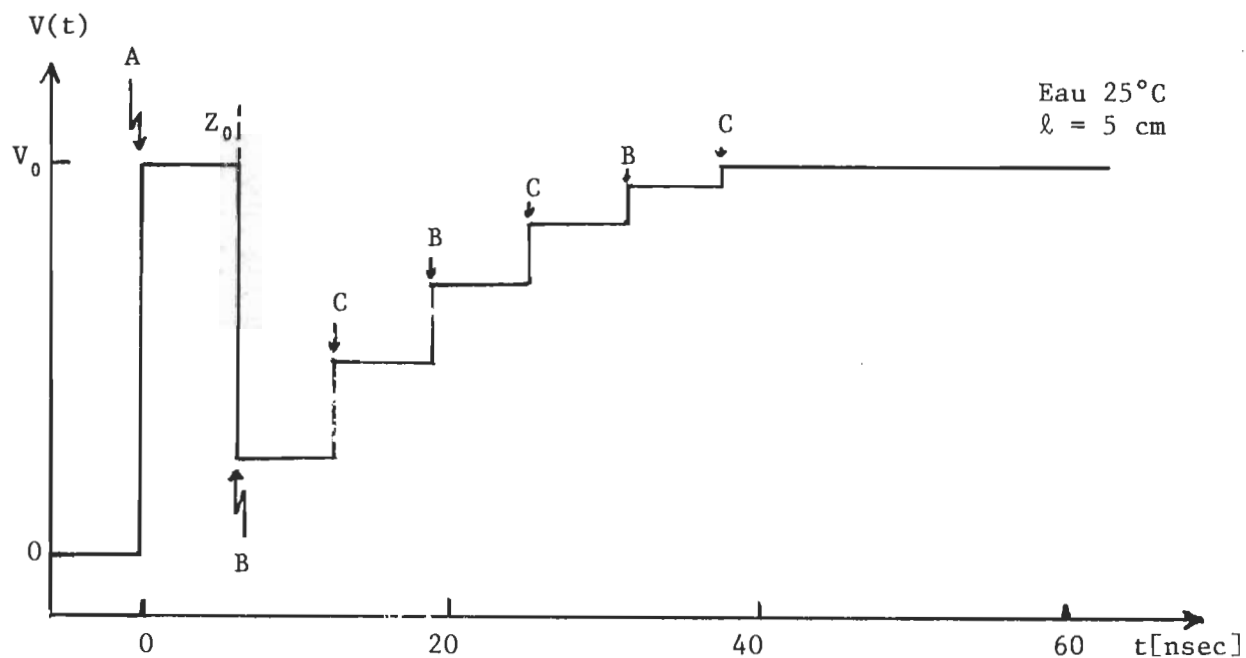


Figure 2.2 Forme typique de $V(t)$ pour un échantillon diélectrique de longueur finie contenu dans une ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique.

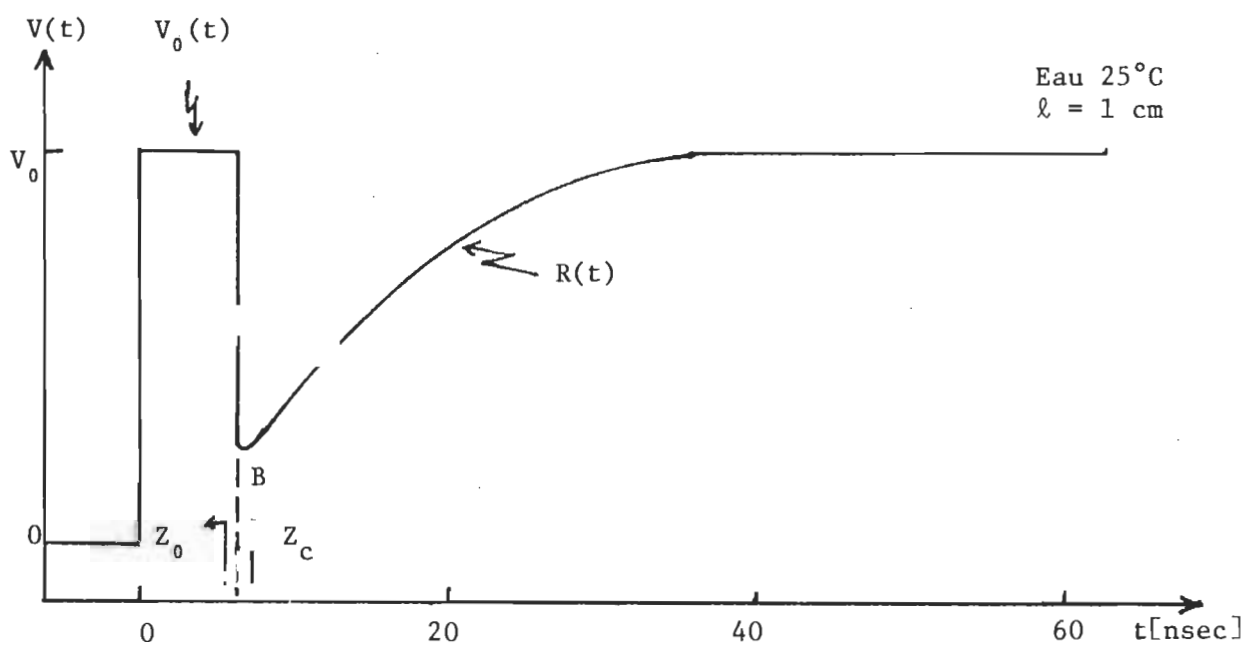


Figure 2.3 Forme typique de $V(t)$ pour un échantillon mince contenu dans une ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique.

2.2 MONTAGE EXPERIMENTAL

Le montage expérimental réalisé dans le laboratoire est montré dans la photo ci-dessous. Cet équipement peut être divisé en trois groupes, chaque groupe formé de deux ou plusieurs appareils électroniques. Ces groupes sont les suivants: le spectromètre, le groupe d'acquisition des données et le groupe de confinement de l'échantillon diélectrique. Tout en étant indépendant des deux autres, chaque groupe joue un rôle principal dans le déroulement de l'expérience. Les fonctions et les caractéristiques de ces groupes sont décrites dans les paragraphes suivants.

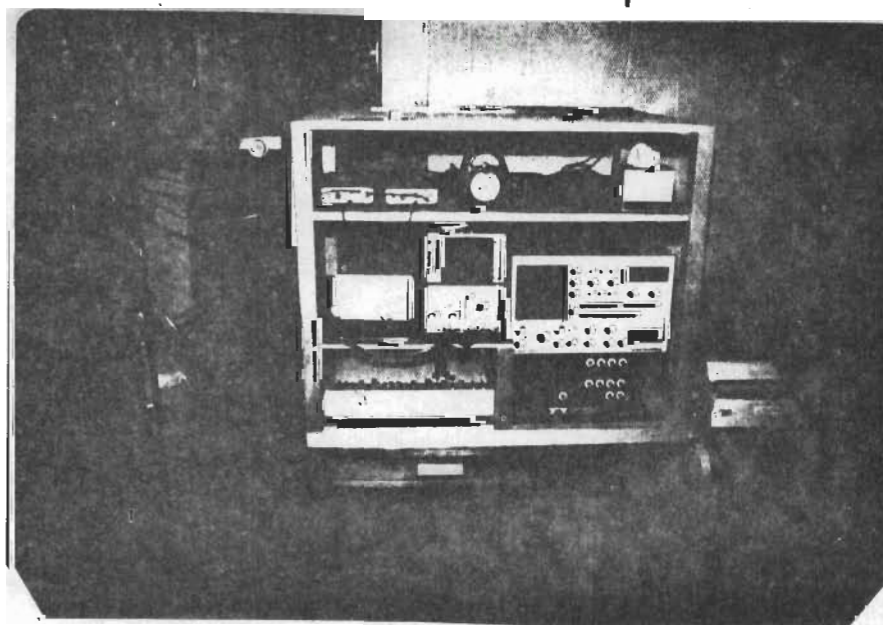


Figure 2.4 Photo du montage expérimental.

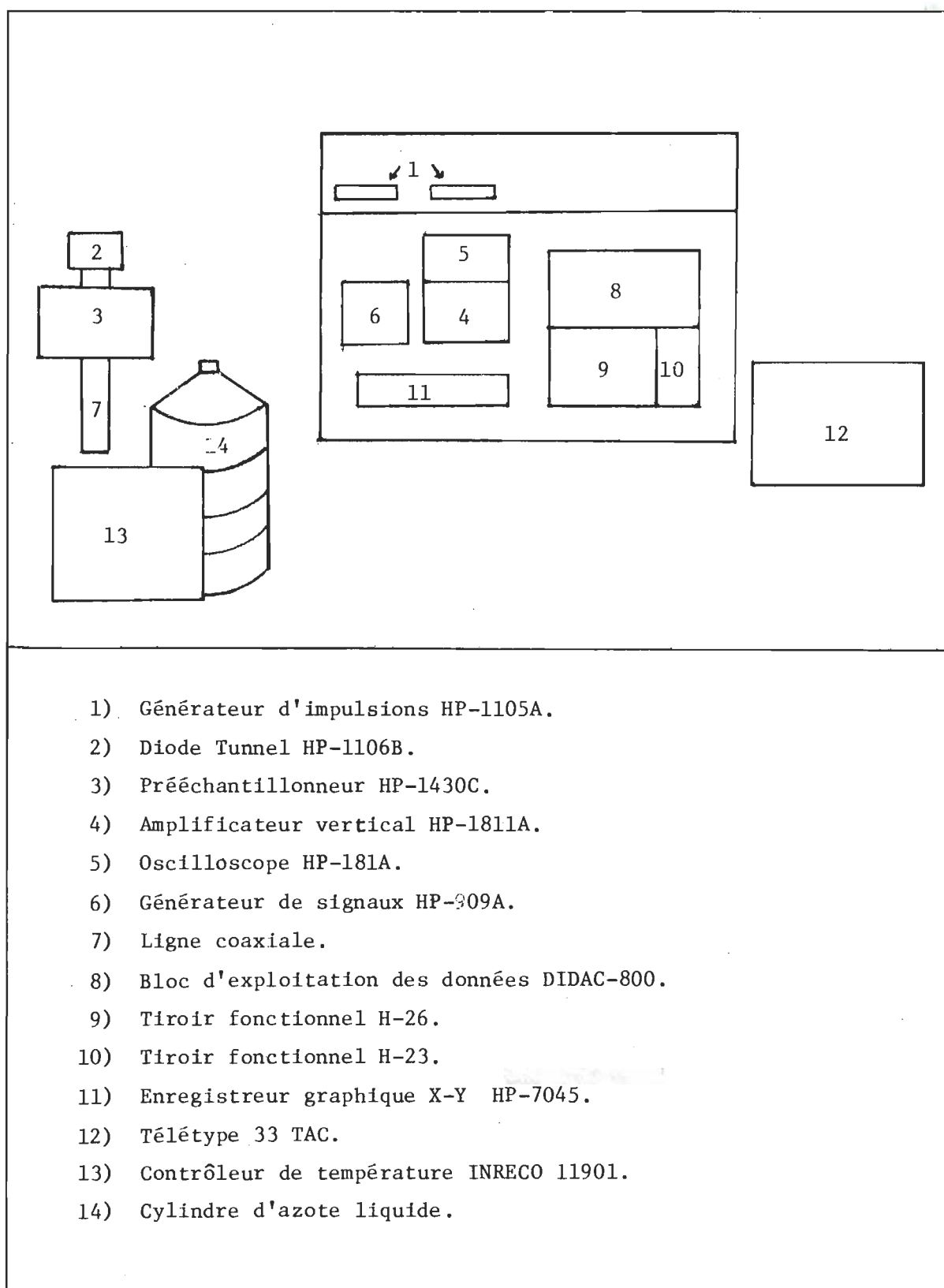


Figure 2.5 Identification des différents appareils.

2.3 SPECTROMETRE DANS LE DOMAINE DU TEMPS

Le spectromètre dans le domaine du temps est l'élément de base parmi tous les groupes. Sa fonction principale consiste à exciter le système physique sous étude (la ligne coaxiale avec la section remplie de diélectrique) par une impulsion de tension en forme d'échelon, à acquérir par voie d'échantillonnage la réponse à cette excitation et à transmettre celle-ci à un système d'affichage approprié pour fin d'analyse. Les différents appareils électroniques qui forment ce sous-ensemble sont: le générateur d'impulsions, le prééchantillonneur, l'amplificateur vertical et échantillonneur à base de temps et l'oscilloscope d'affichage, ainsi que leurs accessoires.

2.3.1 GENERATEUR D'IMPULSIONS

Le générateur d'impulsions modèle HP-1105A et la diode tunnel HP-1106B qui lui est associée, sont combinés ensemble pour produire le signal d'excitation dynamique du système diélectrique sous étude. L'impulsion produite par une telle combinaison est un échelon de tension ayant un temps de montée de 20 psec. (moins que 28 psec. quand il est observé en utilisant l'échantillonneur HP-1181A/1430C et de durée de 3 μ s approximativement). L'échelon est répété à une fréquence variable de 0 à 100 kHz dépendant du déclenchement externe. Son amplitude est d'un peu plus de 200 mV et diminue d'environ 3% dans les premières 100 nsec.. Le dépassement est d'environ 7.5% (voir figure 2.6).

Dans cette combinaison, le générateur d'impulsions (1105A) joue le rôle d'excitateur de la diode tunnel. Il est formé principalement d'une source de tension régularisée, d'un circuit de déclenchement et d'un

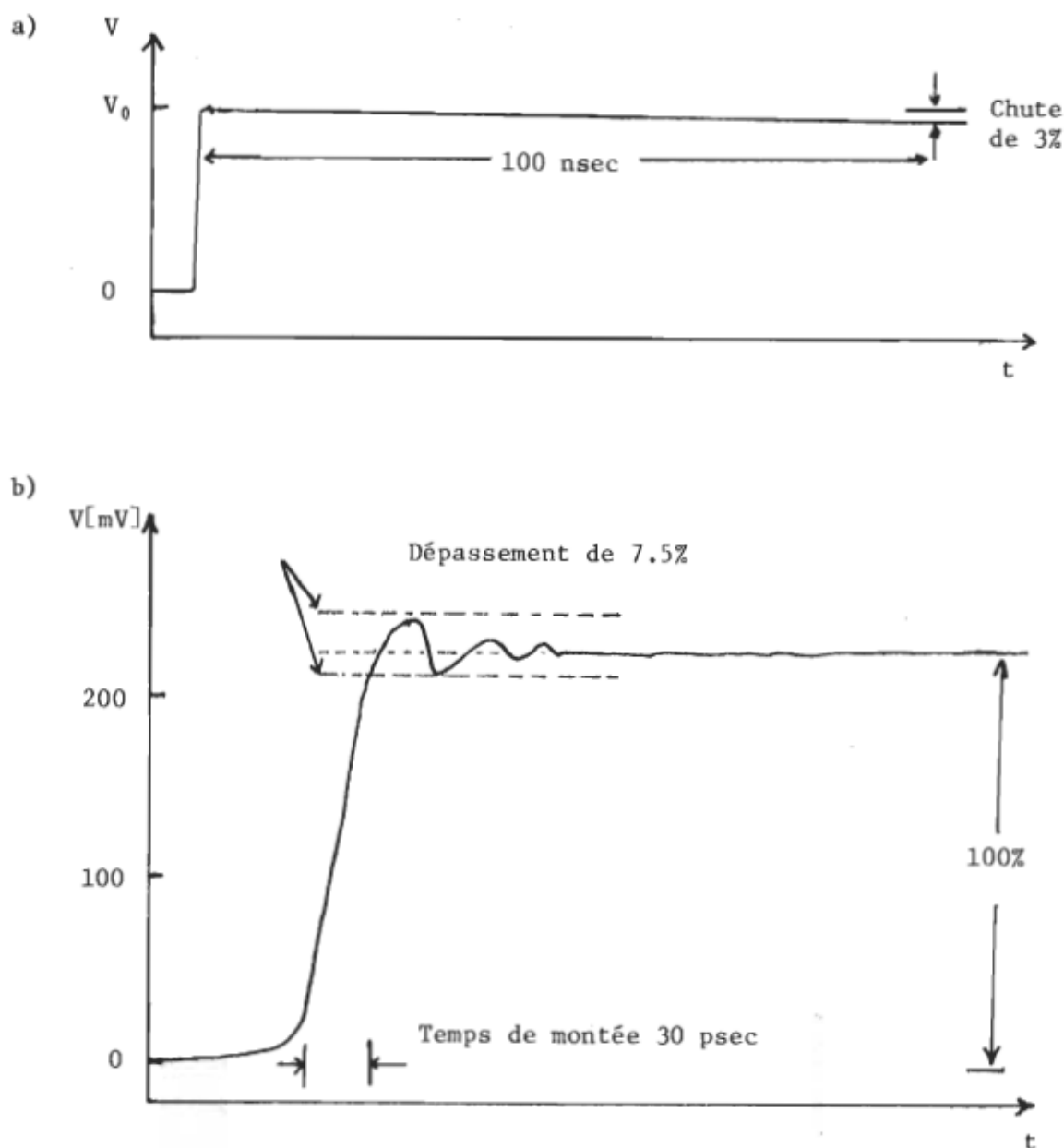


Figure 2.6 Echelon produit par la combinaison HP-1105A/1106B
 a) chute caractéristique de l'impulsion
 b) temps de montée et dépassement.

circuit de contrôle de sensibilité pour optimiser le fonctionnement de la diode tunnel. La source de tension de basse impédance amène la diode à un niveau stable préalable au déclenchement d'une impulsion. Le déclenchement se fait par l'entremise du circuit de déclenchement situé à l'entrée du générateur. La sortie du générateur est régularisée pour minimiser les

excitations aléatoires de la diode; en plus, cette sortie est isolée de façon à empêcher l'entrée des réflexions d'impulsions provenant de la diode. La diode est contenue dans une monture munie de plusieurs composantes d'isolation mécanique et des éléments pour équilibrer l'impédance caractéristique du système et obtenir ainsi un fonctionnement qui retient le mieux possible le temps de montée rapide qui caractérise la diode tunnel. La connexion entre le générateur d'impulsions (1105A) et la monture de la diode tunnel (1106B) se fait avec un câble coaxial (HP-10132A) de 50 ohms d'impédance et de 6 pieds de longueur.

2.3.2 PREECHANTILLONNEUR

Le prééchantillonneur modèle HP-1430C avec l'amplificateur de tension HP-1811A décrit dans le paragraphe suivant, forment ensemble un système d'échantillonnage à base de temps. Doté de deux canaux, ce système a un temps de réponse de 20 psec. et une large bande d'opération qui s'étend du DC jusqu'à 18 GHz. Ce type d'échantillonneur a plusieurs avantages sur ceux de type conventionnel, sa conception "feedthrough" permet d'utiliser le système physique sous étude comme charge plutôt que comme une terminaison interne artificielle. Chaque entrée/sortie de l'échantillonneur est un connecteur de 50 ohms type "feedthrough". Un signal appliqué à l'entrée passe à travers le bloc prééchantillonneur de 50 ohms jusqu'à la sortie sans subir d'atténuation et pratiquement sans perturbation. Ceci permet à l'échantillonneur d'être connecté en série avec le système physique sous étude et cela avec un minimum de dérangement du signal.

2.3.3 AMPLIFICATEUR ET ECHANTILLONNAGE A BASE DE TEMPS

L'amplificateur d'échantillonnage modèle HP-1181A, combiné avec le prééchantillonneur 1430C décrit dans le paragraphe précédent permettent l'observation du signal sous les conditions dynamiques de l'expérience. Le système d'affichage par échantillonnage diffère du système d'affichage de type conventionnel par le fait suivant: au lieu d'afficher la forme complète de chaque impulsion venant de la droite, le système ne mesure que la tension de l'impulsion à un moment particulier de temps. Ceci se répète sur une série d'impulsions, le moment de temps de la mesure de tension étant décalé régulièrement d'une impulsion à la suivante. La juxtaposition de ces mesures instantanées de tension, décalées dans le temps, reproduit alors la forme de l'impulsion-type venant de la diode (voir figure 2.7).

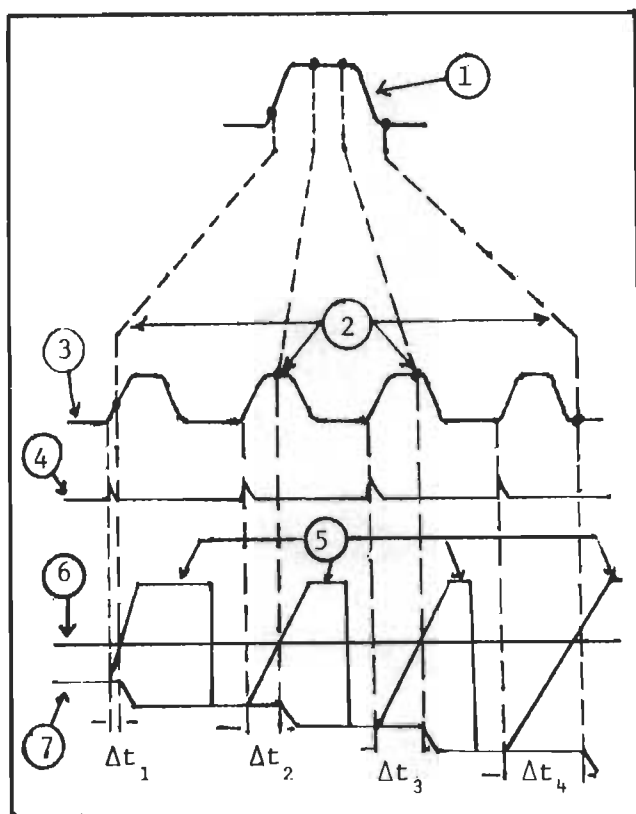


Figure 2.7

Opération échantillonnage

- 1) signal affiché
- 2) points échantillonnés
- 3) signal d'entrée
- 4) signal déclencheur
- 5) rampe de chronométrage
- 6) niveau de référence DC
- 7) niveau de référence DC-tension de balayage

Cette méthode de transformation d'un signal de haute fréquence en un signal de basse fréquence nous permet d'observer des signaux de très courtes durées sous les conditions dynamiques, chose impossible avec les oscilloscopes conventionnels (où le signal disparaît dans le système de mesure) à cause de leur temps de réponse qui est souvent plus long que la durée du signal à mesurer. Cet amplificateur a un temps de montée d'environ 20 psec. et une large bande qui s'étend du DC jusqu'à 18 GHz. Son bruit de fond est d'environ 10 mV et sa distorsion à basse fréquence est de l'ordre de 5%. La différence de temps entre les deux canaux d'échantillonnage A et B est inférieure à 5 psec. et sa réponse dynamique est de ± 1 volt.

Pour afficher les mesures, l'amplificateur est relié à un oscilloscope à mémoire modèle HP-181A. En plus de l'affichage sur l'écran de l'oscilloscope du contenu de chaque canal individuel, plusieurs combinaisons d'affichage sont possibles avec cet amplificateur. Dans le mode d'affichage alternatif, les deux signaux échantillonnés par les canaux A et B sont représentés simultanément, l'affichage s'alterne entre les deux canaux à chaque prise d'un nouveau signal. Le mode A versus B représente le signal du canal A comme étant la déflexion de l'axe-Y et le signal du canal B comme étant la déflexion de l'axe-X. Dans le mode A + B les deux signaux sont additionnés algébriquement formant ainsi un seul signal composé. En utilisant le commutateur de polarité, chacun des deux canaux peut être inversé permettant ainsi un affichage différentiel ($\pm A \pm B$). Dans notre montage, seulement le mode d'affichage individuel était utilisé.

Le modèle 1811A offre 18 positions calibrées de "temps/division" allant de 5 μ sec/div. jusqu'à 0.01 nsec/div. et une déviation verticale allant de 200 mV/div. jusqu'à 2 mV/div.. Ce modèle est muni d'un potenti-

mètre "SCAN" qui permet l'enregistrement manuel des résultats d'échantillonnage en utilisant un enregistreur graphique X-Y.

2.3.4 OSCILLOSCOPE

Les signaux échantillonnés par le système 1430C/1811A sont envoyés dans le tube à rayons cathodiques d'un oscilloscope modèle HP-181A à fin d'affichage. Cet oscilloscope à persistance variable est muni d'une mémoire d'emmagasinement pour retenir les signaux le plus longtemps possible.

2.3.5 CHARGES ADAPTEES, ATTENUATEURS ET LIGNES COAXIALES

Les terminaisons modèle HP-909A sont des charges de basse réflectivité qui servent à terminer les lignes coaxiales de 50 ohms dans leur impédance caractéristique. Le modèle 909A a une large bande d'opération, il couvre le domaine de fréquences allant du continu à 18 GHz. En plus, ce modèle est muni d'un connecteur de précision de marque AMPHENOL (APC-7). Ce type de connecteur a un taux de fuite RF extrêmement faible.

Si l'amplitude du signal présent à l'entrée du prééchantillonneur 1430C dépasse la valeur maximale acceptable de ± 1 volt, il faut utiliser des atténuateurs coaxiaux pour réduire cette amplitude à l'intérieur des limites dynamiques d'admission de l'appareil. L'atténuateur utilisé est de type HP-8491A qui a un facteur d'atténuation fixe de 20 dB et une impédance de 50 ohms. Cet atténuateur couvre une large bande de fréquence avec une atténuation uniforme et avec une excellente linéarité de phase.

La connexion entre l'échantillonneur 1430C et la cellule diélectrique se fait au moyen des lignes coaxiales de précision. Ces lignes ont un

diamètre standard de 7 mm, une longueur de 10 ou 20 cm et elles sont munies d'un connecteur AMPHENOL (APC-7) à chaque bout (voir figure 2.8). Ce sont

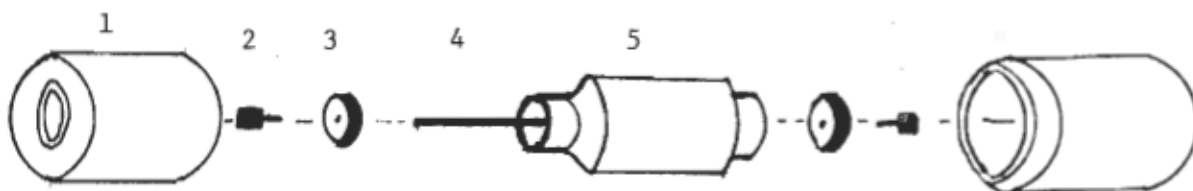


Figure 2.8 Ligne coaxiale
 1) connecteur AMPHENOL
 2) vis de contact
 3) disque en plastique
 4) conducteur central
 5) conducteur externe.

des lignes sans pertes, la déviation maximale de leur impédance caractéristique de 50 ohms est de $\pm 0.2\%$. Le conducteur interne est bien centré et il est tenu en position par deux disques en plastique qui viennent s'appuyer sur les deux bouts du conducteur externe à l'aide des vis de contact. A cause de leur faible coefficient de réflexion ($0.018 + 0.01 \times$ fréquence en GHz), ces lignes portent les signaux avec un minimum de perturbation et pratiquement sans atténuation.

2.4 GROUPE D'ACQUISITION DES DONNEES

L'acquisition des résultats d'échantillonnage peut se faire de façon manuelle ou de façon automatique. Dans le premier cas, le signal analogique représenté sur l'écran de l'oscilloscope est pris directement à la sortie arrière de celui-ci. Une vis de contrôle "SCAN", situé sur le panneau

avant de l'amplificateur vertical, nous permet d'exécuter un balayage manuel du signal qui sera alors reproduit sur un papier graphique à l'aide d'un enregistreur X-Y. La numérisation du signal analogique se fait ensuite à la main en prélevant plusieurs points à des intervalles réguliers sur le graphique et en mesurant l'amplitude du signal à l'aide d'une règle graduée.

Bien que ce soit la méthode la plus simple et la moins coûteuse, puisqu'elle ne requiert qu'un traçeur X-Y, il n'en reste pas moins que cette façon manuelle d'acquérir les données est sujette à plusieurs désavantages dont les principaux sont: le manque de précision, l'impossibilité d'éliminer le bruit de fond et la lenteur d'exécution de l'analyse du signal.

Tous ces problèmes sont surmontés par l'utilisation d'un ensemble de traitement statistique des données. Dans ce cas, le système d'acquisition est plus perfectionné. Il est constitué principalement de l'ensemble DIDAC 800 et des enregistreurs des données qui lui sont associés et qui forment un analyseur multicanaux avec prélèvement statistique des données à l'entrée.

L'ensemble DIDAC 800 se compose d'un bloc d'exploitation fixe SA43 et des tiroirs fonctionnels interchangeable prenant place dans le bloc. Le bloc fixe comprend: une mémoire permanente de 800 canaux divisée en quatre sous-groupes de 200 canaux chaque, un oscilloscope permettant la visualisation des contenus de la mémoire, des circuits de calcul ainsi que des commandes correspondantes destinées à effectuer des opérations sur les contenus de la mémoire et les transferts entre les différents sous-groupes. Les tiroirs fonctionnels sont au nombre de deux. Le premier, H23, est un

tiroir d'horlogerie et de programmation qui détermine la cadence d'échantillonnage des signaux analogiques et voit au recyclage de l'acquisition des données. Le deuxième tiroir, H26, est un tiroir de traitement statistique des mesures. Il analyse les amplitudes des signaux analogiques par prélèvement d'échantillons à intervalles réguliers déterminés par la période d'horloge H23. Utilisé sous la configuration montrée dans la figure 2.9, cet ensemble permet: une acquisition étalonnée sur 200 canaux

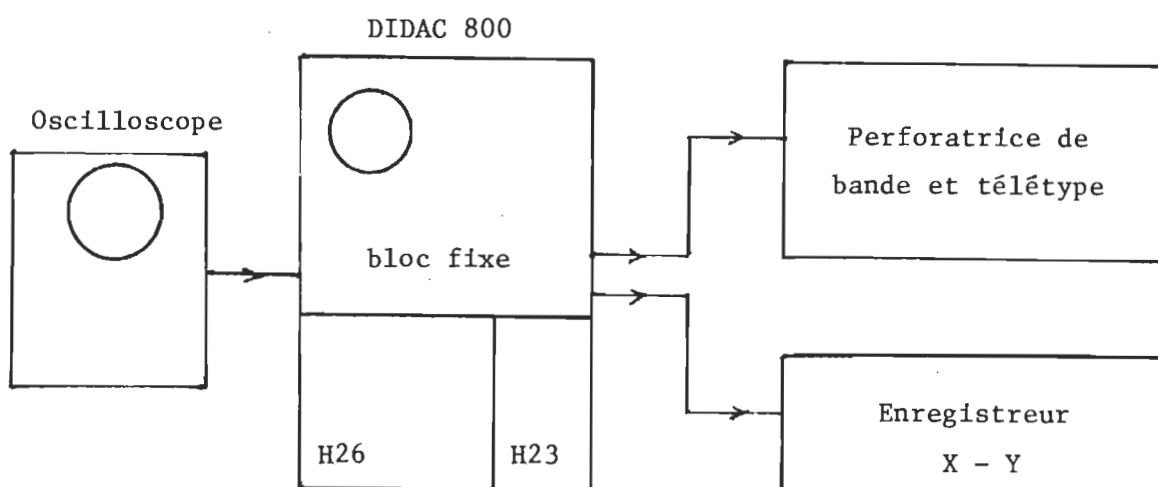


Figure 2.9 Groupe d'acquisition des données

de n'importe quel signal analogique, une numérisation automatique de ce signal avec une précision qui peut atteindre 0.5% et une amélioration du rapport signal sur bruit. En plus, cet ensemble permet d'effectuer des simples opérations de calcul sur le contenu de la mémoire.

Outre la visualisation sur l'oscilloscope incorporé dans le bloc fixe SA43, l'exploitation des résultats s'effectue au moyen des trois appareils suivants: une imprimante télécype modèle 33TAC, une perforatrice de

ruban de papier, associée à l'imprimante et un enregistreur graphique X-Y modèle HP-7045. Ces appareils sont reliés directement au bloc fixe et le choix entre eux se fait à partir d'une commande située sur le panneau avant du bloc d'exploitation. Le télétype permet l'impression et la perforation des résultats à une vitesse de 10 caractères/sec.. Les résultats sont imprimés sous forme de tableaux et le numéro du canal est imprimé à tous les dix canaux. Le code de perforation sur bande est celui à 8 trous type "A.S.C.I.I.". Pour l'obtention graphique du signal échantillonné, on utilise l'enregistreur graphique X-Y qui se relie directement au DIDAC. Cet enregistreur permet l'obtention avec une précision de 0.3% du signal analogique traité par le bloc d'exploitation et emmagasiné dans sa mémoire.

Pour une description détaillée du système DIDAC 800, se référer aux manuels d'instructions fournis par la compagnie.

2.5 CELLULE DE MESURE ET CONTRÔLE DE LA TEMPERATURE

La cellule de mesure utilisée est à la fois simple et souple. C'est une section d'une ligne coaxiale de précision modèle HP-11566A (voir figure 2.8) dont les disques en plastique placés aux bouts de la ligne pour tenir le conducteur central en position, sont machinés avec suffisamment de précision pour retenir le liquide à l'intérieur de la ligne pendant plusieurs heures. L'impédance caractéristique de la cellule vide est la même que celle du système d'échantillonnage, soit $Z_0 = 50$ ohms, et la déviation maximale de cette impédance est de 0.2%. Les connecteurs hybrides, AMPHENOL (APC-7), sont de haute qualité et n'introduisent aucune réflexion significative. Le liquide à étudier est introduit dans la cellule à l'aide d'une seringue microlitique qui passe à travers un petit trou perforé dans

le disque en plastique, comme le montre la figure 2.10.



Figure 2.10 Schéma de la cellule à échantillons liquides.

Pour des mesures à température contrôlée, la cellule est confinée après remplissage dans la chambre d'un contrôleur de température de marque INRECO type 11901. A cette chambre de capacité volumique 0.027 m^3 est associé un circuit électronique qui contrôle la température avec une précision de $\pm 0.3^\circ\text{C}$ entre les extrêmes de -185°C (azote liquide) et 316°C . Ce contrôleur de température utilise l'effet réfrigérant de l'évaporation de l'azote liquide pour refroidir et un élément électrique résistant pour chauffer. La liaison entre la cellule, à l'intérieur de la chambre contrôlée et le système d'échantillonnage à l'extérieur se fait au moyen d'une ligne coaxiale qui passe par un trou à travers la fenêtre du contrôleur.

2.6 SOMMAIRE

Dans ce chapitre, nous étudions le principe d'opération du réflectomètre dans le domaine du temps et nous avons décrit le montage expérimental utilisé dans le laboratoire pour mesurer les propriétés diélectriques des liquides.

La conception bien particulière de ce réflectomètre dans lequel l'échantillonneur se branche en série avec le diélectrique à étudier nous permet d'observer le comportement dynamique de celui-ci. Grâce au temps de montée très rapide des composantes électroniques, ce système offre une large bande d'opération qui s'étend du continu jusqu'à 18 GHz.

Le montage expérimental se divise en trois sous-groupes qui sont: le réflectomètre dans le domaine du temps, le groupe d'acquisition des données et le groupe de confinement de l'échantillon diélectrique. Le rôle du réflectomètre est d'envoyer un échelon de tension sur un échantillon diélectrique confiné dans une cellule de mesure et acquérir par voie d'échantillonnage la réponse à cette excitation pour la céder par la suite au groupe d'acquisition des données. Ce dernier permet de représenter divers signaux de tension obtenus sous une forme analogique et les chiffrer pour fin d'analyse.

CHAPITRE III

PROCEDURE EXPERIMENTALE

INTRODUCTION

Il a été démontré dans la section 1.4 du premier chapitre, que la fonction de réponse $\Phi(t)$ d'un matériel diélectrique est liée à la forme de l'onde réfléchie, $R(t)$, quand celui-ci est soumis à une impulsion de tension sous forme d'échelon $V_0(t)$. Les formules de liaison sont les équations (1.61) et (1.66):

$$\begin{aligned} (\epsilon_{\infty} - 1) + \Phi(t) = & (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0} \\ & + (2cT_m^2/\ell) \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} , \quad t < T_m \end{aligned} \quad (3.1)$$

et

$$\begin{aligned}
(\epsilon_{\infty}-1) + \Phi(t-\frac{1}{2}T_m) = & (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\
& + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \int_0^t d \frac{R(\)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-)}{V_0} \\
& + \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\
& + \left[2 - (2-(cT_m/\ell)) \frac{R(T_m)}{V_0} + \frac{2}{3} (cT_m/\ell) \frac{R^2(T_m)}{V_0^2} \right] \frac{R(t)}{V_0}, \\
& t > T_m \quad (3.2)
\end{aligned}$$

Ici, T_m et V_0 sont respectivement le temps de montée et l'amplitude de l'échelon de tension incident $V_0(t)$, ℓ et ϵ_{∞} sont la longueur et la permittivité à l'infini de l'échantillon diélectrique confiné dans la cellule de mesure et c est la vitesse de propagation de l'impulsion électrique dans le vide.

Dans les paragraphes suivants, nous allons décrire la procédure expérimentale qu'il faut suivre pour accomplir la mesure et nous discuterons des sources d'erreurs possibles et leurs effets sur les résultats.

3.1 ETAPES EXPERIMENTALES

La procédure expérimentale suivie était la même pour toutes les mesures effectuées dans notre laboratoire. Pour chaque mesure et d'une façon systématique, les étapes suivantes ont été accomplies l'une après l'autre et ce, dans l'ordre indiqué:

- a) mise en marche du système de mesure,
- b) remplissage et confinement de la cellule,
- c) prise des signaux et calcul des différents paramètres,
- d) exploitation des résultats.

3.2 MISE EN MARCHE DU SYSTEME DE MESURE

Le tableau 3.1 contient une liste des différents appareils utilisés au cours de l'expérience; les différentes connexions entre ces appareils sont montrées dans les figures 3.1 et 3.2. Le prééchantillonneur est tenu dans une position verticale fixe au-dessus du contrôleur de température afin de permettre l'introduction verticale de la cellule dans la chambre contrôlée. En connectant les appareils, il faut éviter les chocs mécaniques à l'échantillonneur et en particulier, à la diode tunnel pour ne pas les endommager, car ils sont extrêmement sensibles.

TABLEAU 3.1

Liste des appareils utilisés au cours de l'expérience

HP-181A	Oscilloscope
HP-226A	Marqueur de temps (voir application à la section 3.4a)
HP-909A	Charge adaptée, 50 ohms
HP-1105A	Générateur d'impulsions
HP-1106B	Diode tunnel
HP-1181A	Amplificateur vertical & échantillonneur
HP-1430C	Prééchantillonneur
HP-7045A	Enregistreur X-Y
HP-8491A	Atténuateur 20 dB
HP-10132A	Cable coaxial
HP-11566A	Ligne coaxiale d'extension 20 cm
HP-6060-0540	Cable coaxial
Inreco 11901	Contrôleur de température
SA43	Bloc fixe d'exploitation des données
H-26	Tiroir de traitement statistique des données
H23	Tiroir d'horlogerie
33TAC	Télétype

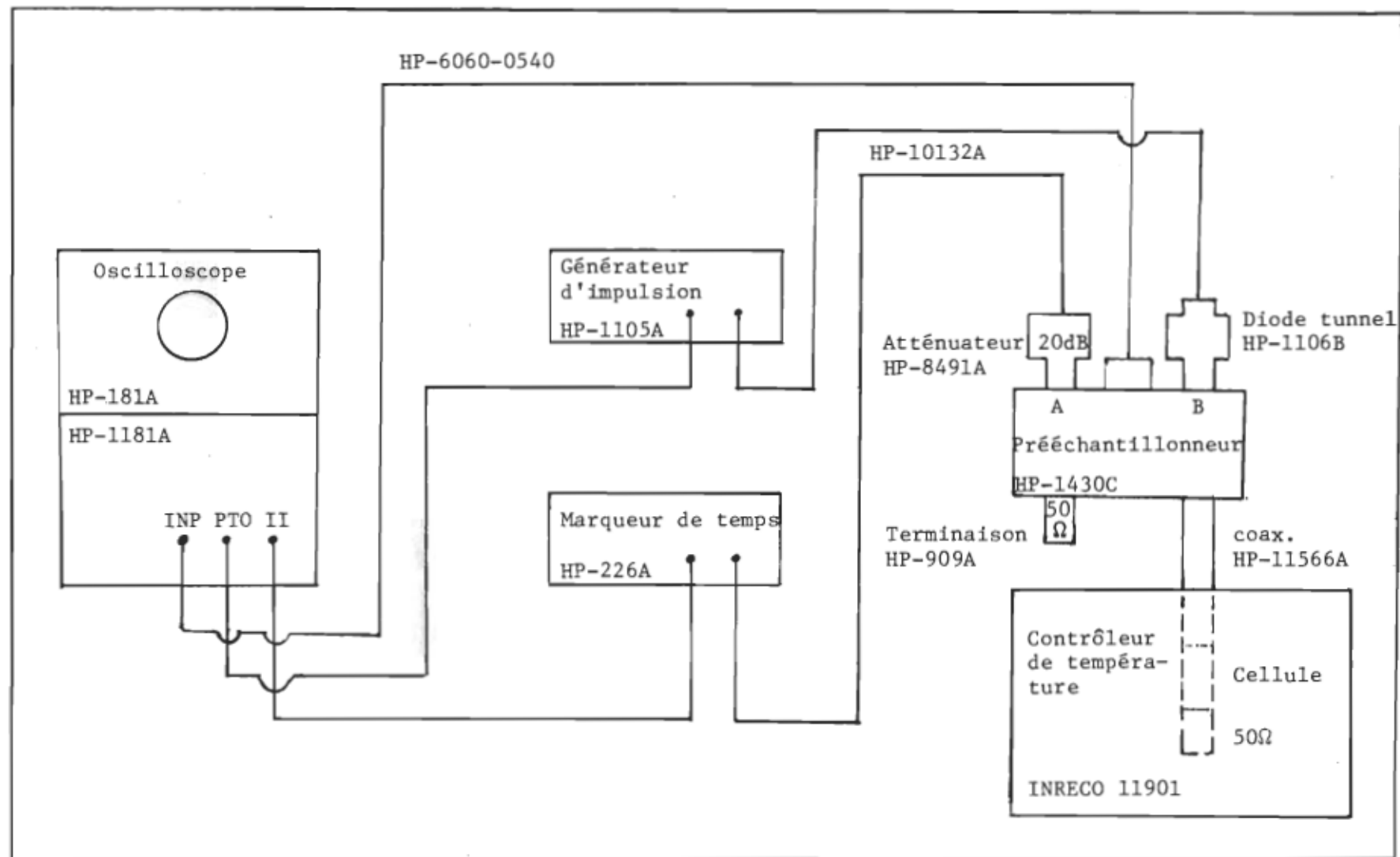


Figure 3.1 Connexions entre les panneaux avant des différents appareils.

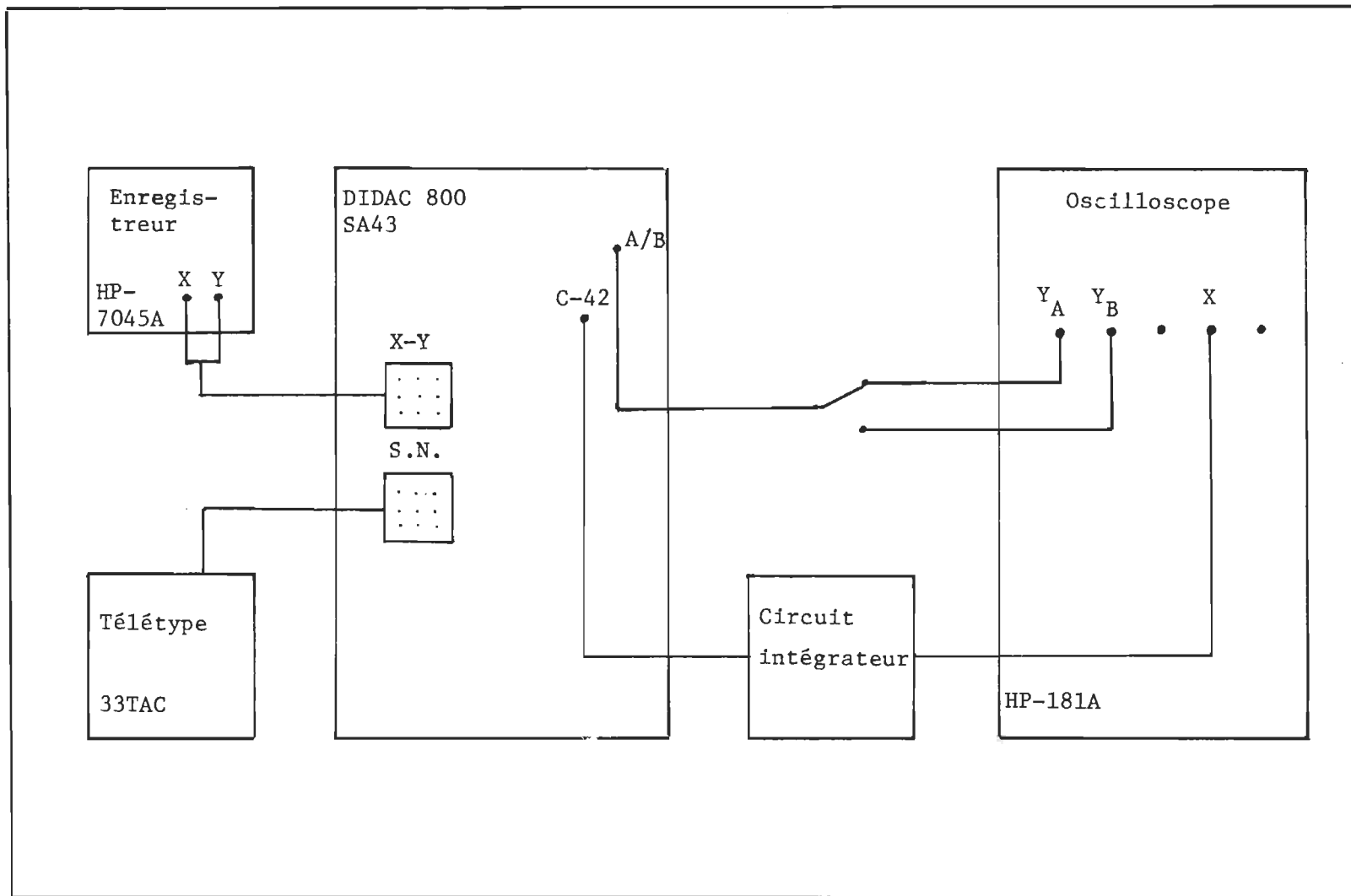


Figure 3.2 Connexions entre les panneaux arrière des différents appareils.

Avant de brancher le système au réseau, il y a une série de précautions à prendre pour ne pas endommager les appareils. Ces précautions concernant la diode tunnel, le prééchantillonneur et l'oscilloscope et elles apparaissent au tableau 3.2.

TABLEAU 3.2

Précautions à prendre avant la mise en marche du système RDT.

DIODE TUNNEL (1106B)

- a) la diode tunnel modèle 1106B est conçue pour être utilisée seulement avec le générateur d'impulsions modèle 1105A. Le connecteur de type N-femelle de la diode tunnel doit être connecté seulement au modèle 1105A.
- b) avant de connecter la diode tunnel au reste du système, s'assurer que toutes les tensions présentes ne dépassent pas 1 volt à travers 50 ohms. Décharger les potentiels statiques, s'il y en a, de la ligne coaxiale à connecter, car un courant de pointe excessif endommagerait la résistance de sortie et la diode tunnel.
- c) ne pas essayer d'ouvrir l'encaissement de la diode tunnel, c'est un instrument de grande précision.

PREECHANTILLONNEUR (1430C)

- a) une tension à l'entrée excédant la tension maximale admissible endommagera les diodes de protection.
- b) avant de faire les connexions avec le reste du système, décharger le potentiel statique qui peut être présent dans les lignes coaxiales.

OSCILLOSCOPE (181A)

- a) l'intensité excessive des traces lumineuses sur l'écran de l'oscilloscope qui persistent pour une longue durée endommagera le tube à rayons cathodiques. Dans le mode d'opération "NORMAL", utiliser le minimum d'intensité.
- b) pour l'utilisation dans les modes d'opérations "WRITE" et "STORE", suivre l'une après l'autre les étapes décrites dans le manuel d'instruction fourni par la compagnie.

AUTRES

- a) ajuster le potentiomètre "SENSITIVITY" du générateur d'impulsions sur "MINIMUM".
- b) mettre l'enregistreur graphique X-Y, le DIDAC et le télétype en état d'attente.

Dans toute expérience de ce genre où on travaille avec de faibles signaux de précision et avec des fonctions critiques, il faut s'assurer de la stabilité des pièces électroniques avant de commencer les mesures. Une période de réchauffement de 20 minutes suffit généralement pour permettre au système d'atteindre son niveau optimum d'opération. Quant au contrôleur de température, le temps qui lui est nécessaire pour se stabiliser autour de la température désirée doit être plus long.

Avant de procéder à une série de mesures, il est souhaitable de vérifier les performances du système de mesure tels que le temps de montée de l'échelon de tension, le déclenchement des signaux, la bonne marche du groupe d'acquisition des données, etc... et faire, s'il y a lieu, les ajustements appropriés comme indiqué dans les manuels d'instruction de la compagnie.

3.3 REPLISSAGE ET CONFINEMENT DE LA CELLULE DE MESURE

Avant d'être remplie, la cellule doit être nettoyée avec un solvant liquide pour éliminer toute saleté qui risque de dégrader sa performance électrique. Le solvant utilisé ne doit pas être assez fort pour attaquer les différentes parties de la cellule et surtout les disques en plastique. Après le lavage, les différentes parties de la cellule sont mises dans un four à vide pour éliminer par évaporation toute couche de solvant qui risque de se déposer sur les parois internes de la cellule durant le lavage. Une fois rassemblée, la cellule est ensuite remplie jusqu'à la hauteur désirée avec le diélectrique liquide à étudier. Pour s'assurer qu'il n'y ait pas de gouttes qui s'attachent sur les parois de la cellule au-dessus du volume du liquide, on introduit le liquide dans la cellule par

une seringue microlitique dont l'aiguille seule passe à l'intérieur de la cellule à travers un trou percé dans le disque supérieur de la cellule, comme montré à la figure 3.3



Figure 3.3 Remplissage de la cellule

La longueur de l'échantillon est liée au volume du liquide introduit dans la cellule par les dimensions de la ligne coaxiale. La formule de liaison est la suivante:

$$\ell = v/\pi (b^2 - a^2) \quad (3.3)$$

où ℓ est la longueur de l'échantillon, v est le volume du liquide introduit, b et a sont les rayons respectifs des conducteurs externe et interne. Pour la section de la ligne coaxiale de précision utilisée comme cellule,

$b = 3.5 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.5 \times 10^{-3}$ m et sa capacité volumique est de $31.25 \mu\ell$ pour chaque millimètre de longueur.

La cellule remplie est ensuite glissée à l'intérieur de la chambre à température contrôlée, où elle est tenue en position verticale par la ligne coaxiale qui relie la cellule au prééchantillonneur.

Vu les dimensions relativement petites de la cellule, le temps requis à l'échantillon pour atteindre la température de la chambre contrôlée est généralement court. Une période de 10 minutes est suffisante.

3.4 PRISE DES SIGNAUX ET CALCUL DES DIFFERENTS PARAMETRES

La sensibilité du générateur d'impulsions contrôle le déclenchement de la diode tunnel et l'échelon de tension produit par ce déclenchement se propage le long de la ligne coaxiale. La somme de l'échelon incident et des tensions réfléchies provenant de la section diélectrique est détectée et échantillonnée par le système et cette somme est transmise à l'oscilloscope. La tension totale, $V(t)$, représentée sur l'écran de l'oscilloscope est alors donnée par :

$$V(t) = V_0(t) + R(t) \quad (3.4)$$

où $V_0(t)$ est l'échelon de tension incidente et $R(t)$ est la somme des différentes réflexions venant de la section diélectrique. Une forme typique de $V(t)$ est donnée dans la figure 3.4, avec une reconstruction en termes de $V_0(t)$ et $R(t)$. Puisque le comportement du système est étudié en réflexion, le détecteur du signal placé entre le générateur d'échelons et la cellule introduit un temps de délai Δt entre l'entrée $V_0(t)$ et la réflexion $R(t)$. Pour des raisons théoriques et pratiques, il faut utiliser la situation

montrée dans la figure 3.5.

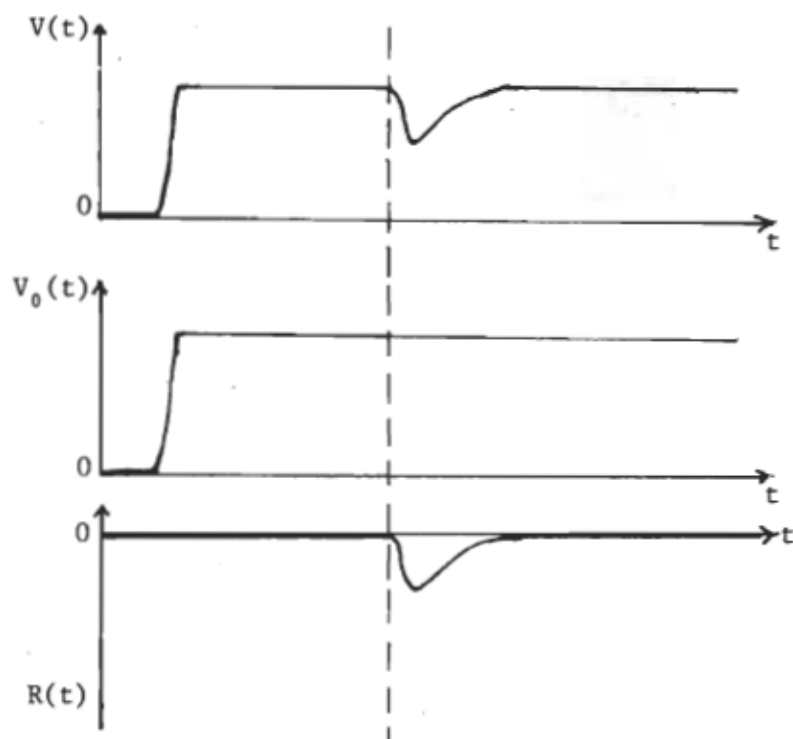


Figure 3.4 Forme d'onde typique de $V(t)$ et sa reconstruction en termes de $V_0(t)$ et $R(t)$.

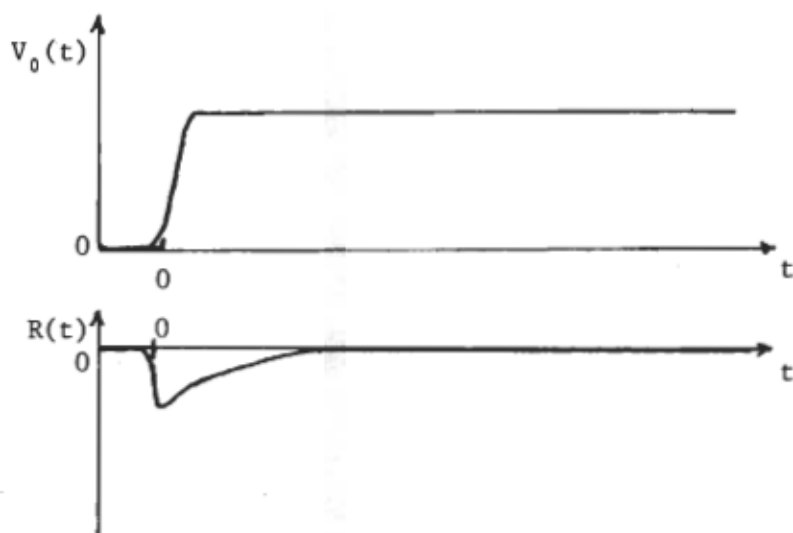


Figure 3.5 Réponse $R(t)$ à l'entrée $V_0(t)$ quand la théorie des systèmes linéaires est utilisée.

Pour emmagasiner le signal représenté sur l'écran de l'oscilloscope dans la mémoire du DIDAC, il suffit de sélectionner la région désirée du signal et ensuite peser sur le bouton "STOCK" situé sur le panneau avant du bloc d'exploitation. La prise du signal se fait alors automatiquement et elle s'arrête quand le nombre du "CYCLE D'AFFICHAGE" prédéterminé est atteint. La sortie des données emmagasinées dans les différents sous-groupes de la mémoire s'effectue par la suite numériquement et/ou analogiquement.

Avant de passer à l'étape finale de l'expérience, qui est le traitement numérique par ordinateur des données expérimentales, il y a certains paramètres qui entrent dans les calculs de la fonction de réponse diélectrique $\phi(t)$ et qu'il faut déterminer. Ces paramètres sont: l'échelle de temps, le temps de montée et l'amplitude de l'échelon incident, le temps de référence pour la réponse $R(t)$ et finalement la permittivité à l'infini du matériel diélectrique en question. Le calcul de ces paramètres se fait de la façon suivante:

a) Echelle de temps

Les résultats des codages successifs par le DIDAC de la grandeur à mesurer sont stockés chacun comme contenu d'un canal de la mémoire de 800 canaux et le numéro du canal représente le rang du codage dans le temps (voir figure 3.6). L'échelle de temps est linéaire sur tous les canaux de la mémoire, étant donné que l'avance successive des canaux s'effectue à un rythme préaffiché par le tiroir H23. Cependant, dans notre cas, la cadence préaffichée par ce tiroir ne s'applique pas parce que l'échantillonnage du signal par le DIDAC ne se fait pas à la source, mais plutôt à la sortie d'un autre système d'échantillonnage. Il est très difficile d'établir une

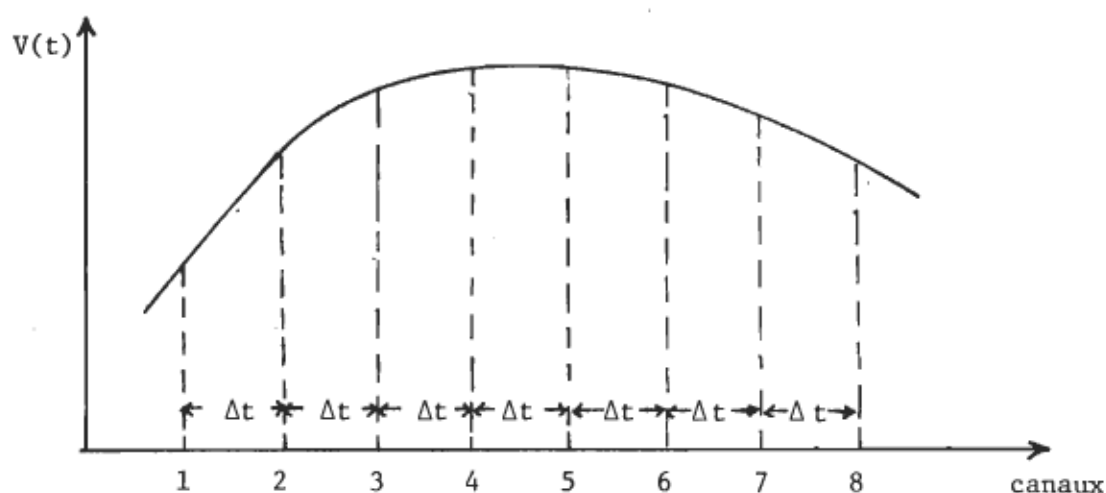


Figure 3.6 Codage d'un signal par le DIDAC

fonction de corrélation entre la cadence affichée par le tiroir H23 et le facteur d'expansion horizontale prédéterminé par l'amplificateur vertical à base de temps. La raison est que le balayage horizontal du signal présent à la sortie de l'oscilloscope, en plus de dépendre directement de ces deux facteurs, dépend aussi de la position du potentiomètre "SCAN" de l'amplificateur; ce potentiomètre non-gradué contrôle la densité des échantillons pris par balayage.

Pour déterminer l'intervalle de temps Δt qui sépare les contenus de deux canaux successifs de la mémoire, on utilise un signal calibré, une sinusoïde en général, qu'on emmagasine dans la mémoire du DIDAC sous les mêmes conditions de stockage que la réponse diélectrique. Pour générer de tels signaux, on utilise le marqueur de temps HP modèle 226A dont on atténue la sortie pour ne pas endommager le prééchantillonneur. L'intervalle de temps Δt est alors donné par la formule suivante:

$$\Delta t = T / \langle n \rangle \quad (3.5)$$

où T est la période du signal calibré et $\langle n \rangle$ est le nombre moyen de canaux par période.

b) Calculs du temps de montée et de l'amplitude de l'échelon incident

Pour calculer le temps de montée, T_m , de l'échelon incident, seule la partie qui représente la montée de l'impulsion est échantillonnée avec un intervalle Δt d'environ 1 picoseconde. T_m est déterminé d'une façon graphique par la partie linéaire de la montée et sa valeur est donnée par la formule suivante:

$$T_m = (n_2 - n_1) \times \Delta t \quad (3.6)$$

où n_1 et n_2 sont les numéros des canaux limitant la section linéaire de la montée, comme le montre la figure 3.7.

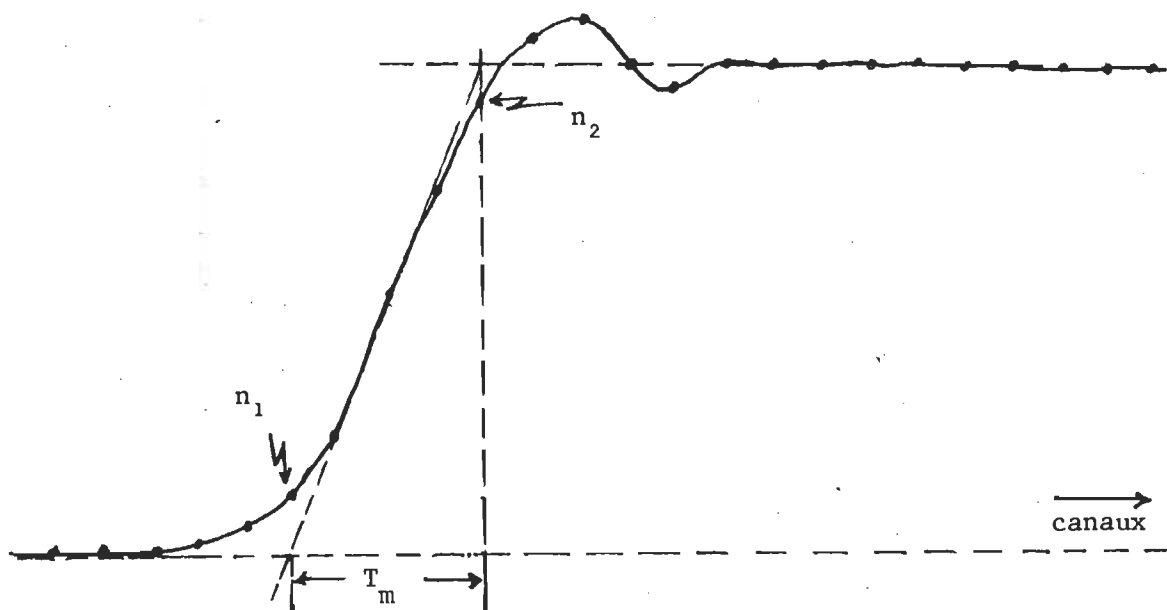


Figure 3.7 Détermination graphique du temps de montée de l'échelon incident.

La détermination de l'amplitude, V_0 , de l'échelon incident se fait dans le bloc d'exploitation du DIDAC où la section du signal $V(t)$ délimitée par la montée du $V_0(t)$ d'un côté et la réflexion $R(t)$ de l'autre côté, est comparée à une tension continue et réglable préaffichée dans la mémoire du DIDAC. Cette tension est fournie par la commande "TEST" du bloc d'exploitation SA43 et sa valeur est obtenue lors de l'impression des résultats.

c) Détermination du temps de référence pour $R(t)$

Le temps de référence $t = 0$ indique l'instant d'arrivée du signal incident sur l'interface air-diélectrique et, par conséquent, le commencement du signal réfléchi $R(t)$. La méthode de référence est graphique et elle est montrée dans la figure 3.8. La section linéaire du front avant de la

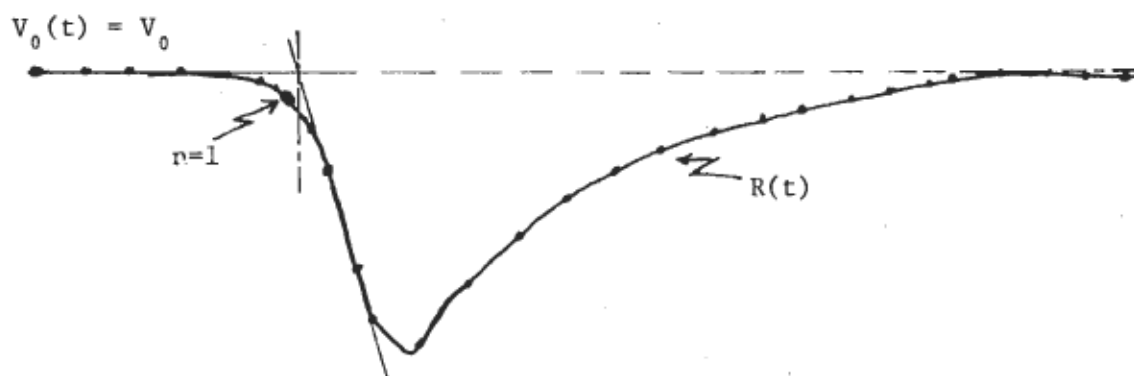


Figure 3.8 Définition du point "temps de référence" $t = 0$.

réponse diélectrique $R(t)$ est extrapolée au sommet de l'impulsion incidente V_0 et son point de rencontre avec cette ligne définit la position du point de référence $t = 0$ et le contenu du canal n associé à ce point représente $R(0)$.

d) Mesure de la permittivité à l'infini

Pour compléter les calculs de $\Phi(t)$, d'après les équations (3.1) et (3.2), il faut déterminer la permittivité à l'infini, ϵ_∞ , du matériel diélectrique sous étude. Pour cela, on échantillonne la région du signal réfléchi $R(t)$ qui est due seulement au comportement instantané du diélectrique en question c'est-à-dire la partie du signal qui est située au tout début de la réflexion $R(t)$. L'échantillonnage de cette section se fait avec un pas successif Δt d'environ 2 picosecondes et la forme typique obtenue est montrée dans la figure 3.9.

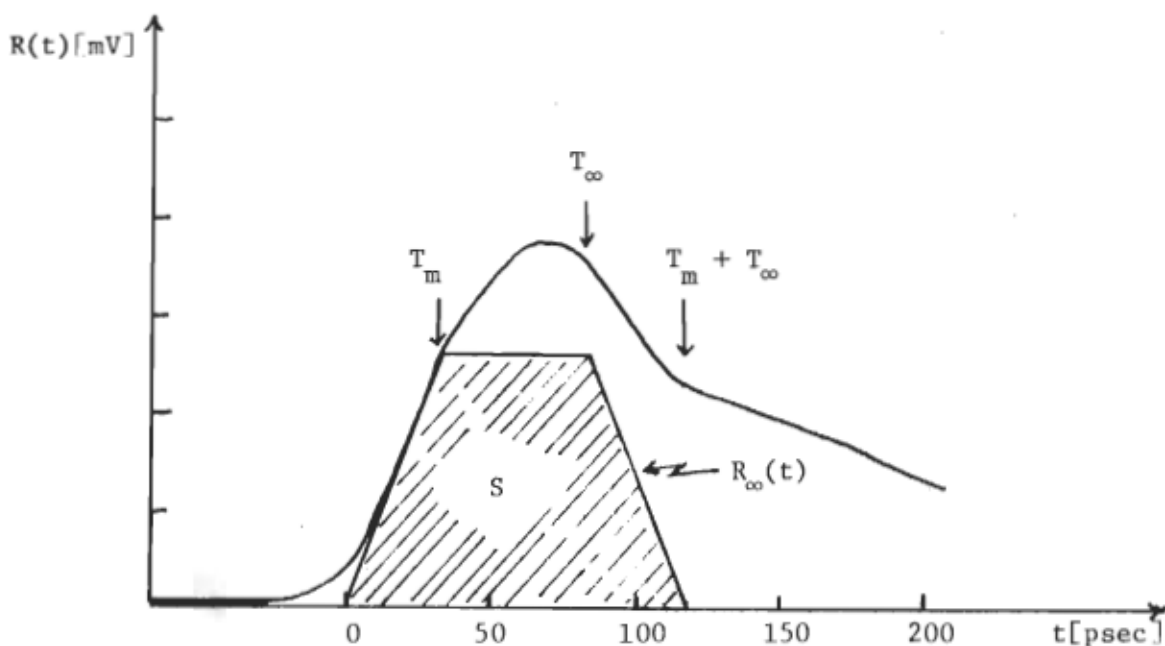


Figure 3.9 Forme typique du comportement instantané d'un échantillon diélectrique contenu dans une ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique.

Le signal observé est semblable à celui prédit par l'équation (1.72) qui donne le comportement instantané de la réflexion dû à la permittivité à l'infini, ϵ_{∞} , mais les discontinuités prédites par cette équation sont quelque peu arrondies et ceci parce que la tension incidente actuelle $V_0(t)$ dévie quelque peu de la forme idéale d'une rampe finie supposée dans l'analyse théorique. Cependant la valeur de $(T_m + T_{\infty})$ est raisonnablement bien définie, ce qui permet d'en déduire la valeur de T_{∞} tout en connaissant T_m . Une estimation de la contribution $R_{\infty}(t)$ est montrée dans la figure 3.9 en ligne pointillée. La surface trapézoïdale S engendrée par $R_{\infty}(t)$ est liée directement à ϵ_{∞} par l'équation (1.74) reproduite comme l'équation (3.7)

$$(2c/\ell) \int_0^{T_m + T_{\infty}} dt' \frac{R_{\infty}(t')}{V_0} = \epsilon_{\infty} - 1 \quad (3.7)$$

Quand $T_{\infty} > T_m$, qui est le cas de toutes nos mesures, l'équation (3.7) s'écrit comme :

$$(2cT_{\infty}/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} = \epsilon_{\infty} - 1 \quad (3.8)$$

où $R(T_m)$ représente l'amplitude de la réflexion à l'instant $t = T_m$. Connaissant la valeur de tous les paramètres figurant dans le côté gauche de cette équation, ϵ_{∞} peut alors être calculé facilement.

e) Echantillonnage de $R(t)$

L'échantillonnage de $R(t)$ est l'étape finale du processus expérimental. La totalité du signal $R(t)$ est échantillonnée avec une cadence variant entre 8 et 15 picosecondes dépendant de la durée du signal qui est déployé

sur 200 canaux de la mémoire. Une forme typique de $R(t)$ est montrée dans la figure 3.10.

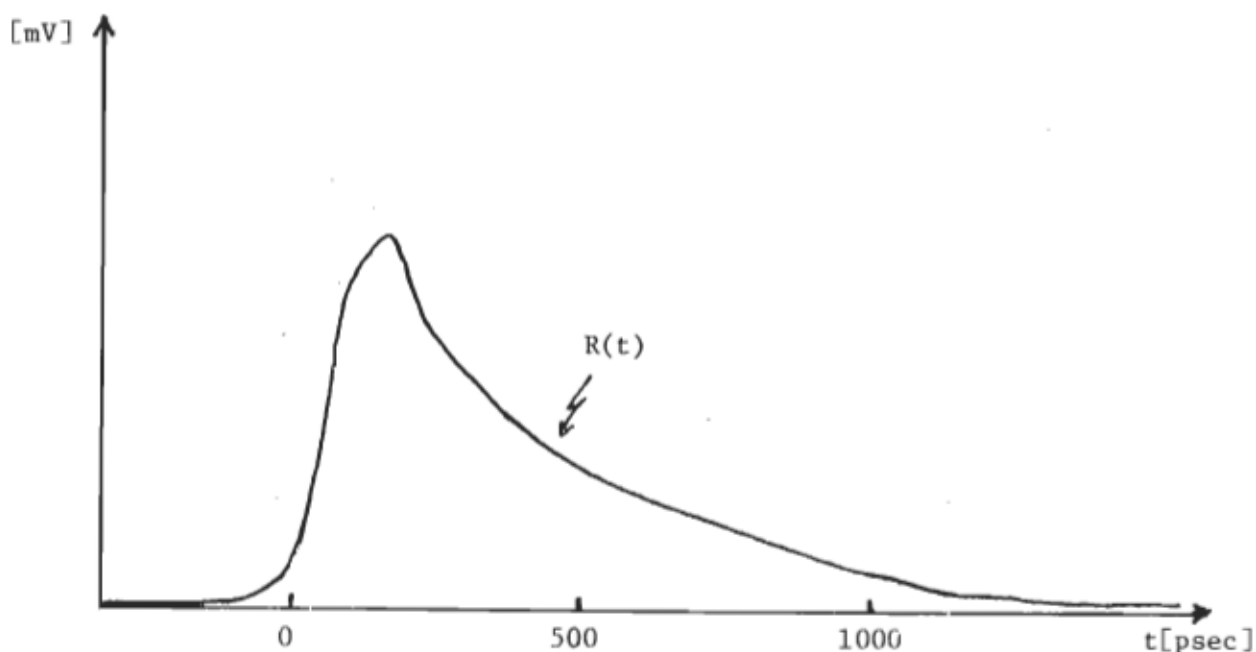


Figure 3.10 Forme typique de la réflexion $R(t)$ d'un échantillon diélectrique contenu dans une ligne coaxiale terminée par son impédance caractéristique.

La numérisation du signal $R(t)$ emmagasiné dans la mémoire du DIDAC s'effectue par le bloc d'exploitation et les résultats sont imprimés sous forme de tableau.

3.5 EXPLOITATION DES RESULTATS

Les données expérimentales acquises durant le processus de mesure sont transférées codifiées sur des cartes d'informatique perforées et celles-ci passent par la suite à l'ordinateur central qui effectue les calculs numériques de la fonction de réponse diélectrique $\Phi(t)$. Le

traitement numérique par ordinateur se fait suivant un programme FORTRAN qui utilise les simples lois des sommes trapézoïdales de Simpson et de Newton pour effectuer les intégrations numériques de $R(t)$, de sa convolution et de leurs dérivées. En plus de donner la valeur numérique de $\Phi(t)$ à des intervalles réguliers Δt (Δt étant la cadence d'échantillonnage du signal $R(t)$), ce programme calcule par la méthode des moindres carrés les meilleures valeurs numériques de $(\epsilon_0 - \epsilon_\infty)$ et τ qui reproduisent la forme de $\Phi(t)$ d'après la formule (3.9) qui est la forme indiquée pour une substance diélectrique de type Debye³⁹,

$$\Phi(t) = (\epsilon_0 - \epsilon_\infty)[1 - \exp(-t/\tau)] \quad (3.9)$$

où ϵ_0 est la permittivité statique du diélectrique et τ est son temps de relaxation.

Les programmes d'ordinateur que nous avons utilisés pour effectuer les calculs de $\Phi(t)$ ainsi que des paramètres de sa forme analytique sont donnés dans l'appendice B avec un exemple de leur utilisation.

3.6 ANALYSE DES ERREURS

3.6.1 INTRODUCTION

Comme il a déjà été mentionné dans les sections précédentes, plusieurs erreurs peuvent être impliquées dans les étapes précédant l'évaluation de la fonction de réponse diélectrique à partir des mesures RDT. Ces erreurs introduisent des incertitudes dans les paramètres caractérisant le comportement diélectrique du système physique sous étude, exemple dans ϵ_0 , ϵ_∞ et τ pour un comportement Debye.

Le but de cette section est d'évaluer les incertitudes impliquées dans les paramètres déterminés ϵ_0 , ϵ_∞ et τ par rapport aux incertitudes impliquées dans $R(t)$ et $V_0(t)$. A cause de la complexité du problème, il nous sera impossible de donner des analyses mathématiques détaillées. Cependant un ordre de grandeur de l'incertitude résultante dans les paramètres caractérisant le comportement diélectrique peut être déterminé à partir des valeurs calculées de la fonction de réponse diélectrique $\phi(t)$.

Les sources des erreurs présentes dans les mesures seront définies dans cette section et seront discutées dans les sections suivantes.

Les erreurs dans un tel système de mesure peuvent être divisées en trois groupes:

- 1) Des erreurs systématiques qui sont indépendantes de l'équipement utilisé pour faire les mesures et qui sont le résultat de l'échantillonnage d'une réponse transitoire sur un intervalle de temps fini (on exprime ainsi de façon approximative l'intégrale continue par une intégrale discontinue). Une autre source d'erreurs systématiques peut venir de la méthode qui situe la position du point de référence qui marque le début de la réflexion $R(t)$.
- 2) Les erreurs digitales forment le deuxième groupe des erreurs qui incluent le chiffrage des signaux par le convertisseur A-D.
- 3) Les erreurs causées par le système d'acquisition des données forment le troisième groupe. Ces erreurs, qui sont les plus difficiles à contrôler, incluent:
 - a) les fluctuations d'amplitude causées en partie par le générateur d'impulsions,

- b) les réflexions parasites causées par les connecteurs RF,
- c) la non-linéarité des circuits de balayage et,
- d) le bruit de fond causé par les circuits électroniques.

3.6.2 DISCUSSION DES ERREURS SYSTEMATIQUES

Dans l'évaluation de la fonction de réponse diélectrique, on suppose que le signal $R(t)$ est échantillonné sur une période de temps qui s'étend de zéro jusqu'à l'infini. Le fait de prélever des échantillons sur une période finie implique la perte de l'information continue dans la partie non-échantillonnée du signal. L'échantillonnage, par conséquent, doit être continué jusqu'à ce que l'information perdue soit insignifiante. Normalement, on peut établir d'une manière qualitative le commencement et la fin de la portion significative du signal et alors prendre quelques échantillons de plus pour être sûr. En général l'erreur produite par un échantillonnage sur une période de temps fini est localisée dans le voisinage du point de troncature, l'erreur est maximale en ce point et décroît en s'éloignant de la région tronquée.

La valeur du signal au point de troncature est une bonne approximation de l'erreur maximale due à cet effet³⁸. Alors pour un signal $R(t)$, qui a une forme exponentielle, une idée de l'incertitude en fonction du point de troncature peut être obtenue de la figure 3.11 qui montre la variation de la valeur d'une exponentielle normalisée à l'unité en fonction du temps exprimé en unités de "largeur à demi-hauteur". Par exemple, une erreur de troncature de moins que 0.001% requiert une durée d'échantillonnage équivalente à 10 fois la largeur à demi-hauteur de l'exponentielle en

question.

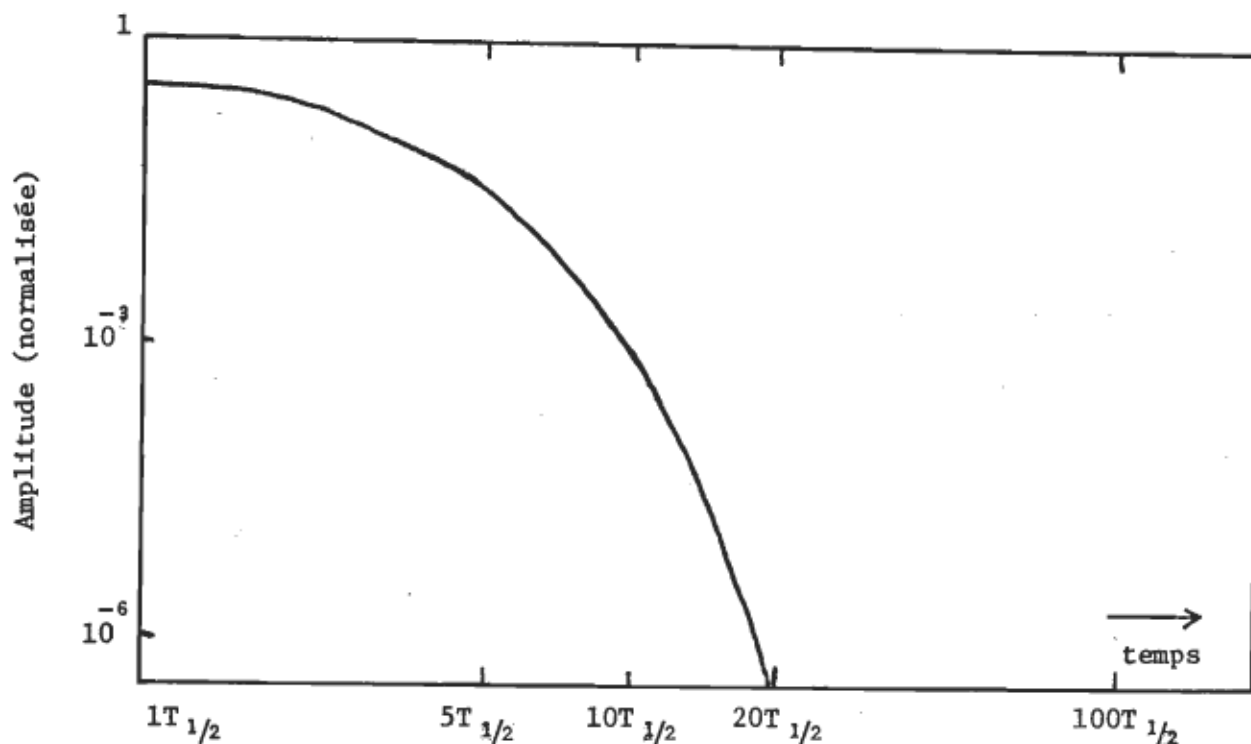


Figure 3.11 Erreur de troncature en fonction de la durée d'échantillonnage.

Une autre source d'erreur systématique peut résider dans la position du point A qui marque le début de la réflexion $R(t)$ (voir section 3.4-c). A cause de l'arrondissement du signal dans cette région, il est difficile de situer exactement la position précise du point $R(0)$. Le point A a été défini comme étant le point de rencontre de la ligne de base V_0 avec la partie linéaire de $R(t)$ extrapolée au sommet de l'impulsion (voir figure 3.12).

La précision de cette méthode de référence est estimée à 1 picoseconde. Vu que la durée du signal entier est de l'ordre de nanosecondes, l'effet d'une telle erreur sur les résultats de l'intégration est négligeable.

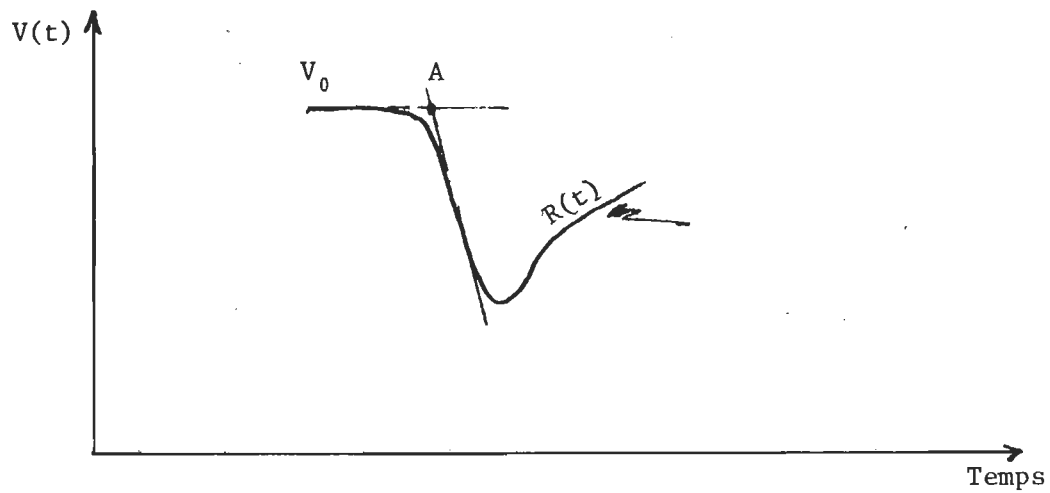


Figure 3.12 Méthode du point de référence A .

Une autre source d'erreur systématique provient de la nature de la surface libre de l'échantillon diélectrique (voir figure 3.13).

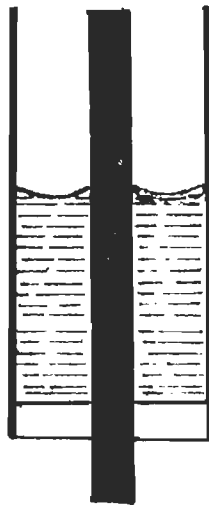


Figure 3.13 Représentation schématique d'un échantillon diélectrique inséré dans une ligne coaxiale.

La présence d'une surface méniscale plutôt que d'une surface aplatie affecte l'interprétation dans le cas des échantillons de très faible épaisseur, où il est très difficile de calculer une longueur effective de l'échantillon en question. Cependant, la présence d'un tel ménisque ne produit pas d'erreur apparente dans le cas des échantillons ayant une longueur de 3 mm et plus.

3.6.3 DISCUSSION DES ERREURS DIGITALES

Les points d'échantillonnage résultant d'une opération de chiffage du signal analogique d'origine doivent être une représentation digitale exacte et précise et doivent contenir autant qu'il est pratiquement possible les informations pertinentes dans le signal d'origine. Le degré d'exactitude du procédé de chiffage peut être apprécié en reconvertissant les données numériques en forme analogique et en comparant ce résultat au signal original. Si les deux sont identiques, alors le signal chiffré est une représentation précise du signal d'origine. Toute différence entre les deux signaux peut être appelée "erreur de chiffage" ou "erreur digitale".

Le chiffage d'un signal implique deux étapes de base. Le signal analogique doit être échantillonné à des intervalles de temps fini et précis et chaque point d'échantillonnage doit être converti en une valeur numérique ayant un nombre de chiffres fini. Les erreurs inhérentes à ces étapes sont discutées dans les paragraphes suivants:

1) Intervalle d'échantillonnage

Quelle que soit la méthode utilisée, les erreurs d'échantillonnage sont proportionnelles à l'intervalle d'échantillonnage. Plus cet intervalle est

petit, plus les erreurs inhérentes sont petites. Si l'intervalle d'échantillonnage diminue, le signal varie de moins en moins durant cet intervalle et alors, la fonction d'interpolation qui relie les points échantillonnés peut former plus facilement une représentation précise du signal original. Cependant, si l'intervalle d'échantillonnage est très grand, la représentation sera sujette à erreur.

On peut déterminer d'une façon quantitative la largeur Δt de l'intervalle d'échantillonnage nécessaire pour avoir une représentation exacte et précise du signal d'origine. Le théorème d'échantillonnage de Nyquist cite: "Seulement les signaux ayant une transformée de Fourier avec une densité zéro à des fréquences supérieures à $1/(2\Delta t)$ peuvent être échantillonnés sans erreurs à des intervalles d'échantillonnage Δt ". La fréquence critique, $1/(2\Delta t)$, est appelée la fréquence d'échantillonnage de Nyquist.

Les fréquences présentes dans la transformée de Fourier de la réponse réfléchie $R(t)$ sont déterminées par le temps de montée, T_m , de l'échelon de tension incident, $V_0(t)$. T_m est estimé à environ 35 picosecondes et la transformée de Fourier de $R(t)$ devient nulle aux fréquences supérieures à 28 GHz. Or, l'intervalle d'échantillonnage du signal $R(t)$ varie entre 8 et 15 picosecondes ce qui donne des fréquences respectives de Nyquist de 62.5 et 33.3 GHz. Les conditions de Nyquist sont donc respectées et par conséquent les données d'échantillonnage forment en effet une représentation précise du signal analogique d'origine $R(t)$.

2) Quantification

La deuxième étape de base dans le processus de chiffage est la représentation numérique d'un point d'échantillonnage, aussi appelé processus

de quantification. L'axe-y est divisé en plusieurs niveaux de quantification ayant chacun une largeur de q volts. Pour n'importe quelle tension d'entrée comprise dans le domaine dynamique du convertisseur A-D, la tension à la sortie sera une valeur qui est un multiple de q . L'erreur de quantification d'un échantillon peut alors être exprimée comme:

$$e_q(n\Delta t) = y_q(n\Delta t) - y(n\Delta t) \quad (3.10)$$

où $e_q(n\Delta t)$ est l'erreur due à la quantification du point échantillon $n\Delta t$, y_q est la valeur digitale du signal à ce point et y est sa valeur exacte. Puisque le convertisseur arrondit la quantification au niveau q le plus proche, $|e_q|$ sera alors plus petit ou égal à $\frac{1}{2}q$.

Il est important de noter que les erreurs introduites dans les données digitales par le processus de chiffage dépendent de l'intensité relative du bruit dans le signal d'origine par rapport à la grandeur de l'intervalle de quantification. Si par exemple, le signal a un niveau constant et ne contient pas de bruit, l'erreur de quantification sera fixe et ne dépassera pas $\frac{1}{2}q$ volts. Mais ce n'est pas le cas du signal $R(t)$ qui contient une composante de bruit qui est relativement grande par rapport à l'intervalle de quantification et par conséquent, l'effet de quantification se réduit à ajouter un peu de bruit sur le signal original.

3.6.4 DISCUSSION DES ERREURS CAUSEES PAR LE SYSTEME D'ACQUISITION DES SIGNAUX

Les erreurs causées par les composantes du système d'acquisition des signaux telles que générateur d'échelons, oscilloscope d'échantillonnage amplificateur et circuits de balayage, sont la plupart de nature aléatoire

et par conséquent sont les plus difficiles à contrôler. Cependant, avec une méthode de mesure adéquate, on peut réduire considérablement ces erreurs et leur effet total. Dans les sections suivantes, on discutera des importantes sources d'erreurs inhérentes au système et on décrira les moyens utilisés pour les réduire.

a) Fluctuations d'amplitude

Si on observe la montée de l'impulsion incidente à l'entrée du pré-échantillonneur, donc à un point fixe de la ligne coaxiale, on remarque une excitation à court terme et une dérivation à long terme du signal incident. Ces mouvements dans le temps sont causés par l'instabilité du générateur d'impulsions et des circuits de balayage et se traduisent par des fluctuations d'amplitude du signal incident $V_0(t)$ et du signal réfléchi $R(t)$. L'excitation à court terme est estimée à 1 ou 2 picosecondes et la dérive est estimée à 5 picosecondes sur une période de 2 à 3 minutes. En mesurant une rampe ayant un temps de montée d'environ 35 picosecondes, ceci peut causer une erreur d'amplitude d'environ 20%.

Parmi les méthodes proposées afin d'éliminer les erreurs causées par les fluctuations d'amplitude, il y en a une qui suggère l'utilisation des circuits logiques qui seront attachés aux circuits de balayage de l'oscilloscope et qui contrôleront l'échantillonnage du signal à l'aide d'une boucle à réaction¹⁵. Une deuxième méthode suggère l'utilisation de la montée de l'impulsion incidente pour déclencher le système d'acquisition des données³². Bien qu'elle soit moins compliquée que la précédente, cette méthode requiert l'utilisation d'un court-circuit à la place de l'interface air-diélectrique de l'échantillon pour pouvoir mesurer le signal incident

$V_0(t)$.

Pourvu que la base de temps du système soit stable à court terme, les erreurs aléatoires causées par les excitations dans le temps peuvent être éliminées en prenant une moyenne adéquate des signaux présents à la sortie de l'oscilloscope. Ceci suggère que les méthodes conçues spécialement pour éliminer ces erreurs ne sont pas nécessaires à moins que le temps de collection des données soit de l'ordre de quelques minutes.

C'est une méthode statistique que nous utilisons dans ce travail pour éliminer les erreurs d'amplitude causées par les excitations à court terme du signal incident $V_0(t)$. Cette méthode consiste à sommer les résultats d'échantillonnage répétitif du même signal. A cause de la nature aléatoire des excitations, la somme des erreurs produites tend vers zéro quand le nombre de cycles d'échantillonnage tend vers l'infini. Pour un nombre de cycles, N , fini mais grand, on peut écrire la relation suivante:

$$\sum_{i=1}^N e_i(n\Delta t) = Ny(n\Delta t) - \sum_{i=1}^N y_i(n\Delta t) \cong 0 \quad (3.11)$$

où $e_i(n\Delta t)$ est l'erreur de quantification au point échantillon $n\Delta t$, y_i est la valeur digitale du signal à ce point et y est sa valeur exacte. Plus N est grand, plus l'équation (3.11) est satisfaite, mais par contre, la dérive du signal devient plus importante car le temps de collection des données devient plus long. Alors le choix de N est limité par la vitesse d'échantillonnage des signaux. Avec le système d'acquisition automatique des données que nous utilisons pour effectuer les mesures, on peut atteindre facilement 500 cycles d'échantillonnage dans environ 5 secondes, période pour laquelle la dérive est estimée à une fraction de picoseconde.

Avec un tel N , les erreurs d'amplitude causées par les excitations sont pratiquement nulles et celles causées par la dérive du signal sont de l'ordre de 1%.

Pour effectuer une sommation exacte et précise des valeurs d'échantillonnage d'un signal périodique, $f(t)$, présent à la sortie-Y de l'oscilloscope d'échantillonnage, il faut déclencher les circuits de balayage du DIDAC en synchronisation avec $f(t)$, de façon à ce que les cycles d'échantillonnage successif commencent toujours à une position fixe du signal. Normalement le signal de déclenchement est un train d'impulsions produites par un générateur externe à une fréquence égale au taux de répétition du signal $f(t)$. Les signaux de balayage horizontal présents à la sortie-X de l'oscilloscope d'échantillonnage, sont en synchronisation parfaite avec les signaux à échantillonner, $f(t)$; cependant ils n'ont ni la forme ni l'amplitude nécessaire pour déclencher les circuits de balayage du DIDAC. Ces signaux sont des rampes de tension ayant une amplitude de 1 volt, tandis que le DIDAC demande des impulsions d'amplitude minimale de 5 volts. Pour faire le changement, nous avons construit un circuit d'intégration qui est inséré entre la sortie-X de l'oscilloscope et l'entrée du DIDAC. Ce circuit, dont le schéma est à la figure 3.14, transforme les rampes de l'oscilloscope en impulsions de forme et grandeur adéquates. Ces signaux sont dessinés à la figure 3.15.

Le train d'impulsions obtenu est alors appliqué à l'entrée des circuits de balayage du DIDAC permettant ainsi la sommation exacte et précise des signaux échantillonnés.

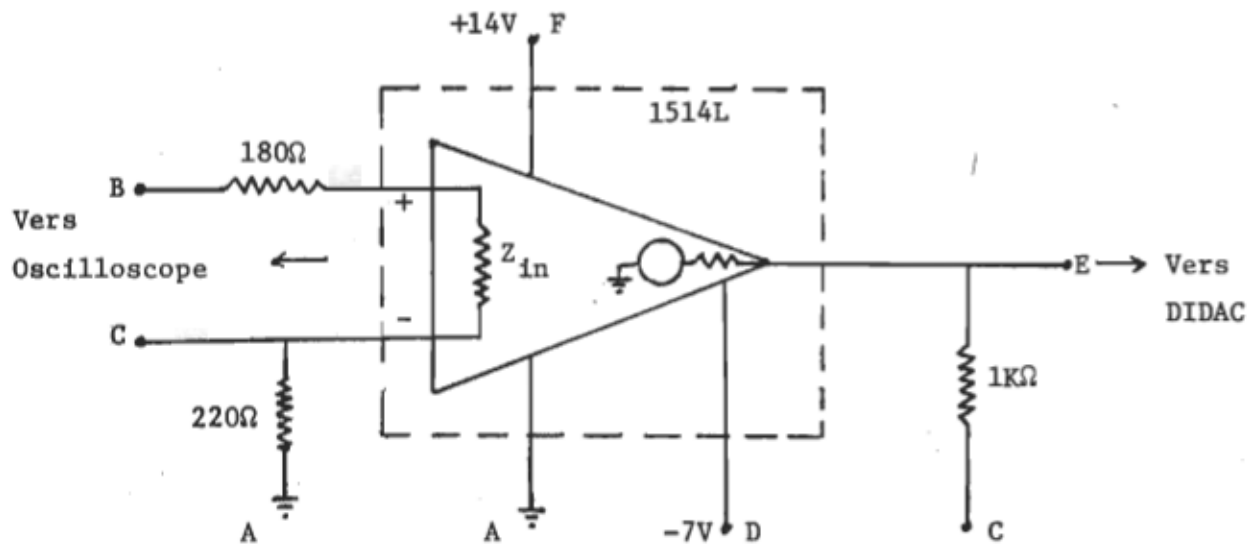


Figure 3.14 Schéma du circuit d'intégration connecté à la sortie des circuits de balayage horizontal de l'oscilloscope d'échantillonnage.

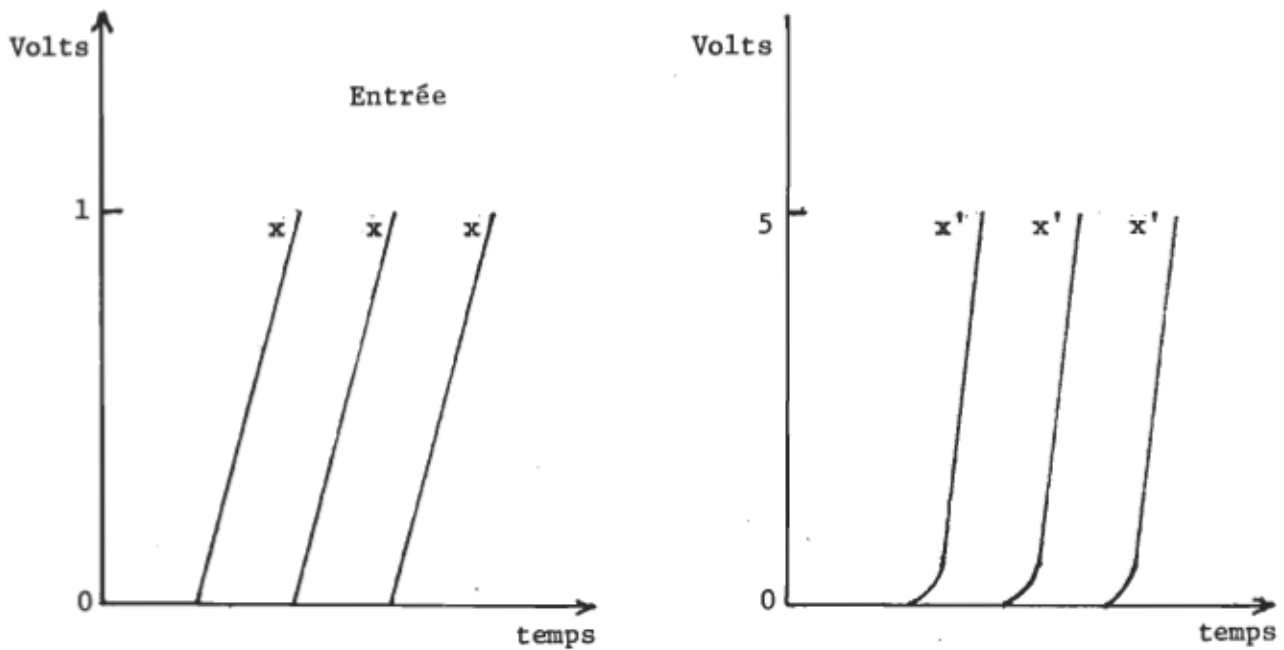


Figure 3.15 Signaux d'entrée, x , et de sortie, x' , du circuit d'intégration.

b) Réflexions parasites

Les seules réflexions présentes dans un système RDT idéal sont celles qui proviennent des deux interfaces air-diélectrique de la cellule. En pratique, quoique les lignes de transmission de haute qualité qui sont utilisées se comportent de façon presque idéale, les connecteurs à chaque bout de la ligne introduisent des petites discontinuités qui produisent des réflexions parasites dans le système. La diode tunnel et le prééchantillonneur ont des coefficients de réflexion relativement grands (spécifications limites 0.10 comparé à 0.01 pour une paire de connecteurs APC-7).

Pour pouvoir prédire le temps d'apparition et l'importance relative des différentes réflexions causées par les petites discontinuités physiques, un graphique distance-temps de la forme montrée dans la figure 3.16-a peut être utilisé. L'axe vertical présente les distances entre les réflexions, l'axe horizontal présente le temps et la pente des signaux donne leur vitesse de propagation. La figure 3.16-b juxtapose le dispositif RDT au schéma des réflexions de l'impulsion initiale. La figure 3.16-c donne une version un peu idéalisée du signal observé par l'échantillonneur (les petites réflexions causées par les connecteurs APC-7 sont à l'origine des petites ondulations). Pour donner une idée de la grandeur des différentes contributions, la figure 3.16-d donne, en fonction du temps, les spécifications limites des réflexions mesurées à l'entrée de l'échantillonneur, les réflexions plus petites que 10^{-4} ont été omises.

Plusieurs méthodes ont été suggérées pour minimiser les effets des réflexions parasites. Elles consistent soit à introduire des facteurs de correction dans les calculs des propriétés diélectriques, soit à soustraire de la réponse de l'échantillon diélectrique celle de la cellule vide. Ces

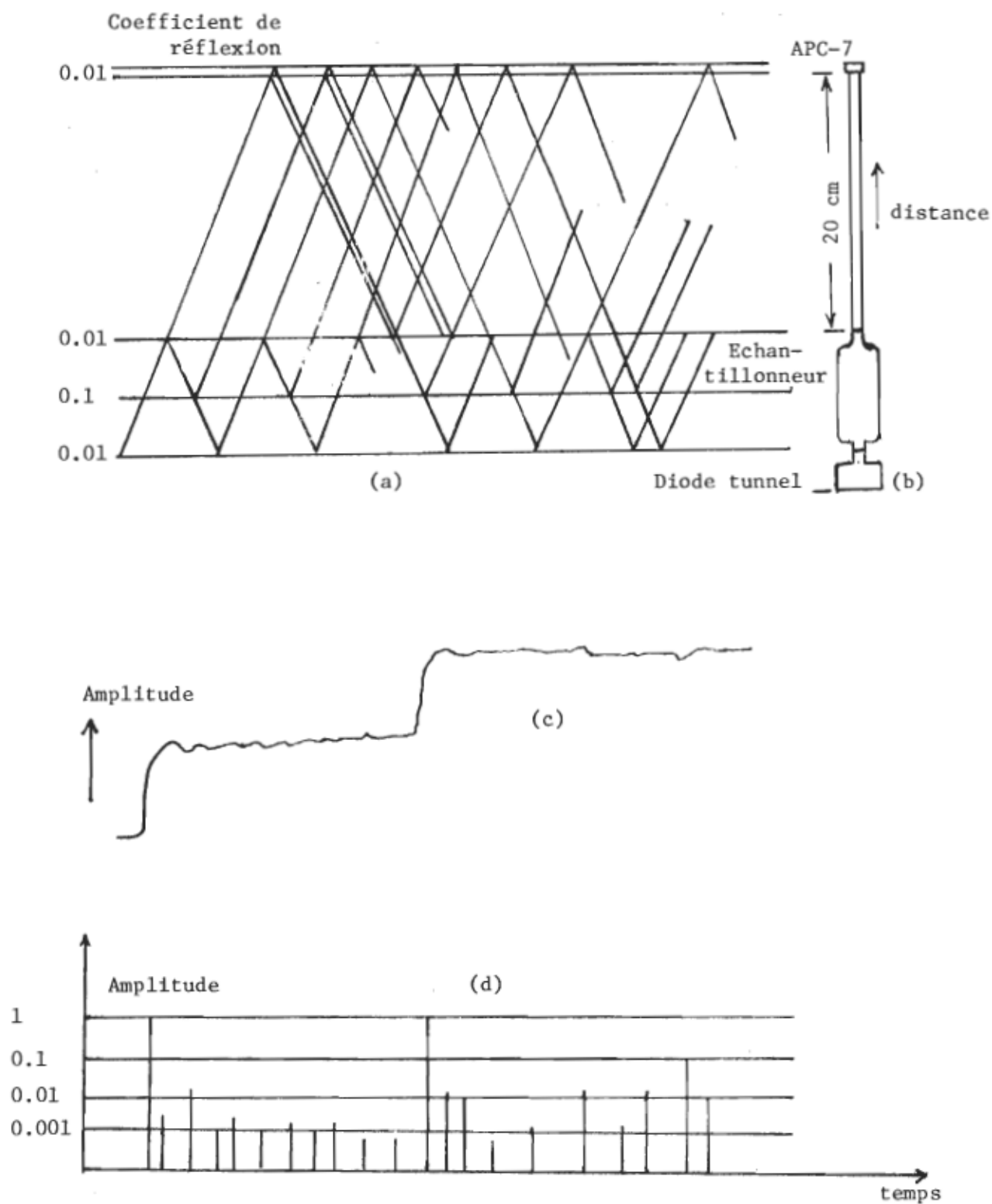


Figure 3.16 a) Graphique distance-temps des réflexions multiples
 b) Système de mesure
 c) Impulsion montrant des réflexions parasites
 d) amplitude des importantes contributions du signal.

méthodes supposent que les réflexions parasites restent inchangées au cours de la calibration et des mesures. Ceci n'est pas le cas en pratique et le résultat d'une telle supposition peut bien avoir des effets nuisibles sur les calculs.

La méthode que nous avons adoptée pour minimiser l'effet des réflexions parasites consiste à introduire un tronçon additionnel de ligne de transmission entre la sortie du prééchantillonneur et la cellule contenant l'échantillon diélectrique. Cette ligne de 30 cm de longueur introduit des délais entre les réflexions parasites de façon à ce que le signal mesuré contienne le minimum possible d'écho. L'effet des réflexions restantes, exemple: celles qui n'ont pas été éliminées par ce procédé, est grandement minimisé par le lissage fait par l'ordinateur et en effectuant l'intégration numérique des données de mesure.

c) Bruit de fond

L'oscilloscope d'échantillonnage constitue l'outil primaire de mesure dans le domaine du temps. Typiquement le signal d'entrée maximal est de ± 1 volt. Le niveau du bruit de fond à court terme est d'environ 12 mV, dont la quasi-totalité est produite par le prééchantillonneur (spécification limite 10 mV). L'échelon produit par le générateur d'impulsions a une amplitude de 250 mV. Quant à l'amplitude de la réflexion $R(t)$ elle varie normalement entre 50 et 150 mV. Alors pour effectuer les mesures avec une sensibilité maximale, une précision de 1% est nécessaire et par conséquent, le bruit de fond doit être réduit au plus bas niveau possible de façon à ce que son interférence avec le signal d'origine soit négligeable. Pour ce faire, le signal passe à travers deux circuits de filtrage avant d'être

collecté. Le premier circuit est incorporé dans l'amplificateur d'échantillonnage, il réduit le niveau du bruit par un facteur de 4, le ramenant ainsi à environ 3mV. Le deuxième circuit de filtrage est incorporé dans le DIDAC entre la sortie de l'amplificateur d'échantillonnage et l'entrée du convertisseur A-D.

Comme on peut s'y attendre, le restant du bruit qui persiste après les deux étapes de filtrage est presque éliminé par l'échantillonnage répétitif ($N = 500$) du même signal. Avec ceci et les deux étapes de filtrage, il nous est possible d'opérer à la sensibilité maximale du système d'échantillonnage.

3.7 DISCUSSION DES RESULTATS

Nous avons vu dans les sections précédentes que certaines sources d'erreurs vont de pair avec la mesure expérimentale de la fonction de réponse diélectrique $\Phi(t)$. A cause de la complexité des calculs, il nous a été difficile d'évaluer quantitativement l'incertitude introduite par chacune de ces erreurs dans la détermination des quantités ϵ_0 , ϵ_∞ et τ qui caractérisent le comportement diélectrique du matériel sous étude. Nous nous sommes alors contentés de discuter des erreurs impliquées dans les mesures et de décrire les moyens utilisés afin de les minimiser et réduire ainsi leurs effets sur les résultats des mesures.

Cependant, il va sans dire heureusement, l'incertitude résultante dans les paramètres caractérisant le matériel diélectrique est déterminée par le programme d'ordinateur NLWOOD⁵⁹ qui, à partir des résultats d'intégrations numériques, calcule les coefficients de la fonction de réponse analytique $\Phi(t) = (\epsilon_0 - \epsilon_\infty)[1 - \exp(-t/\tau)]$. En effet, en plus de donner les

paramètres ($\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty$) et τ , les résultats à la sortie de l'ordinateur donnent entre autres:

- a) le degré d'exactitude avec lequel l'équation de $\Phi(t)$ incorporant les valeurs des coefficients calculées par le programme, reproduit les données numériques.
- b) le degré de précision dans l'évaluation de chacun des coefficients calculés.
- c) un estimé de l'incertitude de chaque coefficient et qui est exprimé par une "région de confiance de 95%".
- d) une courbe des résidus -- les différences entre les valeurs calculées de $\Phi(t)$ et les valeurs observées -- en fonction des valeurs calculées correspondant à l'équation de $\Phi(t)$, et,
- e) une courbe de distribution cumulative des résidus. -- Le programme trace les résidus par ordre de grandeur sur une grille de "probabilité normale de la fréquence cumulative". Si les résidus sont distribués normalement, les points doivent se situer approximativement sur une ligne droite avec une moyenne zéro. La hauteur de la ligne droite fournit un estimé de la moyenne de la population et sa pente fournit un estimé de l'écart-type.-- Le but de cette courbe n'est pas de déterminer l'écart-type, mais plutôt de voir si la structure d'erreur possède une apparence normale (Gaussienne).

L'incertitude dans la valeur de ($\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty$) est estimée à environ 2%, tandis que celle de τ varie entre 2 et 6% dépendant de la valeur même de τ . La figure 3.17 montre l'erreur totale possible dans τ en fonction de τ .

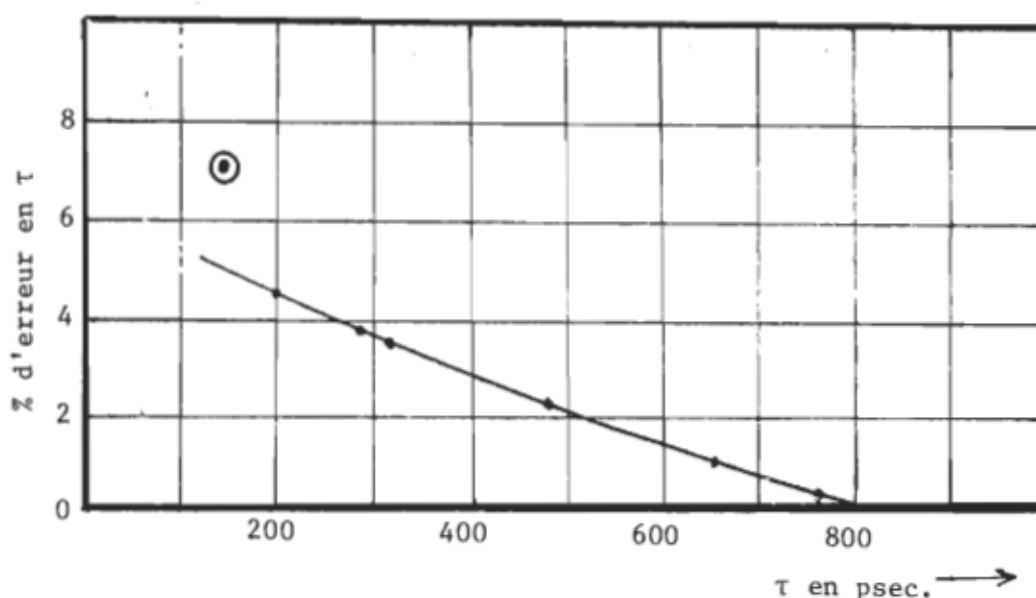


Figure 3.17 Erreur totale dans τ en fonction de τ .

Malgré la petitesse de l'incertitude calculée pour τ , la variation systématique de cette incertitude nous a incité à nous poser des questions. Nous avons alors comparé les courbes résiduelles correspondant à plusieurs $\Phi(t)$ et nous avons remarqué les faits suivants:

- au lieu de représenter une distribution aléatoire autour de la ligne zéro, les résidus sont négatifs au commencement, quand t est petit, et s'en vont en diminuant jusqu'au moment où ils deviennent zéro. Là ils changent de signe et s'en vont en augmentant, puis soudainement ils diminuent pour devenir négatifs une deuxième fois.
- l'amplitude de la courbe résiduelle est beaucoup plus grande au début qu'à la fin.
- l'amplitude de la courbe résiduelle correspondant à un certain $\Phi(t)$ va à l'inverse de τ . La figure 3.18 montre un résumé schématique des résultats

de la comparaison.

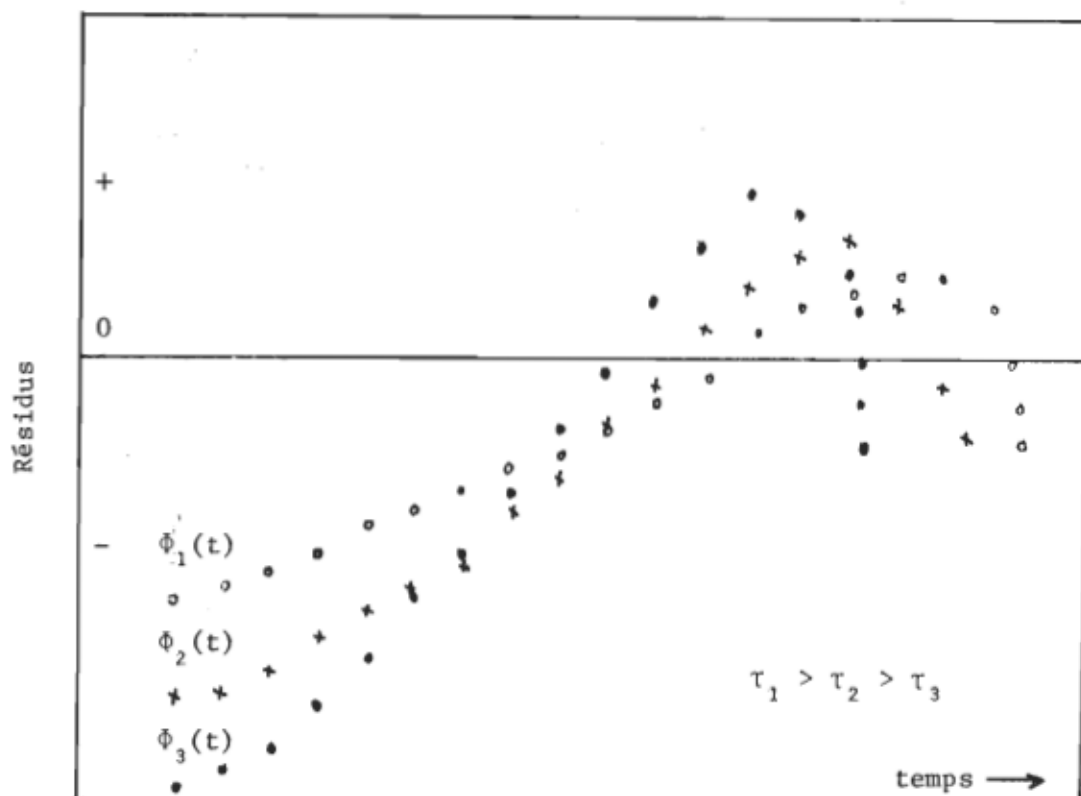


Figure 3.18 Comparaison entre les courbes résiduelles de trois $\Phi(t)$ différents.

Tous ces indices font que la fonction de réponse observée, $\Phi(t)$, en plus d'être un peu tordue, est décalée par rapport à celle calculée, comme le montre la figure 3.19. Ce manque de concordance à court terme est dû au fait que l'analyse a lissé le signal dû aux réflexions multiples de l'échantillon diélectrique. L'inclusion de chaque réflexion à son temps d'arrivée aurait mené à des relations plus compliquées entre les signaux réfléchis et la fonction de réponse diélectrique.

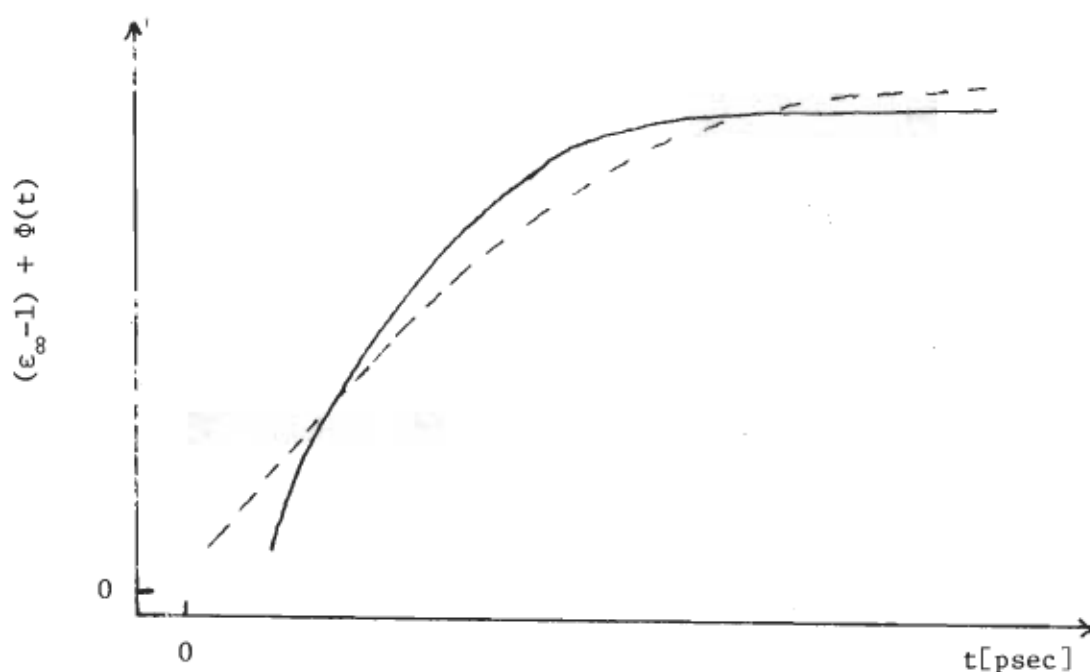


Figure 3.19 La fonction de réponse observée (ligne continue) tordue et décalée par rapport à celle calculée par l'ordinateur (ligne pointillée).

Pour minimiser l'effet de cette erreur, nous avons assigné des poids statistiques aux résultats d'intégrations, en pesant moins les valeurs de début. Ceci donne un τ quelque peu différent mais avec un meilleur écart-type et ainsi une meilleure approximation de la fonction de réponse diélectrique $\Phi(t)$. Cette méthode s'est révélée efficace, surtout pour les temps de relaxations relativement courts où l'incertitude a été ramenée à un niveau acceptable.

Finalement, pour terminer ce chapitre, le lecteur est référé à l'appendice B où un exemple d'analyse est montré en détail pour le Butanol.

CHAPITRE IV

ETUDE DU COMPORTEMENT DIELECTRIQUE DE QUELQUES ALCOOLS NORMAUX PAR LA METHODE RDT

4.1 INTRODUCTION

La dispersion diélectrique est un phénomène qui se produit dans des substances contenant des molécules polaires. Ce genre de molécule est caractérisé par son moment dipolaire permanent. Ce moment dipolaire est d'une importance majeure dans notre compréhension des interactions moléculaires. La grandeur d'un tel moment dépend de la grandeur et de l'asymétrie de la molécule - les molécules symétriques sont non-polaires. Les moments dipolaires des molécules d'une substance influencent sa permittivité et reflète la structure électronique de ladite molécule. L'étude de cette permittivité, et en particulier sa dépendance sur la température, peut être utilisée pour mesurer le moment dipolaire de la molécule.

L'application d'un champ électrique sur une substance polarise les molécules qui la constituent, et plus la polarisation est grande, plus la permittivité de cette substance devient grande. Dans les molécules non-polaires, cette polarisabilité provient de deux effets: le champ électrique cause un déplacement des électrons par rapport au noyau dans chaque

atome (polarisation électronique) et aussi un déplacement des noyaux atomiques les uns par rapport aux autres (polarisation atomique). Le premier effet est généralement le plus grand des deux. Dans les molécules polaires, un troisième processus contribue à la polarisation pourvu que les moments dipolaires permanents sont libres de se réorienter. Dans l'absence du champ électrique, les moments dipolaires permanents des molécules sont distribués de façon aléatoire dans toutes les directions, car ils changent constamment à cause du mouvement thermique des molécules. Quand un champ électrique est appliqué, la tendance des dipôles permanents est de s'aligner parallèlement au champ. Cependant, à cause de l'effet de désorientation produit par le mouvement thermique, l'alignement n'est pas total, du moins aux températures ordinaires et pour les champs qui sont utilisés normalement dans les mesures. Cette polarisation d'orientation, qui est nulle pour les milieux non-polaires, est additionnelle aux polarisations atomique et électronique (appelées collectivement polarisation de distorsion), ce qui fait que la permittivité des milieux polaires est généralement plus grande que celle des milieux non-polaires.

La dépendance de la permittivité des matériaux polaires en température diffère aussi de celle des matériaux non-polaires. Dans ces derniers, le changement de la température a seulement un petit effet dû surtout au changement de densité. Cependant, dans les matériaux polaires, la polarisation d'orientation diminue rapidement avec une augmentation de la température, car le mouvement thermique croissant réduit l'alignement des dipôles permanents par le champ électrique. Pour cette raison, la permittivité d'une substance polaire diminue plus rapidement avec une température croissante que celle d'une substance non-polaire.

Chacun parmi les trois types de polarisabilité d'une substance polaire est fonction de la fréquence du signal appliqué. Comme le champ se renverse deux fois par cycle, la distorsion des molécules et leur degré d'orientation moyenne doivent changer. Quand la fréquence du champ appliqué est suffisamment basse, tous les types de polarisation peuvent atteindre la valeur qu'ils pouvaient avoir dans un champ continu et égal à la valeur instantanée du champ alternatif. Mais quand la fréquence devient suffisamment élevée, la polarisation n'aura plus le temps d'atteindre sa valeur "continue". La polarisation d'orientation est la première à être affectée. Ce type de polarisation prend un temps de l'ordre de 10^{-12} à 10^{-10} secondes pour atteindre sa valeur d'équilibre dans les liquides et les solides ayant de petites molécules et à des températures normales; par conséquent, quand le champ appliqué atteint une fréquence de 10^{10} à 10^{12} Hertz, la polarisation d'orientation ne réussit plus à atteindre sa valeur d'équilibre et contribuera de moins en moins à la polarisation totale au fur et à mesure que la fréquence augmente. La chute de la polarisabilité totale au niveau de la seule polarisabilité de distorsion, accompagnée d'une chute de la permittivité et l'occurrence d'absorptions, constitue une dispersion diélectrique. Dans le domaine des fréquences où la dispersion diélectrique est importante (10^6 - 10^8 Hertz), les polarisations atomique (importante dans la région d'infra-rouge) et électronique (importante dans les régions d'ultra-violet et rayons-X) restent inchangées puisque la polarisation de distorsion d'une molécule prend beaucoup moins de temps que celle d'orientation pour atteindre l'équilibre avec le champ électrique.

4.2 FONCTION DE REPOSE DIELECTRIQUE

L'intérêt majeur qu'on apporte aux propriétés diélectriques des matériaux s'adresse à leur comportement dans le domaine des fréquences où les dispersions ont lieu. En effet, seul des mesures de la permittivité complexe, ϵ^* , du diélectrique à ces fréquences où la perte de polarisabilité est appréciable, suffisent à mesurer le temps de relaxation de la polarisation. Les paramètres de la relaxation sont généralement évalués selon l'une ou l'autre des équations suivantes:

$$\epsilon^* = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{\infty}}{1 + j\omega\tau} \quad (4.1)$$

$$\epsilon^* = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{\infty}}{1 + (j\omega\tau)^{\beta}} \quad (4.2)$$

et

$$\epsilon^* = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{\infty}}{(1+j\omega\tau)^{\beta}} \quad (4.3)$$

où ϵ_0 et ϵ_{∞} sont les valeurs limites de la permittivité à respectivement basses et hautes fréquences, ω est la fréquence angulaire, τ est le temps de relaxation, $j = \sqrt{-1}$ et β est un paramètre de distribution des temps de relaxations ($0 \leq \beta \leq 1$).

D'habitude on réfère aux équations (4.1), (4.2) et (4.3) comme indiquant respectivement des relaxations de type Debye³⁹, Cole-Cole⁴⁰ et Davidson-Cole⁴¹.

Le comportement de la polarisation peut être aussi exprimé en fonction du temps plutôt que de la fréquence puisque les mesures RDT dont fait état ce travail, prennent le temps comme variable indépendante, on voudrait pouvoir transformer les équations (4.1) à (4.3) de leur dépendance actuelle sur la fréquence à une autre forme avec dépendance sur le temps. Cela se fait par le biais de la fonction de réponse diélectrique $\phi(t)$ définie au premier chapitre (section 1.2) et le théorème de l'intégrale de Fourier. Ainsi, l'équation (4.1) de Debye mène à l'expression suivante de la fonction de réponse diélectrique:

$$\phi_{\text{Debye}}(t) = (\epsilon_0 - \epsilon_\infty) [1 - \exp(-t/\tau)] , \quad (4.4)$$

celle de type Davidson-Cole a été exprimée comme ⁴²:

$$\phi_{\text{Davidson-Cole}}(t) = (\epsilon_0 - \epsilon_\infty) \Gamma_{t/\tau}(\beta) / \Gamma(\beta) , \quad (4.5)$$

où $\Gamma(\beta)$ et $\Gamma_{t/\tau}(\beta)$ sont respectivement les fonctions Gamma complète et incomplète, tandis que la fonction de réponse de type Cole-Cole a été exprimée comme ⁴³:

$$\phi_{\text{Cole-Cole}}(t) = (\epsilon_0 - \epsilon_\infty) \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\Gamma(1-n\beta)} \left(\frac{t}{\tau} \right)^{-n\beta} \right] \quad (4.6)$$

A la section 4.3 nous présentons des résultats qui prouvent que notre méthode expérimentale de mesure est reproductible et, dans la section 4.4, nous donnons les résultats des mesures effectuées en fonction de la température sur quelques alcools normaux.

4.3 TEST DE FIABILITE DE LA METHODE EXPERIMENTALE

La fiabilité d'une méthode expérimentale est reflétée par l'exactitude et la précision de ses résultats de mesures. A la section d'analyse des erreurs, nous avons vu que l'exactitude de la valeur de $(\epsilon_0 - \epsilon_\infty)$ était d'environ 98% et celle de τ variait entre 94 et 98% dépendant de la valeur même de τ . Dans cette section, nous présenterons une étude de la précision de la méthode.

La précision d'une méthode expérimentale peut être exprimée par la fréquence de répétition des mesures individuelles de la même quantité. Depuis le commencement des méthodes RDT, les alcools normaux ont toujours été choisis comme étalons de comparaison, car ces alcools non-conductifs présentent généralement des relaxations du type le plus simple de Debye. Nous avons alors utilisé ces mêmes substances pour notre travail.

Pour vérifier le degré de reproduction de nos mesures, nous avons effectué 12 expériences individuelles sur le 1-propanol et cela en utilisant des échantillons de quatre longueurs différentes. Dans chaque expérience, la température était variée entre 0 et 50°C et des mesures ont été prises à tous les 10°. Les résultats de ces mesures sont donnés en sommaire dans les tableaux 4.1 et 4.2.

Les alcools que nous avons utilisés dans les expériences de mesures sont fournis et certifiés par la compagnie Fisher Scientific.

TABLEAU 4.1

Temps de relaxation (en picosec.) pour 1-propanol en fonction de la température et pour des échantillons de longueurs différentes.

ℓ [mm] T(°C)	6.4	5.0	4.0	3.2
50	146	144	156	153
40	190	195	203	203
30	265	253	274	266
20	401	371	378	378
10	548	549	552	529
0	796	772	771	780

TABLEAU 4.2

Valeurs de ϵ_0 pour 1-propanol en fonction de la température et pour des échantillons de longueurs différentes.

ℓ [mm] T(°C)	6.4	5.0	4.0	3.2
50	17.56	17.41	17.52	17.45
40	18.48	18.48	18.61	18.20
30	19.40	19.39	19.35	19.39
20	20.40	20.37	20.10	20.67
10	21.86	21.45	21.96	21.33
0	24.53	23.15	22.61	21.98

Les résultats obtenus montrent en général que la méthode expérimentale donne des résultats reproductibles à 5%. De plus, les quantités mesurées sont indépendantes de la longueur de l'échantillon utilisé, à l'exception de la valeur de ϵ_0 aux basses températures ($<10^\circ\text{C}$), qui semble varier systématiquement avec la longueur de l'échantillon. Ceci nous a incité à étudier la distribution des mesures accumulées non pas en fonction de la longueur, mais plutôt en fonction de la température. Les résultats de cette étude sont montrés graphiquement à la figure 4.1 où les écarts-types de τ et ϵ_0 sont tracés en fonction de la température, le calcul de chaque σ est basé sur 12 mesures individuelles (3 essais pour chaque longueur d'échantillon).

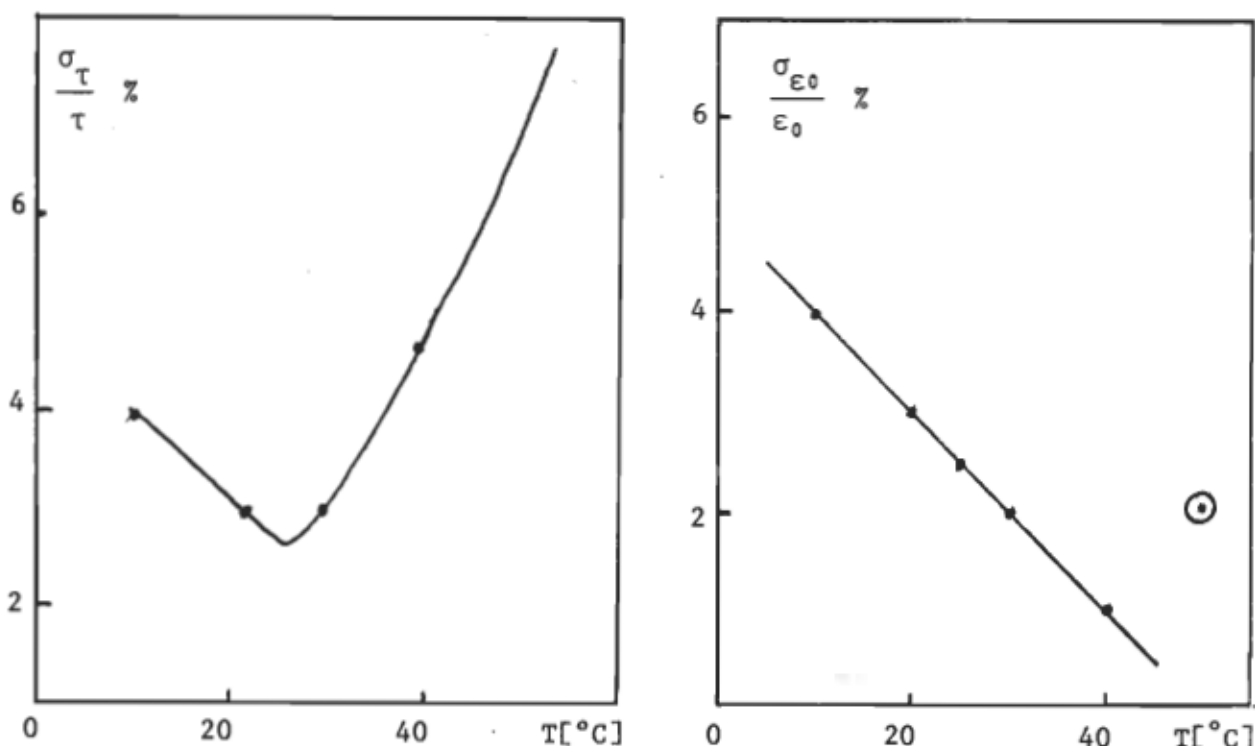


Figure 4.1 Variation de l'écart-type de (a) τ et de (b) ϵ_0 en fonction de la température.

D'après les courbes tracées à la figure 4.2, on remarque bien que la quantité $\frac{\sigma_{\epsilon_0}}{\epsilon_0}$ (courbe b) varie d'une façon inverse à la température. Ceci est fort probablement dû à la combinaison des deux facteurs suivants:

a) la variation relativement grande de ϵ_0 dans la région des basses températures et

b) un contrôle plus difficile de la température dans cette région.

On peut dire la même chose de la quantité $\frac{\sigma_{\tau}}{\tau}$ (courbe a) mais celle-ci, après avoir atteint un minimum aux alentours de 30°C, commence à augmenter avec la température. Ceci est dû, comme on l'a d'ailleurs expliqué à la section d'analyse des erreurs, au fait de négliger le temps fini de propagation de la réflexion $R(t)$ dans l'échantillon diélectrique: plus τ devient petit (donc aux températures élevées), plus l'approximation est moins valable. Cette augmentation de l'écart-type se manifeste aussi dans le cas de ϵ_0 à haute température mais d'une façon moins prononcée car l'incertitude sur la valeur de τ est plus grande que sur celle ϵ_0 dans cette région des températures.

Enfin, pour résumer cette section, on peut dire que cette méthode expérimentale de mesure des propriétés diélectriques des liquides est une méthode fiable car les incertitudes sur les valeurs mesurées de ϵ_0 et de τ sont respectivement de l'ordre de 2 et 4% par rapport aux valeurs acceptées^{44,45} et leurs écarts-types moyens sont respectivement 3 et 5%.

4.4 RESULTATS DES MESURES DE QUELQUES ALCOOLS NORMAUX

Le tableau 4.3 représente un sommaire des résultats des mesures effectuées sur le propanol et le butanol en fonction de la température.

TABLEAU 4.3

Valeurs de ε_0 , ε_∞ et τ en fonction de la température

Substance	T[°C]	ε_0	ε_∞	τ [psec]
1-propanol	50	17.49	4.28	149 ± 11
	40	18.44	3.90	197 ± 9
	30	19.48	3.47	264 ± 10
	25	20.32	3.32	319 ± 10
	20	20.45	3.24	382 ± 10
	10	21.66	3.02	544 ± 20
	0	<23.07>	2.88	779 ± 32
1-butanol	50	14.62	3.50	230 ± 11
	40	15.23	3.26	308 ± 11
	30	16.73	3.06	452 ± 13
	20	17.99	2.97	631 ± 15
	10	18.76	2.68	915 ± 25
	0	<19.87>	2.58	1445 ± 80

Dans les figures 4.2 et 4.3, les résultats des mesures RDT sont comparés aux résultats des mesures effectuées dans le domaine de la fréquence par d'autres chercheurs.

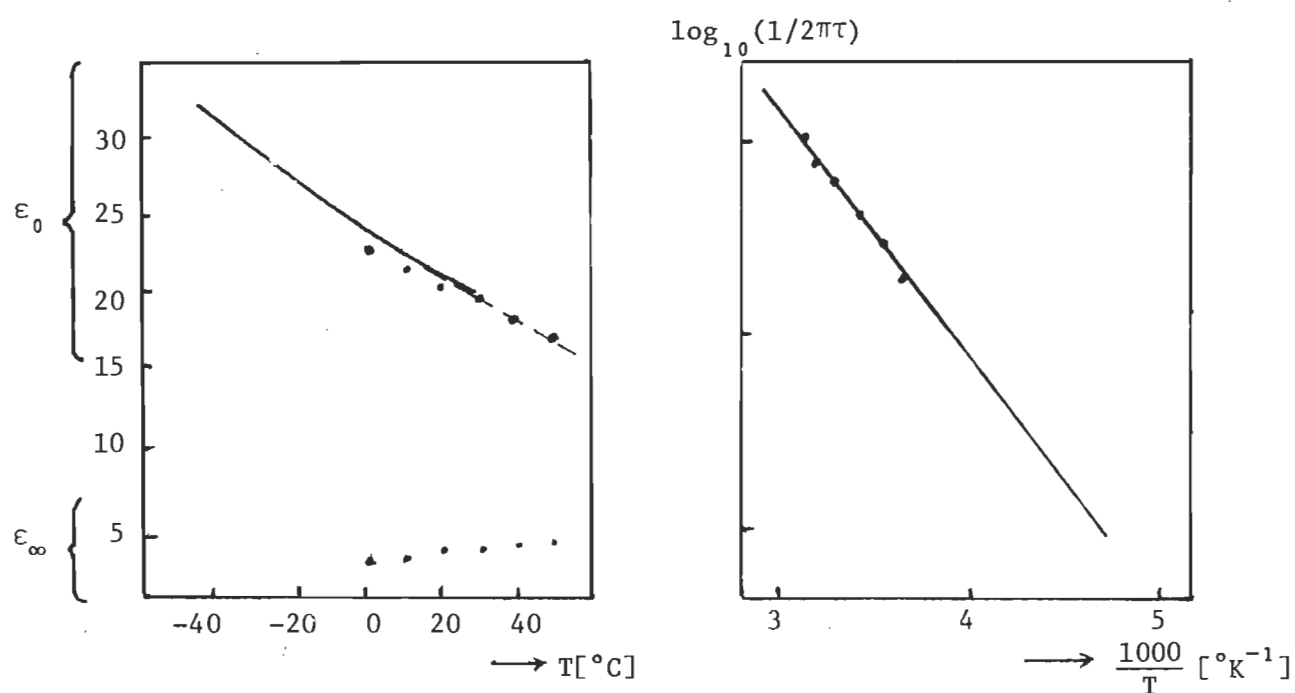


Figure 4.2 Valeurs de ϵ_0 , ϵ_∞ et τ en fonction de la température pour 1-propanol. — Référence 44, ... Référence 45, ... notre travail

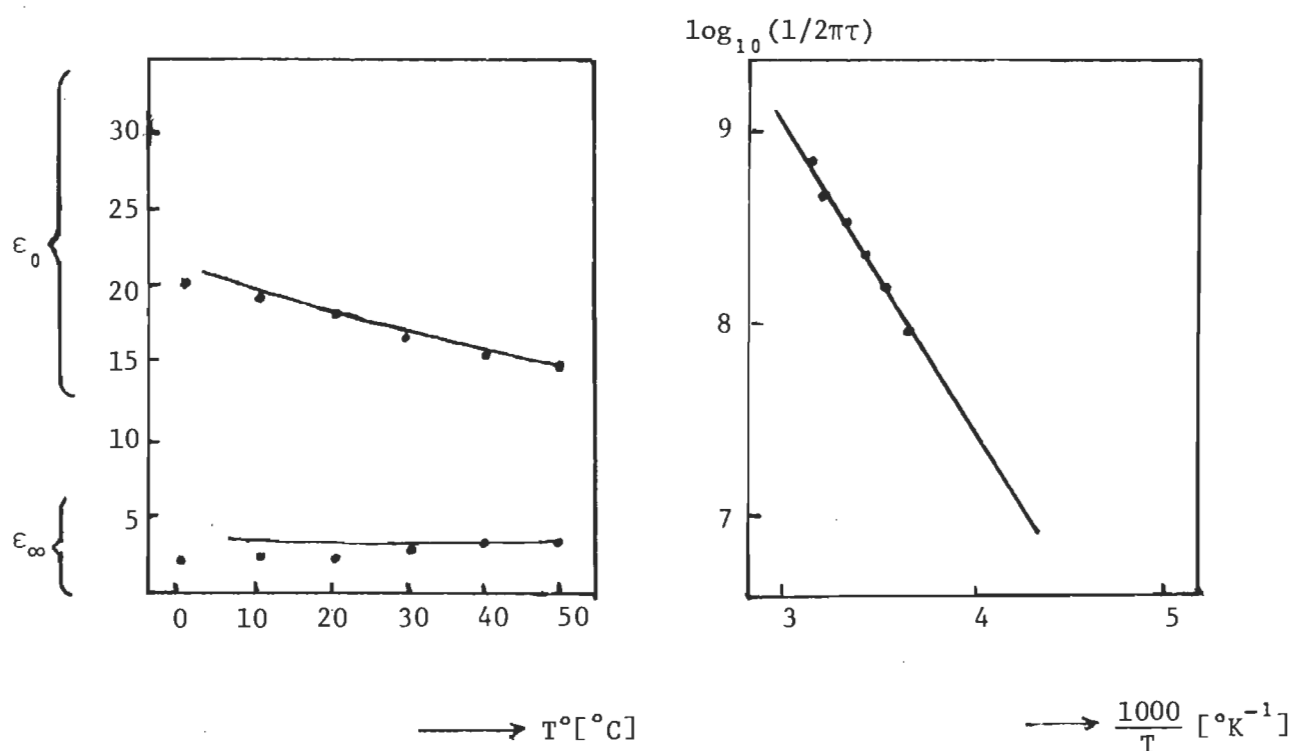


Figure 4.3 Valeurs de ϵ_0 , ϵ_∞ et τ en fonction de la température pour 1-butanol. — Référence 46, ... notre travail

D'après ces figures, on peut bien conclure que les résultats obtenus à partir des expériences dans le domaine du temps, en utilisant la procédure indiquée dans le chapitre III, sont en excellent accord avec ceux obtenus à partir des mesures dans le domaine de la fréquence.

Cependant, avant de terminer ce chapitre, il faut indiquer le comportement un peu inattendu de la permittivité limite à hautes fréquences, ϵ_{∞} . En théorie cette quantité est liée uniquement à la polarisibilité de distorsion (électronique et atomique) de la molécule et ne doit pratiquement pas varier avec la température. Mais ce n'est pas le cas de nos résultats. Partant d'une valeur qui est en parfaite concordance avec celles publiées dans la littérature, ϵ_{∞} augmente continuellement avec la température. Ce phénomène est dû à la présence des processus de relaxations secondaires dans les alcools que nous avons mesurés^{44, 47, 48}, ces processus secondaires chevauchent le processus de relaxation principale; ils sont généralement de très courte durée par rapport à ce dernier et ils dépendent de la température.

CHAPITRE V

DISCUSSION GENERALE

Dans ce travail, la technique de réflectométrie dans le domaine du temps (RDT) est considérée comme une méthode possible pour l'évaluation directe des phénomènes de relaxation diélectrique. Les analyses du deuxième ordre telles que décrites par Cole, donnent de bons résultats pour des échantillons diélectriques de très faible épaisseur ($\ell \leq 4\text{mm}$). Cependant, pour des échantillons plus épais, ces analyses donnent des temps de relaxation qui sont plus longs que ce qu'ils devraient être. L'erreur impliquée dans τ est proportionnelle à l'amplitude de la tension réfléchie $R(t)$ qui, elle, est fonction du matériel diélectrique étudié, de la longueur de l'échantillon utilisé et de la température.

En discutant sa méthode d'analyse, Cole suggéra que le développement à un ordre supérieur des termes en puissance de ℓ (ℓ = longueur d'échantillon) dans la série de Taylor, mèneront à des résultats plus précis.

A mesure que nous progressions dans nos mesures, nous nous rendions compte cependant que ce développement n'a qu'un effet négligeable sur les résultats d'analyses. Nous nous sommes également aperçus que l'erreur dans la valeur de τ est due simplement à l'approximation de l'intégrale de

superposition par les résultats de Fellner-Feldegg, qui est une approximation de premier ordre et qui n'est exacte que pour des échantillons de longueur nulle.

L'utilisation d'une approximation du deuxième ordre pour évaluer l'intégrale de superposition nous mène à deux intégrales de convolution additionnelles dans l'équation de Cole pour $(\epsilon_{\infty}-1) + \Phi(t)$; celles d'ordre supérieur ont été négligées. Ces intégrales additionnelles corrigent l'erreur dans la valeur de τ , erreur qui est de l'ordre de $[R(t_1)/V_0]^2$, $R(t_1)$ étant l'amplitude maximale de la réflexion $R(t)$. Par exemple, dans le cas typique du 1-Propanol, la valeur de τ calculée selon nos équations pour un échantillon de 6.4 mm de longueur et à 50°C, était de 34% moins grande que celle calculée selon les équations de Cole.

Nos équations finales ont donné des résultats répétitifs et la longueur de l'échantillon utilisé n'a eu aucun effet apparent sur les valeurs calculées. Les valeurs de ϵ_0 , ϵ_{∞} et τ obtenues par des mesures effectuées en fonction de la température, sur 1-Propanol et 1-Butanol, sont en excellente concordance avec les valeurs publiées dans la littérature.

Il est important de noter ici, que l'utilisation d'un système d'acquisition automatique des données expérimentales, facilite grandement la procédure de mesure et présente plusieurs avantages tels que: plus grand nombre de points d'échantillonnage et par conséquent, un intervalle d'échantillonnage plus petit, amélioration du rapport signal/bruit et chiffage immédiat des données analogiques. Ceci a pour effet d'augmenter la vitesse de l'expérience et permettre l'accumulation d'un plus grand nombre de données, donc d'améliorer la précision de la méthode.

Quoique les résultats expérimentaux confirment que la méthode d'évaluation directe par la technique RDT est, pour les raisons avancées dans l'introduction de cette thèse, très avantageuse par rapport aux autres méthodes indirectes, il n'en reste pas moins que cette méthode présente des limitations. Ces limitations réfèrent principalement aux analyses des données expérimentales qui ne tiennent pas compte du temps de propagation fini entre les réflexions multiples. L'erreur résultante est petite pour des substances polaires modérées avec un temps de relaxation qui ne soit pas trop court. On peut cependant s'attendre à des erreurs inacceptables pour des systèmes tels que les solutions diluées des molécules polaires dans des solvants non-polaires ou des solvants fortement polaires, comme par exemple l'eau.

Pour finir ce chapitre, il est bon peut-être d'indiquer quelques applications industrielles et dans le domaine de la recherche des méthodes de mesures diélectriques par la technique SDT, et de suggérer quelques autres applications utiles.

Parmi les applications rapportées jusqu'à présent figurent les suivantes:

- Des études sur le comportement diélectrique des mélanges^{21,49} - un sujet qui nous intéresse tout particulièrement.
- Des mesures effectuées sur les solutions aqueuses⁵⁰⁻⁵².
- Mesures de l'épaisseur des couches minces (<0.1 micron) et de la résistivité électrique des semi-conducteurs dopés⁵³.
- Mesures de la conductivité^{32,34} et de la perméabilité.

- Mesures des propriétés diélectriques des substances biologiques¹⁶.
- Mesures de la concentration d'eau dans les systèmes nutritifs⁵⁴.
- Mesures météorologiques⁵⁶⁻⁵⁷.
- Mesures des pertes dans les commutateurs à hautes fréquences⁵⁸.

Pour des applications futures, nous suggérons l'utilisation des méthodes de mesures diélectriques par la technique SDT dans:

- Le contrôle de qualité dans l'industrie alimentaire et celle de pâte et papier (par exemple, mesure de la concentration d'eau dans le lait en poudre et dans le papier séché).
- L'étude cinématique des processus dynamiques de courte durée, de l'ordre de quelques minutes (par exemple, l'étude des processus biologiques ayant une vie de l'ordre de quelques minutes).
- Les mesures de la moisissure.
- La détection de faibles concentrations d'eau dans l'huile de transformateur et l'huile brute - c'est une application intéressante dans le domaine de l'isolation électrique et elle nous intéresse en particulier.

APPENDICE A

Dans cette appendice, nous allons décrire en détail la relation qui existe entre la fonction de réponse diélectrique $\Phi(t)$ et la réflexion $R(t)$ d'une impulsion de tension incidente sur un échantillon diélectrique contenu dans une ligne coaxiale.

Le développement de $I(t, \ell)$ et $V(t, \ell)$ en série de Taylor jusqu'au troisième ordre en puissances de ℓ donne:

$$I(t, \ell) = I(t, 0) + \ell \left(\frac{\partial I}{\partial z} \right)_{z=0} + \frac{1}{2} \ell^2 \left(\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} \right)_{z=0} + \frac{1}{3!} \ell^3 \left(\frac{\partial^3 I}{\partial z^3} \right)_{z=0} \quad (A.1)$$

$$V(t, \ell) = V(t, 0) + \ell \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)_{z=0} + \frac{1}{2} \ell^2 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)_{z=0} + \frac{1}{3!} \ell^3 \left(\frac{\partial^3 V}{\partial z^3} \right)_{z=0} \quad (A.2)$$

Les conditions de frontière sont:

$$V(t, 0) = V_0(t) - R(t) \quad (A.3)$$

$$I(t, 0) = Y_0 [V_0(t) + R(t)] \quad (A.4)$$

$$I(t, \ell) = Y_0 V(t, \ell) \quad (A.5)$$

où $R(t)$ est affectée de signe $(-)$ par convenance et $Y_0 [= (C_\ell / L_\ell)^{1/2}]$ est l'admittance caractéristique de la ligne vide.

Pour des échantillons non-magnétiques ($\mu=1$), la tension $V = V(t, z)$ et le courant $I = I(t, z)$ sur tous les points de la ligne, sont reliés par:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -L_\ell \frac{\partial I}{\partial t} \quad (A.6)$$

Pour la ligne vide précédant la section diélectrique, I et V sont encore reliés par:

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -C_\ell \frac{\partial V}{\partial t}, \quad z < 0 \quad (\text{A.7})$$

Dans la section diélectrique, $0 \leq z \leq \ell$, l'équation (A.7) est remplacée par:

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{\partial Q}{\partial t}, \quad z > 0 \quad (\text{A.8})$$

où $Q = Q(t)$ est donnée par l'équation (A.9) avec $C = C_\ell$

$$Q(t) = C[\epsilon_\infty V(t) + \int_0^t dt' \dot{\Phi}(t-t')V(t')] \quad (\text{A.9})$$

Les équations de propagation (A.6) et (A.7) nous fournissent en plus les relations suivantes:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -L_\ell \frac{\partial^2 I}{\partial t \partial z} = L_\ell C_\ell \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = -C_\ell \frac{\partial^2 V}{\partial t \partial z} = L_\ell C_\ell \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \quad (\text{A.11})$$

Remplaçant les dérivées en z des équations (A.1) et (A.2) par leurs équivalents en t qui sont tirés des équations (A.6) à (A.11), on obtient:

$$I(t, \ell) = I(t, 0) - \ell \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_0 + \frac{\ell^2}{2} L_\ell C_\ell \left(\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \right)_0 - \frac{\ell^3}{3!} L_\ell C_\ell^2 \left(\frac{\partial^3 V}{\partial t^3} \right)_0 \quad (\text{A.12})^*$$

* Les termes aux 2^e et 3^e dérivées dans les équations (A.12) et (A.13) sont obtenus à l'aide de l'équation (A.7) plutôt que (A.8).

$$V(t, \ell) = V(t, 0) - \ell L_{\ell} \left(\frac{\partial I}{\partial t} \right)_0 + \frac{\ell^2}{2} L_{\ell} C_{\ell} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \right)_0 - \frac{\ell^3}{3!} L_{\ell}^2 C_{\ell} \left(\frac{\partial^3 I}{\partial t^3} \right)_0 \quad (A.13)$$

L'indice zéro dénote l'évaluation à $z = 0$ de la tension V et du courant I qui sont donnés par les équations (A.3) et (A.4). Le remplacement des dérivées dans les équations (A.12) et (A.13) donne:

$$\begin{aligned} I(t, \ell) = & Y_0 [V_0(t) + R(t)] - \ell \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right) + \frac{\ell^2}{2} (L_{\ell} C_{\ell} Y_0) [\ddot{V}_0(t) + \ddot{R}(t)] \\ & - \frac{\ell^3}{3!} (L_{\ell}^2 C_{\ell}^2) [\ddot{V}_0(t) - \ddot{R}(t)] \end{aligned} \quad (A.14)$$

$$\begin{aligned} V(t, \ell) = & [V_0(t) - R(t)] - \ell (L_{\ell} Y_0) [\dot{V}_0(t) + \dot{R}(t)] + \frac{\ell^2}{2} (L_{\ell} C_{\ell}) [\ddot{V}_0(t) - \ddot{R}(t)] \\ & - \frac{\ell^3}{3!} (L_{\ell}^2 C_{\ell} Y_0) [\ddot{V}_0(t) + \ddot{R}(t)] \end{aligned} \quad (A.15)$$

Avec la condition de frontière (A.5), le réarrangement des termes et le remplacement de $Q = Q(t)$ par son expression (A.9), on obtient le résultat suivant:

$$\begin{aligned} (\ell/2c) \frac{d}{dt} \left[[(\epsilon_{\infty} - 1) + \int_0^t dt' \dot{\Phi}(t')] [V_0(t-t') - R(t-t')] \right] = \\ R(t) + (\ell/c) \dot{R}(t) + \frac{1}{2} (\ell/c)^2 \ddot{R}(t) + \frac{1}{3!} (\ell/c)^3 \ddot{\ddot{R}}(t) \end{aligned} \quad (A.16)$$

où $c = (C_{\ell} L_{\ell})^{-1/2}$ est la vitesse de propagation dans la ligne vide.

La définition d'une fonction de Dirac étant

$$\int_{-t}^t \delta(t') dt' = 1 \quad \text{pour} \quad t \rightarrow \infty$$

le premier terme de l'équation (A.16) peut être alors écrit comme:

$$\epsilon_{\infty} - 1 = \int dt' (\epsilon_{\infty} - 1) \delta(t') \quad (\text{A.17})$$

et l'équation (A.16) devient alors:

$$\begin{aligned} (\ell/2c) \frac{d}{dt} \left[\int_0^t dt' [(\epsilon_{\infty} - 1) \delta(t') + \dot{\Phi}(t')] [V_0(t-t') - R(t-t')] \right] \\ = R(t) + (\ell/c) \dot{R}(t) + \frac{1}{2} (\ell/c)^2 \ddot{R}(t) + \frac{1}{3!} (\ell/c)^3 \dddot{R}(t) \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

La réponse $R(t)$ à une impulsion de tension $V_0(t)$ est en général une fonction exponentielle de la forme $A \exp(-t/\tau)$. Alors pour des échantillons ayant une épaisseur de quelques millimètres et pour des τ qui sont en général de l'ordre de 10^{-10} sec., les termes en ℓ^2 et ℓ^3 de l'équation (A.18) sont de l'ordre de $0.01 R(t)$ et $0.001 R(t)$ respectivement et par conséquent sont négligeables devant $R(t)$. La relation finale entre $\Phi(t)$ et $R(t)$ se réduit donc à:

$$\begin{aligned} (\ell/2c) \frac{d}{dt} \left[\int_0^t dt' [(\epsilon_{\infty} - 1) \delta(t') + \dot{\Phi}(t')] [V_0(t-t') - R(t-t')] \right] \\ = R(t) + (\ell/c) \dot{R}(t) \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

A) Calcul de $\Phi(t)$ dans le cas où $t < T_m$.

$$\text{Dans ce cas} \quad V_0(t-t') = V_0 \times \frac{t-t'}{T_m} \quad .$$

Multiplions les deux côtés de l'équation (A.19) par $(2c/\ell)$ et transposons la partie en $R(t-t')$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1) V_0 / T_m] (t-t') \delta(t') + \frac{d}{dt} \int_0^t dt' (V_0 / T_m) \dot{\Phi}(t') (t-t') = \\ (2c/\ell) R(t) + 2\dot{K}(t) + \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1) \delta(t') + \dot{\Phi}(t')] R(t-t') \end{aligned} \quad (A.20)$$

L'intégrale du côté gauche de l'équation (A.20) impliquant la fonction de Dirac $\delta(t')$ s'évalue très facilement en utilisant la propriété principale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x-a) \delta(x) dx = f(a) \quad , \quad (A.21)$$

de sorte que

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1) V_0 / T_m] (t-t') \delta(t') &= \frac{d}{dt} [((\epsilon_\infty - 1) V_0 / T_m) t] \\ &= (V_0 / T_m) (\epsilon_\infty - 1) \quad . \end{aligned} \quad (A.22)$$

Tandis que pour la deuxième intégrale du côté gauche, on pose le changement de variable suivant:

$$t-t' = u \Rightarrow dt' = -du$$

ce qui donne:

$$\frac{d}{dt} \int_0^t dt' (V_0 / T_m) \dot{\Phi}(t') (t-t') = (V_0 / T_m) \frac{d}{dt} \int_0^t du \dot{\Phi}(t-u) u \quad (A.23)$$

Avec la condition initiale $\phi(0) = 0$, une intégration par parties et ensuite une dérivation par rapport à t donnent:

$$(V_0/T_m) \frac{d}{dt} \int_0^t du \dot{\phi}(t-u) = (V_0/T_m \phi(t)) \quad (A.24)$$

Remplaçons les intégrales du côté gauche de l'équation (A.20) par leurs valeurs tirées de (A.22) et de (A.24) et multiplions les deux côtés par (T_m/V_0) , on obtient:

$$\begin{aligned} (\epsilon_\infty - 1) + \phi(t) &= (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0} \\ &+ T_m \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1)\delta(t') + \dot{\phi}(t')] \frac{R(t-t')}{V_0} \end{aligned} \quad (A.25)$$

Evaluation de l'intégrale de superposition

L'intégrale de superposition du côté droit de l'équation (A.25) sera évaluée par une méthode itérative jusqu'au troisième ordre. On commence par l'approximation du premier ordre de Fellner-Feldegg de l'équation (A.25) pour des échantillons très minces et qui a la forme suivante:

$$(\epsilon_\infty - 1) + \phi(t) = (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0}, \quad t < T_m \quad (A.26)$$

L'expression $(\epsilon_\infty - 1) + \phi(t)$ peut être écrite dans la forme

$$\int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1)\delta(t') + \dot{\phi}(t')] \text{ et sa dérivée sera}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} [(\epsilon_{\infty}-1)+\Phi(t)] &= \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t')+\dot{\Phi}(t')] \\ &= (\epsilon_{\infty}-1)\delta(t) + \dot{\Phi}(t)\end{aligned}$$

tandis que, à partir de l'équation (A.26)

$$\frac{d}{dt} [(\epsilon_{\infty}-1)+\Phi(t)] = (2cT_m/\ell) \frac{\dot{R}(t)}{V_0} .$$

Donc

$$(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t) + \dot{\Phi}(t) = (2cT_m/\ell) \frac{\dot{R}(t)}{V_0} \quad (A.27)$$

Remplaçant le côté gauche de cette équation par son équivalent du côté droit dans l'intégrale de superposition, cette dernière devient (avec un changement de variable t en t')

$$\begin{aligned}T_m \frac{d}{dt} \int_0^t dt' \left[(2cT_m/\ell) \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \right] \frac{R(t-t')}{V_0} = \\ \frac{(2cT_m^2/\ell)}{V_0^2} \int_0^t dt' \left[\frac{\partial}{\partial t} \dot{R}(t')R(t-t') + \dot{R}(t)R(0) \frac{dt}{dt} - \dot{R}(0)R(t) \frac{d0}{dt} \right]\end{aligned}$$

avec $R(0) = 0$ et $d0/dt = 0$, l'intégrale de superposition aura alors la forme

$$(2cT_m^2/\ell) \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} ,$$

et l'équation (A.25) devient:

$$\begin{aligned}
 (\epsilon_{\infty}-1) + \Phi(t) = & (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0} \\
 & + (2cT_m^2/\ell) \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} \quad (A.28)
 \end{aligned}$$

Répétons la même procédure qu'avant, mais partant cette fois-ci du résultat au deuxième ordre, donné par l'équation (A.28) pour évaluer l'intégrale de superposition de l'équation (A.25). On aura ainsi, en changeant t en t' , t' en u et en dérivant par rapport à t'

$$\begin{aligned}
 (\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t') = & (2cT_m/\ell) \frac{\dot{R}(t')}{V_0} + 2T_m \frac{\ddot{R}(t')}{V_0} \\
 & + (2cT_m^2/\ell) \frac{d}{dt'} \int_0^{t'} du \frac{\dot{R}(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \quad (A.29)
 \end{aligned}$$

L'intégrale de superposition de (A.25) devient alors:

$$\begin{aligned}
 T_m \frac{d}{dt} \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \left[(2cT_m/\ell) \frac{\dot{R}(t')}{V_0} + (2cT_m^2/\ell) \frac{d}{dt'} \int_0^{t'} du \frac{\dot{R}(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \right. \\
 \left. + 2T_m \frac{\ddot{R}(t')}{V_0} \right] = (2cT_m^2/\ell) \frac{d}{dt} \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t')}{V_0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (2cT_m^3/\ell) \frac{d}{dt} \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \left[\frac{d}{dt'} \int_0^{t'} du \frac{\dot{R}(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \right] \\
& + 2T_m^2 \frac{d}{dt} \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \frac{\ddot{R}(t')}{V_0}
\end{aligned} \tag{A.30}$$

Le premier terme du côté droit de l'équation (A.30) donne:

$$\begin{aligned}
& \frac{(2cT_m^2/\ell)}{V_0^2} \left[\int_0^t dt' \frac{\partial}{\partial t'} R(t-t') \dot{R}(t') + R(0) \dot{R}(t) \frac{dt}{dt} + R(t) \dot{R}(0) \frac{d0}{dt} \right] \\
& = (2cT_m^2/\ell) \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t')}{V_0}
\end{aligned}$$

le deuxième terme du côté droit de l'équation (A.30) donne:

$$\begin{aligned}
& \frac{(2cT_m^3/\ell)}{V_0^3} \frac{d}{dt} \int_0^t dt' R(t-t') \left[\int_0^{t'} du \frac{\partial}{\partial t'} \dot{R}(u) \dot{R}(t'-u) \right. \\
& \quad \left. + \dot{R}(t') \dot{R}(0) \frac{dt'}{dt} - \dot{R}(0) \dot{R}(t') \frac{d0}{dt} \right] \\
& = \frac{(2cT_m^3/\ell)}{V_0^3} \frac{d}{dt} \int_0^t dt' R(t-t') \left[\dot{R}(t') \dot{R}(0) + \int_0^{t'} du \dot{R}(u) \ddot{R}(t'-u) \right] \\
& = \frac{(2cT_m^3/\ell)}{V_0^3} \left\{ \left[\dot{R}(0) \int_0^t dt' \frac{\partial}{\partial t} \dot{R}(t') R(t-t') + \dot{R}(t) R(0) \frac{dt}{dt} + \dot{R}(0) R(t) \frac{d0}{dt} \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{dt} \int_0^t dt' R(t-t') \int_0^{t'} du \dot{R}(u) \ddot{R}(t'-u) \right\}
\end{aligned}$$

$$= (2cT_m^3/\ell) \left[\frac{\dot{R}(0)}{V_0} \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} + \frac{d}{dt} \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \int_0^{t'} du \frac{\dot{R}(u)}{V_0} \frac{\ddot{R}(t'-u)}{V_0} \right]$$

et le troisième terme de l'équation (A.30) donne:

$$\begin{aligned} & \frac{2T_m^2}{V_0^2} \left[\int_0^t dt' \frac{\partial}{\partial t} \ddot{R}(t') R(t-t') + \ddot{R}(t) R(0) \frac{dt}{dt} - \ddot{R}(0) R(t) \frac{d0}{dt} \right] \\ & = 2T_m^2 \int_0^t dt' \frac{\ddot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} \end{aligned}$$

La somme de ces trois termes donne l'intégrale de superposition (I.S.) qui devient:

$$\begin{aligned} \text{I.S.} &= (2cT_m^2/\ell) \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} + 2T_m^2 \int_0^t dt' \frac{\ddot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} \\ &+ (2cT_m^3/\ell) \left[\frac{\dot{R}(0)}{V_0} \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} + \frac{d}{dt} \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \int_0^{t'} du \frac{\dot{R}(u)}{V_0} \frac{\ddot{R}(t'-u)}{V_0} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Le résultat au troisième ordre, pour $t < T_m$ sera alors:

$$\begin{aligned} (\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t) &= (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0} \\ &+ (2cT_m^2/\ell) \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} + 2T_m^2 \int_0^t dt' \frac{\ddot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} \end{aligned}$$

$$+ (2cT_m^3/\ell) \left[\frac{\dot{R}(0)}{V_0} \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} + \frac{d}{dt} \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \int_0^{t'} du \frac{\dot{R}(u)}{V_0} \frac{\ddot{R}(t'-u)}{V_0} \right] \quad (A.32)$$

On peut simplifier cette équation en supposant que $R(t')$ et $R(t-t')$ varient linéairement avec t' dans l'intervalle $0 < t' < T_m$, ce qui donne:

$$R(t') = R(T_m) \frac{t'}{T_m} \quad \text{et} \quad R(t-t') = R(t) - t' \dot{R}(t)$$

$$\text{d'où } \ddot{R}(t') = \ddot{R}(t-t') = 0 \quad \text{et} \quad \dot{R}(0) = R(T_m)/T_m$$

Appliquant les résultats de cette approximation à l'équation (A.32), celle-ci se réduit à la forme finale:

$$(\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t) = (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0} + (2cT_m^2/\ell) \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} \quad , \quad t < T_m \quad (A.33)$$

B) Calcul de $\Phi(t)$ dans le cas où $t > T_m$.

Dans ce cas $V_0(t) = V_0$ et l'équation de départ est donnée par (A.19) qui est la suivante:

$$\begin{aligned} (\ell/2c) \frac{d}{dt} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] [V_0(t-t') - R(t-t')] \\ = R(t) + (\ell/c)\dot{R}(t) \end{aligned}$$

Multiplions les deux côtés de cette équation par $(2c/\ell)$ et intégrons. On a, après réarrangement:

$$\int_0^t dt' (\epsilon_\infty - 1) \delta(t') V_0(t-t') + \int_0^t dt' \dot{\Phi}(t') V_0(t-t') =$$

$$(2c/\ell) \int_0^t dt' R(t') + \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1) \delta(t') + \dot{\Phi}(t')] R(t-t') + 2R(t) \quad (\text{A.34})$$

La première intégrale dans cette équation est facile à évaluer, elle vaut $(\epsilon_\infty - 1)V_0$ pour $t > T_m$. Pour la deuxième on pose le changement de variable $u = t - t'$; $du = -dt'$ et on intègre après avoir divisé l'intégrale en deux:

$$\int_0^t dt' \dot{\Phi}(t') V_0(t-t') = \int_0^t du \dot{\Phi}(t-u) V_0(u)$$

$$= \int_0^{T_m} du \left(\frac{V_0}{T_m} \right) \dot{\Phi}(t-u) u + \int_{T_m}^t du V_0 \dot{\Phi}(t-u)$$

$$= (V_0/T_m) \left[-\Phi(t-u) u \Big|_0^{T_m} + \int_0^{T_m} \Phi(t-u) du \right] - V_0 \Phi(t-u) \Big|_{T_m}^t$$

Utilisant la condition $\Phi(0) = 0$, et retournant à la variable t' , on aura:

$$\int_0^t dt' \dot{\Phi}(t') V_0(t-t') = (V_0/T_m) \int_{t-T_m}^t \Phi(t') dt' \quad (\text{A.35})$$

L'intégrale du côté droit de l'équation (A.35) n'est que la moyenne de

$V_0 \phi(t)$, sur l'intervalle $[t-T_m, t]$, qu'on peut évaluer approximativement par $V_0 \phi(t-\frac{1}{2}T_m)$. Si on remplace les intégrales du côté gauche de l'équation (A.34) par leurs valeurs respectives $(\epsilon_\infty-1)V_0$ et $V_0 \phi(t-\frac{1}{2}T_m)$ et on divise les deux côtés de cette équation par V_0 , on obtient:

$$\begin{aligned}
 (\epsilon_\infty-1) + \phi(t-\frac{1}{2}T_m) = (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + \frac{2R(t)}{V_0} \\
 + \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty-1)\delta(t') + \dot{\phi}(t')] \frac{R(t-t')}{V_0}, \quad t > T_m
 \end{aligned}
 \tag{A.36}$$

Pour évaluer l'intégrale de superposition du côté droit de l'équation (A.36) on peut encore utiliser l'approximation au premier ordre de Fellner-Feldegg qui revêt la forme suivante:

$$(\epsilon_\infty-1) + \phi(t) = (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0}, \quad t < T_m$$

et

$$(\epsilon_\infty-1) + \phi(t-\frac{1}{2}T_m) = (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0}, \quad t > T_m$$

Pour $t > T_m$, $\phi(t-\frac{1}{2}T_m)$ peut être rapprochée par:

$$\phi(t-\frac{1}{2}T_m) \cong \phi(t) - \frac{1}{2}T_m \dot{\phi}(t) + \dots$$

En négligeant $(T_m/2)\dot{\phi}(t)$ devant $\phi(t)$, l'approximation de Fellner-Feldegg, pour $t > T_m$, comme:

$$\int_0^t dt' [(\epsilon_\infty-1)\delta(t') + \dot{\phi}(t')] = (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0}, \quad t > T_m \tag{A.37}$$

qui est encore une bonne approximation de $\Phi(t)$ mais seulement pour de très minces échantillons, tels que $R(t) \ll V_0$. Avec ces deux approximations, l'intégrale de superposition devient:

$$\begin{aligned} \int_0^t dt' [(\epsilon_\infty - 1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \frac{R(t-t')}{V_0} &= (2cT_m/\ell) \int_0^{T_m} dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\ &+ (2c/\ell) \left[\int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} - \int_0^{T_m} dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \right] \quad (A.38) \end{aligned}$$

La solution du deuxième ordre de $\Phi(t)$ pour $t > T_m$ aura donc la forme suivante:

$$\begin{aligned} (\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t - \frac{1}{2}T_m) &= (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + \frac{2R(t)}{V_0} \\ &+ (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\ &+ (2c/\ell) \int_0^{T_m} dt' \left[\frac{\dot{R}(t')}{V_0} - \frac{R(t')}{V_0} \right] \frac{R(t-t')}{V_0}, \quad t > T_m \quad (A.39) \end{aligned}$$

La troisième intégrale du côté droit de cette équation peut être évaluée facilement si on utilise la forme linéaire de $R(t)$ à l'intérieur de l'intervalle d'intégration 0 à T_m , $R(t') = R(T_m)t'/T_m$ et $R(t-t') = R(t) - t'\dot{R}(t)$, ceci donne:

$$\begin{aligned}
(2c/\ell) \int_0^{T_m} dt' \left[T_m \frac{\dot{R}(t')}{V_0} - \frac{R(t')}{V_0} \right] \frac{R(t-t')}{V_0} \\
= \frac{(2c/\ell)}{V_0^2} \int_0^{T_m} dt' \left[R(T_m) - R(T_m) \frac{t'}{T_m} \right] [R(t) - t'R(t')] \\
= \frac{(2c/\ell)}{V_0^2} \left[R(t'R(T_m)T_m - R(t)R(T_m) \frac{T_m}{2} - \dot{R}(t)R(T_m) \frac{T_m^2}{2} + \dot{R}(t)R(T_m) \frac{T_m^2}{3} \right] \\
= (cT_m/\ell) \frac{R'(T_m)}{V_0} \frac{R(t)}{V_0} \left[1 - \frac{1}{3} T_m \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \right]
\end{aligned}$$

où $\frac{1}{3} T_m \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$ est beaucoup plus petite que 1 et est alors négligeable.

L'équation (A.39) se rapporte ainsi à:

$$\begin{aligned}
(\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t - \frac{1}{2}T_m) &= (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\
&+ \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{R(t)}{V_0}, \quad t > T_m \quad (A.40)
\end{aligned}$$

Si on utilise les résultats au deuxième ordre, donnés par l'équation (A.28) pour $t < T_m$ et l'équation (A.40) pour $t > T_m$, pour réévaluer l'intégrale de superposition de l'équation (A.36), on pourra ainsi amener les résultats à un ordre supérieur d'approximation.

Ainsi pour $t < T_m$, $(\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t)$ est donnée par:

$$(\epsilon_{\infty}-1) + \Phi(t) = (2cT_m/\ell) \frac{R(t)}{V_0} + (2cT_m^2/\ell) \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{\dot{R}(t-t')}{V_0} \\ + 2T_m \frac{\dot{R}(t)}{V_0}$$

Changeant les variables t et t' en t' et u et dérivant les deux côtés de cette équation par rapport à t' , on obtient:

$$(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t') = (2cT_m/\ell) \frac{\dot{R}(t')}{V_0} + (2cT_m^2/\ell) \frac{d}{dt'} \int_0^{t'} du \frac{\dot{R}(u)}{V_0} \frac{R(t'-u)}{V_0} \\ + 2T_m \frac{\ddot{R}(t')}{V_0}, \quad t' < T_m \quad (A.41)$$

le deuxième terme du côté droit de cette équation donne:

$$\frac{(2cT_m^2/\ell)}{V_0^2} \left[\int_0^{t'} du \frac{\partial}{\partial t'} \dot{R}(u) \dot{R}(t'-u) + \dot{R}(t') \dot{R}(0) \frac{dt'}{dt'} - \dot{R}(0) \dot{R}(t') \frac{d0}{dt'} \right]$$

Utilisant encore la forme linéaire de $R(t')$ dans l'intervalle 0 à T_m , ce terme se réduit à $(2cT_m/\ell) \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{R(T_m)}{V_0}$, le troisième terme du côté droit de l'équation (A.41) s'annule et l'équation (A.41) se ramène à:

$$(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t') = (2cT_m/\ell) \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{\dot{R}(t')}{V_0}, \quad t' < T_m \quad (A.42)$$

Pour $t > T_m$, $(\epsilon_{\infty}-1) + \Phi(t)$ est donnée par:

$$(\epsilon_{\infty}-1) + \dot{\Phi}(t-\frac{1}{2}T_m) \cong (\epsilon_{\infty}-1) + \dot{\Phi}(t)$$

$$\begin{aligned} &\cong (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\ &+ \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{R(t)}{V_0} \end{aligned}$$

Effectuant le changement de variables t et t' en t' et u et dérivant les deux côtés de l'équation par rapport à t' on obtient:

$$\begin{aligned} (\epsilon_{\infty}-1)\delta(t) + \dot{\Phi}(t') &= (2c/\ell) \frac{d}{dt'} \int_0^{t'} du \frac{R(u)}{V_0} + (2c/\ell) \frac{d}{dt'} \int_0^{t'} du \frac{R(u)}{V_0} \frac{R(t'-u)}{V_0} \\ &+ \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \end{aligned} \quad (A.43)$$

Le premier terme du côté droit de l'équation (A.43) donne: $(2c/\ell) \frac{R(t')}{V_0}$

et le deuxième terme donne:

$$\begin{aligned} \frac{(2c/\ell)}{V_0^2} &\left[\int_0^{t'} du \frac{\partial}{\partial t'} R(u)R(t'-u) + R(t')R(0) \frac{dt'}{dt'} - R(0)R(t') \frac{d0}{dt'} \right] \\ &= (2c/\ell) \int_0^{t'} du \frac{R(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \end{aligned}$$

et l'équation (A.43) se réduit à

$$\begin{aligned} (\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t') &= (2c/\ell) \frac{R(t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^{t'} du \frac{R(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \\ &+ \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \end{aligned} \quad (A.44)$$

Etant donné que l'intégrale de superposition (I.S.) de l'équation (A.36) couvre l'intervalle $0, t$ et que $(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')$ a deux valeurs différentes dans cette intégrale, l'intégrale de superposition se décompose alors de la façon suivante:

$$\begin{aligned} \int_0^t dt' [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \frac{R(t-t')}{V_0} \\ = \int_0^{T_m} dt' \frac{R(t-t')}{V_0} [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \quad t < T_m \\ + \int_{T_m}^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \quad t > T_m \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \int_0^t dt' [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \frac{R(t-t')}{V_0} \\ = \int_0^{T_m} dt' \frac{R(t-t')}{V_0} [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \quad t < T_m \\ + \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \quad t > T_m \\ - \int_0^{T_m} dt' \frac{R(t-t')}{V_0} [(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')] \quad t > T_m \end{aligned}$$

(A.45)

Remplaçant $[(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')]$ par sa valeur tirée de l'équation (A.42) pour $t < T_m$, le premier terme du côté droit de l'équation (A.45) s'écrit comme:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{T_m} dt' \left((2cT_m/\ell) \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \right) \frac{R(t-t')}{V_0} \\
 &= \frac{(2cT_m/\ell)}{V_0^2} \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \int_0^{T_m} dt' \dot{R}(t') [R(t) - t' \dot{R}(t)] \\
 &= \frac{(2cT_m/\ell)}{V_0^2} \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \left[R(t)R(T_m) - \frac{1}{2}T_m \dot{R}(t)R(T_m) \right] \\
 &= \frac{(2cT_m/\ell)}{V_0^2} \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] R(T_m)R(t) \left[1 - \frac{1}{2}T_m \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \right] \\
 &\approx (2cT_m/\ell) \left[1 + \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{R(T_m)}{V_0} \frac{R(t)}{V_0} \tag{A.46}
 \end{aligned}$$

Remplaçant $[(\epsilon_{\infty}-1)\delta(t') + \dot{\Phi}(t')]$ par sa valeur tirée de l'équation (A.44) pour $t > T_m$, le deuxième terme du côté droit de l'équation (A.45) s'écrit comme:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \left[(2c/\ell) \frac{R(t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^{t'} du \frac{R(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \right. \\
 & \quad \left. + \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
= & (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \int_0^{t'} du \frac{R(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \\
& + \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \quad (A.47)
\end{aligned}$$

Le troisième terme de l'équation (A.45) s'écrit comme le terme précédent à l'exception de la limite supérieure d'intégration qui sera remplacée par T_m . Utilisant la forme linéaire de $R(t')$ entre 0 et T_m , ce terme pourra être grandement simplifié. Ainsi, en effectuant l'intégration, il donne:

$$\begin{aligned}
(cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \frac{R(t)}{V_0} \left[1 - \frac{2}{3} T_m \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \right] \\
+ \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \frac{R(T_m)}{V_0} \frac{R(t)}{V_0} \left[1 - \frac{1}{2} T_m \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \right] \\
+ \frac{1}{3} (cT_m/\ell) \frac{R^2(T_m)}{V_0^2} \frac{R(t)}{V_0} \left[1 - \frac{3}{4} T_m \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \right]
\end{aligned}$$

où les fractions de $T_m \dot{R}(t)/R(t)$ sont beaucoup plus petites que 1 et par conséquent sont négligeables réduisant ainsi le troisième terme du côté droit de l'équation (A.45) à:

$$(2 + (cT_m/\ell)) \frac{R(T_m)}{V_0} \frac{R(t)}{V_0} + \frac{4}{3} (cT_m/\ell) \frac{R^2(T_m)}{V_0^2} \frac{R(t)}{V_0} \quad (A.48)$$

La somme algébrique des trois quantités données par les équations (A.46), (A.47) et (A.48) forme l'intégrale de superposition (I.S.) et l'équation (A.36)

au troisième ordre pour $t > T_m$ sera ainsi donnée par l'équation suivante:

$$\begin{aligned}
 (\epsilon_\infty - 1) + \Phi(t - \frac{1}{2}T_m) = & (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\
 & + (2c/\ell) \int_0^t dt' \frac{R(t-t')}{V_0} \int_0^{t'} du \frac{R(u)}{V_0} \frac{\dot{R}(t'-u)}{V_0} \\
 & + \left[2 + (cT_m/\ell) \frac{R(T_m)}{V_0} \right] \int_0^t dt' \frac{\dot{R}(t')}{V_0} \frac{R(t-t')}{V_0} \\
 & + \left[2 - (2 - (cT_m/\ell)) \frac{R(T_m)}{V_0} + \frac{2}{3} (cT_m/\ell) \frac{R^2(T_m)}{V_0^2} \right] \frac{R(t)}{V_0}
 \end{aligned}$$

$t > T_m$ (A.49)

APPENDICE B

Dans cette appendice nous montrons un exemple détaillé de l'analyse par ordinateur des données numériques relatives à la mesure d'un échantillon du 1-Butanol de 5 mm de longueur et à 10°C.

DESCRIPTION

- 139 Données expérimentales, analogues et numériques, telles qu'obtenues par le système d'acquisition automatique des données.
- 140 - 141 Programme d'ordinateur PERM pour le calcul de la réponse $\Phi(t)$ en fonction du temps.
- 142 - 144 Sous-programme QSF pour calculer l'intégrale numérique de la réflexion $R(t)$ et de son auto-convolution.
- 145 - 146 Sous-programme DET3 pour calculer les dérivées numériques de la réflexion $R(t)$.
- 147 Sous-programme MODEL4 qui sert à évaluer la forme analytique de $\Phi(t)$. Ce sous-programme fait partie du programme NLWOOD qui n'est pas présenté ici à cause de sa longueur ($\cong 50$ pages). Cependant ce programme est listé complètement dans la référence 59.
- 148 - 149 Données numériques fournies à l'ordinateur, relativement au comportement à long terme du diélectrique sous étude.

- 150 - 152 Valeurs calculées par le programme PERM de $\Phi(t)$ en fonction du temps TT en picosecondes.
- 153 - 155 Valeurs numériques de $\Phi(t)$ (colonne 3) en fonction du temps (colonne 4) et leur poids statistique (colonne 5), telles qu'acquises par le programme NLWOOD afin de calculer les paramètres de la forme analytique de $\Phi(t)$.
- 156 - 157 Nombre d'itérations utilisées par NLWOOD pour déterminer $(\epsilon_0 - \epsilon_\infty)$ et τ .
- 158 - 160 Valeurs calculées par NLWOOD de $(\epsilon_0 - \epsilon_\infty)$, τ , ainsi que les limites d'incertitude et des résidus.
- 163 Courbe de distribution cumulative des résidus.
- 164 Courbe des résidus.
- 165 Fin de calcul.

UNIVERSITE DU QUEBEC
A TROIS-RIVIERES
DATE LE 1^{er} Oct 1975

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
LAB. DES MESURES DIELECTRIQUES
NO. DE L'EXPERIENCE 21-5

ANALYSE DE LA REPONSE TRANSITOIRE D'UN SIGNAL REFLECTE A
LA SURFACE D'UN DIELECTRIQUE.

1) CONDITIONS EXPERIMENTALES:

MATERIEL ETUDIE: *f-B + level*

TEMPERATURE EN DEGRES CELSIUS: *10*

LO NGUEUR DE L'ECHANTILLON EN MILLIMETRES: *5.0*

11) MESURES EXPERIMENTALES:

A-COMPORTEMENT A COURT-TERME (SIGNAL ANALOGUE)

B-COMPORTEMENT A LONG-TERME (SIGNAL ANALOGUE)



C-AMPLITUDE DU VOLTAGE INCIDENT/AMPLITUDE RELATIVE: *1.20*

0000 000000
0201 078049 078049 078049 078049 078049 078049
0000 000000
0201 198341 198341 198341 198341 198341 198341

D-COMPORTEMENT A COURT-TERME (SIGNAL DIGITAL)

CAPACITE PAR CANAL: *73* PICOSECONDES* NOMBRE DE POINTS

* *1/2* FENETRE DE TEMPS * *1/2* PICOSECONDES*

0000 000000
0201 198343 198343 198343 198343 198343 198343
0000 000000
0121 198314 198314 198314 198314 198314 198314
0130 198283 198274 198061 198166 198021 197918 197942 197934 197936 198021
0140 197766 197804 198593 198148 198235 198449 198596 197573 198674 19857
0150 198064 196743 190573 194762 197965 196454

E-COMPORTEMENT A LONG-TERME (SIGNAL DIGITAL)

CAPACITE PAR CANAL: *73* PICOSECONDES* NOMBRE DE POINTS

* *1/2* FENETRE DE TEMPS * *1/2* PICOSECONDES*

0000 000000
0201 198343 198343 198343 198343 198343 198343
0000 000000
0011 198069 197926 198064 197925 198035 198054 197942 198192 198060
0020 198123 198339 198070 198046 198346 198473 198084 197756 198029 198245
0030 198434 198388 198280 198212 198225 198226 198084 197847 197925 198014
0040 198229 197933 198605 198084 197844 197774 198084 198114 198182 198915
0050 198587 198150 198796 198385 198468 198437 198907 197723 198190 198109
0060 197934 197400 197324 197817 198819 199011 198316 198073 198862 198862
0070 198638 198730 199181 199512 190125 190702 190734 190208 190154 190424
0080 190323 190949 191991 191837 191457 191822 192341 192391 192293 192468
0090 192619 192236 192462 193811 193533 193574 192819 193387 194390 194910
0100 194004 193975 194793 194580 194475 194885 194770 194896 195349 195008
0110 195197 195332 195341 195799 195864 195273 195776 195609 195638 195053
0120 195790 195835 196125 195818 196085 196113 196174 196104 196039 196120
0130 196228 196344 196391 196369 196388 196492 196422 196450 196445 196456
0140 196629 196597 196624 196175 196080 197021 198068 197481 196969 196826
0150 197069 197385 197353 197350 197503 197413 197481 197486 197522 197730
0160 197254 197491 197753 197810 197728 198045 197984 197745 197883 197775
0170 197943 198309 198193 198084 198324 198111 198016 198035 197730 197345
0180 197634 198216 198343 197883 197407 197599 197330 197459 198041 198147
0190 197964 197817 197763 197923 197872 197748 197968 197951 197978 198118

111) RESULTATS EXPERIMENTALES

PERMITTIVITE A L'INFINI: *8.13*

PERMITTIVITE STATIQUE: *17.40*

TEMPS DE RELAXATION EN PICOSECONDES: *926*

UNIDITES

EXIT

/set-rich

/copy-rich

```
PROGRAM PERM(INPUT,OUTPUT,INPA,TAPE1,TAPE10=INPA)
DIMENSION R(500),F(500),Y(500),WT(500),IC(8),IC1(8),IC2(8),
```

```
IR(500),F1(500),RT(500),R1(500)
```

```
2,F2(500),F3(500),F4(500),Y3(500)
```

```
1 FORMAT(8A10)
```

```
DO 2 J=1,4
```

```
READ 1,IC
```

```
2 WRITE(10,1)IC
```

```
READ 1,IC1
```

```
READ 1,IC2
```

```
READ 3,TEMP,EPAI,TMON,TINF,CADEN,RTRR
```

```
3 FORMAT(6(F5.2,1X))
```

```
READ 4,UZ,RIN
```

```
4 FORMAT(F5.3,F7.5)
```

```
READ 5,H,K,N1,N
```

```
5 FORMAT(I1,1X,2(I2,1X),I3)
```

```
C=0.02598
```

```
T=0.0000001
```

```
NR=1
```

```
NR=0
```

```
NR=0
```

```
C=999.0
```

```
DO 6 J=1,K
```

```
6 RT(J)=0.0000001
```

```
LEA=1
```

```
DO 7 J=L,200
```

```
WT(J)=1.0
```

```
FENET=NR/CADEN
```

```
PRINT 8,IC1
```

```
8 FORMAT(7,1X,8A10)
```

```
PRINT 8,IC2
```

```
PRINT 9,TEMP,EPAI,TMON,TINF,CADEN,UZ,RIN,FENET,N
```

```
9 C=TEMP*TEMPERATURE EN DEGRES CELSIUS *9X,F7.2,/,
```

```
1 EPAISSEUR DE L'ECHANTILLON EN CENTIMETRE *F7.2,/,
```

```
2 TEMPS DE MONTÉE DE L'IMPULSION EN PSEC. *F7.2,/,
```

```
3 DUREE DE L'INTERVALLE TINIEN EN PSEC. *F7.2,/,
```

```
4 INTERV. D'ECHANT. DU SIGNAL EN PSEC. *F7.2,/,
```

```
5 AMPL. RELATIVE DE L'IMPULSION INCIDENTE *F7.2,/,
```

```
6 AMPL. RELATIVE DE LA LIGNE DE BASE *F7.5,/,
```

```
7 LARGUEUR DE LA FENETRE D'ECHANT. EN PSEC *F7.2,/,
```

```
8 NOMBRE DE POINTS ECHANTILLONNES *I3)
```

```
INTERV=1
```

```
READ(1,10)(RT(I),I=1,MM)
```

```
10 FORMAT(4X,10F7.5)
```

```
DO 11 I=1,N
```

```
11 RT(I)=
```

```
DO 12 I=1,N
```

```
12 RT(I)=RT(I)/UZ
```

```
13 FENET=
```

```
CADEN=CADEN*MM
```

```
PRINT 12
```

```
12 FORMAT(1 MESURES DE R(T))
```

```
PRINT 13,RT(I),I=1,N
```

```
13 FORMAT(9(1X,F7.5))
```

```
NR=1.5*(1+MM*0.5*CADEN)/CADEN+1
```

```
NR=(1+MM*0.5*CADEN)/CADEN+1
```

```

SINCE 140:EPAL:VZ
PI=1.5708*(1+1/NF)*R(NTR)
PRINT 14: PI
14 FORMATT * PERMITTIVITE A L INFINI *+F7.2)
PRINT 15
15 FORMATT * VALEURS NUM. DE LA FONCTION DE REPON. DIELE.*+/,
1* TEMPS PHI PSI SEQ.4)
CJ=C1*IMON
C2=C2*IMON*(1.0+R(NTR)/VZ)
C3=2.0*(C1*IMON*(NTR)/2.0
C4=C4*(2.0*(NTR)/VZ+C1/3.0*(IMON*(NTR)*R(NTR)/VZ
16 NF=NF+1
T=T+CADEN
CALL DSF(CADEN,R*ED/N*IER)
IF (C1,R*ED,N) STOP 222
IF (NF*DE*AC) GO TO 19
IF (NF*LI*NT) GO TO 16
PRINT 17
17 FORMATT * Y,LE,THUN)
GO TO 18 J=1,NF
NR=NF-J+1
F1(J)=R(J)*(C2+C3*(NR)/VZ)
CALL DSF(CADEN,F1,Y,NF)
T=T
PSI=2.0*(THUN/VZ*(R(NF)+Y(NF)
GO TO 21
19 CONTINUE
D=VZ*G1/N GO TO 24
DO 200 J=1,NF
DO 200 JJ=1+J
NR=J-JJ+1
F3(JJ)=R(JJ)*RD(NR)/VZ/VZ
CALL DSF(CADEN,F3,Y3,J)
NR=NF-J+1
F1(J)=C1*(NR)*Y3(J)
F2(J)=C1*(NR)*(1.0+R(NR)/VZ)
F4(J)=RD(J)*(C5+C4*(NR)/VZ)/VZ
20 F1(J)=F1(J)+F2(J)+F4(J)
CALL DSF(CADEN,F1,Y,NF)
T=T+0.5*IMON
F1=Y(NF)
21 CONTINUE
F1=PSI-F1+1.0
IF (C1*LE*RI) GO TO 26
WRITE(10,22) (PHI,T,MT(NF))
22 FORMATT (10X,JE20,13)
23 CONTINUE
PRINT 23:T,PHI,PSI,NF
FORMATT (F10.2,2F12.2,2X,13)
GO TO 16
24 WRITE(10,25)
25 FORMATT (30X,LE20,13)
REWIND 10
END
/UNT COMPLETE.

```

C	QSF	2
C	QSF	3
C	QSF	4
C	QSF	5
C	QSF	6
C	QSF	7
C	QSF	8
C	QSF	9
C	QSF	10
C	QSF	11
C	QSF	12
C	QSF	13
C	QSF	14
C	QSF	15
C	QSF	16
C	QSF	17
C	QSF	18
C	QSF	19
C	QSF	20
C	QSF	21
C	QSF	22
C	QSF	23
C	QSF	24
C	QSF	25
C	QSF	26
C	QSF	27
C	QSF	28
C	QSF	29
C	QSF	30
C	QSF	31
C	QSF	32
C	QSF	33
C	QSF	34
C	QSF	35
C	QSF	36
C	QSF	37
C	QSF	38
C	QSF	39
C	QSF	40
C	QSF	41
C	QSF	42
C	QSF	43
C	QSF	44
C	QSF	45
C	QSF	46
C	QSF	47
C	QSF	48
C	QSF	49
C	QSF	50
C	QSF	51
C	QSF	52
C	QSF	53
C	QSF	54
C	QSF	55
C	QSF	56
C	QSF	57
C	QSF	58

000044	SUM2=SUM2+SUM1	QSF	54
000045	SUM2=SUM2+Y(1)*Y(2)+Y(3)*Y(4)	QSF	55
000046	Y(1)=0	QSF	56
000047	Y(2)=Y(1)+Y(3)	QSF	57
000048	Y(3)=Y(2)+Y(4)	QSF	58
000049	Y(4)=Y(3)+Y(4)	QSF	59
000050	Y(1)=Y(2)	QSF	60
000051	Y(2)=Y(3)	QSF	61
000052	Y(3)=Y(4)	QSF	62
000053	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	63
000054	Y(1)=Y(2)	QSF	64
000055	Y(2)=Y(3)	QSF	65
000056	Y(3)=Y(4)	QSF	66
000057	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	67
000058	Y(1)=Y(2)	QSF	68
000059	Y(2)=Y(3)	QSF	69
000060	Y(3)=Y(4)	QSF	70
000061	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	71
000062	Y(1)=Y(2)	QSF	72
000063	Y(2)=Y(3)	QSF	73
000064	Y(3)=Y(4)	QSF	74
000065	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	75
000066	Y(1)=Y(2)	QSF	76
000067	Y(2)=Y(3)	QSF	77
000068	Y(3)=Y(4)	QSF	78
000069	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	79
000070	Y(1)=Y(2)	QSF	80
000071	Y(2)=Y(3)	QSF	81
000072	Y(3)=Y(4)	QSF	82
000073	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	83
000074	Y(1)=Y(2)	QSF	84
000075	Y(2)=Y(3)	QSF	85
000076	Y(3)=Y(4)	QSF	86
000077	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	87
000078	Y(1)=Y(2)	QSF	88
000079	Y(2)=Y(3)	QSF	89
000080	Y(3)=Y(4)	QSF	90
000081	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	91
000082	Y(1)=Y(2)	QSF	92
000083	Y(2)=Y(3)	QSF	93
000084	Y(3)=Y(4)	QSF	94
000085	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	95
000086	Y(1)=Y(2)	QSF	96
000087	Y(2)=Y(3)	QSF	97
000088	Y(3)=Y(4)	QSF	98
000089	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	99
000090	Y(1)=Y(2)	QSF	100
000091	Y(2)=Y(3)	QSF	101
000092	Y(3)=Y(4)	QSF	102
000093	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	103
000094	Y(1)=Y(2)	QSF	104
000095	Y(2)=Y(3)	QSF	105
000096	Y(3)=Y(4)	QSF	106
000097	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	107
000098	Y(1)=Y(2)	QSF	108
000099	Y(2)=Y(3)	QSF	109
000100	Y(3)=Y(4)	QSF	110
000101	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	111
000102	Y(1)=Y(2)	QSF	112
000103	Y(2)=Y(3)	QSF	113
000104	Y(3)=Y(4)	QSF	114
000105	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	115
000106	Y(1)=Y(2)	QSF	116
000107	Y(2)=Y(3)	QSF	117
000108	Y(3)=Y(4)	QSF	118
000109	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	119
000110	Y(1)=Y(2)	QSF	120
000111	Y(2)=Y(3)	QSF	121
000112	Y(3)=Y(4)	QSF	122
000113	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	123
000114	Y(1)=Y(2)	QSF	124
000115	Y(2)=Y(3)	QSF	125
000116	Y(3)=Y(4)	QSF	126
000117	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	127
000118	Y(1)=Y(2)	QSF	128
000119	Y(2)=Y(3)	QSF	129
000120	Y(3)=Y(4)	QSF	130
000121	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	131
000122	Y(1)=Y(2)	QSF	132
000123	Y(2)=Y(3)	QSF	133
000124	Y(3)=Y(4)	QSF	134
000125	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	135
000126	Y(1)=Y(2)	QSF	136
000127	Y(2)=Y(3)	QSF	137
000128	Y(3)=Y(4)	QSF	138
000129	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	139
000130	Y(1)=Y(2)	QSF	140
000131	Y(2)=Y(3)	QSF	141
000132	Y(3)=Y(4)	QSF	142
000133	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	143
000134	Y(1)=Y(2)	QSF	144
000135	Y(2)=Y(3)	QSF	145
000136	Y(3)=Y(4)	QSF	146
000137	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	147
000138	Y(1)=Y(2)	QSF	148
000139	Y(2)=Y(3)	QSF	149
000140	Y(3)=Y(4)	QSF	150
000141	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	151
000142	Y(1)=Y(2)	QSF	152
000143	Y(2)=Y(3)	QSF	153
000144	Y(3)=Y(4)	QSF	154
000145	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	155
000146	Y(1)=Y(2)	QSF	156
000147	Y(2)=Y(3)	QSF	157
000148	Y(3)=Y(4)	QSF	158
000149	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	159
000150	Y(1)=Y(2)	QSF	160
000151	Y(2)=Y(3)	QSF	161
000152	Y(3)=Y(4)	QSF	162
000153	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	163
000154	Y(1)=Y(2)	QSF	164
000155	Y(2)=Y(3)	QSF	165
000156	Y(3)=Y(4)	QSF	166
000157	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	167
000158	Y(1)=Y(2)	QSF	168
000159	Y(2)=Y(3)	QSF	169
000160	Y(3)=Y(4)	QSF	170
000161	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	171
000162	Y(1)=Y(2)	QSF	172
000163	Y(2)=Y(3)	QSF	173
000164	Y(3)=Y(4)	QSF	174
000165	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	175
000166	Y(1)=Y(2)	QSF	176
000167	Y(2)=Y(3)	QSF	177
000168	Y(3)=Y(4)	QSF	178
000169	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	179
000170	Y(1)=Y(2)	QSF	180
000171	Y(2)=Y(3)	QSF	181
000172	Y(3)=Y(4)	QSF	182
000173	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	183
000174	Y(1)=Y(2)	QSF	184
000175	Y(2)=Y(3)	QSF	185
000176	Y(3)=Y(4)	QSF	186
000177	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	187
000178	Y(1)=Y(2)	QSF	188
000179	Y(2)=Y(3)	QSF	189
000180	Y(3)=Y(4)	QSF	190
000181	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	191
000182	Y(1)=Y(2)	QSF	192
000183	Y(2)=Y(3)	QSF	193
000184	Y(3)=Y(4)	QSF	194
000185	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	195
000186	Y(1)=Y(2)	QSF	196
000187	Y(2)=Y(3)	QSF	197
000188	Y(3)=Y(4)	QSF	198
000189	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	199
000190	Y(1)=Y(2)	QSF	200
000191	Y(2)=Y(3)	QSF	201
000192	Y(3)=Y(4)	QSF	202
000193	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	203
000194	Y(1)=Y(2)	QSF	204
000195	Y(2)=Y(3)	QSF	205
000196	Y(3)=Y(4)	QSF	206
000197	Y(4)=Y(1)+Y(2)	QSF	207
000198	Y(1)=Y(2)	QSF	208
000199	Y(2)=Y(3)	QSF	209
000200	Y(3)=Y(4)	QSF	210

COUNTS DATA COMPOSITION REPORT IN U.S.A


```

000013      Y(1)=Y(1)
000014      Y(2)=Y(2)
000015      Y(3)=Y(3)
000016      Y(4)=Y(4)
000017      Y(5)=Y(5)

```

```

DE13      59
DE13      60
DE13      61
DE13      62
DE13      63
DE13      64

```

```

C
C      START DIFFERENTIATION LOOP

```

```

000024      Y(1)=Y(1)
000025      Y(2)=Y(2)
000026      Y(3)=Y(3)
000027      Y(4)=Y(4)
000028      Y(5)=Y(5)

```

```

DE13      65
DE13      66
DE13      67
DE13      68
DE13      69
DE13      70

```

```

C
C      END OF DIFFERENTIATION LOOP

```

```

C
C      NORMAL EXIT

```

```

000041      Y(1)=Y(1)
000042      Y(2)=Y(2)
000043      Y(3)=Y(3)
000044      Y(4)=Y(4)
000045      Y(5)=Y(5)

```

```

DE13      71
DE13      72
DE13      73
DE13      74
DE13      75
DE13      76

```

```

C
C      NORMAL EXIT IN CASE NUTH IS LESS THAN 5

```

```

000046      Y(1)=Y(1)
000047      Y(2)=Y(2)

```

```

DE13      77
DE13      78
DE13      79
DE13      80
DE13      81
DE13      82

```

```

C
C      END OF EXIT IN CASE OF ZERO STEPSIZE

```

```

000048      Y(1)=Y(1)
000049      Y(2)=Y(2)
000050      Y(3)=Y(3)

```

```

DE13      83
DE13      84
DE13      85

```

000013 SUBROUTINE MODEL4(IN,R,FY,NOM,NC,X,NVARX,NORMAX)
000013 DIMENSION B(NVARX),FY(NORMAX),X(NVARX,NORMAX)
000013 DO 10 J=1,NUR
000014 10 FY(J)=H(1)*(1.0-EXP(-X(1,J)/H(2)))
000014 RETURN
000034 END

77-07/06, 13.41.09,
UNIVERSITE DU QUEBEC,
USER NUMBER: trrbose.

TERMIN: 37
SYSTEM: bat.40000
INFL.40000.
Analyse1-ancienbrent
/errr

f result de la perm. 2 1 1 0.00000010.000001 1

? lat0.3620.13)
? 20.00 500.0
? pomei tau
? exemple d'application
? 1-butanol
? 10.00 0.500 40.00 112.0 23.30
? 1.200 190343
? 1 00 09 120

DATA:19801

0030	198404	198388	198280	198212	198225	198226	198084	197847	197295	196904
0040	197229	179313	166605	168084	177244	181774	182884	184114	184182	183915
0050	184587	185150	185776	186385	186462	186437	186907	187723	188190	188109
0060	187924	187480	187326	187788	188319	189011	188318	188073	188682	188862
0070	188538	188730	189181	189579	190175	190702	190734	190268	190154	190424
0080	190333	190949	191991	191837	191457	191822	192341	192391	192293	192468
0090	192614	192230	192662	193811	193533	192574	192819	193357	194390	194910
0100	194004	193975	194792	194560	194475	194985	194770	194869	195249	196009
0110	195197	195337	195241	195799	195864	195273	195778	195609	195637	196053
0120	195740	195835	196125	195618	196085	195113	196174	196104	196039	196120
0130	196242	196344	196391	196369	196385	196492	196622	196450	196445	196686
0140	196678	196597	196624	196175	196080	197071	198068	197481	196969	196826
0150	197069	197305	197553	197550	197502	197413	197481	197486	197522	197730
0160	197504	197491	197753	197810	197788	198045	197984	197745	197883	197775
0170	197945	198109	198193	198024	198224	198111	198018	198035	197730	197345
0180	197534	198216	198345	197823	197607	197544	197330	197469	198041	198147
0190	197964	197817	197763	197923	197672	197748	197968	197961	197978	198119

DATA: COMPLETE

EXEMPLE D'APPLICATION

TEMPERATURE EN DEGRES CELSIUS 20.00
 ECRAN DEUR DU L'EMANANTAILLON EN CENTIMETRE 50
 PERIODE DE MONITE DE L'IMMERSION EN SECS 40.00
 PERIODE DE L'INTERVALLE TANTUM EN SECS 100.00
 INTERV. D'ECHANT. DU SIGNAL EN SECS 23.40
 ANG. RELATIVE DE L'IMPULSION INCIDENT 1.20
 ANG. RELATIVE DE LA LIGNE DE BASE 1.08343
 LONGUEUR DE LA FENETRE D'ECHANT. EN SECS 23.40
 NOMBRE DE POINTS ECHANTILLONNES 128
 MESURES DE PSI

.0199	.0095	.15888	.0448	.0516	.12502	.13807	.12882	.11857
.0199	.0095	.14463	.10994	.13475	.09265	.09901	.09922	.09536
.0095	.00461	.08528	.08482	.09052	.09141	.08796	.07937	.07777
.00461	.00558	.08051	.07501	.08087	.08011	.07635	.07303	.06807
.00558	.00341	.06779	.06624	.06599	.06675	.06162	.05293	.05422
.00341	.00434	.05002	.04960	.05042	.04896	.04770	.05008	.04734
.00434	.00606	.04848	.04503	.04155	.03294	.02061	.03616	.03640
.00606	.03152	.03223	.02882	.02978	.02895	.02578	.01946	.02622
.03152	.00585	.00120	.02066	.00058	.02117	.02228	.02005	.01908
.00585	.00090	.01848	.02104	.01882	.01858	.01807	.01866	.01920
.00090	.00551	.01666	.01627	.01645	.01639	.01542	.01434	.01577
.00551	.01381	.01428	.01455	.01432	.01807	.01886	.01102	.00229
.01381	.01145	.01264	.01062	.00288	.00658	.00661	.00701	.00775
.00775	.00714	.00684	.00511	.00616	.00710	.00492	.00414	.00472
.00684	.00099							

PERIODE DE L'IMMERSION 3.13
 VALEURS NUM. DE LA FONCTION DE RESPON. DEEL.

TERMS	PHI	PSI	SEM.
23.40	1.68	.75	2
46.80	1.04	1.08	3
69.60	.61	1.52	4
92.40	.30	2.03	5
115.20	.04	2.07	6
138.00	1.48	3.41	7
160.80	1.80	4.01	8
183.60	2.23	4.46	9
206.40	2.54	4.67	10
229.20	2.91	5.04	11
252.00	3.02	5.35	12
274.80	3.57	5.79	13
297.60	3.87	6.00	14
320.40	4.19	6.32	15
343.20	4.46	6.59	16
366.00	4.77	6.90	17
388.80	5.03	7.16	18
411.60	5.41	7.44	19
434.40	5.54	7.67	20
457.20	5.81	7.94	21
480.00	6.00	8.17	22

$$PHI = \phi(z)$$

$$PSI = (\epsilon_m - 1) + \phi(z)$$

492.60	8.32	8.45	33
515.90	8.58	8.71	34
539.30	8.84	8.99	35
562.50	9.09	9.22	36
585.80	9.34	9.47	37
609.10	9.59	9.80	38
632.40	9.83	9.96	39
655.70	10.05	10.18	40
679.00	10.30	10.43	41
702.30	10.53	10.66	42
725.60	10.78	10.91	43
748.90	11.00	11.13	44
772.20	11.23	11.36	45
795.50	11.41	11.54	46
818.80	11.60	11.73	47
842.10	11.76	11.89	48
865.40	11.95	12.08	49
888.70	12.13	12.26	50
912.00	12.33	12.46	51
935.30	12.51	12.64	52
958.60	12.71	12.84	53
981.90	12.89	12.97	54
1005.20	13.00	13.13	55
1028.50	13.14	13.27	56
1051.80	13.29	13.42	57
1075.10	13.41	13.54	58
1098.40	13.56	13.69	59
1121.70	13.68	13.81	60
1145.00	13.82	13.95	61
1168.30	13.94	14.07	62
1191.60	14.08	14.21	63
1214.90	14.20	14.33	64
1238.20	14.31	14.44	65
1261.50	14.41	14.54	66
1284.80	14.54	14.67	67
1308.10	14.65	14.78	68
1331.40	14.77	14.90	69
1354.70	14.85	14.98	70
1378.00	14.93	15.05	71
1401.30	15.09	15.12	72
1424.60	15.09	15.22	73
1447.90	15.14	15.27	74
1471.20	15.23	15.36	75
1494.50	15.30	15.43	76
1517.80	15.37	15.50	77
1541.10	15.43	15.56	78
1564.40	15.51	15.64	79
1587.70	15.56	15.69	80
1611.00	15.61	15.74	81
1634.30	15.65	15.78	82
1657.60	15.72	15.85	83
1680.90	15.76	15.89	84
1704.20	15.83	15.96	85
1727.50	15.85	15.98	86
1750.80	15.93	16.06	87
1774.10	15.96	16.09	88
1797.40	16.03	16.16	89
1820.70	16.07	16.20	90
1844.00	16.11	16.24	91
1867.30	16.15	16.28	92
1890.60	16.22	16.35	93
1913.90	16.24	16.37	94
1937.20	16.31	16.44	95
1960.50	16.33	16.46	96
1983.80	16.39	16.52	97
2007.10	16.47	16.55	98

2030.10	14.47	18.40	89
2051.70	14.50	18.53	90
2072.00	14.53	18.67	91
2100.40	14.58	18.77	92
2128.80	14.64	18.77	93
2148.90	14.69	18.79	94
2170.20	14.71	18.84	95
2193.50	14.74	18.86	96
2218.90	14.78	18.91	97
2240.10	14.79	18.93	98
2263.40	14.84	18.97	99
2288.70	14.88	18.99	100
2310.00	14.91	17.04	101
2333.30	14.92	17.06	102
2355.20	14.97	17.10	103
2379.90	14.99	17.12	104
2403.20	15.08	17.18	105
2428.30	15.08	17.31	106
2449.80	15.12	17.25	107
2473.10	15.11	17.24	108
2498.10	15.13	17.28	109
2519.70	15.13	17.26	110
2543.00	15.15	17.28	111
2568.30	15.17	17.30	112
2587.30	15.19	17.33	113
2612.90	15.19	17.32	114
2633.30	15.21	17.34	115
2659.30	15.21	17.34	116
2682.80	15.23	17.36	117
2706.10	15.23	17.36	118
2727.40	15.25	17.38	119
2752.70	15.25	17.38	120
2778.00	15.27	17.40	121
2807.30	15.27	17.40	122
2829.80	15.29	17.42	123
2845.90	15.28	17.43	124
2869.30	15.29	17.42	125
2892.90	15.29	17.42	126
2915.60	15.30	17.43	127
2939.10	15.39	17.42	128

END PERM

NON-LINEAR ESTIMATION

PH(1)

MODEL NUMBER

4

NUMBER OF COEFFICIENTS

2

STARTING LAMBDA

.100

STARTING NO

10,000

MAX NO. OF ITERATIONS

20

DATA FORMAT (A1,3E20,13)

UNSV. NO.	IDENT.	SEQ.	1-11-21	2-12-22	3-13-23	4-14-24	5-15-25	6-16-26	7-17-27	8-18-28	9-19-29	10-20-30
1		1	1.531	124.800	1.000							
2		1	1.939	148.100	1.000							
3		1	2.297	171.400	1.000							
4		1	2.607	194.700	1.000							
5		1	2.970	218.000	1.000							
6		1	3.283	241.300	1.000							
7		1	3.628	264.600	1.000							
8		1	3.931	287.900	1.000							
9		1	4.249	311.200	1.000							
10		1	4.528	334.500	1.000							
11		1	4.836	357.800	1.000							
12		1	5.100	381.100	1.000							
13		1	5.379	404.400	1.000							
14		1	5.609	427.700	1.000							
15		1	5.872	451.000	1.000							
16		1	6.105	474.300	1.000							
17		1	6.383	497.600	1.000							
18		1	6.642	520.900	1.000							
19		1	6.926	544.200	1.000							
20		1	7.157	567.500	1.000							
21		1	7.405	590.800	1.000							
22		1	7.632	614.100	1.000							
23		1	7.894	637.400	1.000							
24		1	8.120	660.700	1.000							
25		1	8.371	684.000	1.000							
26		1	8.598	707.300	1.000							
27		1	8.849	730.600	1.000							
28		1	9.064	753.900	1.000							
29		1	9.294	777.200	1.000							
30		1	9.478	800.500	1.000							
31		1	9.667	823.800	1.000							
32		1	9.828	847.100	1.000							
33		1	10.021	870.400	1.000							
34		1	10.201	893.700	1.000							
35		1	10.400	917.000	1.000							
36		1	10.581	940.300	1.000							
37		1	10.775	963.600	1.000							
38		1	10.914	986.900	1.000							
39		1	11.072	1010.200	1.000							
40		1	11.212	1033.500	1.000							
41		1	11.362	1056.800	1.000							
42		1	11.485	1080.100	1.000							
43		1	11.629	1103.400	1.000							
44		1	11.751	1126.700	1.000							
45		1	11.891	1150.000	1.000							
46		1	12.010	1173.300	1.000							

47	1	12.156	1198.800	1.000
48	1	12.277	1219.900	1.000
49	1	12.388	1243.200	1.000
50	1	12.479	1268.500	1.000
51	1	12.611	1294.800	1.000
52	1	12.721	1313.100	1.000
53	1	12.839	1334.400	1.000
54	1	12.923	1359.700	1.000
55	1	12.996	1383.000	1.000
56	1	13.068	1406.300	1.000
57	1	13.161	1429.600	1.000
58	1	13.220	1452.900	1.000
59	1	13.302	1478.200	1.000
60	1	13.372	1499.500	1.000
61	1	13.444	1522.800	1.000
62	1	13.509	1546.100	1.000
63	1	13.589	1569.400	1.000
64	1	13.639	1592.700	1.000
65	1	13.708	1616.000	1.000
66	1	13.765	1639.300	1.000
67	1	13.825	1662.600	1.000
68	1	13.879	1685.900	1.000
69	1	13.933	1709.200	1.000
70	1	13.987	1732.500	1.000
71	1	14.029	1755.800	1.000
72	1	14.073	1779.100	1.000
73	1	14.123	1802.400	1.000
74	1	14.179	1825.700	1.000
75	1	14.221	1849.000	1.000
76	1	14.266	1872.300	1.000
77	1	14.317	1895.600	1.000
78	1	14.354	1918.900	1.000
79	1	14.402	1942.200	1.000
80	1	14.446	1965.500	1.000
81	1	14.482	1988.800	1.000
82	1	14.527	2012.100	1.000
83	1	14.565	2035.400	1.000
84	1	14.612	2058.700	1.000
85	1	14.651	2082.000	1.000
86	1	14.695	2105.300	1.000
87	1	14.730	2128.600	1.000
88	1	14.768	2151.900	1.000
89	1	14.801	2175.200	1.000
90	1	14.839	2198.500	1.000
91	1	14.876	2221.800	1.000
92	1	14.904	2245.100	1.000
93	1	14.934	2268.400	1.000
94	1	14.973	2291.700	1.000
95	1	15.000	2315.000	1.000
96	1	15.035	2338.300	1.000
97	1	15.065	2361.600	1.000
98	1	15.100	2384.900	1.000
99	1	15.139	2408.200	1.000
100	1	15.193	2431.500	1.000
101	1	15.217	2454.800	1.000
102	1	15.221	2478.100	1.000
103	1	15.219	2501.400	1.000
104	1	15.239	2524.700	1.000
105	1	15.246	2548.000	1.000
106	1	15.277	2571.300	1.000
107	1	15.286	2594.600	1.000
108	1	15.305	2617.900	1.000

109	1	15,104	2641,300	1,000
110	1	15,121	2644,500	1,000
111	1	15,121	2647,800	1,000
112	1	15,341	2711,100	1,000
113	1	15,341	2734,400	1,000
114	1	15,162	2747,700	1,000
115	1	15,159	2741,000	1,000
116	1	15,176	2744,300	1,000
117		15,179	2747,600	1,000
118		15,393	2870,900	1,000
119	1	15,387	2874,200	1,000
120	1	15,401	2877,500	1,000
121	1	15,190	2920,400	1,000
122	1	15,396	2944,100	1,000
123		20,000	3004,000	1,000

NON-LINEAR ESTIMATION. (PART I)
 NUMBER OF COEFFICIENTS 122
 NUMBER OF COEFFICIENTS 2
 STARTING LAMBDA .100
 STARTING NO 10.000
 MAX NO. OF ITERATIONS 20

INITIAL VALUES OF THE COEFFICIENTS
 1 2

20.00000E+00 50.00000E+01

PROPORTIONS USED IN CALCULATING DIFFERENCE QUOTIENTS
 1 2

20.00000E+00 10.00000E+03

INITIAL SUM OF SQUARES 35.7391E+02

ITERATION NO. 1

EIGENVALUES OF MOMENT MATRIX - PRELIMINARY ANALYSIS

94.74000E+00 3.7374E+04

DETERMINANT 50.0297E+02

VALUES OF COEFFICIENTS

1 2
 15.00000E+00 7.1137E+01

LAMBDA 0.0000E+00

SUM OF SQUARES AFTER LEAST-SQUARES FIT 53.1654E+00

ITERATION NO. 2

DETERMINANT 30.0915E+02

VALUES OF COEFFICIENTS

1 2
 16.24010E+00 40.70070E+01

LAMBDA 0.0000E+00

SUM OF SQUARES AFTER LEAST-SQUARES FIT 74.0530E+01

ITERATION NO. 3

DETERMINANT 20.0644E+02

VALUES OF COEFFICIENTS

1 2
 16.41170E+00 33.2474E+01

LAMBDA 0.0000E+00

SUM OF SQUARES AFTER LEAST-SQUARES FIT 69.9213E+01

ITERATION NO. 4

DETERMINANT 19.5631E-02

VALUES OF COEFFICIENTS

1 2
16.4088E+0093.1711E+01

LAMBDA 10.000E-06

SUM OF SQUARES AFTER LEAST-SQUARES FIT 69.9167E-01

ITERATION NO. 5

DETERMINANT 19.5934E-02

VALUES OF COEFFICIENTS

1 2
16.4088E+0093.1747E+01

LAMBDA 10.000E-07

SUM OF SQUARES AFTER LEAST-SQUARES FIT 69.9186E-01

ITERATION NO. 6

DETERMINANT 19.5910E-02

VALUES OF COEFFICIENTS

1 2
16.4088E+0093.1745E+01

LAMBDA 10.000E-08

SUM OF SQUARES AFTER LEAST-SQUARES FIT 69.9186E-01

ITERATION NO. 7

DETERMINANT 19.5910E-02

VALUES OF COEFFICIENTS

1 2
16.4088E+0093.1745E+01

LAMBDA 10.000E-09

SUM OF SQUARES AFTER LEAST-SQUARES FIT 69.9186E-01

ITERATION STOPS - RELATIVE CHANGE IN EACH COEFFICIENT LESS THAN 10.0000E-07

CORRELATION MATRIX

DETERMINANT 40.2355E-03

1 2
1.0000 0.9957
0.9957 1.0000

NON-LINEAR ESTIMATION MESURE DE LA PERM.

MODEL NUMBER 1
 NUMBER OF COEFFICIENTS 2
 STARTING LAMBDA .100
 STARTING NU 10.000
 MAX NO. OF ITERATIONS 20

NON-LINEAR ESTIMATION, MESURE DE LA PERM.

NUMBER OF OBSERVATIONS 127
 NUMBER OF COEFFICIENTS 2
 STARTING LAMBDA .100
 STARTING NU 10.000
 MAX NO. OF ITERATIONS 20

INITIAL VALUES OF THE COEFFICIENTS

1 2
 20.00000E+0050.00000E+01

PROPORTIONS USED IN CALCULATING DIFFERENCE QUOTIENTS

1 2
 10.00000E-0310.00000E-03
 INITIAL SUM OF SQUARES 36.7515E+02
 ITERATION STOPS
 RELATIVE CHANGE IN EACH COEFFICIENT LESS THAN 10.0000E-07

NON-LINEAR LEAST-SQUARES CURVE FITTING PROGRAM

MESURE DE LA PERM.

DEP.VAR.: MIN Y = 8.783E-01 MAX Y = 15.296E+00 RANGE Y = 17.174E+00

IND.VAR(I)	NAME	COEF. B(I)	S.E. COEF.	T-VALUE	95 CONFIDENCE LIMITS	
					LOWER	UPPER
1	LO-EI	16.28231E+00	64.68E-03	251.8	16.16E+00	16.41E+00
2	TAU	92.56513E+01	10.06E+00	92.1	90.59E+01	94.54E+01

NO. OF OBSERVATIONS 127
 NO. OF COEFFICIENTS 2
 RESIDUAL DEGREES OF FREEDOM 125
 RESIDUAL ROOT MEAN SQUARE .24133572
 RESIDUAL MEAN SQUARE .05824293
 RESIDUAL SUM OF SQUARES 7.20036626

ORDERED BY COMPUTER INPUT

OBS. NO.	DEP. Y	FITTED Y	RESIDUAL	SEQ.
-1.878	.405	-2.283	1	
-1.945	.759	-1.844	2	
-.609	.895	-1.464	3	
.303	1.238	-.935	4	
.942	1.612	-.670	5	
1.483	1.977	-.494	6	
1.881	2.332	-.452	7	
2.234	2.679	-.445	8	
2.543	3.017	-.474	9	
2.908	3.347	-.439	10	
3.220	3.668	-.448	11	
3.566	3.982	-.416	12	

3.867	4.388	-.420	13
4.185	4.586	-.400	14
4.451	4.877	-.416	15
4.771	5.160	-.389	16
5.034	5.437	-.401	17
5.314	5.708	-.390	18
5.543	5.969	-.427	19
5.805	6.225	-.420	20
6.037	6.475	-.438	21
6.317	6.719	-.402	22
6.576	6.957	-.381	23
6.861	7.189	-.328	24
7.091	7.415	-.324	25
7.338	7.635	-.297	26
7.535	7.850	-.285	27
7.827	8.060	-.233	28
8.053	8.264	-.211	29
8.304	8.463	-.159	30
8.531	8.656	-.127	31
8.782	8.847	-.065	32
8.997	9.032	-.038	33
9.226	9.212	.013	34
9.408	9.388	.020	35
9.597	9.559	.038	36
9.757	9.727	.040	37
9.952	9.890	.062	38
10.131	10.048	.082	39
10.331	10.203	.127	40
10.512	10.354	.157	41
10.766	10.502	.204	42
10.843	10.646	.198	43
11.001	10.786	.215	44
11.146	10.922	.217	45
11.291	11.056	.235	46
11.413	11.185	.228	47
11.557	11.312	.245	48
11.679	11.436	.243	49
11.819	11.556	.263	50
11.938	11.674	.264	51
12.064	11.788	.294	52
12.264	11.900	.304	53
12.315	12.009	.306	54
12.465	12.115	.390	55
12.536	12.219	.320	56
12.648	12.320	.328	57
12.767	12.418	.349	58
12.849	12.514	.335	59
12.922	12.608	.314	60
12.992	12.699	.293	61
13.066	12.788	.298	62
13.145	12.875	.269	63
13.228	12.960	.268	64
13.297	13.042	.255	65
13.370	13.123	.247	66
13.434	13.201	.242	67
13.514	13.278	.236	68
13.551	13.353	.208	69
13.613	13.426	.187	70
13.649	13.497	.153	71
13.725	13.566	.159	72
13.756	13.633	.122	73
13.833	13.699	.134	74
13.819	13.763	.085	75
13.932	13.826	.106	76
13.959	13.887	.072	77
14.009	13.947	.086	78

14.967	14.965	-.002	78
14.978	14.961	-.017	80
14.952	14.918	-.034	81
14.921	14.970	-.050	82
14.942	14.923	-.019	83
14.908	14.974	-.066	84
14.934	14.924	-.010	85
14.988	14.973	-.015	86
14.915	14.920	-.005	87
14.972	14.955	-.017	88
14.900	14.912	-.012	89
14.957	14.956	-.001	90
14.983	14.998	-.015	91
14.935	14.940	-.005	92
14.956	14.981	-.025	93
14.907	14.921	-.014	94
14.928	14.960	-.032	95
14.976	14.998	-.022	96
14.993	14.934	-.059	97
14.940	14.870	-.070	98
14.961	14.904	-.057	99
14.905	14.940	-.034	100
14.923	14.973	-.050	101
14.971	15.006	-.035	102
14.989	15.037	-.048	103
15.046	15.065	-.019	104
15.083	15.099	-.016	105
15.124	15.128	-.004	106
15.110	15.157	-.046	107
15.124	15.185	-.061	108
15.127	15.212	-.085	109
15.151	15.239	-.087	110
15.167	15.265	-.098	111
15.192	15.290	-.098	112
15.194	15.314	-.120	113
15.210	15.339	-.129	114
15.216	15.362	-.146	115
15.227	15.385	-.158	116
15.230	15.407	-.177	117
15.247	15.429	-.182	118
15.251	15.450	-.199	119
15.266	15.471	-.205	120
15.286	15.491	-.205	121
15.285	15.511	-.225	122
15.293	15.530	-.237	123
15.294	15.549	-.255	124
15.291	15.567	-.276	125
15.296	15.585	-.289	126
15.285	15.602	-.317	127

ORDERED BY RESIDUALS

DBS. NO.	Obs. Y	Fitted Y	ORDERED RESID. SEQ.
12.767	12.410	.349	1
12.849	12.514	.345	2
12.648	12.320	.328	3
12.538	12.219	.320	4
12.922	12.608	.314	5
12.315	12.009	.306	6
12.204	11.900	.304	7
13.006	12.788	.298	8
12.094	11.788	.296	9
12.992	12.699	.293	10
12.405	12.115	.290	11
12.145	12.075	.269	12
13.228	12.960	.268	13

11.938	11.674	.264	14
11.819	11.555	.263	15
13.297	13.042	.255	16
13.170	13.123	.247	17
13.557	11.312	.245	18
11.679	11.438	.243	19
13.514	13.276	.236	20
11.291	11.085	.205	21
13.434	13.201	.232	22
11.413	13.185	.220	23
11.140	10.922	.217	24
11.001	10.786	.215	25
13.561	13.353	.208	26
10.706	10.502	.204	27
10.843	10.846	.198	28
13.613	13.426	.187	29
13.725	13.566	.159	30
10.512	10.354	.157	31
13.649	13.497	.153	32
13.833	13.699	.134	33
10.331	10.203	.127	34
13.756	13.633	.122	35
13.932	13.826	.106	36
13.049	13.763	.086	37
14.029	13.947	.082	38
10.131	10.048	.082	39
13.989	13.887	.072	40
14.126	14.061	.065	41
14.067	14.005	.062	42
9.952	9.890	.062	43
14.222	14.170	.052	44
9.597	9.559	.038	45
14.153	14.116	.037	46
14.308	14.274	.034	47
9.757	9.727	.030	48
9.406	9.368	.020	49
14.242	14.223	.019	50
14.286	14.273	.015	51
9.276	9.212	.013	52
14.334	14.324	.010	53
14.471	14.466	.004	54
14.557	14.556	.002	55
15.124	15.128	-.004	56
14.635	14.640	-.005	57
14.415	14.426	-.005	58
14.500	14.512	-.011	59
14.707	14.721	-.014	60
14.583	14.598	-.015	61
15.083	15.099	-.016	62
14.776	14.798	-.022	63
15.046	15.068	-.022	64
14.656	14.681	-.025	65
14.840	14.870	-.031	66
14.738	14.760	-.032	67
14.905	14.940	-.034	68
14.971	15.006	-.035	69
8.997	9.032	-.036	70
14.793	14.834	-.042	71
14.862	14.906	-.044	72
15.110	15.157	-.046	73
14.989	15.037	-.048	74
14.923	14.973	-.050	75
15.124	15.185	-.061	76
8.702	8.847	-.065	77
15.127	15.212	-.085	78
15.151	15.239	-.087	79

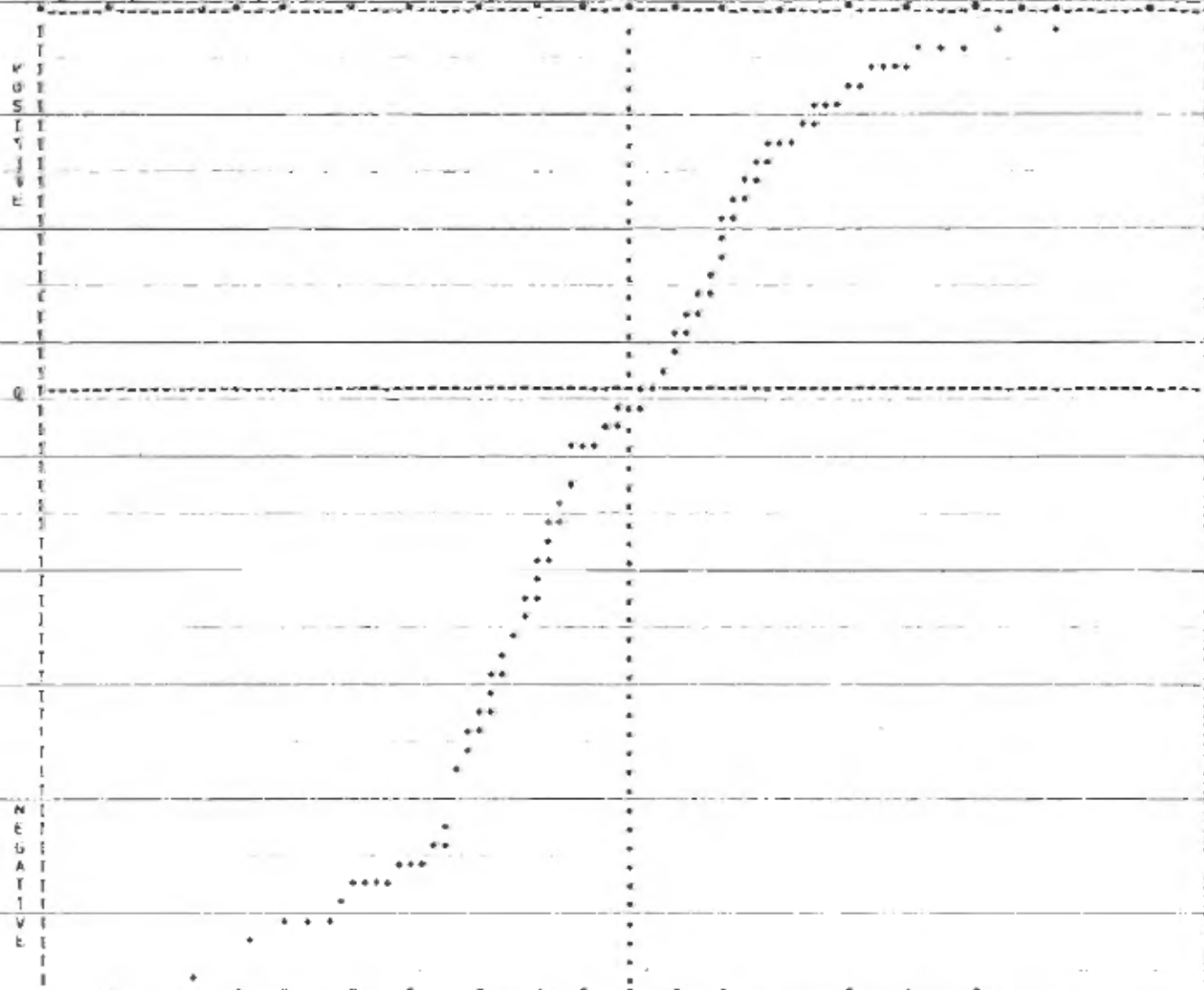
15.192	15.290	-1.098	80
15.187	15.285	-1.098	81
15.194	15.314	-1.120	82
8.531	8.658	-1.127	83
15.210	15.339	-1.129	84
15.210	15.362	-1.152	85
15.227	15.385	-1.158	86
8.304	8.463	-1.159	87
15.230	15.407	-1.177	88
15.247	15.429	-1.182	89
15.251	15.450	-1.199	90
15.266	15.471	-1.205	91
8.053	8.264	-1.211	92
15.266	15.491	-1.225	93
15.285	15.511	-1.226	94
7.827	8.060	-1.233	95
15.283	15.530	-1.247	96
15.294	15.549	-1.255	97
15.291	15.567	-1.276	98
7.565	7.850	-1.285	99
15.293	15.595	-1.289	100
7.338	7.635	-1.297	101
15.285	15.602	-1.317	102
7.091	7.415	-1.324	103
6.861	7.189	-1.328	104
6.576	6.957	-1.381	105
4.771	5.160	-1.389	106
5.314	5.706	-1.392	107
4.185	4.586	-1.400	108
6.317	6.719	-1.402	109
5.034	5.437	-1.402	110
4.461	4.877	-1.416	111
3.566	3.982	-1.416	112
5.005	6.325	-1.420	113
3.867	4.288	-1.420	114
5.543	5.969	-1.427	115
6.037	6.475	-1.438	116
2.908	3.347	-1.439	117
2.734	2.679	-1.445	118
3.220	3.668	-1.448	119
1.881	2.332	-1.452	120
2.543	3.017	-1.474	121
1.403	1.977	-1.494	122
.942	1.612	-1.676	123
.303	1.238	-1.935	124
-.609	.855	-1.464	125
-1.045	.799	-1.844	126
-1.078	.405	-2.283	127

END OF PROGRAM RESUME DE LA PERM.

PHI(T)

CUMULATIVE DISTRIBUTION OF RESIDUALS

.002 .001 .005 .01 .02 .05 .1 .2 .3 .4 .5 .6 .7 .8 .9 .95 .98 .99 .995 .999



CUMULATIVE FREQUENCY: NORMAL GRTD

PHILLI

RESIDUAL VS. FITTED Y
R.RMS

15.713

P.057

P
O
S
I
T
I
V
ER
E
S
I
D
U
A
L
S

0

N
E
G
A
T
I
V
E

P.057

R.RMS
FITTED Y

15.713

CONTINUING ON P. 165

END OF PROBLEM PW111P

BIBLIOGRAPHIE

- 1) H. Frohlich, *Theory of Dielectrics*, Oxford Univ. Press, London, (1949).
- 2) C.F.J. Bottcher, *Theory of Electrical Polarization*, Elsevier, Amsterdam, (1952).
- 3) C.P. Smyth, *Dielectric Behavior and Structure*, McGraw-Hill, New York, (1955).
- 4) N. Hill, W.E. Vaughan, A.H. Price et M. Davis, *Dielectric Properties and Molecular Behaviour*, Van Nostrand-Reinhold, London, (1969).
- 5) H. Fellner-Feldegg, J. Phys. Chem., 73 (1969) 616-23.
- 6) H. Fellner-Feldegg et E.F. Barnett, J. Phys. Chem., 74 (1970) 1962-5.
- 7) Hewlett-Packard Co., *Note d'Application*, 62 (1964).
- 8) M.J.C. Van Gemert et J.G. De Graan, Appl. Sci. Res., 26 (1972) 1-17.
- 9) M.J.C. Van Gemert et P. Bordewijk, Appl. Sci. Res., 27 (1973) 156-69.
- 10) T.A. Whittingham, J. Phys. Chem., 74 (1970) 1824.
- 11) A. Suggett, P.A. Mackness, M.J. Tait, H.W. Loeb et G.M. Young, Nature, 228 (1970) 456-7.
- 12) H.W. Loeb, G.M. Young, P.A. Quickenden et A. Suggett, Ber. Bunsenges. Phys. Chem., 75 (1971) 1155-65.
- 13) M.J.C. Van Gemert, Philips Res. Report, 28 (1973) 530-72.
- 14) A.M. Nicolson et G.F. Ross, IEEE Trans. Instr. & Meas., IM-19 (1970) 377-82.
- 15) A.M. Nicolson, Communication Privée.
- 16) M.F. Iskander et S.S. Stuchly, IEEE Trans. Instr. & Meas., IM-21 (1972) 425-9.
- 17) H.W. Loeb, IEEE Trans. Instr. & Meas., IM-21 (1972) 166-8.
- 18) G.P. De Loor, M.J.C. Van Gemert et H. Gravseteyn, Chem. Phys. Lett., 18 (1973) 295-9.
- 19) M.J.C. Van Gemert, Adv. Mol. Relax. Process, 6 (1974) 123-37.
- 20) M.J.C. Van Gemert, Chem. Phys. Lett., 29 (1974) 287-9.
- 21) M.J.C. Van Gemert, Thèse Univ. Leiden, (1974).
- 22) B.E. Springett et T.K. Bose, Can. J. Phys., 52 (1974) 2463-8.

- 23) A. Suggett, J. Phys. E: Sci. Instr., 8 (1975) 327-30.
- 24) K. Giese et R. Tieman, Adv. Mol. Relax. Process, 7 (1975) 45.
- 25) M.J.C. Van Gemert et A. Suggett, J. Chem. Phys., 62 (1975) 2720-6.
- 26) T.A.C.M. Claasen et M.J.C. Van Gemert, J. Chem. Phys., 63 (1975) 68-73.
- 27) R.H. Cole, J. Phys. Chem., 79 (1975) 1469-74.
- 28) S.B. Dev, A.M. North et R.H. Pethrick, Adv. Mol. Relax. Process, 4 (1972) 159-91.
- 29) H. Fellner-Feldegg, J. Phys. Chem., 76 (1972) 2116-22.
- 30) P. Bordewijk et M.J.C. Van Gemert, Adv. Mol. Relax. Process, 4 (1972) 139-57.
- 31) M.J.C. Van Gemert, J. Chem. Phys., 60 (1974) 3963-74.
- 32) A.H. Clark, P.A. Quickenden et A. Suggett, J. Chem. Soc., Trans. Faraday II, 11 (1974) 1847-62.
- 33) R.H. Cole, J. Phys. Chem., 78 (1974) 1440-1.
- 34) R.H. Cole, J. Phys. Chem., 79 (1975) 1459-69.
- 35) M.J.C. Van Gemert, Chem. Phys. Lett., 14 (1972) 606-8.
- 36) L.V. Bewley, *Traveling Waves on Transmission Systems*, Dover Publ. Inc., New York, (1951) Chap. 1.
- 37) S. Ramo, J.R. Whinnery et T. Van Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*, John Wiley, New York, (1968) 292.
- 38) P.C. Kelly et G. Horlick, Anal. Chem., 45 (1973) 518-27.
- 39) P. Debye, *Polar Molecules*, Chem. Catalog Co., New York, (1929).
- 40) K.S. Cole et R.H. Cole, J. Chem. Phys., 9 (1941) 341.
- 41) D.W. Davidson et R.H. Cole, J. Chem. Phys., 18 (1950) 1417.
- 42) D.W. Davidson, R.P. Auty et R.H. Cole, Rev. Sci. Instr., 22 (1951) 678.
- 43) N. Koizumi et Y. Kita, Bull. Inst. Chem. Res., Kyoto Univ., 50 (1972) 499-576.
- 44) D.W. Davidson et R.H. Cole, J. Chem. Phys., 19 (1951) 1484-90.
- 45) P. Huyskens et G. Gillerot, Bull. Soc. Chim. Belg., 72 (1963) 666.

- 46) M.W. Sagal, J. Chem. Phys., 36 (1962) 2437-42.
- 47) R.H. Cole et D.W. Davidson, J. Chem. Phys., 20 (1952) 1389-91.
- 48) S.K. Garg et C.P. Smyth, J. Phys. Chem., 69 (1965) 1294-301.
- 49) M.J.C. Van Gemert, G.P. De Loor, P. Bordewijk, P.A. Quickenden et A. Suggett, Adv. Mol. Relax. Process, 5 (1973) 301-12.
- 50) A. Suggett, Conférence sur l'utilisation du TDR, France (1973).
- 51) M.J. Tait, A. Suggett, F. Franks, S. Ablett et P.A. Quickenden, J. Solu. Chem., 1 (1972) 131.
- 52) S.C. Harvey et P. Hoekstra, J. Phys. Chem., 76 (1972) 2987.
- 53) E.J. Olszewski, J.V. Skora et G.D. Cormack, Conférence sur l'utilisation du TDR, France (1973).
- 54) J.M. Kay et J.M.V. Blanshard, Conférence sur l'utilisation du TDR, France (1973).
- 55) A.M. Nicolson, C.L. Bennett, D. Lamensdorf et L. Susman, IEEE Trans. Micro. Theo. & Tech., MTT-20 (1972) 3-9.
- 56) H.M. Cronson et G.F. Ross, IEEE Trans. Instr. & Meas., IM-21 (1972) 495-500.
- 57) H.M. Cronson, A.M. Nicolson et P.G. Mitchell, IEEE Trans. Instr. & Meas., IM-23 (1974) 463-8.
- 58) G.D. Cormack, IEEE Trans. Instr. & Meas., IM-22 (1973) 291-5.
- 59) C. Daniel et F.S. Wood, *Fitting equations to data*, Wiely & Sons Inc., New York, (1971).